

---

Zur Kalibrierung von LCR-Gravimetern, Modell D

B. Meurers, D. Ruess und P. Steinhauser

U Wien

---

## 1. Einleitung

Für La Coste & Romberg Gravimeter, Modellreihe D, werden in den Manuals die Linearität und die zeitliche Stabilität der Gravimeterskala betont /1/. Aufgrund langjähriger Meßerfahrung mit dem LCR D-9 können diese Instrumenteneigenschaften nicht voll bestätigt werden. Es erscheint daher notwendig, die Linearität der Gravimeteranzeige zu überprüfen und die zeitliche Änderung des Skalenfaktors auf einer Eichstrecke zu bestimmen.

## 2. Nichtlinearität der Instrumentenanzeige

Durch Vermessung eines eigens zu diesem Zweck errichteten Schwereprofiles in Wien (WEL) in 5 verschiedenen Skalenwertbereichen des LCR D-9 konnte die Nichtlinearität der Instrumentenanzeige nachgewiesen werden. Unter Verwendung einer linearen Ausgleichung wurde folgende Eichfunktion bestimmt /2/:

$$\begin{aligned} F_{77}(M) &= S (1+bM)^{-1}M = f_{77}(M)M \\ b &= 6.3595 \cdot 10^{-9} \text{ Sk}^{-1} \\ M &\text{ Skalenwertablesung (Sk)} \\ S &\text{ Skalenfaktor } (\mu\text{gal/Sk}) \end{aligned} \tag{1}$$

$f_{77}(M)$  ist die Funktion, die den von M abhängigen Skalenfaktor und damit die Nichtlinearität der Skala beschreibt. Dabei gilt:

$$S = \lim_{M \rightarrow 0} f(M) \tag{2}$$

Die zeitliche Konstanz der Nichtlinearität wurde im Herbst 1979 überprüft. Dabei wurde die WEL zusätzlich im oberen und unteren Grenzbereich der 200000 Sk umfassenden Gravimeterskala vermessen. In den oberen Skalenbereichen ergaben sich signifikante Abweichungen von der 1977 ermittelten Regressionsgeraden, die durch

in diesem Bereich durchgeführte Wiederholungsmessungen bestätigt wurden. Fig. 1 zeigt den Vergleich der neuen Meßergebnisse mit den Werten von 1977. Es werden die Funktionen  $C_{77}/\Delta M(\bar{M})$  bzw.  $C_{79}/\Delta M(\bar{M})$  dargestellt, die sich unmittelbar aus den gemessenen Skalenwertdifferenzen  $\Delta M$  ableiten lassen.  $\bar{M}$  ist der Mittelwert der Skalenablesungen an den Endpunkten der WEL. Die Konstanten  $C$  wurden so gewählt, daß die im unteren Bereich gültigen Regressionsgeraden für beide Meßreihen den Funktionswert  $C/\Delta M(0) = 1$  ergeben. Wegen der zeitlichen Veränderung des Skalenfaktors sind die Konstanten nicht identisch.

Die Nichtlinearität ist gemäß Fig. 1 offenbar ein zeitunabhängiger durch Meßspindelfehler verursachter Effekt. Die Abweichungen im oberen Skalenwertbereich sind bei den Messungen 1977 nicht erkannt worden, da keine Information aus dem oberen Grenzbereich vorlag. Die neue Eichfunktion wurde in der folgenden Weise bestimmt: Wie Fig. 1 zeigt, wird die Funktion  $C/\Delta M$  abschnittsweise durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate approximiert und durch die folgende Gleichung dargestellt:

$$C/\Delta M = k \Delta g/\Delta M = \hat{a}(\bar{M}) + \hat{b}(\bar{M})\bar{M} \quad (3)$$

$$\Delta M = |M_1 - M_2|$$

$$\bar{M} = (M_1 + M_2)/2$$

∴  $\Delta g$  Schweredifferenz der WEL

Die Zahl der Parameter zur Beschreibung der Nichtlinearität bleibt durch diese Anpassung niedrig. Beim Übergang vom Differenzenquotienten zum Differentialquotienten folgt wegen

$$\lim_{\Delta M \rightarrow 0} \bar{M} = \lim_{M_2 \rightarrow M_1} \bar{M} = M_2 = M$$

$$k \, dg = (\hat{a}(M) + \hat{b}(M)M) \, dM \quad (4)$$

Aus Gl. (4) ergibt sich durch Integration direkt die Eichfunktion:

$$F_{79}(M) = g(M) = k^{-1} \int_0^M (\hat{a}(M') + \hat{b}(M')M') \, dM' \quad (5)$$

Die Konstante  $k$  kann durch Vermessung einer bekannten Schweredifferenz eindeutig bestimmt werden.

Die neue Eichfunktion ist damit durch ein Polynom 2.ten Grades gegeben:

$$F_{79}(M) = a(M)M + b(M)M^2 + c(M) = f_{79}(M)M \quad (6)$$

Die Polynomkoeffizienten sind für jeden der 3 Skalenwertbereiche konstant.

In Fig. 2 werden die Abweichungen dargestellt, die bei Verwendung einer linearen Skale gegenüber den Eichfunktionen  $F_{79}(M)$  bzw.  $F_{77}(M)$  (strichliert) auftreten. Im mittleren Skalenwertbereich erreichen sie Werte von über 50  $\mu\text{gal}$ . Fig. 2 zeigt erwartungsgemäß, daß die Unterschiede zwischen  $F_{77}$  und  $F_{79}$  nur im oberen Skalenbereich auftreten. Die Nichtlinearität der Instrumentenanzeige ist für präzise Schweremessungen unbedingt zu berücksichtigen. Für die Schweredifferenz auf der WEL ergibt sich bei Anwendung von Gl. (6) als Mittelwert über die in 7 Skalenwertbereichen durchgeführten Messungen

$$g_{\text{WEL}} = (41.557 \pm 0.002) \text{ mgal}$$

Die Standardabweichung der Einzelmessung beträgt  $\pm 7 \mu\text{gal}$ .

### 3. Bestimmung des Skalenfaktors

Als die die Empfindlichkeit des Gravimeters charakterisierende Größe wird der Skalenfaktor angegeben. Bei Vorliegen der oben beschriebenen Nichtlinearität ist er als Grenzwert der Skalenfaktorfunktion  $f(M)$  für  $M \rightarrow 0$  definiert und wird gleichzeitig mit der Konstanten  $k$  in Gl. (3) bis Gl.(5) auf einer Eichstrecke mit bekanntem Schwereunterschied bestimmt. Das LCR D-9 wurde seit Beginn seiner Verwendung jährlich auf dem österreichischen Abschnitt der European Calibration Line (ECL) zwischen Kufstein und Stafflach geeicht. Nach der Ausgleichung von Marzahn /3/ beträgt die Schweredifferenz auf diesem Abschnitt  $g_{\text{ECL}} = 224.71 \text{ mgal}$ , nachdem eine durch Höhenänderung der beiden Endpunkte (neuer Straßenbelag) notwendig gewordene Korrektur angebracht wurde. Aufgrund der Fehlerangaben für die Schwereangaben im ISGN<sub>71</sub>-Netz /4/ kann der mittlere Fehler mit  $\pm 0.03 \text{ mgal}$  abgeschätzt werden und liegt somit in der gleichen Größenordnung wie

der bei der Schweremessung zu erwartende Fehler. Der Skalenfaktor kann somit mit einer Genauigkeit von etwa 0.2 o/oo bestimmt werden. Die Messungen auf der ECL werden jeweils nach dem gleichen Meßschema durchgeführt. Die Schweredifferenz zwischen ihren Endpunkten kann nur durch einmalige Skalenbereichsverstellung überdeckt werden. Der Teilabschnitt Strass-Innsbruck Süd wird daher in zwei verschiedenen Bereichen vermessen.

Fig. 3 zeigt die Meßergebnisse für die einzelnen Teilabschnitte der Eichlinie. Die Ablesungen sind bezüglich der Nichtlinearität korrigiert. Auffallend ist die negative Korrelation des zeitlichen Verlaufes der Meßergebnisse auf benachbarten Teilabschnitten, die durch die Elimination der Drift verursacht wird.

Fig. 4 stellt den zeitlichen Verlauf der gesamten Skalenwertdifferenz und des dadurch definierten Skalenfaktors dar. Auch unter Berücksichtigung des oben angeführten Fehlers ist die zeitliche Abnahme des Skalenfaktors signifikant. Dies zeigt die Wichtigkeit von jährlich zu wiederholenden Eichmessungen.

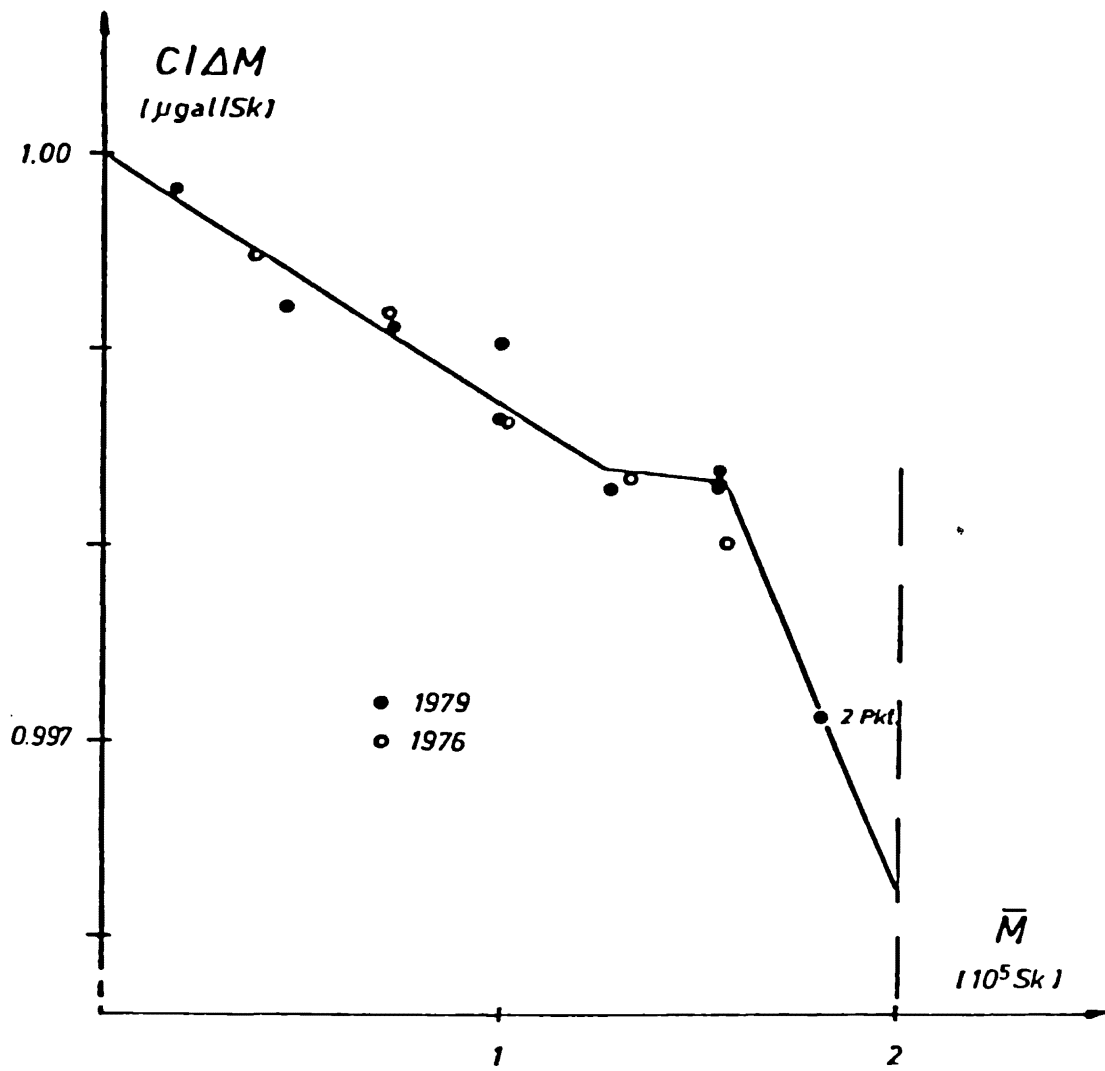


Fig. 1: Vergleich der Meßergebnisse auf der WEL 1977 und 1979

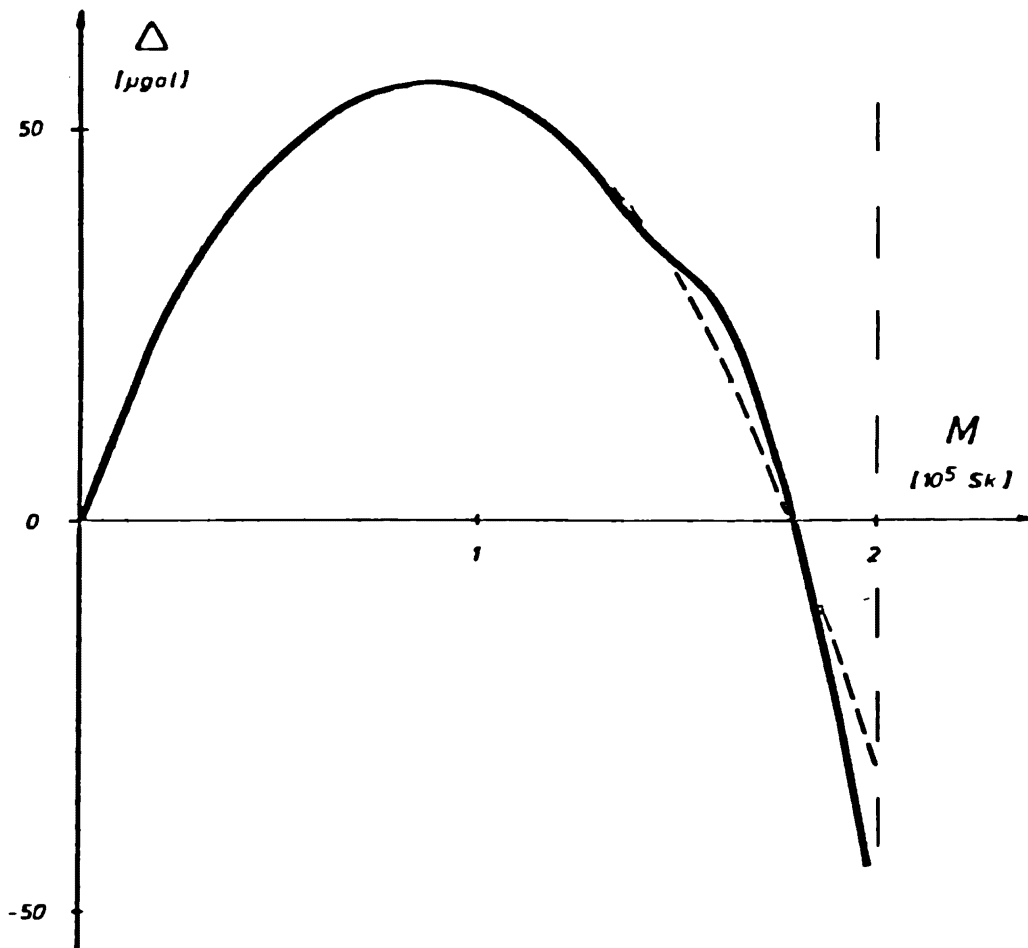


Fig. 2: Abweichungen der Schwerewerte bei Verwendung einer linearen Eichfunktion gegenüber  $F_{79}$  (—) und  $F_{77}$  (- - -)

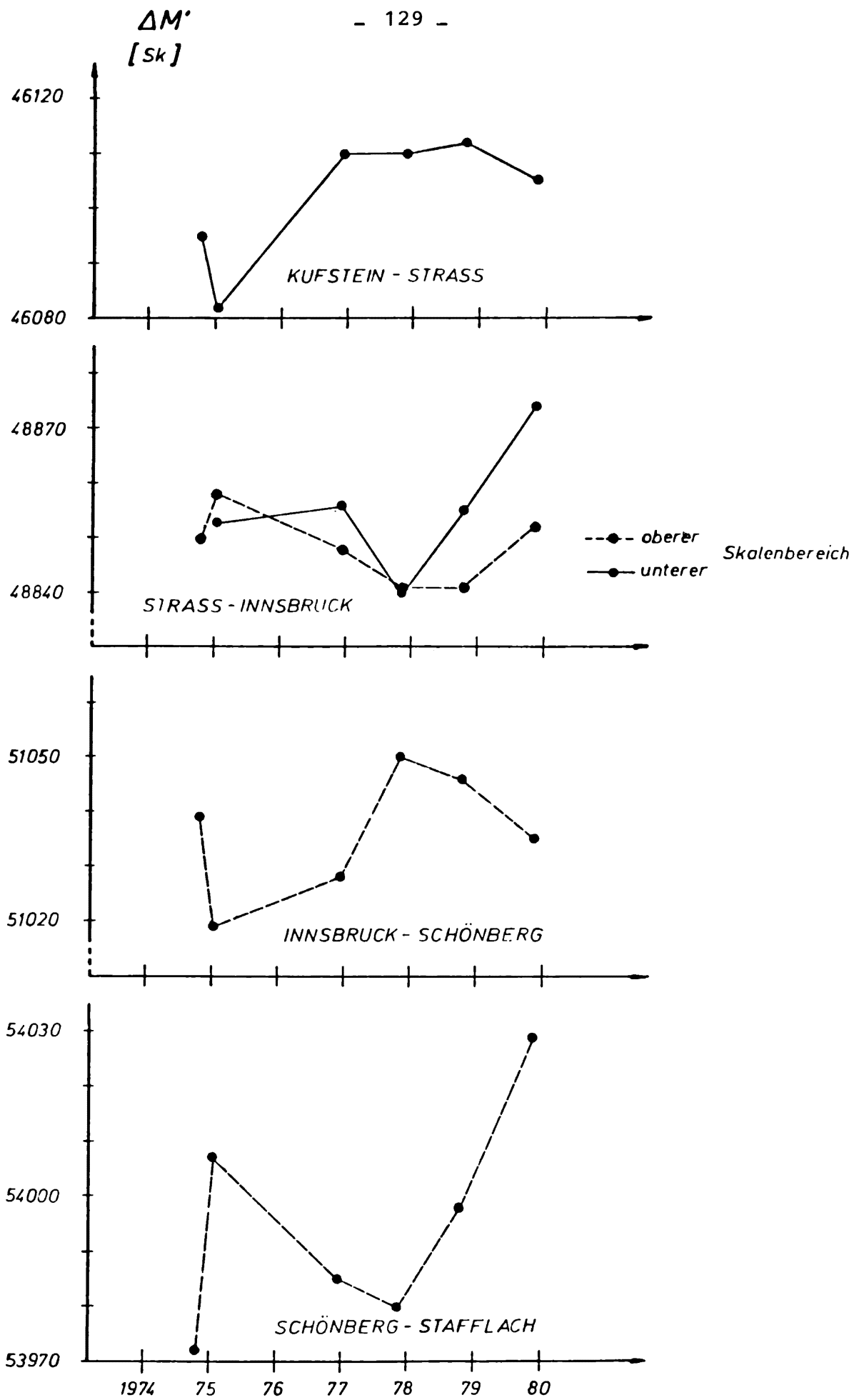


Fig. 3

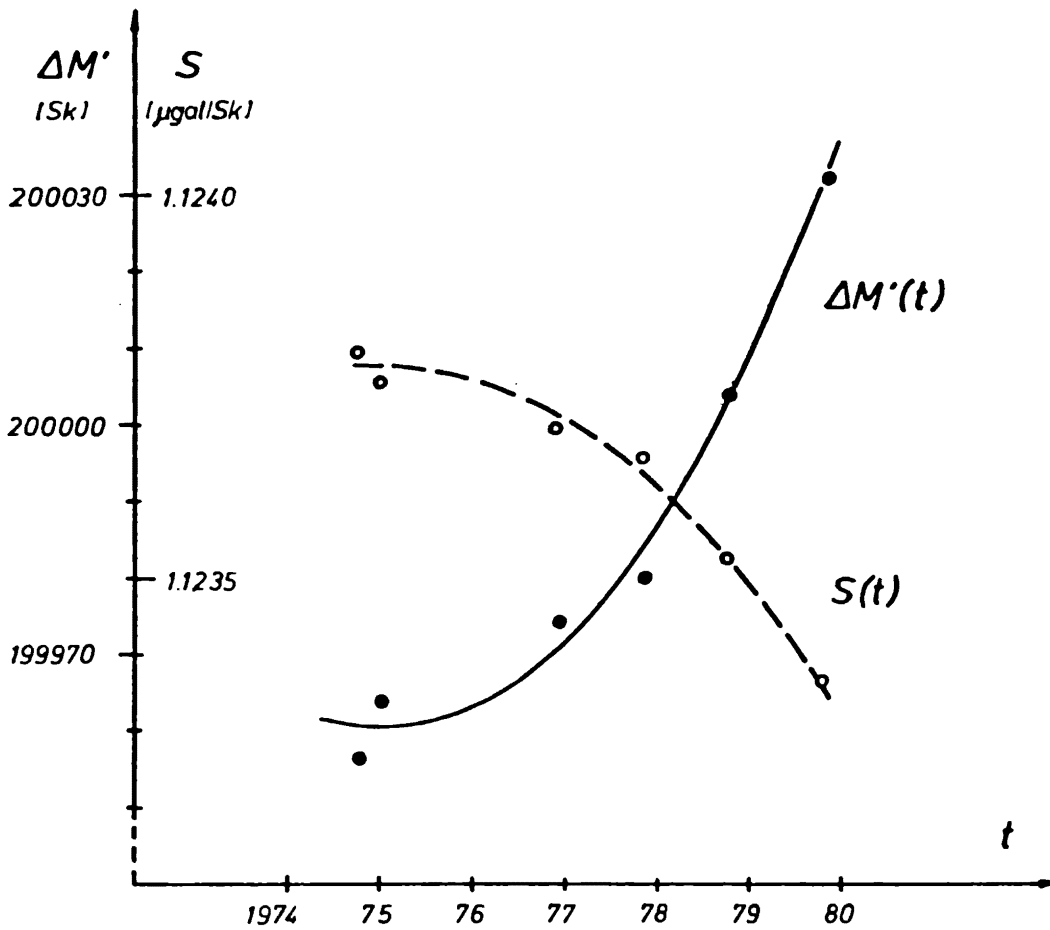


Fig. 4

Literatur:

- /1/ Instructions for La Coste & Romberg, Inc.
- /2/ Steinhauser, P.: Zur Präzisionskalibrierung des LCR Gravimeters Modell D. Journal of Geoph., 44, 4, 1978.
- /3/ Marzahn, K.: Schwerewerte im Europäischen Gravimetereichsystem 1962 für die Linie Kopenhagen-Catania. Bayer. Akad.d.Wiss., NF Nr. 115, München 1964.
- /4/ The International Gravity Standardization Net 1971. Bureau Central de l'Association Internationale de Geodesie Publ. speciale no. 4.