

Die Beziehungen zwischen Sediment und Hinterland: Mathematisch-statistische Modelle aus Schwermineraldaten rezenter fluviatiler und fossiler Sedimente

Von KARL STATTEGGER*)

Mit 68 Abbildungen und 4 Tabellen

*Sedimentologie
Schwerminerale
Flußsande
Liefergebiete
Plattentektonik
multivariate Statistik
Zeitreihenanalyse
Geostatistik*

Österreichische Karte 1 : 50.000

Blätter 17-21, 33, 34, 38, 51, 54, 105, 134-137, 165, 167, 168, 189, 190, 206, 207

Inhalt

| | |
|---|-----|
| Zusammenfassung, Summary | 450 |
| 1. Einführung | 451 |
| 2. Die untersuchten Flüsse und ihre Schwermineralspektren | 451 |
| 2.1. Auswahlkriterien | 451 |
| 2.2. Kurzbeschreibung der untersuchten Flüsse | 452 |
| 2.2.1. Aist | 452 |
| 2.2.2. Zwettl | 453 |
| 2.2.3. Kamp | 454 |
| 2.2.4. Sulm | 454 |
| 2.2.5. Weizbach | 455 |
| 2.2.6. Pinka | 455 |
| 2.3. Probenahme | 456 |
| 2.4. Gewinnung der Schwermineraldaten | 457 |
| 2.5. Die Schwermineraldaten | 457 |
| 2.5.1. Allgemeines | 457 |
| 2.5.2. Beschreibung der Schwermineralspektren | 457 |
| 2.5.2.1. Moldanubikum | 457 |
| 2.5.2.2. Steirisches Randgebirge und Steirisches Becken | 459 |
| 3. Quantitative Bestimmung von Liefergebieten aus Schwermineralspektren mit der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse | 462 |
| 3.1. Methodik | 462 |
| 3.1.1. Allgemeines | 462 |
| 3.1.2. Erweiterte Q-Modus-Faktorenanalyse | 462 |
| 3.2. Ergebnisse | 464 |
| 3.2.1. Rezente Flußsande | 464 |
| 3.2.1.1. Moldanubikum | 464 |
| 3.2.1.2. Steirisches Randgebirge und Steirisches Becken | 467 |
| 3.2.2. Beispiele aus fossilen sandsteinführenden Sedimenten und Bezüge zur Plattentektonik | 469 |
| 3.2.2.1. Alpine Gosau | 469 |
| 3.2.2.2. Variszische Klastika aus Westbulgarien | 474 |
| 3.3. Schlußfolgerungen | 477 |
| 4. Schwerminerale in Flüssen und Profilen als ortsabhängige Variablen | 478 |
| 4.1. Allgemeines | 478 |
| 4.1.1. Probleme beim Datensammeln | 478 |
| 4.1.2. Strategie zur Datenauswertung | 478 |
| 4.2. Methodik | 479 |
| 4.2.1. Dateninterpolation mit Spline-Algorithmen | 479 |
| 4.2.2. Zeitreihenanalyse | 480 |

*) Anschrift des Verfassers: Dr. KARL STATTEGGER, Institut für Geologie und Paläontologie, Karl-Franzens-Universität Graz, Heinrichstraße 26, A-8010 Graz.

| | |
|---|-----|
| 4.2.2.1. Autokorrelation und Korrelogramm | 481 |
| 4.2.2.2. Einfache stationäre stochastische Prozesse | 481 |
| 4.2.2.2.1. AR-Prozesse | 481 |
| 4.2.2.2.2. MA-Prozesse | 483 |
| 4.2.2.2.3. ARMA-Prozesse | 484 |
| 4.2.2.2.4. ARIMA-Prozesse | 485 |
| 4.2.3. Spektralanalyse | 485 |
| 4.2.4. Datenfilter | 486 |
| 4.2.5. Variogramm und Kriging | 487 |
| 4.3. Ergebnisse | 489 |
| 4.3.1. Rezente Flußsande | 489 |
| 4.3.1.1. Allgemeines | 489 |
| 4.3.1.2. Aist | 489 |
| 4.3.1.2.1. Variationsuntersuchungen | 489 |
| 4.3.1.2.2. Autokorrelationsstrukturen | 493 |
| 4.3.1.3. Pinka | 495 |
| 4.3.1.3.1. Variationsuntersuchungen | 495 |
| 4.3.1.3.2. Autokorrelationsstrukturen | 497 |
| 4.3.1.4. Modellierung stochastischer Prozesse | 500 |
| 4.3.2. Profil Berende (Devon, Westbulgarien) | 503 |
| 4.3.2.1. Allgemeines | 503 |
| 4.3.2.2. Variationsuntersuchungen | 504 |
| 4.3.2.3. Autokorrelationsstrukturen | 507 |
| 4.3.2.4. Modellierung stochastischer Prozesse | 508 |
| 4.3.3. Zusammenfassender Vergleich und Ausblick | 509 |
| Dank | 510 |
| Literatur | 510 |

Zusammenfassung

Ausgehend von Schwermineralanalysen rezenter Flußsande werden die Beziehungen zwischen Sediment und Hinterland mit mathematisch-statistischen Methoden untersucht.

Am Beginn steht die Beschreibung von Schwermineralspektren aus Flüssen des Moldanubikums (Aist, Zwettl, Kamp) und des Steirischen Randgebirges (Sulm, Weizbach, Pinka) sowie aus dem Anstehenden in der Umgebung der Flüsse (Abb. 7, 8; Tab. 1, 2).

Aus diesen Daten wird mit Hilfe der multivariaten Statistik eine präzise Rekonstruktion der Ausgangsgesteine versucht. Mit der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse, die methodisch erläutert wird, lassen sich Schwermineral-Endglieder der Flußsande als Ausgangsgesteine bzw. Liefergebiete modellieren. Der Ansatz bietet den Vorteil, lithologische Endglieder durch eine multivariate Kombination verschiedener Schwerminerale und Sedimentproben als deren Mischglieder zu beschreiben. Anstelle einzelner Minerale verwendet man Vektoren mit variablen Relativanteilen der verschiedenen Minerale, wodurch die Endglieder jeweils optimal an die Daten angepaßt werden können. Der Vergleich mit den Umgebungsgesteinen bestätigt die gute Annäherung an die vorherrschenden Gesteinstypen im Hinterland eines Flusses (Abb. 9, 11, 12, 14). Anschließend werden mit dieser Methode als Beispiele fossiler Sedimente Liefergebiete aus Schwermineraldaten der alpinen Gosau für die Oberkreide und eines Sandsteinprofils im Devon der Kraistiden (Westbulgarien) modelliert. Die Aussagen über die Herkunft der klastischen Sedimente ermöglichen in der Gosau eine Präzisierung plattentektonischer Modelle (Abb. 19), in den Kraistiden einen ersten Ansatz dazu und gestatten allgemeine Schlußfolgerungen (Abb. 24).

Im zweiten Teil der Arbeit folgt eine Analyse der Variabilität der Schwermineralführung entlang der Aist, der Pinka und dem Sandsteinprofil der Kraistiden. Damit sollen wesentliche Unterschiede erfaßt und horizontale mit vertikalen Abfolgen verglichen werden, um weitere Modelle der Beziehungen zwischen Sediment und Hinterland zu entwerfen.

Ein methodischer Abschnitt umfaßt die Darstellung folgender in der Sedimentgeologie selten verwendeter mathematisch-statistischer Verfahren: Spline-Algorithmen zur Dateninterpolation, Zeitreihenanalyse mit den Schwerpunkten autoregressive (AR) und gleitende Mittelwert (MA) - Prozesse, Spektralanalyse, Datenfilter und Geostatistik im engeren Sinn (Variogramm-Analyse, Kriging).

Diese Methoden sind unter Einbeziehung der Ergebnisse der erweiterten Q-Modus Faktorenanalyse die Grundlage für Variationsuntersuchungen, Analyse der Autokorrelationsstrukturen und die daraus resultierende Modellierung einfacher sto-

chastischer AR-MA-Prozesse. Die Ergebnisse sind in den Abb. 31–40, 43–48, 56–63 (Variationsdiagramme), 41, 42, 49, 50, 63–65 (Autokorrelationsstrukturen), 51–54, 66–68 (stochastische Prozesse) enthalten:

Der Vergleich von Flüssen und Profil zeigt, daß sich aus horizontalen Schwermineralabfolgen Aussagen über die Position des Hinterlandes ableiten lassen, der im geologischen System Erosion – Transport – Sedimentation entscheidende Bedeutung zukommt. Im Bereich des Liefergebietes wird die Schwermineralführung in Abhängigkeit von den Umgebungsgesteinen eines Flusses durch den Sediment-Input infolge Erosion bestimmt. Variabilität im Alimentationsgebiet bedingt Variabilität im sedimentären Schwermineralspektrum, da der kurze Transport die ständig erneuerte und variierende Materialzufuhr nicht homogenisieren kann. Das Feedback-Phänomen zwischen Sediment und nahe gelegenen Hinterland läßt sich mit autoregressiven Prozessen zweiter Ordnung beschreiben. Eine Stabilisierung des Schwermineralspektrums findet erst statt, wenn die Transportwirkung mit Durchmischung und Mineralsektion gegenüber dem Sediment-Input überwiegt. Dieses Phänomen tritt mit zunehmender Entfernung zum Hinterland deutlicher in Erscheinung und kann mit autoregressiven Prozessen erster Ordnung und/oder gleitenden Mittelwert-Prozessen dargestellt werden.

Beide Phänomene lassen sich in günstigen Fällen nach der vertikalen Sedimentakkumulation in Profilen nachweisen und führen damit zu einer Erweiterung des Walther'schen Gesetzes der faziellen Abfolge von Sedimenten auf die Prozesse, welche diese Ablagerung erzeugen. In Anwendung auf die Plattentektonik bedeutet dies, daß autoregressive Prozesse erster Ordnung auf einigermäßen regelmäßige Sedimentation nach längeren Transportwegen in einer kratonischen Region hinweisen, autoregressive Prozesse zweiter Ordnung als Instabilitäten eines nahen Hinterlandes im Zuge orogener Aktivitäten mit Plattenkollision und -subduktion gedeutet werden können.

Summary

The paper presents some models concerning the relations between clastic sediments and source by means of geomathematics and geostatistics applied to heavy mineral data.

Heavy mineral spectra from recent river sands and surrounding rocks are first described. The following rivers were selected: Aist, Zwettl, Kamp, draining the Moldanubian region in the northern part of Austria (fig. 7, tab. 1); Sulm, Weizbach and Pinka, rising in the eastern margin of the Alps and draining the Styrian basin (fig. 8, tab. 2).

The heavy mineral data were treated by multivariate statistics for a reconstruction of source rocks. Extended Q-mode factor analysis permits the modelling of heavy mineral end members, which reflect source rocks and source areas from river sands in great detail. The advantage of this method lies in the representation of end members, which are expressed as multivariate combinations of all distinct heavy minerals concerned. Vectors are used containing variable relative portions of the distinct minerals instead of single minerals. In the same way, each sample is expressed as a mixture of these end members. This provides an optimal fit of end members to the data structure. Comparisons to surrounding rocks confirm the high accuracy of the proposed modelling (fig. 9, 11, 12, 14). Applications of the method to fossil sediments are demonstrated on heavy mineral data of the Late Cretaceous part of the Alpine Gosau formation and data of a sandstone sequence from the Devonian of the Kraistides (Western Bulgaria). Plate tectonic models thereof are defined more exactly in the first case (fig. 19) and proposed as a first draft in the latter, followed by general remarks on the plate tectonic setting of sands according to their heavy mineral content (fig. 24).

The second part investigates the variability of heavy mineral spectra along a data series: downstream variation in the rivers Aist and Pinka, upward variation within the sandstone sequence of the Kraistides. This is done by mathematical and statistical proceedings rarely used in sedimentary geology. A methodical extract covers: a special type of spline algorithm for the interpolation of data, time series analysis with emphasis on autoregressive (AR) and moving average (MA) processes, spectral analysis, filtering, geostatistics (variogram-analysis, kriging).

The results integrating the findings of extended Q-mode factor analysis point out clearly the main differences among the analysed data series and provide an extensive basis for comparisons. Variation diagrams of the investigated data sets include graphs of the spline-interpolated data with kriging confidence limits, first order finite differences with input maxima and a general trend calculated from unweighted moving averages (fig. 31–40, 43–48, 56–63). The next step analyses the autocorrelation structures: results are plotted as autocorrelation diagrams containing variogram, correlogram and power spectrum of a data sequence (fig. 41, 42, 49, 50, 63–65). Simple stochastic AR processes thereof were fitted (fig. 51–54, 66–68). The horizontal heavy mineral sequences of the rivers allow inferences about the distance of the hinterland to a river. This is of great importance in explaining the geological system of erosion – transport – sedimentation. Within the source area, the composition of a heavy mineral spectrum depends on the erosional input of source rocks. Variability in source rocks implies variability in the fluvial heavy mineral content. Short transport cannot stabilize the continuously renewed and variable influx. Second order autoregressive processes, AR (2), can describe this feedback effect of sediment and nearby source. Stabilization of heavy mineral spectra occurs, provided that interaction of longer transport with mixing and mineral-selection prevails over the sedimentary input. Increasing distance of the sediment to the hinterland is the reason for this phenomenon. It can be modelled by first order autoregressive processes, AR (1), and/or moving averages. Both features can be demonstrated in some cases on sections after the vertical accumulation of sediments. This results in an expansion of Walther's law concerning the facial succession to the processes generating these sediments. Applied to plate tectonics, the following conclusions can be drawn: AR (1) points at fairly regular sedimentation after longer transport, which is typical of a cratonic environment. AR (2) marks instabilities of a nearby source rising from orogenic movements due to plate collision and subduction.

1. Einführung

Schwerminerale gelten als wichtige Anzeiger der Herkunft von sandigen Sedimenten und werden seit langem in der Sedimentgeologie zur Klärung von paläogeographischen und lithostratigraphischen Fragen benutzt. Oft fällt dabei ein umfangreiches Datenmaterial

an, bei dem man sich in vielen Fällen auf eine routinemäßige Auswertung beschränkt (vgl. BOENIGK, 1983 cum lit.). Eine EDV-gestützte mathematisch-statistische Analyse von Schwermineraldaten kann zu geologisch weiterreichenden und umfassenderen Interpretationen führen, wie verschiedene Arbeiten im Bereich der multivariaten Statistik zeigen (z. B. IMBRIE & VAN ANDEL, 1964; BRIGGS, 1965; GASSER, 1968; DEMINA, 1970; VI-STELIUS & DEMINA, 1982): Cluster-, Faktoren- und Diskriminanzanalyse sind geeignete Hilfsmittel, um Veränderungen im Schwermineralspektrum präzise zu beschreiben und Hinweise auf Liefergebiete zu erhalten.

Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, aus Schwermineraldaten die Beziehungen zwischen Sediment und Hinterland quantitativ zu erfassen und über mathematisch-statistische Modelle die Wechselwirkungen der zugrundeliegenden geologischen Prozesse zu erklären oder zumindest zu verdeutlichen.

Ein wichtiges Kriterium ist dabei die genaue Erfassung der Ausgangsgesteine. Daher steht am Beginn die Auswertung von Schwermineraldaten rezenter Flußsande. Mit einem speziellen Verfahren der Faktorenanalyse werden die Liefergebiete so genau wie möglich als Endglieder der Schwermineralspektren in den Sedimenten modelliert und mit Gesteinen aus dem Einzugsbereich der Flüsse verglichen. Daran knüpft sich die Frage nach den generellen Aussagemöglichkeiten von Schwermineraldaten in fossilen Sedimenten zur Rekonstruktion des Hinterlandes und nach der Brauchbarkeit der Methodik für plattentektonische Konzepte.

In weiterer Folge werden die Variationen der Schwermineralspektren entlang der Flußläufe mit Methoden der Zeitreihenanalyse und der Geostatistik untersucht, um die Beziehungen zwischen Liefergebiet, Transport und Sediment zu erfassen. Anschließend folgt zum Vergleich von horizontalen mit vertikalen Abfolgen die Analyse eines paläozoischen Sandsteinprofils.

2. Die untersuchten Flüsse und ihre Schwermineralspektren

2.1. Auswahlkriterien

Rezente fluviatile Sedimente kann man als Momentaufnahme der geologischen Prozesse Abtragung, Transport und Ablagerung betrachten. Die wichtigste Voraussetzung für deren Ablauf ist die Bereitstellung von Gesteinen in einem Liefergebiet. Die Auswahl der Flüsse erfolgte daher nach regionalgeologischen Gesichtspunkten, um aus den fluviatilen Schwermineralen die Unterschiede zwischen und innerhalb verschiedener Liefergebiete auszumachen und in weiterer Folge die Variationen der Schwermineralspektren flußabwärts zu untersuchen.

Aus der regionalen Geologie von Österreich boten sich dafür Vergleiche zwischen dem außeralpinen und dem alpinen Teil an, verbunden mit dem Versuch einer optimalen Differenzierung innerhalb der ausgewählten großtektonischen Einheiten. Interessant schien einerseits das Moldanubikum mit dem südböhmischen Granitmassiv und der östlich anschließenden metamorphen Umrahmung sowie im Vergleich dazu das Ostalpin, als Beispiel das Steirische Randgebirge mit unter- und mittelostalpinem Kristallin, dessen oberostalpine Auflage mit dem Grazer Paläozoikum und die Überlage-

zung der alpinen Einheiten durch das Steirische Tertiärbecken.

Aufgrund dieser Überlegung wurden folgende Flüsse ausgewählt (s. Abb. 1):

- Außeralpiner Bereich
 - Aist (Waldaist, Schwarze Aist)
 - Zwettl
 - Kamp (ab Einmündung der Zwettl)
- Alpiner Bereich
 - Sulm (Weiße Sulm)
 - Weizbach
 - Pinka (österreichischer Anteil)

2.2. Kurzbeschreibung der untersuchten Flüsse

2.2.1. Aist (Abb. 2)

Länge: 69 km (schwarze Aist – Waldaist – Aist)
 ÖK (Kartennummern der topographischen Karte von Österreich 1 : 50.000): 17, 33, 34, 51, 54.
 Höhendifferenz: 750 m
 Probenzahl: 48 Flußsande, 10 Umgebungsgesteine
 Einzugsgebiet: saure bis intermediäre Plutonite
 Die Aist fließt von ihrem Ursprung nahe Liebenau (Oberösterreich) bis kurz vor ihrer Einmündung in die

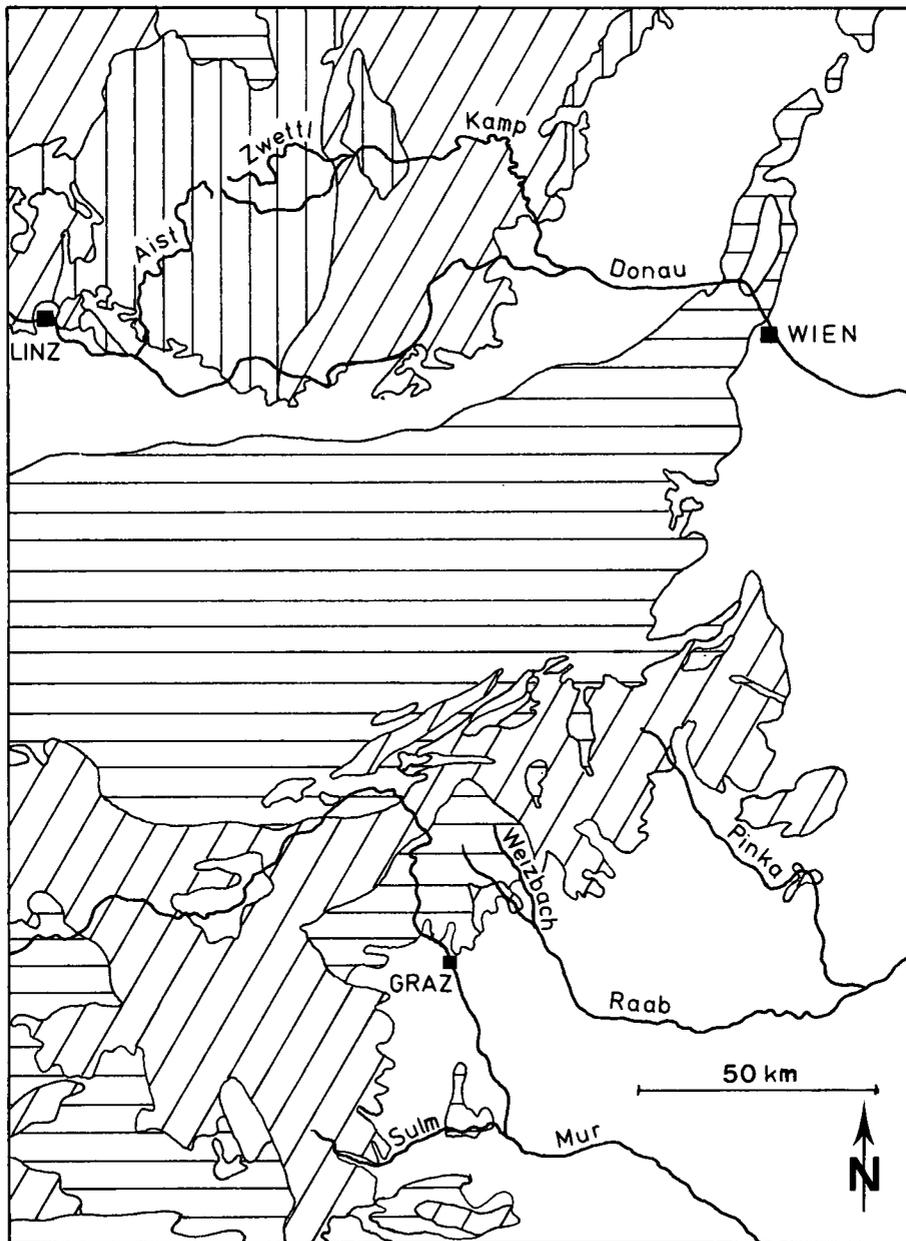
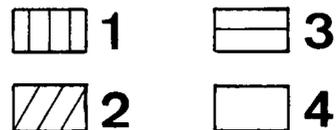


Abb. 1: Die untersuchten Flüsse in ihrem geologischen Rahmen.
 1 = Plutonite; 2 = Metamorphite; 3 = Sedimentgesteine, Paläozoikum bis Alttertiär;
 4 = Sedimentgesteine, Jungtertiär und Quartär.



Donau östlich Mauthausen im südböhmischen Granitmassiv, die letzten sechs Kilometer in Alluvium. In der Umgebung des Flußlaufes stehen im Oberlauf Weinsberger Granit mit einigen Schollen von Diorit und vereinzelten metamorphen Restiten sowie der Freistädter Grandiorit an, im Unterlauf Weinsberger Granit (vgl. FUCHS & MATURA, 1976 cum lit., 1980 cum lit.). Somit besitzt die Aist ein relativ homogenes Einzugsgebiet aus sauren bis intermediären variszischen Plutoniten.

2.2.2. Zwettl
(Abb. 3)

Länge: 48 km
 ÖK: 17, 18, 19
 Höhendifferenz: 440 m
 Probenzahl: 17 Flußsande, 7 Umgebungsgesteine
 Einzugsgebiet: saure Plutonite

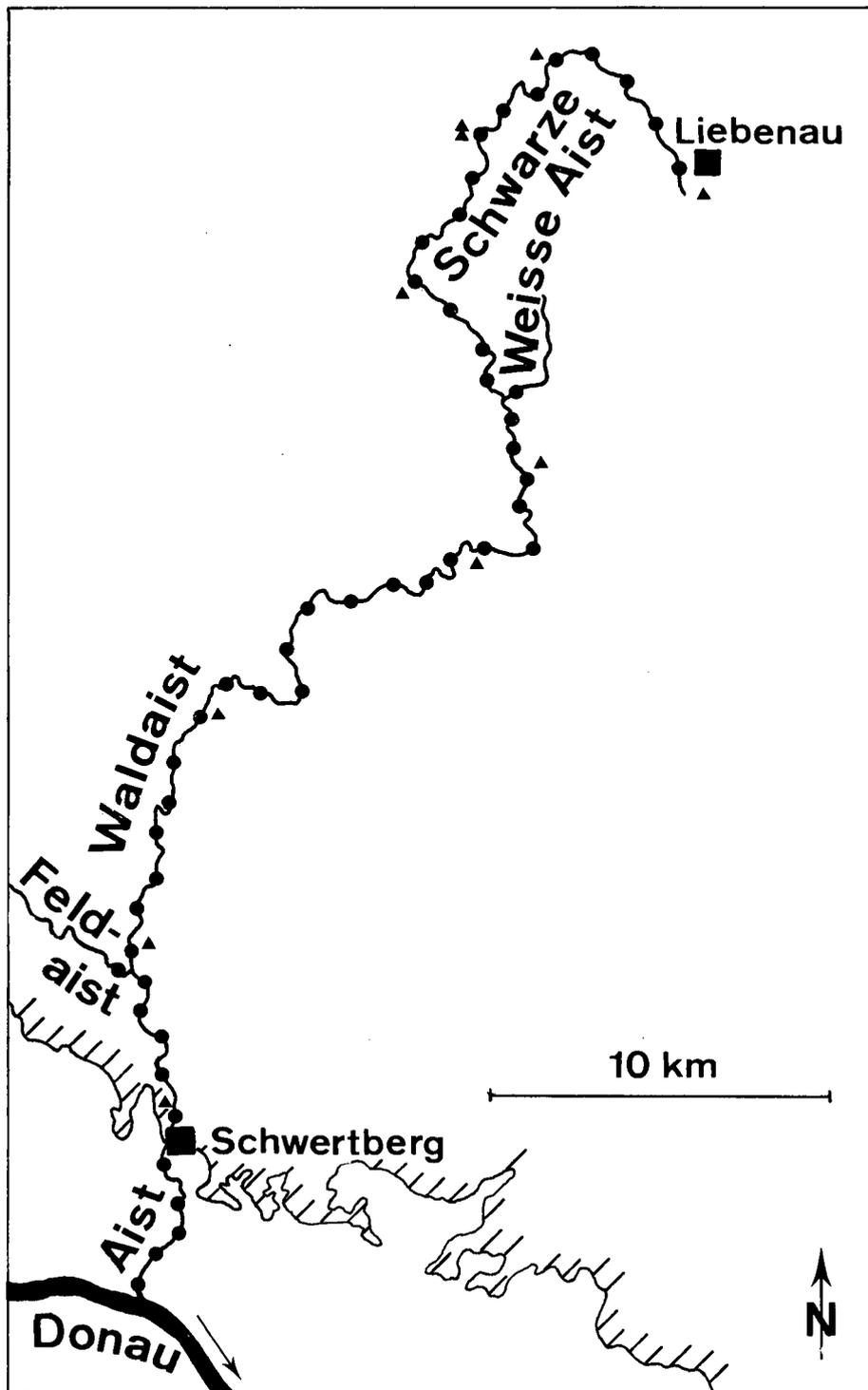


Abb. 2: Beprobungsplan der Aist.
 ● = Flußsandproben; ▲ = Proben aus den Umgebungsgesteinen; ▨ = Begrenzung von Festgesteinsarealen.

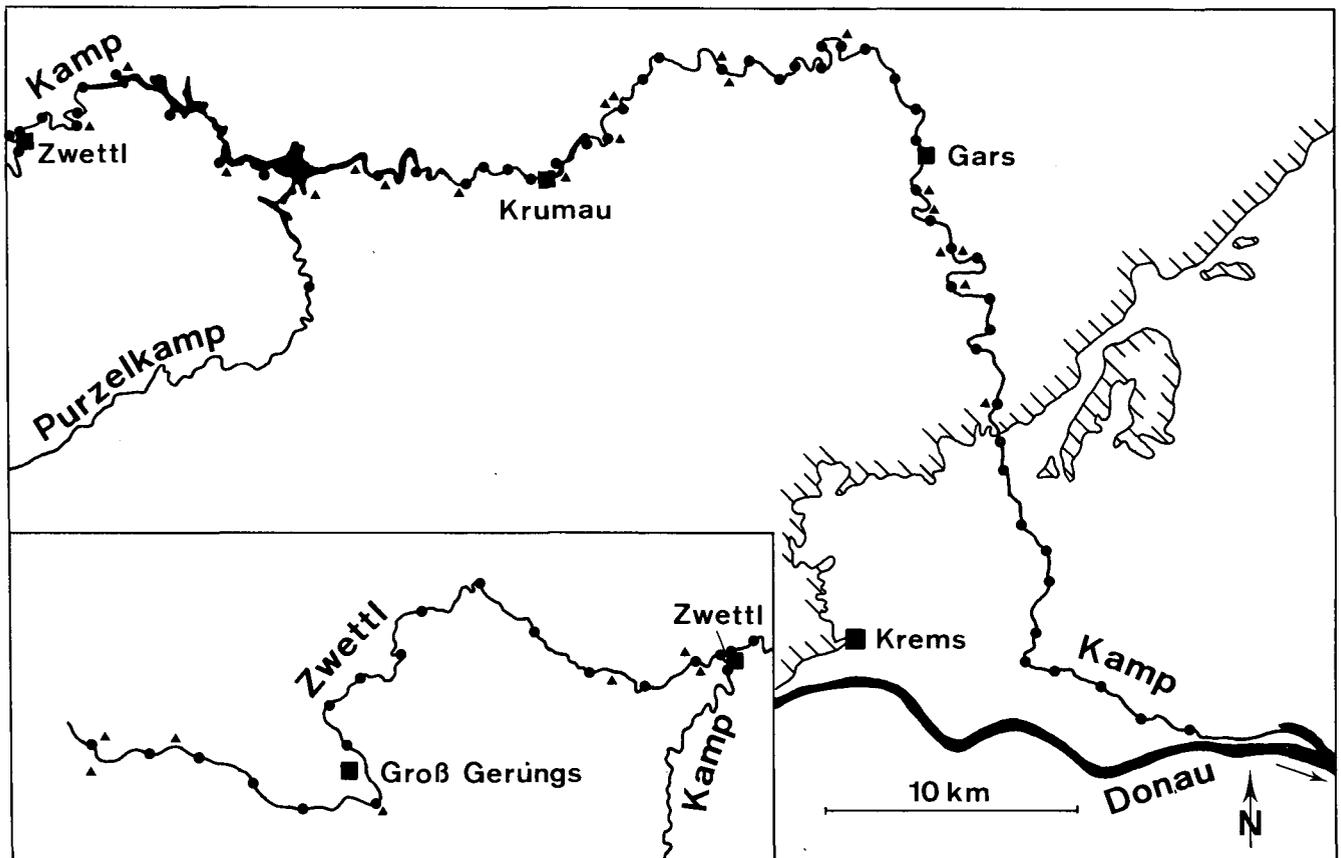


Abb. 3: Beprobungsplan von Zwettl und Kamp. Symbole wie in Abb. 2.

Die Zwettl durchfließt von ihrem Ursprung östlich Karlstift zum größten Teil Weinsberger Granit, die letzten fünf Kilometer vor Einmündung in den Kamp im Ort Zwettl den Paragneiszug, der den Weinsberger Granit im Osten vom Rastenberger Granodiorit trennt (vgl. FUCHS & MATURA, 1976 cum lit., 1980 cum lit.). Der überwiegende Teil des Einzugsgebietes besteht einheitlich aus sauren variszischen Plutoniten.

2.2.3. Kamp (Abb. 3)

Länge: 99 km (ab Einmündung der Zwettl)
 ÖK: 19, 20, 21, 38
 Höhendifferenz: 330 m
 Probenzahl: 52 Flußsande, 20 Umgebungsgesteine
 Einzugsgebiet: Granodiorit, verschiedene Metamorphite (Gneis), Alluvium und jungtertiäre Lockersedimente im untersten Flußabschnitt.

Nach der Einmündung der Zwettl durchschneidet der Kamp auf 23 km Rastenberger Granodiorit (vgl. EXNER, 1969). Flußabwärts folgt auf 57 km die metamorphe Umrahmung des südböhmischen Granitmassivs, in der verschiedene Gneistypen vorherrschen (Dobra Gneis, Gföhler Gneis, Dioritgneis, diverse Paragneise), daneben kommen Granulite, Glimmerschiefer, Amphibolite, Marmore und vereinzelt Ultrabasischollen vor (vgl. FUCHS, 1971; FUCHS & MATURA, 1976 cum lit.; THIELE, 1977 cum lit.). Die restlichen 18 Kilometer fließt der Kamp im Alluvium und im Jungtertiär der Molasse und mündet südlich von Grafenwörth in die Donau. Zwischen Stift Zwettl und Krumau wurden mehrere Stauseen angelegt, die den Sedimenttransport aus dem

Oberlauf und aus der Zwettl weitgehend verhindern. Das Hinterland besteht somit aus Granodioriten im oberen Teil, denen flußabwärts verschiedene Metamorphite mit Gneisvormacht folgen.

2.2.4. Sulm (Abb. 4)

Länge: 60 km (weiße Sulm – Sulm)
 ÖK: 189, 190, 206, 207
 Höhendifferenz: 1180 m
 Probenzahl: 39 Flußsande, 12 Umgebungsgesteine
 Einzugsgebiet: Paragneis (Plattengneis, pegmatoider Gneis), jungtertiäre und quartäre Lockersedimente.

Die ersten 15 km vom Ursprung am Wolscheneck ist die weiße Sulm vom mittelostalpinen Kristallin der Korralpe umgeben, das in dieser Zone aus Paragneisen (hauptsächlich Plattengneis und pegmatoider Gneis) und untergeordnet aus Eklogit-Amphiboliten besteht (vgl. BECK-MANNAGETTA, 1980; FLÜGEL & NEUBAUER, 1984 cum lit.). Danach fließt sie 27 km durch Alluvium im Weststeirischen Tertiärbecken, das im Südwestteil, der Wies-Eibiswalder Bucht, aus miozänen klastischen Lockersedimenten besteht (Eibiswalder, Florianer Schichten, NEBERT, 1983a, 1983b, FLÜGEL & NEUBAUER, 1984) und vereinigt sich mit der schwarzen Sulm. Anschließend streift der Fluß 7 Kilometer den großteils aus Grünschiefern und Phylliten gebildeten Südrand des Sausal-Paläozoikum (FLÜGEL & NEUBAUER, 1984 cum lit.) und mündet nach weiteren 10 Kilometern durch Alluvium und Jungtertiär bei Wagna in die Mur. Das kristalline Hinterland tritt an der Sulm wie an ihren

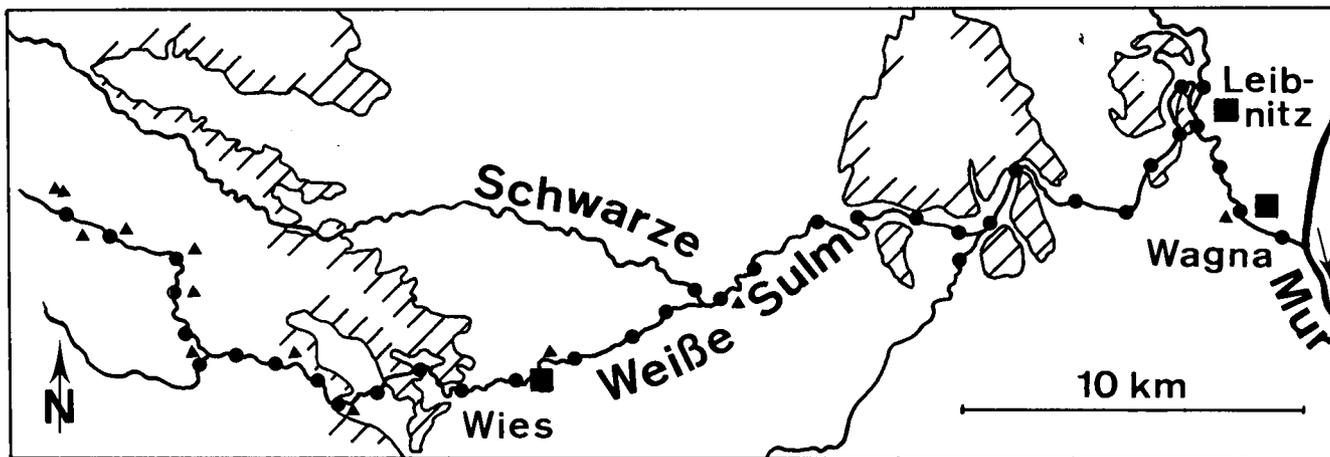


Abb. 4: Beprobungsplan der Sulm. Symbole wie in Abb. 2.

größeren Nebenflüssen nur im Oberlauf in der Ostabdachung der Koralpe in Erscheinung und geht flußabwärts in dessen jungtertiäre und quartäre klastische Aufarbeitungsprodukte über.

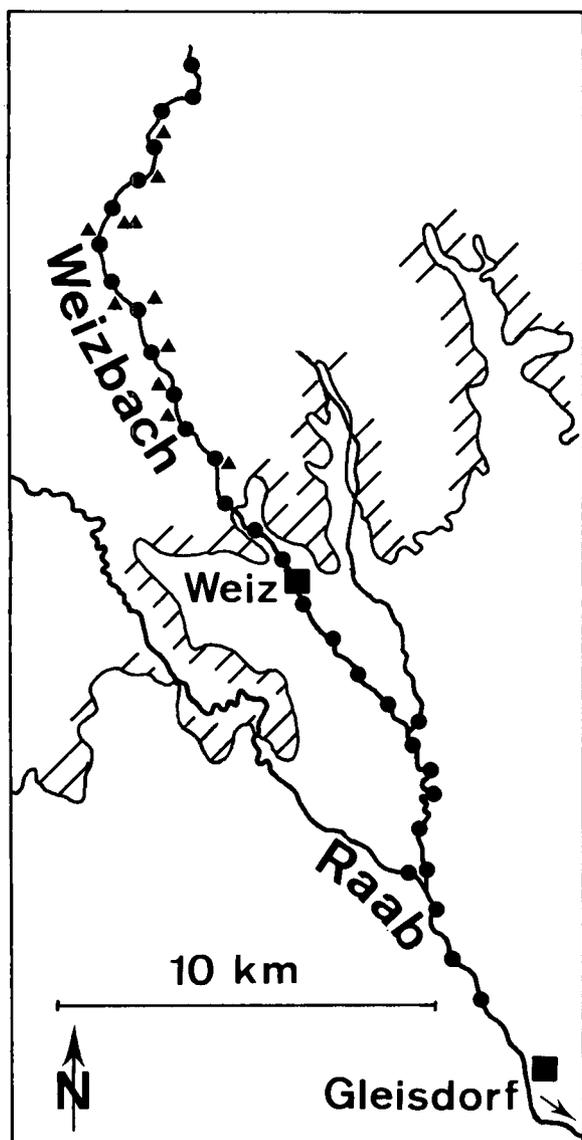


Abb. 5: Beprobungsplan von Weizbach und Raab. Symbole wie in Abb. 2.

2.2.5. Weizbach

(Abb. 5)

Länge: 34 km

ÖK: 134, 135, 165

Höhendifferenz: 840 m

Probenzahl: 30 Flußsande, 11 Umgebungsgesteine
Einzugsgebiet: paläozoische Kalke, Vulkanite und Phyllite, jungtertiäre und quartäre Lockersedimente.

Der Weizbach fließt vom Offner Berg zuerst 17 km durch das Grazer Paläozoikum, das hier aus meist leicht metamorphen Kalken, Vulkaniten (Diabase und Grünschiefer), Phylliten und Quarziten besteht (vgl. EBNER, 1984 cum lit.; FLÜGEL & MAURIN, 1958). Anschließend durchströmt er, zuerst nahe dem Ostende des Radegunder Kristallin mit Schiefergneisen, Alluvium in miozänen klastischen Lockersedimenten (Gleisdorfer, Stegersbacher Schichten), die sich auch nach der Einmündung in die Raab im Raum Gleisdorf fortsetzen (KRAINER, 1984; FLÜGEL & NEUBAUER, 1984). Ein schwach metamorph überprägter sedimentär-vulkanogener Gesteinskomplex bildet das Hinterland, das den Weizbach im Oberlauf begleitet, am Unterlauf finden wir jungtertiäre Lockersedimente.

2.2.6. Pinka

(Abb. 6)

Länge: 83 km (in Österreich)

ÖK: 105, 136, 137, 167, 168

Höhendifferenz: 1200 m

Probenzahl: 41 Flußsande, 15 Umgebungsgesteine
Einzugsgebiet: (diaphthoritische) Gneise und Glimmerschiefer, Amphibolite, jungtertiäre und quartäre Lockersedimente.

Entlang der ersten acht Kilometer südlich vom Wechselpaß tritt das Grundgebirge des Wechselkristallins zutage. Neben Grobgneisen kommen diaphthoritische Gneise und Glimmerschiefer vor (vgl. FAUPL, 1970, 1972). Vor Friedberg taucht das Grundgebirge unter das Jungtertiär der Friedberger Bucht mit vorwiegend klastischen Lockersedimenten des Miozän (Sinnersdorf, Tauchen Formation, Stegersbacher Schichten, vgl. NEBERT, 1982, 1983a). Die Pinka fließt weiter beckeneinwärts zur pannonischen Tiefebene durch Alluvium im steirischen und burgenländischen Jungtertiär, wobei sie südlich Hannersdorf auf 2,5 km einen paläozoisch-penninischen Aufbruch mit Dolomiten, Phylliten und Grün-

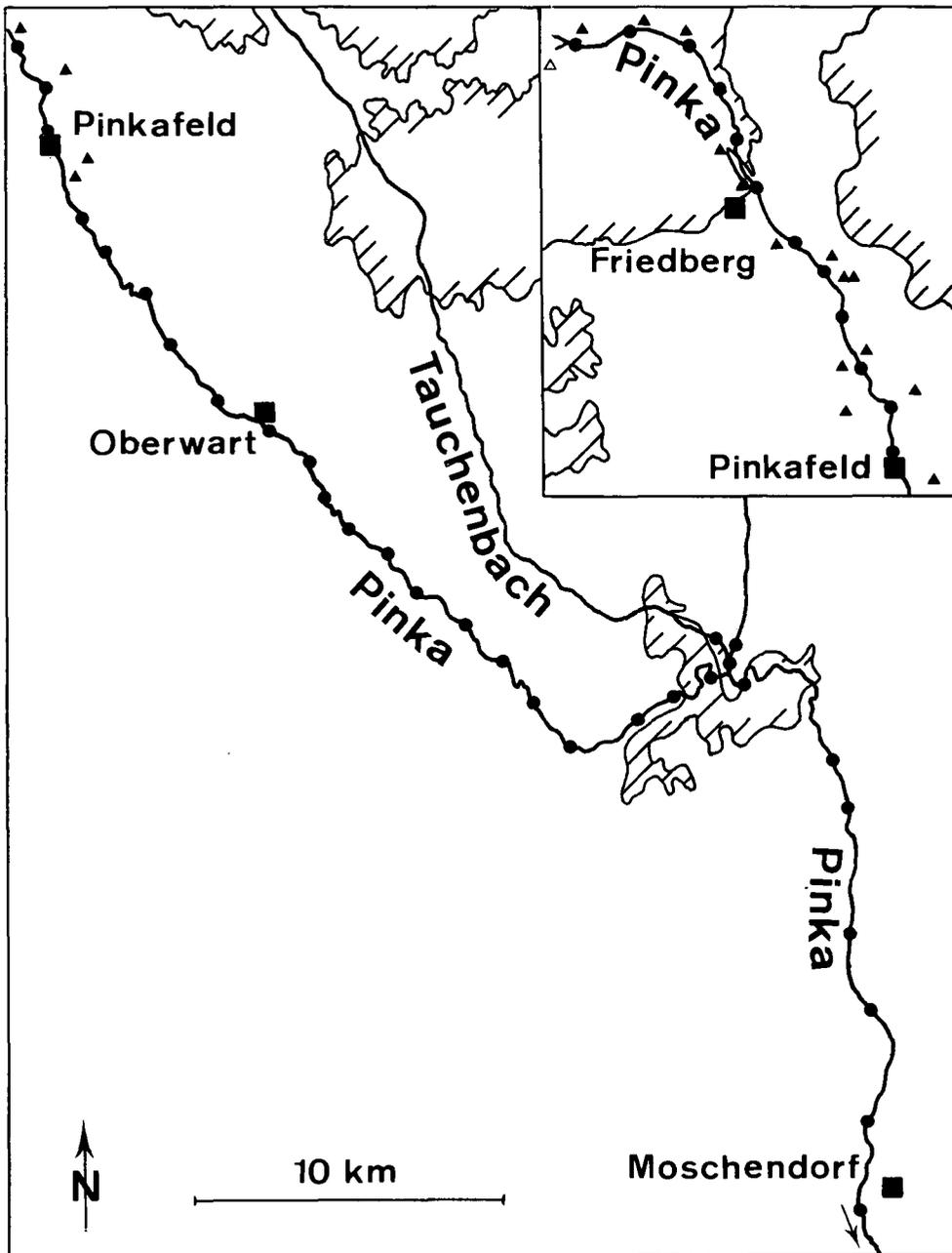


Abb. 6: Beprobungsplan der Pinka. Symbole wie in Abb. 2.

schiefern streift (PAHR, 1980 cum lit.). Sie verläßt südlich Moschendorf Österreich. Das kristalline Hinterland steht nur am obersten Flußabschnitt im Südabhang des Wechselgebirges an, der größte Teil des Einzugsgebietes liegt in jungtertiären klastischen Lockersedimenten, ein Zufluß (Tauchenbach mit Seitenbächen) durchquert vor dem Jungtertiär Phyllite, Grünschiefer und Serpentine der penninischen Rechnitzer Schieferinsel.

2.3. Probenahme

Von den ausgewählten Flüssen, die schwach gekrümmt oder mäandrierend, teilweise künstlich begräbt verlaufen, wurden entsprechend den Geländebedingungen in einigermaßen regelmäßigen Abständen Sedimentproben gesammelt, außerdem Proben aus den wichtigsten Zuflüssen im Mündungsbereich. Die Beprobung erbrachte 225 Einzelproben, wobei die Probenab-

stände zwischen 700 und 2600 Metern liegen. Dazu kamen für Vergleichszwecke noch 75 Proben aus dem Anstehenden in der Umgebung der Flüsse.

Sämtliche Sedimentproben stammen aus dem Boden eines Flußbettes, ufernah in ca. 10 bis 30 cm Wassertiefe, bevorzugt aus Abschnitten mit gleichmäßiger Strömung und geringer Wasserturbulenz. Es handelt sich um die obersten Sedimentlagen von „lower-stage plane beds“ und „bars“ (vgl. ALLEN, 1982, 1983; LEEDER, 1983). Das sind ebene Sedimentschichten am Boden eines Flußbettes bzw. flache, longitudinale Sandrücken, die sich aus jenen durch Strömungsinstabilitäten und nachfolgender Behinderung des Transportes von Sedimentpartikeln bilden (s. COSTELLO, 1974; COSTELLO & SOUTHARD, 1981). Beide gelten als ziemlich stabile Lagerungsformen, an denen nur geringe Sedimentation oder Erosion stattfindet.

Das Gewicht der Proben lag in Abhängigkeit von der Korngröße (Feinkies bis Feinsilt) zwischen 500 und

1000 Gramm. Alle Proben eines Flusses wurden vorsichtig mit einer Schaufel an einem oder zwei aufeinanderfolgenden Tagen entnommen.

2.4. Gewinnung der Schwermineraldaten

Von jeder Probe wurde zunächst die Korngrößenfraktion 500–250 Mikron, 250–125 Mikron, 125–63 Mikron sowie die Grob- und Feinanteile naß abgesiebt, die Festgesteine zuvor mechanisch auf Bruchstücke unter fünf Millimeter Durchmesser zerkleinert.

In den drei Sandfraktionen erfolgte die Abtrennung der Schwerminerale gravitativ mit Tetrabromethan in Scheidetrichern nach dem gängigen Verfahren (s. BOENIGK, 1983). Danach wurden die abgetrennten Schwerminerale trocken gewogen, für jede Probe in jedem Korngrößenbereich Streupräparate mit Bromnaphthalin als Einbettungsmittel angefertigt, sodann unter dem Polarisationsmikroskop pro Präparat 200–300 durchsichtige Schwermineral Körner und der Opakanteil ausgezählt und in Kornprozentwerte der einzelnen Mineralarten umgerechnet.

Bei der Ermittlung repräsentativer durchschnittlicher Kornprozentgehalte der verschiedenen Schwerminerale in einer Probe dienen die Gewichtsanteile der einzelnen Korngrößenfraktionen als Gewichtungsfaktoren. Da man quantitative Untersuchungen an Schwermineralen unter Berücksichtigung der Granularvariation, das ist die Korngrößenverteilung im Sediment (s. FÜCHTBAUER & MÜLLER, 1977 cum lit.) durchführen soll, erschienen die auf diese Weise gewichteten Durchschnittsgehalte einer Probe für die mathematisch-statistische Auswertung am besten geeignet. Sie werden teilweise der Feinsandfraktion (125–63 Mikron) gegenübergestellt, in der bei fossilen Sedimenten meist der Hauptteil an Schwermineralen auftritt.

2.5. Die Schwermineralspektren

2.5.1. Allgemeines

Die in einem Schwermineralspektrum enthaltenen Minerale werden quantitativ durch Häufigkeitszählungen erfaßt und als Prozentwerte der Gesamtheit aller vorkommenden Minerale dargestellt. Da eine Auflistung aller Proben unübersichtlich ist, beschränkt sich die folgende Übersicht auf die Beschreibung von Probengruppen entlang der Flüsse, die durch eine typische von anderen Proben abweichende Schwermineralführung gekennzeichnet sind. Analog wurden lithologisch gegliederte Gruppen der in der Umgebung der Flüsse anstehenden Gesteine erstellt. Wesentliche Informationen enthalten die tabellarischen Zusammenstellungen der elementaren statistischen Kenngrößen Mittelwert (arithmetisches Mittel), Standardabweichung und Wahrscheinlichkeit einer statistischen Normalverteilung¹⁾ der empirischen Häufigkeitsverteilung aus den Prozentwerten der verschiedenen Schwerminerale als Variablen

¹⁾ Der Normalverteilung folgen viele empirische Variablen in geologischen Datensätzen, die als homogene Gruppe betrachtet werden. Viele statistische Berechnungen und Testverfahren gehen von einer Normalverteilung der Daten aus. Ein sensibler Test um abzuklären, ob eine Normalverteilung vorliegt, ist der hier verwendete Kolmogoroff-Smirnow Test, der auf den Maximalunterschied zwischen den Summenkurven zweier Verteilungen als Prüfgrößen beruht (vgl. z. B. KREYSZIG, 1979).

für die unterschiedenen Gruppen in den Tabellen 1 und 2. Die Variabilität der Schwerminerale im Verlauf verschiedener Flüsse bzw. Flußabschnitte behandelt.

Auf eine Beschreibung der Schwerminerale wird, soweit nicht Ergänzungen zu den bekannten Darstellungen in verschiedenen Handbüchern (z. B. MILNER, 1962; PARFENOFF et al., 1970; TRÖGER, 1971; BOENIGK, 1983) angebracht sind, verzichtet. Bei den Prozentwerten summieren die transluzenten Minerale auf 100, durchsichtige Minerale, Opakanteil und Biotit (falls vorhanden) auf zusammen ebenfalls 100. Bei größerem Zirkongehalt wird zwischen idiomorphen und gerundeten Körnern unterschieden, und der idiomorphe Anteil in Prozenten des Gesamtgehaltes angeführt.

2.5.2. Beschreibung der Schwermineralspektren

2.5.2.1. Moldanubikum

(Tab. 1a, 1b, Abb. 7)

In den Flüssen des Moldanubikums lassen sich vier Schwermineralspektren unterscheiden, die in Aist und Zwetl nur lokale Fluktuationen in einem jeweils charakteristischen Spektrum zeigen, sich hingegen im Kamp zweimal verändern.

Die Aist besitzt ein Spektrum, das durchschnittlich zu etwa 85 % aus den Hauptmineralen Apatit (37 %), grüner Hornblende (21 %), idiomorphem Zirkon (15 %) und Epidot-Alterit (12 %) besteht. Weiters sind noch Granat (7 %), sowie untergeordnet Titanit, Monazit, Cassiterit, Turmalin und vereinzelt Rutil, Brookit-Leukoxen, Pyroxen, Korund, Sillimanit und Epidot vorhanden. Der Opakanteil (52 %) ist höher als der Gehalt an transluzenten Mineralen (44 %), der Biotitanteil beträgt 4 %. Das Spektrum repräsentiert gut, wie Vergleiche mit den Festgesteinen zeigen, die in der Umgebung anstehenden Granite, Granodiorite und vereinzelt Diorite des südböhmischen Granitmassivs. Unter den häufig auftretenden Mineralen sind Granat und Epidot-Alterit unregelmäßig verteilt. Bei Granat ist dies auf das unregelmäßige Vorkommen im Hinterland zurückzuführen, wo mitunter Restschollen metamorpher Gesteine auftreten, bei Epidot-Alterit wird die unterschiedliche Saussuritisierung der Plutonite durch große Transportinstabilität verstärkt. Diese ist auch für die unregelmäßige Biotitführung und den im Vergleich zu den Plutoniten deutlich niedrigeren Gehalt verantwortlich.

Die Zwetl und in der Forsetzung der Oberlauf des Kamp bis zum Ottensteiner Stausee unterscheiden sich von der Aist durch einen höheren Apatitanteil (53 %) und niedrigere Hornblendengehalte (6 %). Die durchsichtigen Minerale sind etwas häufiger (50 %) als die opaken (44 %). Das Spektrum entspricht dem rein granitischen Hinterland mit Weinsberger Granit.

Vom Ottensteiner Stausee flußabwärts (Kamp 1) verändert sich das Schwermineralspektrum sehr rasch durch eine starke Hornblendeschüttung von durchschnittlich 83 %. Daneben kommen noch Granat (9 %), Apatit (3 %), untergeordnet Titanit, Turmalin, Zirkon, Epidot-Alterit, Sillimanit, vereinzelt Rutil vor. Zirkon ist zu etwa zwei Drittel idiomorph ausgebildet. Die opaken Minerale (9 %) treten gegenüber den durchsichtigen (87 %) sehr zurück, der Biotitgehalt beträgt 4 %. Das Hinterland besteht vorwiegend aus Rastenberger Granodiorit, der nach den Festgesteinsproben das Schwermineralspektrum prägt. Der Umschlag ist dadurch bedingt, daß aus dem flußaufwärts (Zwetl, Kamp) gelegenen Weinsberger Granit kaum sandiges Sediment durch

Tabelle 1a: Schwermineralspektren rezenter Flußsande aus dem Moldanubikum.

AP (Apatit) + HBP (plutonische Hornblende) + GR (Granat) + EP (Epidot) + HBM (metamorphe Hornblende) + MHM (übrige Minerale aus mittel- bis hochgradigen Metamorphiten, hauptsächlich Sillimanit, Disthen, Staurolith) + TI (Titanit) + MO (Monazit) + TU (Turmalin) + ZR (Zirkon gesamt) + RU (Rutil) + PYR (Pyroxen) + EPAL (Epidot-Alterit) + RES (Rest: Cassiterit, Korund, Brookit-Leukoxen, Anatas) = 100 %.

DSM (durchsichtige Minerale) + OP (Opakanteil) + BI (Biotit) = 100 %.

n = Probenzahl; \bar{x} = arithmetisches Mittel; s = Standardabweichung, p = Wahrscheinlichkeit des Vorliegens einer statistischen Normalverteilung.

| | | AP | HBP | GR | EP | HBM | MHM | TI | MO | TU | ZR | RU | PYR | EPAL | RES | ZID | ZRU | DSM | OP | BI |
|-----------------------------|-----------|------|------|------|------|------|-----|-----|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Aist n = 48 | \bar{x} | 37.0 | 20.8 | 7.3 | x | - | 0.2 | 2.4 | 1.1 | 1.3 | 17.3 | 0.1 | x | 11.8 | 0.6 | 84.7 | 15.3 | 44.1 | 51.9 | 4.0 |
| | s | 9.1 | 14.5 | 7.9 | | - | 0.7 | 1.7 | 1.3 | 1.6 | 8.8 | 0.2 | | 11.1 | 1.7 | 9.4 | 9.4 | 13.5 | 13.7 | 6.3 |
| | p | 0.97 | 0.87 | 0.01 | | | | | 0.07 | | | 0.65 | | | 0.01 | | 0.11 | 0.11 | 1.00 | 0.89 |
| Zwettl n = 23 | \bar{x} | 53.1 | 6.1 | 6.8 | - | - | 0.9 | 1.4 | 1.0 | 0.9 | 19.9 | 0.1 | - | 10.0 | 0.2 | 79.9 | 20.1 | 49.7 | 44.5 | 5.9 |
| | s | 16.1 | 7.0 | 5.3 | - | - | 3.0 | 1.3 | 0.7 | 0.8 | 9.3 | 0.2 | - | 11.5 | 0.3 | 9.7 | 9.7 | 7.3 | 9.1 | 5.4 |
| | p | 0.95 | 0.11 | 0.33 | | | | | | | 0.68 | | | 0.04 | | 0.62 | 0.62 | 0.36 | 0.99 | 0.17 |
| Kamp 1 n = 17 | \bar{x} | 3.9 | 83.3 | 8.9 | - | - | 0.3 | 1.4 | x | 0.4 | 0.9 | 0.1 | - | 0.7 | x | 66.0 | 34.0 | 86.7 | 8.9 | 4.4 |
| | s | 1.8 | 18.4 | 10.9 | - | - | 0.6 | 0.7 | | 0.6 | 0.6 | 0.2 | - | 2.4 | | 20.9 | 20.9 | 4.9 | 4.5 | 6.1 |
| | p | 0.84 | 0.13 | 0.22 | | | | | | | | | | | | 0.67 | 0.67 | 0.85 | 0.94 | 0.23 |
| Kamp 2 n = 29 | \bar{x} | 3.0 | 42.2 | 38.9 | 2.6 | 9.6 | 0.7 | 1.2 | x | 0.8 | 0.7 | 0.1 | 0.1 | x | x | 58.3 | 41.7 | 86.8 | 10.4 | 2.8 |
| | s | 1.3 | 10.3 | 14.5 | 2.0 | 7.3 | 0.7 | 0.7 | | 1.5 | 0.5 | 0.1 | 0.3 | | | 17.2 | 17.2 | 4.8 | 2.7 | 4.4 |
| | p | 0.88 | 0.42 | 0.95 | 0.24 | 0.56 | | | | | | | | | | 0.08 | 0.08 | 0.28 | 0.67 | 0.01 |
| Gesamt 500-63 n = 117 | \bar{x} | 27.1 | 32.3 | 15.3 | 0.7 | 2.4 | 0.5 | 1.7 | 0.7 | 0.9 | 11.2 | 0.1 | 0.05 | 6.8 | 0.25 | 74.5 | 25.5 | 62.3 | 33.6 | 4.1 |
| | s | 21.9 | 25.0 | 16.8 | 2.2 | 5.5 | 1.8 | 1.3 | 1.0 | 1.3 | 10.8 | 0.1 | 0.2 | 10.1 | 1.1 | 17.6 | 17.6 | 22.0 | 21.6 | 5.6 |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Gesamt 125-63 n = 117 | \bar{x} | 26.5 | 31.0 | 10.2 | 0.8 | 2.9 | 0.1 | 1.7 | 0.9 | 0.4 | 18.4 | 0.1 | 0.1 | 6.7 | 0.2 | 65.5 | 34.5 | 68.0 | 30.6 | 1.3 |
| | s | 19.1 | 25.9 | 12.1 | 1.8 | 6.1 | 0.3 | 1.4 | 1.4 | 0.9 | 16.0 | 0.1 | 0.3 | 9.8 | 0.6 | 22.6 | 22.6 | 18.0 | 18.0 | 2.5 |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabelle 1b: Schwermineralspektren von Gesteinen in der Umgebung der untersuchten Flüsse des Moldanubikums. Erläuterungen siehe Tabelle 1a.

| | | AP | HBP | GR | EP | HBM | MHM | TI | MO | TU | ZR | RU | PYR | EPAL | RES | ZID | ZRU | DSM | OP | BI |
|------------------------------------|---|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|------|------|------|------|------|
| Granit n = 12 | x | 72.2 | 4.3 | 2.8 | - | - | - | 1.6 | 0.5 | 1.6 | 11.8 | 0.1 | - | 4.3 | 0.8 | 91.6 | 8.4 | 15.5 | 5.9 | 78.6 |
| | s | 15.7 | 7.0 | 3.6 | - | - | - | 2.3 | 1.9 | 1.5 | 9.7 | 0.1 | - | 8.9 | 1.7 | 12.7 | 12.7 | 14.1 | 4.5 | 14.1 |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Diorit, Granodiorit n = 6 | x | 10.2 | 85.3 | 2.7 | - | - | - | 0.6 | 0.1 | 0.1 | 0.6 | 0.1 | - | 0.1 | 0.2 | 96.3 | 3.7 | 42.0 | 6.2 | 51.8 |
| | s | 15.1 | 18.3 | 4.3 | - | - | - | 0.7 | 0.1 | 0.1 | 0.8 | 0.1 | - | 0.1 | 0.5 | 6.4 | 6.4 | 25.4 | 8.6 | 33.6 |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Orthogneis n = 6 | x | 73.4 | 6.9 | 15.2 | 0.4 | - | - | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 2.1 | 0.1 | - | - | 0.1 | 78.6 | 21.4 | 16.7 | 23.2 | 60.1 |
| | s | 8.7 | 11.6 | 12.2 | 0.4 | - | - | 0.3 | 0.9 | 0.4 | 3.0 | 0.2 | - | - | 0.2 | 20.8 | 20.8 | 20.2 | 32.9 | 46.9 |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Paragneis, Granulit n = 8 | x | 16.7 | - | 71.7 | 3.0 | 1.0 | 2.9 | 0.5 | - | 3.2 | 1.0 | - | - | - | - | 20.8 | 79.2 | 70.6 | 1.6 | 27.8 |
| | s | 13.6 | - | 30.2 | 4.6 | 1.1 | 2.9 | 1.2 | - | 6.6 | 2.0 | - | - | - | - | 18.9 | 18.9 | 36.4 | 1.4 | 36.6 |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Amphibolit, Ultrabasit n = 5 | x | 0.8 | - | 5.0 | 15.6 | 71.9 | - | 0.1 | - | 1.8 | 0.1 | - | 3.1 | - | 1.6 | x | x | 94.3 | 5.7 | - |
| | s | 1.1 | - | 7.4 | 26.3 | 44.2 | - | 0.1 | - | 2.5 | 0.1 | - | 7.2 | - | 3.7 | | | 8.1 | 8.1 | - |
| | p | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

den Stausee transportiert wird. Höhere Granatgehalte finden wir nur in den weitest flußabwärts gelegenen Proben des hornblendereichen Spektrums bei Krumau, hier bestehen die Umgebungsgesteine bereits aus verschiedenen Gneisen der metamorphen Umrahmung des südböhmischen Granitmassivs.

Von Krumau flußabwärts steigt der Granatanteil weiter an, was schließlich zur Unterscheidung eines Hornblende-Granat-Mischspektrums (Kamp 2) führt, das im Durchschnitt zu 42 % aus plutonischer grüner Hornblende und zu 39 % aus Granat besteht. Nördlich von Gars setzt eine Schüttung von metamorpher grüner Hornblende mit durchschnittlich 10 % ein. Eine Unterscheidungsmöglichkeit der beiden Hornblende-Varianten bietet die gedrungene prismatische Kristallform mit etwas höherer Lichtbrechung aus den Plutoniten (Hastingsit) bzw. die vorwiegend gestreckte Form und etwas niedrigere Lichtbrechung aus Amphiboliten (Tschermakit). Die restlichen 9 % des Spektrums bilden Apatit, Epidot, Titanit, Turmalin, Zirkon, vereinzelt Disthen, Staurolith, Sillimanit, Rutil und Pyroxen. Die durchsichtigen Minerale (87 %) bleiben gegenüber den

opaken (10 %) dominant, Biotit nimmt auf 3 % ab. Das Mischspektrum besteht somit aus dem verdünnten Hornblendeanteil, der flußaufwärts im Bereich des Rastenberger Granodiorits vorherrscht und flußab transportiert wird, sowie aus dem neu hinzutretenden metamorphen Anteil der am Unterlauf des Kamp anstehenden Gesteine (s. Kap. 2.2.). Die Spuren von Pyroxen dürften aus Ultrabasitkörpern in den Metamorphiten stammen. Der unterste Flußabschnitt, der durch Molasse bzw. durch Alluvium führt, bringt keine weitere Veränderung des Mischspektrums.

Insgesamt betrachtet, findet man eine enge Abhängigkeit von lokalen Variationen der Festgesteine mit größerer Variabilität der Schwermineralführung im oberen Teil, mehr Homogenität infolge Durchmischung im unteren Teil der Flüsse. Die beschriebenen Spektren stehen in Einklang mit der regionalen Geologie des Moldanubikums. Die zur Kennzeichnung der verschiedenen Spektren wichtigsten Minerale sind Apatit, Hornblende, Granat, Zirkon, Epidot-Alterit und der Opakanteil (vgl. die Kreisdarstellungen in Abb. 7). In der Feinfraktion hat von diesen Mineralen Granat niedrigere,

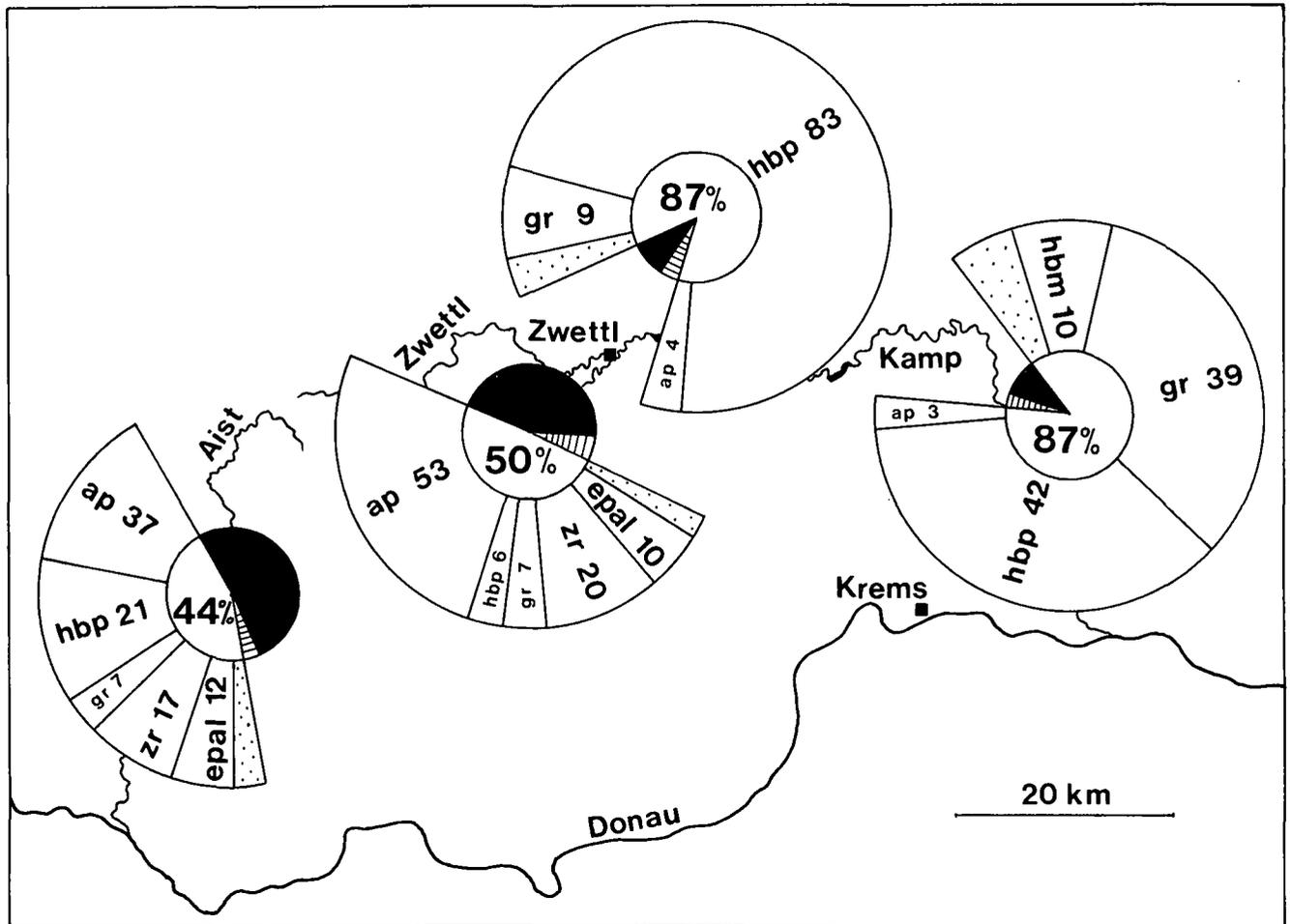


Abb. 7: Schwermineralspektren rezenter Flußsande des Moldanubikums, prozentmäßig aufgeteilt wie in Tab. 1a. Die Segmente im inneren Kreis bedeuten: weiß = durchsichtige Minerale; schwarz = Opakanteil; schraffiert = Biotit. Im äußeren Kreisringteil sind die wichtigsten durchsichtigen Schwerminerale nach Tab. 1a enthalten, punktiert der Rest.

hingegen Zirkon höhere Gehalte als in der gewichteten Gesamtfraction, weiters konnte eine signifikante²⁾ Granularvariation bei Biotit und gerundetem Zirkon beobachtet werden. Im Vergleich zu den Gesteinen des Anstehenden sind folgende Veränderungen hervorzuheben: Anreicherung von Opakanteil, Zirkon, teilweise von Epidot-Alterit und Granat, Verarmung an Apatit und Biotit im Bereich der Plutonite, ebenfalls Verarmung an Apatit und Biotit in den Metamorphiten. Wegen der geringen Probenzahl in den Umgebungsgesteinen können obige Aussagen nur als erster Anhaltspunkt dienen und sind durch eine weiterführende multivariate statistische Auswertung zu überprüfen.

2.5.2.2. Steirisches Randgebirge und Steirisches Becken

(Tab. 2a, 2b, Abb. 8)

Die untersuchten Flüsse aus dem Steirischen Randgebirge zeigen mit Ausnahme des Weizbaches eine einheitliche Schwermineralführung, insgesamt wurden vier Spektren unterschieden.

Die Schwermineralverteilung der Sulm wird durch Granat (71 %) geprägt, gefolgt von Epidot (18 %) und

Hornblende (8 %). Untergeordnet sind Rutil, Apatit, Turmalin und Zirkon vorhanden, daneben noch einzelne Körner von Staurolith, Disthen und Chloritoid. Die opaken Minerale (6,5 %) treten im Vergleich mit den transluzenten (93,5 %) weit zurück. Das metamorphe Spektrum mit dem hohen Granatanteil und wenig Hornblende entspricht den Plattengneisen und den selteneren Amphiboliten der Koralpe, die im obersten Flußabschnitt anstehen; im Jungtertiär des Weststeirischen Beckens kommt noch Epidot als wichtige Komponente dazu (vgl. NEBERT, 1983a, 1983b).

Im Weizbach treten zwei Schwermineralgesellschaften auf. Im Oberlauf finden wir eine Schwermineralverteilung mit den Leitmineralen grüne Hornblende (55 %) und Apatit (24 %), weiters Epidot (6 %) und Granat (5 %). Außerdem sind noch gerundeter Zirkon, Turmalin und Rutil mit zusammen 5,5 % vorhanden, seltener Chloritoid, vereinzelt Disthen, Brookit-Leukoxen, Anatas. Der Opakanteil ist mit 80 % sehr hoch. Einzugsgebiet ist das Grazer Paläozoikum: Hornblende und der größte Teil an Apatit und Epidot stammen aus Diabasen und Grünschiefern, Granat und der Rest von Apatit und Epidot aus Kalken und Kalkmarmoren, Zirkon, Turmalin und Rutil vorwiegend aus Quarziten.

Flußabwärts nimmt nach Verlassen des Paläozoikums und dem Eintreten in das Jungtertiär des Oststeirischen Beckens der Granatgehalt rasch zu und dominiert schließlich mit 57 %. Damit geht eine Abnahme von Hornblende (19 %) und Apatit (8 %) einher. Epidot

²⁾ Die statistische Überprüfung erfolgte über den Vergleich zweier Mittelwerte mit dem t-Test (vgl. KREYSZIG, 1979) unter Annahme einer Irrtumswahrscheinlichkeit <1 %.

steigt auf 9 % an. Die übrigen Minerale bleiben ähnlich dem Oberlauf verteilt, nur Staurolith nimmt leicht zu. Die Änderung des Schwermineralspektrums wird durch den Übergang in eine neues Einzugsgebiet, das Jungtertiär des Steirischen Beckens, verursacht, das in den

Randbereichen zum Ostalpin vorwiegend Granat in den Unterlauf des Weizbachs liefert (vgl. KRAINER, 1984). Nach der Einmündung in die Raab, die vorher das Radegunder Kristallin durchströmt, das in diesem Bereich größtenteils aus Schiefergneisen besteht (s. NEUBAUER

Tabelle 2a: Schwermineralspektren rezenter Flußsande aus Steirischem^o Randgebirge, Grazer Paläozoikum und Steirischem Becken.

AP (Apatit) + GR (Granat) + EP (Epidot) + HB (Hornblende) + CD (Chloritoid) + ST (Staurolith) + DI (Disthen) + TU (Turmalin) + ZR (Zirkon) + RU (Rutil) + RES (Rest: Titanit, Sillimanit, Orthit, Korund, Pyroxen, Brookit-Leukoxen, Anatas) = 100 %. DSM (durchsichtige Minerale) + OP (Opakanteil) + BI (Biotit) = 100 %. n = Probenzahl; \bar{x} = arithmetisches Mittel; s = Standardabweichung, p = Wahrscheinlichkeit des Vorliegens einer statistischen Normalverteilung.

| | | AP | GR | EP | HB | CD | ST | DI | TU | ZR | RU | RES | DSM | OP |
|----------------------------------|-----------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|-----|------|------|------|
| Sulm n = 38 | \bar{x} | 1.2 | 70.8 | 17.6 | 7.6 | x | 0.2 | 0.1 | 0.6 | 0.3 | 1.5 | x | 93.5 | 6.5 |
| | s | 1.0 | 9.7 | 7.0 | 3.6 | | 0.3 | 0.2 | 0.5 | 0.4 | 1.4 | | 3.5 | 3.5 |
| | p | 0.14 | 0.97 | 0.84 | 0.44 | | | | | | | | 0.03 | 0.03 |
| Weizbach vulk.-sed. n = 16 | \bar{x} | 27.4 | 5.1 | 6.4 | 54.6 | 0.7 | - | x | 2.0 | 2.5 | 1.0 | 0.2 | 19.7 | 80.3 |
| | s | 10.1 | 2.7 | 3.9 | 14.9 | 1.5 | - | | 1.6 | 1.8 | 1.2 | 0.4 | 6.1 | 6.1 |
| | p | 0.79 | 0.49 | 0.49 | 0.92 | | | | 0.37 | 0.77 | | | 0.93 | 0.93 |
| Weizbach Jungtert. n = 13 | \bar{x} | 8.0 | 57.4 | 8.7 | 19.1 | 0.6 | 0.7 | 0.2 | 2.4 | 1.5 | 1.1 | 0.3 | 38.2 | 61.8 |
| | s | 5.3 | 21.1 | 3.1 | 15.4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 1.1 | 2.0 | 0.7 | 0.4 | 18.8 | 18.8 |
| | p | 0.48 | 0.99 | 0.67 | 0.76 | | | | 0.62 | | | | 0.52 | 0.52 |
| Pinka n = 41 | \bar{x} | 2.6 | 31.7 | 44.0 | 17.1 | 1.4 | 0.2 | 0.2 | 1.0 | 0.7 | 1.0 | 0.1 | 74.1 | 25.9 |
| | s | 1.9 | 15.8 | 17.3 | 8.1 | 2.3 | 0.3 | 0.2 | 1.3 | 0.9 | 1.7 | 0.3 | 12.1 | 12.1 |
| | p | 0.24 | 0.62 | 0.42 | 0.91 | | | | | | | | 0.04 | 0.04 |
| Gesamt 500-63 n = 108 | \bar{x} | 6.4 | 44.6 | 24.9 | 19.5 | 0.7 | 0.2 | 0.15 | 1.2 | 0.95 | 1.2 | 0.2 | 68.6 | 31.4 |
| | s | 10.0 | 27.1 | 19.3 | 18.0 | 1.7 | 0.4 | 0.25 | 1.3 | 1.4 | 1.4 | 0.35 | 28.4 | 28.4 |
| Gesamt 125-63 n = 108 | \bar{x} | 8.2 | 44.5 | 25.3 | 14.4 | 1.1 | 0.05 | 0.15 | 1.1 | 1.5 | 3.0 | 0.7 | 72.2 | 27.8 |
| | s | 11.5 | 27.1 | 19.2 | 12.2 | 2.6 | 0.1 | 0.3 | 1.2 | 2.2 | 4.6 | 0.6 | 23.6 | 23.6 |

Tabelle 2b: Schwermineralspektren von Gesteinen in der Umgebung der untersuchten Flüsse im Steirischen Randgebirge, Grazer Paläozoikum und Steirischem Becken. Erläuterungen siehe Tabelle 2a.

| | | AP | GR | EP | HB | CD | ST | DI | TI | TU | ZR | RU | DSM | OP | |
|---------------------------|---|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|------|------|------|
| Plattengneis n = 6 | x | 3.3 | 93.8 | 2.1 | - | - | x | x | - | 0.6 | x | - | 94.3 | 5.7 | |
| | s | 1.5 | 4.0 | 2.7 | - | - | - | - | - | 0.9 | - | - | 2.0 | 2.0 | |
| Pegmat.Gneis n = 2 | x | 5.0 | 55.5 | 1.0 | - | - | - | - | - | 38.5 | - | - | 96.0 | 4.0 | |
| Augengneis n = 2 | x | 88.5 | 10.0 | 0.5 | 0.5 | - | - | - | - | 0.5 | - | - | 26.0 | 74.0 | |
| Diaphthor.Gneis n = 3 | x | 27.3 | 3.7 | 66.0 | 1.0 | - | - | - | - | 1.5 | - | 0.5 | 51.0 | 49.0 | |
| Grünschiefer n = 3 | x | 4.7 | - | 33.6 | 60.8 | - | - | - | x | 0.7 | - | - | 25.7 | 74.3 | |
| Diabas n = 3 | x | 24.0 | 2.0 | 17.3 | 53.7 | - | - | - | x | 1.0 | 1.2 | 0.6 | 13.3 | 86.7 | |
| Kalk, Kalkmarmor n = 3 | x | 9.3 | 81.3 | 2.2 | 1.3 | - | - | - | - | 0.8 | 3.3 | 1.8 | 16.0 | 84.0 | |
| Quarzit n = 2 | x | 6.0 | 19.5 | 2.5 | 4.5 | - | - | - | - | 3.5 | 63.5 | 0.5 | 38.0 | 62.0 | |
| Jungtertiär | Friedberger Bucht, Basis n = 5 | x | 13.6 | 44.6 | 31.7 | 1.0 | 1.8 | x | 0.8 | 1.6 | 1.8 | 1.3 | 1.7 | 57.1 | 42.9 |
| | | s | 7.0 | 15.4 | 8.2 | 1.2 | 1.6 | | 1.2 | 1.8 | 2.3 | 0.5 | 0.9 | 9.9 | 9.9 |
| | Friedberger B. Baden-Pannon n = 5 | x | 2.3 | 11.7 | 68.8 | 6.6 | 1.6 | x | 0.6 | 1.6 | 1.9 | 1.5 | 3.3 | 63.8 | 36.2 |
| | s | 1.1 | 6.3 | 13.3 | 10.4 | 1.5 | | 0.7 | 1.3 | 1.3 | 0.7 | 1.6 | 7.3 | 7.3 | |
| | Eibiswalder B. n = 4 | x | 3.0 | 53.8 | 30.8 | 1.5 | 0.5 | 0.8 | 0.8 | 0.3 | 3.0 | 2.0 | 3.5 | 54.5 | 45.5 |

& STATTEGGER, 1981), wird die Granatführung nochmals bis auf 85 % erhöht.

Die Pinka führt ein Epidot(44 %)-Granat(32 %)-Hornblende(17 %)-Spektrum mit zusammen 93 % dieser drei Minerale. Untergeordnet kommen Apatit, Chloritoid, Turmalin, Zirkon, Staurolith und Disthen, vereinzelt Rutil, Brookit-Leukoxen und Korund vor. Die durchsichtigen Minerale überwiegen mit 74 %, der Opakanteil beträgt 26 %. Die Schwermineralverteilung wird im obersten Flußabschnitt durch die meist diaphthoritischen Gneise und Glimmerschiefer und darin eingelagerte Grünschiefer des Wechselkristallins als Einzugsgebiet bestimmt, flußabwärts durch dessen jungtertiäre Aufarbeitungsprodukte bzw. quartäre Ablagerungen. Das Vorherrschen von Epidot und der im Vergleich mit anderen Spektren höhere Gehalt an Chloritoid (1,4 %) zeigen die retrograde Metamorphose an. Häufige Granatmaxima im mittleren Flußabschnitt konnten in den Umgebungsgesteinen nur im basalen Jungtertiär nachgewiesen werden (vgl. NEBERT, 1982, 1983a).

In den drei untersuchten Flüssen stehen die metamorphen bzw. sedimentär-vulkanogenen paläozoischen Liefergebiete nur im Oberlauf an, die längeren Flußab-

schnitte befinden sich in jungtertiären Lockersedimenten oder Quartär, den älteren Aufarbeitungsprodukten der Alimentationsgebiete, so daß in den Flüssen eine mindestens sekundäre Umlagerung der Ausgangsgesteine stattfindet. Die wichtigsten fluviatilen Schwerminerale sind Granat, Epidot und Hornblende mit zusammen 89 % im Gesamtdurchschnitt. Dabei zeigt sich, daß auch das Jungtertiär Granat- oder Epidotvormacht aus dem Kristallin des Steirischen Randgebirges besitzt, hingegen das Grazer Paläozoikum kaum Spuren im Tertiär hinterläßt. So ist das Schwermineralspektrum der Sulm recht einheitlich ausgebildet, da alle Umlagerungen von ähnlichen Spektren, in denen Granat überwiegt, ausgehen. Im Weizbach hingegen wird das vulkanogen-sedimentäre Spektrum mit Hornblende und Apatit nach Verlassen des Grazer Paläozoikums rasch ausgedünnt und geht in eine dem dortigen Jungtertiär entsprechende Granatdominanz über, die, wenn man das granatreiche Spektrum der Raab zum Vergleich heranzieht, aus der Aufarbeitung des Radegunder Kristallins stammen dürfte. Die Pinka fließt größtenteils durch Jungtertiär und Quartär, die Schwankungen bei Epidot, Granat und Hornblende sind in den verschiede-

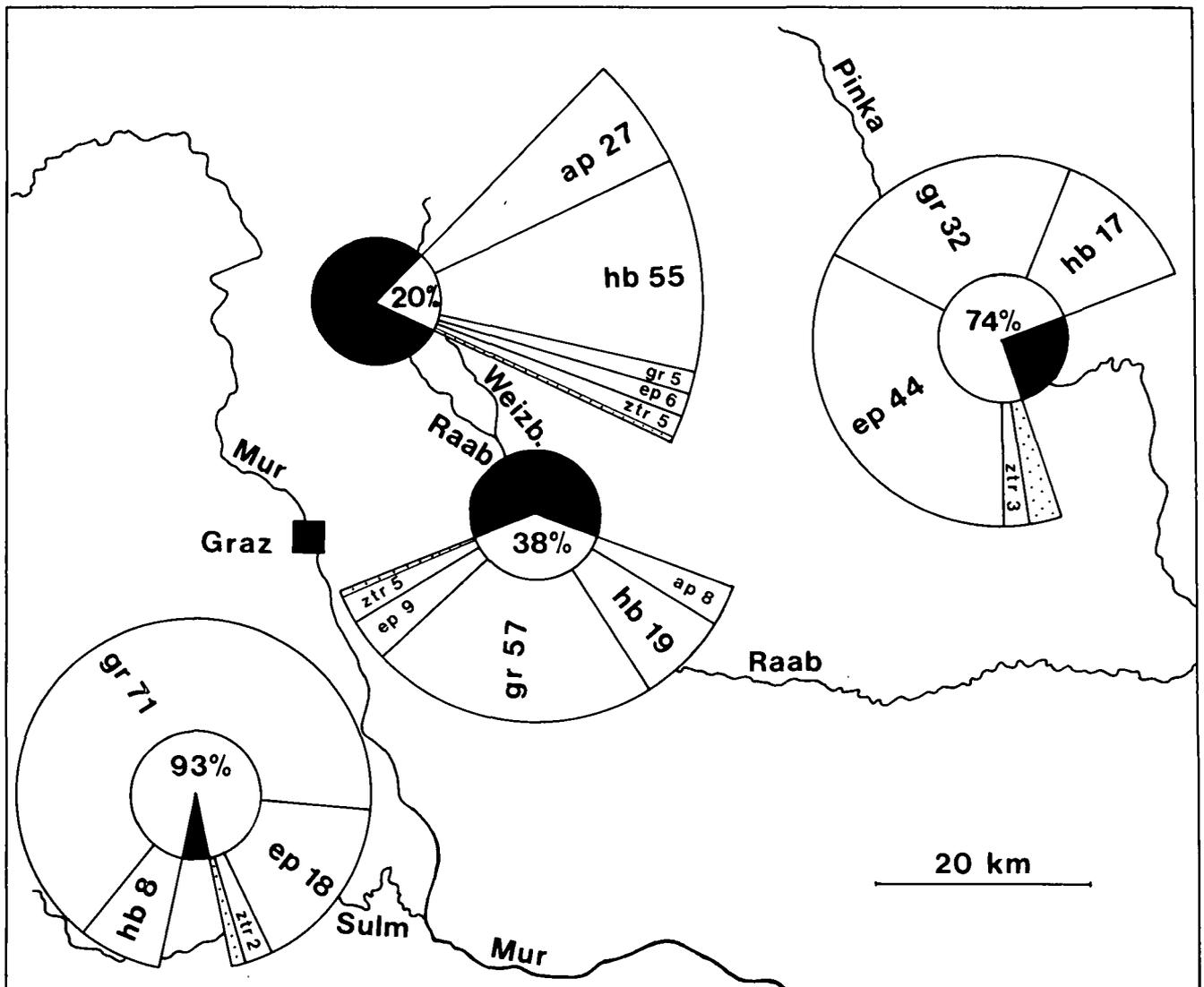


Abb. 8: Schwermineralspektren rezenter Flußsande aus dem Steirischen Randgebirge, Grazer Paläozoikum und Steirischem Becken, prozentmäßig aufgeteilt wie in Tab. 2a. Der innere Kreis ist nach Opakanteil (schwarz) und durchsichtigen Mineralen segmentiert. Der äußere Kreisringteil enthält die wichtigsten durchsichtigen Schwerminerale nach Tab. 2a, punktiert den Rest.

nen stratigraphischen Niveaus des Jungtertiärs vorgezeichnet und durch mehrmalige Umlagerung möglicherweise verzerrt.

Alle Spektren sind durch unterschiedliche Relationen der drei häufigsten Minerale Granat, Epidot und Hornblende bestimmt, die aus den unter- und mittelostalpinen Metamorphiten des Steirischen Randgebirges stammen und ähnlich ihren dortigen Relativanteilen in die Flüsse gelangen dürften, wenn man von kleineren Veränderungen infolge Umlagerung absieht. Dazu tritt im Oberlauf des Weizbaches noch Apatit als wichtige Komponente. Die Unterscheidung vulkanischer Hornblende aus dem Grazer Paläozoikum von metamorpher aus dem Kristallin war mineraloptisch nicht möglich.

Granularvariation ließ sich beschränkt bei Hornblende mit einer Abnahme in der Feinfraktion nachweisen, was als Anzeichen von Transportinstabilität gedeutet werden könnte. Bei Rutil findet man gemäß der hohen Dichte eine Anreicherung in der Feinfraktion, jedoch sind die Prozentsätze insgesamt sehr gering.

3. Quantitative Bestimmung von Liefergebieten aus Schwermineralspektren mit der erweiterten Q-Modus Faktorenanalyse

Ausgehend von den Daten der gewichteten Gesamtfraktion, welche die Schwermineralverteilungen quantitativ am besten beschreiben, folgt der Versuch, die Beziehungen zwischen den fluviatilen Spektren und den Ausgangsgesteinen mit Hilfe der multivariaten Statistik präzise zu erfassen und dabei auch fossile Schwermineralverteilungen aus Sandsteinen einzubeziehen. Darauf aufbauend werden in Kap. 4 die Variationen der Schwermineralführung entlang der Flüsse und in einem Sandsteinprofil untersucht.

3.1. Methodik

3.1.1. Allgemeines

Die vorliegenden Schwermineraldaten sind ihrer Struktur nach Kompositionsdaten, da sich die schwermineralogische Zusammensetzung einer Probe aus den Relativanteilen der einzelnen Schwerminerale am Gesamtgehalt, ausgedrückt in Kornprozentwerten einer konstanten Gesamtsumme, ergibt. Das Ziel der statistischen Analyse ist die genaue Erfassung der Ausgangsgesteine. Dies ist der Schlüssel zur Bestimmung der plattentektonischen Position von klastischen Sedimenten. Da ein Schwermineralspektrum ein Mischungsverhältnis in Abhängigkeit von der regionalen Verbreitung der Ausgangsgesteine und vom Transport darstellt, ist es wichtig, geologisch sinnvolle Endglieder als Liefergebiete aus den Mischungsproportionen der Schwermineralverteilungen in den Sedimenten zu ermitteln. Für eine statistische Bearbeitung bieten sich daher Verfahren der multivariaten Statistik an. Unter der Vielzahl der Methoden werden in der Geologie Cluster-, Faktoren- und Diskriminanzanalyse in verschiedenen Varianten häufig verwendet (vgl. z. B. KRUMBEIN & GRAYBILL, 1965; JÖRESKOG et al., 1976; LE MAITRE, 1982 cum lit.), um die Anzahl der Variablen zu reduzieren und Proben objektiv zu klassifizieren. Vom Ansatz her unterscheidet man R-Modus-Analyse, welche die Beziehungen zwi-

schen den Variablen untersucht und Q-Modus-Analyse, die Proben miteinander vergleicht.

Bei Schwermineraldaten bietet die Q-Modus-Faktorenanalyse zusätzlich die Möglichkeit, errechnete Faktoren auf Liefergebiete rückzuführen: Petrogenetisch verwandte und statistisch korrelierte Minerale werden in einem Faktor zusammengefaßt, der sich geologisch sinnvoll als Liefergebiet darstellen lassen soll (vgl. die klassischen Studien von IMBRIE & VAN ANDEL, 1964; BRIGGS, 1965). Die prinzipielle Schwierigkeit bei Anwendung dieser Methoden liegt in der vorher erwähnten Struktur der Schwermineraldaten, die als Kompositionsdaten ein geschlossenes System mit konstanter Variablensumme bilden (s. CHAYES, 1971; AITCHISON, 1982, 1983, 1984), wodurch die echten Korrelationen zwischen den Variablen stark verzerrt werden können. Andererseits setzt die Rekonstruktion von verschiedenen Ausgangsgesteinen als Unterscheidungskriterium die Bildung von Mineralgruppen voraus, deren Variablen innerhalb einer Gruppe positiv und zu den Variablen anderer Gruppen nicht oder negativ korreliert sind. Ein spezieller Ansatz zur Q-Modus-Faktorenanalyse von Kompositionsdaten wurde von KLOVAN & IMBRIE (1971), MIESCH (1976) und KLOVAN & MIESCH, (1976) entwickelt, der sich für die Analyse der Schwermineraldaten geeignet erwies und daher kurz erläutert wird.

3.1.2. Erweiterte Q-Modus-Faktorenanalyse

Die Faktorenanalyse hat das Ziel, aus einer Menge quantitativ beschriebener Variablen oder Proben hypothetische Größen in Form von Faktoren abzuleiten. Die Zusammenhänge zwischen m Variablen und n Proben werden durch Ähnlichkeitsmaße ausgedrückt und in Matrixform angeordnet (siehe ÜBERLAA, 1968; DAVIS, 1973). Aus der Analyse der Ähnlichkeitsmatrix mittels Extraktion von Eigenvektoren und Eigenwerten erhält man die Faktoren. Diese weisen bestimmte Beziehungen zu den Variablen und Proben auf, lassen sich geometrisch als Vektoren in einem Variablen- oder Probenraum darstellen und enthalten in Abhängigkeit von der Vektorlänge, das ist der zugehörige Eigenwert, einen bestimmten Teil der Datenvarianz.

Die Q-Modus-Faktorenanalyse geht von einer Ähnlichkeitsmatrix der Proben aus. An quantitativen Ergebnissen unterscheidet man Faktorenladungen (factor loadings), das sind die Anteile der Proben und Faktorenwerte (factor scores), welche die Anteile der Variablen an jedem Faktor enthalten. Um die Berechnung sehr großer Matrizen, wie sie bei einer größeren Probenzahl anfallen, zu vermeiden, kann die Extraktion von Eigenvektoren und Eigenwerten nach KLOVAN & IMBRIE (1971) in deren Computer-Programm CABFAC auf eine Ähnlichkeitsmatrix der Variablen beschränkt bleiben, aus der dann die Faktoren berechnet werden.

Ein Element z_{ik} einer standardisierten Datenmatrix wird über die Variablen als Linearkombination von q Faktoren ausgedrückt:

$$z_{ik} = a_{i1} f_{k1} + a_{i2} f_{k2} + \dots + a_{iq} f_{kq} \quad (3.1.)$$

$i = 1, \dots, n$ (Proben)
 $k = 1, \dots, m$ (Variablen)
 $p = 1, \dots, q$ (Faktoren)

oder:

$$[Z] = [A][F] \quad (3.2.)$$

[Z] = Matrix der standardisierten Ausgangsdaten $\{z_{ik}\}$
 [A] = Matrix der Faktorenladungen $\{a_{ip}\}$
 [F] = Matrix der Faktorenwerte $\{f_{kp}\}$

Das meistverwendete Ähnlichkeitsmaß zum Vergleich zweier Proben i und j mit m Variablen k ist der Kosinus-Theta-Koeffizient:

$$\cos \vartheta_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk}}{\left[\sum_{k=1}^m (x_{ik})^2 \sum_{k=1}^m (x_{jk})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.3.)$$

der die proportionalen Ähnlichkeiten zwischen den Proben beschreibt und daher besonders bei der Analyse von Kompositionsdaten, die in Form von Proportionen (z. B. Prozenten) vorliegen, geeignet ist.

Bei Standardisierung der Daten:

$$z_{ik} = \frac{x_{ik}}{\left[\sum_{k=1}^m (x_{ik})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.4.)$$

errechnet sich die n-n Ähnlichkeitsmatrix [S] der Proben:

$$[S] = [Z][Z'] \quad (3.5.)$$

und folgt dem Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse:

$$[S] = [A][A'] \quad (3.6.)$$

mit:

$$[A'][A] = [L] \quad (3.7.)$$

und:

$$[A] = [V][L] \quad (3.8.)$$

$\lambda = 0$

wobei [V] der Matrix der Eigenwerte von [S] entspricht und [L] einer Diagonalmatrix der von Null verschiedenen Eigenwerte λ in [S].

Analog ist:

$$[R] = [Z'] [Z] \quad (3.9.)$$

die m-m Ähnlichkeitsmatrix [R] der Variablen aus den standardisierten Daten. Nach den Regeln der Matrixalgebra gleichen einander die Elemente der Diagonalmatrix [L] der von Null verschiedenen Eigenwerte in [Z][Z'] und [Z'] [Z], sodaß deren Berechnung nach (3.9.) von [R] mit m-m Elementen nach der Zahl der Variablen, meist wesentlich kleiner als [S], ausgehen kann:

$$[R] = [V][L][V'] \quad (3.10.)$$

V stellt die Matrix der mit [L] verbundenen Eigenvektoren in Form von normalisierten Spaltenvektoren bezüglich der Proben dar. Damit folgt aus (3.5.):

$$[S] = [Z][V][Z'] [V'] \quad (3.11.)$$

da [V] normalisiert ist und weiters aus (3.6.) und (3.7.):

$$[A] = [Z][V] \quad (3.12.)$$

Die Datenmatrix [Z] muß somit nur mehr mit der Matrix der Eigenvektoren [V], die aus der Ähnlichkeitsmatrix der Variablen gewonnen wurde, multipliziert werden, um die gewünschte Matrix der Faktorenladungen [A] zu erhalten und in weiterer Folge die Matrix der Faktorenwerte [F]:

$$[F] = [Z'] [A][L] = [R][V][L] \quad (3.13.)$$

Mit den Faktorenladungen können die Kommunalitäten der Variablen

$$(h_k)^2 = \sum_{p=1}^q (a_{kp})^2 \quad (3.14.)$$

bestimmt werden, das sind die Varianzanteile der Proben, die durch das Faktorenmodell mit einer entsprechenden Anzahl von Faktoren erklärt werden und so groß wie möglich sein sollen.

Zur besseren Anpassung an die Daten läßt man die Faktoren um einen optimalen Drehwinkel rotieren. Mann kann dabei nach dem Varimax-Kriterium vorgehen, wonach durch orthogonale Drehung der Faktoren die Varianz der Faktorenladungen maximiert wird oder nach dem Promax-Kriterium, bei dem anschließend an die Varimax-Rotation die Abstände der Proben zu den Faktoren minimiert werden, was in einer schiefwinkligen Drehung resultiert (oblique projection nach MANSON & IMBRIE, 1964):

$$[A_{var}] = [A][T] \quad (3.15.)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$\alpha = \text{Drehwinkel}$

$$[A_{obl}] = [A_{var}][T] \quad (3.16.)$$

Für Kompositionsdaten modifizierten KLOVAN & MIESCH (1976) und MIESCH (1976) die Methode zur erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse "extended Q-mode factor analysis", aus deren Ergebnissen mit dem Programm QMODEL Endglieder modelliert werden können. Durch die konstante Variablensumme kann man über Skalierungsfaktoren (scale factors) s_p , unter Berücksichtigung der Maximalwerte x_{max} und Minimalwerte x_{min} eine Normierung der Faktorenladungen und Faktorenwerte durchführen:

$$s_p = \left[c - \sum_{k=1}^m x_{min_k} \right] / \left[\sum_{k=1}^m f_{kp} (x_{max_k} - x_{min_k}) \right] \quad (3.17.)$$

$$c = \sum_{k=1}^m x_{ik} = \text{konstante Variablensumme}$$

Damit berechnet man die Kompositions-Faktorenladungen (composition loadings) a'_{ip} , welche die Proportionen der Endglieder bezüglich der Proben angeben:

$$a'_{ip} = \frac{(a_{ip}/s_p)}{\sum_{p=1}^q (a_{ip}/s_p)} \quad (3.18.)$$

und die Kompositions-Faktorenwerte (composition scores) der q Endglieder, f'_{kp} , welche die Kompositionswerte von Endgliedern in der Größenordnung der Variablen bestimmen:

$$f'_{kp} = s_p f_{kp} (x_{max_k} - x_{min_k}) + x_{min_k} \quad (3.19.)$$

Mit diesen Größen kann man die einzelnen Elemente der Datenmatrix [X] schätzen:

$$\hat{x}_{ik} = \sum_{p=1}^q a'_{ip} f'_{kp} \quad (3.20.)$$

Die Auswahl der Endglieder kann nach sechs verschiedenen Kriterien erfolgen. Endglieder sind

- 1) ursprüngliche Faktoren,
- 2) orthogonal rotierte Faktoren,

- 3) schiefwinkelig rotierte Faktoren,
- 4) Proben mit extremer Variablen-Komposition,
- 5) Proben mit extremer Zusammensetzung der Faktorladungen,
- 6) „theoretische“ externe Endglieder mit vorgegebener Variablenzusammensetzung.

Diese spezielle Variante der Faktorenanalyse erlaubt es, mit der geringstmöglichen Anzahl von Faktoren als Endglieder die Datenstruktur plausibel zu erklären, weiters die Zusammensetzung der Endglieder mit den Variablen über die Kompositionsfaktorenwerte auszudrücken und jede Probe mit den Kompositionsfaktorladungen im Polytop der Endglieder darzustellen.

Qualitätskriterien der Analyse sollten die geologisch sinnvolle Erklärbarkeit der Endglieder, weitgehend positive Kompositionsfaktorenwerte bei allen Faktoren, Beschreibung des größtmöglichen Teils der Datenvarianz und die weitgehende Übereinstimmung zwischen den Daten $\{x_{ik}\}$ und deren Schätzwerten durch das Faktorenmodell $\{\hat{x}_{ik}\}$ sein. Die Aussagekraft des Faktorenmodells läßt sich mit dem Faktor-Varianz-Diagramm darstellen. Dazu berechnet man ein Bestimmungsmaß (coefficient of determination) $(r_k)^2$, das Schätzwerte einer Variablen \hat{x}_{ik} für ihren Ausgangswert x_{ik} , das dem Quadrat des Korrelationskoeffizienten aus Daten und Schätzwerten dieser Variablen entspricht und den durch das Modell erklärten Varianzanteil der Variablen enthält:

$$(r_k)^2 = \frac{(s_{xk})^2 - (s_{(x-\hat{x})k})^2}{(s_{xk})^2} \quad (3.21.)$$

Im Faktor-Varianz-Diagramm werden die Varianzanteile der einzelnen Variablen gegen die Anzahl der Faktoren aufgetragen. Da die Bestimmung der Endglieder weitgehend von Proben mit extremer Zusammensetzung abhängt oder aus theoretischen Überlegungen folgt (externe Endglieder), können unrealistische negative Kompositionsfaktorladungen vorkommen. Bei derart strukturierten Datensätzen geben FULL et al. (1981; extended Q-model) und FULL et al. (1982; fuzzy Q-model) günstigere Ansätze zur Modellierung realistischer Endglieder, die zu positiven Kompositionsfaktorladungen führen sollen.

3.2. Ergebnisse

Um die Ausgangsgesteine der Flußsande zu rekonstruieren, wurden die Schwermineraldaten der gewichteten Gesamtfractionen 500–63 Mikron mit der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse ausgewertet und mit den Referenzproben aus dem Anstehenden in der Umgebung der Flußläufe verglichen. Unter den verschiedenen Möglichkeiten, Endglieder zu modellieren, erwies sich die schiefwinklige Rotation der Faktoren (oblique projection) und eine teilweise nachfolgende leichte Modifikation zu externen Endgliedern in Annäherung an die Proben aus dem Anstehenden als ausreichend, da in den Kompositionsfaktorladungen der Proben nur wenige schwach negative Werte enthalten sind. Anschließend werden die auf die gleiche Weise gewonnenen Ergebnisse von Schwermineraldaten aus der alpinen Gosau (Oberkreide) und aus dem Variszikum von Westbulgarien (Oberdevon) vorgestellt.

3.2.1. Rezente Flußsande

3.2.1.1. Moldanubikum

Die ermittelten Endglieder aus zwei bis fünf extrahierten Faktoren sind im Endglieder-Faktoren-Entwicklungsmodell der Abb. 9 mit den wichtigsten Kompositionsfaktorenwerten dargestellt. Darin sind die Varianten mit drei und vier Faktoren geologisch am besten interpretierbar.

Das 2-Faktoren-Schema, welches bereits 86 % der Datenvarianz erklärt, führt im Vergleich mit den Gesteinen aus dem Anstehenden (s. Tab. 1b) zu einem „Granit“-Endglied mit den charakteristischen Variablen Apatit, Zirkon, Epidot-Alterit, idiomorpher Zirkon und Opakanteil sowie zu einem „Nicht-Granit“-Endglied, das hauptsächlich durch plutonische Hornblende, Granat und durchsichtige Minerale gekennzeichnet ist. Dieser Faktor teilt sich im 3-Faktoren-Schema in zwei Endglieder, „Diorit-Granodiorit“ mit den Variablen plutonische Hornblende, idiomorpher Zirkon, transluzente Minerale, Biotit und „Metamorphite“ mit Granat, metamorpher und plutonischer Hornblende, gerundetem Zirkon, transluzenten Mineralen. Im 4-Faktoren-Schema bildet sich zusätzlich ein „Granit-Granodiorit“-Endglied, das von Granit durch niedrigere Apatitwerte und höhere Gehalte an plutonischer Hornblende abweicht. Im 5-Faktoren-Schema bleiben davon nur mehr „Granit“ und „Diorit-Granodiorit“ erhalten. Zu „Granit-Granodiorit“ kommt ein höherer Granatgehalt, der sich dafür bei den „Metamorphiten“ verringert. Weiters spaltet sich von „Granit“ ein „Granit-Restit“-Endglied ab, das weniger Apatit, aber einen bedeutenden Granatanteil hat. Der erklärte Varianzanteil der Daten steigt auf knapp 93 %. Bei der Modellierung der Endglieder fällt auf, daß sich kein Endglied für reine Metamorphite bilden läßt. Die Beimengung plutonischer Hornblende ist charakteristisch für die Sandproben im Unterlauf des Kamp infolge Durchmischung plutonischer und metamorpher Alimentsgebiete, so daß dieser Effekt sich in abgeschwächter Form auf das Endglied dieser Proben auswirkt.

Zwischen modellierten Endgliedern und untersuchten Festgesteinen finden sich einige Unterschiede (s. Tab. 1b): In allen Endglieder-Varianten liegen Apatit leicht und Biotit bedeutend unter den Gehalten der Festgesteinsproben. Im Granit-Modell werden Zirkon, Epidot-Alterit und besonders der Opakanteil angereichert, im Diorit-Granodiorit-Modell plutonische Hornblende und durchsichtige Minerale, im Metamorphit-Modell Granat, plutonische Hornblende und durchsichtige Minerale. Damit ergeben die modellierten Endglieder durch den Prozeß der Aufarbeitung gefilterte Ausgangsgesteine, die sich optimal zur Rekonstruktion von Liefergebieten eignen.

Aus dem Faktor-Varianz-Diagramm in Abb. 10 geht hervor, daß die zur Kennzeichnung der Endglieder wichtigen Variablen mit Ausnahme von metamorpher Hornblende, Epidot-Alterit und Biotit bereits im 3-Faktoren-Schema mit ausreichenden Varianzanteilen repräsentiert sind und mit Ausnahme von Epidot-Alterit keine wesentlichen Verbesserungen im 4- und 5-Faktoren-Schema auftreten. Daher scheint die Darstellung der Kompositionsfaktorladungen der Proben im Dreiecksdiagramm der Abb. 11, in dem nur wenige negative Werte vorkommen, und damit das 3-Faktoren-Schema zur Herleitung der Flußsande aus den Liefergebieten am besten geeignet.

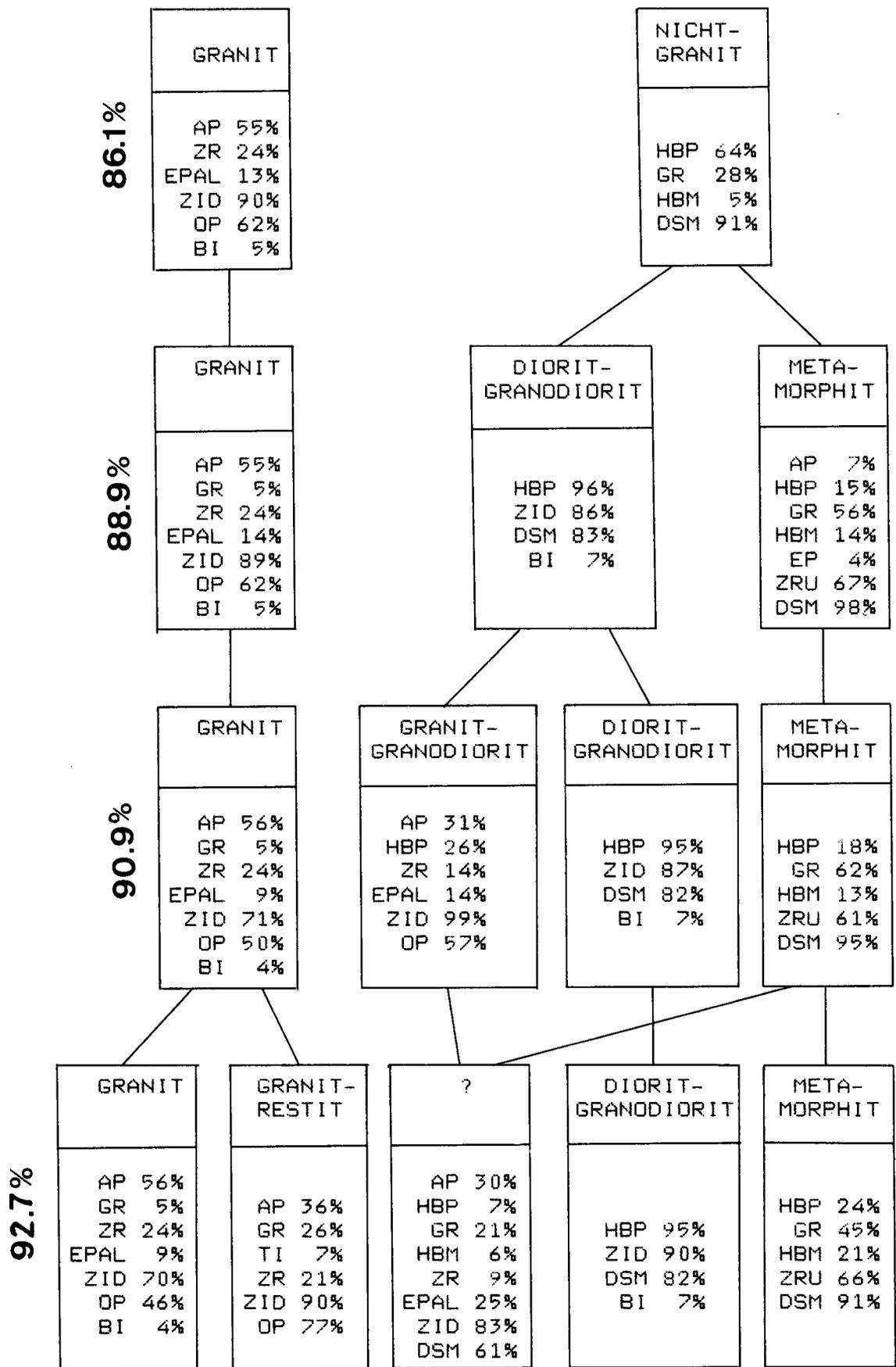


Abb. 9: Endglieder-Faktoren-Modell der Flußsande aus dem Moldanubikum mit zwei, drei, vier und fünf Endgliedern und deren wichtigsten Schwermineral-Kompositions-Faktorenwerten in Prozenten. Abkürzungen siehe Tab. 1a. Die Prozentwerte links von jeder Endglieder-Reihe geben die durch die entsprechende Anzahl der Faktoren erklärten Varianzanteile der Proben an.

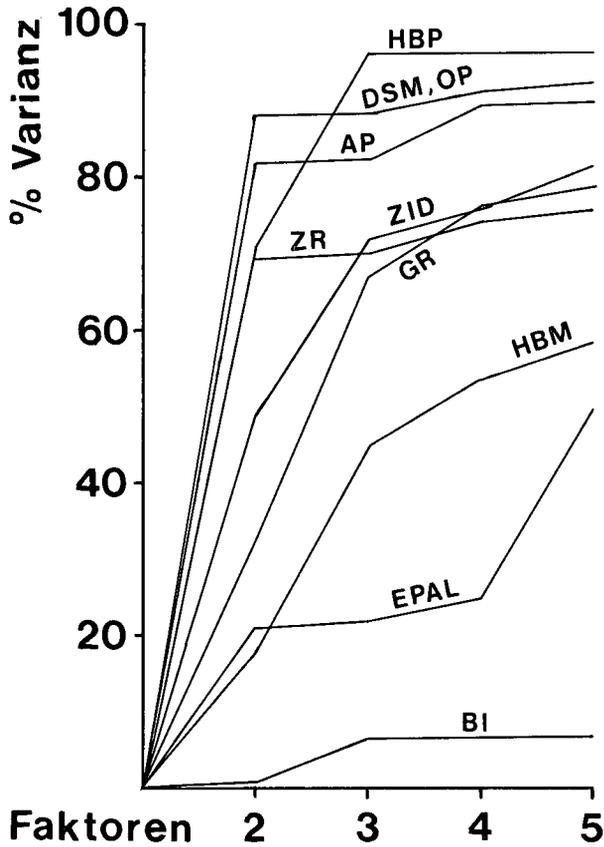


Abb. 10: Faktor-Varianz-Diagramm der für die Bestimmung der Endglieder in Abb. 9 wichtigen Variablen. Die Varianzanteile der einzelnen Variablen sind gegen die Zahl der Faktoren (Endglieder) aufgetragen.

Die Proben sind in Abb. 11 auf zwei Gruppen verteilt. Entlang der Aist, Zwettl und Kamp bis zum Dobra-Stausee herrscht generelle Granitvormacht mit geringer Beteiligung von Diorit-Granodiorit und metamorphen Restiten. Vom Dobra-Stausee kampabwärts finden wir eine Mischpopulation zwischen dem dioritisch-granodioritischen und dem metamorphen Endglied. Dies deckt sich gut mit den regionalgeologischen Verhältnissen: Aist, Zwettl und Kamp bis zum Dobra-Stausee fließen durch ein überwiegend granitisches Gebiet, so daß keine stärkere Durchmischung als vom Hinterland vorgegeben stattfinden kann und eine eventuelle Transportinstabilität von Mineralen durch den ständigen Nachschub ausgeglichen wird. Kampabwärts stehen der Rastenberger Granodiorit und anschließend verschiedene Metamorphite an, was im Flußabschnitt der Metamorphite zu einer Vermischung der beiden betreffenden Endglieder führt, wobei die Proben insgesamt betrachtet näher am dioritisch-granodioritischen Endglied, da von diesem ausgehend, liegen, während der Einfluß der flüßaufwärts gelegenen Granite durch die Stauseen fast vollständig unterdrückt wird (vgl. Kap. 2.5.1.1.).

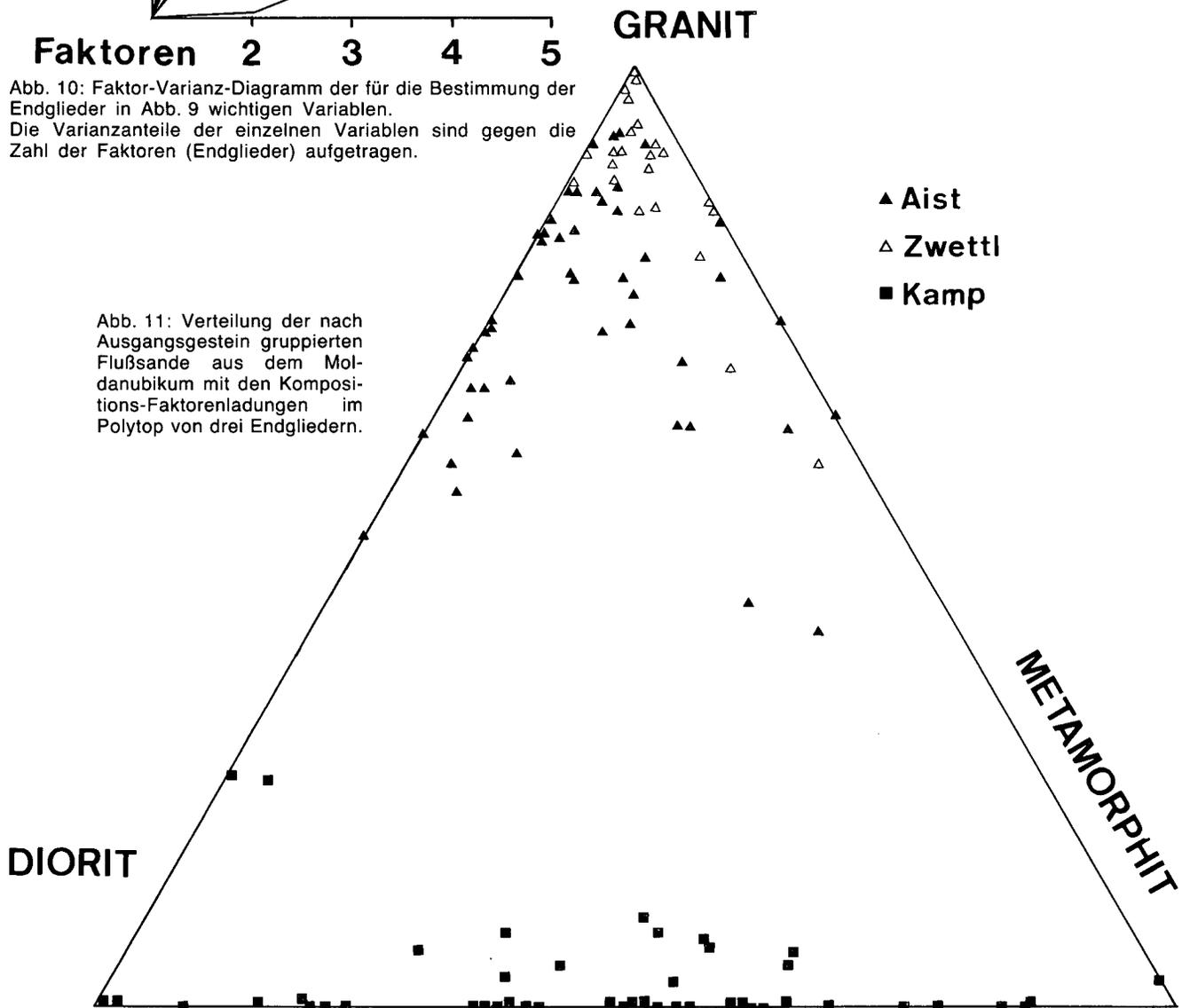


Abb. 11: Verteilung der nach Ausgangsgestein gruppierten Flußsande aus dem Moldanubikum mit den Kompositions-Faktorenloadungen im Polytop von drei Endgliedern.

3.2.1.2. Steirisches Randgebirge und Steirisches Becken

Das Endglieder-Faktoren-Entwicklungsmodell in Abb. 12 wurde wiederum für zwei bis fünf Faktoren ausgerichtet. Auch hier läßt sich das 3-Faktoren-Schema geologisch am besten erklären, die entsprechenden

Endglieder bleiben nach den Kompositionsfaktorenwerten im 4- und 5-Faktoren-Schema beinahe unverändert.

Das 2-Faktoren-Schema erklärt 83,5 % der Datenvarianz. Es unterscheidet ein „Metamorphit“-Endglied mit Granat, Epidot und durchsichtigen Mineralen sowie ein „Vulkanit-Sediment“-Endglied aus Hornblende, Apatit,

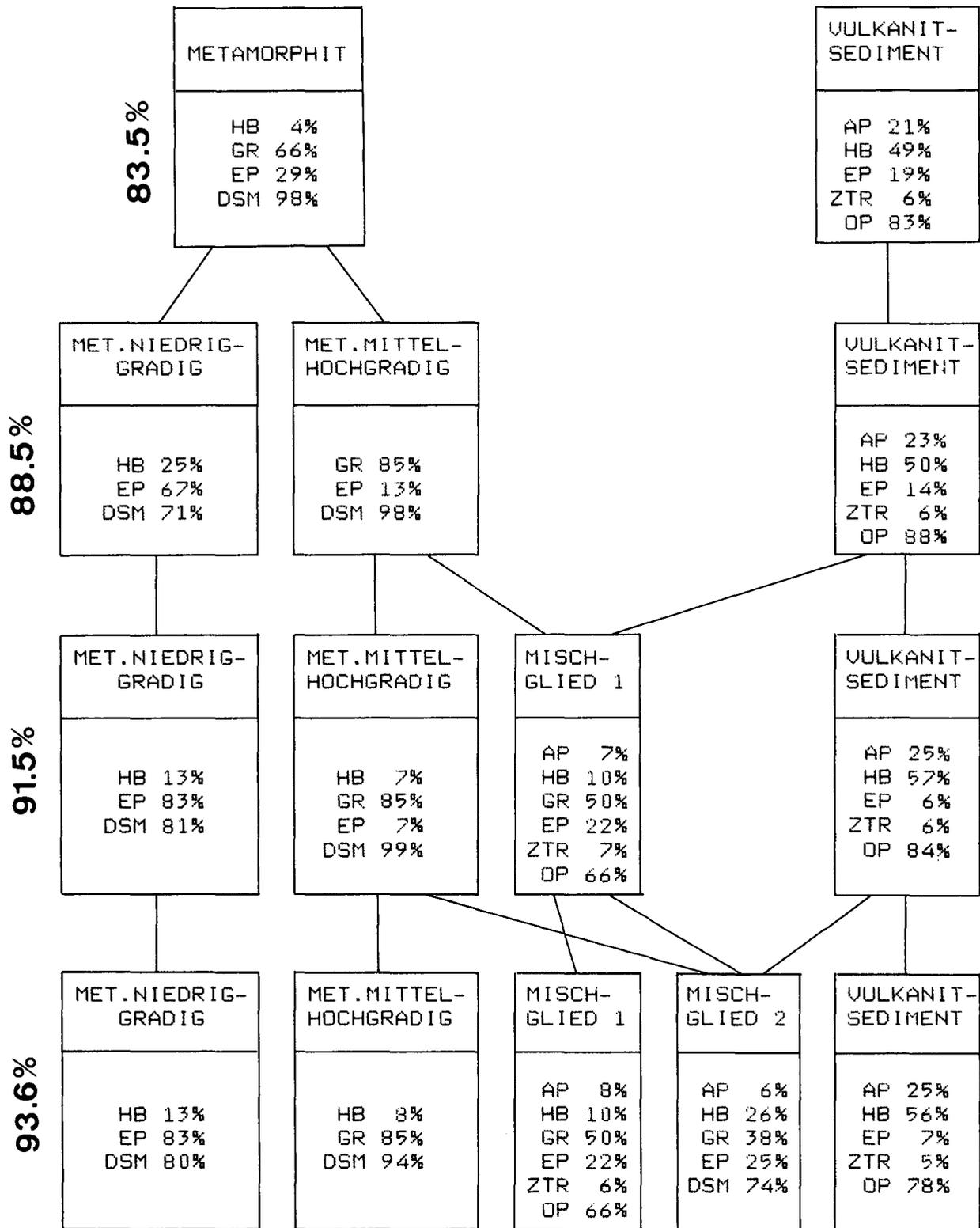
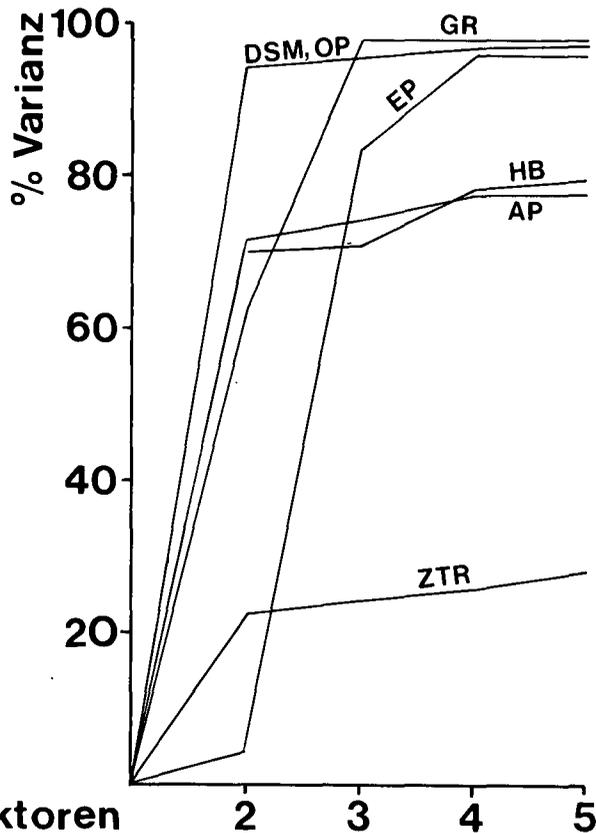


Abb. 12: Endglieder-Faktoren-Modell der Flußsande aus dem Steirischen Randgebirge, Grazer Paläozoikum und Steirischem Becken. Abkürzungen siehe Tab. 2a, Erläuterungen siehe Abb. 9.



Epidot, Zirkon-Turmalin-Rutil und Opakanteil (s. Tab. 2a). „Metamorphit“ gliedert sich im 3-Faktoren-Schema in die Endglieder „Metamorphit-niedriggradig“ mit Epidot, Hornblende und transluzenten Mineralen und „Metamorphit-mittel-hochgradig“ mit Granat, wenig Epidot, transluzenten Mineralen und etwas Disthen. Das 4-Faktoren-Schema generiert ein weiteres Endglied aus „Metamorphit-mittel-hochgradig“ und „Vulkanit-Sediment“, in dem Granat, Epidot, Hornblende, Apatit, Zirkon-Turmalin-Rutil und der Opakanteil die wichtigsten Komponenten bilden, was den Proben aus dem Unterlauf des Weizbaches bzw. seiner jungtertiären Umgebung nahekommt. Das 5-Faktoren-Schema bildet daraus noch ein Endglied mit weniger Granat, mehr Hornblende und durchsichtigen Mineralen. Somit geben die Endglieder im 3-Faktoren-Schema repräsentative Zusammensetzungen der Ausgangsgesteine bezogen auf die ursprünglichen Liefergebiete wieder, die von Aufarbeitungsprozessen weitgehend unberührt bleiben und diese erst im 4- und 5-Faktoren-Schema einbeziehen.

Im Faktor-Varianz-Diagramm der Abb. 13 sind bereits alle wichtigen Variablen, ausgenommen Zirkon-Turmalin-Rutil durch drei Faktoren mit hohen Varianzanteilen vertreten, so daß dieses Modell zur Beschreibung der Proben mit Kompositions-faktorenladungen ausreicht,

Abb. 13: Faktor-Varianz-Diagramm zu Abb. 12. Erläuterungen siehe Abb. 10.

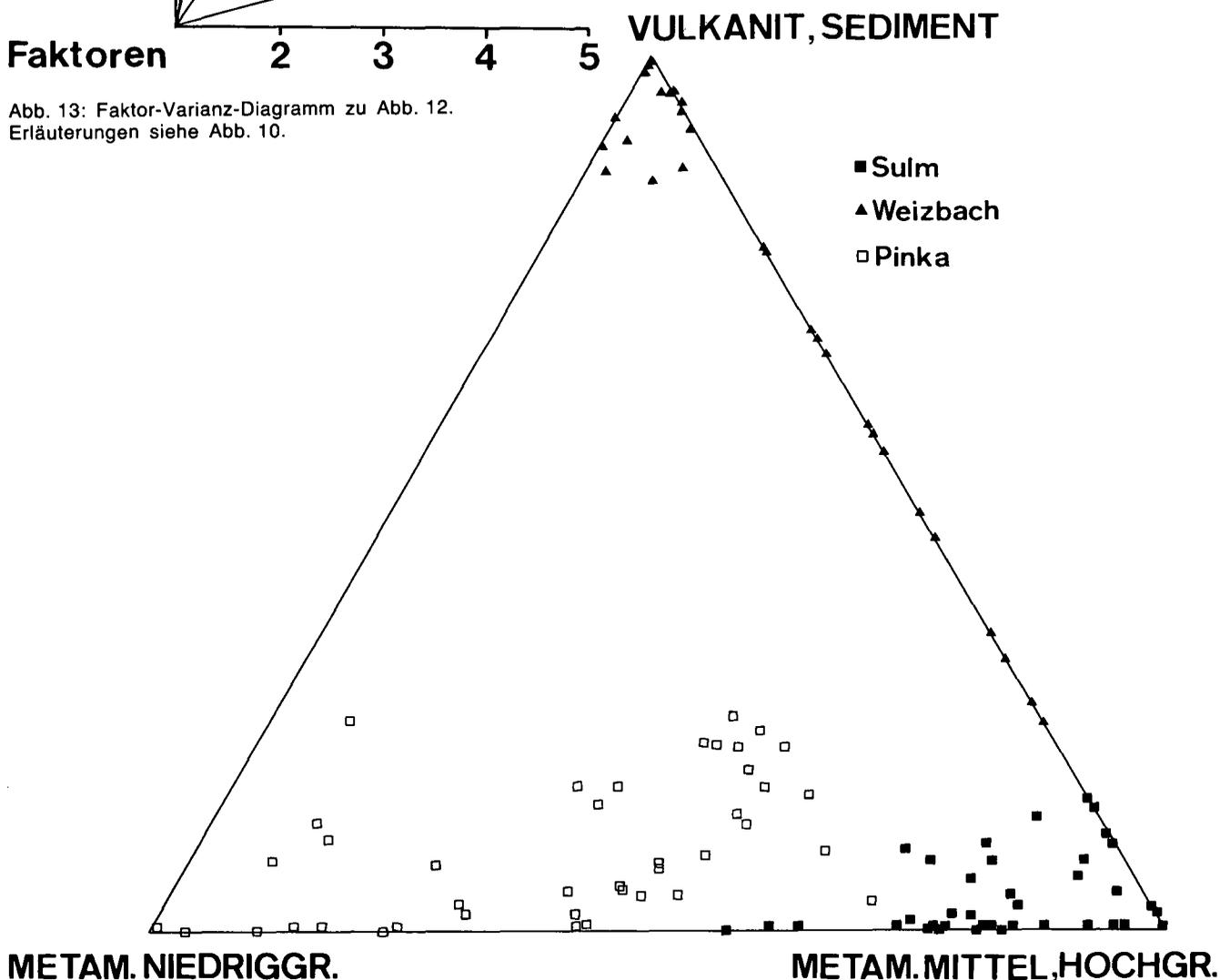


Abb. 14: Verteilung der nach Ausgangsgesteinen gruppierten Flußsande aus dem Steirischen Randgebirge, Grazer Paläozoikum und Steirischem Becken mit den Kompositions-Faktorenladungen im Polytop von drei Endgliedern.

deren Darstellung im Dreiecksdiagramm der Abb. 14 enthalten ist. Darin befinden sich alle Proben aus der Sulm nahe dem „Metamorphit-mittel-hochgradig“-Endpunkt mit vereinzelt etwas größeren Beimengungen von „Metamorphit-niedriggradig“. Die Proben aus dem Weizbach gruppieren sich im Oberlauf nahe um den „Vulkanit-Sediment“-Endpunkt und bilden im Unterlauf eine Mischreihe mit „Metamorphit-mittel-hochgradig“ ohne Beteiligung des dritten Endgliedes. Die Pinka streut ihre Proben breit vom „Metamorphit-niedriggradig“-Endpunkt bis weit in den „Metamorphit-mittel-hochgradig“-Bereich mit teilweise größeren Beimengungen des Endgliedes „Vulkanit-Sediment“. Die regional-geologischen Verhältnisse in den Einzugsgebieten der Flüsse bestätigen die Lage der Probenpunkte im Diagramm der Faktorenwerte (vgl. Kap. 2.2.). Hervorzuheben ist die starke Streuung in der Pinka, welche auf Mischungseffekten beim Durchfließen des Jungtertiärs und Quartärs beruht. Diese Durchmischung ist in der Sulm nur ansatzweise vorhanden und verweist auf die Dominanz des Hinterlandes der Koralpe. Im Weizbach und dessen Fortsetzung in der Raab bleibt in enger Abhängigkeit vom Wechsel des Hinterlandes von paläozoischen Vulkaniten und Sedimenten zu mittel- bis hochgradigen Metamorphiten im Radegunder Kristallin bzw. dessen jungtertiären Aufarbeitungsprodukten die Vermischung auf diese beiden Endglieder beschränkt.

Anhand der Beispiele von rezenten Flußsandsteinen läßt sich nachweisen, daß die verwendete Methode zuverlässige Aussagen über die Zusammensetzung von Liefergebieten erlaubt. Die damit verbundene Betrachtung verschiedener großtektonischer Einheiten im Hinterland der Flüsse zeigt die variablen Möglichkeiten, die Herkunft sandiger Sedimente aus ihren Schwermineralspektren zu bestimmen.

3.2.2. Beispiele aus fossilen sandsteinführenden Sedimenten und Bezüge zur Plattentektonik

Mit der Analyse von Schwermineraldaten aus mesozoischen und paläozoischen Klastika wird untersucht, woraus sich die Endglieder im Vergleich zu den rezen-

ten fluviatilen Sedimenten zusammensetzen und welche Gemeinsamkeiten abgeleitet werden können. Unterschiede zwischen fossilen Schwermineralspektren kann man zusätzlich zum regionalen Aspekt in rezenten Spektren auch in ihrer zeitlichen Abfolge betrachten. Rückschlüsse auf Veränderungen im Hinterland in Abhängigkeit von Zeit und Raum werfen die Frage nach der Konsistenz mit plattentektonischen Konzepten auf.

3.2.2.1. Alpine Gosau

Die zu großen Teilen klastischen Gesteine der alpinen Gosau sind orogene Sedimente, die während der alpidischen Gebirgsbildung in Oberkreide und Alttertiär abgelagert wurden. Die stratigraphisch jüngsten Sedimente im Bereich der Nördlichen Kalkalpen gelten im Ostalpenraum als „klassisches“ Beispiel, Veränderungen im Hinterland eines Sedimentbeckens infolge orogener Bewegungen aus dem Umschlag des Schwermineralspektrums nachzuweisen (vgl. WOLETZ, 1963, 1967; OBERHAUSER, 1980 cum lit.): Bis ins Untercampan sind Chromspinell und Zirkon, die sich aus „basischen Eruptiva“ herleiten, die Leitminerale, nach einer tektonischen Diskordanz im Zuge der intragosauischen Gebirgsbildungsphase dominiert Granat aus einem metamorphen Hinterland. Daran knüpfen sich zusammen mit anderen geologischen Befunden in der Interpretation plattentektonische Szenarios zur Rekonstruktion der orogenen Vorgänge (z. B. DIETRICH, 1976; DIETRICH & FRANZ, 1976; ROEDER & BÖGEL, 1978; TOLLMANN, 1978, 1980; FRISCH, 1979; OBERHAUSER, 1980).

Zur statistischen Auswertung wurden die Schwermineraldaten von 111 Proben aus WOLETZ (1963), beschränkt auf die Kreidevorkommen Muttekopf, Brandenburg, Gosau, Gams, Grünbach und Südlicher Wienerwald ausgewählt (s. Abb. 15). Auf die Hinzunahme weiterer Proben wurde verzichtet, da einerseits die wichtigsten aus den Gosausedimenten bekannten Variationen der Schwermineralführung in diesem Datensatz enthalten sind und andererseits gerade bei der Übernahme quantitativer publizierter Angaben auf deren einheitliches Zustandekommen, wenn möglich durch einen Bearbeiter, zu achten ist.

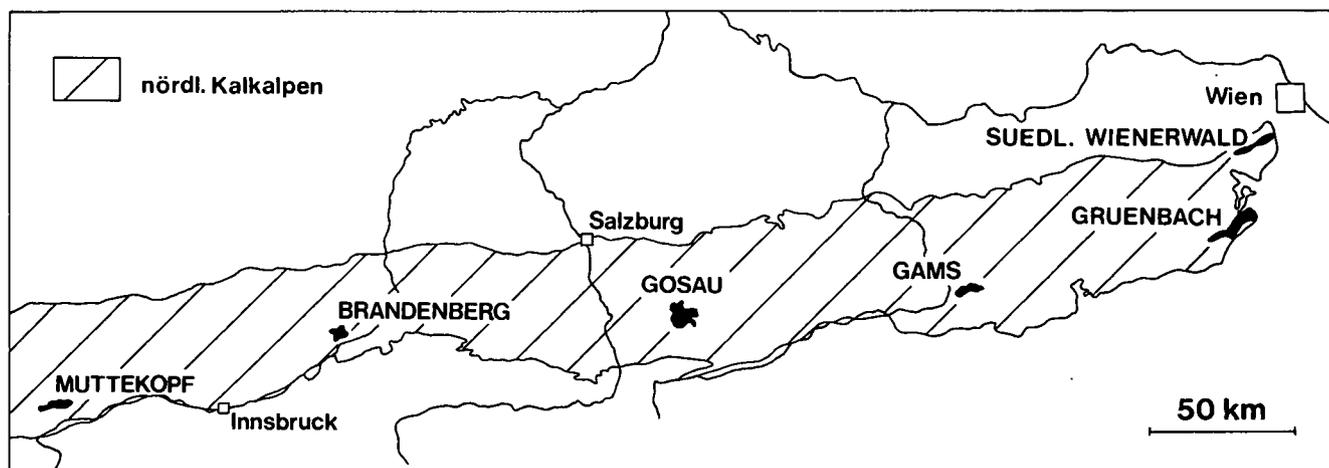


Abb. 15: Lage der untersuchten Gosau-Vorkommen.

Tabelle 3: Schwermineralspektren der Gosau-Sedimente in der höheren Oberkreide nach den Daten von WOLETZ (1963). AP (Apatit) + CR (Chromspinell) + GR (Granat) + EP (Epidot/Zoisit) + CD (Chloritoid) + MHM (übrige Schwerminerale aus mittel- bis hochgradigen Metamorphiten) + TU (Turmalin) + ZR (Zirkon) + RU (Rutil) + RES (Rest: Brookit, Anatas, Titanit, Monazit, Hornblende) = 100 %. DSM (durchsichtige Minerale) + OP (Opakanteil) + BC (Biotit/Chlorit) = 100 %. n = Probenzahl; \bar{x} = arithmetisches Mittel; s = Standardabweichung, p = Wahrscheinlichkeit des Vorliegens einer statistischen Normalverteilung.

| | | AP | CR | GR | EP | CD | MHM | TU | ZR | RU | RES | DSM | BC | OP |
|----------------------|-----------|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|-----|------|------|------|
| Maastricht n = 27 | \bar{x} | 11.3 | 0.2 | 43.8 | 3.1 | 2.3 | 0.1 | 9.8 | 17.3 | 11.5 | 0.6 | 60.1 | 10.7 | 29.2 |
| | s | 19.3 | 0.6 | 32.1 | 11.3 | 3.1 | 0.3 | 8.2 | 13.7 | 4.8 | 1.3 | 18.0 | 11.8 | 13.5 |
| | p | 0 | - | 0.36 | - | - | - | 0.76 | 0.76 | 0.42 | - | 0.99 | 0.05 | 0.94 |
| O. Campan n = 24 | \bar{x} | 19.5 | 1.6 | 21.4 | 1.4 | 9.6 | 0.7 | 8.6 | 27.5 | 8.3 | 1.4 | 45.3 | 12.9 | 41.8 |
| | s | 18.5 | 3.2 | 21.4 | 4.2 | 13.4 | 2.1 | 6.3 | 20.2 | 7.0 | 2.4 | 15.2 | 13.6 | 16.6 |
| | p | 0.12 | - | 0.57 | - | 0.14 | - | 0.46 | 0.41 | 0.49 | - | 0.77 | 0.18 | 0.79 |
| U. Campan n = 23 | \bar{x} | 4.6 | 15.4 | 3.5 | 0.1 | 0.7 | - | 19.8 | 40.0 | 15.5 | 0.4 | 43.8 | 16.2 | 40.0 |
| | s | 4.0 | 28.8 | 3.9 | 0.4 | 0.9 | - | 10.8 | 18.8 | 8.6 | 1.3 | 17.5 | 13.4 | 20.2 |
| | p | 0.53 | 0 | 0.41 | - | - | - | 0.86 | 0.85 | 0.99 | - | 0.96 | 0.77 | 0.36 |
| Santon n = 37 | \bar{x} | 3.1 | 63.9 | 4.4 | 0.4 | 1.3 | 0.1 | 8.9 | 13.5 | 3.8 | 0.6 | 50.8 | 2.7 | 46.5 |
| | s | 4.5 | 24.8 | 5.2 | 1.6 | 1.6 | 0.2 | 9.1 | 12.4 | 5.1 | 1.1 | 20.2 | 2.4 | 19.8 |
| | p | - | 0.11 | - | - | - | - | 0.03 | 0.02 | - | - | 0.99 | - | 0.96 |

Die Kornprozentanteile der einzelnen Schwerminerale sind stratigraphisch gruppiert mit dem arithmetischen Mittel (\bar{x}), zugehöriger Standardabweichung (s) und Wahrscheinlichkeit (p) des Vorliegens einer statistischen Normalverteilung (vgl. Kap. 2.5.1.) in Tab. 3 angeführt. Die älteste (Santon) und jüngste (Maastricht) Probengruppe zeigen die erwartete Chromspinell- bzw. Granatvornacht, während im Campan Zirkon mit einem schwächeren Maximum das Leitmineral stellt, begleitet von Turmalin, Rutil und unregelmäßig verteiltem Chromspinell im Untercampan bzw. von Granat und Apatit im Obercampan.

Die Auswertung mit der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse brachte folgende Ergebnisse: Das Endglieder-Faktoren-Modell in Abb. 16 unterscheidet zunächst durch zwei Faktoren „Ophiolith“ mit Chromspinell und „Nicht-Ophiolith“ ohne Chromspinell. Aus dem „Nicht-Ophiolith“-Endglied werden im 3-Faktoren-Schema, das 83 % der Datenvarianz erklärt, „Metamorphit“ mit einer Vormacht von Granat und transluzenten Mineralen und „Maturität³⁾-Granit“ mit Zirkon, Turmalin, Rutil, Apatit und Opakanteil. Das 4-Faktoren-Schema ist nicht stabil und liefert wegen der teilweise hohen negativen Faktorladungen und Faktorenwerte keine sinnvollen Ergebnisse. Im 5-Faktoren-Schema bleiben „Ophiolith“ und „Metamorphit“ erhalten, zusätzlich entstehen die neuen

Endglieder „Maturität“ mit Zirkon, Turmalin, Rutil und Opakanteil, „Granit“ mit Apatit, Zirkon, Turmalin, Chlorit-Biotit und einer Beimengung von Chloritoid als Fremdkomponente sowie „Ophiolith-Apatit“. Es zeigt sich, daß bei der Rekonstruktion der Alimentationsgebiete neben den durch Granat und Chromspinell charakterisierten Endgliedern auch „Maturität-Granit“ zu berücksichtigen ist. Da nach dem Faktor-Varianz-Diagramm in Abb. 17 die betreffenden Minerale noch nicht zufriedenstellend erklärt sind (unter 50 % gegenüber 83 % der Gesamtvarianz), muß auch das 5-Faktoren-Schema in die Betrachtung einbezogen werden, in dem „Maturität“ und „Granit“ als Endglieder enthalten sind. Leider liegen keine Angaben über den Rundungsgrad der Zirkone vor, womit die Zuordnung zur Maturität durch gerundeten und „Granit“ durch idiomorphe Körner präzisiert werden könnte. Die weitere Differenzierung führt zu keiner grundlegenden Veränderung des 3-Faktoren-Schemas, weshalb dieses Grundlage der Interpretation bleibt.

Bei der Übersetzung der mathematisch modellierten Endglieder in konkrete Liefergebiete lassen sich „Ophiolith“ und „Metamorphit“ in Übereinstimmung mit den oben zitierten Arbeiten auf ozeanische Krustenbereiche bzw. das ostalpine Kristallin beziehen. Hingegen kann der Herleitung von Zirkon und damit auch von Turmalin, Rutil und Apatit aus Eruptivgesteinen (WOLETZ, 1963) nicht zugestimmt werden. Das zugehörige Endglied mit der Maturität- und Granitkomponente legt eher ein kratonisches Hinterland nahe, aus dem reifer und sauer-plutonischer Detritus in ein Sedimentbecken transportiert wird (vgl. Kap. 3.1.2.). Entsprechende heute noch nachweisbare Gesteinskomplexe ausreichender Größe, die während der Oberkreide als Abtragungsge-

³⁾ Zum Begriff Maturität ist anzumerken, daß prinzipiell zwischen mitgebrachter Maturität, die sich auf das Liefergebiet bezieht, und in situ-Maturität als Diageneseerscheinung zu unterscheiden ist. Wegen der Affinität der reifen Schwerminerale Zirkon, Turmalin und Rutil zu dem diagenesesensiblen Apatit und der generellen Variabilität der Schwermineralspektren wird der sich auf die Verhältnisse im Hinterland beziehenden Deutung der Vorzug gegeben (vgl. HUBERT, 1960).

biet in Frage kamen, sind die Böhmisches Masse mit dem südböhmischen Granitpluton und das Mittelpenninikum (Briançonnais) mit dem Zentralgneis des Tauernfensters, Tasnagranit des Unterengadiner Fensters und Sulzfluhgranit des Gargellen Fensters.

Die Dreiecksdarstellung der Proben bezogen auf ein Polytop mit drei Endgliedern zeigt in Abb. 18 folgende zeitliche Entwicklung: Während des Santon liegt der Schwerpunkt bei chromspinellreichem Detritus aus

Ophiolithen mit teilweise großer Beteiligung eines kratonischen Hinterlandes. Im Untercampan verlagert sich das Hinterland zum größeren Teil in kratonische Gebiete, nur vereinzelt treten Ophiolith-Maxima auf. Der kratonische Einfluß bleibt auch noch im Obercampan erhalten. Dazu kommt ein metamorphes Liefergebiet, das ab dem Maastricht zu dominieren beginnt. Zwischen der allgemein bekannten Umstellung der Ablagerungsräume von Chromspinell- auf Granatführung ist also für

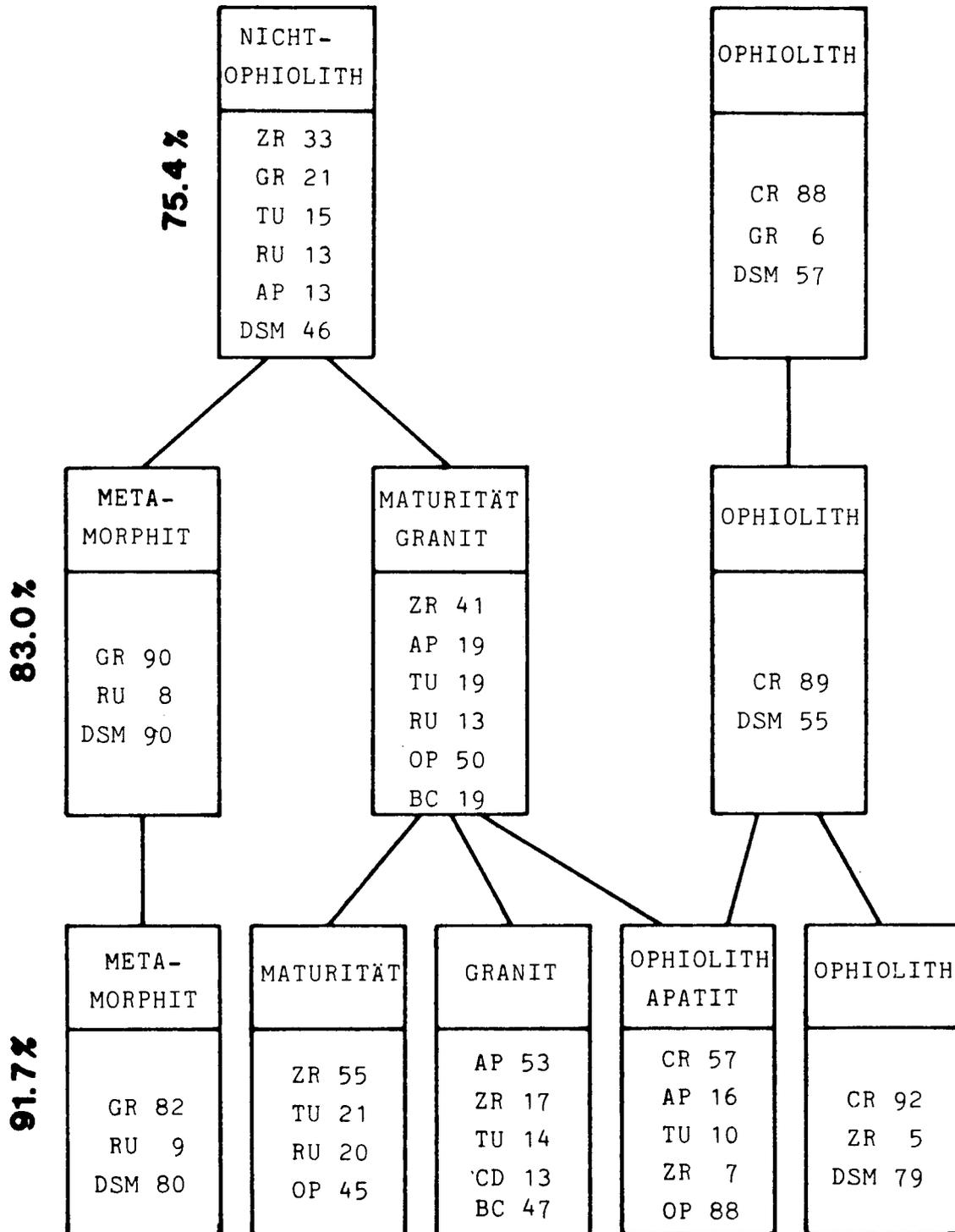


Abb. 16: Endglieder-Faktoren-Modell der untersuchten Gosau-Vorkommen mit zwei, drei und fünf Endgliedern und deren wichtigsten Schwermineral-Kompositions-Faktorenwerten in Prozenten. Abkürzungen siehe Tab. 3, Erläuterungen siehe Abb. 9.

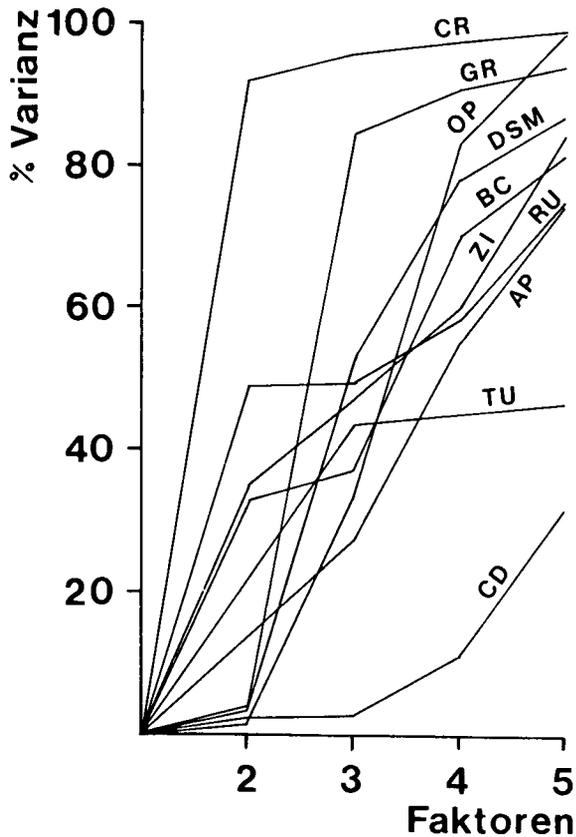


Abb. 17: Faktor-Varianz-Diagramm zu Abb. 16. Erläuterungen siehe Abb. 10.

das Campan ein Zirkon-Turmalin-Rutil-Apatit-Spektrum charakteristisch.

Aus dem Endglieder-Modell können allgemein folgende Stadien der plattentektonischen Entwicklung des Hinterlandes abgeleitet werden:

- 1) Konvergenzstadium mit einem Subduktionskomplex → ophiolitischer Detritus.
- 2) Stadium mit einer passiven kontinentalen Plattform → kratonischer Detritus.
- 3) Kollisionsstadium mit isostatischem Ausgleich → metamorpher Detritus.

In Modellen der plattentektonischen Entwicklung des Ostalpenraumes gilt Chromspinell als Indikator einer Subduktionszone, abgetragen von einem Stauwulst mit Gesteinen ozeanischer Kruste nördlich des Ostalpins. Vor Beginn der Gosau-Sedimentation finden wir Chromspinell in den höchsten stratigraphischen Einheiten der Nördlichen Kalkalpen aus höherer Unter- und tiefer Oberkreide (Roßfeldschichten, Tanneheimer Schichten, Grabenwaldschichten, vgl. WOLETZ, 1970). In den Roßfeldschichten tritt dazu noch Hornblende, wobei FAUPL & TOLLMANN (1979) neben grüner auch basaltische Hornblende (Kärsutit) beschreiben, die basischen Vulkanismus anzeigt. Die Annahme einer generellen Mate-

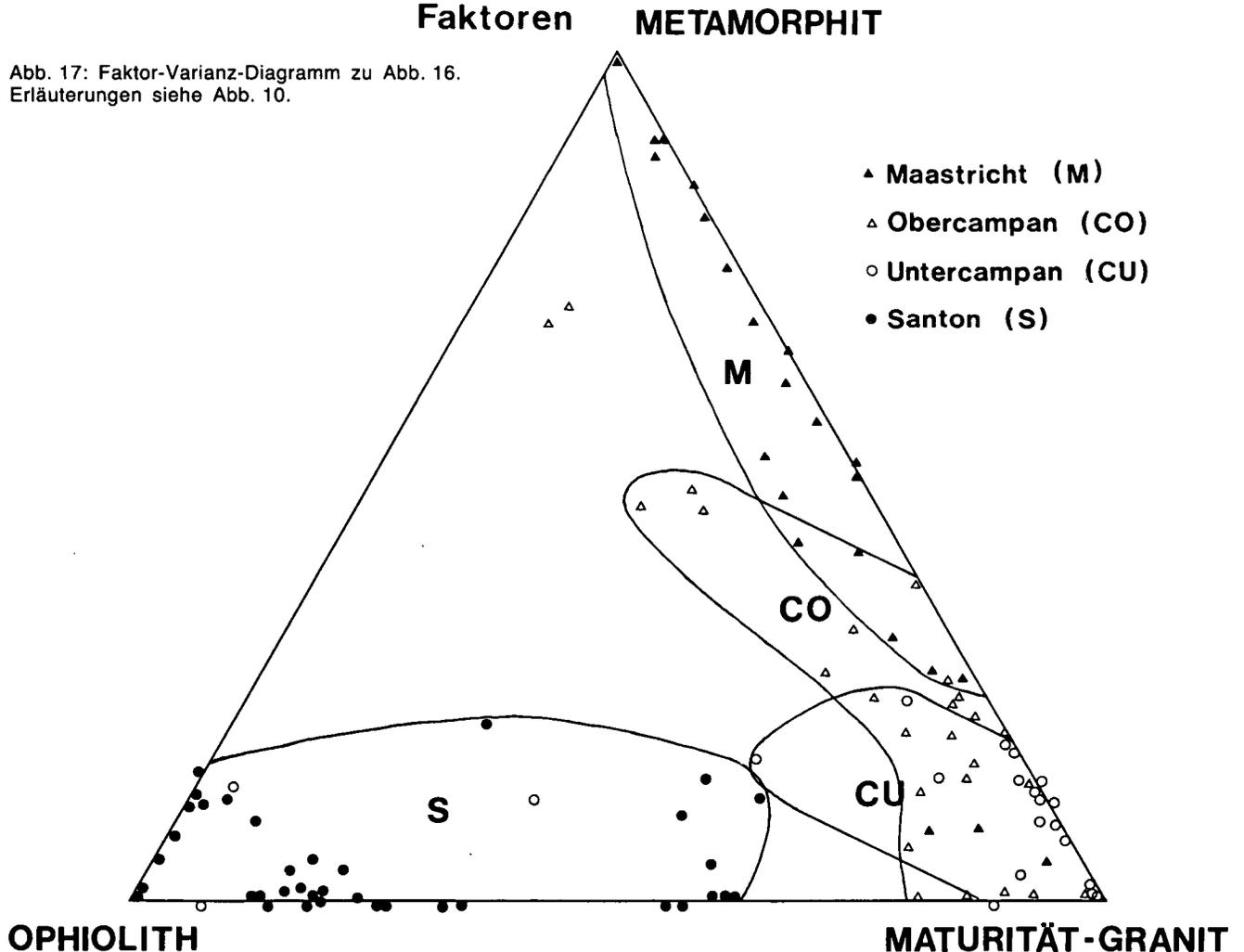


Abb. 18: Verteilung der stratigraphisch gruppierten Proben aus den untersuchten Gosau-Vorkommen mit den Kompositions-Faktorenladungen im Polytop von drei lithologischen Endgliedern. Schwach negative Faktorenladungen sind knapp außerhalb der gegenüberliegenden Dreieckskante gekennzeichnet.

rialzufuhr aus Süden läßt sich nur durch Grobklastika (z. T. Gleitschollen) belegen. DIETRICH (1976) und DIETRICH & FRANZ (1976) nehmen eine vom Cenoman bis ins Eozän reichende Subduktionsphase ozeanischer Kruste im penninischen Raum an, während deren Anfangsstadium Chromspinell von Norden in die Gosauseimente gelangt, halten aber im Gegensatz zu WOLETZ (1963, 1980) fest, daß hochkretazische und alltertiäre Klastika der Gosau kaum ophiolitischen Detritus enthalten. Die Veränderungen der Schwermineralspektren bleiben in diesem Modell unberücksichtigt. OBERHAUSER (1968, 1973, 1980) geht davon aus, daß die weitere Entwicklung in der Gosau vom ostalpinen Hinterland im Süden gesteuert wurde und erklärt so den Granatreichtum ab dem Obercampan.

Das plattentektonische Konzept von FRISCH (1979) läßt sich besser mit den vorgelegten Ergebnissen vereinbaren. Danach öffnet sich gleichzeitig mit der Subduktion des südpenninischen Piedmont-Ozeans der nordpenninische Valais-Ozean, wodurch die mittelpenninische Briançonnais-Platte gegen die adriatische Platte, die das Ostalpin enthält, nach Süden drifftet, schließlich mit ihr kollidiert und überschoben wird. Diese Kollision mit dem Zuschub des Piedmont Ozeans würde sowohl die Beendigung der Chromspinellschüttung erklären als auch den zunehmenden Schwermineralanteil aus einem kratonischen Liefergebiet, der damit aus der nördlich gelegenen Briançonnais-Platte vor und während deren Subduktion zu beziehen ist (vgl. Abb. 19). Aus den Schwermineral-Endgliedern „Maturität-Plutonit“ bzw. „Plutonit“ sprechen dafür die generelle Hinweis auf saure Plutonite, die im Mittelpenninikum häufig vorkommen, beispielsweise die Zentralgneise des Tauernfensters (vgl. die petrologischen Befunde von KARL, 1959). Ein weiteres Indiz ist der hohe Biotit-Chlorit-Anteil, man vergleiche damit die bereits vormalmisch chloritisierten Tasna- und Sulzfluhgranite, die auch als Olistholithe im Wildflysch des Ultrahelvetikums und des Engadiner Fensters auftreten (STAUB & CADISCH, 1921; CADISCH, 1946; FREIMOSER, 1972; BERTLE, 1974) und

ninische Briançonnais-Platte gegen die adriatische Platte, die das Ostalpin enthält, nach Süden drifftet, schließlich mit ihr kollidiert und überschoben wird. Diese Kollision mit dem Zuschub des Piedmont Ozeans würde sowohl die Beendigung der Chromspinellschüttung erklären als auch den zunehmenden Schwermineralanteil aus einem kratonischen Liefergebiet, der damit aus der nördlich gelegenen Briançonnais-Platte vor und während deren Subduktion zu beziehen ist (vgl. Abb. 19). Aus den Schwermineral-Endgliedern „Maturität-Plutonit“ bzw. „Plutonit“ sprechen dafür die generelle Hinweis auf saure Plutonite, die im Mittelpenninikum häufig vorkommen, beispielsweise die Zentralgneise des Tauernfensters (vgl. die petrologischen Befunde von KARL, 1959). Ein weiteres Indiz ist der hohe Biotit-Chlorit-Anteil, man vergleiche damit die bereits vormalmisch chloritisierten Tasna- und Sulzfluhgranite, die auch als Olistholithe im Wildflysch des Ultrahelvetikums und des Engadiner Fensters auftreten (STAUB & CADISCH, 1921; CADISCH, 1946; FREIMOSER, 1972; BERTLE, 1974) und

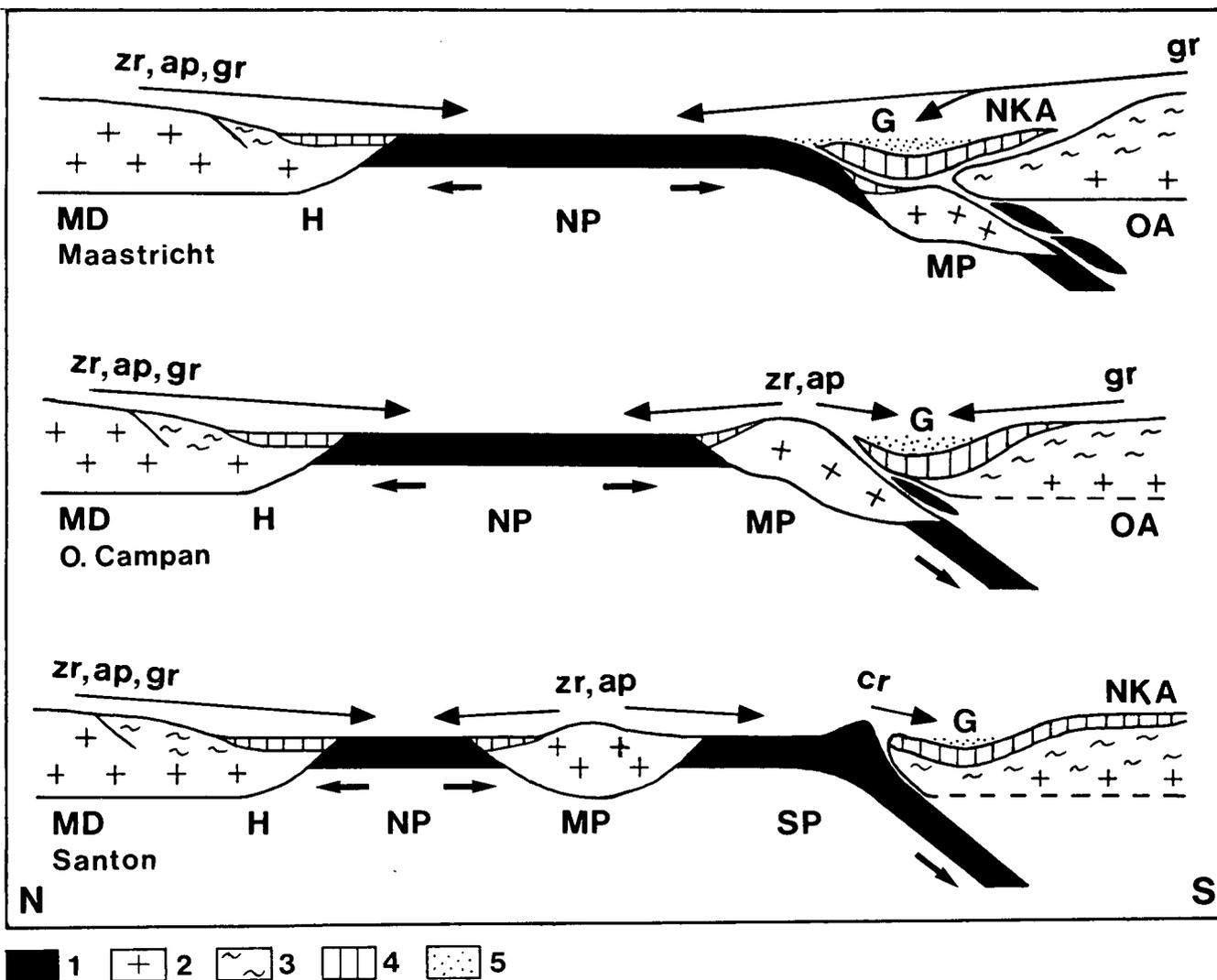


Abb. 19: Modell der plattentektonischen Entwicklung im Ostalpenraum während der höheren Oberkreide aus den mit der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse ermittelten Liefergebieten der Gosau-Sedimente. MD = Moldanubikum; H = Helvetikum; NP = Nordpenninikum; MP = Mittelpenninikum; SP = Südpenninikum; OA = Oberostalpin; NKA = Nördliche Kalkalpen; G = Gosau. 1 = ozeanische Kruste; 2 = Plutonite; 3 = Metamorphite; 4 = Sedimente; 5 = Gosau-Sedimente (2-5: kontinentale Kruste). Abkürzungen der Schwerminerale siehe Tab. 3.

nach FRISCH (1984) aus dem Mittelpenninikum oder Unterostalpin zu beziehen sind. Ob Chloritoid ebenfalls aus dem Mittelpenninikum stammen kann, bleibt offen. Durch die Kollision kommt es zu größeren tektonischen Bewegungen im Ostalpin der adriatischen Platte, die zur starken Absenkung der Gosaubecken und zur Freilegung von Altkristallinaren im Zuge der Deckenbewegungen der Nördlichen Kalkalpen führen, was die Anlieferung metamorpher Schwerminerale ab dem Obercampan ermöglicht. Demnach müßte die intragosauische Phase im Zusammenhang mit der Kollision stehen und das Ende der dritten Entwicklungsperiode nach FRISCH (1979) mit der Schließung des Piedmont-Ozeans zwischen hohem Unter- und tiefem Obercampan anzusetzen sein. Mit der generellen Granatvormacht, die sich im Maastricht einstellt, ist das Mittelpenninikum vollständig überschoben.

WEIDICH (1984) nimmt bereits während des Santon und Untercampan einen Sedimenttransport aus Süden an, da nördlich des Sedimentationsraumes der Gosau eine Schwellenregion (Oberndorfer Schwelle) und eine bathyale Entwicklung (Branderfleck-Schichten) zumindest im Westteil der Nördlichen Kalkalpen anschließen, weshalb der Transport von ophiolithischem und kratonischem Material aus weiter nördlich gelegenen Gebieten schwer möglich erscheint. Nach ROEDER (1976) erfolgt der Sedimenttransport in die ältere Gosau ebenfalls aus Süden, aus dem dinarischen Raum.

Die Ähnlichkeit der Schwermineralspektren von rhodanubischem Flysch und Gosau mit zunehmenden Granatgehalten im Obercampan und Maastricht könnte auf eine Verbindung der beiden Ablagerungsräume in diesem Zeitraum rückzuführen sein (s. DIETRICH, 1976). Eine andere Möglichkeit wäre die Abtragung der metamorphen Hüllserie des südböhmischen Granitplutons, aus dem NIEDERMAYER (1966) die Zirkon-Spektren des Wienerwald-Flysch herleitet.

Die Subduktion des nordpenninischen Valais Ozeans läßt sich in gleicher Weise mit Chromspinell im Eozän der Gosau nachweisen (s. WOLETZ, 1963, 1980), wenn auch in abgeschwächter Form, da gleichzeitig die Granatzufuhr aus dem Ostalpin anhält. Chromspinell ist auch aus dem Paleozän der oberbayrischen Tratenbachschichten bekannt, fehlt aber im Ostteil des rhodanubischen Flysches. Im Nordhelvetikum der Westalpen führt der obereozäne bis unteroligozäne Tavayannaz-Sandstein vorwiegend basaltischen bis andesitischen Detritus mit einem Schwermineralspektrum, in dem Hornblende und Pyroxen vorherrschen, was auf eozänen Vulkanismus hinweist (vgl. VUAGNAT, 1952; MARTINI, 1968; DIETRICH, 1976).

3.2.2.2. Variszische Klastika aus Westbulgarien

Aus den klastischen Sedimenten des Devon und Karbon der Kraistiden in Westbulgarien, die vor der variszischen Orogenese abgelagert wurden, liegen Schwermineraldaten aus einem etwa 350 Meter mächtigen Profil bei Berende (s. Abb. 20), das Mittel- und Oberdevon enthält und zur Katina-Formation gehört, vor (SPASSOV et al., 1978; SPASSOV, 1983; HOLZER et al., in Vorb.). In dem Profil, das tektonisch durch eine Störung in zwei Abschnitte zerfällt, lassen sich entsprechend der tekto-

nischen und stratigraphischen Position zwei Schwermineralspektren unterscheiden (s. Tab. 4, Abb. 20): Im liegenden Teil überwiegt ein reifes Spektrum, während im hangenden Teil Apatit- und Granatvormacht mehrmals wechseln.

Die Auswertung mit der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse erfolgte analog den bereits angeführten Beispielen und führte zu folgenden Ergebnissen:

Die tektonische und stratigraphische Zweiteilung des Profils ist im 2-Faktoren-Schema des Endglieder-Faktoren-Entwicklungsmodells der Abb. 21 enthalten. Ein „Maturität“-Endglied (vgl. Anmerkung 3, Kap. 3.2.2.1.) (Zirkon, Turmalin, Rutil, gerundeter Zirkon, Opakanteil) steht einem „Plutonit-Metamorphit“-Faktor (Apatit, Granat, idiomorpher Zirkon, durchsichtige Schwerminerale) gegenüber. Aus dem zweiten Endglied entstehen im 3-Faktoren-Schema ein „Plutonit“-Endglied mit Apatit, idiomorphem Zirkon, Opakanteil und ein „Gneis“-Endglied mit Granat, Apatit, idiomorphem Zirkon und durchsichtigen Mineralen. Der hohe Anteil an idiomorphem Zirkon dürfte die Beteiligung von Orthogneisen bei den Metamorphiten anzeigen. Die Berechnung von mehr als drei Faktoren bringt keine weiterreichenden Ergebnisse, da die Kompositionsfaktorenladungen und Kompositionsfaktorenwerte zum Teil hohe negative Werte aufweisen und keine geologische Interpretation erlauben. Außerdem erklärt das 3-Faktoren-Schema mit 93 % den größten Teil der Datenvarianz. Auch im Faktor-Varianz Diagramm der Abb. 22 sind bei drei Faktoren bis auf

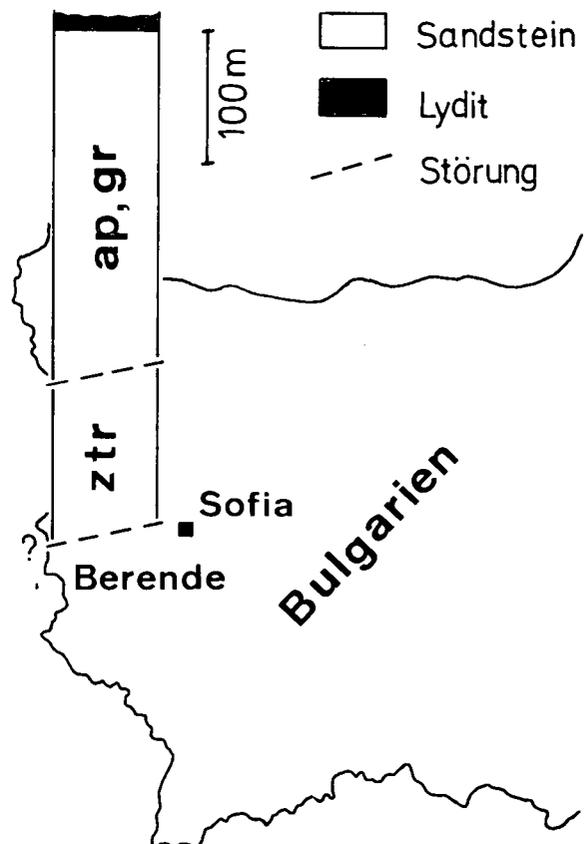


Abb. 20: Das Profil Berende im Devon der Kraistiden, Westbulgarien, mit seiner Schwermineralführung. ap = Apatit; gr = Granat; ztr = gerundeter Zirkon + Turmalin + Rutil (vgl. Tab. 4).

Tabelle 4: Schwermineralspektren von Sandsteinen aus dem Profil Berende.

AP (Apatit) + GR (Granat) + LM (Minerale aus niedriggradigen Metamorphiten, hauptsächlich Epidot, Chloritoid) + TU (Turmalin) + ZR (Zirkon gesamt) + RU (Rutil) + RES (Rest: Titanit, Brookit-Leukoxen, Anatas) = 100 %.
 ZID (idiomorpher Zirkon) + ZRU (gerundeter Zirkon) = 100 %.
 DSM (durchsichtige Minerale) + OP (Opakanteil) = 100 %.
 n = Probenzahl; \bar{x} = arithmetisches Mittel; s = Standardabweichung, p = Wahrscheinlichkeit des Vorliegens einer statistischen Normalverteilung.

| | | AP | GR | LM | TU | ZR | RU | RES | ZID | ZRU | DSM | OP |
|----------------------------|---|------|------|-----|------|------|------|-----|------|------|------|------|
| Berende, liegend n = 28 | x | 6.6 | 9.4 | 0.8 | 8.0 | 68.6 | 5.1 | 1.5 | 11.5 | 88.5 | 27.4 | 72.6 |
| | s | 9.9 | 18.7 | 1.4 | 4.7 | 23.1 | 3.3 | 1.9 | 8.2 | 8.2 | 10.5 | 10.5 |
| | p | 0.04 | 0 | | 0.42 | 0.14 | 0.93 | | 0.20 | 0.20 | 0.80 | 0.80 |
| Berende, hangend n = 69 | x | 38.1 | 44.3 | 1.1 | 3.9 | 11.3 | 0.5 | 0.8 | 59.9 | 40.1 | 48.8 | 51.2 |
| | s | 16.2 | 19.4 | 1.6 | 2.5 | 6.9 | 1.0 | 1.2 | 13.8 | 13.8 | 22.9 | 22.9 |
| | p | 0.45 | 0.80 | | 0.15 | 0.11 | | | 0.61 | 0.61 | 0.09 | 0.09 |
| Berende, gesamt n = 97 | x | 29.0 | 34.3 | 1.0 | 5.1 | 27.8 | 1.8 | 1.0 | 45.9 | 54.1 | 42.6 | 57.4 |
| | s | 20.4 | 24.7 | 1.5 | 3.8 | 29.2 | 2.8 | 1.5 | 25.1 | 25.1 | 22.2 | 22.2 |

Turmalin alle im Endgliedermodell angeführten Variablen mit hohen Varianzanteilen enthalten.

Die Position der Proben im Endglieder-Polytop gibt das Dreiecksdiagramm in Abb. 23 wieder. Die Proben aus dem Liegendteil befinden sich vom Endglied „Maturität“ ausgehend größten Teils an der Dreieckskante zu „Plutonit“, wobei der Plutonit-Anteil 40 % nicht überschreitet. Die Proben aus dem Hangenden liegen zwischen „Plutonit“ und „Gneis“ unter geringer Beteiligung von Maturität (bis 25 %). Das homogene Spektrum im Liegenden ist demnach aus einem kratonischen Liefergebiet, das reife Sedimente und Abtragungsprodukte

von Plutoniten bereitstellt, abzuleiten. Der Umschlag des Spektrums und die größere Variabilität im Hangenden lassen auf eine Reaktivierung und/oder Änderung des Hinterlandes schließen, in dem nunmehr saure Plutonite und Gneise abgetragen werden. Die Tendenz der Sedimentanlieferung aus Metamorphiten nimmt gegen das Hangende zu. Nach der Ablagerung von Lyditen, die das untersuchte Profil im Hangenden begrenzen, ist die Umgestaltung des Hinterlandes weitgehend abgeschlossen. An anderen Lokalitäten (Giginci, Selišde Dol, vg. HOLZER et al., in Vorb.) besteht das Schwermineralspektrum über den Lyditen, altersmäßig wahr-

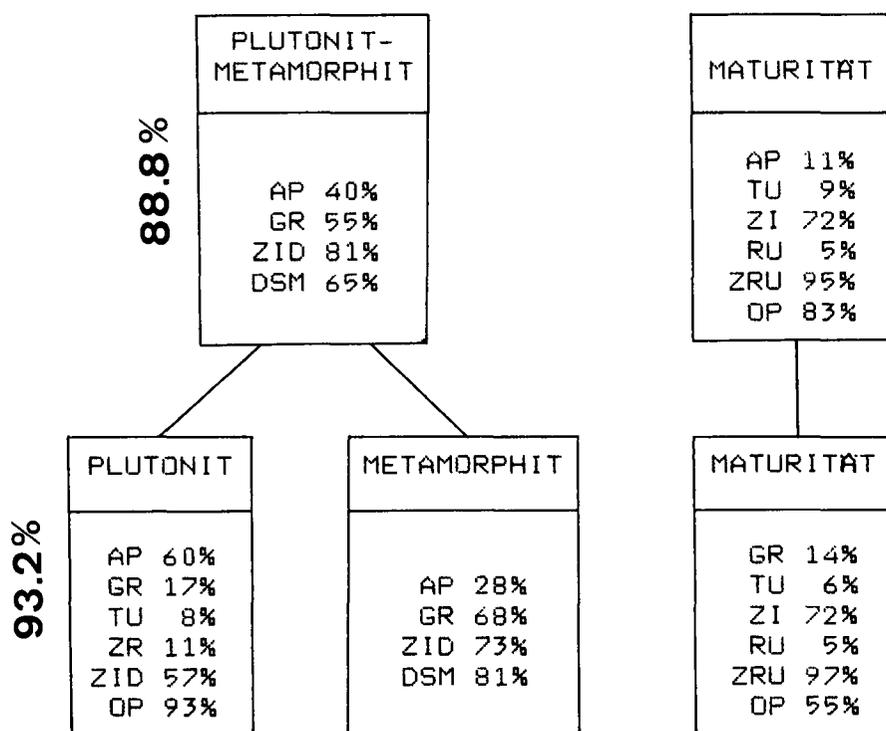


Abb. 21: Endglieder-Faktoren-Modell für das Profil Berende mit zwei und drei Endgliedern und deren wichtigsten Schwermineral-Kompositions-Faktorenwerten in Prozenten.

Abkürzungen siehe Tab. 4, Erläuterungen siehe Abb. 9.

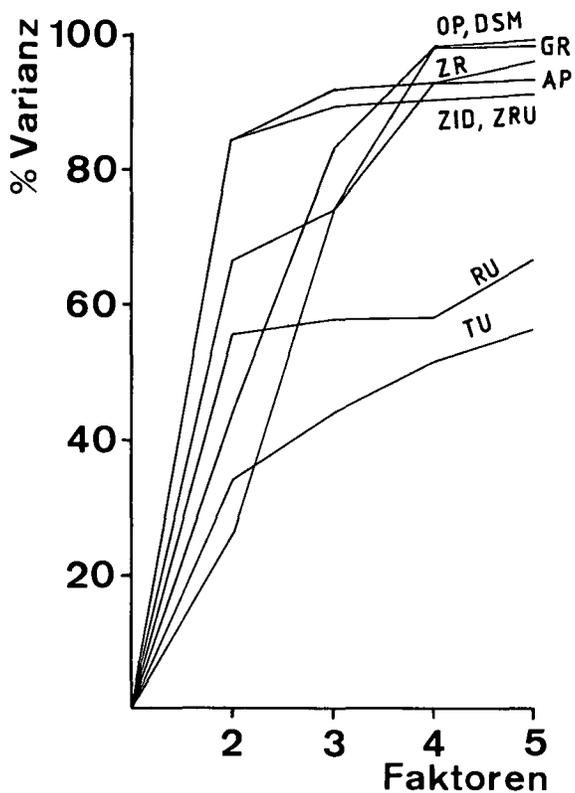


Abb. 22: Faktor-Varianz-Diagramm zu Abb. 21. Erläuterungen siehe Abb. 10.

scheinlich Unterkarbon, hauptsächlich aus Granat (durchschnittlich 69 %) und Apatit (22 %), entspricht also sehr genau dem „Gneis“-Endglied aus Berende.

In den Schwermineralspektren gibt es, bedingt durch das Fehlen von Chromspinell und anderen Mineralen aus basischen und ultrabasischen Magmatiten keinen Hinweis auf eine Subduktionsphase. Trotzdem vollzieht sich eine Umgestaltung des Hinterlandes, das zunächst reifen kratonischen Detritus liefert und nach plutonisch-metamorphen Intervallen mit einem metamorphen Spektrum vor der variszischen Orogenese endet. Der mehrmalige Wechsel von Plutonit- und Metamorphitvorkommen läßt für längere Schüttungsperioden auf das gleichzeitige Vorhandensein der betreffenden Gesteine im Hinterland schließen, die aus verschiedenen Richtungen Material dem Sedimentationsraum zugeführt haben oder wechselweise hintereinander. Im Profil Berende kommen nur vereinzelt Turbidite vor (s. HOLZER et al., in Vorb.), was zusammen mit dem Fehlen ozeanischer Kruste auf kratonische Sedimentation hinweist. Unter der Annahme, daß Plutonite und Metamorphite

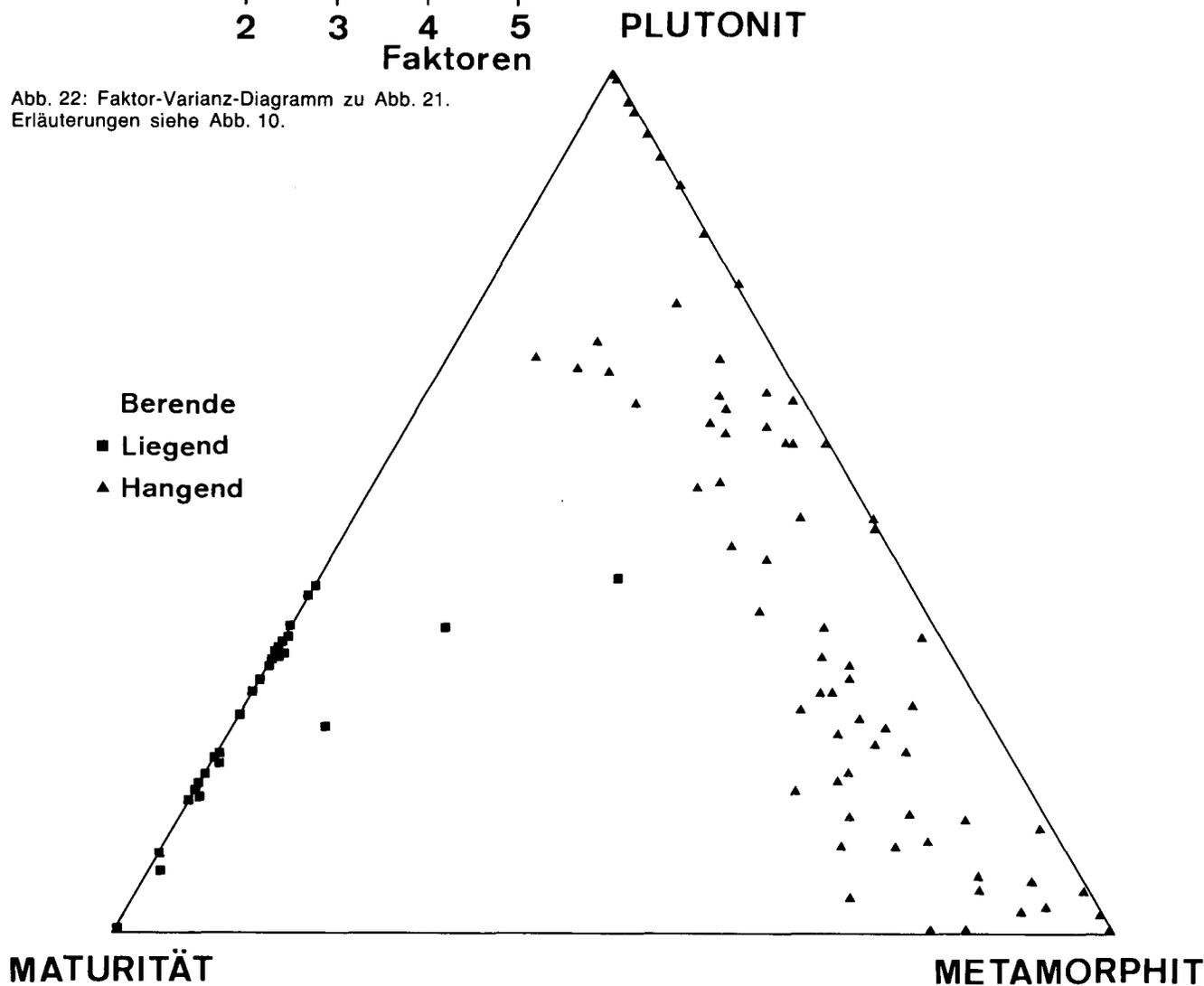


Abb. 23: Verteilung der lithostratigraphisch gruppierten Proben aus dem Profil Berende im Polytop von drei lithologischen Endgliedern. Erläuterungen siehe Abb. 18.

als einheitliches kontinentales Hinterland nach einem „basement uplift“ zur Verfügung stehen und die Plutonite sich in größerer Entfernung vom Ablagerungsraum befinden, läßt sich die Schwermineralabfolge mit einem Wechsel proximaler und distaler Schüttungen im Bereich eines (zunächst?) passiven Kontinentalrandes erklären.

Das mit der Zeit zunehmend morphologisch akzentuierte Becken, belegt durch den Turbiditcharakter der jüngeren Klastika von Giginci, bezieht schließlich den metamorphen Detritus aus einem nahe gelegenen Festland. Das granatreiche Spektrum, das die orogene Sedimentation beendet, spricht gegen die Vorstellung eines einheitlichen Hinterlandes.

Eine andere Möglichkeit, den Wechsel in der Bereitstellung von kratonisch-plutonischen zu metamorphen Ausgangsgesteinen zu erklären, besteht in der Annahme einer kontinentalen Plattenkollision: Von einem kratonischen Hinterland wird zunächst reifer Detritus in ein vorgelagertes zum Kraton gehörendes Sedimentbecken transportiert. Mit der Annäherung und nachfolgenden Kollision eines anderen Kontinentalblockes, verbunden mit dessen „basement uplift“ steht ein zweites Liefergebiet zur Verfügung, das mit steigender Intensität metamorphen Detritus in das Becken einbringen kann (s. auch Kap. 4.3.2.).

Die variszischen Klastika von Westbulgarien sind weiters von Bedeutung, weil ähnliche Schwermineralspektren auch aus dem Variszikum der Ost- und Südalpen (SCHNABEL, 1976; STATTEGGER, 1982a) und dem alpidischen Anteil von Iberien (STATTEGGER, 1982b cum lit.) bekannt sind, wenn auch teilweise in anderer Abfolge.

3.3. Schlußfolgerungen

Die petrologische Zusammensetzung sandiger Sedimente ist von der plattentektonischen Situation der Liefergebiete abhängig. Zahlreiche Arbeiten, die den Versuch unternehmen, das Hinterland aus dem Sediment zu rekonstruieren, beruhen auf der quantitativen Bestimmung der detritischen Sandfraktion mit den Hauptbestandteilen Quarz, Feldspat und Gesteinsbruchstücke (vgl. POTTER, 1978; DICKINSON & SUCZEK, 1979; DICKINSON & VALLONI, 1980; SCHWAB, 1981; DICKINSON et al., 1983). Die mineralogische Zusammensetzung einer Probe wird im ternären System Q–F–L bzw. Subsystemen davon dargestellt. Das QFL-Dreieck ist in Felder nach der Herkunft des sandigen Detritus eingeteilt, die auf die plattentektonische Position des Hinterlandes Bezug nehmen und eine einfache Zuordnung der Proben ermöglichen sollen.

Schwerminerale können, wie gezeigt wurde, Liefergebiete präziser erfassen. Mit der im allgemeinen größeren Zahl herkunftssensitiver Minerale im Vergleich zur Leichtfraktion kann bei angemessener Probenzahl eine genauere Differenzierung erfolgen. Eine wichtigere Rolle als einzelne Minerale spielt dabei die Charakterisierung von Mineralassoziationen. Die Wiedergabe von Proben in einem System weniger Einzelminerale, das graphisch einfach darstellbar ist, ist in vielen Fällen zu wenig aussagekräftig, da ein zu starrer Rahmen vorgegeben wird. Wesentlich günstiger erweist sich die Modellierung von repräsentativen Endgliedern, aus denen Ausgangsgesteine bestimmt werden können, mit Hilfe der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse: Gesteine im Hinterland werden durch eine bestimmte Mineralkombi-

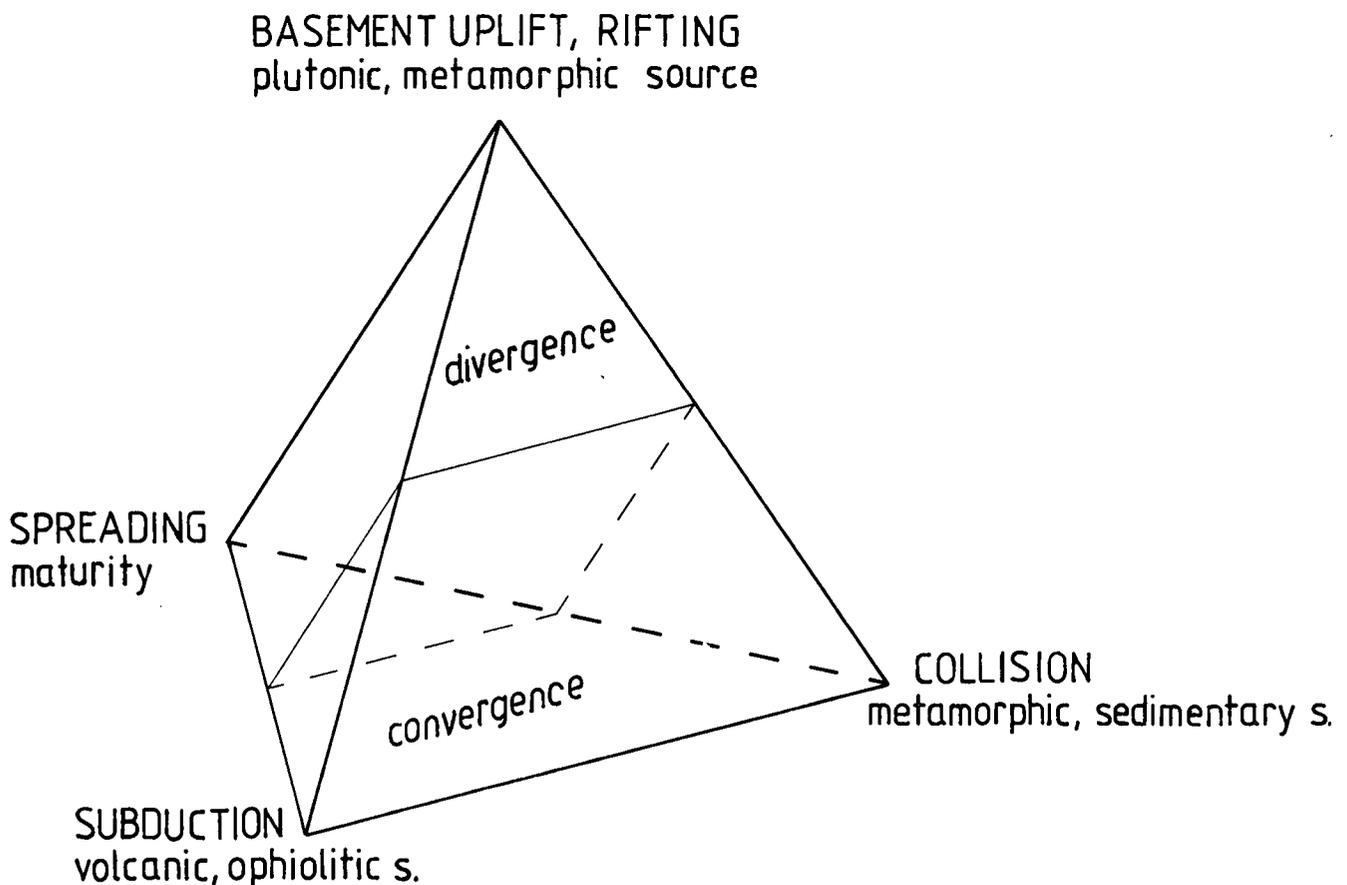


Abb. 24: Die Modellierung von lithologischen Endgliedern aus Schwermineraldaten der Sedimente ermöglicht die Rekonstruktion der Liefergebiete in ihrem plattentektonischen Rahmen.

nation beschrieben, die meist geringe Zahl von Endgliedern erleichtert eine übersichtliche Präsentation der Ergebnisse und erlaubt Rückschlüsse auf die plattentektonische Position der Liefergebiete (s. Abb. 24). Anstelle von Einzelmineralen, die durch ihr alleiniges Vorhandensein zu Konstanten werden, verwendet man Vektoren mit variablen Relativanteilen der einzelnen Minerale, wodurch der aus den Endgliedern definierte Rahmen eines Probenraumes jeweils optimal an die Struktur der Daten angepaßt werden kann.

4. Schwerminerale in Flüssen und Profilen als ortsabhängige Variablen

4.1. Allgemeines

Geologische Beobachtungen stehen in einem Bezug zum Ort, aus dem sie stammen. Eine regionale Betrachtung der untersuchten Phänomene und die daraus resultierende Ortsabhängigkeit geologischer Daten gehört zu den Grundlagen geologischen Denkens.

In der Geostatistik werden als ortsabhängige Variablen im allgemeinen Größen bezeichnet, deren Werte sich in Abhängigkeit von Ortskoordinaten ändern (s. MATHERON, 1965). Die Koordinaten können ein-, zwei- oder dreidimensional sein, wenn man die Daten linear, in der Fläche oder räumlich betrachtet. Die dafür entwickelten mathematisch-statistischen Rechenstrategien gliedern sich in zwei Gruppen:

Deterministische Verfahren

Aus der regionalen Verteilung der Daten wird ein Trend berechnet. Dies geschieht über Gleichungssysteme deterministischer Funktionen in ein bis drei Dimensionen. Es handelt sich dabei um Regressionsgleichungen, in denen meist mittels Polynom- oder Splineapproximation diejenigen Werte der Variablen berechnet werden, welche die kleinsten Abweichungsquadrate von den Daten als Residuen haben und somit einen, wenn möglich signifikanten, Trend anzeigen, der mit einfachen Kurven niedriger Ordnung darstellbar sein soll. In den Geowissenschaften sind diese Prozeduren unter dem Namen Trendflächenanalyse kartenmäßig darstellbarer Daten bekannt.

Stochastische Verfahren

Die Variablen mit wechselnden Werten von Punkt zu Punkt folgen stationären Zufallsfunktionen, welche im gesamten betrachteten Gebiet deren Änderung steuern. Die Werte an verschiedenen Punkten stehen in Beziehung zueinander, so daß der Wert einer Variablen an einem Punkt als Funktion derselben Variablen an verschiedenen Punkten errechnet werden kann. Wichtig ist dabei, daß die Variablen sich zumindest schwach stationär verhalten, d. h. Mittelwert und Varianz müssen im Verlauf einer Datenfolge annähernd konstant bleiben. Die Interpolation und Extrapolation von Daten beruht auf Autokorrelationsfunktionen. Die zahlreichen Rechenverfahren dazu bezeichnet man häufig als Geostatistik im engeren Sinn, sie finden hauptsächlich in der Lagerstättengeologie Anwendung.

4.1.1. Probleme beim Datensammeln

Die Qualität einer mathematisch-statistischen Datenanalyse hängt wesentlich von der Probenzahl ab, wobei ein unterschiedlich definiertes Minimum an Beobach-

tungen nicht unterschritten werden darf (s. GY, 1975). Andererseits bringt eine sehr große Probenmenge über einer bestimmten Schwelle kaum Verbesserungen der statistischen Aussage. Man sollte daher bei umfangreichen quantitativen Arbeiten eine sorgfältige Kosten-Nutzen-Kalkulation anstellen. Bei den Kosten ist neben dem finanziellen Aufwand einer wie auch immer gearteten Gesteinsanalyse der Zeitfaktor zur Gewinnung von Daten von Bedeutung. Hingegen fällt bei einer EDV-bezogenen Auswertung ein Mehr oder Weniger an Daten kaum ins Gewicht. Der Nutzen stellt sich meist erst hinterher heraus, wenn eine bessere Beschreibung geologischer Phänomene und Erklärung deren Zusammenhänge gelingt als mit qualitativen Methoden, sei es im rein wissenschaftlichen oder im angewandten Bereich.

Aus diesen Gründen wird sich die Probenzahl eher am mathematisch-statistischen geforderten Minimum orientieren. Daraus ergeben sich zwei Probleme:

1. Über diskrete Proben soll ein kontinuierlicher Prozeß beschrieben werden.
2. Die Proben sind wegen der unterschiedlichen Geländebedingungen und anderer für die Probenentnahme entscheidender Kriterien oft regional unregelmäßig verteilt.

Beim ersten Problem läßt sich ein geologisches Phänomen aus einzelnen Probenpunkten auf Grund der Wahrscheinlichkeitstheorie mit statistischer Wahrscheinlichkeit, die groß oder klein sein kann, beschreiben (vgl. z. B. KRUMBEIN & GRAYBILL, 1965; AGTERBERG, 1974). Das zweite Problem der unregelmäßigen Probenabstände führt zu verschiedenen und für die Struktur der Daten teilweise fatalen Techniken, Probenpunkte zu interpolieren und/oder äquidistant zu machen, worauf viele geostatistische Modellansätze beruhen.

4.1.2. Strategie zur Datenauswertung

Betrachtet man Schwerminerale in Flüssen als ortsabhängige Variablen, so ist zunächst die regionale Verteilung der Probenpunkte von großer Bedeutung. Zur Vereinfachung der Analyse werden die untersuchten Flüsse als jeweils eindimensionaler Probenraum betrachtet, in dem die Position der Proben durch die Entfernung vom Ursprung des Flusses definiert ist.

Bei der Probennahme standen folgende Überlegungen im Vordergrund: Der Sandanteil als „Träger“ der Schwerminerale variiert in Abhängigkeit von der Kleinmorphologie des Flußbettes im Oberlauf der untersuchten Flüsse etwa im Meterbereich, im Unterlauf etwa im 20–100 Meter-Bereich. Da es nicht möglich ist, sämtliche Variationen der Schwermineralführung zu untersuchen (bei einer Flußlänge von 100 Kilometern wären dafür 5000–100.000 Proben nötig), liegt das Ziel darin, mit einer sehr beschränkten Probenzahl die Gesamtvariation eines Schwermineralspektrums entlang eines Flußlaufes annähernd zu erfassen. Diese hängt im wesentlichen ab von:

1. dem Gesteinsbestand in der Umgebung des Flusses,
2. der Strömungsgeschwindigkeit und damit der Transportkraft,
3. der Resistenz der einzelnen Mineralkörner beim Transport,
4. der Veränderung des Mineralbestandes durch Zuflüsse,
5. der Ausbildung der Sedimente im Flußbett (vgl. Kap. 2.3.).

Die geplante mathematisch-statistische Auswertung erfordert gleiche Probenabstände, was bei der Probenahme wegen der Geländebedingungen nur teilweise möglich und aus geologischen Gründen nicht immer sinnvoll war (s. oben).

Aus den angeführten Gründen ergaben sich schließlich Probenabstände von 700 bis 2600 Meter bei einer Länge der Flüsse bzw. Flußteile von 33 bis 89 Kilometern zur Beschreibung der Gesamtvariation (vgl. Kap. 2.3.).

Um die mit einigen Vergleichsproben eruierten geringeren Veränderungen im Kleinbereich gegenüber den teilweise großen Schwankungen zwischen den Probenpunkten entsprechend berücksichtigen zu können, schien eine Interpolation zusätzlicher Datenpunkte angebracht. Unter Berücksichtigung des Grundsatzes schwacher Stationarität mit Beibehaltung der Datenvarianz, die als repräsentativ für die Gesamtvarianz angesehen wird, wirkte es sich für die Analyse günstig aus, mit einem geeigneten Interpolationsverfahren zu den Probenpunkten eine gleich große Zahl von Datenpunkten einzufügen und gleichzeitig äquidistante Datenserien zu erzeugen.

Die auf diese Weise vorbereiteten Datenfolgen aus Schwermineralen und Kompositionsfaktorenladungen der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse (s. Kap. 3.2.) werden mit Methoden der Zeitreihenanalyse und der Geostatistik ausgewertet, ebenso ein Profil aus dem klastischen Oberdevon von Westbulgarien (s. Kap. 3.2.2.2.), um rezente horizontale mit fossilen vertikalen Schwermineralabfolgen zu vergleichen und weitere Modelle der Beziehungen zwischen Sediment und Hinterland zu entwerfen.

4.2. Methodik

4.2.1. Dateninterpolation mit Spline-Algorithmen

Unter der großen Zahl von mathematischen Interpolationsverfahren (vgl. z. B. LANZOS, 1957; WHITTAKER & ROBINSON, 1960) sind Splinesfunktionen zur Erzeugung glatter Kurven aus Einzelpunkten für die vorliegende Problemstellung besonders geeignet, da man mit ihnen unter bestimmten Voraussetzungen aus einem Datenset Kurven unterschiedlicher Krümmung generieren kann. Damit ist es möglich, den nach geologischen Kriterien besten kontinuierlichen Verlauf einer Datenfolge für die weitere Analyse auszuwählen. Die Darstellung der Methode und das verwendete Rechenprogramm folgen im wesentlichen SPÄTH (1978).

Bei der Spline-Interpolation einer Datenfolge $\{y_i\}$ entlang der Ortskoordinate x mit:

$$x_1 < x_2 < \dots < x_n \quad (4.1.)$$

bestehend aus den Probenpunkten (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$, verbindet man niedriggradige schwach schwankende Polynome zu einer in der gesamten Länge (x_1, x_n) der Datenfolge mindestens zweimal stetig differenzierbaren Funktion. Häufig verwendet man kubische Splines, die unter bestimmten Randbedingungen die Bindungsenergie einer Kurve minimieren, durch die Punkte

$$(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}) \quad (4.2.)$$

$$i = 2, \dots, n$$

mit n als Länge der Datenfolge. Ein kubischer Spline besteht aus $n-1$ Polynomen dritten Grades, die in den

Intervallen $i = 2, \dots, n-1$ für jeweils zwei Probenpunkte zweimal stetig differenzierbar aneinandergeschlossen sind und hat für jedes Teilstück die Form:

$$f_i(x) = A_i g_1(x) + B_i g_2(x) + C_i g_3(x) + D_i g_4(x) \quad (4.3.)$$

wobei die Koeffizienten A_i, B_i, C_i und D_i als Funktion von y_i und y'_{i-1} bzw. y_i und y'_{i+1} darstellbar sein müssen und g_1, g_2, g_3, g_4 Polynome dritten Grades oder andere zumindest zweimal stetig differenzierbare Funktionen sind.

Im Sonderfall verallgemeinerter kubischer Splines können die Funktionen g_i in Abhängigkeit vom Intervall (x_i, x_{i+1}) gebaut sein und zwei voreinstellbare variable Parameter p_i und q_i enthalten. Günstig sind:

$$g_i(t) = g(q_i, t) = \frac{t^3}{q_i u + 1}$$

$$g_i(u) = g(p_i, u) = \frac{u^3}{p_i t + 1} \quad (4.4.)$$

mit:

$$-1 < p_i, q_i < \infty \quad (4.5.)$$

für:

$$t = \frac{x - x_i}{\Delta x_i}$$

$$u = 1 - t \quad (4.6.)$$

Daraus folgt der Ansatz:

$$f_i(x) = A_i u + B_i t + C_i \frac{u^3}{p_i t + 1} + D_i \frac{t^3}{q_i u + 1} \quad (4.7.)$$

Differenziert man (4.7.), so erhält man:

$$\Delta x_i f'_i(x) = B_i - A_i + C_i \frac{2p_i u^3 - 3u^2(p_i + 1)}{(p_i t + 1)^2} - D_i \frac{2q_i t^3 - 3t^2(q_i + 1)}{(q_i u + 1)^2} \quad (4.8.)$$

und:

$$(\Delta x_i)^2 f''_i(x) = C_i \frac{2(p_i)^2 u^3 - 6p_i(p_i + 1)u^2 + 6(p_i + 1)^2 u}{(p_i t + 1)^3} + D_i \frac{2(q_i)^2 t^3 - 6q_i(q_i + 1)t^2 + 6(q_i + 1)^2 t}{(q_i u + 1)^3} \quad (4.9.)$$

sowie in weiterer Folge die Koeffizienten A_i, B_i, C_i und D_i :

$$C_i = \frac{(3 + q_i)\Delta y_i - (2 + t_i)\Delta x_i y'_i - \Delta x_i y'_{i+1}}{(2 + p_i)(2 + q_i) - 1}$$

$$D_i = \frac{-(3 + p_i)\Delta y_i + \Delta x_i y'_i + (2 + p_i)\Delta x_i y'_{i+1}}{(2 + p_i)(2 + q_i) - 1}$$

$$A_i = y_i - C_i$$

$$B_i = y_{i+1} - D_i \quad (4.10.)$$

Setzt man $p_i = q_i$, was sich bei der Dateninterpolation als ausreichend erwies, so vereinfachen sich die Berechnungen in weiterer Folge. Die durch Kopplung entstehende Splinesfunktion wird als rationaler Spline bezeichnet:

$$f''_{i-1}(x_i) = f''_i(x_i) \quad (4.11.)$$

mit den Randbedingungen:

$$y'_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}$$

$$y'_n = \frac{\Delta y_{n-1}}{\Delta x_{n-1}} \quad (4.12.)$$

führen zu einem tridiagonalen, symmetrischen und diagonal dominanten Gleichungssystem, das mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren gelöst werden kann. Der Algorithmus ist in der Subroutine RASPL1 (SPÄTH, 1978) programmiert.

Sehr große Zahlenwerte für $p_i = q_i$ approximieren einen geradlinigen Polygonzug, der einer linearen Dateninterpolation entspricht. $p = q = 0$ definiert einen normalen kubischen Spline mit minimaler Gesamtkrümmung, hingegen erzeugen negative Werte eine stärkere Krümmung oder Rauigkeit der Kurve (siehe Abb. 25). Mit dem vorgestellten Verfahren kann aus einem Datenset unregelmäßig verteilter Probenpunkte eine beliebig große Zahl von Werten äquidistant interpoliert werden. Verschiedene Voreinstellungen von p und q ermöglichen im interaktiven Verkehr mit dem Computer eine optimale Anpassung einer Datenkurve in Abhängigkeit von der Datenvarianz, womit das Prinzip der schwachen Stationarität gewahrt bleiben kann.

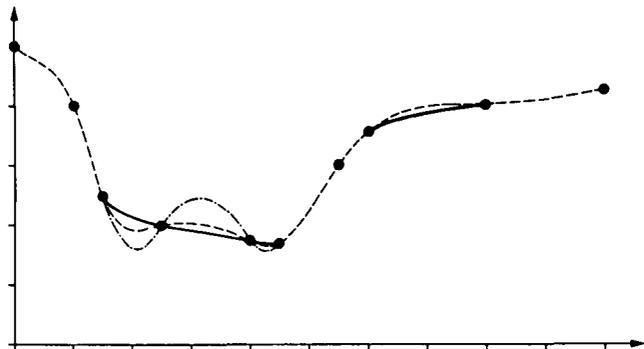


Abb. 25: Beispiele zur Interpolation einer Variablen zwischen Datenpunkten mit rationalen Spline-Funktionen. Gestrichelte Kurve: kubischer Spline mit $p_i = q_i = 0$; strichpunktierte Kurve: rationaler Spline mit $p_i = q_i = -0.9$; ausgezogene Kurve: rationaler Spline mit $p_i = q_i = 5$; nach SPÄTH (1978, Abb. 59).

4.2.2. Zeitreihenanalyse

Mit dem Begriff Zeitreihe bezeichnet man in regelmäßigen Abständen aneinandergereihte Datenpunkte einer Variablen. Die Abstände zwischen den Punkten nehmen nach der Definition gleich große Zeitintervalle ein. Beispiele sind etwa die täglichen Messungen einer meteorologischen Station, tägliche Börsenberichte oder die jährliche Geburtenrate eines Landes.

In der Geologie sind, mit Ausnahme der Betrachtung aktuogeologischer Phänomene in einigen Fällen, äquidistante Zeitintervalle kaum festzulegen. So mißt man beispielsweise in einem stratigraphischen Profil die Abstände zwischen Proben in Längen- und nicht in Zeiteinheiten, die zeitliche Dimension wird durch diese unter Umständen wieder rekonstruieren. Der Name Zeitreihe wird meist aus konventionellen Gründen beibehalten (vgl. SCHWARZACHER, 1975), als Alternative verwendet z. B. AGTERBERG (1974) den Begriff "space series".

Die Datenfolgen der vorliegenden Arbeit kann man ebenfalls nur in ihrer räumlichen Verteilung erfassen:

Unter dem Aspekt der Sedimentation sind Proben entlang eines Flusses horizontal, Proben in einem Profil vertikal angeordnet.

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen diskreten und kontinuierlichen Zeitreihen. Der erste Fall enthält Meßwerte einer Variablen nur in bestimmten Zeitabständen, der zweite Falle einen kontinuierlichen Datenfluß. Kontinuierliche Zeitreihen können analog oder digital analysiert werden. Bei einer digitalen Auswertung ist der Abstand der Meßwerte so zu wählen, daß die dadurch entstehende diskrete Zeitreihe alle Informationen der ursprünglichen kontinuierlichen enthält. Übertragen auf geologische Körper oder Prozesse finden wir häufig ein solches Kontinuum, das digital mit einer entsprechenden Probenzahl untersucht wird. Dazu gehört die Schwermineralführung in einem Flußbett oder die Schwermineralabfolge in einem tektonisch ungestörten Profil, wo allerdings das Problem besteht, den Einfluß von Schichtgrenzen zu bestimmen. Mitunter ist es auch sinnvoll, kontinuierliche Variablen innerhalb bestimmter Intervalle zu summieren oder zu integrieren, z. B. den Sandanteil in einem Profil für einzelne Abschnitte, oder abschnittsweise gleitende Mittelwerte zu bilden.

Eine Zeitreihe kann aus einer Trendkomponente und den Abweichungen davon bestehen. Ein genereller Trend in Form eines niedriggradigen Polynoms (im einfachsten Fall eine Gerade) kann Instationarität bedingen, seine Eliminierung stationäre Residuen hinterlassen.

Aus der Nachrichtentechnik kennt man die Schwierigkeit bei der Übertragung eines Signals, da zum eigentlichen Signal überlagernde Störungen auftreten können, die einen Informationsverlust bedingen. Es handelt sich um ein „signal-noise“-System, in dem die zu analysierende Zeitreihe aus der ursprünglichen Datenfolge und einer zweiten Serie aus Zufallskomponenten besteht.

Dies führt in weiterer Folge zu Input-Prozeß-Output-Modellen dynamischer Systeme, die auch als „black box“-Modelle bekannt sind. Eine mathematische Transferfunktion formuliert die Beziehungen zwischen sequentiell Input und sequentiell Output, um das System zu erklären. Im geologischen System Erosion – Transport – Sedimentation läßt sich bezogen auf Schwerminerale der durch Erosion freigesetzte fluviale Input aus den Umgebungsgesteinen abschätzen, der Output ist mit den Schwermineraldaten aus dem akkumuliertem Sediment bekannt, das sich durch Transportunterbrechung oder Transportbeendigung anlagert (siehe Abb. 26). Die mathematische Funktion des vermittelnden Prozesses muß von ihrer Struktur zu einer geologisch sinnvollen Interpretation führen sowie den Output mit hinreichender Genauigkeit modellieren.

Der folgende methodische Teil stützt sich hauptsächlich auf KENDALL (1946), KENDALL & STUART (1968), JENKINS & WTTTS (1968), SCHWARZACHER (1975), DAVID (1977), JOURNEL & HUIJBREGTS (1978) und RENDU (1981).

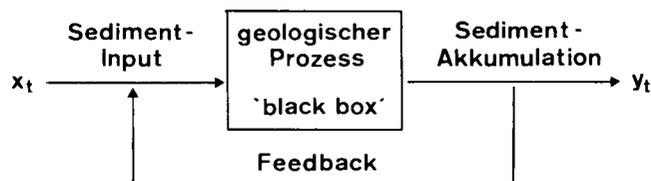


Abb. 26: Input-Prozeß-Output-Modell dynamischer Systeme. Sequentieller Input (x_t) führt zu sequentiell Output (y_t).

4.2.2.1. Autokorrelation und Korrelogramm

Die allgemein bekannte Korrelationsanalyse untersucht die paarweisen Ähnlichkeiten zwischen den Variablen einer Stichprobe. Man berechnet zunächst die Kovarianz (cov) zweier Variablen, das sind deren gemeinsame Varianzanteile, und daraus den normierten Produkt-Moment-Korrelationskoeffizienten r .

In einer Zeitreihe der Datenpunkte $\{x_i\}$ vergleichen Autokovarianz und Autokorrelation eine Variable mit sich selbst in verschiedenen Abständen durch Verschieben der Zeitreihe um h äquidistante Intervalle (lags). Damit kann man die Ähnlichkeiten zwischen Datenpunkten in Abhängigkeit von deren Entfernung bestimmen.

Ein stochastischer stationärer Prozeß in einer kontinuierlichen Datenfolge mit der Varianz $(\sigma_x)^2$ hat die Autokovarianzfunktion:

$$K(h) = \text{cov}[x_i, x_{i+h}] \quad (4.13.)$$

$$-\infty \leq i, h \leq +\infty$$

und die Autokorrelationsfunktion:

$$\rho(h) = \frac{K(h)}{K(0)} = \frac{K(h)}{(\sigma_x)^2} \quad (4.14.)$$

aufgetragen gegen das Intervall h . In einem kontinuierlichen Prozeß kann h beliebige Werte annehmen, in einem diskreten Prozeß wird $K(h) = C(h)$ und $\rho(h) = R(h)$ nur für ganzzahlige Werte von h definiert, mit dem Autokorrelationskoeffizienten r_h in jedem Intervall.

Die Autokovarianz C_h einer diskreten Datenfolge $\{x_i\}$ mit n Werten im Abstand h beträgt:

$$C_h = \frac{1}{n-h} \sum_{i=1}^{n-h} (x_i - \bar{x})(x_{i+h} - \bar{x}) \quad (4.15.)$$

$h = 0, 1, 2, \dots$ Verschiebungsbetrag in äquidistanten Einheiten

Ausgehend von der Gesamtvarianz der Daten, $(s_x)^2 = C_0$, ändert sich der Wert der Autokovarianzfunktion in Abhängigkeit von h symmetrisch um $h = 0$:

$$C_{-h} = C_h \quad (4.16.)$$

d. h. unabhängig von der Verschiebungsrichtung. Aufeinanderfolgende Werte von $C(h)$ können in einem Kovariogramm dargestellt werden. Aus C_h errechnet sich die Autokorrelationsfunktion:

$$R(h) = \frac{C(h)}{C_0} \quad (4.17.)$$

$h = 0, 1, 2, \dots$

und die einzelnen Autokorrelationskoeffizienten:

$$r_h = \frac{C(h)}{C_0} \quad (4.18.)$$

$-1 \leq r \leq 1$

oder bezogen auf die Datenpunkte:

$$r = \frac{(n-h) \sum_{i=1}^{n-h} x_i x_{i+h} - \sum_{i=1}^{n-h} x_i \sum_{i=1}^{n-h} x_{i+h}}{\sqrt{(n-h) \sum (x_i)^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sqrt{(n-h) \sum (x_{i+h})^2 - (\sum x_{i+h})^2}} \quad (4.19.)$$

Eine Folge von Autokorrelationskoeffizienten mit $h = 0, 1, 2, \dots$ nennt man Korrelogramm. Empirische Korrelogramme aus diskreten Datensätzen als Funktion von h geben eine Approximation der theoretischen Autokorrelationsfunktion. Dies ist von Bedeutung, weil ver-

schiedene stochastische Prozesse bestimmte Autokorrelationsfunktionen besitzen und daher die Form von Korrelogrammen Aussagen über die Struktur der sie bedingenden stochastischen Prozesse gestattet. Voraussetzung ist zumindest schwache Stationarität einer Datensequenz, da sich sonst die Korrelogramme in Abhängigkeit von der Länge der Datenfolge ändern, also nicht stabil sind.

4.2.2.2. Einfache stationäre stochastische Prozesse

Die hier erläuterten stationären Prozesse zur Modellierung von Zeitreihen beschreiben die Beziehungen zwischen Input und Output. Sie sind stochastisch, da jeder Datenpunkt einer Zeitreihe ein Signal, das ist der Anteil eines formulierten Prozesses, und eine Zufallskomponente enthält. Die Zufallskomponenten sind voneinander unabhängig, also unkorreliert, und bilden eine Folge mit dem Mittelwert = 0 und einer konstanten Varianz; sind sie normalverteilt, so spricht man von einem Gauß'schen Zufallsprozeß.

Die in der Geologie anwendbaren Verfahren gliedern sich in zwei Gruppen, die miteinander kombiniert werden können:

- AR-Prozesse (autoregressive)
- MA-Prozesse (moving averages, gleitende Mittelwerte)
- ARMA-Prozesse (Kombination von AR und MA)
- ARIMA-Prozesse (autoregressive integrated moving averages)

4.2.2.2.1. AR-Prozesse

In einem autoregressiven Prozeß ist jeder Datenpunkt x_i durch eine lineare Regression auf vorhergehende Datenpunkte und ein Zufallselement z_i bestimmt. Ein kontinuierlicher autoregressiver Prozess k -ter Ordnung ($h = 0, 1, \dots, k$) und Mittelwert = μ erfüllt die Differentialgleichung:

$$\alpha_k \frac{d^k x}{dt^k} + \alpha_{k-1} \frac{d^{k-1} x}{dt^{k-1}} + \dots + \alpha_0 (x_i - \mu) = z_i \quad (4.20.)$$

die sich im diskreten Fall zur Differenzgleichung:

$$(x_i - \mu) = a_1(x_{i-1} - \mu) + a_2(x_{i-2} - \mu) + \dots + a_k(x_{i-k} - \mu) - z_i \quad (4.21.)$$

vereinfacht. Die zugehörige Autokorrelationsfunktion lautet:

$$\rho(h) = a_1 r_{h-1} + a_2 r_{h-2} + \dots + a_k r_{h-k}, \quad h \geq 1$$

$$1 = a_1 r_1 + a_2 r_2 + \dots + a_k r_k + \frac{(\sigma_z)^2}{K_0}, \quad h = 0 \quad (4.22.)$$

Für eine empirische Zeitreihe wird daraus:

$$x_i = \bar{x} + a_1(x_{i-1} - \bar{x}) + \dots + a_k(x_{i-k} - \bar{x}) + z_i \quad (4.23.)$$

mit der Autokorrelationsfunktion (vgl. 4.17.):

$$R(h) = a_1 r_{h-1} + a_2 r_{h-2} + \dots + a_k r_{h-k} \quad (4.24.)$$

Die Auflösung nach den Regressionskoeffizienten a_j erfolgt über ein Gleichungssystem, die Yule-Walker-Beziehungen (siehe KENDALL & STUART, 1968),

$$r_1 = a_1 + a_2 r_1 + a_3 r_2 + \dots \quad (4.25.)$$

$$r_2 = a_1 r_1 + a_2 + a_3 r_1 + \dots$$

$$r_3 = a_1 r_2 + a_2 r_1 + a_3 + \dots$$

⋮

welches gleichzeitig die Restvarianz minimiert.

Die statistische Überprüfung eines autoregressiven Modells kann über die Berechnung der Restvarianz s^2 aus den z_i -Werten erfolgen. Grundlage dafür ist die Funktion der Summe der kleinsten Abweichungsquadrate:

$$SS(z) = \sum_{i=k+1}^n (x_i - \mu) - a_1(x_{i-1} - \mu) - \dots - a_k(x_{i-k} - \mu) \quad (4.26.)$$

Durch Differenzieren erhält man:

$$C_n = a_1 C_{n-1} + a_2 C_{n-2} + \dots + a_k C_{n-k} \quad (4.27.)$$

und die Abweichungsquadrate

$$SS_z = (n - k)(C_0 - a_1 C_1 - \dots - a_k C_k) \quad (4.28.)$$

werden minimiert. Die Restvarianz $(s_z)^2$ für einen Prozeß k-ter Ordnung ergibt sich mit

$$(s_z)^2(k) = \frac{1}{n - 2k - 1} SS \quad (4.29.)$$

Die Signifikanz des AR-Prozesses kann wie bei der herkömmlichen Regressionsanalyse mit dem F-Test überprüft werden, indem man den F-Wert aus dem Quotienten der mittels Autoregression gebildeten Quadratsumme (SS_{AR}) dividiert durch die Residualvarianz berechnet (siehe z. B. DAVIS, 1973):

$$SS_{AR} = SS_x - SS_z; (s_x)^2 = \frac{SS_x}{n - 1}$$

$$F = \frac{\frac{SS_{AR}}{1}}{\frac{SS_z}{n - 2k - 1}} = \frac{SS_{AR}}{(s_z)^2} \quad (4.30.)$$

Zusätzlich empfiehlt es sich, in Modellen ab der zweiten Ordnung die partiellen Autokorrelationskoeffizienten r zu berechnen, da man mit ihrer Hilfe neben einer Signifikanzprüfung auch die Ordnung des besten Modells exakter als mit der Restvarianz bestimmen kann. Ein partieller Autokorrelationskoeffizient der Form

$$r_{1, k+1; 2, 3, \dots, k}$$

gibt die Korrelation einer Zeitreihe mit sich selbst bei Verschiebung um das Intervall

$$k = 1, 2, \dots, k + 1$$

(1 bedeutet hier keine Verschiebung) an unter Ausschaltung der Einflüsse im Intervall $h < k$. So bezeichnet beispielsweise $r_{1,3;2}$ die Autokorrelation zwischen ursprünglicher und der um zwei lags verschobenen Serie unter Eliminierung der Autokorrelation bei Verschiebung um einen Punkt. Das Rechenverfahren entspricht der Berechnung eines $(k - 1)$ -Koeffizienten mit den Yule-Walker-Beziehungen:

$$r_{1,k;2} = a_{k-1}$$

$$r_{1,k+1;2,\dots,k} = a_k \quad (4.31.)$$

und bildet den Quotienten der Determinanten:

$$r_{1,k+1,2,\dots,k} = \frac{|A|}{|B|}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{k-2} & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{k-3} & r_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \dots & r_1 & r_k \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{k-2} & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{k-3} & r_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \dots & r_1 & 1 \end{vmatrix}$$

QUENOUILLE (1947, 1949) entwickelte Testverfahren für die Güte partieller Autokorrelationskoeffizienten. Sie folgen den üblichen Verfahren für Produkt-Moment-Korrelationskoeffizienten, benötigen aber $n + 3 + (k - 1)$ Freiheitsgrade. Somit beträgt ein 99 %-Signifikanzniveau oder die Irrtumswahrscheinlichkeit α :

$$\alpha_1 \% = 2.58 (n + k + 2)^{-1/2} \quad (4.33.)$$

Für jeden Autokorrelationskoeffizienten (r_p) kann man wie bei der herkömmlichen Korrelationsanalyse ein Konfidenzintervall mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit berechnen, das von einer zweidimensionalen Normalverteilung ausgeht (siehe z. B. KREYSZIG, 1979). Das Konfidenzintervall von r_p mit der Untergrenze r_L und der Obergrenze r_U ,

$$\text{Konf} \{ r_L \leq r_p \leq r_U \} \quad (4.34.)$$

errechnet sich aus dem hyperbolischen Tangens:

$$r_L = \tanh(z_p - g)$$

$$r_U = \tanh(z_p + g) \quad (4.35.)$$

$$z_p = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + r_p}{1 - r_p}$$

$$g = \frac{c}{\sqrt{n - 3}}$$

c = tabellarisch angegebener Wahrscheinlichkeitswert bezogen auf die Dichtefunktion der Normalverteilung (z. B. 95 % = 1.96).

z_p gibt den Schätzwert für den Mittelwert von r_p an und g die Konfidenzgrenzen, die zu z_p addiert oder davon subtrahiert werden. Der hyperbolische Tangens einer Größe u ist:

$$\tan u = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}} \quad (4.36.)$$

Liegt der untersuchte Wert über der oberen Konfidenzgrenze r_U , so hat er immer eine höhere Signifikanz als die vorgegebene Wahrscheinlichkeit. Mit dem Prüfverfahren kann die Ordnung eines AR-Prozesses mit kleinstmöglicher Restvarianz und höchstmöglichem partiellem Autokorrelationskoeffizienten an eine Datenserie angepaßt werden.

Im Normalfall wird man sich auf Prozesse niedriger Ordnung beschränken, die mit einer geringen Zahl von Parametern auskommen und geologisch oft am besten interpretiert werden können. Daher folgt eine kurze Erläuterung autoregressiver Prozesse erster und zweiter Ordnung, AR(1) und AR(2).

AR (1)

Ein diskreter autoregressiver Prozeß erster Ordnung erfüllt nach (4.21.) die Differenzgleichung:

$$x_i = \bar{x} + a_1(x_{i-1} - \bar{x}) + z_i \quad (4.37.)$$

und ist ein Markov-Prozeß erster Ordnung, da x_i immer nur vom vorhergehenden Wert x_{i-1} und einer Zufallskomponente z_i abhängt. Daraus folgt:

$$x_i = \bar{x} + \sum_{h=0}^{i-1} a^h z_{i-h} \quad (4.38.)$$

a_1 läßt sich mit r_1 approximieren:

$$a_1 \approx r_1 \quad (4.39.)$$

Die zugehörige Autokorrelationsfunktion lautet:

$$R(h) = a_1 = e^{-a_1 h} \quad (4.40.)$$

Dies bedeutet, daß das theoretische Korrelogramm eine negative Exponentialfunktion beschreibt, die bei schwacher Autokorrelation rasch, bei starker langsam abnimmt, bis nach dem Intervall h der Nullpunkt⁴⁾ erreicht wird, ab dem die Probenpunkte voneinander unabhängig sind (siehe Abb. 27). Bezogen auf ein physikalisches System bedeutet dies die Rückkehr in den Gleichgewichtszustand nach Einwirkung einer Kraft mit exponentiell abnehmender Geschwindigkeit (Beispiel: masseloser, an einer Feder hängender Körper).

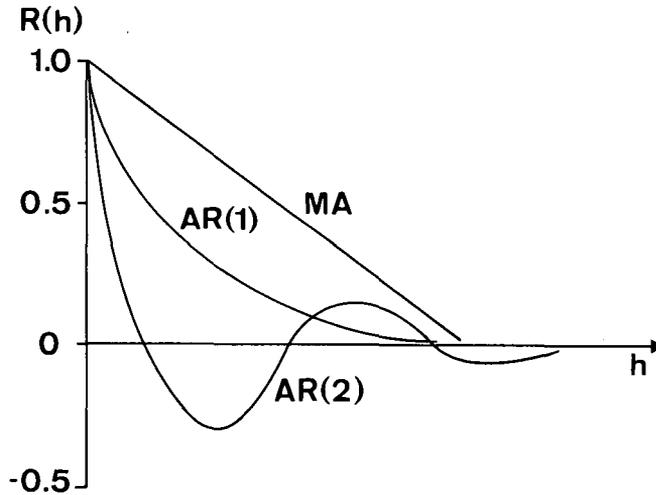


Abb. 27: Verlauf der Autokorrelationsfunktion $R(h)$, im Korrelogramm eines autoregressiven Prozesses 1. Ordnung AR(1), 2. Ordnung AR(2) und eines ungewichteten gleitenden Mittelwert-Prozesses MA; erweitert nach SCHWARZACHER (1975, Abb. 7.2.).

Die Varianz der Residuen z_i wird aus der Summe der Abweichungsquadrate (siehe 4.26.–4.29.):

$$SS_z \approx (n - 1) C_0 [1 - (r_1)^2] \quad (4.41.)$$

und:

$$(s_z)^2 = \frac{1}{n - 3} SS_z \quad (4.42.)$$

als Residualvarianz von AR(1) berechnet.

AR(2)

Ein diskreter autoregressiver Prozeß zweiter Ordnung läßt sich nach 4.21. mit:

$$x_i = \bar{x} + a_1(x_{i-1} - \bar{x}) + a_2(x_{i-2} - \bar{x}) + z_i \quad (4.43.)$$

beschreiben. Die Regressionskoeffizienten a_1 und a_2 ergeben sich aus den Yule-Walker-Gleichungen:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{r_1(1 - r_2)}{1 - (r_1)^2} \\ a_2 &= \frac{r_2 - (r_1)^2}{1 - (r_1)^2} \end{aligned} \quad (4.44.)$$

⁴⁾ In empirischen Datensätzen nimmt $r(h)$ für große h negative Werte an, wenn wegen des großen Verschiebungsbetrages nur mehr eine geringe Zahl von Datenpaaren für die Kalkulation der $r(h)$ zur Verfügung stehen.

Die Berechnung der Autokorrelationsfunktion führt zu einer exponentiell gedämpften Kosinusschwingung:

$$R(h) = p^h \frac{\cos(h\vartheta + \psi)}{\cos \psi} \quad (4.45.)$$

mit dem Dämpfungskoeffizienten:

$$p = \sqrt{a_2} \quad (4.46.)$$

der Oszillationsperiode:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{a_1}{\sqrt{(a_1)^2 + 4a_2}} \quad (4.47.)$$

und

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1 + p^2}{1 - p^2} \operatorname{tg} \vartheta \quad (4.48.)$$

Das Korrelogramm zeigt bei großem p einigermaßen regelmäßige Oszillationen, die langsam gedämpft werden (siehe Abb. 27). Bei kleinem p sind die Oszillationen weniger regelmäßig. Wenn $p = 0$ und damit $a = 0$, hören die Oszillationen auf, das Korrelogramm verläuft wie AR(1). AR(2) entspricht einem physikalischen System, das nach Einwirkung einer Kraft mit einem oszillierenden Feedback-Effekt in den Gleichgewichtszustand zurückkehrt (Beispiel: Körper mit Masse an einer Feder hängend).

Die Residualvarianz der z_i folgt wieder aus der Summe der Abweichungsquadrate:

$$SS_z = (n - 2) (C_0 - a_1 C_1 - a_2 C_2) \quad (4.49.)$$

mit:

$$(s_z)^2 = \frac{1}{n - 5} SS_z \quad (4.50.)$$

Der partielle Korrelationskoeffizient $r_{1,3;2}$ entspricht dem Koeffizienten a_2 (vgl. 4.32. und 4.44.):

$$r_{1,3;2} = \frac{r_2 - (r_1)^2}{1 - (r_1)^2} = a_2 \quad (4.51.)$$

4.2.2.2.2. MA-Prozesse

Finite gleitende Mittelwerte werden bevorzugt zum Glätten von Datenfolgen verwendet (vgl. KENDALL, 1946). In einer diskreten Zeitreihe bestimmen sie jeden Datenpunkt x_i aus der Summe von k vorhergehenden unkorrelierten Zufallsgrößen z_i , die den Erwartungswert $E = 0$ haben. Die allgemeine Form eines Prozesses k -ter Ordnung lautet:

$$x_i = \bar{x} + z_i + b_1 z_{i-1} + \dots + b_k z_{i-k} \quad (4.52.)$$

Aus den Beobachtungswerten x_i und den vorgegebenen Koeffizienten b_j errechnet man die z_i :

$$z_i = x_i - \bar{x} - b_1 z_{i-1} - \dots - b_k z_{i-k} \quad (4.53.)$$

$E[z_i] = 0$

rekursiv mit z_1 beginnend.

Der lineare Prozeß hat in der Umformung aus (4.15.) die Autokovarianzfunktion:

$$C(h) = (s_z)^2 \sum_{j=0}^k b_j b_{j+h} \quad (4.54.)$$

$$\begin{aligned} j &= 0, 1, \dots, k \\ b_0 &= 1 \end{aligned}$$

und die Autokorrelationsfunktion:

$$R(h) = \frac{C(h)}{C_0} \quad (4.55.)$$

$$\left. \begin{matrix} C(h) \\ R(h) \end{matrix} \right\} = 0, \quad h \geq k$$

Das Korrelogramm nimmt also im Intervall k , der Länge des MA-Prozesses, von 1 auf 0 ab (siehe Anmerkung 4), wobei unterschiedliche Schwankungen in Abhängigkeit von den Koeffizienten b_j auftreten können. Sind die b_j -Koeffizienten nicht gewichtet, dann ist x_i das arithmetische Mittel der $(k + 1)$ Zufallsgrößen z_j :

$$b_1 = b_2 = \dots = b_k = \frac{1}{r + 1} \quad (4.56.)$$

und damit:

$$R(h) = 1 - \frac{h}{r + 1}$$

$$r = 1 - \frac{h}{k} \quad h = 0, 1, \dots, k$$

$$R(h) = 0, \quad h > k \quad (4.57.)$$

Dies bedeutet einen geradlinigen Verlauf des Korrelogramms mit linearer Abnahme von 1 auf 0 im Intervall k (siehe Abb. 27).

Die Restvarianz eines MA-Prozesses ist sehr einfach zu ermitteln, da man nur die Summe der Abweichungsquadrate aus den z_i :

$$SS_z = \sum_{i=1}^n (z_i)^2 \quad (4.59.)$$

benötigt und daraus die Restvarianz:

$$(s_z)^2(k) = \frac{SS_z}{n - (k + 1)} \quad (4.59.)$$

für den Prozeß k -ter Ordnung berechnet. Damit kann der MA-Prozeß gefunden werden, der eine Datenserie mit der kleinsten Restvarianz am besten beschreibt. Zur Signifikanzprüfung verwendet man wie bei der Autoregression den F-Test, indem man den Quotienten aus Varianzanteilen des modellierten Prozesses und der Restvarianz, bezogen auf die Datenvarianz, bildet. Als konkrete Beispiele werden MA(1) und MA(2) erörtert.

MA(1) und MA(2)

Aus (4.52.) und (4.53.) läßt sich der Prozeß MA(1) ableiten:

$$x_i = \bar{x} + z_i + b_1 z_{i-1} \quad (4.60.)$$

und unter Vorgabe von \bar{x} und b_1 die z_i aus den Beobachtungswerten x_i generieren:

$$z_0 = 0 = E[z_i]$$

$$z_1 = x_1 - \bar{x}$$

$$z_2 = x_2 - \bar{x} - b_1 z_1$$

$$z_i = x_i - \bar{x} - b_1 z_{i-1} \quad (4.61.)$$

MA(2) ist eine Erweiterung von MA(1) um den Koeffizienten b_2 :

$$x_i = \bar{x} + z_i + b_1 z_{i-1} + b_2 z_{i-2} \quad (4.62.)$$

Die Berechnung von z_0 bis z_2 verläuft genau wie in (4.61.) und in weiterer Folge:

$$z_3 = x_3 - \bar{x} - b_1 z_2 - b_2 z_1$$

$$z_i = x_i - \bar{x} - b_1 z_{i-1} - b_2 z_{i-2} \quad (4.63.)$$

Die Restvarianz von MA(1) und MA(2) wie aller MA-Prozesse erhält man entsprechend dem allgemeinen Fall (4.59.) aus den z_i -Werten.

MA-Prozesse haben den Nachteil, daß sie wie die verschiedenen Prozeduren zum Glätten von Daten meist eine große Zahl von Parametern b_j benötigen und daher sehr unhandlich sind. Ihre Effizienz läßt sich in Verbindung mit autoregressiven Modellen wesentlich verbessern.

4.2.2.2.3. ARMA-Prozesse

Wertet man einen kontinuierlichen autoregressiven Prozeß digital mit äquidistanten Daten aus, so erhält man aus (4.21.) und (4.52.) den gemischten diskreten ARMA-Prozeß k -ter Ordnung:

$$(x_i - \mu) = a_1(x_{i-1} - \mu) + \dots + a_k(x_{i-k} - \mu) + z_i + b_1 z_{i-1} + \dots + b_{k-1} z_{i-k+1} \quad (4.64.)$$

als additive Verknüpfung von AR und MA. Eine Verallgemeinerung bezüglich der Ordnung der beiden Prozesse führt zu:

$$(x_i - \mu) = a_1(x_{i-1} - \mu) + \dots + a_k(x_{i-k} - \mu) + z_i + b_1 z_{i-1} + \dots + b_l z_{i-l} \quad (4.65.)$$

wobei l unabhängig von k ist.

Zur Berechnung der z_i und der Restvarianz eignet sich der Ansatz:

$$x_i = \bar{x} + a_1(x_{i-1} - \bar{x}) + \dots + a_k(x_{i-k} - \bar{x}) + z_i + b_1 z_{i-1} + \dots + b_l z_{i-l} \quad (4.66.)$$

mit:

$$z_1, \dots, z_k = 0$$

$$z_i = x_i - \bar{x} - a_1(x_{i-1} - \bar{x}) - \dots - a_k(x_{i-k} - \bar{x}) - b_1 z_{i-1} - \dots - b_l z_{i-l} \quad (4.67.)$$

Die z_i werden rekursiv von z_{k+1} ausgehend gewonnen. Daraus kann man die Abweichungsquadrate:

$$SS_z = \sum_{i=k+1}^n (z_i)^2 \quad (4.68.)$$

und die Restvarianz:

$$(s_z)^2(k, l) = \frac{1}{n - 2k - l - 1} SS_z \quad (4.69.)$$

errechnen sowie eine Signifikanzprüfung mit dem F-Test (4.30.) und den partiellen Autokorrelationskoeffizienten (4.31.–4.35.) vornehmen.

Die Korrelationsstruktur wird von AR bestimmt und $R(h)$ mit den r_h aus den Parametern a kalkuliert. MA führt im günstigen Fall zu einer Verbesserung (Glättung), welche die Restvarianz weiter reduziert. Oft erreicht man schon mit ARMA-Prozessen niedriger Ordnung eine gute Anpassung an die untersuchten Datensequenzen, die bei einer Behandlung mit AR oder MA allein eine größere Zahl (k, l) von Parametern a_j und b_j benötigen würden.

Ähnlich sind die ARMA-Modelle von BOX & JENKINS (1970) aufgebaut, an die Stelle der Parameter a und b tritt ein „backward-shift-operator“:

$$Bx_i^{(k)} = x_{i-1}^{(k)}$$

$$B^k x_i^{(k)} = x_{i-k}^{(k)} \quad (4.70.)$$

wobei $x_i^{(k)}$ eine geeignete, nicht immer notwendige Transformation der x_i bezeichnet. Das ARMA-Modell ist gegeben durch:

$$\xi(B)(x_i^{(k)} - \mu) = \zeta(B)z_i \quad (4.71.)$$

Dabei ist:

$$\xi(B) = 1 - \xi_1 B - \xi_2 B^2 - \dots - \xi_k B^k \quad (4.72.)$$

ein AR-Operator oder Polynom k-ter Ordnung und:

$$\zeta(B) = 1 - \zeta_1 B - \zeta_2 B^2 - \dots - \zeta_l B^l \quad (4.73.)$$

ein MA-Operator oder Polynom l-ter Ordnung (siehe auch HIPEL & LEOD, 1981; LABOVITZ, 1981).

Einfach zu beschreiben und anzuwenden sind die Prozesse ARMA(1,1) und ARMA(2,1). Der gemischte Prozeß erster Ordnung hat die Form:

$$\begin{aligned} x_i &= \bar{x} + a_1(x_{i-1} - \bar{x}) + z_i + b_1 z_{i-1} \\ z_1 &= 0 \\ z_2 &= x_2 - \bar{x} - a_1(x_1 - \bar{x}) \\ z_3 &= x_3 - \bar{x} - a_1(x_2 - \bar{x}) - b_1 z_1 \\ z_i &= x_i - \bar{x} - a_1(x_{i-1} - \bar{x}) - b_1 z_{i-1} \end{aligned} \quad (4.74.)$$

Für ARMA(2,1) gilt:

$$\begin{aligned} x_i &= \bar{x} + a_1(x_{i-1} - \bar{x}) + a_2(x_{i-2} - \bar{x}) + z_i + b_1 z_{i-1} \\ z_1 &= z_2 = 0 \\ z_3 &= x_3 - \bar{x} - a_1(x_2 - \bar{x}) - a_2(x_1 - \bar{x}) \\ z_4 &= x_4 - \bar{x} - a_1(x_3 - \bar{x}) - a_2(x_2 - \bar{x}) - b_1 z_1 \\ z_i &= x_i - \bar{x} - a_1(x_{i-1} - \bar{x}) - a_2(x_{i-2} - \bar{x}) - b_1 z_{i-1} \end{aligned} \quad (4.75.)$$

Bei allen betrachteten Modellen kann man eine Vereinfachung durch Subtraktion des Mittelwertes erreichen, etwa durch die Standardisierung von Daten, muß aber die Modelle wieder auf die Rohdaten umrechnen.

4.2.2.2.4. ARIMA-Prozesse

Die Berechnung von ARMA-Modellen aus finiten Differenzen einer Datenserie führt zu ARIMA-Prozessen (autoregressive integrated moving average). Man verwendet dabei die Differenzen zwischen benachbarten Probenpunkten als Ausgangsdaten.

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \quad (4.76.)$$

sind finite Differenzen erster Ordnung. Man kann das Verfahren bis zu finiten Differenzen der Ordnung wiederholen, die $x \approx 0$ und die kleinste Varianz aufweisen und damit nichtstationäre Datensequenzen stationär machen. Bei vielen geologischen Datensätzen genügen finite Differenzen erster Ordnung, wie die weitverbreitete Variogramm-Analyse der Geostatistik zeigt, die darauf aufbaut (siehe Kap. 4.2.5.).

Ein ARMA(k,d,l)-Modell verwendet finite Differenzen d-ter Ordnung. Die ursprünglichen Daten erhält man durch Integration. Die Berechnungen erfolgen wie in den ARMA-Modellen mit der Kalkulation der autoregressiven Parameter b_j mit dem Ziel, die Residualvarianz zu minimieren:

$$\Delta x_i = a_1 \Delta x_{i-1} + \dots + a_k \Delta x_{i-k} + z_i + b_1 z_{i-1} + \dots + b_l z_{i-l} \quad (4.77.)$$

und

$$z_i = \Delta x_i - a_1 \Delta x_{i-1} - \dots - a_k \Delta x_{i-k} - b_1 z_{i-1} - \dots - b_l z_{i-l} \quad (4.78.)$$

Klarerweise sind ARIMA-Modelle nur dann angebracht, wenn durch die Bildung finiter Differenzen die Datenvarianz verringert wird (siehe SAHU, 1982).

4.2.3. Spektralanalyse

Verfahren der Spektralanalyse dienen zur Beschreibung von Periodizitäten in einer Datenfolge. Grundlage ist die Zerlegung der Varianz (power) einer Datenfolge $\{x_i\}$ ($i = 1, \dots, n$) in harmonische Schwingungen

$$v_m = \frac{m}{n}, \quad m \leq \frac{n}{2}$$

der Grundfrequenz

$$v_1 = \frac{1}{n}$$

Mit einer Fourier-Transformation werden Zeitreihen über Sinus- und Kosinusschwingungen in den Frequenzbereich übersetzt, das sind Intervalle in Abhängigkeit von der Länge der Zeitreihe. Aus der Autokovarianzfunktion wird dabei das „power spectrum“, dessen Kurvenverlauf aus den Amplituden der harmonischen Schwingungen die Verteilung der Varianz des stochastischen Prozesses in Frequenzen (power density) angibt.

In der vorliegenden Untersuchung wird die Methodik nur sehr begrenzt zur Kalkulation von Power-Spektren verwendet. Daher bleibt die Darstellung abrißartig darauf beschränkt, zumal eine umfangreiche Literatur zu diesem Thema existiert (z. B. GRANGER & HATANAKA, 1964; JENKINS & WATTS, 1968; AGTERBERG, 1974; SCHWARZACHER, 1975; OTNES & ENOCHSON, 1978).

Die Autokovarianz einer Datenfolge als Basis der bisher behandelten Prozesse vereinfacht sich durch Subtraktion des Mittelwertes nach (4.15.) zu:

$$C_h = \frac{1}{n-h} \sum_{i=1}^{n-h} x_i x_{i+h} \quad (4.79.)$$

$$h = 0, 1, 2, \dots, m$$

Die Autokovarianzfunktion ist die Fourier-Transformation der spektralen Dichtefunktion:

$$C(h) = \int_{-\pi}^{\pi} h^{ih\omega} \varphi_x(\omega) d\omega \quad (4.80.)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{n}$$

und betrachtet als deren reeller Teil:

$$C(h) = 2 \int_0^{\pi} \cos h\omega \varphi(\omega) d\omega \quad (4.81.)$$

Die normierte spektrale Dichtefunktion entspricht:

$$\Phi_x(\omega) = \frac{\varphi(\omega)}{(s_x)^2} \quad (4.82.)$$

mit der Autokorrelationsfunktion als reellem Teil:

$$R(h) = 2 \int_0^{\pi} \cos h\omega \Phi(\omega) d\omega \quad (4.83.)$$

Das Power-Spektrum erfüllt:

$$\varphi_\omega = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-ih\omega} C_h \quad (4.84.)$$

und das Spektrum einer diskreten Zeitreihe:

$$\varphi_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left[C_0 + 2 \sum_{n=1}^{m-1} C_n \cos \omega h n \right] \quad (4.85.)$$

mit dem Spektralfenster $w(u)$. Das hier verwendete Tukey-Fenster gewichtet:

$$w(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} (1 + \cos \frac{\pi u}{m}) & ; u < m \\ 0 & ; u > m \end{cases} \quad (4.86.)$$

Aus $f_x(\omega)$ kann man die Amplituden A_m der m harmonischen Schwingungen bestimmen:

$$\frac{1}{2} (A_m)^2 = \frac{n}{2} \sum_{h=1}^{m-1} C_h \cos \omega_h h w(u) \quad (4.87.)$$

und mit dem Wert $(A_m)^2$ das Power-Spektrum darstellen.

Die Spektren einfacher stochastischer Prozesse haben wie die Korrelogramme typische Verläufe: MA und AR(1) ergeben negative Exponentialkurven. AR(2)-Prozesse haben einen Peak in Abhängigkeit von ihrer Oszillationsperiode (siehe 4.45.–4.48.). Bei Prozessen höherer Ordnung können Amplituden höherer Ordnung und damit kleinräumige Oszillationen erfaßt werden.

4.2.4. Datenfilter

Die Modellierung stochastischer Prozesse aus Korrelogrammen und Power-Spektren kann durch Trend oder „noise“ in den Daten beeinträchtigt werden. In vielen Fällen erreicht man eine Verbesserung durch die Verwendung von Datenfiltern, die dazu beitragen, Trends oder Zufallsschwankungen zu eliminieren (siehe OTNES & ENOCHSON, 1978; SCHWARZACHER, 1983, 1984).

Die Entfernung linearer Trends durch Subtraktion führt zum Slutsky-Yule-Effekt (KENDALL & STUART, 1968): Die Korrelationsstruktur der Residuen wird durch die Subtraktion eines Trends mit starker Autokorrelation beeinflusst, d. h. die Residuen eines Trends sind nicht mehr unkorreliert. Echte Filter wirken hingegen als Operatoren, die eine Datenfolge transformieren.

Ein Filter transformiert eine Datenfolge $\{x_i\}$ in eine Folge $\{y_i\}$ durch einen linearen Operator:

$$y_i = A[x_i] \quad (4.88.)$$

A ist ein linearer Operator k -ter Ordnung, wenn:

$$A \left[\sum_{j=1}^k a_j x_j \right] = \sum_{j=1}^k a_j A[x_j] \quad (4.89.)$$

Im folgenden werden einfache lineare Filter erster und zweiter Ordnung beschreiben.

Filter erster Ordnung werden durch die Differenzgleichung:

$$y_i = b_0 x_i + b_1 x_{i-1} - a_1 y_{i-1} \quad (4.90.)$$

erzeugt. Sie haben eine ähnliche Struktur wie AR(1) oder ARMA(1,1), siehe (4.37.) und (4.74.), die Zufallskomponenten z_i werden durch die Eingangsdaten x_i ersetzt. Damit kann man nach SCHWARZACHER (1984) fünf verschiedene Filterprozesse generieren:

| | b_0 | b_1 | a_1 |
|--------------------|-----------|-------|--------|
| 1. Umkehrung | -1 | 0 | 0 |
| 2. Integration | 1 | 0 | -1 |
| 3. Differenzierung | 1 | -1 | 0 |
| 4. Low pass | $1 - a_1$ | 0 | $-a_1$ |
| 5. High pass | $1 - a_1$ | 0 | a_1 |

In geologischen Zeitreihen sind die Filter 4 und 5 besonders interessant. Ein „low pass“-Filter:

$$y_i = (1 - a_1)x_i + a_1 y_{i-1} \quad (4.91.)$$

dämpft die hohen Frequenzanteile und kann zur Entfernung von Zufallsschwankungen verwendet werden. Ein „high pass“-Filter:

$$y_i = (1 - a_1)x_i - a_1 y_{i-1} \quad (4.92.)$$

dämpft die niedrigen Frequenzen und ist zur Beseitigung von Trends geeignet. Bei den Filtern 2. Ordnung, vgl. AR(2) in (4.37.), entspricht:

$$y_i = (1 - a_1)x_i + a_1 y_{i-1} + a_2 y_{i-2} \quad (4.93.)$$

einem „low pass“-filter und

$$y_i = (1 - a_1)x_i - a_1 y_{i-1} - a_2 y_{i-2} \quad (4.94.)$$

einem „high pass“-filter. Beide sind nur stabil, wenn:

$$\left| \frac{-a_1}{2 \sqrt{a_2}} \right| \leq 1 \quad (a_1)^2 < 4a_2 \quad (4.95.)$$

Zur Abschätzung der Koeffizienten berechnet man AR(1) oder AR(2), die stochastische Komponente z_i wird durch x_i ersetzt. Filter höherer Ordnung sind z. B. in OTNES & ENOCHSON (1978) erläutert.

Lineare Trends lassen sich meist leicht erkennen, sie können mit niedriggradigen Polynomen erfaßt und durch Subtraktion von Daten getrennt werden, wobei, wie vorhin erwähnt, darauf zu achten ist, unkorrelierte Residuen zu erhalten. Eine andere Möglichkeit besteht darin, bei nicht zu sehr schwankenden benachbarten Punkten anstatt der Daten deren finite Differenzen der Ordnung zu verwenden, welche die geringste Varianz aufweist (siehe Kapitel 4.2.2.4.).

Einen meist schwieriger auszumachender oszillierender oder harmonischer Trend kann die harmonische Regression approximieren (siehe WHITTAKER & ROBINSON, 1960):

$$y_i = \bar{x} + \sum_{j=1}^k (A_j \cos \omega_j k) + B_j \sin \omega_j k \quad (4.96.)$$

$$k \leq \frac{n}{2} ; n \text{ gerade}$$

$$k \leq \frac{n-1}{2} ; n \text{ ungerade}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{n}$$

mit den Fourierkoeffizienten A und B der Ordnung k , die so klein wie möglich sein soll:

$$A_k = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^{n-1} x_j \cos \omega_j k$$

$$B_k = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^{n-1} x_j \sin \omega_j k \quad (4.97.)$$

$$B_{n/2} = 0, \text{ wenn } n \text{ gerade}$$

Einfache Subtraktion:

$$x_i - y_i = z_i \quad (4.98.)$$

ergibt die gefilterten Residuen z_i .

In manchen Fällen können Filter die Korrelationsstrukturen von Zeitreihen verdeutlichen und eine Interpretation erleichtern. Wichtig ist dabei zu entscheiden, ob Trends oder Zufallsschwankungen beseitigt werden sollen, um den richtigen Filter zu wählen. Als eine Art Filter kann man auch finite Differenzen der Daten oder

durch Interpolation erweiterte Datensätze verwenden. Finite Differenzen sollen die Datenvarianz verringern und Stationarität einer Serie erreichen. Hingegen muß bei einer Interpolation zusätzlicher Datenpunkte darauf geachtet werden, daß die Gesamtvarianz der Daten erhalten bleibt, da sonst Glättungseffekte deren Struktur aufweichen oder verzerren könnten (vgl. Abschnitt 4.2.1.). Die Subtraktion eines Trends von einer Datenfolge kann unerwünschte Korrelationen in den Residuen erzeugen und ist daher nur mit Vorsicht zu verwenden.

4.2.5. Variogramm und Kriging

In der Geostatistik im engeren Sinn bildet das Variogramm mit der Möglichkeit, die räumliche Korrelationsstruktur einer Variablen zu erfassen, die Grundlage bei der Untersuchung regionalisierter Variablen. Daraus können mit dem Kriging-Verfahren (benannt nach dem südafrikanischen Lagerstättengeologen und Geostatistiker D. K. KRIGE) Werte einer Variablen an beliebigen Punkten eines ein- bis dreidimensionalen Probenraumes geschätzt bzw. interpoliert werden. Zusätzlich erhält man noch die Varianz der Variablen für jeden geschätzten Punkt und damit eine Aussage über die Zuverlässigkeit des Schätzverfahrens. Geostatistische Methoden werden hauptsächlich in der Lagerstättengeologie zur Vorratsberechnung eingesetzt. In der umfangreichen Literatur finden sich einige Handbücher (MATHERON, 1971; DAVID, 1977; JOURNEL & HUIJBREGTS, 1978; CLARK, 1979; RENDU, 1981), weshalb hier nur die elementaren Begriffe übersichtsmäßig erläutert werden.

Bei der Berechnung eines Variogramms geht man von den finiten Differenzen erster Ordnung zwischen den Variablenwerten von Probenpunkten im Abstand h aus, welche die Unterschiede zwischen den Proben angeben. Wichtig ist es, die mittlere Differenz aller Probenpaare für verschiedene Abstände zu bestimmen. Man erhält so eine Vektorfunktion mit Entfernung und deren Richtung, das Variogramm $\gamma(h)$, als Maß der Verschiedenheit von Proben in Abhängigkeit von ihrer Entfernung zueinander. Im allgemeinen Fall gilt:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \int_0^{n(h)} (x_i - x_{i+h})^2 dx \quad (4.99.)$$

$h = 0, 1, 2, \dots, \infty$

und für diskrete Werte:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} (x_i - x_{i+h})^2 \quad (4.100.)$$

$n(h) = \text{Anzahl der Probenpaare für alle Abstände } n$

$\gamma(h)$ ist der Mittelwert der quadrierten Differenzen aller untersuchten Wertepaare. Dies entspricht der halben Varianz der Differenzen.

Voraussetzung einer sinnvollen Berechnung von Variogrammen ist schwache Stationarität der Datenfolge, deren Erwartungswert $E(x)$ und Varianz $\text{var}(x)$ durch den Mittelwert geschätzt wird:

$$\begin{aligned} E(x_i) &= \bar{x} \\ \text{var}(x) &= E(x_i - \bar{x})^2 = C_0 \end{aligned} \quad (4.101)$$

(vgl. dazu 4.16). Daraus folgt:

$$\begin{aligned} E(x_i - x_{i+h}) &= 0 \\ \text{var}(x_i - x_{i+h}) &= 2\gamma(h) \end{aligned} \quad (4.102.)$$

Ebenso gilt:

$$\text{var}(x_i - x_{i+h}) = \text{var}(x_i) + \text{var}(x_{i+h}) - 2\text{cov}(x_i, x_{i+h}) \quad 4.103.)$$

und im Vergleich mit Autokovarianz und Autokorrelation (vgl. 4.13.–4.18.):

$$\gamma(h) = C_0 - C(h) = [1 - \rho(h)] \cdot C_0 \quad (4.104.)$$

Das bedeutet, Variogrammfunktionen können in Autokovarianz- oder Autokorrelationsfunktionen überführt werden und umgekehrt, beide Gruppen haben einen zueinander spiegelbildlichen Verlauf (siehe Abb. 28). Dies gilt nicht mehr, wenn die Bedingungen der schwachen Stationarität verletzt werden und die Datenfolge etwa einen linearen Trend enthält. Der Verlauf des Korrelogramms hängt von der Länge der Datenfolge ab, während das Variogramm konstant bleibt.

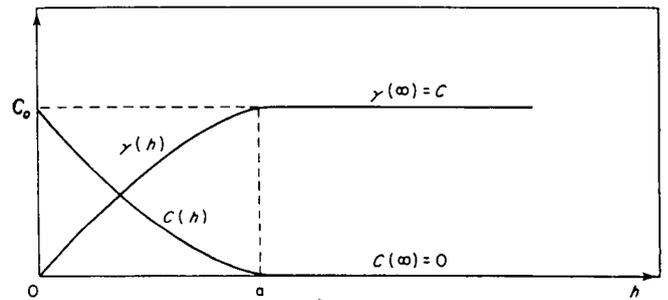


Abb. 28: Symmetrischer Verlauf von Autokovarianzfunktion $C(h)$ und Variogrammfunktion $\gamma(h)$; nach JOURNEL & HUIJBREGTS (1978, Abb. II.4.).

Folgende wichtige Kenngrößen lassen sich aus der graphischen Darstellung eines Variogramms in Abb. 29 ablesen:

- a) sill C
Begrenzungswert von $\gamma(h)$, mit dem die Datenvarianz erreicht wird.
- b) Nuggeteffekt N
Zufallsschwankungen, die im Kleinbereich unter dem Datenintervall $h = 1$ auftreten und die Korrelationsstruktur überlagern können.
- c) Reichweite (range) a
Einflußbereich eines Datenpunktes x_i . In der Entfernung a von x_i erreicht die Datenvariation den sill (Datenvarianz). Für Abstände $h > a$ sind die Datenpunkte unkorreliert.

Das aus einer begrenzten Datenzahl ermittelte Variogramm verläuft wegen der endlichen Wertezahl unste-

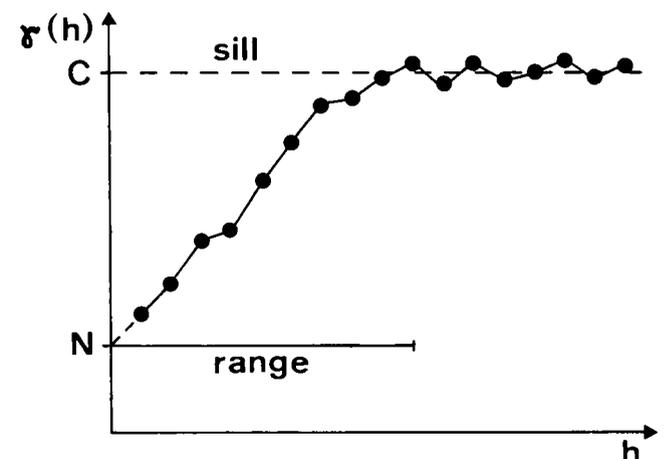


Abb. 29: Empirisches Variogramm mit den Kenngrößen sill (C), Nuggeteffekt (N) und Reichweite (range, a).

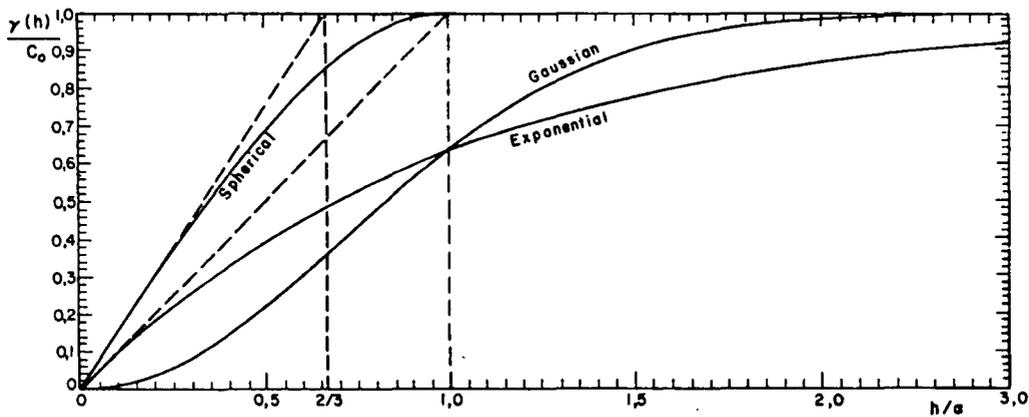


Abb. 30: Variogramm-Modelle, die durch das Erreichen der Datenvarianz (sill) begrenzt werden; nach RENDU (1981, Abb. 4.1.).

tig. Daher verwendet man theoretische Hilfsfunktionen zur Modellierung der empirischen Variationen.

Von den zahlreichen Modellfunktionen für Variogramme werden folgende häufig verwendet, die durch einen sill begrenzt werden (siehe Abb. 30):

1) Sphärisches Modell:

$$\gamma(h) = C \left(\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3} \right); h \leq a \quad (4.105.)$$

$$\gamma(h) = C; h > a$$

2) Gauß'sches Modell:

$$\gamma(h) = C \left(1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}} \right) \quad (4.106.)$$

$a \approx 0.58$ der Reichweite

3) Exponentielles Modell:

$$\gamma(h) = C \left(1 - e^{-\frac{h}{a}} \right) \quad (4.107.)$$

$a \approx 1/3$ der Reichweite

Für diese Modelle existiert eine äquivalente Autokovarianzfunktion:

$$C(h) = C_0 - \gamma(h) \quad (4.108.)$$

Ist ein Nuggeteffekt vorhanden, so muß dieser zum sill addiert werden:

$$\gamma(h) = N + C; h \neq 0 \quad (4.109.)$$

Mit Hilfe von Variogrammen können Interpolationsprobleme gelöst werden, indem man den Gehalt einer Variablen an einem bestimmten Punkt aus mehreren Probenpunkten in dessen Umgebung schätzt. Dazu ermittelt man mit dem Kriging-Verfahren den unbekannt Schätzwert z_0 aus n x_i Umgebungspunkten. Dieses Schätzverfahren liefert für z_0 den optimalen linearen Schätzwert (BLUE, Best Linear Unbiased Estimator) mit einer Minimierung der Schätzvarianz, Fehlervarianz oder Kriging-Varianz, $(s_k)^2$, aus einem optimalen Gewichtungssystem der Umgebungspunkte über das Variogramm:

$$z_0 = \sum_{i=1}^n b_i x_i \quad (4.110.)$$

$b_i =$ Gewichte der Umgebungspalten x_i

mit

$$\sum b_i = 1 \quad (4.111.)$$

und

$$E(z_0 - x_0)^2 = (s_k)^2 = \text{Minimum} \quad (4.112.)$$

Zur Bestimmung der Gewichte b_i erstellt man das Gleichungssystem, welches die Schätzvarianz $(s_k)^2$ unter Berücksichtigung von (4.109.) und (4.110.) minimiert:

$$\sum_{i=1}^n b_i \gamma(x_i - x_j) + l = \gamma(x_i - z_0) \quad (4.113.)$$

$\left. \begin{matrix} \gamma(x_i - x_j) \\ \gamma(x_i - z_0) \end{matrix} \right\} \rightarrow h$
 $l =$ Lagrange-Multiplikator⁵⁾

oder in Matrixform:

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma(x_1 - x_2) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & 0 & \dots & \gamma(x_2 - x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - z_0) \\ \gamma(x_2 - z_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - z_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.114.)$$

Für jeden Schätzwert z_0 bestimmt man die Schätzvarianz mit:

$$(s_k)^2 = l + \sum_{i=1}^n b_i \gamma(x_i - z) \quad (4.115.)$$

Damit kann die Genauigkeit des Schätzverfahrens überprüft werden, was bei anderen Interpolationsverfahren (z. B. Splines) nicht möglich ist. Allerdings führt die Bestimmung der Schätzwerte aus den gewichteten Nachbarpunkten zu einer Glättung und damit einer Verminderung der Varianz der Originaldaten, was sich bei Variationsuntersuchungen wegen des Informationsverlustes negativ auswirken kann.

Da die Bestimmung der Gewichte für einen Schätzwert von der räumlichen Korrelationsstruktur der benachbarten Punkte abhängt, die im Variogramm aus den finiten Differenzen erster Ordnung der Probenpunkte bestimmt wird, kann man das Kriging-Verfahren als speziellen Fall eines ARIMA(k,1,1)-Prozesses beschreiben (vgl. SAHU, 1982).

5) Zur Bestimmung des Koeffizienten b_i wird die Funktion $f_b = (s_k)^2 + 2l(\sum b_i - 1)$ minimiert. Dazu müssen die Nebenbedingung (4.111.) mit dem Lagrange-Multiplikator multipliziert und die Ableitungen von f_b gleich Null gesetzt werden, was zu dem lösbaren System von $n + 1$ Gleichungen mit $n + 1$ Unbekannten, der b_i und l in (4.113.) führt (siehe auch COURANT & HILBERT, 1968, S. 187ff; DAVID, 1977, S. 238f).

4.3. Ergebnisse

4.3.1. Rezente Flußsande

4.3.1.1. Allgemeines

Schwermineralabfolgen entlang von Flüssen geben die verschiedenen Transportstadien in Form von Zeitreihen bezogen auf die Erosion von Ausgangsgesteinen wieder. Der Entfernung zum Hinterland und dessen Aufarbeitung zu Lockersedimentmassen kommt hierbei große Bedeutung zu (vgl. Kap. 2.5.2.).

Daher wurden die Variationen in der Aist und in der Pinka als charakteristische Beispiele unterschiedlicher Positionen zum Hinterland ausgewählt: Die Aist bleibt bis kurz vor der Einmündung in die Donau in ihrem sauer-plutonischen Hinterland, während die Pinka ihr metamorphes Hinterland schon nach wenigen Kilometern verläßt und anschließend jungtertiäre und quartäre Sedimente aus den Umlagerungsprodukten des ursprünglichen Alimentationsgebietes durchfließt (vgl. Kap. 2.2.).

Von beiden Flüssen werden zuerst die Kompositionsfaktorenladungen der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse als Relativanteile von Ausgangsgesteinen und die wichtigen daran beteiligten Schwerminerale in Variationsdiagrammen dargestellt. Diese enthalten kontinuierliche Datenverläufe aus spline-Interpolationen unter Berücksichtigung des Prinzips schwacher Stationarität (vgl. Kap. 4.1.2. und 4.2.1.) mit den Variablenwerten in zunehmender Entfernung vom Flußursprung und den Vertrauensgrenzen der Daten aus Kriging-Schätzwerten und Kriging-Varianz (vgl. Kap. 4.2.5.).

Damit bleibt die Variation der Daten in der Spline-Interpolation erhalten, die restriktive Glättung des Kriging-Verfahrens wird zur Bestimmung der Vertrauensgrenzen benutzt (zum Vergleich von Spline- und Kriging-Interpolation s. MATHERON, 1980; DUBRULE, 1981). Die lokalen Unterschiede benachbarter Datenpunkte sind mit den finiten Differenzen erster Ordnung verdeutlicht. Weiters enthalten die Variationsdiagramme zur Erfassung allgemeiner Trends die Verläufe ungewichteter MA-Prozesse mit

$$b_1 = b_2 = \dots = b_{n/4}$$

(vgl. Kap. 4.2.2.2.), welche für jeden Punkt der Trendkurve die Datenpunkte des flußaufwärts folgenden Viertels der Gesamtlänge einbeziehen.

Danach folgen die Resultate aus den Untersuchungen der räumlichen Autokorrelationsstrukturen der Schwermineraldaten zur Bestimmung der Einflußbereiche verschiedener Liefergebiete hinsichtlich der Schwermineralführung. Dazu werden die Kompositionsfaktorenladungen der erweiterten Q-Modus-Faktorenanalyse verwendet, da sich mit ihnen die lithologischen Komponenten von Liefergebieten univariat beschreiben und eindeutiger Ergebnisse als aus der Analyse der einzelnen Schwerminerale erzielen lassen. Die wichtigen Informationen sind in Autokorrelationsdiagrammen der Ausgangsgesteine enthalten: Variogramme und Korrelogramme beschreiben die Autokorrelationsstruktur. Aus dem Variogramm sind Variationen im Kleinbereich (Nuggeteffekt), sowie der Einflußbereich (Reichweite) bezogen auf die Datenvarianz (sill) von der Variogramm-Funktion $\gamma(h)$ eines Gesteins bzw. Liefergebietes abzulesen. Die Modellfunktionen wurden in bestmöglicher Übereinstimmung mit den empirischen Variogramm-Werten der Rohdaten im Bereich kleiner Abstände der Datenpaare angepaßt (s. Kap. 4.2.5.). Im Korrelogramm ist der Verlauf der Autokorrelationsfunk-

tion $R(h)$ aus den diskreten Autokorrelationskoeffizienten mit zunehmendem Verschiebungsbetrag (lag) zu sehen, woraus man den stochastischen Prozeß ableiten kann, der die Struktur einer Datensequenz prägt (s. Kap. 4.2.2.2.). Die vorangegangene Spline-Interpolation zusätzlicher Datenpunkte wirkt sich hier sehr günstig aus, da mit Hilfe der schwachen Stationarität die Form der Korrelogramme aus den äquidistant gemachten Rohdaten erhalten bleibt und durch die Verkleinerung der Verschiebungsintervalle eine höhere Auflösbarkeit in diskrete Autokorrelationskoeffizienten möglich wird. Das Power Spektrum zeigt durch Peaks der Spektraldichtefunktion $f(\omega)$ im Frequenzbereich Wiederholungen bzw. zyklisches Verhalten von Liefergebieten entlang der Flußläufe an (vgl. Kap. 4.2.3.). Aus der Autokorrelationsanalyse werden in weiterer Folge ARMA-Prozesse zur Beschreibung der Datenverläufe modelliert, die eine geologische Interpretation der Beziehungen zwischen den Ausgangsgesteinen des Hinterlandes und den fluvialen Sedimenten ermöglichen sollen.

4.3.1.2. Aist

4.3.1.2.1. Variationsuntersuchungen

Variationsdiagramme der Ausgangsgesteine Granit und Diorit-Granodiorit sowie der Leitminerale Apatit, Hornblende, Granat, Zirkon (gesamt), Epidot-Alterit, idiomorpher Zirkon, Opakanteil und Biotit sind in den Abb. 31–40 zusammengestellt. Wegen der überaus wechselhaften Schwermineralführung im obersten Flußabschnitt wurden die ersten 7,5 Kilometer in der Analyse nicht berücksichtigt, weshalb sich teilweise von den Gesamtdaten in Tab. 1a geringfügig abweichende Mittelwerte und Standardabweichungen ergeben. Die untersuchten Variablen haben folgende Merkmale (Variablenwerte der Gesteine in normierten Kompositionsfaktorenladungen, cl, der Minerale in Kornprozenten):

Granit (Abb. 31)

\bar{x} : 0,80 cl; s: 0,139 cl

Maximum: 1,08 cl; Minimum: 0,37 cl

maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,238 cl, -0,196 cl

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 8; >2s: 5

Input-Impulse >s: 4 (bei 10, 24, 50, 59 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —

(positiv: +, negativ: -, Anzahl der Oszillationsperioden)

Trend: steigend (+0,216 cl) – fallend (-0,122 cl)

Diorit-Granodiorit (Abb. 32)

\bar{x} : 0,18 cl; s: 0,136 cl

Maximum: 0,537 cl; Minimum: -0,098 cl

maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,313 cl, -0,243 cl

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 7; >2s: 4

Input-Impulse >s: 3 (bei 21, 38, 57 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 2

Trend: steigend (+0,075 cl) – fallend (-0,212 cl) – steigend (+0,204 cl)

Apatit (Abb. 33)

\bar{x} : 37,8 %; s: 8,4 %

Maximum: 52,5 %; Minimum: 20,5 %

maximale Differenzen 1. Ordnung: +14,4 %, -13,1 %

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 7; >2s: 4

Input-Impulse >s: 3 (bei 12, 19, 26 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1

Trend: steigend (+13,1 %) – fallend (-16,0 %).

Hornblende (Abb. 34)

\bar{x} : 19,1 %; s: 10,7 %
 Maximum: 47,7 %; Minimum: 1,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +20,0 %, -21,1 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 8; >2s: 4
 Input-Impulse >s: 4 (bei 21, 38, 49, 58 km)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1
 Trend: steigend (+7,0 %) – fallend (-12,1 %) – steigend (+13,5 %)

Granat (Abb. 35)

\bar{x} : 7,2 %; s: 6,9 %
 Maximum: 43,0 %; Minimum: 1,8 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +13,0 %, -19,4 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 8; >2s: 1
 Input-Impulse >s: 1 (bei 28 km)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1
 Trend: oszillierend fallend (-4,1 %)

Zirkon gesamt (Abb. 36)

\bar{x} : 18,4 %; s: 8,8 %
 Maximum: 40,0 %; Minimum: 2,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +21,7 %; -15,5 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 8; >2s: 4
 Input-Impulse >s: 4 (bei 10, 40, 50, 59 km)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1
 Trend: steigend (+16,3 %)

Epidot-Alterit (Abb. 37)

\bar{x} : 11,9 %; s: 11,4 %
 Maximum: 55,0 %; Minimum: 2,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +21,7 %; -15,5 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 6; >2s: 2
 Input-Impulse >s: 1 (bei 8 km)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —
 Trend: fallend (-22,1 %)

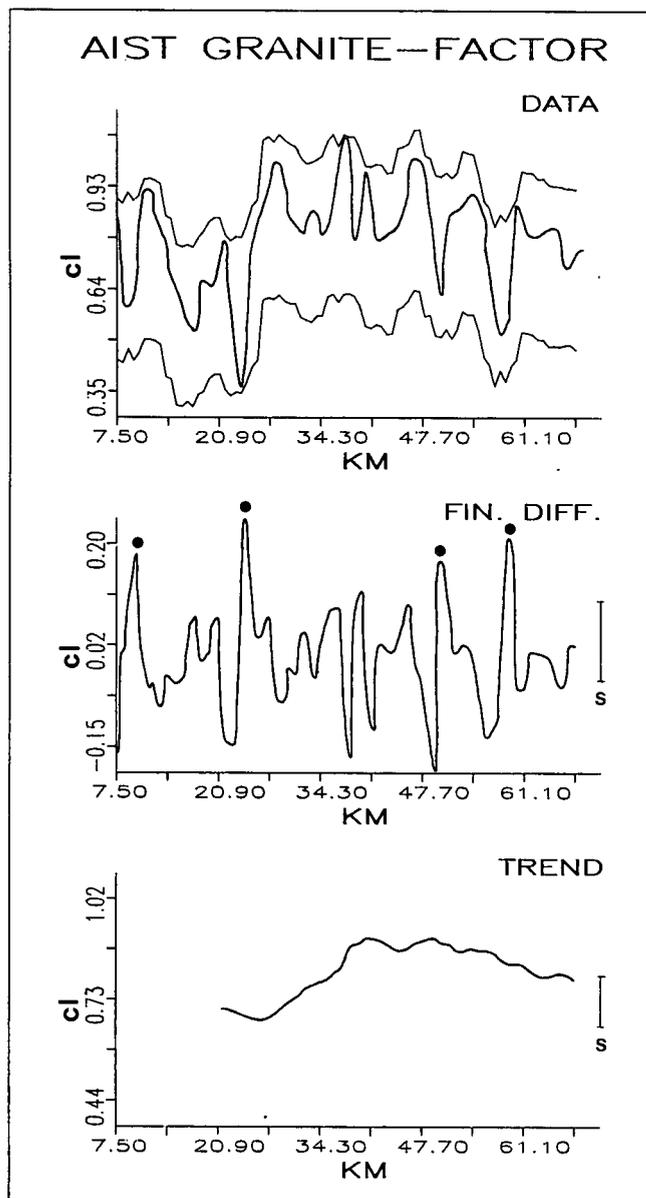


Abb. 31: Variationsdiagramm des granitischen Hinterlandes in der Aist. Daten (Kompositions-Faktorenladungen, cl) mit 90 % Konfidenzintervallen, finite Differenzen 1. Ordnung mit maximalen Input-Impulsen (●) bezogen auf die Standardabweichung s, Trend aus gleitenden Mittelwerten.

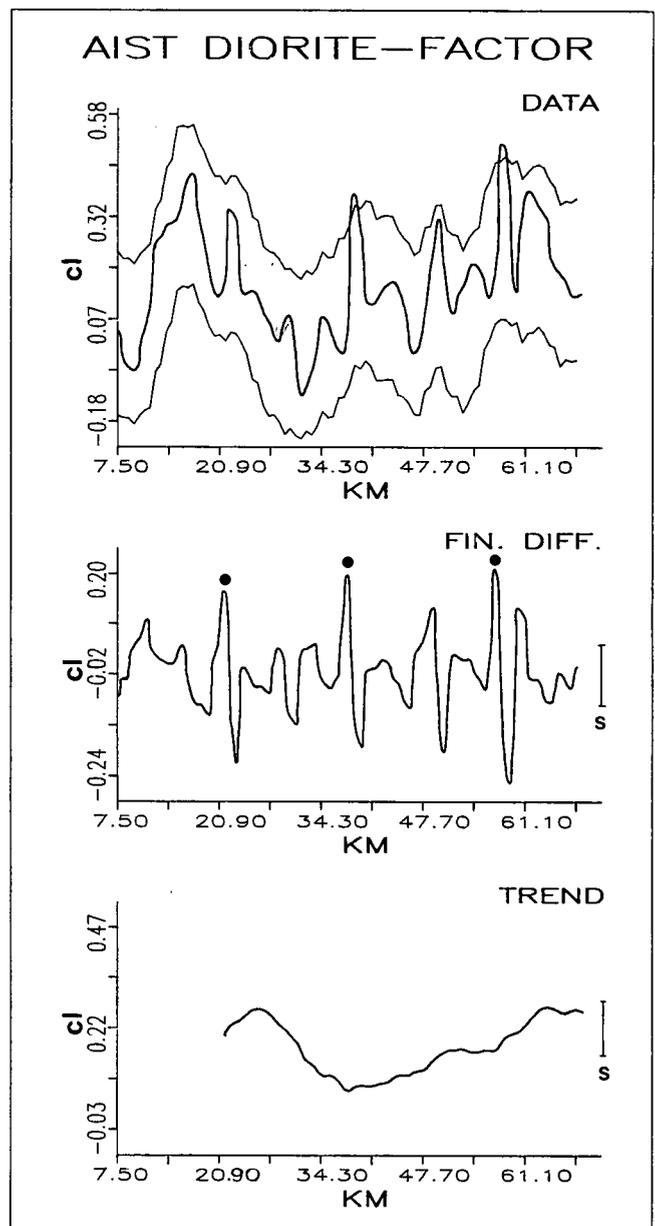


Abb. 32: Variationsdiagramm des dioritisch-granodioritischen Hinterlandes in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

Zirkon idiomorph (Abb. 38)

\bar{x} : 84,2 %; s: 9,6 %

Maximum: 99,7 %; Minimum: 55,5 %

maximale Differenzen 1. Ordnung: +21,8 %, -28,0 %

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 8; >2s: 4

Input-Impulse >s: 5 (bei 10, 24, 38, 58, 63 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: -, 2

Trend: oszillierend, leicht fallend (-1,3 %)

Opakanteil (Abb. 39)

\bar{x} : 53,2 %; s: 12,4 %

Maximum: 86,0 %; Minimum: 22,5 %

maximale Differenzen 1. Ordnung: +21,3 %, -22,2 %

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 9; >2s: 5

Input-Impulse >s: 3 (bei 24, 36, 50 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —

Trend: steigend (+19,0 %) - fallend (-10,8 %)

Biotit (Abb. 40)

\bar{x} : 4,8 %; s: 6,5 %

Maximum: 43,5 %; Minimum: 0

maximale Differenzen 1. Ordnung: +24,0 %, -20,7 %

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 5; >2s: 1

Input-Impulse >s: 1 (bei 60 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1

Trend: oszillierend (+0,9 %)

Die Variablen zeigen ein oszillierendes Verhalten, wobei große Schwankungsbreiten im allgemeinen über die gesamte untersuchte Flußlänge verteilt sind. Granat, Epidot-Alterit und Biotit weichen davon mit je einem Extrem-Peak ab, was auf ein starkes Einschüttungsmaximum hinweist. Die Datenverläufe bestätigen die Ergebnisse der Faktorenanalyse mit ähnlichen Strukturen von Mineralen und zugehörigem Gesteinsfaktor. Der Opakanteil stimmt in seinen Variationen am besten mit Granit überein. Apatit verhält sich sehr ähn-

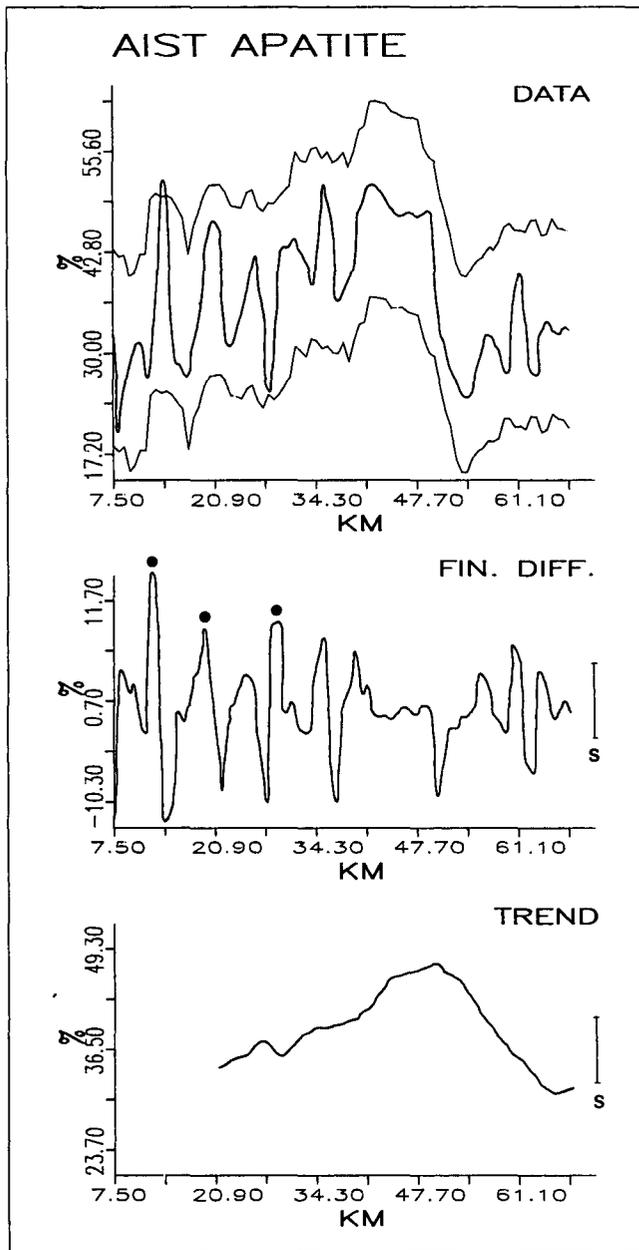


Abb. 33: Variationsdiagramm von Apatit in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

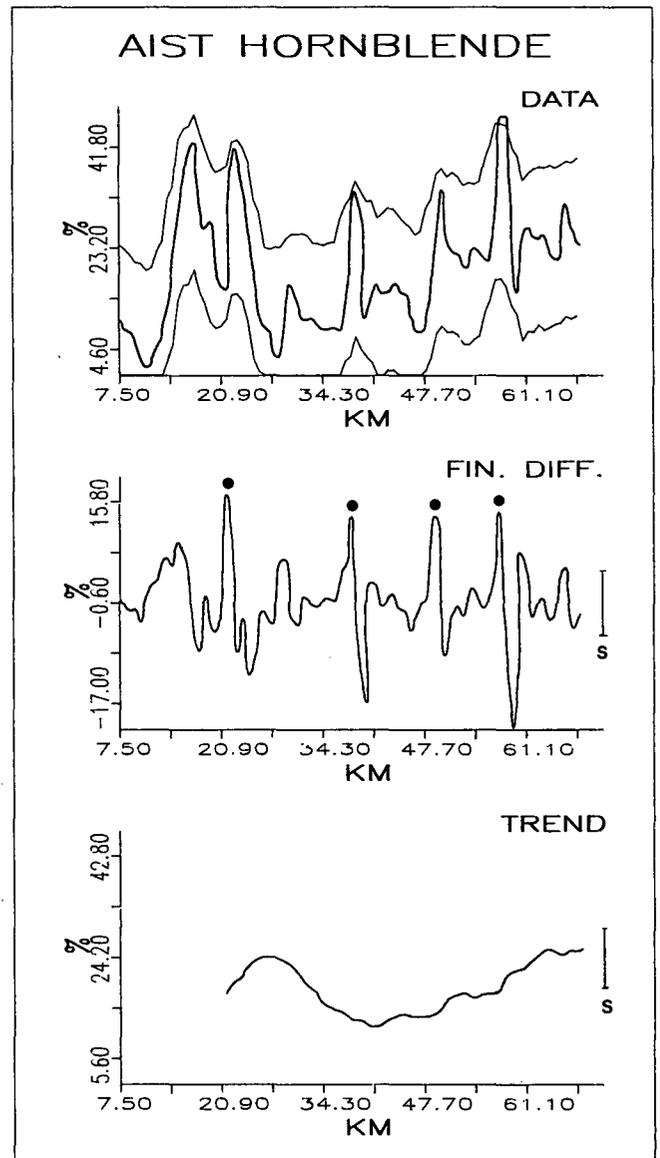


Abb. 34: Variationsdiagramm von Hornblende in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

lich im Oberlauf, während die Variationen im Unterlauf mit einer generellen Abnahme weniger akzentuiert sind. Im Gegensatz dazu paßt sich Zirkon im Unterlauf, bedingt durch die hier höheren Gehalte besser an Granit an. Bei Epidot-Alterit verursacht die rasche Abnahme innerhalb der ersten zwanzig Kilometer weiter flüßab nur mehr kleinere Schwankungen, die ebenfalls annähernd mit dem Granit-Verlauf übereinstimmen. Diorit-Granodiorit hat zu Hornblende die größte Affinität. Idiomorpher Zirkon und Biotit beziehen ihre Peaks von beiden Gesteinstypen, wobei der Hauptpeak von Biotit unter Umständen aus dem raschen Wechsel von Granit- und Dioritmaxima resultiert. Der markante Peak von Granat bei km 28 dürfte von einer metamorphen Restscholle herrühren.

Die Konfidenzgrenzen werden von Apatit, Hornblende, Granat, Zirkon gesamt und Biotit je einmal positiv, von Diorit zweimal positiv und von idiomorphem Zirkon zweimal negativ durchbrochen. Eine positive Überschreitung weist auf impulsartige Erhöhung des Relativ-

gehaltes durch kurzfristige starke Einschüttung einer Komponente hin und ist durch hohe Input Impulse mit großen finiten Differenzen erster Ordnung charakterisiert. Die negativen Differenzen dürften hauptsächlich durch Input-Impulse anderer Komponenten des geschlossenen Schwermineralsystems und mit Ausnahme von Epidot-Alterit und Biotit nur in geringem Ausmaß durch Transportverluste bedingt sein. Im allgemeinen finden sich bei den Variablen drei oder vier größere Input-Impulse, die die Standardabweichung der Daten übersteigen, über die ganze Flußlänge verteilt.

In der Trendanalyse lassen sich ebenfalls enge Beziehungen zwischen Schwermineralen und Ausgangsgesteinen aufzeigen. Dem Granit-Trend, der erst ansteigt und dann abfällt, folgt etwas abgeschwächt der Opakanteil und in verstärkter Form Apatit, bezogen auf die Standardabweichung als Variationsmaß. Zirkon hat eine generell steigende Tendenz. Hornblende stimmt sehr gut mit dem weiträumig oszillierenden Trend von Diorit überein. Idiomorpher Zirkon und Biotit oszillieren

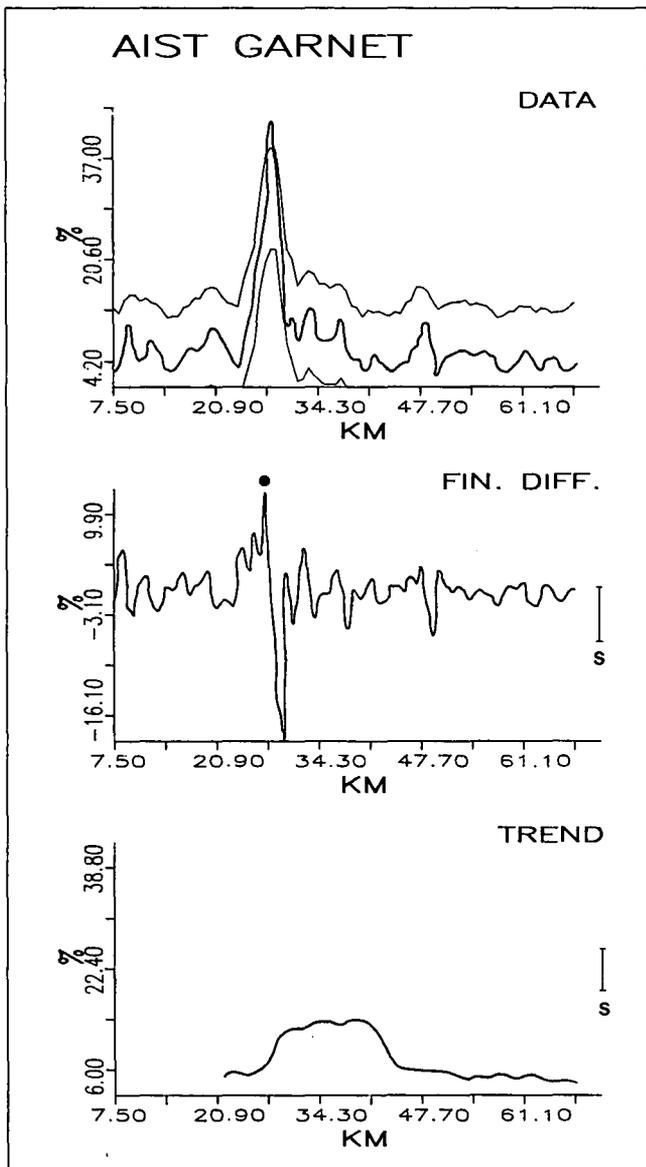


Abb. 35: Variationsdiagramm von Granat in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

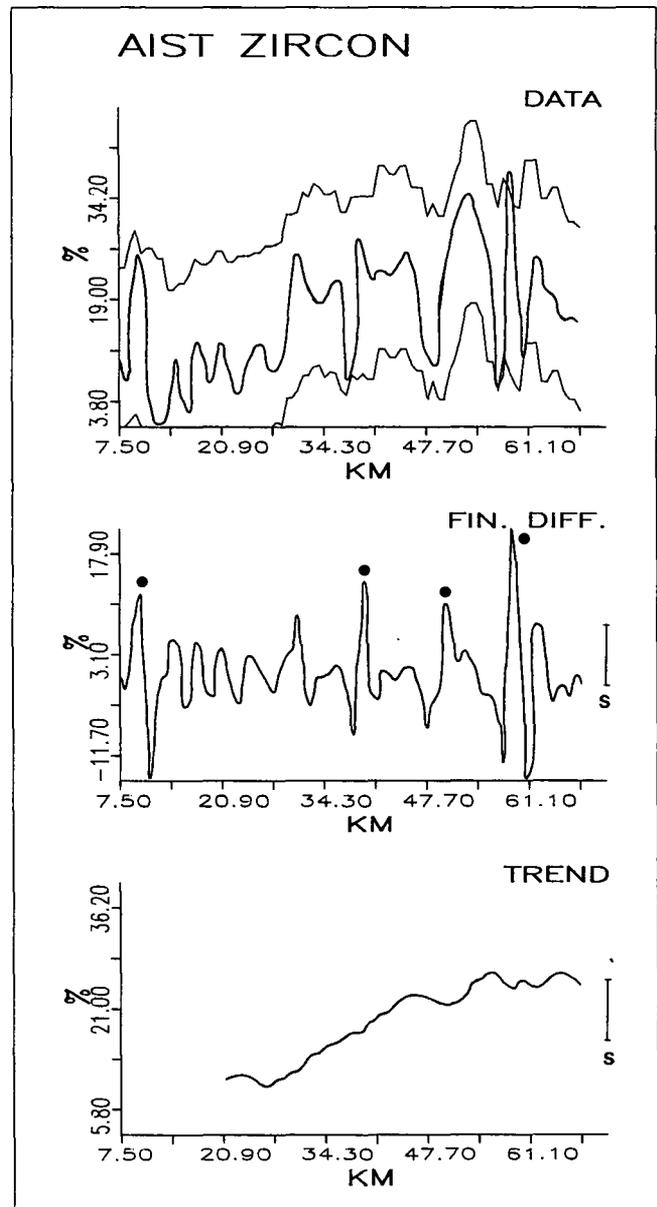


Abb. 36: Variationsdiagramm von Zirkon (gesamt) in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

gleichmäßig. Bei Granat wird eine leicht fallende Tendenz durch den Hauptpeak unterbrochen. Epidot-Alterit fällt zuerst rasch, dann langsam ab und bleibt im unteren Flußabschnitt annähernd konstant.

4.3.1.2.2. Autokorrelationsstrukturen

Die Autokorrelationsstrukturen von granitischen und dioritisch-granodioritischen Ausgangsgesteinen sind in den Abb. 41 und 42 enthalten. Die folgende Zusammenfassung der Ergebnisse berücksichtigt die Analyse typischer Schwerminerale:

Granit

Apatit = ap, Zirkon (gesamt) = zr, Epidot-Alterit = epal, Opakanteil = op

Variogramm:

Modell: sphärisch

zr: Gauß

Reichweite: 16,5 km

ap: 22,8 km; zr: 48 km; epal: 10,5 km; op: 11 km

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 56 %

ap: 49 %; zr: 46 %; epal: 24 %; op: 59 %

Korrelogramm:

Verlauf: oszillierend

epal: negativ exponentiell

Abnahme auf 0: bei lag 14

ap: lag 15; zr: lag 23; epal: lag 26; op: lag 15

stochastischer Prozeß: AR (2), MA (14)

ap: AR (1,2), MA (15); zr: AR (2), MA (23)

epal: AR (1), MA (26); op: AR (2), MA (15)

Power-Spektrum:

Verlauf: oszillierend

Anzahl der Peaks: 1

ap: 2; zr: 2; epal: 1; op: 3

Oszillationsperiode: 4,4 km

ap: 30,7 und 2,8 km; zr: 5,6 und 2,6 km; epal:

2,8 km; op: 20,4; 4,7 und 2,8 km

Diorit-Granodiorit

Hornblende = hb, durchsichtige Minerale insgesamt = dsm, Biotit = bi

Variogramm:

Verlauf: sphärisch

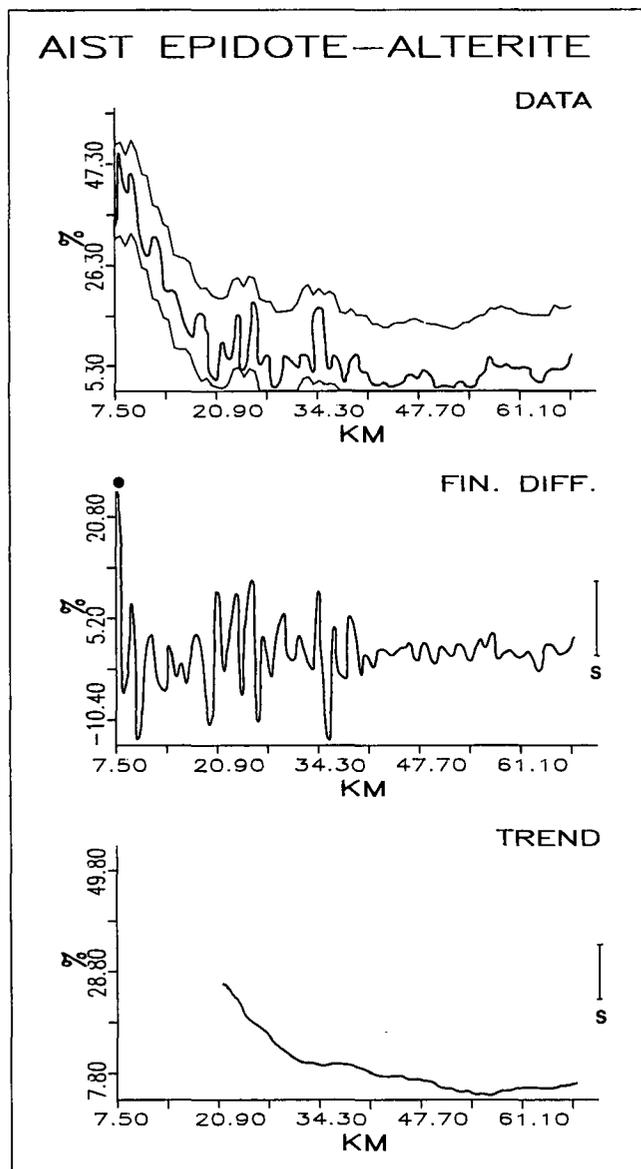


Abb. 37: Variationsdiagramm von Epidot-Alterit in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

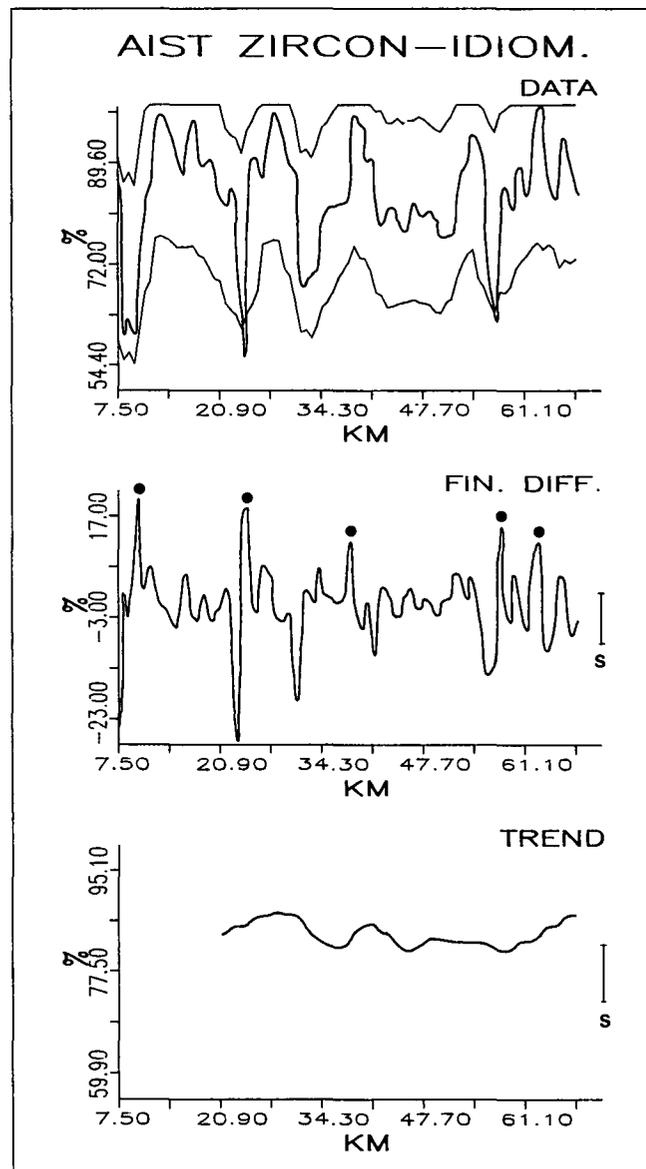


Abb. 38: Variationsdiagramm von idiomorphem Zirkon in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

Reichweite: 10 km

hb: 7 km; dsm: 4,5 km; bi: 7 km

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 41 %

hb: 42 %; dsm: 47 %; bi: 66 %

Korrelogramm:

Verlauf: oszillierend

Abnahme auf 0: bei lag 8

hb: lag 11; dsm: lag 9; bi: lag 3

stochastischer Prozess: AR (1,2), MA (8)

hb: AR (1,2), MA (11); dsm: AR (2), MA (9); bi: AR (1,2), MA (3)

Power-Spektrum:

Verlauf: oszillierend

Anzahl der Peaks: 2

hb: 2; dsm: 2; bi: 1

Oszillationsperiode: 20,4 und 2,6 km

hb: 15,3 und 4,1 km; dsm: 20,4 und 2,8 km; bi: 12,3 km

Die empirischen Variogramme lassen sich mit sphärischen Modellfunktionen approximieren. Der Einflußbereich ist bei Granit, 16,5 km, größer als bei Diorit-Granodiorit, 10 km. Dies ist in erster Linie durch die große

Reichweite von Zirkon (48 km) bedingt. Die Reichweite von Diorit ist größer als von dessen charakteristischen Schwermineralen. Der Nuggeteffekt beträgt bei Granit über 50 % der Datenvarianz und übersteigt damit den von Diorit, wo nur Biotit eine hohe Variation im Kleinbereich aufweist.

Die Autokorrelationskoeffizienten in den Korrelogrammen nehmen oszillierend ab, nur bei Epidot-Alterit erfolgt ein negativ exponentieller Abfall. Durch die geringe Zahl von Datenpunkten fallen die Autokorrelationsfunktionen, $R(h)$, bei großen lags teilweise kontinuierlich unter das Null-Niveau. Die empirischen Korrelogramme haben naturgemäß kürzere Reichweiten als die sphärischen Modellfunktionen der Variogramme, die sich nur langsam dem sill annähern. Ihr Verlauf zeigt den einer Datenfolge zugrundeliegenden stochastischen Prozeß an (siehe Kap. 4.2.2.2.): Oszillierend abnehmende Korrelogramme weisen auf autoregressive Prozesse zweiter Ordnung, AR (2), hin und/oder auf einen Prozeß gleitender Mittelwerte (MA) höherer Ordnung (bei Granit und zugehörigen Schwermineralen Ordnung 14–26, bei Diorit und zugehörigen Variablen

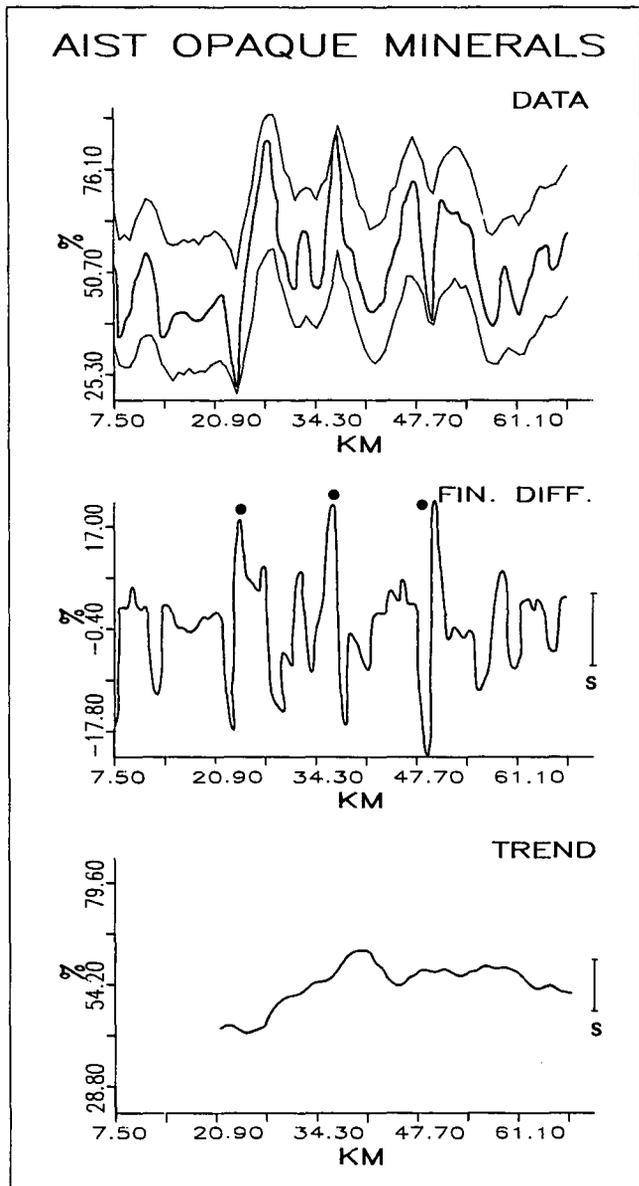


Abb. 39: Variationsdiagramm des Opakanteils in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

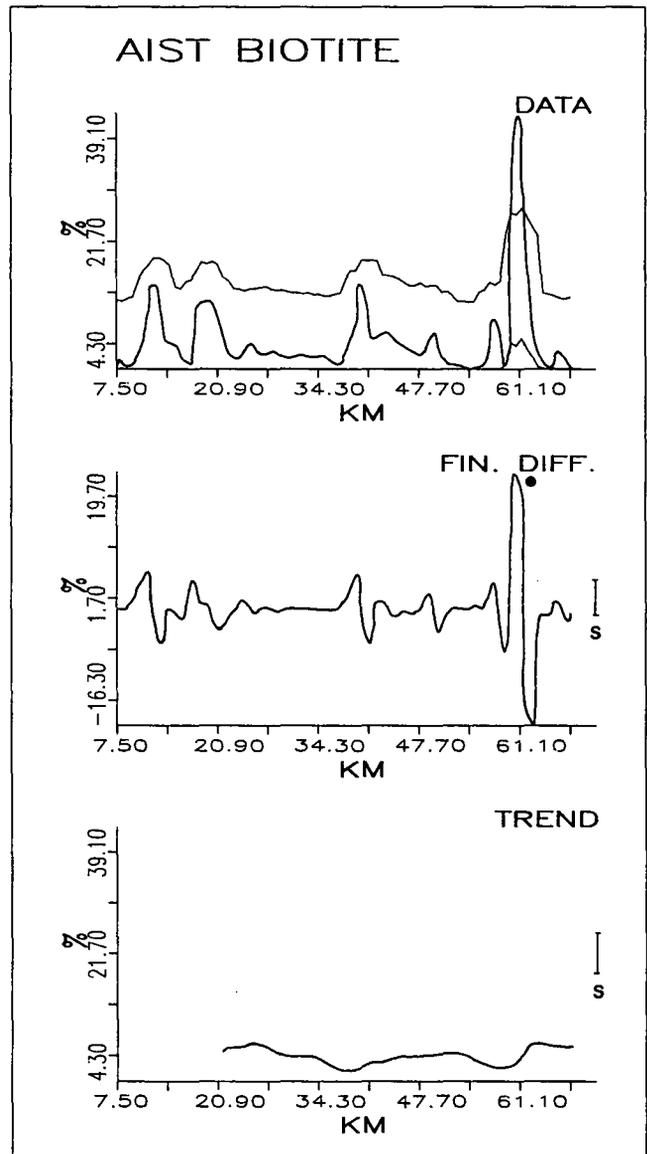


Abb. 40: Variationsdiagramm von Biotit in der Aist. Erläuterungen siehe Abb. 31.

Ordnung 3–11). Einflußbereiche und MA-Prozesse sind bei Diorit in Übereinstimmung mit den Variogrammen kürzer als bei Granit.

Das Power Spektrum erfaßt Wiederholungen bzw. zyklische Strukturen in einer Datenfolge. Das oszillierend abnehmende Bild der Spektraldichtefunktion $f(\omega)$ entspricht $R(h)$. Bei Granit erfaßt das Spektrum nur eine hochfrequente kurze Oszillationsperiode von 4,4 km, die in ähnlicher Länge bei den Schwermineralen ausgebildet ist. Dies bedeutet, daß nur die kurzen Oszillationen, das ist annähernd deren Gesamtzahl, in den Variationsdiagrammen periodisch verlaufen. Dazu tritt bei Apatit und Opakanteil eine niedrigfrequente lange Periode von einem Drittel bzw. der Hälfte der Flußlänge. Bei Diorit finden wir eine niedrigfrequente (20,4 km) Periode, die etwa den Oszillationen in den Daten mit großer Amplitude und damit den maximalen Input-Impulsen entspricht, und eine hochfrequente der Länge 2,6 km. Hornblende und die durchsichtigen Minerale verhalten

sich ähnlich. Biotit hat nur einen niedrigfrequenten Peak bei 12,3 km.

4.3.1.3. Pinka

4.3.1.3.1. Variationsuntersuchungen

In der Pinka wurden die Ausgangsgesteine, niedriggradige Metamorphite und mittel- bis hochgradige Metamorphite mit den Leitmineralen Epidot, Granat, Hornblende und Gesamtanteil der transluzenten Schwerminerale in Variationsdiagrammen ausgewertet (Abb. 43–48). Die Ergebnisse der Gesteine in cl (Kompositionsfaktorenladungen) und der Schwerminerale in Kornprozenten werden wie in der Aist zusammengefaßt:

Niedriggradige Metamorphite (Abb. 43)

\bar{x} : 0,514 cl; S: 0,216 cl

Maximum: 0,98 cl; Minimum: 0,129 cl

maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,212 cl, -0,183 cl

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 4; >2s: —

Input-Impulse >s: —

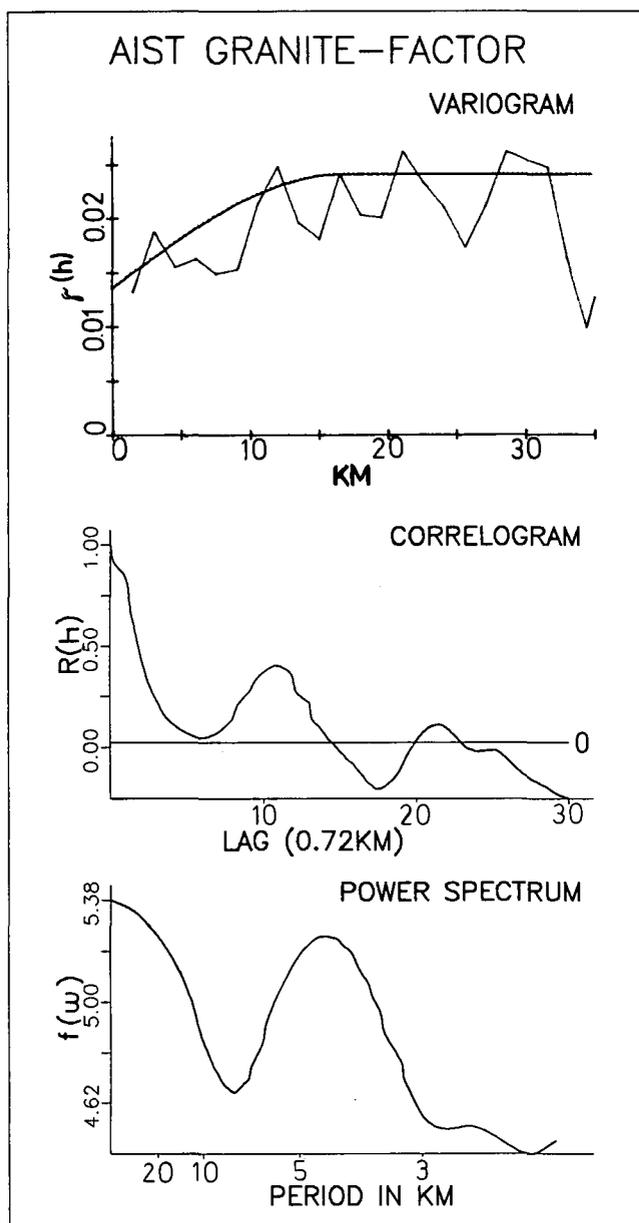


Abb. 41: Autokorrelations-Diagramm des granitischen Hinterlandes in der Aist mit Variogramm, Korrelogramm und Power-Spektrum.

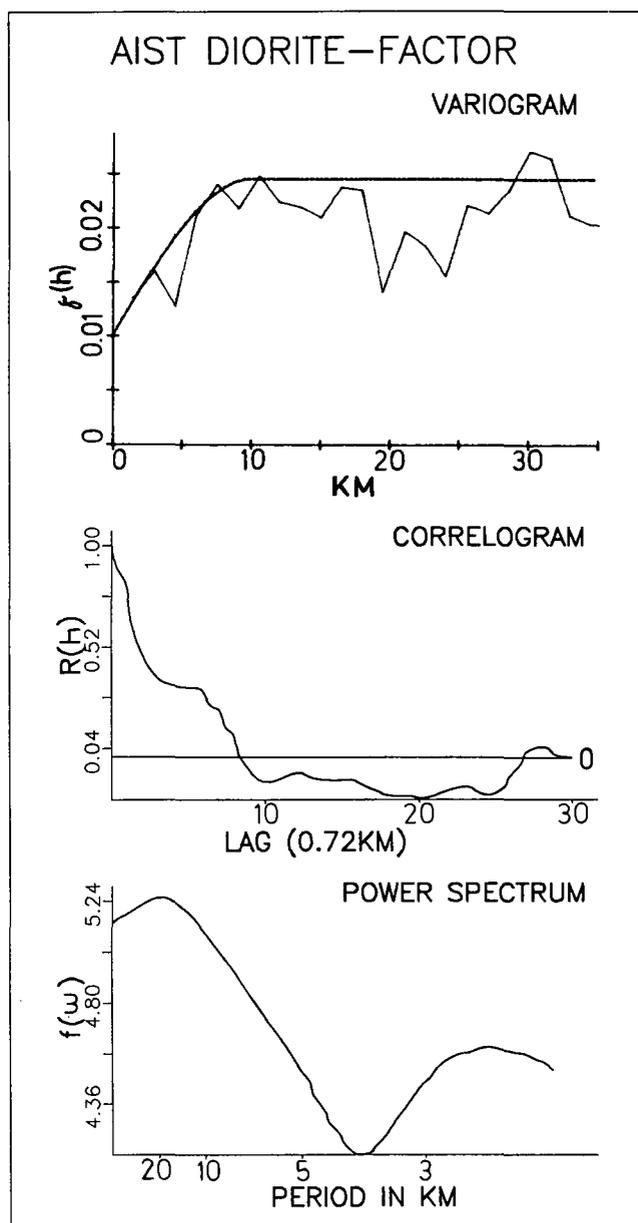


Abb. 42: Autokorrelations-Diagramm des dioritisch-granodioritischen Hinterlandes in der Aist mit Variogramm, Korrelogramm und Power-Spektrum.

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: -, 2
Trend: fallend (-0,382 cl) - steigend (+0,408 cl)

Mittel- bis hochgradige Metamorphite
(Abb. 44)

\bar{x} : 0,404 cl; s: 0,179 cl
Maximum: 0,716 cl; Minimum: -0,02 cl
maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,117 cl; -0,148 cl
Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 5; >2s: —
Input-Impulse >s: —
Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —
Trend: steigend (+0,345 cl) - fallend (-0,21 cl)

Epidot (Abb. 45)

\bar{x} : 40,0 %; s: 15,0 %
Maximum: 79,5 %; Minimum: 19,0 %
maximale Differenzen 1. Ordnung: +21,3 %, -10,6 %
Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 2; >2s: 1
Input-Impulse >s: 1 (bei 2 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: -, 2
Trend: fallend (-24,8 %) - steigend (+23,6 %)

Granat (Abb. 46)

\bar{x} : 35,4 %; s: 15,1 %
Maximum: 64,0 %; Minimum: 0
maximale Differenzen 1. Ordnung: +12,3 %, -13,7 %
Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 6; >2s: —
Input-Impulse >s: —
Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 3
Trend: steigend (+27,5 %) - fallend (-19,2 %)

Hornblende (Abb. 47)

\bar{x} : 17,7 %; s: 6,8 %
Maximum: 38,5 %; Minimum: 2,1 %
maximale Differenzen 1. Ordnung: +12,4 %, -11,8 %
Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 6; >2s: 5
Input-Impulse >s: 3 (bei 19, 22, 53 km)
Überschreiten der Konfidenzgrenzen: -, 1
Trend: fallend (-9,5 %)

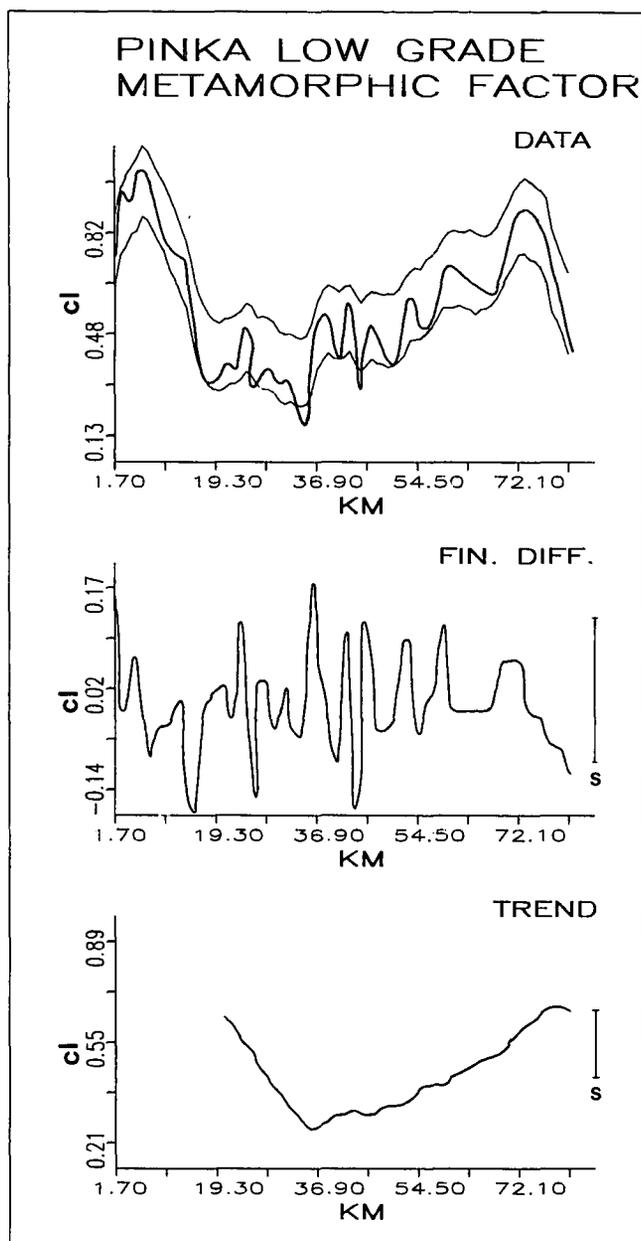


Abb. 43: Variationsdiagramm des niedriggradig metamorphen Hinterlandes in der Pinka. Erläuterungen siehe Abb. 31.

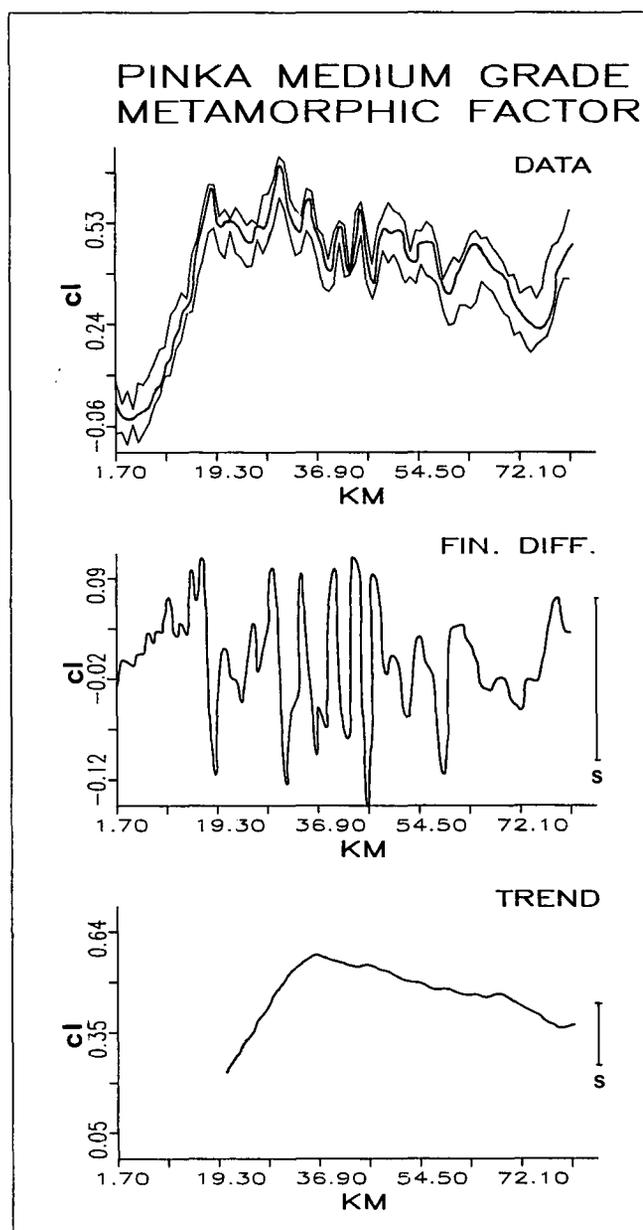


Abb. 44: Variationsdiagramm des mittel- bis hochgradig metamorphen Hinterlandes in der Pinka. Erläuterungen siehe Abb. 31.

Transluzente Minerale (Abb. 48)

\bar{x} : 74,0 %; s: 11,3 %

Maximum: 86,6 %; Minimum: 27,2 %

maximale Differenzen 1. Ordnung: +16, %, -8,2 %

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 4; >2s: 1

Input-Impulse >s: 1 (bei 2 km)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: -, 2

Trend: steigend (+20,1 %)

Auch in der Pinka finden wir oszillierende Datenverläufe. Jedoch sind die Variationen durch Einschüttungsimpulse bezogen auf die Standardabweichungen der Variablen mit Ausnahme von Hornblende weit geringer. Die intensivsten Schwankungen treten im mittleren Flußabschnitt auf. Die Oszillationsperioden werden mit der Entfernung vom Ursprung größer.

Niedriggradig und mittel- bis hochgradig metamorphen Ausgangsgesteinen entsprechen weitgehend deren Leitminerale Epidot bzw. Granat. Hornblende hat hingegen generell abnehmende Gehalte, unterbrochen durch drei starke Input-Impulse. Die Gesamtheit der

durchsichtigen Minerale folgt einer Kombination beider Ausgangsgesteinstypen.

Die niedriggradigen Metamorphite fallen zweimal unter die untere Konfidenzgrenze, ebenso Epidot und die transluzenten Minerale insgesamt, Hornblende gelangt einmal unter die Untergrenze. Granat überschreitet dreimal die Obergrenze, jedoch erreicht kein Einschüttungsimpuls die Größe der Standardabweichung.

Die Trendanalyse zeigt ebenfalls die gute Übereinstimmung von niedriggradigen Metamorphiten und Epidot sowie von mittel- bis hochgradigen Metamorphiten und Granat. Die fallende Tendenz von Epidot im oberen Flußabschnitt ist durch die gleichzeitige Zunahme von Granat bedingt. Flußabwärts kehrt sich dieses Verhältnis um, wobei die Zu- und Abnahme langsamer vor sich geht. Hornblende folgt einem langsam abnehmenden Trend. Bei der Gesamtheit der transluzenten Minerale ist ein generell steigender Trend zu beobachten.

4.3.1.3.2. Autokorrelationsstrukturen

Die wichtigsten Ergebnisse der Autokorrelationsanalyse sind für niedriggradige und mittel- bis hochgradige

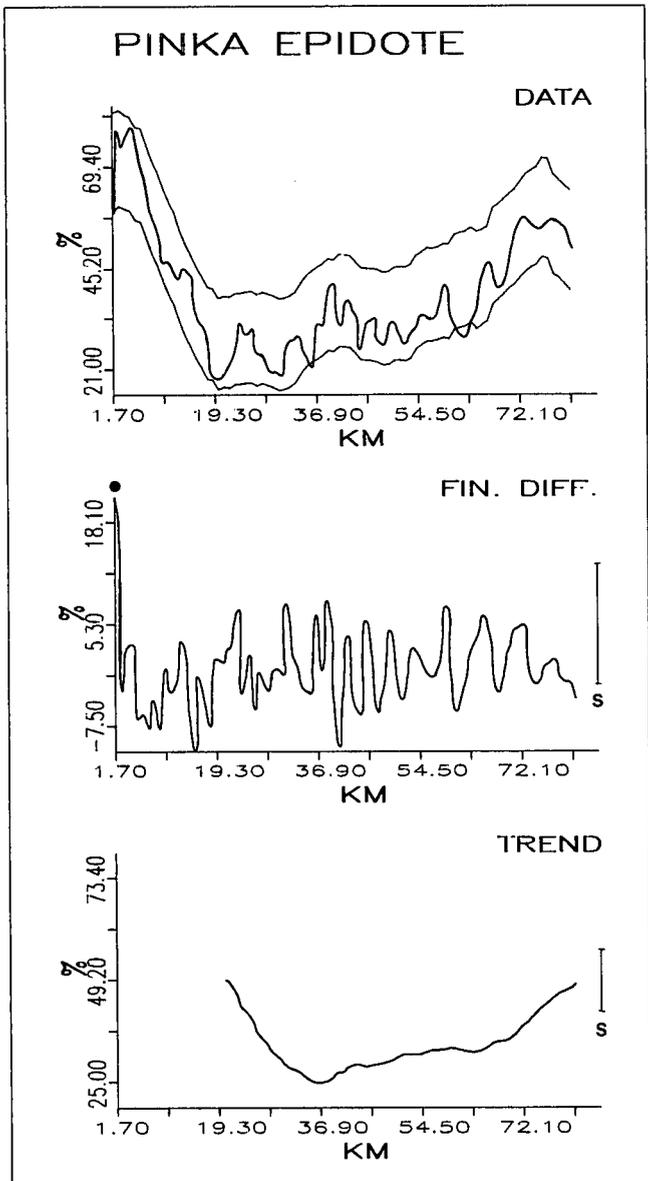


Abb. 45: Variationsdiagramm von Epidot in der Pinka. Erläuterungen siehe Abb. 31.

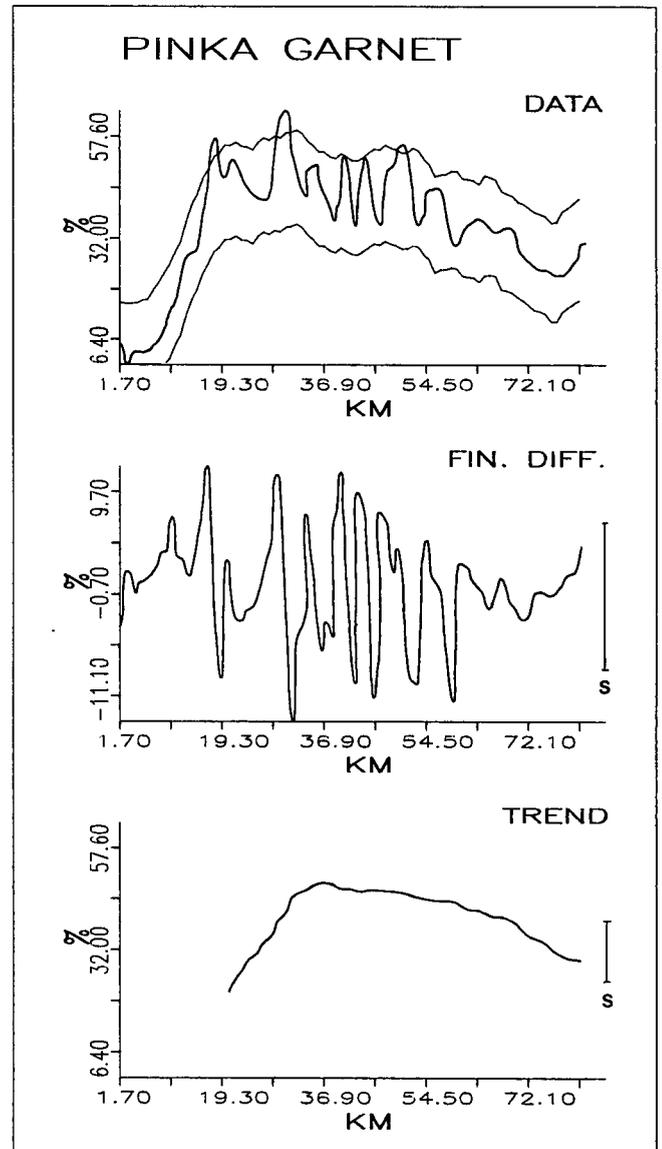


Abb. 46: Variationsdiagramm von Granat in der Pinka. Erläuterungen siehe Abb. 31.

Metamorphite in den Abb. 49 und 50 und unter Berücksichtigung der typischen Schwerminerale analog zur Aist, wie folgt, zusammengestellt:

Niedriggradige Metamorphite (Abb. 49)

Epidot = ep, Hornblende = hb

Variogramm:

Modell: sphärisch

ep: Gauß; hb: Gauß

Reichweite: 30,5 km

ep: 26,8 km; hb: 92 km

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 15 %

ep: 12 %, hb: 69 %

Korrelogramm:

Verlauf: negativ exponentiell

ep: negativ exponentiell; hb: oszillierend

Abnahme auf 0: bei lag 16

ep: lag 13; hb: lag 21

stochastischer Prozeß: AR (1), MA (16)

ep: AR (1), MA (13); hb: AR (2), MA (21)

Power-Spektrum:

Verlauf: annähernd linear abnehmend

ep: leicht oszillierend; hb: oszillierend

Peaks: —

ep: —; hb: 2

Oszillationsperiode: —

ep: —; hb: 27,3 und 4,8 km

Mittel- bis hochgradige Metamorphite (Abb. 50)

Granat = gr; durchsichtige Minerale insgesamt = dsm

Variogramm:

Modell: sphärisch

gr: Gauß; dsm: Gauß

Reichweite: 28 km

gr: 27 km; dsm: 26,4 km

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 0

gr: 16 %; dsm: 23 %

Korrelogramm:

Verlauf: negativ exponentiell

Abnahme auf 0: bei lag 14

gr: lag 15; dsm: lag 15

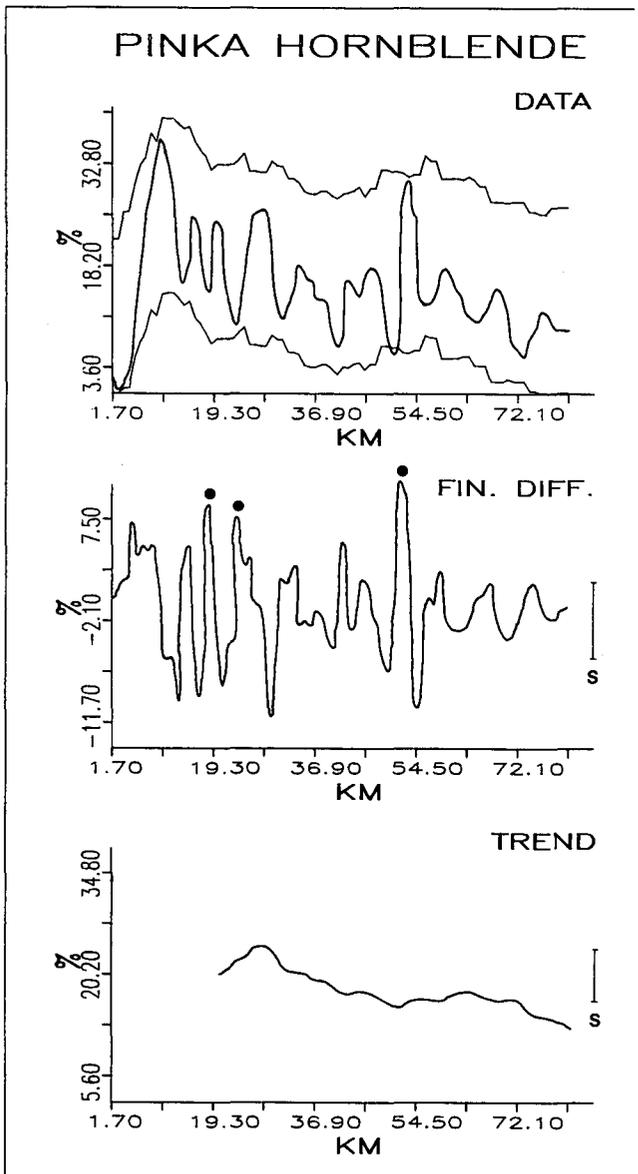


Abb. 47: Variationsdiagramm von Hornblende in der Pinka. Erläuterungen siehe Abb. 31.

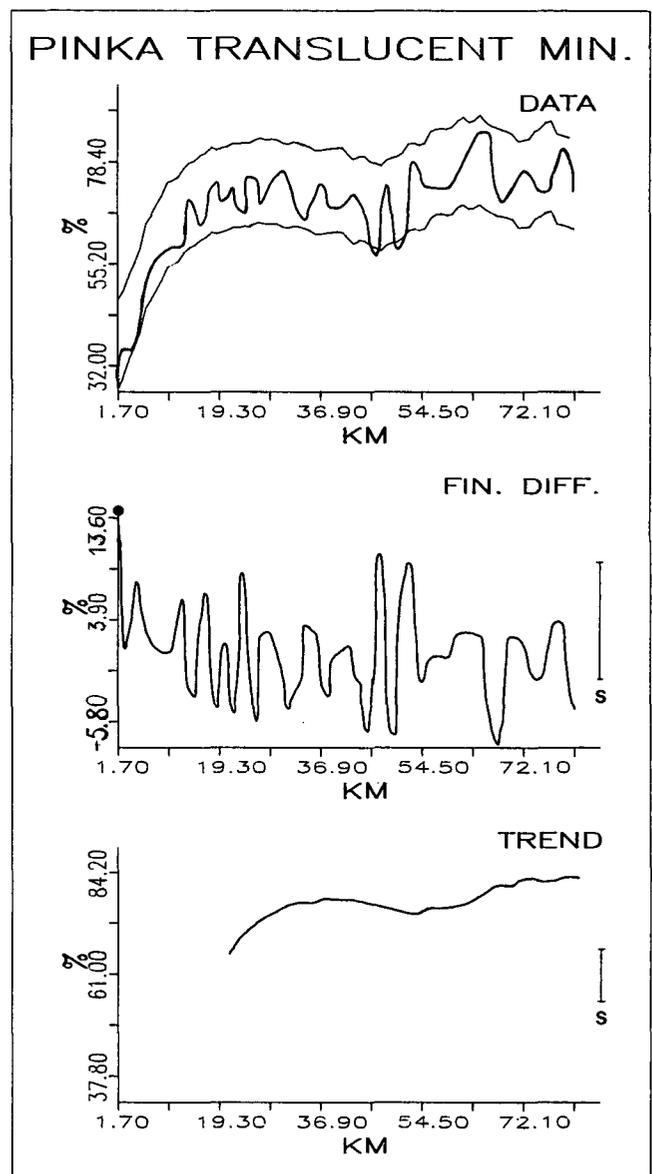


Abb. 48: Variationsdiagramm der transluzenten Minerale in der Pinka. Erläuterungen siehe Abb. 31.

stochastischer Prozeß: AR (1), MA (14)
 gr: AR (1), MA (15); dsm: AR (1), MA (15)
 Power-Spektrum:
 Verlauf: abnehmend
 Peak: —
 Oszillationsperiode: —

Die Variogramme niedriggradiger und mittel- bis hochgradiger Ausgangsgesteine können sehr gut mit einer sphärischen Modellfunktion beschrieben werden, obwohl die Variogramme der Schwerminerale einem Gauß'schen Modell folgen. Die Reichweiten sind für beide Liefergebiete mit 30,5 bzw. 28 km, was mehr als ein Drittel der untersuchten Flußlänge ausmacht, sehr groß und decken sich gut mit den Werten der Schwerminerale, die für Hornblende mit 92 km noch übertroffen werden. Der Nuggeteffekt beträgt bei den niedriggradigen Metamorphiten 15 %, fehlt hingegen bei den

mittelgradigen. Abweichend davon sind bei Hornblende die Variationen im Kleinstbereich mit 69 % sehr hoch, wodurch der lange Einflußbereich relativiert wird, da er weniger als ein Drittel der Datenvarianz umfaßt.

Die Korrelogramme der Liefergebiete verlaufen negativ exponentiell. Sie weisen auf autoregressive Prozesse erster Ordnung bzw. gleitende Mittelwertprozesse höherer Ordnung hin. Hornblende zeigt ein oszillierendes Variogramm und folgt einem autoregressiven Prozeß zweiter Ordnung.

Den Korrelogrammen entsprechend sind die Power-Spektren der Ausgangsgesteine kontinuierlich abnehmend ohne Peak ausgebildet. Das bedeutet, daß kein zyklisches Verhalten vorliegt. Davon abweichend enthält das oszillierende Spektrum von Hornblende zwei Peaks mit einer langen (27,3 km) und einer kurzen (4,8 km) Periode.

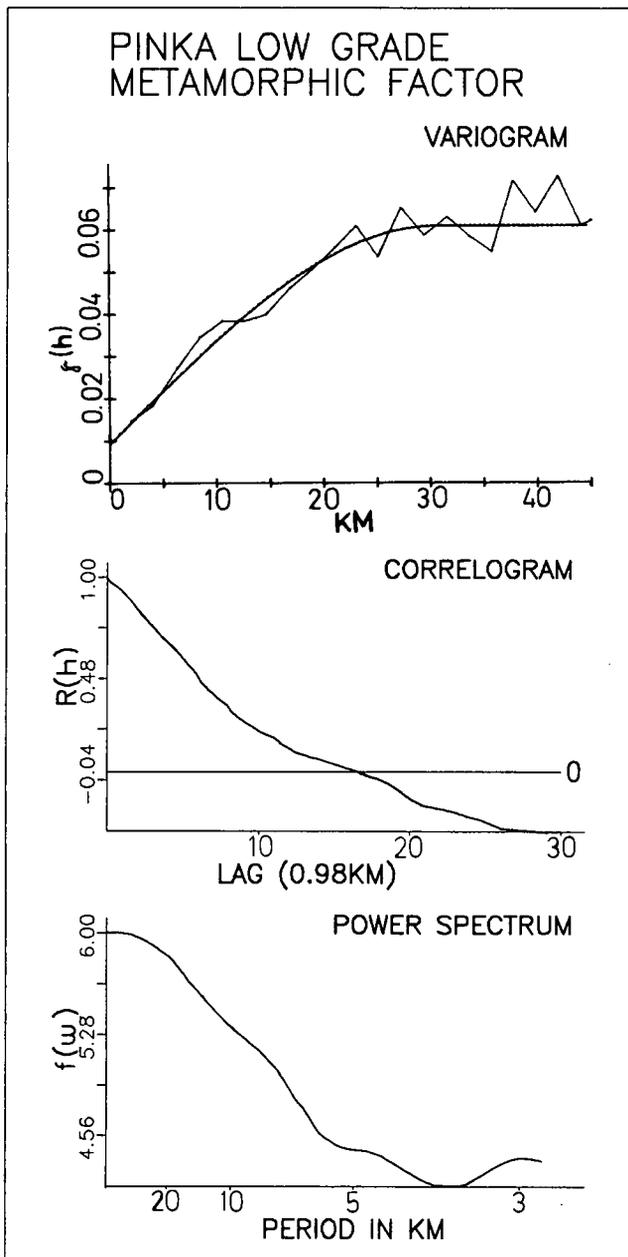


Abb. 49: Autokorrelations-Diagramm des niedriggradig metamorphen Hinterlandes in der Pinka mit Variogramm, Korrelogramm und Power-Spektrum.

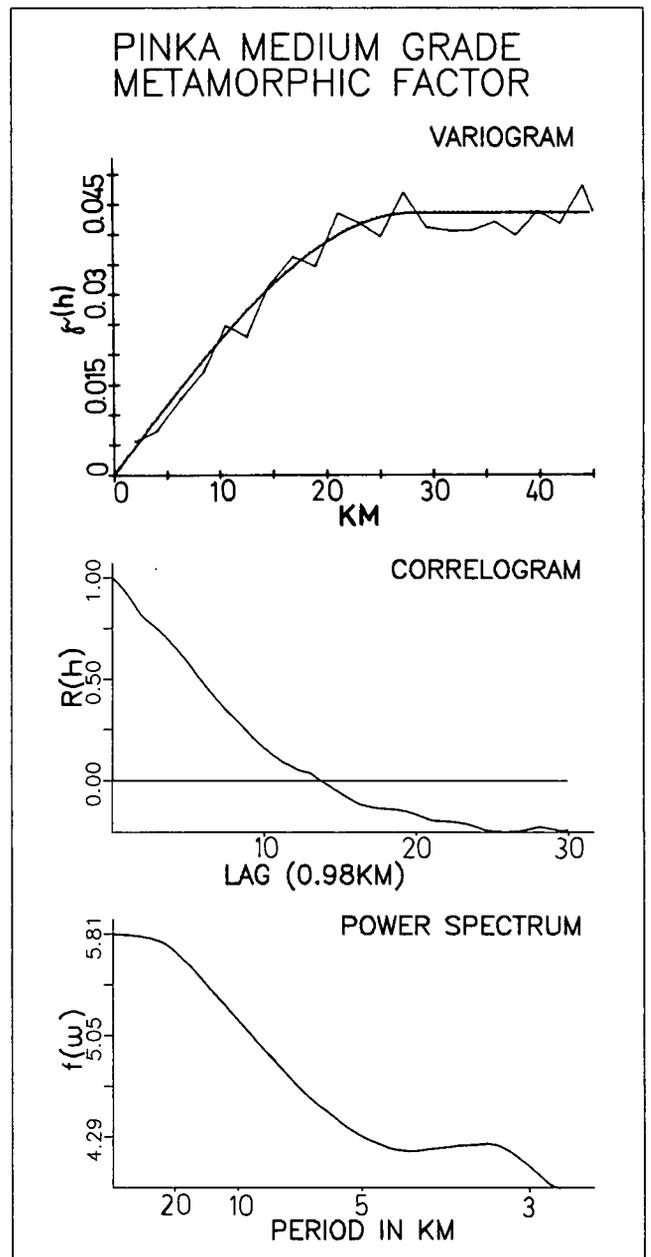


Abb. 50: Autokorrelations-Diagramm des mittel- bis hochgradig metamorphen Hinterlandes in der Pinka mit Variogramm, Korrelogramm und Power-Spektrum.

4.3.1.4. Modellierung stochastischer Prozesse

Von den Autokorrelationsstrukturen ausgehend wurden zur Beschreibung des Verhaltens der Ausgangsgesteine in den beiden Flüssen einfache ARMA-Prozesse modelliert (vgl. Kap. 4.2.2.2.). Die vorgenommene Interpolation von Daten wirkte sich bei der Modellierung vorteilhaft aus und lieferte mit der größeren Datendichte eindeutigere und besser unterscheidbare Ergebnisse als die zum Vergleich verwendeten äquidistant gemachten Rohdaten. Die Modelle folgen den Gleichungssystemen:

Aist, Granit:

$$\text{ARMA}(2,1): x_i = 1,291x_{i-1} - 0,576x_{i-2} + 0,227 + z_i + 0,49z_{i-1}$$

mit

$$r_{1,3;2} = -0,576$$

$$r_{1,3;299\%} = 0,277$$

$$r_{U95\%} = 0,465$$

$$(s_x)^2 = 0,019321$$

$$(s_z)^2 = 0,00366$$

$$F = 346,6$$

Aist, Diorit-Granodiorit:

$$\text{ARMA}(2,1): x_i = 1,172x_{i-1} - 0,45x_{i-2} + 0,05 + z_i + 0,63z_{i-1}$$

mit

$$r_{1,3;2} = -0,45$$

$$r_{1,3;299\%} = 0,277$$

$$r_{U95\%} = 0,465$$

$$(s_x)^2 = 0,018435$$

$$(s_z)^2 = 0,004361$$

$$F = 261,4$$

Pinka, niedriggradige Metamorphite:

$$\text{ARMA}(1,1): x_i = 0,935x_{i-1} + 0,04 + z_i + 0,68z_{i-1}$$

mit

$$(s_x)^2 = 0,046503$$

$$(s_z)^2 = 0,003611$$

$$F = 962,1$$

Pinka, mittel- bis hochgradige Metamorphite:

$$\text{ARMA}(1,1): x_i = 0,92x_{i-1} + 0,032 + z_i + 0,69z_{i-1}$$

mit

$$(s_x)^2 = 0,032039$$

$$(s_z)^2 = 0,002299$$

$$F = 1047,8$$

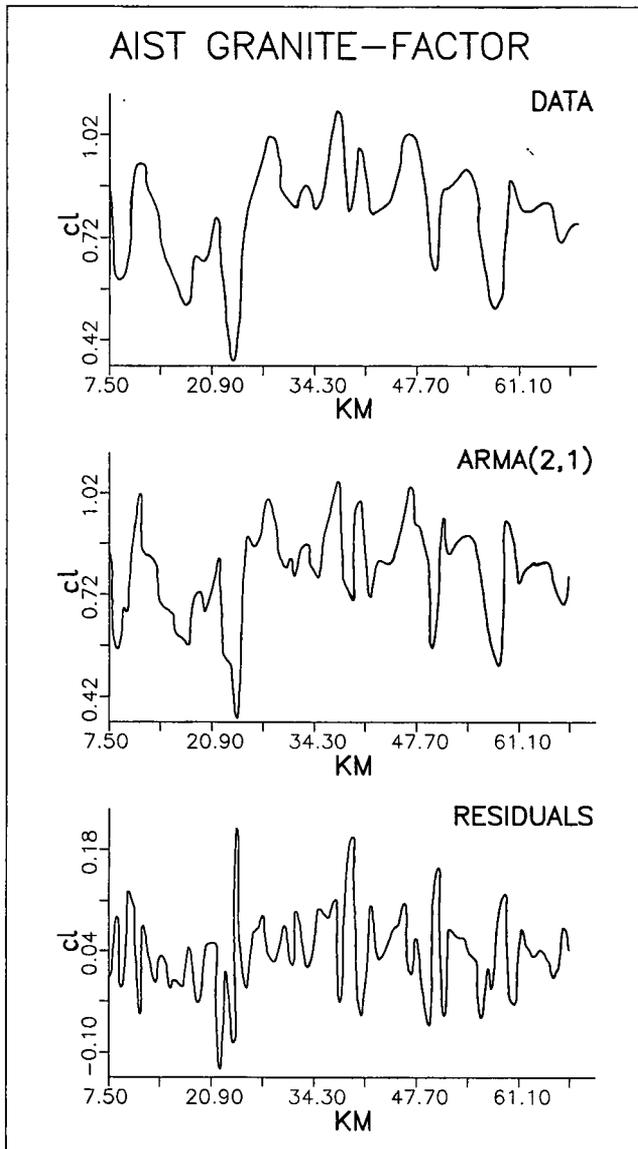


Abb. 51: Modellierung der Datensequenz Granit-Faktor in der Aist: Daten, ARMA(2,1)-Modell und Residuen.

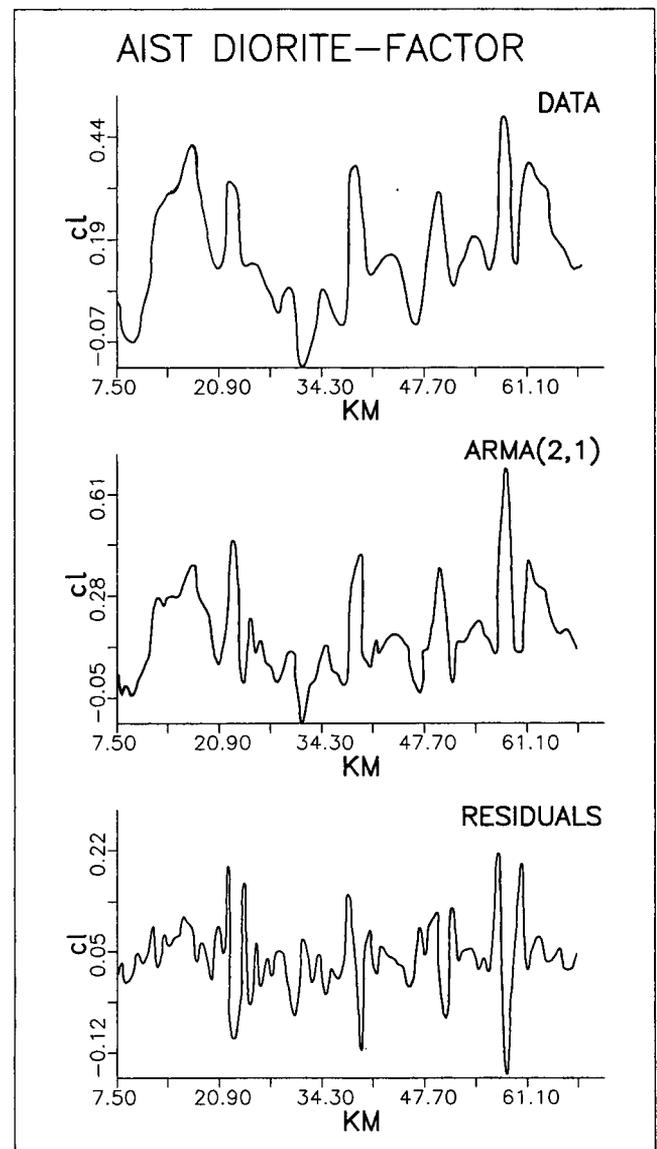


Abb. 52: Modellierung der Datensequenz Diorit-Granodiorit-Faktor in der Aist: Daten, ARMA(2,1)-Modell und Residuen.

In der Aist liegen autoregressive Prozesse zweiter Ordnung, erweitert um einen gleitenden Mittelwert-Prozess erster Ordnung, ARMA (2,1), vor. Die Abb. 51 und 52 zeichnen die Datenverläufe sehr gut nach. Die Peaks in den Daten werden teilweise etwas erhöht, teilweise mit zusätzlichen kleinen Sekundärpeaks leicht modifiziert. Die Residuen sind im allgemeinen klein und werden von vereinzelt größeren Abweichungen durchbrochen. Der Feedback-Effekt ist auf die ständige Materialzufuhr aus dem Hinterland rückzuführen. Das akzentuierte Relief des Flusses bedingt dessen erosive Aktivität, verbunden mit großer Transportkraft, auf Kosten der Sedimentakkumulation. Die im Sediment nachweisbaren großen Input-Impulse führen zu oszillierenden Autokorrelationsstrukturen. Dadurch kann während des intensiven Sedimenttransportes keine Stabilisierung des Schwermineralspektrums bzw. Reifung durch Abnahme der Variabilität erfolgen.

Für die Pinka lassen sich hingegen autoregressive Prozesse erster Ordnung, wieder erweitert mit MA, in

der Form ARMA (1,1) am besten modellieren (s. Abb. 53 und 54). Die Oszillationen in den Datenverläufen haben bezogen auf die Standardabweichung der Daten kleinere Amplituden, die Korrelogramme nehmen kontinuierlich ab. Da die Pinka ihr kristallines Hinterland schon nach wenigen Kilometern verläßt, erfolgt flußabwärts die zusätzliche Sedimentanreicherung aus jungtertiären und quartären Lockersedimenten, die Aufarbeitungsprodukte desselben Hinterlandes mit teilweise mehrmaliger Umlagerung sind und daher eine geringere Variabilität als die Ausgangsgesteine aufweisen. Die Erosionskraft ist nur im Bereich des Kristallins und des randlich anschließenden Jungtertiärs groß, was zuerst zu einer Epidotvornacht und danach zu einem schwächeren Granatmaximum führt. Ab dem mittleren Flußabschnitt verflacht das Relief, wodurch die Sedimentakkumulation zunehmend an Bedeutung gewinnt. Die geringere Variation beruht somit auf den umgelagerten Umgebungsgesteinen und der geringeren erosiven Aktivität.

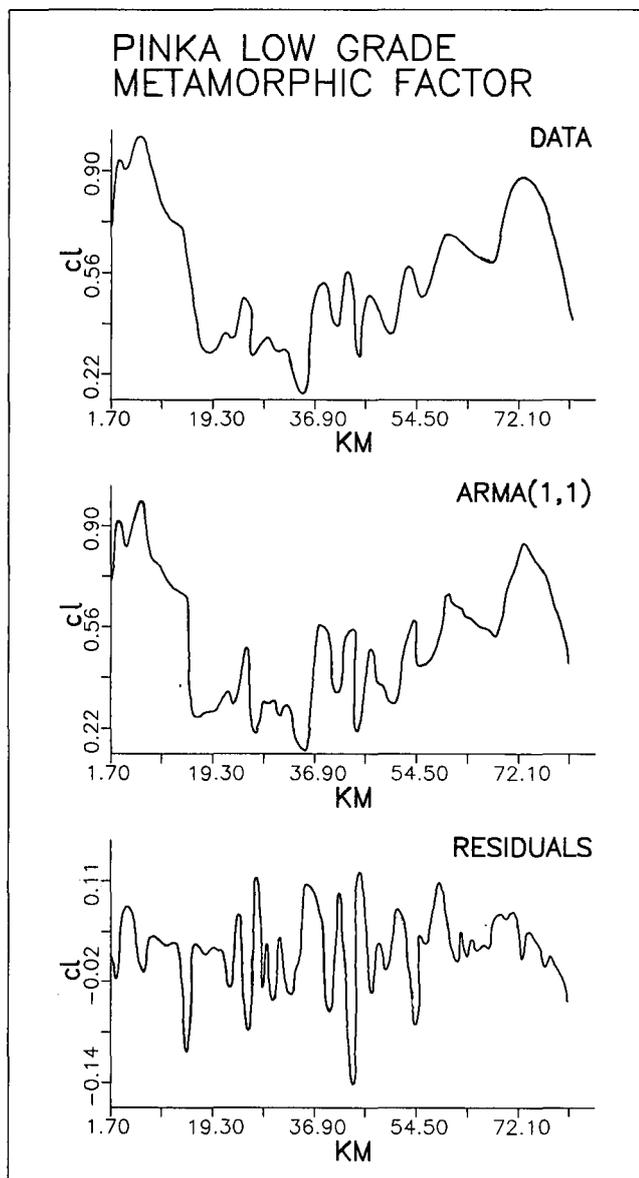


Abb. 53: Modellierung der Datensequenz niedriggradiger Metamorphit-Faktor in der Pinka: Daten, ARMA(1,1)-Modell und Residuen.

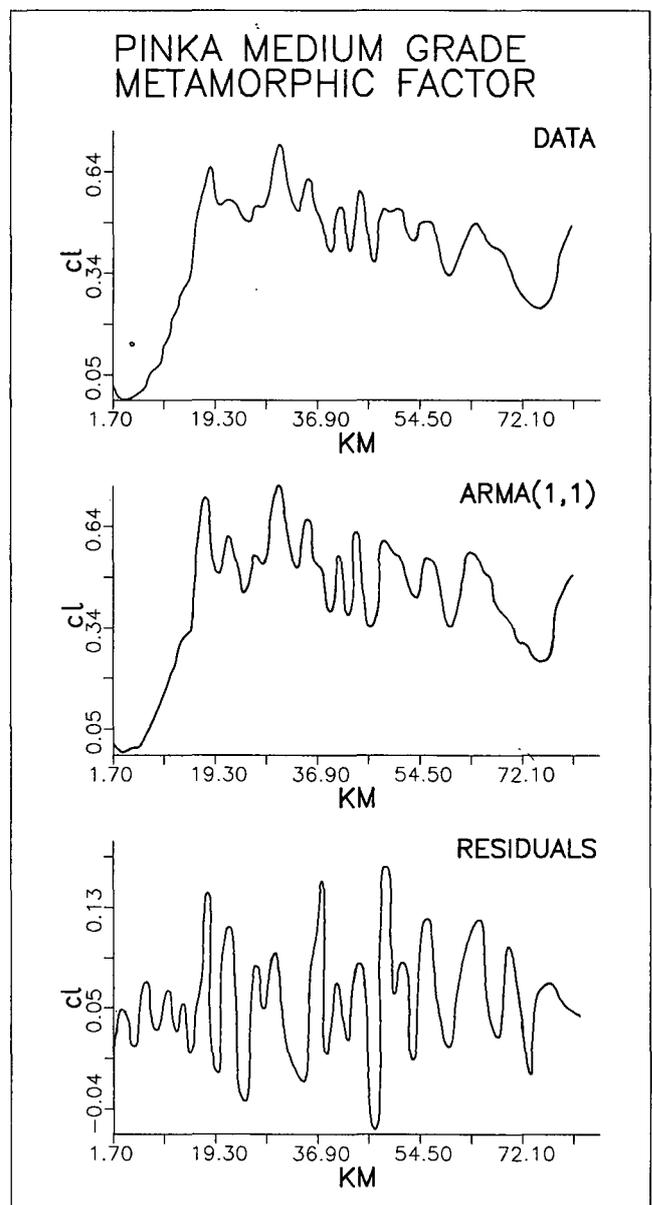


Abb. 54: Modellierung der Datensequenz mittel bis hochgradiger Metamorphit-Faktor in der Pinka: Daten, ARMA(1,1)-Modell und Residuen.

Der Vergleich der beiden Flüsse macht deutlich, daß die modellierten einfachen ARMA-Prozesse wesentliche Aussagen über die Position des Hinterlandes zu den fluviatilen Sedimenten ermöglichen: Prozesse erster Ordnung zeigen eine Stabilisierung des Schwermineralspektrums durch geringen kumulativen Input mit zunehmender Entfernung vom Liefergebiet an, wobei längere Transportwege eine zusätzliche Glättung der Variationen bewirken. Physikalisch instabile Schwerminerale können allerdings durch den Transport in Abhängigkeit von der Transportweite reduziert oder eliminiert werden

(beobachtet bei Epidot-Alterit und Biotit, vgl. auch RITTENHOUSE, 1943; DIETZ, 1973). Prozesse zweiter Ordnung betonen hingegen das Feedback-Phänomen zwischen Sediment und einem nahe gelegenen Hinterland durch intensive Erosion. Diese unmittelbare Wechselwirkung führt zu einem Erneuerungsprozeß, bei dem ständig neuer Input durch raschen Transport ausgeglichen wird. Auf diese Weise gelangt die Variabilität des Liefergebietes zu großen Teilen ins Sediment, eine Stabilisierung der Schwermineralspektren findet nicht statt.

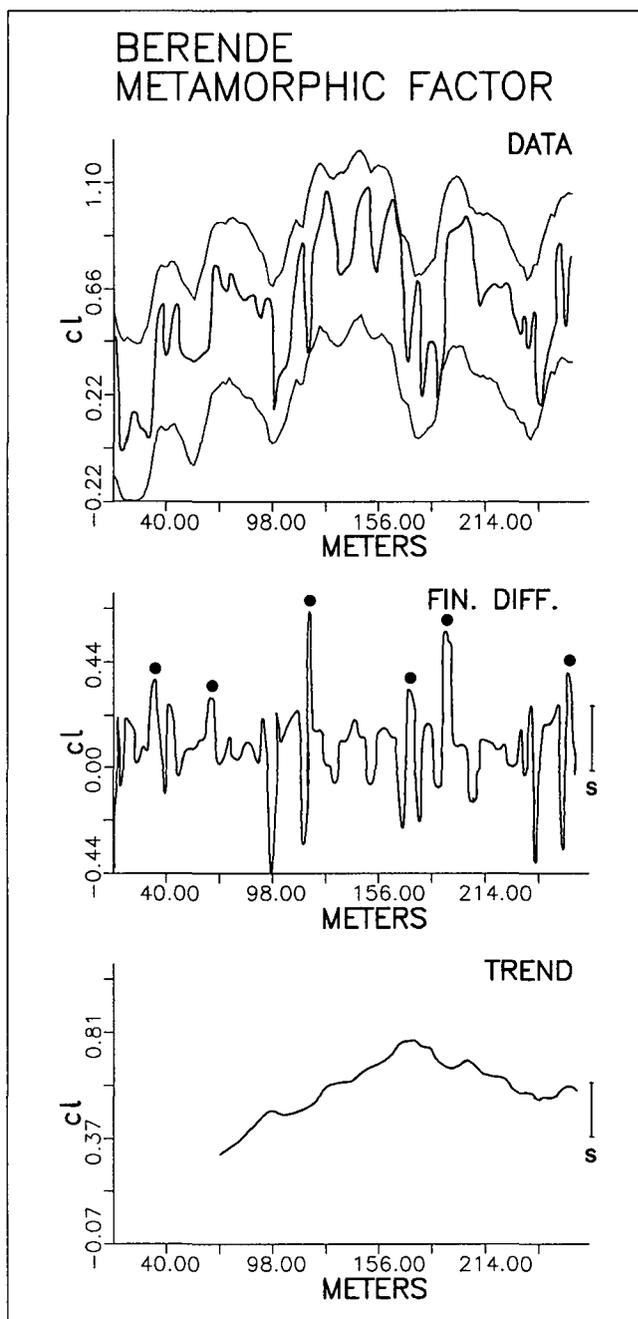
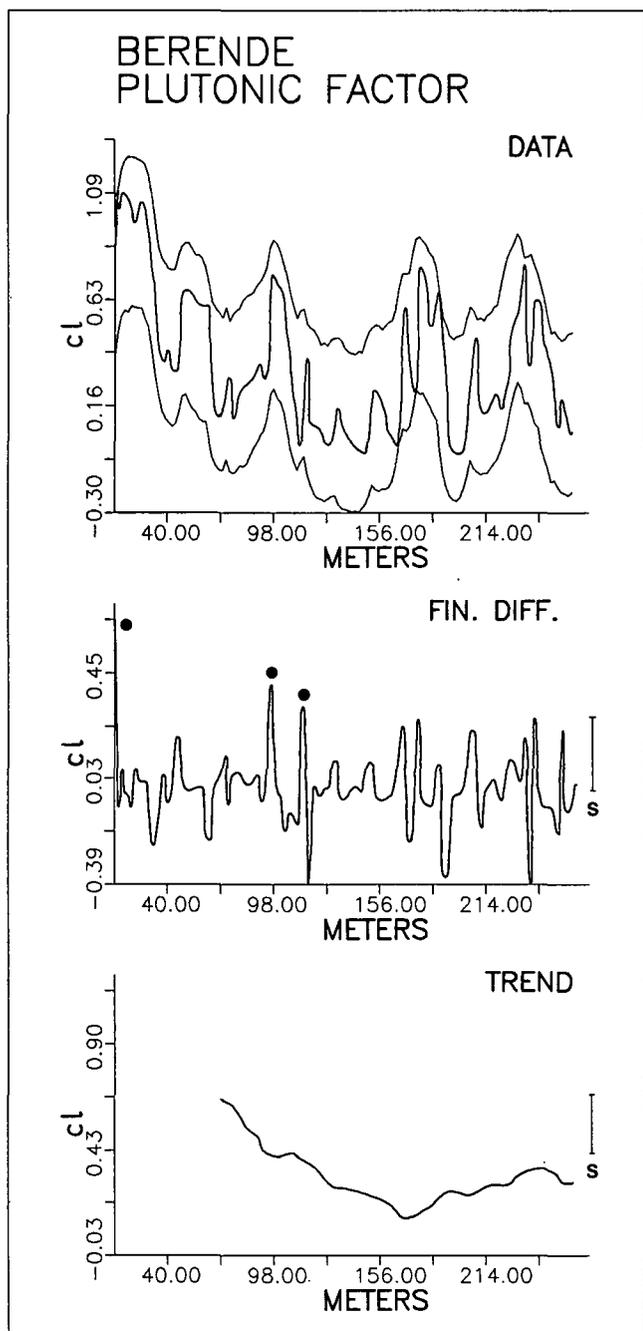


Abb. 55: Variationsdiagramm des plutonischen Hinterlandes im Profil Berende. Daten (Kompositions-Faktorenladungen, cl) mit 90 % Konfidenzintervallen, finite Differenzen 1. Ordnung mit maximalen Input-Impulsen (●) bezogen auf die Standardabweichung s , Trend aus gleitenden Mittelwerten.

Abb. 56: Variationsdiagramm des metamorphen Hinterlandes im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

4.3.2. Profil Berende (Devon, Westbulgarien)

4.3.2.1. Allgemeines

Nach der Behandlung horizontaler Schwermineralabfolgen entlang von Flußläufen folgt zum Vergleich die Analyse einer vertikalen Datensequenz in einem Profil. Dabei stellt sich die Frage, ob das Walther'sche Gesetz der faziellen Abfolge von Sedimenten auf Prozesse, die diese Ablagerungen erzeugen, ausgeweitet werden kann – im speziellen Fall, ob die Transportkonfiguration klastischer Sedimente, die wie gezeigt wurde, im fluvialen Bereich wesentlich von der Position zum Hinterland abhängt, bei der vertikalen Akkumulation noch erhalten bleiben kann.

Ein großes Problem bei profilmäßigen Variationsuntersuchungen von Schwermineralen bilden Diageneseerscheinungen, welche Schwermineralspektren entscheidend verändern können, so daß sich die ursprünglich vorhandenen Mineralgehalte nicht mehr rekonstru-

ieren lassen. Daher ist bei der Auswahl von Profilen für diese Fragestellung besondere Vorsicht geboten (vgl. z. B. PETTIJOHN et al., 1972; GRIMM, 1973) und bei der mineraloptischen Bestimmung der Mineralkörner auf diagenetisch bedingte Korrosionserscheinungen zu achten (z. B. bei Apatit und Granat), weiters sollten zumindest übersichtsmäßig Dünnschliffe ausgewertet werden. Meist liegen nur wenige verschiedene Minerale kontinuierlich in größeren Prozentsätzen vor, die unter Berücksichtigung des Auszahlfehlers eine Wiedergabe als Zeitreihe erlauben.

Der hangende Teil des in Kap. 3.2.2.2. beschriebenen Profils Berende aus dem Oberdevon der Kraistiden (Westbulgarien) wurde nach obigen Kriterien für eine Vergleichsstudie ausgewählt, da das ursprüngliche Schwermineralspektrum weitgehend erhalten sein dürfte. Aus dem 250 Meter mächtigen ungestörten Profilabschnitt liegen nach Spline-Interpolation 136 Datenpunk-

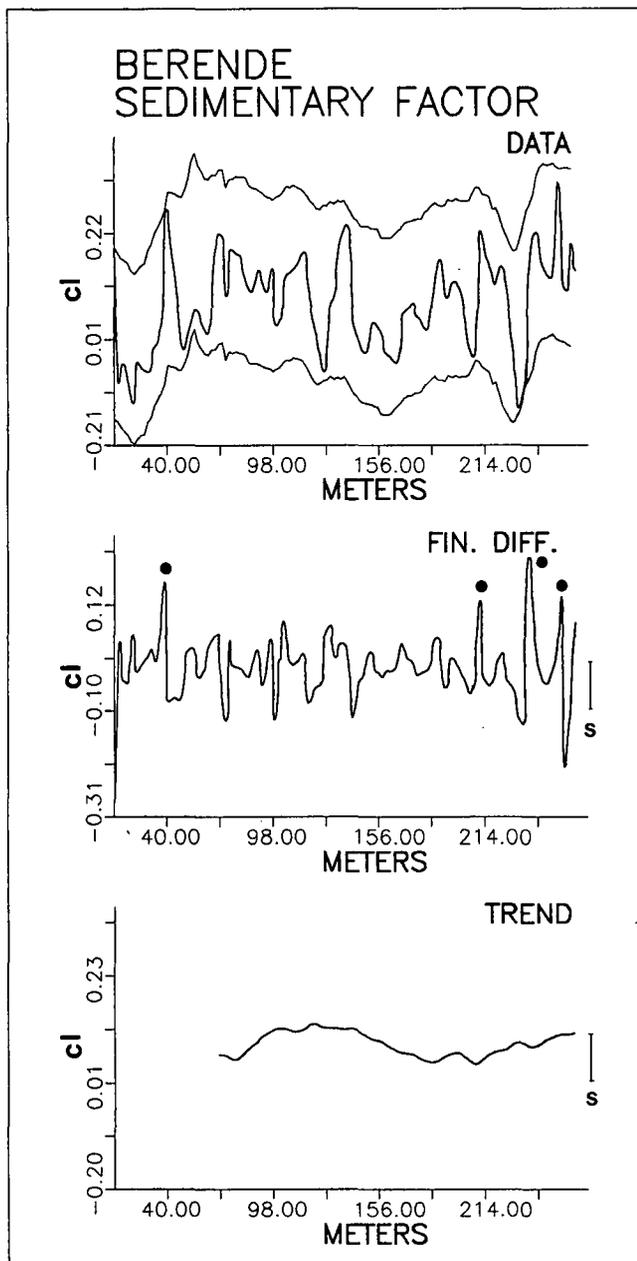


Abb. 57: Variationsdiagramm des sedimentären Hinterlandes im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

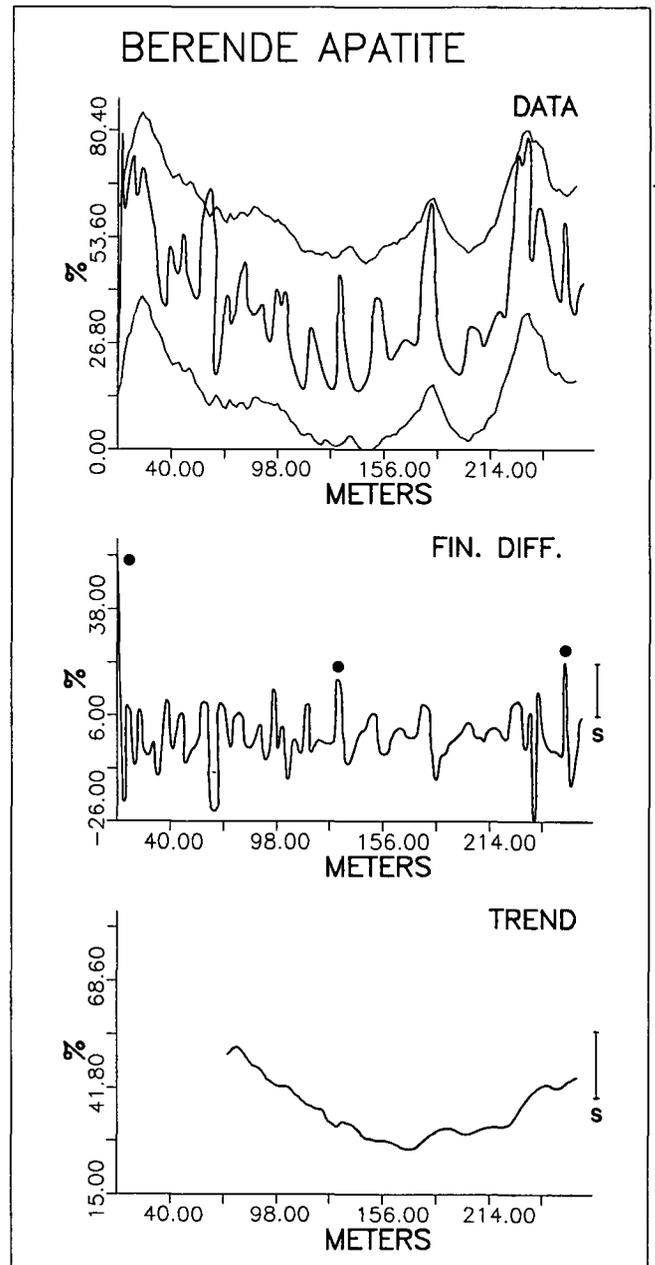


Abb. 58: Variationsdiagramm von Apatit im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

te vor, was einem Datenintervall von 1,85 Metern entspricht.

Wie bei den Untersuchungen der rezenten Flußsande werden die Resultate aus Variationsuntersuchungen, Autokorrelationsanalyse und Modellierung einfacher stochastischer Prozesse vorgestellt.

4.3.2.2. Variationsuntersuchungen

Variationsdiagramme wurden von plutonischen, metamorphen und sedimentären Ausgangsgesteinen mit Kompositionsfaktorenladungen, cl, sowie von Apatit, Granat, Zirkon gesamt, idiomorphem Zirkon und Opakanteil mit Kornprozentwerten (Abb. 55–62) erstellt.

Plutonite (Abb. 55)

\bar{x} : 0,375 cl; s: 0,298 cl

Maximum: 1,080 cl; Minimum: -0,030 cl

maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,659 cl, -0,393 cl

Zahl der Oszillationen: Amplitude: >s: 11; >2s: 6

Input-Impulse >s: 3 (bei 11, 97, 114 m)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —

(positiv = +, negativ = -, Anzahl der Oszillationsperioden)

Trend: fallend (-0,51 cl) – leicht steigend (+0,14 cl)

Metamorphite (Abb. 56)

\bar{x} : 0,530 cl; s: 0,261 cl

Maximum: 1,030 cl; Minimum: -0,020 cl

maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,458 cl, -0,439 cl

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 14, >2s: 6

Input-Impulse >s: 6 (bei 35, 64, 119, 173, 192, 259 m)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —

Trend: steigend (+0,47 cl) – fallend (-0,16 cl)

Sedimente (Abb. 57)

\bar{x} : 0,095 cl; s: 0,097 cl

Maximum: 0,332 cl; Minimum: -0,128 cl

maximale Differenzen 1. Ordnung: +0,223 cl, -0,309 cl

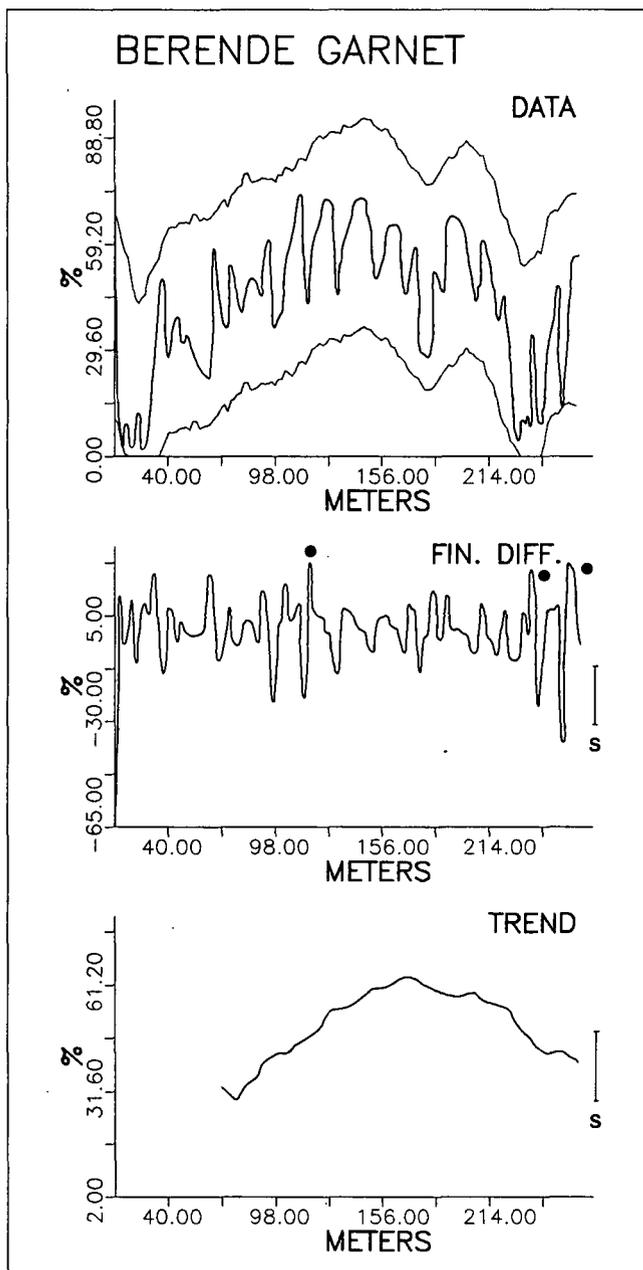


Abb. 59: Variationsdiagramm von Granat im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

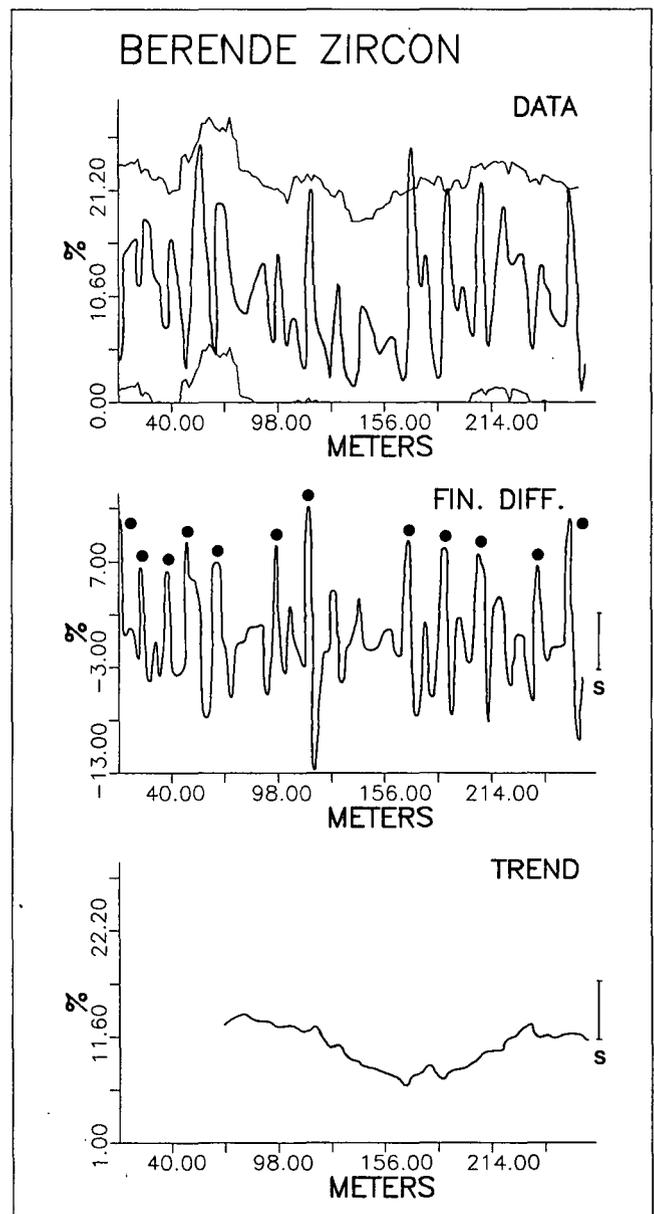


Abb. 60: Variationsdiagramm von Zirkon (gesamt) im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 8; >2s: 4
 Input-Impulse >s: 4 (bei 38, 211, 238, 256 m)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: —
 Trend: oszillierend leicht steigend (+0,04 cl)

Apatit (Abb. 58)
 \bar{x} : 39,2 %; s: 16,3 %
 Maximum: 82,1 %; Minimum: 15,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +54,2 %, -26,3 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 12; >2s: 3
 Input-Impulse >s: 3 (bei 11, 132, 254 m)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1
 Trend: fallend (-24,0 %) - steigend (+18,5 %)

Granat (Abb. 59)
 \bar{x} : 45,2 %; s: 19,5 %
 Maximum: 76,0 %; Minimum: 2,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +22,5 %, -65,3 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden >s: 11; >2s: 3

Input-Impulse >s: 3 (bei 114, 238, 254 m)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1
 Trend: steigend (+31,2 %) - fallend (-23,2 %)

Zirkon (Abb. 60)
 \bar{x} : 10,8 %; s: 5,6 %
 Maximum: 27,5 %; Minimum: 1,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +12,8 %, -13,3 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden: >s: 17; >2s: 7
 Input-Impulse >s: 12 (bei 11, 23, 36, 46, 63, 95, 114, 168, 186, 205, 237, 257 m)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1
 Trend: oszillierend (-1,2 %)

Zirkon idiomorph (Abb. 61)
 \bar{x} : 58,6 %; s: 13,6 %
 Maximum: 88,2 %; Minimum: 26,0 %
 maximale Differenzen 1. Ordnung: +29,0 %, -24,5 %
 Zahl der Oszillationen: Amplituden >s: 14; >2s: 6

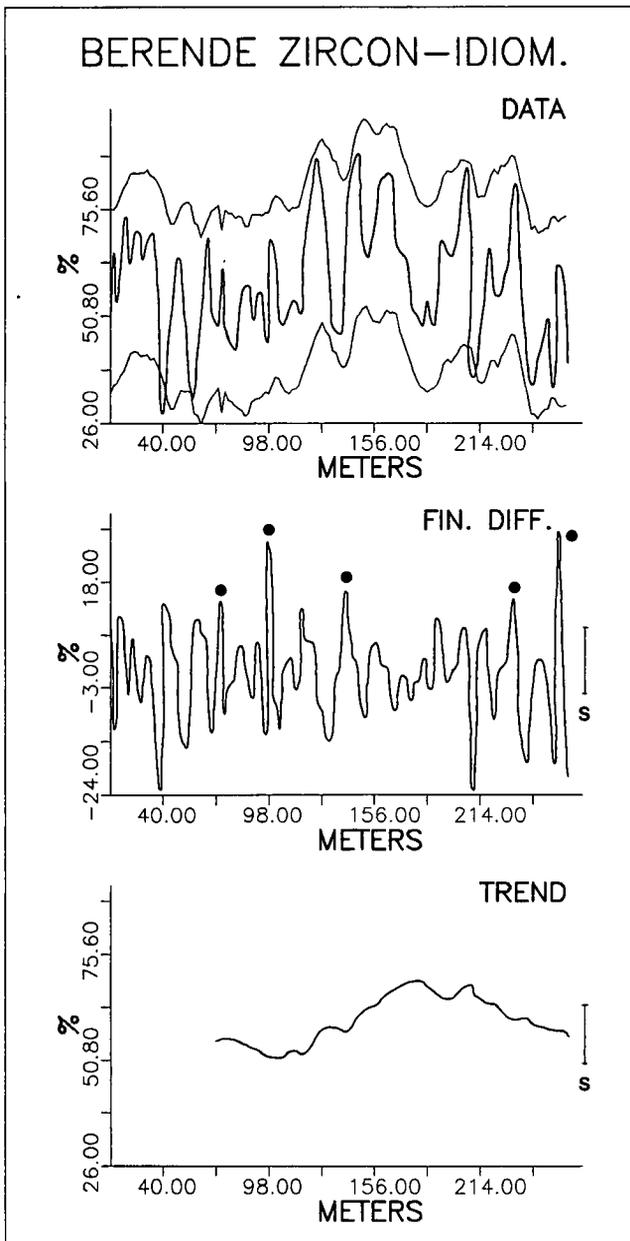


Abb. 61: Variationsdiagramm von idiomorphem Zirkon im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

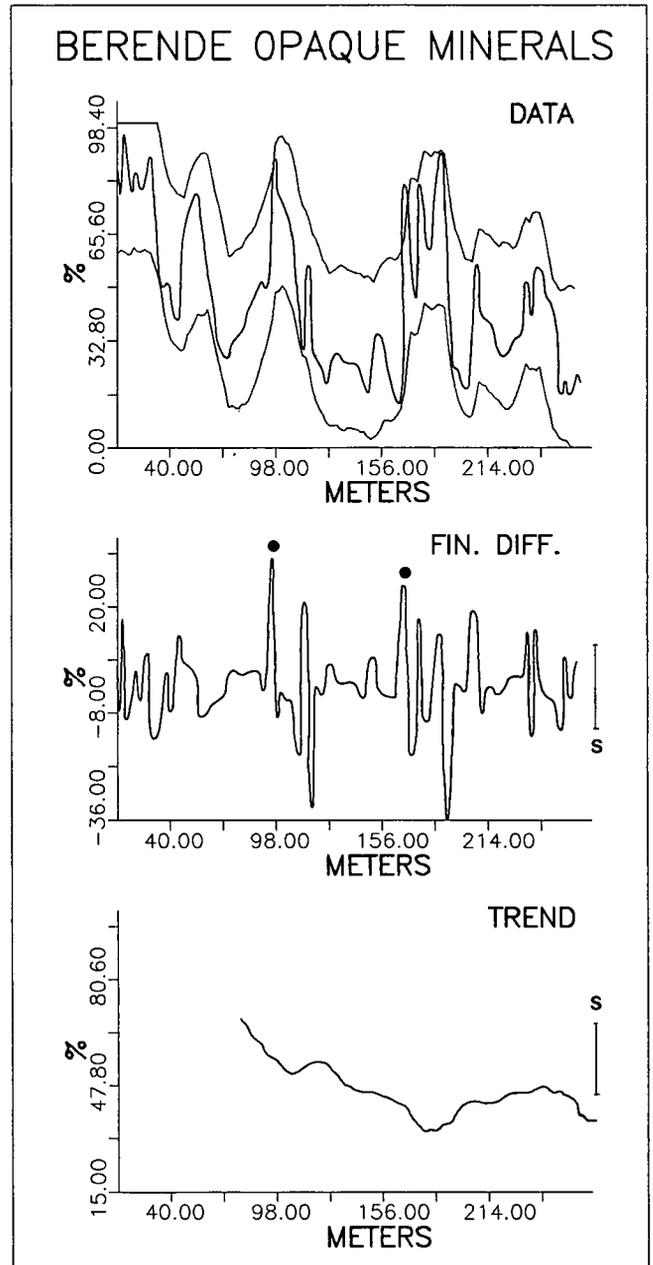


Abb. 62: Variationsdiagramm des Opakanteils im Profil Berende. Erläuterungen siehe Abb. 55.

Input-Impulse $>s$: 5 (bei 72, 97, 141, 231, 257 m)
 Überschreiten der Konfidenzgrenzen: -, 2
 Trend: oszillierend leicht steigend (+1,8 %)

Opakanteil (Abb. 62)

\bar{x} : 48,9 %; s : 22,2 %

Maximum: 97,0 %; Minimum: 14,9 %

maximale Differenzen 1. Ordnung: +34,2 %, -36,7 %

Zahl der Oszillationen: Amplituden: $>s$: 10; $>2s$: 2

Input-Impulse $>s$: 2 (bei 95, 168 m)

Überschreiten der Konfidenzgrenzen: +, 1

Trend: oszillierend fallend (-35,5 %)

Die Daten verlaufen wiederum oszillierend, wobei die größten Schwankungen am Beginn in der Mitte und im hangendsten Teil des Profils auftreten. Die metamorphen Ausgangsgesteine haben die meisten Oszillatio-

nen, die sedimentären die wenigsten. Die größte Anzahl von Input-Impulsen finden wir bei den Metamorphiten, wo sie über die gesamte Profillänge verteilt sind. Die Plutonit-Impulse befinden sich im liegenden, die Sediment-Impulse im hangenden Teil.

In Übereinstimmung damit steigt der Trend bei den Metamorphiten im unteren und mittleren Profilschnitt stark an und fällt im oberen leicht ab. Die Plutonite verhalten sich umgekehrt, das Trendminimum wird etwas früher als das Trendmaximum der Metamorphite erreicht. Der Trend der Sedimente oszilliert mit leicht steigender Tendenz.

Den Plutoniten ähnlich verlaufen die Daten von Apatit und Opakanteil, Granat folgt den Metamorphiten. Zirkon weicht durch die größere Zahl von Oszillationsperioden und Input-Impulsen vom Sediment-Endglied ab, was Si-

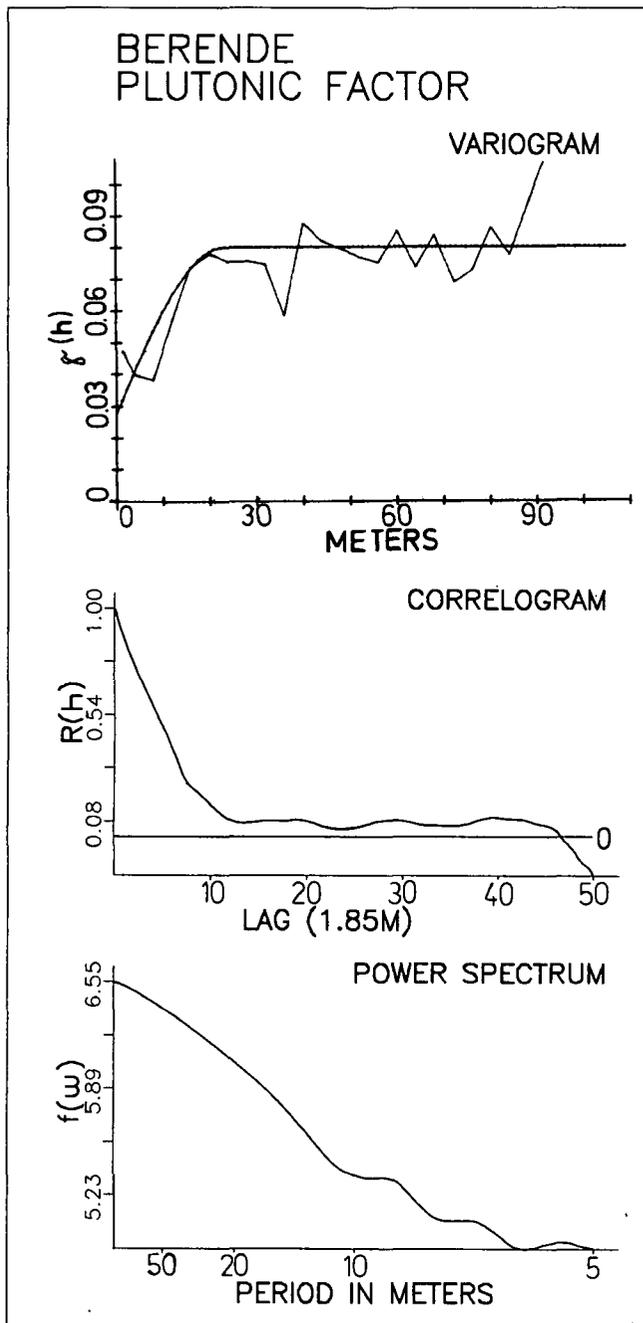


Abb. 63: Autokorrelations-Diagramm des plutonischen Hinterlandes im Profil Berende mit Variogramm, Correlogramm und Power-Spektrum.

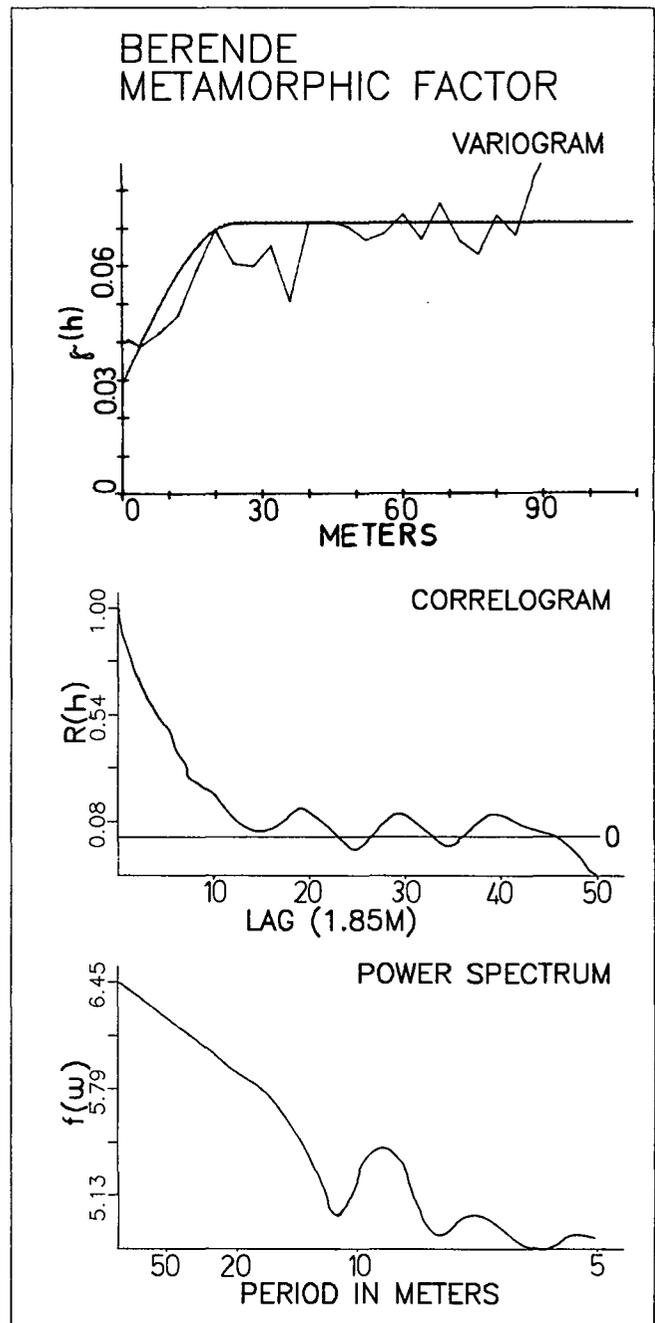


Abb. 64: Autokorrelations-Diagramm des metamorphen Hinterlandes im Profil Berende mit Variogramm, Correlogramm und Power-Spektrum.

gnale uneinheitlicher Herkunft sein könnten oder eine Überlagerung des echten Input durch diagenetisch bedingte Anreicherung. Die Zunahme erfolgt in geringen Prozentsätzen, so daß eine Abnahme anderer Variablen im Prozent-System, die hauptsächlich bei Apatit oder Granat vermutet wird, bei diesen Mineralen mit ihrer größeren Schwankungsbreite weniger ins Gewicht fällt. Der idiomorphe Zirkonanteil verhält sich wiederum anders, indem er im Liegenden plutonische und im Hangenden metamorphe Einflüsse aufweist (vgl. Kap. 3.2.2.2.).

4.3.2.3. Autokorrelationsstrukturen

Die Autokorrelationsstrukturen werden wie in den rezenten Flußsanden für plutonische, metamorphe und sedimentäre Ausgangsgesteine mit den typischen Schwermineralen zusammengefaßt (Abb. 63–65):

Plutonite (Abb. 63)

Apatit = ap, idiomorpher Zirkon = zid, Opakanteil = op
Variogramm:

Modell: sphärisch
Reichweite: 23 m

ap: 23 m; zid: 15 m; op: 36 m

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 35 %

ap: 64 %; zid: 64 %; op: 27 %

Korrelogramm:

Verlauf: negativ exponentiell

zid: oszillierend

Abnahme auf 0: bei lag 46

ap: lag 34; zid: lag 27; op: lag 49

stochastischer Prozeß: AR (1), MA (46)

ap: AR (1), MA (34); zid: AR (2), MA (27); op: AR (1), MA (49)

Power-Spektrum:

Verlauf: linear abnehmend

zid: oszillierend

Peaks: —

zid: 2

Oszillationsperiode: —

zid: 31 und 8 m

Metamorphite (Abb. 64)

Granat = gr; idiomorpher Zirkon = zid

Variogramm:

Modell: sphärisch

Reichweite: 24 m

gr: 30 m; zid: 15 m

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 40 %

gr: 71 %; zid: 64 %

Korrelogramm:

Verlauf: oszillierend

Abnahme auf 0: bei lag 23

gr: lag 26; zid: lag 27

stochastischer Prozeß: AR (2), MA (23)

gr: AR (2), MA (26); zid: AR (2), MA (27)

Power-Spektrum:

Verlauf: oszillierend

Peaks: 2

Oszillationsperiode: 9 und 6,5 m

gr: 9 und 6 m; Zid: 31 und 8 m

Sedimente (Abb. 65)

Zirkon = zr

Variogramm:

Modell: sphärisch

Reichweite: 17 m, 5 m

zr: 28 m

Nuggeteffekt (in % der Varianz): 75 %, 0

zr: 83 %

Korrelogramm:

Verlauf: oszillierend

Abnahme auf 0: bei lag 4

zr: lag 21

stochastischer Prozeß: AR (2), MA (4)

zr: AR (2), MA (21)

Power-Spektrum:

Verlauf: oszillierend

Peaks: 2

zr: 3

Oszillationsperiode: 63,5 und 18 m

zr: 62,5, 15 und 9 m

Die Variogramme wurden mit sphärischen Modellen angepaßt, wobei sich für Plutonite und Metamorphite

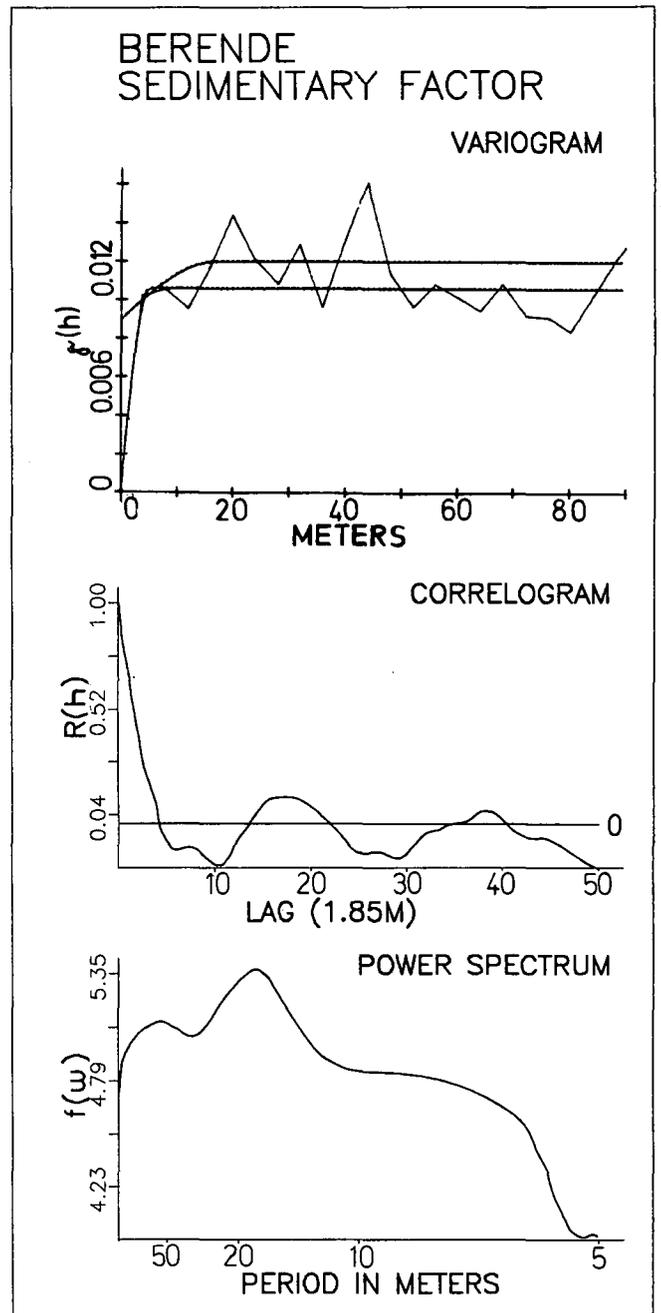


Abb. 65: Autokorrelations-Diagramm des sedimentären Hinterlandes im Profil Berende mit Variogramm, Correlogramm und Power-Spektrum.

ähnliche Reichweiten ergaben, bei den Sedimenten noch zusätzlich ein sphärisches Modell mit sehr kleiner Reichweite. Der Nuggeteffekt der Plutonite und Metamorphite liegt bei etwas mehr als einem Drittel der Datenvarianz, deutlich höher (75 %) in den Sedimenten mit dem Modell größerer Reichweite bzw. verschwindet dort im Modell mit kleiner Reichweite. Damit zeigen die sedimentären Ausgangsgesteine mit sehr hohem Nuggeteffekt bzw. sehr kurzer Reichweite die geringste Stabilität.

Das Korrelogramm der Plutonite verläuft negativ exponentiell und weist auf einen autoregressiven Prozeß erster Ordnung hin. Der zunächst rasche Abfall endet kurz vor Erreichen des Null-Niveaus und unterschreitet dieses erst nach 46 Datenintervallen. Ähnlich verhalten sich Apatit und Opakanteil, für idiomorphen Zirkon wurde ein oszillierendes Korrelogramm gefunden. Metamorphite und Sedimente erbrachten oszillierende Korrelogramme, in den Sedimenten wird das Null-Niveau sehr rasch erreicht. Die daraus ableitbaren autoregressiven Prozesse zweiter Ordnung unterscheiden sich somit in der Ausbildung des durch die Oszillationen erzeugten Feedback-Effekts, der in den Metamorphiten viel stärker ausgeprägt ist. Bei idiomorphem Zirkon läßt sich hinsichtlich der Zuordnung zu Ausgangsgesteinen eine Autokorrelationsstruktur feststellen, die besser Metamorphiten als Plutoniten entspricht, obwohl nach den Ergebnissen der Faktorenanalyse bei den Gesteinstypen mit etwa gleich großen Anteilen vertreten sind.

Die Power-Spektren bestätigen und ergänzen das Bild der Korrelogramme. Bei den Plutoniten finden wir eine über weite Teile kontinuierliche Abnahme ohne Ausbildung eines Peaks. Metamorphite und Sedimente bilden zwei Peaks aus, die Oszillationsperioden der Sedimente sind länger als die der Metamorphite. Die Power-Spektren der Schwerminerale lassen sich den Ausgangsgesteinen gut zuordnen, nur idiomorpher Zirkon tendiert wieder zu den Metamorphiten.

4.3.2.4. Modellierung stochastischer Prozesse

Mit den Ergebnissen der Autokorrelationsanalyse wurde versucht, wie in den Flüssen einfache stochastische Prozesse zu modellieren. Unter Einbeziehung der gesamten Profillänge ließen sich nur für die Sedimente signifikanten AR- und MA-Strukturen mit ARMA (2,1) nachweisen. Die Verwendung eines „low-pass“ Datenfilters erster Ordnung nach (4.91) bei den Plutoniten und eines Filters zweiter Ordnung nach (4.93) sowie eines harmonischen Filters nach (4.96–4.98) bei den Metamorphiten brachte nur geringe Verbesserungen.

Daher wurden für diese beiden Gesteinstypen entsprechend den Variationsanalysen jene Profilabschnitte ausgewählt, in denen sie vorherrschen bzw. die größten Input-Impulse aufweisen. Bei den Plutoniten ist diese der liegende Profilabschnitt (11–164 m) mit fallendem Trend, bei den Metamorphiten der mittlere Teil (61–232 m) mit steigendem Trend. In diesen Segmenten ergaben sich zum Gesamtprofil ähnliche, aber deutlicher akzentuierte Korrelogramme und daraus für die Plutonite signifikante ARMA (1,1), für die Metamorphite signifikante (ARMA (2,1) Strukturen (s. Abb. 66–68):

Berende, Plutonite (11–164 m)

$$\text{ARMA (1,1): } x_i = 0,906x_{i-1} + 0,037 + z_i + 0,34z_{i-1}$$

mit

$$(s_x)^2 = 0,111427$$

$$(s_z)^2 = 0,011227$$

$$F = 705,1$$

Berende, Metamorphite (61–232 m)

$$\text{ARMA (2,1): } x_i = 1,06x_{i-1} - 0,292x_{i-2} + 0,146 + z_i + 0,22z_{i-1}$$

mit

$$r_{1,3;2} = -0,292$$

$$r_{1,3;299\%} = 0,261$$

$$r_{U95\%} = 0,440$$

$$(s_x)^2 = 0,047892$$

$$(s_z)^2 = 0,014294$$

$$F = 209,2$$

Berende, Sedimente (11–261 m)

$$\text{ARMA (2,1): } x_i = 1,128x_{i-1} - 0,419x_{i-2} + 0,028 + z_i + 0,11z_{i-1}$$

mit

$$r_{1,3;2} = -0,419$$

$$r_{1,3;299\%} = 0,218$$

$$r_{U95\%} = 0,325$$

$$(s_x)^2 = 0,009364$$

$$(s_z)^2 = 0,002863$$

$$F = 306,5$$

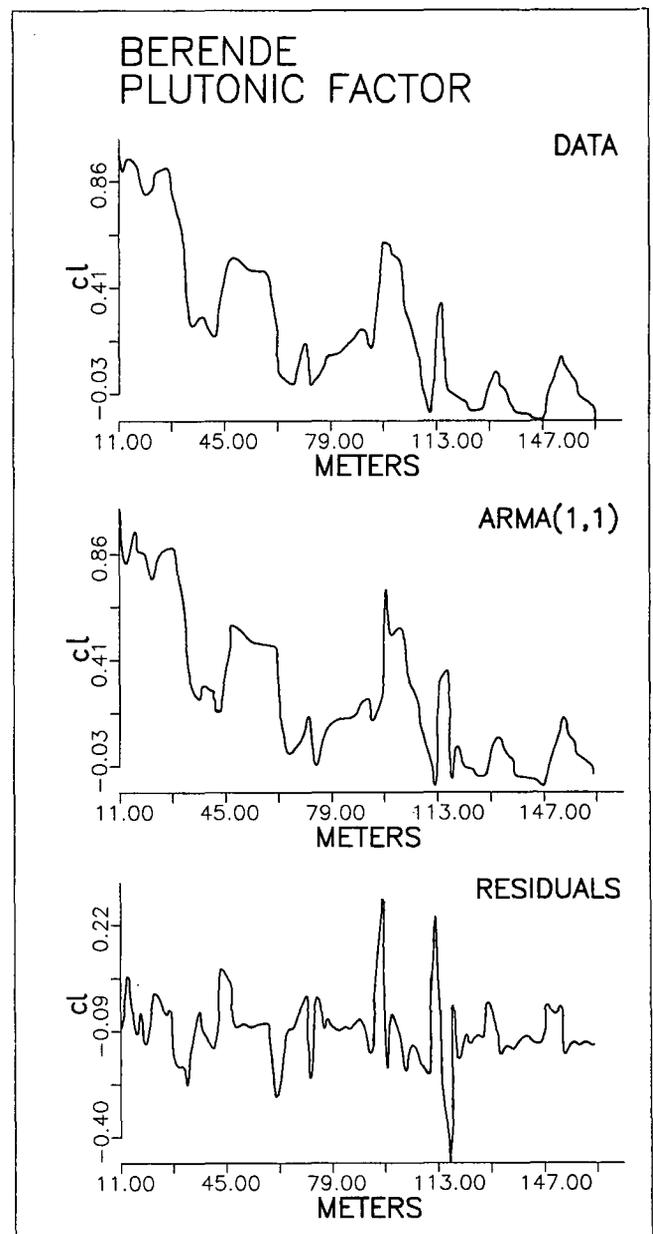


Abb. 66: Modellierung der Datensequenz Plutonit-Faktor im Profil Berende: Daten, ARMA(1,1)-Modell und Residuen.

Die Erklärung des unterschiedlichen Verhaltens könnte wie bei den Flüssen in wechselnden Positionen des Hinterlandes liegen: Das Liefergebiet mit plutonischen Gesteinen liegt in größerer Entfernung zum Ablagerungsraum, so daß eine einheitliche Sedimentanlieferung erfolgen kann. Diese Situation ändert sich durch ein allmählich immer stärker in Erscheinung tretendes metamorphes Hinterland, das eine proximale Position zum Ablagerungsraum einnimmt, wodurch die durch den Feedback-Effekt unregelmäßige Granatzufuhr noch bei der vertikalen Sedimentakkumulation durchschlägt. Der für sedimentäre Ausgangsgesteine im gesamten Profil wirksame (ARMA (2,1))-Prozeß kann, wie bereits erwähnt, aus Instabilitäten bei der Sedimentakkumulation durch Zufuhr von verschiedenen Alimentationsgebieten hervorgehen und/oder durch Diageneseerscheinungen bedingt sein. In den Variationsuntersuchungen wurde ein leicht steigender Trend festgestellt, was zusammen mit dem Wechselspiel von Plutoniten und Metamorphiten die erste Deutung unterstützt, wenn diese

aus verschiedenen Gebieten stammen und zusammen mit reifen Sedimenten vorkommen (vgl. Kap. 3.2.2.2.).

4.3.3. Zusammenfassender Vergleich und Ausblick

Die Untersuchung von Schwermineralabfolgen entlang von Flüssen und in einem Profil mit Methoden der Zeitreihenanalyse führt zur Modellierung stochastischer Prozesse, welche die Datenstrukturen mit hinreichender Genauigkeit beschreiben und Aussagen im geologischen System Erosion – Transport – Sedimentation gestatten.

Das entscheidende Kriterium ist die Position des Hinterlandes: Im Bereich des Liefergebietes wird die Schwermineralführung in Abhängigkeit von den Umgebungsgesteinen eines Flusses durch den Sediment-Input infolge Erosion bestimmt. Variabilität im Anstehenden bedingt Variabilität im Schwermineralspektrum. Die ständig erneuerte und variierende Materialzufuhr kann durch den kurzen Transport nicht homogenisiert wer-

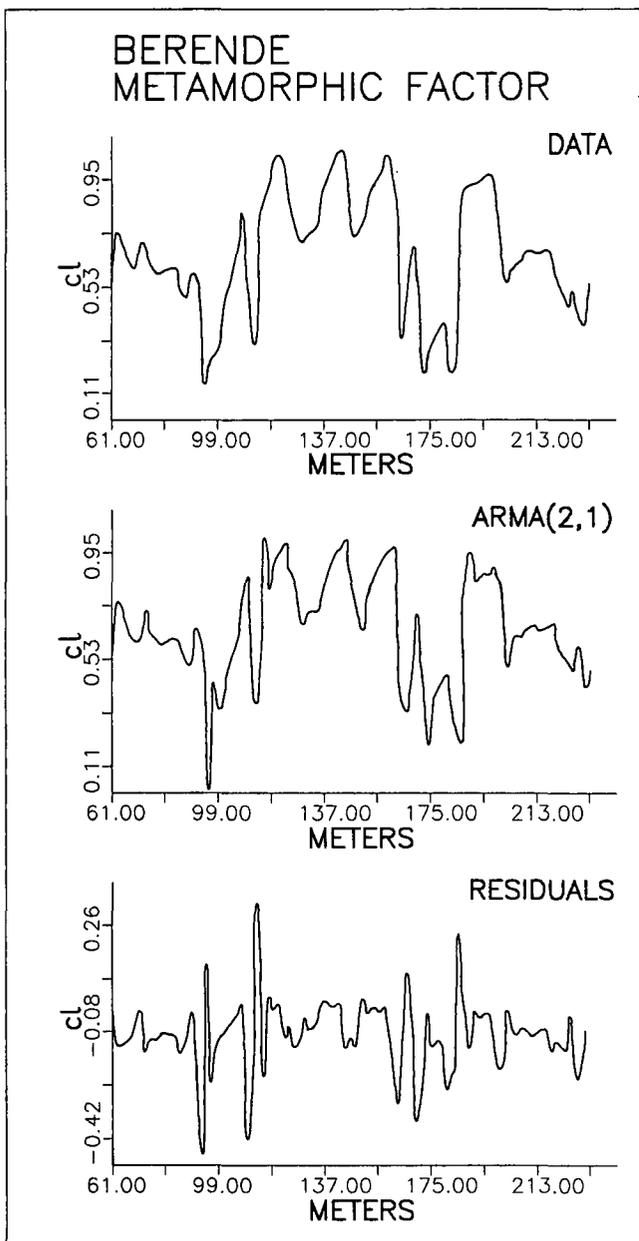


Abb. 67: Modellierung der Datensequenz Metamorphit-Faktor im Profil Berende: Daten, ARMA(2,1)-Modell und Residuen.

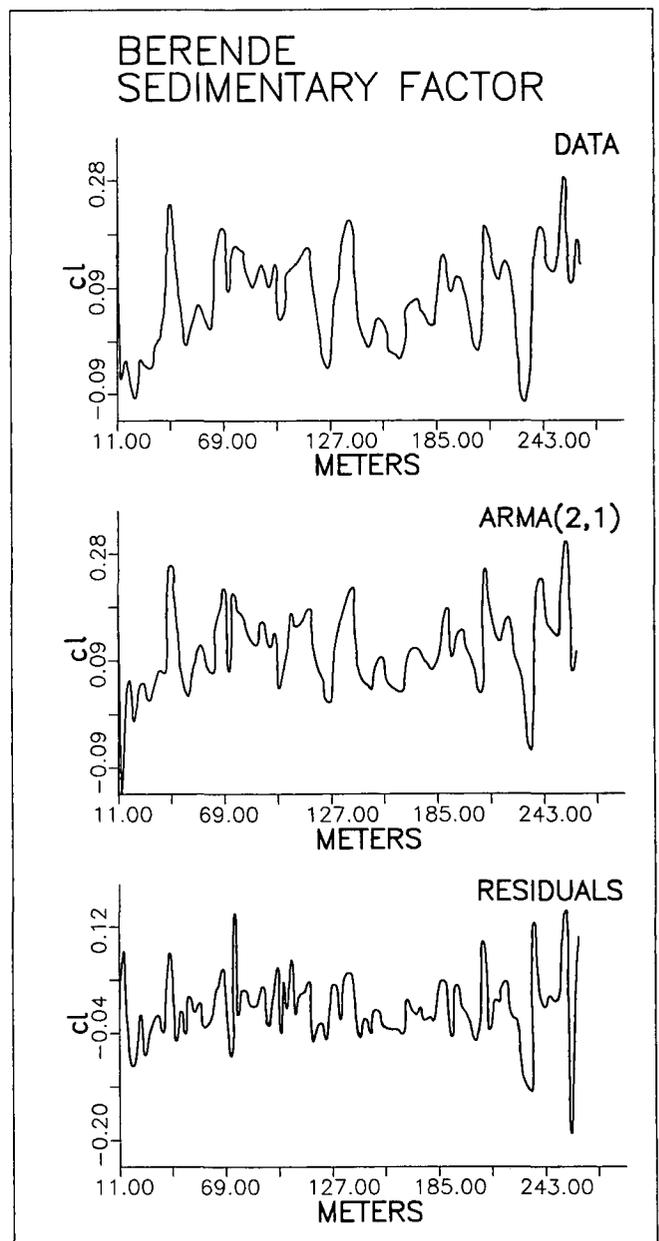


Abb. 68: Modellierung der Datensequenz Sediment-Faktor im Profil Berende: Daten, ARMA(1,1)-Modell und Residuen.

den. Das Phänomen läßt sich mit autoregressiven Prozessen zweiter Ordnung anschaulich beschreiben.

Eine Stabilisierung des Schwermineralspektrums findet erst statt, wenn die Transportwirkung mit Mineralselektion und Durchmischung gegenüber dem Sediment-Input überwiegt. Diese Situation tritt mit zunehmender Entfernung vom Hinterland deutlicher in Erscheinung und kann mit autoregressiven Prozessen erster Ordnung und/oder gleitenden Mittelwert-Prozessen modelliert werden.

Nach Beendigung des Transportes erfolgt die vertikal gerichtete Sedimentakkumulation. In günstigen Fällen sind die oben beschriebenen Prozesse in Erweiterung des Walther'schen Faziesgesetzes noch erkennbar. Jedoch muß man in Festgesteinen mit diagenetischen Veränderungen rechnen, die das Schwermineralspektrum für eine Zeitreihenanalyse unbrauchbar machen können.

In Anwendung auf die Plattentektonik bedeutet dies, daß autoregressive Prozesse erster Ordnung auf einigermaßen regelmäßige Sedimentation nach längeren Transportwegen in einer kratonischen Region hinweisen, autoregressive Prozesse zweiter Ordnung als Instabilitäten eines nahen Hinterlandes im Zuge orogener Aktivitäten mit Plattenkollision und -subduktion gedeutet werden könnten. Bereits KRYNINE (1942) und VAN ANDEL (1959) stellten fest, daß in den präorogenen Anteilen eines Orogenzyklus monotone Schwermineralspektren vorherrschen, die postorogen in größere Variabilität übergehen. Aus verschiedenen Untersuchungen (z. B. WOLETZ, 1963; SCHNABEL, 1976; STATTEGGER, 1982a, 1982b) geht hervor, daß die Variabilität der Spektren bereits im Flysch-Stadium, nach plattentektonischen Überlegungen zwangsläufig, vorhanden ist. Die turbiditische Ausbildung von Flyschabfolgen macht es aber äußerst unwahrscheinlich, die Beziehungen des vorher bereits im Schelfbereich „zwischenlagerten“ Sedimentes zum Hinterland rekonstruieren zu können, ausgenommen vielleicht submarine Canyons in der Fortsetzung von Flußsystemen. Es müßte daher mehr Augenmerk auf den Übergang von kratonischer zur Flysch-Sedimentation gelegt werden, da hier Veränderungen in der Position des Hinterlandes sich noch am ehesten nachweisen lassen, sofern nicht diagenetische Veränderungen dies unmöglich machen. Als Beispiel dafür wird das vorgestellte Profil Berende angesehen.

Akzeptiert man Schwerminerale als sensible Indikatoren der Herkunft klastischer Sedimente, so könnten in Weiterführung der vorgestellten Untersuchungen die geologischen Prozesse zwischen Sediment und Hinterland anhand verschiedener Fallstudien mathematisch-statistisch modelliert und damit plattentektonische Konzepte qualitativ und quantitativ verbessert werden.

Dank

Die mathematisch-statistische Auswertung der Schwermineraldaten wurde durch Forschungsaufenthalte an der Freien Universität Berlin, Institut für Geologie, Mathematische Geologie und Queen's University of Belfast, Department of Geology, über ein Forschungsstipendium der Alexander von Humboldt-Stiftung ermöglicht, der ich hiermit meinen Dank ausspreche. Zahlreiche Diskussionen mit Herrn Prof. Dr. Walther SCHWARZACHER in Belfast, Herrn Prof. Dr. Wolfdietrich SKALA, Herrn Dr. Heinz BURGER, Frau Dipl.-Math. Vera PAWLOWSKI und Herrn Dr. Michael SHULMAN in Berlin trugen wesentlich zum Gelingen der Arbeit bei. Ihnen allen möchte ich für ihre Unterstützung und konstruktive Kritik danken, nicht zuletzt für die Hilfsbereitschaft beim Umgang mit den verschiedenen EDV-Einrichtungen.

Literatur

- AGTERBERG, F. P.: *Geomathematics*. – 596 S., Amsterdam (Elsevier) 1974.
- AITCHISON, J.: The statistical analysis of compositional data (with discussion). – *J.R. Statist. Soc., B*, **44**, 139–177, London 1982.
- AITCHISON, J.: Principal component analysis of compositional data. – *Biometrika*, **70**, 57–65, London 1983.
- AITCHISON, J.: Reducing the dimensionality of compositional data sets. – *Math. Geology*, **16**, 637–650, New York 1984.
- ALLEN, J. R. L.: *Sedimentary Structures*, vol. I. – Dev. in Sedimentology, **30A**, 593 S., Amsterdam (Elsevier) 1982.
- ALLEN, J. R. L.: River bedforms: progress and problems. – In: COLLINSON, J. D. & LEWIN, J. (ed.): *Modern and Ancient fluvial Systems*, Spec. Publ. Int. Ass. Sediment., **6**, 19–33, Oxford (Blackwell) 1983.
- BECK-MANNAGETTA, P.: Die Koralpe. – In: OBERHAUSER, R. (Hrsg.): *Der Geologische Aufbau Österreichs*, 386–391, Wien (Springer) 1980.
- BERTLE, H.: Zur Geologie des Fensters von Gargellen (Vorarlberg) und seines kristallinen Rahmens. – *Mitt. Ges. Geol. Bergbaustud.*, **22/1973**, 1–59, Wien 1974.
- BOENIGK, W.: *Schwermineralanalyse*. – 158 S., Stuttgart (Enke) 1983.
- BOX, G. E. P. & JENKINS, G. M.: *Time Series Analysis – Forecasting and Control*. – 368 S., San Francisco (Holden Day) 1970.
- BRIGGS, L. I.: Heavy mineral correlations and provenances. – *J. Sed. Pet.*, **35**, 939–955, Tulsa 1965.
- CADISCH, J.: Über den Flysch der Tasna-Decke (Unterengadin). – *Ecologae Geol. Helv.*, **39**, 105–109, Basel 1946.
- CHAYES, F.: *Ratio Correlation*. – 99 S., Chicago (Univ. Chicago Press) 1971.
- CLARK, I.: *Practical Geostatistics*. – 129 S., London (Applied Science Publ. Ltd.) 1979.
- COSTELLO, W. R.: Development of bed configuration in coarse sands. – 120 S., Rep. 74.1, Earth and Planetary Science Department, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge 1974.
- COSTELLO, W. R. & SOUTHARD, J. B.: Flume experiments on lower-flow-regime bed forms in coarse sand. – *J. Sed. Pet.*, **51**, 849–864, Tulsa 1981.
- COURANT, R. & HILBERT, D.: *Methoden der mathematischen Physik I*, 3. Aufl. – 469 S., Heidelberg (Springer) 1968.
- DAVID, M.: *Geostatistical Ore Reserve Estimation*. – 364 S., Amsterdam (Elsevier) 1977.
- DAVIS, J. C.: *Statistics and Data Analysis in Geology*. – 550 S., New York (Wiley) 1973.
- DEMINA, M. E.: Transport directions for clastic material of Aptian–Senomanian deposits in Western Turkmenia. – *Math. Geology*, **2**, 349–363, New York 1970.
- DICKINSON, W. R. & SUCZEK, C. A.: Plate tectonics and sandstone composition. – *Am. Ass. Petr. Geol. Bull.*, **63**, 2164–2182, Tulsa 1979.
- DICKINSON, W. R. & VALLONI, R.: Plate settings and provenance of sands in modern ocean basins. – *Geology*, **8**, 82–86, Boulder 1980.
- DICKINSON, W. R., BEARD, L. S., BRAKENRIDGE, G. R., ERJAVEC, J. L., FERGUSON, R. C., INMAN, K. F., KNEPP, R. A., LINDENBERG, F. A. & RYBERG, P. T.: Provenance of North American Phanerozoic sandstones in relation to tectonic setting. – *Geol. Soc. Am. Bull.*, **94**, 222–235, Boulder 1983.
- DIETRICH, V. J.: Plattentektonik in den Ostalpen. Eine Arbeitshypothese. – *Geotekt. Forsch.*, **50**, 1–84, Stuttgart 1976.
- DIETRICH, V. & FRANZ, U.: Ophiolith-Detritus in den santonen Gosau-Schichten (Nördliche Kalkalpen). – *Geotekt. Forsch.*, **50**, 85–109, Stuttgart 1976.
- DIETZ, V.: Experiments on the influence of transport on shape and roundness of heavy minerals. – *Contr. Sedimentology*, **1**, 69–102, Stuttgart 1973.
- DUBRULE, O.: Comparing "plaque mince" splines and kriging. – Internal report, N-697, Centre de Géostatistique et de Morphologie Mathématique, 26 S., Fontainebleau 1981.

- EBNER, F.: Die Geologie des Weiztales, ein Abbild von 500 Millionen Jahren Erdgeschichte. – Veröff. Forschungsstätte Raabklamm, **X**, 5–12, Weiz 1984.
- EXNER, Ch.: Zur Rastenberger Granittektonik im Bereiche der Kampkraftwerke (Südliche Böhmisches Masse). – Mitt. Geol. Ges. Wien, **61**, 6–39, Wien 1969.
- FAUPL, P.: Zur Geologie des NW-Abschnittes des Wechselgebietes zwischen Trattenbach (NÖ) und Fröschnitz (Stmk.) Österreich. – Mitt. Geol. Ges. Bergbaustud., **19**, 27–70, Wien 1970.
- FAUPL, P.: Zur Geologie und Petrographie des südlichen Wechselgebietes. – Mitt. Geol. Ges. Wien, **63**, 22–51, Wien 1972.
- FAUPL, P. & TOLLMANN, A.: Die Roßfeldschichten: Ein Beispiel für Sedimentation im Bereich einer tektonisch aktiven Tiefseerinne aus der kalkalpinen Unterkreide. – Geol. Rundschau, **68**, 93–120, Stuttgart 1979.
- FLÜGEL, H. & MAURIN, V.: Geologische Karte des Weizer Berglandes 1 : 25.000. – Geol. B.-A., Wien 1958.
- FLÜGEL, H. W. & NEUBAUER, F.: Steiermark. Erläuterungen zur geologischen Karte der Steiermark 1 : 200.000. – 127 S., Geol. B.-A., Wien 1984.
- FREIMOSER, M.: Zur Stratigraphie, Sedimentpetrographie und Faziesentwicklung der Südostbayerischen Flyschzone und des Ultrahelvetikums zwischen Bergen Obb. und Salzburg. – Geolog. Bavar., **66/1972**, 7–91, München 1973.
- FRISCH, W.: Tectonic progradation and plate tectonic evolution of the Alps. – Tectonophysics, **60**, 121–139, Amsterdam 1979.
- FRISCH, W.: Sedimentological response to late Mesozoic subduction in the Penninic windows of the Eastern Alps. – Geol. Rundschau, **73**, 33–45, Stuttgart 1984.
- FUCHS, G.: Zur Tektonik des östlichen Waldviertels (NÖ). – Verh. Geol. B.-A., **1971**, 424–440, Wien 1971.
- FUCHS, G. & MATURA, A.: Zur Geologie des Kristallins der südlichen Böhmisches Masse. – Jb. Geol. B.-A., **119**, 1–43, Wien 1976.
- FUCHS, G. & MATURA, A.: Die Böhmisches Masse in Österreich. – In: OBERHAUSER, R. (Hrsg.): Der Geologische Aufbau Österreichs, 119–143, Wien (Springer) 1980.
- FÜCHTBAUER, H. & MÜLLER, G.: Sediment-Petrologie, Teil II. Sedimente und Sedimentgesteine (3. Aufl.). – 726 S., Stuttgart (Schweizerbart) 1977.
- FULL, W. E., EHRLICH, R. & KLOVAN, J. E.: EXTENDED QMODEL – Objective definition of external end members in the analysis of mixtures. – Math. Geology, **13**, 331–344, New York 1981.
- FULL, W. E., EHRLICH, R. & BEZDEK, J. C.: FUZZY QMODEL – a new approach for linear unmixing. – Math. Geology, **14**, 259–270, New York 1982.
- GASSER, U.: Die innere Zone der subalpinen Molasse des Entlebuch (Kt. Luzern): Geologie und Sedimentologie. – Eclogae Geol. Helv., **61**, 229–319, Basel 1968.
- GRANGER, C. W. J. & HATANAKA, M.: Spectral Analysis of Economic Time Series. – 299 S., Princeton (Princeton University Press) 1964.
- GRIMM, W.: Stepwise heavy mineral weathering in the Residual Quartz Gravel, Bavarian Molasse (Germany). – Contr. Sedimentology, **1**, 103–125, Stuttgart 1973.
- Gy, P. M.: Sampling of Particulate Materials. – 431 S., Amsterdam (Elsevier) 1979.
- HIPEL, K. W. & MCLEOD, A. I.: Box-Jenkins modelling in the geophysical sciences. – In: CRAIG, R. G. & LABOVITZ, M. L. (ed.): Future Trends in Geomathematics, 65–86, London (Pion) 1981.
- HOLZER, H. L., JANEV, S. & STATTEGGER, K.: Beiträge zur Sedimentologie und Paläogeographie der variszischen Klastika (Devon, Karbon) in den Kraistiden (Westbulgarien). – in Vorb.
- HUBERT, J. F.: Petrology of the Fountain and Lyons formations, Front Range, Colorado. – Col. School Mines Quart., **55**, 242 S., Golden 1960.
- IMBRIE, J. & VAN ANDEL, Th. H.: Vector-analysis of heavy mineral data. – Geol. Soc. America Bull, **75**, 1131–1155, New York 1964.
- JENKINS, G. M. & WATTS, D. G.: Spectral Analysis and its Applications. – 525 S., San Francisco (Holden Day) 1968.
- JÖRESKOG, K. G., KLOVAN, J. E. & REYMENT, R. A.: Geological Factor Analysis. – 178 S., Amsterdam (Elsevier) 1976.
- JOURNEL, A. G. & HUIJBREGTS, Ch. J.: Mining Geostatistics. – 600 S., Amsterdam (Elsevier) 1978.
- KARL, F.: Vergleichende petrographische Studien an den Tonalit-Graniten der Hohen Tauern und den Tonalit-Graniten einiger periadriatischer Granitmassive. – Jb. Geol. B.-A., **102**, 1–192, Wien 1959.
- KENDALL, M. G.: The Advanced Theory of Statistics, II. – 521 S., London (Griffin) 1946.
- KENDALL, M. G. & STUART, A.: The Advanced Theory of Statistics, 3, 2nd ed. – 557 S., London (Griffin) 1968.
- KLOVAN, J. E. & IMBRIE, J.: An algorithm and FORTRAN-IV program for large scale Q-mode factor analysis and calculation of factor scores. – Math. Geology, **3**, 61–67, New York 1971.
- KLOVAN, J. E. & MIESCH, A. T.: Extended CABFAC and QMODEL computer programs for Q-mode factor analysis of compositional data. – Computers & Geosciences, **1**, 161–178, London 1976.
- KRAINER, B.: Zur zeitlichen Einstufung, Stratigraphie und Tektonik im Nordteil des Gleisdorfer Sarmatosporns (Oststeiermark). – Mitt. naturw. Verein Steiermark, **114**, 95–106, Graz 1984.
- KREYSZIG, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendung. – 451 S., Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht) 1979.
- KRUMBEIN, W. C. & GRAYBILL, F. A.: An Introduction to Statistical Models in Geology. – 475 S., New York (Mc Graw Hill) 1965.
- KRYNNINE, P. D.: Differential sedimentation and its products during one complete geosynclinal cycle. – Annales 1. Congreso Panamericano Ingeniera de Minas y Geologia, Geology Part 1, **2**, 537–561, Santiago 1942.
- LABOVITZ, M. L. The transfer function models of Box and Jenkins: examples in a geosciences context. – In: CRAIG, R. G. & LABOVITZ, M. L. (ed.): Future Trends in Geomathematics, 88–107, London (Pion) 1981.
- LANCZOS, C.: Applied Analysis. – 539 S., London (Pitman) 1957.
- LEEDER, M. R.: On the interactions between turbulent flows, sediment transport and bedform mechanics in channelized flows. – In: COLLINSON, J. D. & LEWIN, J. (ed.): Modern and Ancient Fluvial Systems. – Spec. Publ. Int. Ass. Sediment., **6**, 5–18, Oxford (Blackwell) 1983.
- LE MAITRE, R. W.: Numerical Petrology. – Dev. in Petrology, **8**, 281 S., Amsterdam (Elsevier) 1982.
- MANSON, V. & IMBRIE, J.: FORTRAN program for factor and vector analysis of geological data using an IBM 7090 or 7094/1401 computer system. – Kansas Geol. Survey Spec. Dist. Publ., **13**, 46 S., Lawrence 1964.
- MARTINI, J.: Etude pétrographique des grès de Taveyannaz entre Arve et Giffre (Haute Savoie, France). – Schweiz. Mineral. Petrogr. Mitt., **48**, 539–654, Zürich 1968.
- MATHERON, G.: Les variables régionalisées et leur estimation. – 306 S., Paris (Masson) 1965.
- MATHERON, G.: The theory of regionalized variables and its applications. – Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique, **5** 211 S., Fontainebleau 1971.
- MATHERON, G.: Splines and kriging: Their formal equivalence. – Internal report, N-667bis, Centre de Géostatistique et de Morphologie Mathématique, 21 S., Fontainebleau 1980.
- MILNER, H. B.: Sedimentary Petrography, vol. 2. – 725 S., London (Allen and Unwin) 1962.
- MIESCH, A. T.: Q-mode factor analysis of compositional data. – Computers & Geosciences, **1**, 147–159, London 1976.
- NEBERT, K.: Kohlengelogeologische Erkundungsarbeiten in der Neogenbucht von Friedberg. – Unveröff. Bericht, Forschungsproj. STA 4f/81, Geol. B.-A., Wien 1982.

- NEBERT, K.: Die Kohle als Faziesglied eines Sedimentationszyklus. — *Berg- und Hüttenm. Mh.*, **128**, 106–112, Wien 1983a.
- NEBERT, K.: Zyklische Gliederung der Eibiswalder Schichten (Südweststeiermark). — *Jb. Geol. B.-A.*, **126**, 259–285, Wien 1983b.
- NEUBAUER, F. & STATTEGGER, K.: Ein geröllführender Marmor im Radegunder Kristallin. — *Verh. Geol. B.-A.*, **1981**, 93–107, Wien 1981.
- NIEDERMAYER, G.: Beiträge zur Sedimentpetrographie des Wienerwald-Flysches. — *Verh. Geol. B.-A.*, **1966**, 106–141, Wien 1966.
- OBERHAUSER, R.: Beiträge zur Kenntnis der Tektonik und der Paläogeographie während der Oberkreide und dem Paläogen im Ostalpenraum. — *Jb. Geol. B.-A.*, **111**, 115–145, Wien 1968.
- OBERHAUSER, R.: Stratigraphisch-paläontologische Hinweise zum Ablauf tektonischer Ereignisse in den Ostalpen während der Kreidezeit. — *Geol. Rundschau*, **62**, 96–106, Stuttgart 1973.
- OBERHAUSER, R.: Das Altpaläozoikum (die geologische Entwicklung von der mittleren Kreide bis an die Wende Eozän – Oligozän). — In: OBERHAUSER, R. (Hrsg.): *Der Geologische Aufbau Österreichs*, 35–48, Wien (Springer) 1980.
- OTNES, R. K. & ENOCHSON, L.: *Applied Time Series Analysis*, vol. 1. — 449 S., New York (Wiley) 1978.
- PAHR, A.: Das Semmering- und Wechselsystem. — In: OBERHAUSER, R. (Hrsg.): *Der Geologische Aufbau Österreichs*, 315–320, Wien (Springer) 1980.
- PARFENOFF, A., POMEROL, C. & TOURENQ, J.: *Les minéraux en grains*. — 578 S., Paris (Masson) 1970.
- PETTIJOHN, F. J., POTTER, P. E. & SIEVER, R.: *Sand and Sandstone*. — 618 S., New York (Springer) 1972.
- POTTER, P. E.: Petrology and chemistry of modern big river sands. — *J. of Geology*, **86**, 423–449, Chicago 1978.
- QUENOUILLE, M. H.: A large sample test for the goodness of fit of autoregressive schemes. — *J. R. Statistic. Soc.*, **110**, 123–129, London 1947.
- QUENOUILLE, M. H.: Approximate tests of correlation in time series. — *J. R. Statist. Soc. B.*, **11**, 68–84, London 1949.
- RENDU, J.-M.: *An Introduction to Geostatistical Methods of Mineral Evaluation*. — 84 S., Johannesburg (South African Institute of Mining and Metallurgy) 1981.
- RITTENHOUSE, G.: The transportation and deposition of heavy minerals. — *Geol. Soc. America Bull.*, **53**, 1725–1780, New York 1943.
- ROEDER, D.: Die Alpen aus plattentektonischer Sicht. — *Z. dt. Geol. Ges.*, **127**, 87–103, Hannover 1976.
- ROEDER, D. & BÖGEL, H.: Geodynamic interpretation of the Alps. — In: CLOSS, H., ROEDER, D. & SCHMIDT, K. (ed.): *Alps, Apennines, Hellenides*, 191–212, Stuttgart (Schweizerbart) 1978.
- SAHU, B. K.: Stochastic modelling of mineral deposits. — *Mineral. Deposita*, **17**, 99–105, New York (Springer) 1982.
- SCHNABEL, W.: Schwermineraluntersuchungen im Variszikum der Karnischen Alpen (Österreich und Italien). — *Verh. Geol. B.-A.*, **1976**, 191–206, Wien 1976.
- SCHWAB, F. L.: Evolution of the Western continental margin, French-Italian Alps: Sandstone mineralogy as an index of plate tectonic setting. — *J. of Geology*, **89**, 349–368, Chicago 1981.
- SCHWARZACHER, W.: Sedimentation Models and Quantitative Stratigraphy. — *Dev. in Sedimentology*, **19**, 382 S., Amsterdam (Elsevier) 1975.
- SCHWARZACHER, W.: Lithostratigraphy I. The principles and the treatment of single sections. — In: AGTERBERG, F. P. & GRADSTEIN, F. M. (ed.): *New Concepts and methods in Stratigraphy, Short Course, Dec. 14.–17. 1983*, Indian Institute of Technology, Kharagpur, 1–33, Dartmouth 1983.
- SCHWARZACHER, W.: Models for induced cyclic sedimentation. — Vortragsmanuskript, *Int. Geol. Congr. Moscow 1984*, 16 S.
- SPASSOV, Ch.: Stratigraphic correlation forms of the Bulgarian part of geotraverse D. — *IGCP No. 5 Newsletter*, **5**, 180–185, Padova 1983.
- SPASSOV, Ch., TENCHOV, J. & JANEV, S.: Die paläozoischen Ablagerungen in Bulgarien. — *Schriftenr. Erdwiss. Komm.*, **3**, 279–296, Wien 1978.
- SPÄTH, H.: Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen. — 134 S., München (Oldenbourg) 1978.
- STATTEGGER, K.: Schwermineraluntersuchungen in der Östlichen Grauwackenzone (Steiermark/Österreich) und deren statistische Auswertung. — *Verh. Geol. B.-A.*, **1982**, 107–122, Wien 1982a.
- STATTEGGER, K.: Comparison of Carboniferous heavy mineral spectra from flysch deposits in the Alpidic and Variscan fold belt of Iberia. — *IGCP No. 5 Newsletter*, **4**, 97–100, Padova 1982b.
- STAUB, R. & CADISCH, J.: Zur Tektonik des Unterengadiner Fensters. — *Eclodge Geol. Helv.*, **16**, 223–285, Lausanne 1921.
- THIELE, O.: Studien an Akzessorien und Zirkontrachten von Gföhlergneis und ähnlichen Gesteinen und ihr Bezug auf die Tektonik des Drosendorfer Fensters (Waldviertel, Niederösterreich). — *Verh. Geol. B.-A.*, **1977**, 53–67, Wien 1977.
- TOLLMANN, A.: Plattentektonische Fragen in den Ostalpen und der plattentektonische Mechanismus des mediterranen Orogens. — *Mitt. Österr. Geol. Ges.*, **69/1976**, 291–351, Wien 1978.
- TOLLMANN, A.: Großtektonische Ergebnisse aus den Ostalpen im Sinne der Plattentektonik. — *Mitt. Österr. geol. Ges.*, **71/72**, (1978/1979), 37–44, Wien 1980.
- TRÖGER, W. E.: *Optische Bestimmung der gesteinsbildenden Minerale, Teil 1: Bestimmungstabellen*, 4. Aufl. — 188 S., Stuttgart (Schweizerbart) 1971.
- ÜBERLAA, K.: *Faktorenanalyse*. — 399 S., Berlin (Springer) 1968.
- VAN ANDEL, T.: Reflections on the interpretation of heavy mineral analyses. — *J. Sed. Pet.*, **29**, 153–163, Tulsa 1959.
- VISTELIUS, A. B. & DEMINA, M. E.: Variations of some heavy minerals in recent beach sands. — *Math. Geology*, **14**, 161–177, New York 1982.
- VUAGNAT, I.: *Pétrographie, répartition et origine des microbrèches du Flysch nordhelvétique*. — *Beitr. Geol. Karte Schweiz, N. F.*, **97**, 103 S., Zürich 1952.
- WEIDICH, K. F.: Über die Beziehungen des „Cenomans“ zur Gosau in den Nördlichen Kalkalpen und ihre Auswirkungen auf die paläogeographischen und tektonischen Vorstellungen. — *Geol. Rdsch.*, **73**, 517–566, Stuttgart 1984.
- WHITTAKER, E. & ROBINSON, G.: *The Calculus of Observation*. — 397 S., London (Blackie) 1960.
- WOLETZ, G.: Zur schwermineralogischen Charakterisierung der Oberkreide- und Tertiärsedimente des Wienerwaldes. — *Verh. Geol. B.-A.*, **1962**, 268–272, Wien 1972.
- WOLETZ, G.: Charakteristische Abfolgen der Schwermineralgehalte in Kreide- und Alttertiärschichten der nördlichen Ostalpen. — *Jb. Geol. B.-A.*, **106**, 89–119, Wien 1963.
- WOLETZ, G.: Schwermineralvergesellschaftungen aus ostalpinen Sedimentationsbecken der Kreidezeit. — *Geol. Rundschau*, **56**, 308–320, Stuttgart 1967.
- WOLETZ, G.: Zur Differenzierung der kalkalpinen Unterkreide mit Hilfe der Schwermineralanalyse. — *Verh. Geol. B.-A.*, **1970**, A80–A81, Wien 1970.
- WOLETZ, G.: Schwerminerale in Sedimenten der Ostalpen. — In: OBERHAUSER, R. (Hrsg.): *Der Geologische Aufbau Österreichs*, S. 43, Wien (Springer) 1980.

Manuskript bei der Schriftleitung eingelangt am 25. Mai 1985.