

III. Grundzüge einer mechanischen Theorie der Krystallisationsgesetze.

Von **Dr. J. Hirschwald**,

Docent an der kgl. Gewerbe-Akademie zu Berlin.

I. Theil.

Einleitung.

Das Flüssige, frei von jeder äusseren Einwirkung, wie der Schwere und Adhäsion, tritt in Gestalt einer vollkommenen Kugel auf, die feste Materie, bei vollständig freier Entfaltung ihrer Kräfte während des Ueberganges in diesen Aggregatzustand, als Krystall.

Hierin haben wir die Repräsentanten der beiden Aggregatzustände *κατ' ἐξοχόν*, nicht sowohl unterschieden durch die äussere Form, als weit mehr noch durch die Cohäsionsverhältnisse der von dieser umschlossenen Masse.

Man denke sich gegenüber einem Krystall, beispielshalber einem Hexaëder von gediegenem Blei, einen flüssigen Bleitropfen, der, sich frei beherrschend, die Kugelform angenommen. Die Cohäsionsverhältnisse beider Körper stehen in unmittelbarem Zusammenhang mit ihrer äusseren Begrenzung. Die flüssige Bleikugel zeigt einen differenten Punkt, das Centrum der Kugel, von welchem aus sich die Dichtigkeit, nach allen Punkten der Peripherie hin, als gleichmässig erweist, d. h. eine der äusseren Form entsprechende Continuität der Cohäsionsverhältnisse; dahingegen wird der hexaëdrische Bleikrystall eine mannigfache Differenzirung in der Dichtigkeit seiner Masse erkennen lassen, jedoch so, dass gewisse Gruppen von Cohäsionsrichtungen, die mit der Krystallumgrenzung in genauester Beziehung stehen, sich als gleichwerthig erweisen.

So bilden die drei, zu den Hexaëderflächen normalen Richtungen ein System gleicher Cohärenz; in derselben Weise die vier Oktaëderflächennormalen, die sechs Dodekaëderflächennormalen u. s. f., so dass in dem Hexaëder eine unendliche Anzahl differenter Cohäsionssysteme zu denken ist, auch ohne dass die nach diesen Systemen orientirten äusseren Begrenzungsflächen als wirkliche Combinationsflächen an dem Hexaëder auftreten.

Stellt man sich nun vor, es werde der Bleikrystall allmählig und gleichmässig erwärmt, so wird — da bekanntlich die Wärmecapacität eines und desselben Stoffes mit seiner Ausdehnung zunimmt, bei seiner Zusammenziehung sich aber vermindert — die durch die Wärme bewirkte Ausdehnung des Bleihexaëders nach den differenten Cohäsionsrichtungen in der Weise eine verschiedene sein, dass dieselbe sich nach Richtung der grössten Dichtigkeit am grössten, nach Richtung der geringsten Dichtigkeit dahingegen am kleinsten erweist.

Dadurch tritt dann nothwendigerweise endlich der Fall ein, dass die Cohäsionsverhältnisse bei gesteigerter Erwärmung des Krystalls, nach allen Richtungen hin gleich werden, d. h. der Körper gibt seinen festen Aggregatzustand auf und geht in den flüssigen über; der Bleiwürfel nimmt mit den Cohäsionsverhältnissen auch die Kugelform des flüssigen Bleitropfens an.

Wenn demnach der wesentliche Unterschied zwischen dem flüssigen Bleitropfen und dem festen Krystall, auf Gleichheit, resp. Ungleichheit der Cohärenz nach den verschiedenen Richtungen hinauszu laufen scheint, der Art, dass es gelingt, durch Aufhebung dieses Unterschiedes auch den des Aggregatzustandes zu vermitteln, so erübrigt nun noch der Beweis, dass allgemein die nach verschiedenen Richtungen ungleiche Cohärenz der Materie den festen Aggregatzustand bedingt gegenüber dem flüssigen, welches ein gleichmässiges Continuum der Cohäsionsverhältnisse bedingt, oder mit anderen Worten, es kommt darauf an, sich zu überzeugen, dass es keine amorphen oder besser keine cohärent homogenen festen Körper gibt.

Die Mineralogie theilt die sämtlichen unorganischen festen Körper ein, in krystallinische, resp. krystallisirte, dichte und amorphe Aggregate.

Die differenten Cohäsionsverhältnisse der krystallinischen Medien verstehen sich von selbst, und ebenso hat man in neuerer Zeit die sämtlichen dichten Aggregationen als kryptokrystallinische Gebilde erkannt.

Als amorph bezeichnet man dahingegen einen Körper, sobald derselbe selbst bei stärkster Vergrösserung vollständig homogen erscheint, und als Unterscheidungsmerkmal gegenüber der dichten Aggregation gibt man gewöhnlich stärkeren Glanz der Bruchflächen und glatten, muscheligen Bruch an, neben grösserer Sprödigkeit. Als vorzügliche Repräsentanten dieser, als vollkommen amorph oder homogen bezeichneten Körper, sind die glasartigen zu erwähnen.

Wir besitzen eine sehr interessante Abhandlung von Leydolt: „Ueber die Krystallbildung im gewöhnlichen Glase“¹, in welcher der Nachweis geführt wird, dass die homogen erscheinende Glasmasse nicht nur ausgebildete Krystalle und kugelige Aggregationen porphyrtartig eingesprengt enthält, sondern dass auch die ganze Grundmasse des Glases eine krystallinische Structur zeige. An einer Stelle, an welcher der Verfasser über einen Befund an Glasschlacken berichtet, heisst es:

¹ Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. Bd. 8. Wien 1852.

„Ich will einige dieser Schlacken beschreiben und führe nur im Allgemeinen an, dass ich kaum eine gefunden habe, welche nicht eingewachsene Krystalle oder wenigstens eine krystallinische Structur gezeigt hätte.“

Und an einer anderen Stelle:

„Die Ausscheidung muss bei ungleicher Abkühlung eine verschiedene sein, und während die Krystallbildung bei sehr schneller Abkühlung grösstentheils verhindert wird und nur eine schalige oder kugelige Zusammensetzung entsteht, wird sie durch langsames Abkühlen befördert.“

Dasselbe behauptet Leydolt von den natürlichen Gläsern, den Obsidianen, und spricht schliesslich die Ueberzeugung aus: „Auch die Wellen im Glase sind, wenn sie nicht von ungleichförmigen Mengen der Glasmasse herrühren, nichts anderes als eine durch Krystallisation entstandene Schalenbildung“.

In der That scheint es aber aller dieser Untersuchungen gar nicht einmal zu bedürfen, um zu der Ueberzeugung zu gelangen, dass eine glasartig spröde Masse, mit muscheligen Bruch, das wahre Gegenheil einer, in Rücksicht auf ihre Cohärenz homogenen Materie sein müsse; ja gerade die Sprödigkeit derselben erscheint als der sicherste Beweis für eine Spannung der cohärenten Kräfte im Inneren, wie sie nur bei differenten Cohäsionsverhältnissen denkbar, mit der Homogenität der Cohärenz aber unvereinbar ist. Alles was als äusseres Kennzeichen einer amorphen Substanz angeführt wird, starker Glanz der Bruchfläche, Sprödigkeit und muscheliger Bruch, sind unter Umständen wohl Zeichen für die Homogenität der Masse als solche, niemals aber für die ihrer Cohäsionsverhältnisse.

Feste Körper, die in ihrer Cohärenz der homogenen Materie am nächsten kommen würden, wären diejenigen, welche mit Leichtigkeit eine Formveränderung erleiden können, ohne ihre Continuität aufzugeben.

Wir nehmen daher an, dass feste Körper, die mit Rücksicht auf ihre Cohäsionsverhältnisse homogen sind, oder, wie man gewöhnlich sagt, amorphe feste Körper, überhaupt nicht existiren.

Dennoch besteht in der That ein sichtbarer Unterschied zwischen diesen, bisher als amorph bezeichneten und den wahrnehmbar krystallinischen und kryptokrystallinischen Körpern, und es soll nunmehr nachzuweisen versucht werden, worin diese Verschiedenheit ihren Grund hat.

Die Begrenzungsflächen eines Krystalls stehen mit der Cohärenz der Materie im Inneren desselben in bestimmter Beziehung, der Art, dass krystallographisch gleichwerthigen Flächen gleiche Cohäsionsverhältnisse in der zur Krystallfläche normalen Richtung entsprechen.

Hierdurch gelangen wir zu dem Begriff von Axen gleicher Cohärenz, welche in Linien, normal zu den bezüglichen Krystallflächen, dargestellt werden können.

Demnach ergeben sich am Hexaëder drei, am Oktaëder vier und am Dodekaëder sechs Axen gleicher Cohäsion, und man überzeugt sich leicht, dass alle diese Axen, zunächst ihrer Richtung nach, in einem be-

stimmten Abhängigkeitsverhältniss zu einander und zwar dem der Resultanten zu ihren Componenten stehen. So resultiren aus je zwei Hexaëderaxen die Axen des Dodekaëders, während je drei der ersteren die Oktaëderaxen zusammensetzen, und dieses Verhältniss des Zusammenhanges waltet ob bei allen Axengruppen des regulären Systems, bis zu denen des Hexakisoktaëders hinauf, und es bilden ganz allgemein für jede Krystallcombination die Axen zweier anliegenden Flächen die Componenten, aus denen die Axe der bezüglichen Abstumpfungsfäche resultirt.

Wenn man sich nun die Combination sämmtlicher regulären Körper mit ihren Cohäsionsaxen vorstellt, vom Hexaëder bis zum Hexakisoktaëder, so erkennt man, dass die für die Existenz des festen Aggregatzustandes nothwendige Bedingung einer Verschiedenheit der Cohäsionsverhältnisse nach verschiedenen Richtungen, am Hexaëder, das die geringste Zahl gleichwerthiger Cohäsionsrichtungen in seiner äusseren Umgrenzung zum Ausdruck bringt, am vollständigsten erfüllt ist und dass durch die ganze Reihe der regulären Körper hindurch ein allmählicher Uebergang stattfindet, so dass das Hexakisoktaëder, mit 24 gleichwerthigen Axen, den Cohäsionsverhältnissen des flüssigen Aggregatzustandes am nächsten steht.

Dennoch bleibt immer zwischen den Continuitätsbedingungen des flüssigen kugelförmigen Tropfens und der differenten Cohärenz des Hexakisoktaëders ein so erheblicher Unterschied, dass derselbe in der Natur nicht wohl unausgefüllt zu denken ist.

In der That gibt es denn auch im Mineralreich eine sehr bedeutende Anzahl von Aggregationsformen, die diesen Uebergang zu vermitteln scheinen. Es sind dies die kugelförmigen Gebilde, mit concentrisch strahliger Textur, wie solche besonders schön in künstlichen Glasschlacken und in den natürlichen Gläsern, vorzugsweise den Perliten, in zahlloser Menge porphyrtartig eingesprengt erscheinen und andererseits an den Mineralien mit Glaskopfstructur zu beobachten sind.

Derartige Aggregationsformen sind in der Natur so mannigfach vertreten, dass sie eine ununterbrochene Uebergangsreihe bilden, mit den sphäroidischen Formen anfangend, die eben noch eine Spur concentrisch strahliger Textur aufweisen — oder wo auch diese fehlt, nur eine schalige Absonderung bei mechanischer äusserer Einwirkung erkennen lassen, — bis zu den ausgeprägt radial strahligen Gebilden, deren Fasern dann wiederum in einzelne Strahlenbündel vereinigt (Wavellit, Zeolith), einen höheren Grad der Differenzirung ausdrücken; dieser letztere ist dann auch gemeinhin, wie beim rothen Glaskopf oder bei schnell erstarrten Zinnkügelchen, mit einer deutlichen Facettenbildung der sphäroidalen Oberfläche verbunden ¹.

Wie nun die Aggregationen der letzteren Art, durch unvollkommen ausgebildete Krystalle mit gekrümmten Flächen und polyëdrischer Entwicklung ², zu den vollkommensten Krystallgebilden hinüberführen,

¹ Auch das mikroskopische Studium über die Natur der Globuliten, welches ehemals durch Frankenheim angeregt und in neuerer Zeit durch Vogel-sang in interessanter Weise wieder aufgenommen worden ist, liefert einen ergänzenden Beitrag für die hier entwickelte Anschauung.

² Scacchi. Polyëdrie der Krystallflächen, übers. von C. F. Rammels-berg, Zeitschr. d. d. geol. Ges. Bd. 15. 1862.

so schliessen sich die kugeligen Gebilde mit kaum wahrnehmbarer Differenzirung ihrer Cohäsionsverhältnisse, in allmäligen Uebergängen an die Aggregationsform des Flüssigen an.

Uebrigens gelingt es auch, durch eine zweckmässige Modification des Erstarrungsprocesses, bei Ueberführung einer geschmolzenen Masse in den festen Zustand, diese sphäroidalen Uebergangsformen in verschiedenen Stadien der Entwicklung darzustellen.

So berichtet Bischof, dass ein und derselbe Basalt, unter gleichen Bedingungen eingeschmolzen, je nach der Schnelligkeit der Abkühlung, ein schwarzes Glas, eine glasartige Masse mit einer Unzahl kleiner eingewachsener Kugeln, deren chemische Zusammensetzung sich gleich der der Gesamtmasse erwies, eine jaspisartige Masse mit zwei Zoll grossen, concentrisch strahligen Kugeln und endlich ein Gestein mit vollständig deutlichem krystallinischem Gefüge lieferte.

Aus alledem scheint hervorzugehen, dass wir diejenigen Aggregationen fester Körper, an welchen keine deutliche krystallinische Structur wahrnehmbar ist, deren differente Cohäsionsverhältnisse sich etwa nur durch einen höheren Grad von Sprödigkeit verrathen, als Repräsentanten des ersten Entwicklungsstadiums der krystallogenetischen Differenzirung und somit auch der cohärenten Kräfte betrachten dürfen.

Von dieser Auffassung ausgehend, soll in den nachstehenden Abschnitten der Versuch gemacht werden, die Grundgesetze der Krystallbildung an der Hand einfacher mechanischer Principien zu entwickeln.

Man erkennt jedoch schon von vornherein, dass in der Anstrengung einer mechanischen Theorie der Krystallisationsgesetze, gleichzeitig eine Erweiterung des krystallographischen Forschungsgebietes über das fertig gegebene, den Krystall hinaus, eingeschlossen ist, deren Endziel als eine Morphologie der unorganischen Materie überhaupt bezeichnet werden kann. Denn das krystallogenetische Agens erscheint im Lichte einer mechanischen Auffassung nicht mehr als eine besondere Kraft, welche mit dem Uebergang der Materie aus dem flüssigen in den festen Aggregatzustand unter günstigen Bedingungen in Wirksamkeit tritt; wir haben es vielmehr mit einem, die Constitution der Materie selbst bedingenden Moment zu thun, welches in den verschiedenen Aggregatzuständen, in modificirter Form der Entwicklung, in die Erscheinung tritt.

I. Abschnitt.

Das Wesen der Krystallisation im Sinne einer mechanischen Auffassung.

Wenn nach den vorangegangenen Ausführungen das Streben einer erweiterten krystallographischen Forschung dahin gerichtet sein muss, aus der Form und den Elasticitätsverhältnissen des Flüssigen, die specifischen Verhältnisse der festen Materie abzuleiten, so handelt es sich zunächst darum, ein genetisches Moment aufzufinden, welches

geeignet erscheint, einer mechanischen Behandlung der Krystallisationsgesetze zu Grunde gelegt zu werden.

Ausgehend von der Thatsache, dass den krystallographisch gleichwerthigen Flächen, Richtungen gleicher Cohärenz im Innern des Krystalles entsprechen, welche normal zu diesen Flächen stehen, gelangen wir zu der Vorstellung, dass die Flächenumgrenzung der krystallisirten Medien, der äusserlich wahrnehmbare Ausdruck ihrer inneren Cohärenz ist.

Erwägt man ferner, dass diese Cohäsionsverhältnisse als Resultat der krystallogenetischen Axen selbst zu betrachten sind, so folgt hieraus, dass diese letzteren ebenfalls in normaler Richtung zu der von ihnen gebildeten Fläche wirksam gedacht werden müssen.

Somit können wir an Stelle der Krystallfläche für unsere Betrachtung eine Kraft einführen, dargestellt durch eine zur Krystallfläche senkrechte Linie, deren Grösse zugleich einen Massstab abgiebt für die in dieser Richtung wirksame Cohäsion, ein Massstab für die derselben entsprechende krystallogenetische Kraft.

In diesem Sinne dürfen wir deshalb jeder Krystallform ein selbständiges Axensystem vindiciren.

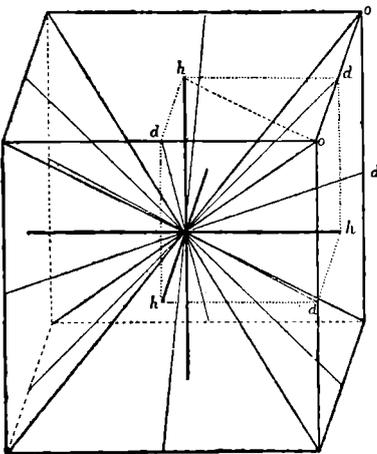
Denkt man sich nun die sämtlichen Formen des regulären Systems an ein und demselben Individuum in Combination getreten und innerhalb desselben, die zugehörigen Flächenaxen construirt, so überzeugt man sich, dass das ganze auf diese Weise entstandene Axensystem in sich, nach dem bereits erwähnten Abhängigkeitsverhältniss der Resultanten zu ihren Componenten, zusammengesetzt ist.

Geht man von den drei aufeinander rechtwinkligen Hexaëderaxen h aus, Fig. 1, so resultiren aus je zweien derselben die Axen d des Dodekaëders, während je drei Hexaëderaxen, innerhalb eines jeden Oktanten, als mathematische Resultante, die Axe o des Oktaëders liefern. Oktaëder- und Hexaëderaxen mit einander combinirt, liefern die Flächenaxen des Leucitoëders, und zwar bei fortgesetzter Combination eine Reihe von immer stumpferen Formen dieser Art, so dass das ganze Axensystem bei weiterer Entwicklung sich immer zahlreicher entfaltet.

In Wirklichkeit ist aber bei dem Vorgange der Krystallisation diese Entwicklung gerade in umgekehrter Weise zu denken.

Ausgehend von der Kugelform des Flüssigen, dem vollständigen Kräftecontinuum, erkennen wir in der Differenzirung desselben in bestimmte Kraftrichtungen, das Bestreben, den flüssigen Körper in den festen Aggregatzustand überzuführen. Die äusserste Grenze hiefür ist in der Bildung des Hexaëders, resp. der Hexaide, erreicht, und es wäre

Fig. 1.



demnach der Würfel als die vollkommenste Krystallform anzusehen, als diejenige, welche die grösstmögliche Differenzirung der cohärenten Kräfte zum Ausdruck bringt.

Es ist bekannt, dass die verschiedenen Stoffe im Allgemeinen eine sehr ungleiche Energie in der Bildung von Krystallen zeigen, so dass gewisse Stoffe selbst unter den ungünstigsten krystallogenetischen Verhältnissen in deutlichen Krystallen auftreten, während andere nur bei Vermeidung aller störenden Einflüsse und selbst dann oft nicht einmal in winzigen Krystallindividuen zu erhalten sind.

Wenn nun die vorhergehende Ausführung über die Differenzirung des krystallogenetischen Axensystems irgend welche Realität besitzt, so wird man erwarten dürfen, dass solche Stoffe, welche durch die Leichtigkeit, mit welcher sie in Krystallen auftreten, ein hohes Mass krystallbildender Energie, ein intensives krystallogenetisches Differenzirungsvermögen verrathen, vorzugsweise in denjenigen Formen angetroffen werden, welche als die höchstentwickelten erscheinen, d. h. in Formen mit möglichst geringer Zahl der Flächenumgrenzung.

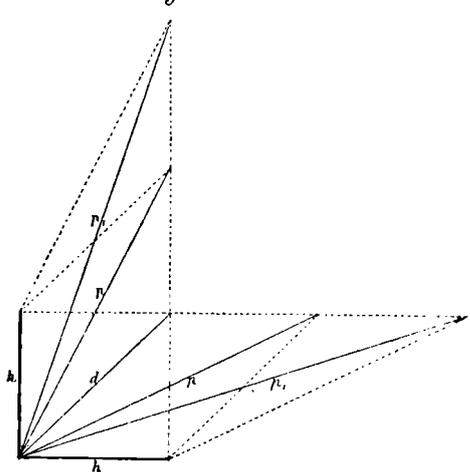
Diese Voraussetzung trifft in der That zu. Von den im Wasser löslichen Salzen sind kaum andere so leicht in deutlichen Krystallen zu erhalten als die, welche der Gruppe der Haloidsalze angehören, für welche der Würfel als Grundform charakteristisch ist. Namentlich bilden das Chlornatrium und Chlorcalcium, selbst bei beschleunigtem Einsieden ihrer Mutterlaugen, immer noch deutliche Würfelcongregationen. Kaum geringer ist die Krystallisationsfähigkeit der Alaune, doch gelingt es hier schon durch forcirtes Eindampfen der Lösung, ein kryptokrystalinisches Aggregat zu erhalten, welches keine regelmässige Umgrenzung der einzelnen Individuen verräth.

Immerhin treten aber auch die Alaune in den meisten Fällen, selbst wo andere Salze kaum eine Spur äusserer Krystallumgrenzung zeigen würden, in scharf gebildeten Oktaëdern auf.

Von den Mineralien sind es beispielsweise Flussspath, Bleiglanz, Schwefelkies, Boracit, Granat und Zinkblende, deren häufigste und zumal prächtigste Krystallbildungen in Grundformen mit geringer Anzahl der Flächenumgrenzung auftreten.

Uebrigens verdient es an dieser Stelle hervorgehoben zu werden, dass diese sog. Grundformen, Hexaëder, Oktaëder und Dodekaëder, sich in bemerkenswerther Weise von den übrigen Krystallformen des regulären Systems unterscheiden. Denn sie bilden nicht nur gemeinsam die Träger der Combination überhaupt, sie erscheinen auch mit Rücksicht auf die Axenverhältnisse ihrer

Fig. 2.



Flächen, als constante Formen, denen überdies einzig und allein Spaltungsrichtungen im Innern des Krystalls entsprechen. Ja es gewinnt den Anschein, als wenn die übrigen Formen, die man beziehungsweise wohl als variable bezeichnen könnte, nur mehr oder weniger als Uebergangsformen anzusehen seien.

Geht man nämlich beispielshalber von den rechtwinkligen Hexaëderaxen h h Fig. 2 aus, deren Combination die Dodekaëderaxe d als mathematische Resultante liefert, so erkennt man leicht, dass aus Axe h und d die Axe p des Pyramidenhexaëders $h : 2h : \infty h$ resultirt und durch fortgesetzte Combination dieser Axe p mit h , eine Zahl immer stumpferer Pyramidenhexaëder p_1, p_2, p_3 etc., bis endlich die Axe p_∞ mit h zusammenfällt.

Ganz analog verhält sich die Entwicklung aller übrigen variablen Formen und es nimmt daher nicht Wunder, wenn wir z. B. am Flussspath Hexakisoktaëder finden mit den Werthen

$$\frac{1}{3} a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{11} a, \frac{1}{4} a : \frac{1}{7} a : \frac{1}{16} a;$$

am Schwefelkies

$$\frac{1}{2} a : \frac{1}{7} a : \infty a, \frac{1}{9} a : \frac{1}{11} a : \infty a$$

oder gar am Granat

Fig.3.

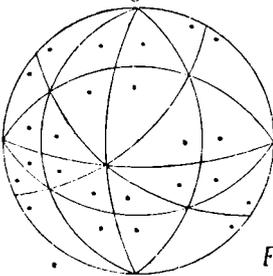


Fig.4.

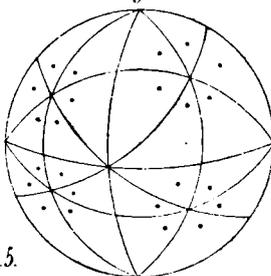
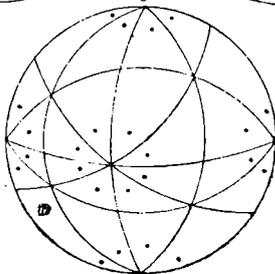


Fig.5.



$$a : \frac{1}{63} a : \frac{1}{64} a$$

u. s. w.

Dass die berechneten Axenausdrücke in solchen Fällen wenig realen Werth haben, liegt auf der Hand; es sind das wohl Erscheinungen, die in die Kategorie der von Scacchi a. a. O. beschriebenen Polyëdrien gehören und welche im Sinne der obigen Entwicklung als Uebergangsformen erscheinen, durch welche die

krystallogenetischen Kräfte auf die Bildung der constanten Formen hinarbeiten ¹.

¹ Von diesem Gesichtspunkte aus, scheint auch die Naumann'sche Bezeichnungswiese der Krystallflächen und ihre Reihenentwicklung an Realität zu gewinnen; nur müsste dieselbe, um sich der mechanischen Auffassung ganz anzupassen, das Miller'sche Princip der Flächennormalen in sich aufnehmen,

Bekanntlich schmiegen sich alle variablen Formen an die constanten dergestalt an, dass ihre Flächenaxen nach denen der letzteren gruppiert erscheinen.

So gibt es eine Anzahl von Hexakisoktaëdern, deren Axen in 12 vierzähligen Gruppen, entsprechend den Flächen des Dodekaëders angeordnet sind, Fig. 3, andere mit 6×8 zähliger Gruppierung ihrer Axen, entsprechend denen des Oktaëders, Fig. 4, und endlich solche, deren Axen in 8×6 zähliger Anordnung der Gruppierung des Hexaëders entsprechen, Fig. 5.

Versucht man aus allen diesen Axensystemen durch mathematische Construction der entsprechenden Resultanten, die Axensysteme der constanten Formen abzuleiten, so erkennt man sogleich, dass in Fig. 3 die Axen des Dodekaëders, in Fig. 4 die des Oktaëders, und endlich in Fig. 5 die Axen des Hexaëders relativ die grössten Werthe erhalten müssen.

Demnach leuchtet aber ein, dass Körper mit ungleicher krystallogenetischer Intensität, bei ihrem Uebergange aus dem flüssigen in den festen Aggregatzustand, d. h. während der Differenzirung des cohärenten Kräftecontinuum, nicht einen und denselben Entwicklungsgang durchlaufen werden. Denn während die, mit grosser krystallogenetischer Energie begabten Stoffe schon in den ersten Stadien der Differenzirung die in Fig. 5 ausgesprochene Tendenz zeigen werden, welche auf ein Auseinandertreten der Axen nach drei rechtwinkligen Richtungen hinarbeitet, werden Stoffe mit geringerer Krystallisationsenergie eine Differenzirungstendenz nach Fig. 4 oder 3 entwickeln, die beziehungsweise auf die Bildung des Oktaëders oder Dodekaëders abzielt. Die in den angeführten Figuren schematisirten Typen entsprechen demnach den verschiedenen Graden der Krystallisationsintensität.

Dass ein und derselbe Stoff, unter veränderten Verhältnissen, verschiedene Grundformen als Träger der Combinationen zur Geltung bringen kann, deutet darauf hin, dass die krystallogenefische Energie an und für sich, nach Massgabe der verschiedenen Krystallisationsbedingungen variabel sei, ein Umstand, dem vorzugsweise die Mannigfaltigkeit der Combinationsverhältnisse zugeschrieben werden darf.

II. Abschnitt.

Entwicklung der Symmetriegesetze.

Die mannigfaltigen Flächenumgrenzungen der Krystalle lassen sich im Allgemeinen auf wenige Gesetze zurückführen, die mit Rücksicht auf die rein äussere Erscheinungsweise, als Symmetriegesetze bezeichnet werden können.

Betrachten wir zunächst das reguläre, quadratische und orthorhombische System, so haben dieselben das Gemeinsame, dass in ihnen die krystallogenetischen Kräfte auf eine Entwicklung in drei auf einander rechtwinklige Richtungen hinarbeiten; dagegen unterscheiden sie sich durch die relativen Intensitätsverhältnisse, mit denen die Differenzirung innerhalb dieser Richtungen resultirt.

Diese Verschiedenheit der Entwicklung findet ihren Ausdruck in den drei Hexaiden¹, welche man überhaupt als Prototyp der Krystallsysteme betrachten darf. Durch Abstumpfung resp. Zuschärfung der Kanten und Ecken nach bestimmten Gesetzen, lässt sich an diesen einfachsten Repräsentanten der drei orthometrischen Systeme, der ganze Flächenreichtum derselben darstellen.

Es sind dies die oben erwähnten Symmetriegesetze, die wir nunmehr im Sinne einer mechanischen Auffassung der Reihe nach entwickeln wollen.

1. Symmetriegesetz. Die Abstumpfungsfäche einer Kante ist stets gerade auf die Kante aufgesetzt, d. h. sie bildet gleiche Winkel mit den Kantenflächen, sobald die letzteren krystallographisch gleichwerthig sind.

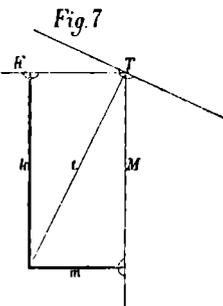
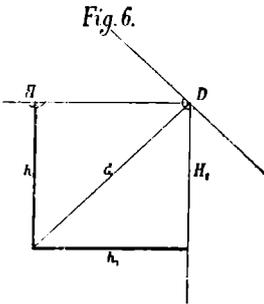
Sind zwei Kantenflächen krystallographisch ungleich, so ist die hinzutretende Abstumpfungsfäche jedesmal schief auf die Kanten aufgesetzt, d. h. sie bildet ungleiche Winkel mit den beiden Kantenflächen.

Umkehrung. Wird eine Kante durch eine hinzutretende Fläche gerade abgestumpft, so sind die beiden Kantenflächen gleichwerthig, andernfalls ungleichwerthig.

Dasselbe Gesetz gilt für die durch gleichwerthige, resp. ungleichwerthige Flächen gebildeten Ecken.

Es bilden HH_1 , Fig. 6 eine Hexaëderkante, hh_1 , die zugehörigen krystallogenetischen Axen, die, entsprechend der Gleichwerthigkeit der Flächen, ebenfalls gleich sind und nebenbei Cohäsionsaxen gleicher Intensität ausdrücken.

Die mathematische Resultante d aus hh_1 , ergibt sich als die Axe einer Fläche D , welche die Würfelkante gerade abstumpft, d. i. die Dodekaëderfläche. Denkt man sich dahingegen, Fig. 7, die rechtwinklige Kante KM , gebildet aus zwei ungleichwerthigen Flächen, deren Axen km dem entsprechend verschieden sind und in ihrer Längendifferenz einen Massstab für den Unterschied der in diesen Richtungen wirksamen Cohäsionsverhältnisse abgeben, so erkennt man leicht, dass die Fläche T , deren Axe die Resultante t ist, eine schiefe Abstumpfung der Kante KM bewirken



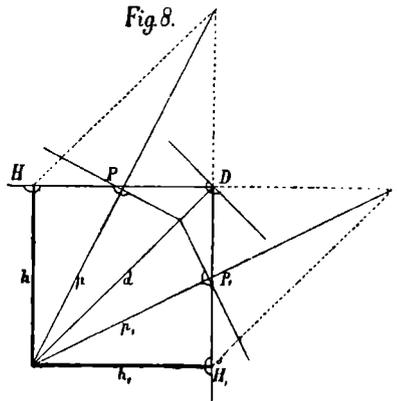
¹ Es ist in mehrfacher Hinsicht und besonders für diese Betrachtungen bequem, die auf die rechtwinkligen Axen der orthometrischen Krystallsysteme zurückzuführenden Flächen, zu einem Gesamtbegriff zu vereinigen.

Wenn Naumann sich entschieden gegen die Bezeichnung „Hexaid“ ausspricht, (Elem. d. Mineralog. p. 9), weil dieses Wort die „Ähnlichkeit der betreffenden Form mit einer Zahl“ ausdrückt, so wäre dagegen doch wohl zu bemerken, dass vielleicht die grösste Anzahl der wissenschaftlichen Termini kaum an und für sich, ohne Interpretation, verständlich ist, dass aber die Erläuterung der Bezeichnung „Hexaëderid“ oder, des Wohllauten wegen, „Hexaid“ als eine ziemlich nahe liegende betrachtet werden kann.

muss und dass die Verschiedenheit der Winkel TM und TK um so grösser sein wird, je grösser die Differenz der Axen k und m ist.

Umgekehrt folgt hieraus, dass die Schiefe der Abstumpfung einen Massstab abgeben muss, für die Ungleichheit der Flächen K und M oder deren Axe $k m$, ein Umstand, welcher der Berechnung der Axenwerthe weiterhin (s. S. 184) zu Grunde gelegt werden soll.

2. Symmetriegesetz. Wird eine, durch zwei gleichwerthige Flächen gebildete Kante HH_1 ; Fig. 8, durch eine hinzutretende Fläche P schief abgestumpft, so bedingt dieselbe eine Gegenfläche P_1 , welche diese Asymmetrie wieder aufhebt.



Dieser Satz weist bereits auf eine sehr bemerkenswerthe Eigenschaft der krystallogenetischen Kräfte hin, deren Einfluss auf das ganze Wesen der Flächencombinationen, von der weitgehendsten Bedeutung ist. Denn es erscheint nunmehr das krystallogenetische Axensystem immer mehr als ein, von einem Punkte aus, dem Centrum des Individuums wirkendes Kräftesystem, welches das Bestreben äussert, das mechanische Gleichgewicht möglichst aufrecht zu erhalten und so zu stabilen Aggregationen zu führen.

Die ganze Entwicklung der Flächenaxen und ihr mathematischer Zusammenhang unter einander ist eine Erscheinung, deren Princip ein treffendes Analogon in den magnetischen und elektrischen Influenzwirkungen findet. Man denke sich eine Repulsion in immer neue resultirende Krafrichtungen, ohne dass hierdurch die Intensität der componenten Kräfte geschwächt werde, und man wird unwillkürlich an die Differenzirung erinnert, die ein elektrischer Körper auf einen in seiner Nähe befindlichen unelectrischen isolirten Leiter durch Influenz bewirkt.

Wenn wir deshalb das Gleichgewichtsbestreben der krystallogenetischen Kräfte, als eine „Influenzwirkung“ auffassen und bezeichnen, so soll dadurch keineswegs eine Identität der electro-magnetischen und krystallogenetischen Kräfte behauptet werden; vielmehr soll diese Bezeichnung vor der Hand nur auf eine bemerkenswerthe Aehnlichkeit ihrer beiderseitigen Erscheinungsweisen hindeuten, welche noch durch die Uebereinstimmung des polaren Charakters beider erhöht werden dürfte.

Dieser Influenzwirkung und ihrem polaren Charakter ist es nun zunächst zuzuschreiben, dass im Allgemeinen keine der genetischen Axen einseitig, ohne eine Repulsion nach der entgegengesetzten Richtung, auftritt; sie bedingt ferner den innigen Zusammenhang sämtlicher, um einen Punkt wirksamer Kräfte und das Bestreben, das Gleichgewicht innerhalb des Axensystemes, im Laufe der Entwicklung unausgesetzt wieder herzustellen.

Wenn daher eine der gleichen rechtwinkligen Axen hh , in Fig. 8 mit der Resultanten d eine neue Resultirende p bildet, so

erfordert das Gleichgewicht dieses Systems die Repulsion von p_1 aus d und h_1 .

Alles das gilt selbstverständlich nicht nur für das Kräftesystem innerhalb eines Quadranten, es findet vielmehr gleichzeitig Anwendung auf die sämtlichen krystallographisch gleichwerthigen Richtungen eines und desselben Systems, so dass das nachstehende Symmetriegesetz nur als eine Verallgemeinerung des Influenzgesetzes erscheint.

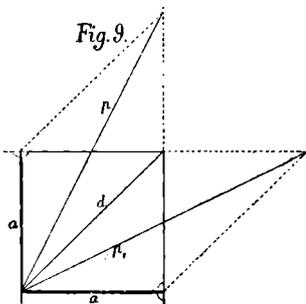
3. Symmetriegesetz. Krystallographisch gleichwerthige Combinationselemente (Kanten und Ecken) werden im Allgemeinen durch hinzutretende Flächen stets vollzählig und in gleicher Weise verändert.

Dieser Satz, auf welchen vorzugsweise die Symmetrieverhältnisse der verschiedenen Krystallsysteme basiren, liefert einen weiteren Beitrag für das Studium der krystallogenetischen Influenzerscheinungen.

Es ist eine überaus wichtige und auf dieses Gesetz zurückzuführende Thatsache, auf die zuerst Breithaupt beim Topas aufmerksam machte, welche ich jedoch bei allen gut ausgebildeten orthorhombischen Species bestätigt gefunden habe, dass nämlich die Kantenwinkel, in den drei rechtwinkligen Hexaidzonen, einander ausserordentlich nahe kommen.

Um zuvor das Gesetzmässige dieser Erscheinung zu documentiren, mögen einige Beispiele angeführt werden ¹:

	Prismenzone.	Längsflächenzone.	Querflächenzone.
Topas . . .	$M:M = 124^\circ 17'$ $l:l = 93^\circ 20'$	$y:y = 124^\circ 39'$ $f:f = 92^\circ 57'$	$d:d = 122^\circ 1'$
Bleivitriol . . .	$M:M = 76^\circ 17'$	$d:d = 78^\circ 47'$	$o:o = 75^\circ 36'$
Weissbleierz	$f:f = 139^\circ 47' 48''$ $m:m = 117^\circ 14' 14''$	$x:x = 140^\circ 15'$	$d:d = 136^\circ 52' 54''$ $y:y = 118^\circ 41' 36''$
Cölestin . . .	$M:M = 75^\circ 58'$	$d:d = 78^\circ 49'$	$o:o = 75^\circ 32'$
Schwefels.			
Talkerde	$p:p = 89^\circ 26'$	$q^2:q^2 = 82^\circ 24'$	$r^2:r^2 = 81^\circ 52'$
Baryt . . .	$M:M = 78^\circ 20'$	$d:d = 77^\circ 43'$	$o:o = 74^\circ 36'$



Man erkennt schon aus diesen Beispielen, dass die nahe Uebereinstimmung der Winkelverhältnisse in den verschiedenen Hexaidzonen keine Zufälligkeit sein kann und es soll nunmehr zu erörtern versucht werden, wie diese Erscheinung, in einer gesetzmässigen Entwicklung ihren Grund hat.

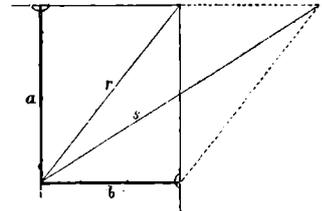
Man denke sich zwei gleiche rechtwinklige Axen aa , Fig. 9, dem Würfel angehörig, aus welchen eine mittlere d , die Dodekaëderaxe, resultirt. Bei fortgesetzter Repulsion entwickelt sich aus a und d die Axe p des Pyramidenwürfels und zur Wiederherstellung des hierdurch aufgehobenen Gleichgewichts, im anderen Octanten die correspondirende p_1 .

¹ Da es hier zunächst auf die Coordinatenwerthe der Flächen nicht ankommt, so sind die letzteren durch die am meisten gebräuchlichen Buchstaben bezeichnet.

Die Symmetrieverhältnisse erscheinen hierbei bedingt durch die Gleichgewichtsverhältnisse des Axensystems.

Betrachten wir nunmehr die Entwicklung unter der Voraussetzung, dass die rechtwinkligen Axen aa_1 ungleich sind. Die a priori gegebene Ungleichheit der Axen, kann zwar durch die Repulsion neuer Mittelaxen nicht wieder aufgehoben werden, aber es ist eine Entwicklung denkbar, durch welche der Raum zwischen den ungleichen Axen ab Fig. 10 möglichst symmetrisch erfüllt werde, indem die Repulsion sich da vorzugsweise geltend macht, wo ursprünglich die geringste Intensität herrschte.

Fig. 10.



Dieser Fall tritt ein, wenn die aus ab resultierende r nur mit der Axe b (und nicht auch mit a) zur Bildung von s in Combination tritt.

Während also in dem durch Fig. 9 dargestellten Fall eine symmetrische Entwicklung des Axensystems zur Wahrung des Gleichgewichtes erforderlich war, wird bei ungleichen Axen, wie in Fig. 10, gerade durch eine einseitige Entwicklung das grösstmögliche Gleichgewicht des krystallogenetischen Axensystems erstrebt.

Gehen wir nun einen Schritt weiter, indem wir uns drei Paare ungleicher Axen vorstellen, bei denen sich beispielsweise

$$\begin{aligned}
 a : b &= 1 : 0.5 \text{ (Fig. 11),} \\
 b : c &= 0.5 : 0.25 \text{ (Fig. 12),} \\
 a : c &= 1 : 0.25 \text{ (Fig. 13) verhält.}
 \end{aligned}$$

Construirt man in diesen drei Systemen die Axen der mittleren Repulsion, nach dem in Figur 10 ausgesprochenen Princip, so erhält man in Fig. 11, c als Axe der zweiten Repulsion, welche mit a und b Winkel von 45° bildet, in Fig. 12, g als Axe derselben Lage und endlich in Fig. 13, k als Axe dritter Repulsion, mit denselben Winkeln gegen a und c .

Fig. 11.

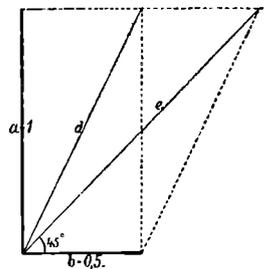
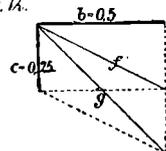


Fig. 12.



Vereinigen wir nun diese drei Gruppen zu einem orthorhombischen Axensystem, Fig. 14, in welchem Falle die Repulsion ganz in derselben Weise stattfinden würde, so erkennt man leicht, dass gerade durch die unsymmetrische Entwicklung in den verschiedenen Zonen die grösstmögliche Parallelisirung der durch die rechtwinkligen Axen gegebenen Ungleichheit erstrebt wird.

Aber es ergibt sich auch gleichzeitig, dass dieses Bestreben zu einer immer grösseren Annäherung der Winkelverhältnisse in den verschiedenen Zonen führen muss, ja dass selbst

Fig. 13.

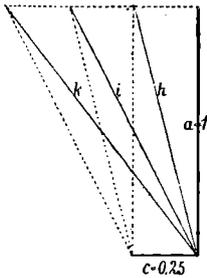
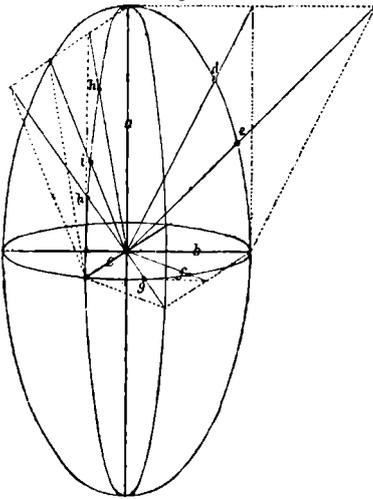


Fig. 14.



eine vollständige Uebereinstimmung einzelner Winkel denkbar ist, wie aus dem in Fig. 14 gewählten Axenverhältniss $1 : 0.5 : 0.25$ hervorgeht, bei welchem in der That die den Axen egk entsprechenden Flächen gleiche Coordinatenabschnitte haben.

Aber welche Werthe auch den rechtwinkligen Axen zukommen mögen, das äusserlich an den Krystallen wahrnehmbare Resultat des Gleichgewichtsbestrebens wird immer darin bestehen, möglichst ähnliche Neigungswinkel in den verschiedenen Zonen zu erzeugen, und es wird dieses Bestreben um so vollkommener erfüllt werden, je annähernder die Werthe der rechtwinkligen Axen rationale Vielfache von einander sind.

Auch die Erscheinung, dass flächenreich entwickelte Species des orthorhombischen Systems die Tendenz zeigen, Prismen von nahezu 90° hervorzubringen, hat, wie leicht ersichtlich, seinen Grund in demselben Princip, und es schliesst sich füglich die aus dem Gleichgewichtsbestreben hergeleitete Entwicklung des krystallogenetischen Axensystems an die Tendenz aller Naturkräfte an, möglichst stabile Verbindungen einzugehen.

III. Abschnitt.

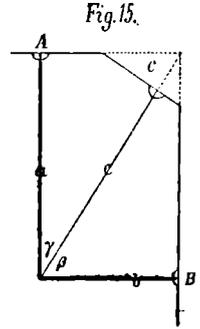
Methode der Krystallberechnung.

Wenn, nach den Ausführungen des vorstehenden Abschnittes, von der relativen Grösse der rechtwinkligen Axen die Combinationsverhältnisse der äusseren Begrenzungsflächen, und zwar zunächst in den Hexaidzonen, abhängen, so muss sich aus diesen Verhältnissen andererseits, die relative Grösse der bezüglichen Axen bestimmen lassen.

Die auf diese Weise berechneten Werthe werden jedoch nicht blossen Symmetriexen angehören, die, wie die Axen der descriptiven Krystallkunde, nur einen Massstab für die geometrischen Coordinaten der Krystallflächen liefern; sie werden vielmehr in directer Beziehung

zu den Cohäsionsverhältnissen der krystallisirten Materie stehen müssen, als deren Ausdruck die äussere Krystallumgrenzung aufzufassen ist.

Man denke sich eine rechtwinklige Kante Fig. 15, deren Flächen A und B den Axen a b entsprechen, so wird die Abstumpfungsfäche C , deren Axe c sich als Resultante aus a b ergibt, gerade auf die Kante aufgesetzt sein, wenn $a = b$ und demzufolge A und B zwei krystallographisch gleichwerthige Flächen sind. Die Fläche C wird dahingegen eine schiefe Abstumpfung der Kante $A : B$ bewirken, sobald a von b verschieden ist, und demnach A und B differente Flächen darstellen. Je grösser nun a im Vergleiche zu b ist, um so näher rückt die Resultante c an a heran, um so stumpfer wird der Winkel $A : C$.

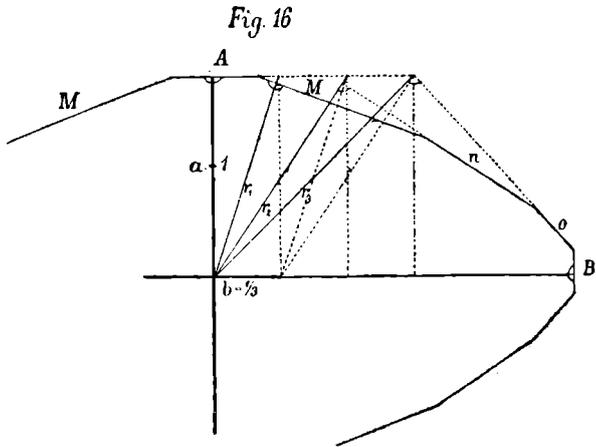


Hierauf beruht zunächst die Berechnungsmethode der beiden Axen a und b , deren Verhältniss sich durch die Tangente des durch die Resultante c und einer der Axen a und b gebildeten Winkels ausdrücken lässt, so dass:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{b}{a} \text{ oder } b = a \operatorname{tg} \gamma \text{ ist.}$$

Denkt man sich nun die Combination in Fig. 15 weiter entwickelt, so werden zunächst, zur Erreichung der Gleichgewichtslage des Axensystemes, weitere Repulsionen innerhalb des Winkels β entstehen (p. 183), und man erkennt sogleich, dass es nicht gleichgiltig sein kann, welche der auf diese Weise entstandenen rhombischen Prismenflächen man zur Berechnung von a und b erwählt.

Gesetzt man habe in der Verticalzone einer orthorhombischen Krystallspecies (Fig. 16) drei Prismen Mn und o , und es ergibt sich aus der Winkelberechnung, dass, wenn M als Primärprisma angenommen würde,



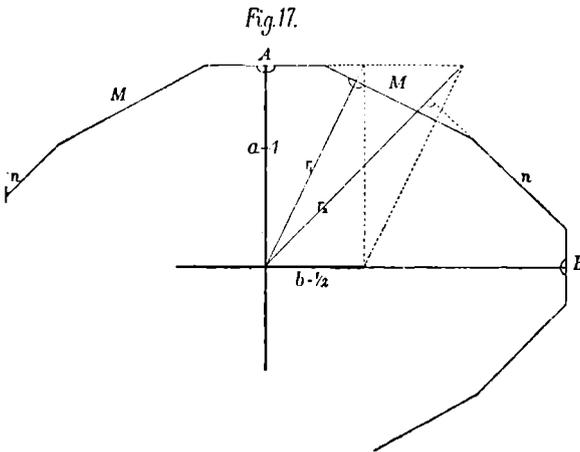
¹ Als „Primärfläche“ wollen wir allgemein diejenige Fläche jeder einzelner Zone bezeichnen, welche aus der primären Repulsion der rechtwinkligen Axen resultirt.

die Axen $a : b$ wie $1 : \frac{1}{3}$ sich verhalten und n und o beziehungsweise als Flächen zweiter und dritter Entwicklung resultiren.

In diesem Falle erkennt man, dass die Combinationsverhältnisse der betreffenden Zone durchaus den Symmetriegesetzen, mit Rücksicht auf die Differenz der Axenverhältnisse a und b , entsprechen.

Denn angenommen, man hätte an Stelle von M , als Primärfläche n erwählt und dem entsprechend $a : b$ wie $1 : \frac{2}{3}$ gefunden, so würde unter dieser Voraussetzung die Combination Mno nicht mehr vor dem Gleichgewichtsgesetz der krystallogenetischen Entwicklung bestehen können. Alsdann würde r_1 zunächst ganz fortfallen müssen und zur Erstrebung des Gleichgewichtes r_3 innerhalb des Winkels r_2b resultiren.

Wollte man dahingegen r_3 fälschlich als Primärprisma in die Rechnung einführen, so würde sich die Ungereimtheit einer solchen Wahl noch auffallender erkennbar machen, da r_3 hier zufällig den rechten Winkel $a : b$ halbirt und demzufolge eine symmetrische Entwicklung in den beiderseitigen Octanten voraussetzt, abgesehen davon, dass alsdann die Resultanten zweiter und dritter Repulsion ganz andere Coordinatenwerthe erhalten würden.



Um ein weiteres Beispiel anzuführen, so denke man sich ferner eine Entwicklung, wie sie Fig. 17 darstellt, in welcher die Säulenzone durch zwei Prismen M und n gebildet wird, die bei der Wahl von M als Prismenfläche, ein Axenverhältniss von

$$a : b = 1 : \frac{1}{2}$$

ergeben. Auch hier erkennt man unmittelbar,

dass n , deren Axe r_2 den Axenwinkel ab halbirt, nicht Primärfläche sein kann, da die hierdurch an sich vorhandene Gleichgewichtslage entweder gar keine weitere Repulsion, oder aber eine für beide Octanten symmetrische, zur Folge haben müsste.

Nehmen wir endlich drittens an, dass die Werthe beider Axen a und b sich einander noch mehr näherten, z. B. dass

$$a : b = 1 : \frac{3}{4}$$

sich verhielte, Fig. 18, so würde voraussichtlich eine weitere Entwicklung innerhalb dieser Zone gar nicht mehr stattfinden, da jede fernere Repulsion, wie beispielsweise von r_2 , den Mangel an Gleichgewicht nur vermehren könnte. Denn das Axenverhältniss von $a : b$ für r_2 berechnet,

ergibt sich wie $1 : 1\frac{1}{2}$ d. h. also mit einem grösseren Unterschiede als das bei dem ursprünglichen der Fall war. Trete demnach eine Zone durch r_1 und r_2 gebildet wirklich auf, so müsste man nothwendiger Weise schliessen, dass r_2 Primärfläche und demnach

$$a : b = 1 : \frac{1}{2}$$

wäre, ein Verhältniss, welches allerdings durch die Repulsion von r_1 der Gleichgewichtsbedingung näher gerückt würde.

Von Betrachtungen dieser Art werden wir uns bei der Wahl der Primärflächen in den verschiedenen Hexaidzonen zu leiten haben lassen, und man sieht es schon im Voraus, dass eine Entscheidung um so schwieriger zu treffen sein wird, je geringer der Unterschied der beiden bezüglichen Axenwerthe ist.

Bei der Berechnung der in dieser Hinsicht zweifellosen Combinationen werden sich jedoch vermuthlich Argumente herausstellen, welche die Beziehungen der Axenwerthe zu den verschiedenen Combinationstypen aufzuklären im Stande sind und die dann in unsicheren Fällen als willkommener Fingerzeig dienen können. So lässt sich schon a priori annehmen, dass eine Zone um so zahlreichere Combinationen zur Ausbildung bringen wird, je grösser der Unterschied der bezüglichen Primäraxen ist.

Berechnung des Topases.

Der Topas bildet eine jener charakteristischen Typen des orthorhombischen Systems, dessen conforme Entwicklung jede hemieëdrische Bildung ausschliesst.

Wir erkennen an den Krystallen meistens drei aufeinander rechtwinklige, gleich vollkommen ausgebildete Zonen, die wir allgemein als Längs-, Quer- und Prismenzonen bezeichnen wollen, je nachdem beziehungsweise die Flächenaxen der Gradend- und Längsfläche, der Gradend- und Querfläche, oder endlich der Längs- und Querfläche in eine Ebene fallen.

Die Prismenzone wird gebildet durch die Flächen

$$M (\infty P) \text{ und } l (\infty \check{P}2) \text{ (Fig. 19 und 20),}$$

die Längszone durch

$$y (4 \check{P}\infty) \text{ und } f (2 \check{P}\infty),$$

während die Längsfläche selbst nur äusserst selten beobachtet wird und endlich die Querzone durch q , d und h . Folgende Winkelverhältnisse sollen der Berechnung zu Grunde gelegt werden:

Fig. 18.

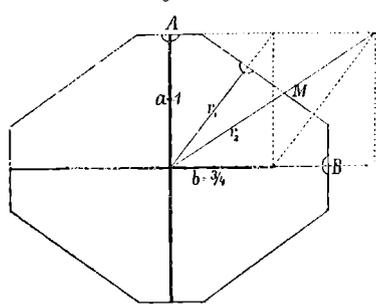
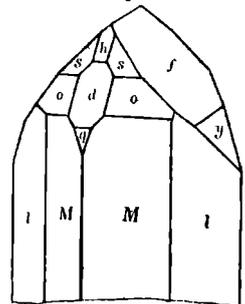


Fig. 19.



$$\begin{aligned}
 M : M &= 124^\circ 16' 40'' \\
 l : l &= 93^\circ 10' 44'' \\
 y : y &= 124^\circ 40' 44'' \\
 f : f &= 92^\circ 42' 23''
 \end{aligned}$$

Wenden wir uns zunächst zur Berechnung der Axen b und c aus den Combinationsverhältnissen der Prismenzone.

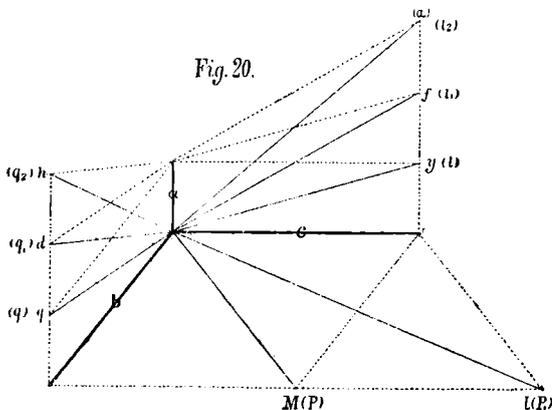


Fig. 20.

Die beiden Prismen M und l (p und p_1 , Fig. 21) treten fast immer gemeinschaftlich an den Krystallen des Topases auf und hätten wohl von vornherein gleichviel Berechtigung als Primärflächen zu gelten. Legt man p (M) der Berechnung zu Grunde, so ergibt sich:

$$\operatorname{tg} 62^\circ 7' 45'' = \frac{b}{c}$$

und wenn $c = 1$, so ist

$$b = \operatorname{tg} 62^\circ 7' 45'' = 1.8910.$$

Alsdann ist p (l) eine Fläche zweiter Entwicklung, resultirend aus p und e und ihre Coordinaten wären $b, 2c$.

Wählt man dahingegen p_1 (l) als Primärfläche, so ist (Fig. 22)

$$\operatorname{tg} 43^\circ 23' 43'' = \frac{b}{c}$$

und wenn

$$\begin{aligned}
 b &= 1.8910 \text{ so ist} \\
 c &= 2.000.
 \end{aligned}$$

Im letzteren Falle ergibt sich also Axe b nahezu gleich c , und wenn dem in der That so wäre, dann erschiene die Entwicklung der Prismenzone unerklärt und es würde das Gleichgewichtsverhältniss derselben durch die Repulsion von p noch in höherem Grade gestört als das ursprünglich durch die Verschiedenheit der beiden rechtwinkligen Axen b und c der Fall ist. Ein solches Axenverhältniss wäre nur denkbar bei einer durchaus symmetrischen Entwick-

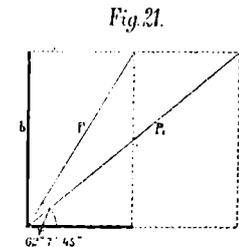


Fig. 21.

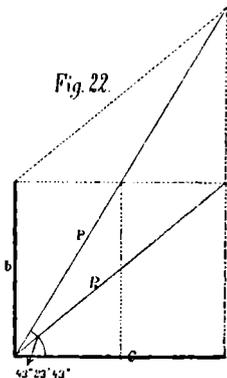


Fig. 22.

¹ Es soll in Folgendem die Axe der Gradendfläche stets mit a , die der Querfläche mit b , und die Axe der Längsfläche mit c bezeichnet werden.

lung, deren Combinationen von denen des regulären Systems nur durch unbedeutende Winkeldifferenzen verschieden sein würden.

Ganz anders gestaltet sich dahingegen das Combinationsverhältniss bei der Annahme von p als Primäraxe. Dann erscheint p_1 in folgerichtiger Entwicklung, das Gleichgewicht der Prismenzone anstrebend, und bei weiterer Repulsion müssten Prismenflächen resultiren, deren Axen zwischen p_1 und c lägen, denen also die Bezeichnung p_2 ev. p_3 zukäme. In der That sind diese Flächen auch von Kokscharow¹ beobachtet worden, und auch P. Groth² beschreibt Krystalle von Altenberg mit den Prismenflächen p_3 und p_5 , an denen noch $p_{\frac{3}{2}}$ zwischen p und p_1 die Entwicklung vervollkommenet.

Aus alledem ergibt sich, dass $M(p)$ als Primärfläche der Prismenzone betrachtet werden muss und es lässt sich hinzufügen, dass sich dieselbe auch dadurch von allen anderen Prismenflächen unterscheidet, dass die häufigsten Pyramiden o , o_1 und o_2 (Fig. 19) in der Zone $a : p$ liegen und dass deren Flächenaxen aus der Combination von a und p resultiren.

Zur Berechnung der Axe a können die Combinationsverhältnisse der Längszone dienen, deren Flächenaxen durch Combination von C und a sich ergeben (s. Fig. 20). Die gewöhnlichsten Flächen sind y und f , die wir mit l und l_1 hezeichnen wollen. Legt man l (y) der Berechnung von a zu Grunde, so ergibt sich (Fig. 23)

$$\operatorname{tg} 27^\circ 39' 38'' = \frac{a}{c}$$

und da $c = 1$, so ist

$$\begin{aligned} a &= \operatorname{tg} 27^\circ 39' 38'' \\ &= 0.524136. \end{aligned}$$

Geht man dahingegen von l_1 aus (Fig. 24), so kommt man auf dieselbe Ungereimtheit wie in der Prismenzone bei der Wahl der Fläche p_1 .

Es wäre alsdann

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 46^\circ 21' &= \frac{a}{c} \text{ und} \\ a &= 1.048272 \end{aligned}$$

also wiederum annähernd gleich b und da dieses unter Zugrundelegung von p_1 nahezu gleich c gewesen wäre, so würde die Wahl von p_1 und l_1 als Primärflächen drei nahezu gleiche rechtwinklige Axen ergeben,

Fig. 23.

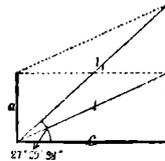
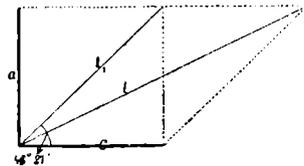


Fig. 24.



¹ Materialien zur Mineralogie Russlands.

² Zeitschr. d. deutsch. geol. Ges. XXII. 1870.

die mit der orthorhombischen Ausbildung des Topases unvereinbar sind ¹.

Legen wir deshalb l der Berechnung zu Grunde, so erscheint die Entwicklung dieser Zone ganz analog der der Prismenzone; das Gleichgewicht innerhalb des Oktanten a zu c wird erstrebt durch Repulsion zwischen la , und es wird gewöhnlich l_1 nicht selten auch l_2 hervorgebracht.

Demnach erhalten wir für das Axensystem des Topases:

$$a : b : c = 0.524136 : 1.8910 : 1.000.$$

Es verhält sich also $a : c$ nahezu wie $c : b$ und es ist dem zu Folge denn auch die Entwicklung der Prismenzone der der Längszone analog. Um so abweichender wird dahingegen die Entwicklung der Querzone erscheinen müssen, da die bezüglichen Axen aus der Combination von a und b resultiren, die ihrer Intensität nach eine bedeutend grössere Verschiedenheit zeigen, als es das Verhältniss von $a : c$ und $b : c$ aufweist.

Infolge dessen erheischt auch die Ausgleichung von b und a eine vielfachere Repulsion der Zwischenaxen und es treten denn auch bei flächenreich ausgebildeten Individuen gewöhnlich q_a (d), mitunter sogar q_b (h) als Querdomen auf. (Fig. 19 und 20.)

Diese Ausbildung in den drei auf einander rechtwinkligen Zonen, die, wie leicht nachweisbar, durchaus bestimmend für die Entwicklung der Pyramidenflächen ist, scheint nun bei allen orthorhombischen Species eine typische zu sein.

Die beiden grössten Axen b und c bilden durch ihre Resultanten die Flächen der Prismenzone und die Axen c und a , als die kleineren, die Zone der Längsdomen, deren Entwicklung um so verschiedener von der der Prismenzone ausfallen muss, je grösser der Unterschied von $c : b$ und $a : c$ ist.

Aus der Combination von a und b , als der am meisten verschiedenen Axen, resultiren die Flächenaxen der Querdomenzone, die bei übergrosser Differenz von a und b gemeinhin ganz unentwickelt bleiben, oder da zu ihrer Ausgleichung vielfache Repulsionen erforderlich sind, eine auf den ersten Blick erkennbare Verschiedenheit in Bezug auf die Combinationsverhältnisse der Längsdomenzone zu erkennen geben.

Die Zone der Querdomen scheint gewöhnlich über dem stumpfen Winkel des Primärprismas zu liegen, dessen gerade Abstumpfung, die Querfläche, nur selten ausgebildet ist. Dagegen pflegt die Längsfläche um so häufiger aufzutreten, je grösser die Differenz von b und c ist, und die Gradendfläche fehlt selten, wenn die Intensität der Axe a im Verhältniss zu der der übrigen Axen sehr klein wird.

Diese vorläufigen Resultate sind aus den Berechnungen einer Anzahl orthorhombischer Krystallspecies, welche in dem zweiten Theil dieser Arbeit mitgetheilt werden sollen, erhalten worden.

¹ Dass annähernd gleiche Axen wirklich reguläre Symmetrieverhältnisse zur Folge haben, dafür kann beispielsweise der Kupferkies angeführt werden, den Haüy sowohl als auch Weiss noch als regulär beschrieben haben, so wie auch der Leucit, der nach den neuesten Untersuchungen von G. v. Rath (N. Jahrb. f. M. 1873) dem tetragonalen System angehört.

Es muss weitergehenden Untersuchungen in dieser Richtung vorbehalten bleiben, die allgemeine Gültigkeit derselben zu bestätigen und ihre Beziehungen zur Entwicklung der übrigen Krystallsysteme aufzuklären.

Die Differenzirung der Hexaidaxen.

Wenn wir in der Entwicklung des regulären Systems das Bestreben erkennen, aus dem Kräftecontinuum des flüssigen Aggregatzustandes durch immer neue Repulsionen eine grösstmögliche Differenzirung der Cohäsionsverhältnisse hervorzurufen, so sehen wir in der des orthorhombischen Systems gleichzeitig die Tendenz zur Geltung gebracht, die den Axen mangelnde Gleichgewichtsbedingung durch eine gesetzmässige Influenzwirkung auszugleichen.

Die hierbei obwaltenden Principien sind zunächst am Topas erläutert worden und es fragt sich nun, auf welche Weise ist die Entstehung ungleicher Hexaidaxen als Grundbedingung für die nicht reguläre Ausbildung der Symmetrieverhältnisse zu denken, welchem Gesetz folgt die dieser Entstehung zu Grunde liegende Entwicklung, d. h. in welchem Causalzusammenhange steht die verschiedene Intensität der drei Axen unter sich. Da von diesem Intensitätsverhältniss die ganze Entwicklung des Systems mit allen seinen Einzelheiten und Besonderheiten abhängt, so erkennt man unmittelbar, dass die ganze Wesenheit einer Krystallspecies auf diesen Unterschied zurückzuführen sein wird.

Wenn Ch. S. Weiss ehemals in seiner dynamischen Theorie der Krystallisationsgesetze¹ es als Aufgabe der Krystallographie hinstellte, aus dem Formlosen die Form abzuleiten, so wird diese Aufgabe nunmehr dahin zu präcisiren sein, aus dem centralisirten Kräftecontinuum, dem Prototyp des Flüssigen, das differenzirte Kräftesystem, specialiter das Axensystem des Krystalles abzuleiten.

Die Entwicklung der regulären Axen aus dem Continuum setzt eine gleichgrosse Intensitätsrepulsion nach den drei rechtwinkligen Richtungen voraus. Da der Materie nun im Allgemeinen eine sehr verschiedene Krystallisationsenergie zuzuschreiben ist (s. S. 177), so wäre es nicht unwahrscheinlich, dass hierdurch ein wesentlicher Einfluss auf die Entwicklung der Hexaidaxen ausgeübt würde.

Stellen wir uns einmal vor, die Differenzirung der rechtwinkligen Axen erfolge successive, gleichviel, ob dem in facta so sei, und es resultirten die regulären Axen mit einem rationalen Werthe von $\frac{1}{3}$ der Gesamtintensität des Continuum. Nehmen wir andererseits die Spannung, d. h. die Krystallisationsenergie innerhalb des Continuum so gross, eventuell so geringe an, dass beziehungsweise die Axe *a* mit einem höheren oder geringeren Werthe repulsirte als das bei der Entwicklung regulärer Axen

¹ Anhang zu Hauy's Lehrbuch der Mineralogie; übersetzt von Kastner und Weiss, Bd. I.

der Fall wäre, so fragt es sich, welchen Einfluss dieser Umstand auf die weitere Entfaltung des Axensystems haben müsste.

Angenommen die Axe a resultirte nicht mit $A = \frac{1}{3}$ der Gesamtintensität, sondern mit $A + x$, so wird für die Summe der beiden anderen Axen nur noch $2A - x$ bleiben, für jede derselben also $\frac{2A - x}{2}$ und man könnte sich die dem Continuum entsprechende Kugelumgrenzung in diesem Entwicklungsstadium nunmehr umgewandelt denken in ein Rotations sphäroid, dessen längste Axe $= A + x$ und dessen beide andere Axen je $= \frac{2A - x}{2}$ wären.

Bei der nunmehr fortschreitenden Repulsion innerhalb der Aequatorialzone des Rotations sphäroides käme es lediglich darauf an, mit welchem Werthe die Grösse x nunmehr in die Entwicklung eingriffe, um das Verhältniss der beiden Axen B und C zu bestimmen.

Wir wollen diese Frage vor der Hand unentschieden lassen, um dem empirischen Theil der Untersuchung nicht zu weit vorzugreifen und es soll hier nur Gelegenheit genommen werden darauf hinzuweisen, wie der Zusammenhang der einzelnen Flächenaxen in der That zu der Ansicht hinüberleitet, dass auch das ursprüngliche Verhältniss der rechtwinkligen Axen zu einander, von welchem die ganze Krystallbildung abhängt, auf ein bestimmtes Entwicklungsgesetz zurückzuführen sei.

Wenn man ferner erwägt, dass dieses Gesetz für die gesammte unorganische Materie nothwendigerweise ein gemeinsames sein muss, so ist hierdurch die Möglichkeit einer allgemeinen Axenformel bedingt, in welcher nur gewisse Grössen variabel sein werden, sei es mit Rücksicht auf die verschiedenen Krystallspecies innerhalb eines und desselben Systems, oder aber für die verschiedenen Krystallsysteme selbst.

Die Aufsuchung einer solchen allgemeinen Axenformel müssen wir aber als eines der wichtigsten Probleme der Krystallforschung ansehen.

Um zunächst einen Anhalt zur Lösung desselben zu gewinnen, wird es erforderlich sein, eine grössere Anzahl von Krystallspecies nach den bisher entwickelten Principien zu berechnen, um alsdann das Verhältniss ihrer Axenwerthe zu discutiren.

IV. Abschnitt.

Das Krystallwachsthum.

Bevor wir zu den vorerwähnten Krystallberechnungen übergehen, erscheint es nothwendig, am Schlusse dieses ersten und allgemeinen Theiles auf eine bisher nicht berührte Eigenthümlichkeit des Krystallwachsthums näher einzugehen, durch deren sachgemässe Auffassung die mechanischen Anschauungen der Krystallisationserscheinungen im Allgemeinen eine nicht unwesentliche Stütze erhalten dürften.

Es ist häufig darauf hingewiesen worden, dass ein charakteristischer Unterschied zwischen den Individuen der organischen Welt und der individualisirten unorganischen Materie, den Krystallen, auch in der wechselnden Grösse der letzteren bestehe, gegenüber den nur in gewissen Grenzen schwankenden Grössenverhältnissen der Pflanzen und Thiere.

Zwar macht sich auch bei den Krystallen in dieser Hinsicht eine gewisse Gesetzmässigkeit bemerkbar, denn man kennt Diamanten, Boracite, Chrysolithe und Diopas nicht annähernd in so grossen Krystallen als etwa Bergkrystall, Gyps, Feldspath und Kalkspath; aber das Grössengesetz schwankt hier doch in zu unbestimmten Grenzen, als dass man es mit dem der organischen Gebilde identificiren könnte.

Und dennoch wird man, gleichviel von welcher der krystallogenetischen Anschauungen man auch ausgehen mag, — wenn derselben nur ein im Inneren des Krystalls wirksames Kräftesystem zu Grunde liegt — zu der Ueberzeugung gelangen müssen, dass diesem Kräftesystem keine unbegrenzte Wirksamkeit zugeschrieben werden kann, dass es vielmehr genau entsprechend seiner Intensität, früher oder später neutralisirt werden muss.

Wenn demnach die Krystallisationserscheinungen überhaupt auf mechanische Gesetze zurückführbar sind, so wird jedem Individuum ein Axensystem von bestimmter Intensität zu vindiciren sein, welches zugleich ein Specificum der Krystallspecies selbst bildet. Es fragt sich nun, wie ist diese a priori sich ergebende Ansicht mit der thatsächlichen Grössenvariation der Individuen einer und derselben Species in Einklang zu bringen.

Es ist eine bekannte Thatsache, dass die einzelnen Krystall-Individuen sich ausserordentlich häufig mit einander verbinden, theils regellos, theils in paralleler Anordnung, um im letzteren Falle einen einzigen grösseren Krystall zu erzeugen. Solche Krystalle lassen nicht selten die Art ihres Wachsthums, durch bestimmte Streifung der Flächen oder Facettenbildung auf denselben noch deutlich erkennen, oder zeigen erst nach vorhergegangener Aetzung mit geeigneten Lösungsmitteln, regelmässige Vertiefungen, welche auf eine gesetzmässige Krystalleinigung hindeuten.

Auf letzterem Wege überzeugt man sich, dass im Allgemeinen alle Krystalle, selbst die von unbedeutender Grösse nicht als ursprüngliche Individuen, als direct aus der Wirkung eines einzigen centralen Axensystems hervorgegangen zu betrachten sind, dass vielmehr die Congregation ein weit allgemeineres Bildungsprincip der Krystalle ist, als man gemeinhin anzunehmen pflegt.

Diese Krystalleinigung erfolgt nun, wie zuerst A. Knop¹ ausführlicher nachgewiesen hat, nach ganz bestimmten Gesetzen, so dass nur gewisse Flächenaxen des Systemes als Wachstumsrichtungen auftreten, nach denen dann eine parallele Gruppierung der einzelnen Individuen stattfindet.

¹ Molecularconstitution und Wachsthum der Krystalle. Leipzig 1867.

Es darf wohl kaum erwähnt werden, dass Bildungen dieser Art, die sich in gewissen Entwicklungsstadien als sogenannte Krystallgerippe darstellen, nicht durch ein Aneinanderwachsen schon fertiger Krystallindividuen entstehen können, denn die Krystallbildung selbst hat mit der Thätigkeit rein äusserlich wirksamer Kräfte nichts gemein. Vielmehr dürfen wir annehmen, dass innerhalb der krystallisirenden Flüssigkeit eine gesetzmässige Orientirung der auftretenden krystallogenetischen Kräftesysteme nach einander stattfindet, wodurch zunächst die skeletartigen Bildungen entstehen, dass aber auch die bereits ausgeschiedene feste Materie eine Orientirung der in ihrer Umgebung sich bildenden Kräftesystem zu bewirken im Stande sei ¹.

Wenn auf diese Weise im Allgemeinen das Fortwachsen der Krystalle zu denken ist, so dürfte ins Besondere die Ausfüllung der durch die skeletartigen Bildungen entstehenden Lücken, durch die orientirende Wirkung der bereits ausgeschiedenen Krystallgebilde auf die genetischen Axensysteme zu erklären sein, und man darf wohl annehmen, dass die beiden erwähnten Wachsthumsmomente je nach Umständen auch als gleichzeitige zu denken sind.

Wir haben es demnach wahrscheinlich bei der Krystallbildung mit zwei verschiedenen Thätigkeitszuständen des krystallogenetischen Axensystems zu thun, als deren Wirkung wir zunächst die ursprüngliche Ausscheidung des Individuums aus der Mutterlauge und ferner dessen orientirende Wirkung auf die sich in seiner unmittelbaren Nähe ausbildenden weiteren Systeme ansprechen dürfen und es gewinnt den Ansehen, dass diese letztere Thätigkeit gleichzeitig einen vermehrten Impuls zur Bildung neuer krystallogenetischer Systeme in sich schliesst ².

Wenn wir nach alledem dem centralen Axensystem die Bildung des ursprünglichen Individuums zuschreiben, so resultirt das weitere Wachsthum desselben durch Krystalleinigung aus dem Orientirungsvermögen eben dieser Kräftesysteme auf einander.

Es kann demnach die Grösse des unmittelbar aus der Wirkung des centralen Kräftesystems hervorgegangenen Individuums eine durchaus constante und wie man hinzufügen darf, auch die Form eine vollständig regelmässige sein und es lassen sich dennoch alle jene Erscheinungen des Krystallwachsthums, als da sind ungleiche Centraldistanz gleichwerthiger Flächen, sowie die unbestimmte Grösse der Krystall-species aus den Gesetzen der Krystallcongregation in ungezwungener Weise erklären.

Der Umstand nun, dass mathematisch präcise gebildete Krystalle von einiger Grösse wohl überhaupt nicht vorkommen, veranlasst zu der Vorstellung, dass die ursprünglichen Individuen im Allgemeinen nur eine sehr geringe Grösse besitzen; dass aber die Krystalleinigung als der Hauptfactor für die unregelmässige Ausbildung der Krystalle anzusehen ist, dafür scheint auch die Thatsache zu sprechen, dass die Präcision

¹ J. Hirschwald. Beiträge zur krystallogenetischen Forschung n. Jahrb. Min. 1870.

² Es deutet hierauf das schnelle Auskrystallisiren einer concentrirten Lösung bei Einbringung eines gleichartigen Krystalles hin.

der Form, mit der Grösse bedeutend abnimmt, so dass die kleinsten Individuen immer auch die präzisesten zu sein pflegen, sowohl in Hinsicht der Centraldistanz ihrer Flächen als auch in Betreff ihrer Winkelverhältnisse.

Wenn wir nun, wie in der Eingangs entwickelten Anschauung, den Krystall als aus der Wirkung eines centralen Axensystems hervorgegangen annahmen, so hatten wir dabei lediglich das ursprüngliche das „Singularindividuum“¹ im Sinne, von welchem naturgemäss bei der theoretischen Krystallbetrachtung ausgegangen werden muss.

Es ist das gewissermassen das Atom der älteren krystallogenetischen Anschauung, die Kerngestalt der Hauy'schen Theorie, aus deren Zusammenlagerung das Congregationsindividuum sich aufbaut.

Aber das Singularindividuum ist keine untheilbare schon a priori in dem flüssigen Aggregatzustande existirende Grösse; es hat vielmehr, analog der organischen Zelle, eine genetische Entwicklung, ist für sich als Krystall von unbestimmter Grösse denkbar und bildet die Elemente des durch gesetzmässige Krystalleinigung entstehenden Congregationsindividuum.

Es werden deshalb auch nicht alle Erscheinungen der Krystalle direct, aus der unmittelbaren Wirkung eines centralen Axensystems abzuleiten sein, vielmehr darf man vermuthen, dass ein Theil derselben allein durch das Gesetz der Congregation bedingt wird, und hierher lässt sich wohl die Spaltbarkeit der Krystalle rechnen.

Wollte man diese Eigenschaft direct aus den Grössenverhältnissen des Axensystems ableiten, so würde man beispielsweise bei solchen Krystallspecies, die nur eine, aber sehr vollkommene Spaltungsrichtung aufweisen, wie etwa der Topas, auf eine ganz ausserordentlich grosse Intensitätsdifferenz der einzelnen Axenwerthe geführt werden.

Nimmt man dahingegen an, dass der Unterschied der Cohäsionsverhältnisse innerhalb des Singularindividuum, entsprechend der Differenz seiner krystallogenetischen Axen nur ein geringer sein kann, dass aber durch die Krystalleinigung gewisse Cohäsionsminima parallel den Zusammenlagerungsflächen entstehen, so dürfte hierdurch der scheinbare Widerspruch, in welchem die Axenwerthe zu den Cohäsionsverhältnissen des Congregationsindividuum stehen, vollständig gelöst erscheinen. Denn wenn die Intensität zweier rechtwinkliger Axen auch nur um ein Geringes differirt, so kann doch ein Fortwachsen des Krystalls ausschliesslich nach einer dieser Axen stattfinden und dadurch in der ent-

¹ Es scheint erwünscht, das ursprüngliche Individuum von dem durch Krystalleinigung vergrösserten auch durch eine besondere Benennung, als „Singularindividuum“ und „Congregationsindividuum“ zu unterscheiden. Zwar könnte diese Bezeichnung wegen der in dem Worte Singularindividuum liegenden Tautologie Anstoss erregen; man darf aber nicht vergessen, dass der Begriff des Krystallindividuum bisher ein ausserordentlich dehnbare war und in diesem Sinne so sehr mit dem mineralogischen Sprachgebrauch verwachsen ist, dass es unthunlich erscheinen würde, die Bezeichnung „Individuum“ für die durch Congregation entstandenen Krystalle aufzuheben. Will man daher auch für diese den Individualitätsbegriff festhalten, so dürfte man nicht leicht über die erwähnte Tautologie hinwegkommen.

sprechenden Richtung eine deutliche Spaltbarkeit auftreten, von der in der anderen keine Spur vorhanden ist.

Das häufige Vorherrschen einer deutlichen Spaltbarkeit parallel der Gradendfläche bei langsäulig gebildeten Krystallen, bei denen sich die Verticalaxe als Hauptwachstumsrichtung erweist, lässt sich als ein Beispiel hierfür betrachten.
