

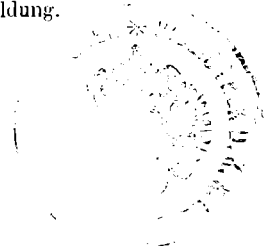
Welche Kräfte haben die Kettengebirge gefaltet und aufgerichtet und woher stammen diese Kräfte?

Ein Beitrag zur Mechanik der Gebirgsbildung.

Von

Gustav Wepfer

in Stuttgart.



Im Laufe der letzten vierzig Jahre hat sich das Problem über die Bildung der Kettengebirge dank den mühsamen und mit Bienenfleiss durchgeführten Beobachtungen und Untersuchungen der Natur der Gebirge vornehmlich der Alpen und des Schweizer Juras in der Richtung vollständig geklärt, als überzeugend nachgewiesen worden ist, dass die Kettengebirge durch Faltung der Erdkruste aufgerichtet worden sind, und dass als Ursache dieser Faltung und Aufrichtung seitliche Druckkräfte angenommen werden müssen.

Ich erinnere in dieser Beziehung nur an die hochverdientlichen, fundamentalen Arbeiten eines Eduard Süss und eines Albert Heim.

Die Auffindung und präzise Feststellung dieser seitlichen Druckkräfte als zureichende Ursache für die zweifellos stattgehabte Faltung der Gebirgsschichten begegnet aber mancherlei Schwierigkeiten und können z. B. Darlegungen wie diejenigen von M. Vacek in dem Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt in Wien von 1879 S. 719, obgleich sie vielleicht das richtige ahnen, keinesfalls auf grosse Klarheit und Überzeugungskraft Anspruch erheben, wenn bei denselben von Spannungen, welche durch die horizontalen Komponenten der Schwere erzeugt worden sein sollen, die Rede ist.

Der Wirklichkeit kommt schon Melchior Neumayr in seinem Werke: Erdgeschichte, I. Band, Allgemeine Geologie, 2. Auflage, S. 380 insofern näher, als er sich dahin ausspricht, dass für die Faltung wie für die Senkung eine einheitliche Ursache, die Wirkung

der Schwerkraft anzunehmen ist, welche wie in einem Kuppelgewölbe, als das wir die Teile der Erde auffassen müssen, in horizontalen Seitendruck umgesetzt wird.

Aber einen unanfechtbaren, wissenschaftlichen Nachweis darüber, wie wir uns diese Umsetzung der Schwerkraft in einen horizontalen Seitendruck zu denken haben, vermissen wir auch in den Neumayrschen Behauptungen.

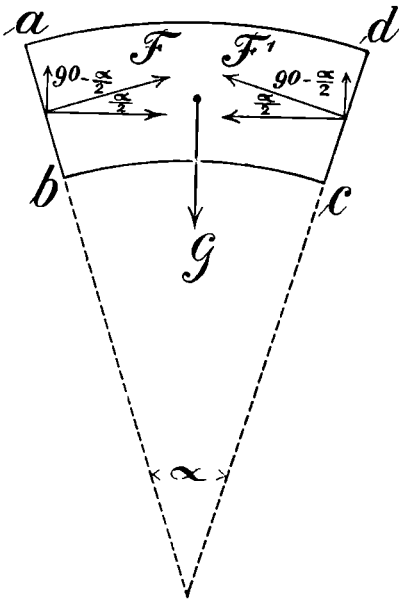
Schon vor zirka 30 Jahren war ich von dem aufrichtigen Bestreben geleitet, eine einfache, mechanisch fassbare Kraft ausfindig zu machen, welche im wesentlichen für die Hebung und Aufrichtung der Gebirge verantwortlich gemacht werden könnte, und dachte damals an den von unten nach oben wirkenden Auftrieb von in schweren Flüssigkeiten eingetauchten leichtern Körpern, im vorliegenden Falle von in feuerflüssiges, spezifisch schweres Erdmagma eingetauchten, spezifisch leichtere Erdkrustenteilen. Ich hatte aber damals die tatsächliche Faltung der Gebirgsschichten, welche seitlich wirkende Druckkräfte absolut bedingen, nicht genügend berücksichtigt, so dass meine s. Zt. in den Württembergischen naturwissenschaftlichen Jahresheften, Jahrgang 1876 enthaltenen Ausführungen heute als nicht zutreffend bezeichnet werden müssen.

Im Nachstehenden will ich nun versuchen, die Art, Grösse und Herkunft jener seitlich wirkenden Druckkräfte, welche die Faltung der Kettengebirge bewirkt haben müssen, nach wissenschaftlichen Grundsätzen zu bestimmen, will aber, ohne mich auf ausführliche Spekulationen über die Entwicklungsgeschichte unserer Erde einzulassen, nur wenige Worte über die Art und Weise vorausschicken, wie wir uns die für die geologische Untersuchung zugängliche Erdkruste in ihrem Verhältnis zu den für uns nicht sichtbaren darunter befindlichen Teilen des Erdinnern gegenwärtig vorstellen.

Die äussere Erdrinde hat sich mit der Aussenwelt in ein Temperaturgleichgewicht gesetzt, sie schwindet nicht mehr. Die inneren Teile der Erde, gleichgültig ob fest oder feuerflüssig, schwinden durch Temperaturabnahme: Leitung, Strahlung, heisse Quellen, vulkanische Ausbrüche und durch Materialverlust: vulkanische Eruptionen. Folglich wird die Rinde dem inneren Teile

zu weit; sie muss durch ihre Last, d. h. durch ihr Gewicht nachsinken und sich in sich selbst zusammenschieben. Der Gebirgsbau beweist, dass in der Erdrinde massenhaft solche Bewegungen stattgefunden haben, die Erdbeben beweisen, dass sie fort und fort stattfinden. Die im folgenden zu untersuchende Frage lautet daher:

Genügt die Last der dem schwindenden Kern nachsinkenden Rinde, um nach dem allgemeinen Gesetz des Gewölbedruckes die Festigkeit der Rinde derart zu überwinden, dass sie sich faltet?



Denken wir uns ein Segmentstück $abcd$ aus der äusseren Erdrinde derart herausgeschnitten, dass die verlängerten Schnittflächen ab und cd durch den Mittelpunkt der Erde gehen, so müssen wir an Stelle der inneren Pressungen und Drücke an der Schnittfläche ab eine Kraft F und an Stelle der inneren Pressungen an der Schnittfläche cd eine Kraft F' je senkrecht zu diesen Schnittflächen anbringen, damit sich der Ringausschnitt auch nach erfolgter Trennung von seinen nebenliegenden Teilen der Erdrinde im Gleichgewicht befindet. Ausser den Kräften F

und F' wirkt an dem Erdrindenausschnitt auch noch sein Gewicht G , das wir uns im Schwerpunkt des Ringausschnittes angebracht und nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet denken.

Es sei ferner α der Centriwinkel, welchen die verlängerten Schnittflächen ab und cd mit einander bilden.

Zerlegt man nun die Kräfte F und F' in ihre Komponenten parallel mit der Richtung des Gewichtes G und senkrecht darauf, so ergeben sich nach den Grundsätzen der Mechanik für kleine Centriwinkel α folgende Gleichungen:

$$1) \quad G = F \cdot \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) + F^1 \cdot \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$2) \quad F \overset{\cos}{\sin} \frac{\alpha}{2} = F^1 \cdot \overset{\cos}{\sin} \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{somit} \quad F = F^1 \frac{\overset{\cos}{\cancel{\sin}} \frac{\alpha}{2}}{\overset{\cos}{\cancel{\sin}} \frac{\alpha}{2}} = F^1$$

$$\begin{aligned} \text{daher} \quad G &= 2 F \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 2 F \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

$$\text{also} \quad F = \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot G.$$

Die Kraft F repräsentiert nichts anderes als den Gesamt-tangentialdruck, welcher infolge der alleinigen Wirkung des Gewichtes des Erdkrustensegmentes von beiden Seiten auf dasselbe ausgeübt wird, und welche ich Total-Faltungs- oder Quetschungskraft nennen möchte.

Um uns von der Grösse dieser Faltungskraft eine genauere Vorstellung machen zu können, will ich zunächst diese Kraft in konkreter Weise für je drei Profile der Alpen und des Schweizer Juras rechnerisch bestimmen. Zur Ausführung dieser zahlenmässigen Rechnungen folge ich den Angaben in dem klassischen Werke von Dr. Albert Heim: Untersuchungen über den Mechanismus der Gebirgsbildung, Basel 1878, II. Band, S. 210 u. f. betreffend den Zusammenschub der Erdrinde.

A. Faltungskraft für die Alpen.

1. Im Gebiete der nördlichen Nebenzone des Nordabfalles der Zentralalpen von der sich aufrichtenden Molasse bis an das kristallinische Gebirge hin hat A. Heim die jetzige Breite der gefalteten Zone zu 45,000 m angegeben. Um den Zahlenwert für die den Zusammenschub bewirkende Faltungskraft F berechnen zu können, nehmen wir für das spezifische Gewicht der betreffenden Gesteinsschichten, also der Lithosphäre, 2,7 an, das Gewicht eines Kubikmeters beträgt daher 2,7 Tonnen. Für die beabsichtigte Rechnung nehmen wir die Mächtigkeit der Gebirgsschichten zu 10,000 m an

und berechnen das Gewicht des Alpensegmentes von 45,000 m Breite für eine Länge in der Richtung des Streichens der Schichten von 1 m.

Allgemeine Formel:
$$F = \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot G.$$

$$G = 10,000 \times 1 \times 45,000 \times 2,7 \text{ Tonnen}$$

$$= 1215 \text{ Millionen Tonnen.}$$

Nimmt man die Länge des Erdquadranten zu 10,000,000 m an, so berechnet sich der Centriwinkel

$$\alpha = \frac{90 \times 60 \times 45,000}{10,000,000} = 24,3 \text{ Winkelminuten;}$$

daher
$$\frac{\alpha}{2} = 12,15 \text{ Minuten,}$$

und
$$\sin \frac{\alpha}{2} = 0,003536,$$

somit
$$\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 141,4.$$

Die Totalfaltungskraft

$$F = 141,4 \times 1215$$

$$= 171,800 \text{ Millionen Tonnen.}$$

Diese Kraft F wirkt auf eine Fläche von 10,000 m², somit beträgt der Quetschungsdruck f pro 1 m² rund 17,200,000 Tonnen. Um uns ein Bild von dieser enormen Kraft machen zu können, wollen wir sie vergleichen mit der Druckfestigkeit von Granit. Die letztere nehmen wir nach den Bestimmungen von Dr. Ing. von Bach in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1897 S. 247 zu 1000 Kilo pro Quadratcentimeter an, somit zu 10,000 Tonnen pro 1 m². Die Faltungs- oder Quetschungskraft für das hier vorliegende Alpenprofil ist daher: rund 1720 mal grösser als die Druckfestigkeit von Granit! Durch diese Quetschungskraft wurden die nördlichen Voralpen von einer von Dr. A. Heim berechneten:

früheren Breite von 78,200 m auf die
 heutige Breite von 45,000 m
 also um 33,200 m

zusammengeschoben!

2. Die Breite der Alpen vom Maderanertal bis südlich Campo lungo beträgt nach Dr. A. Heim in ihrem heutigen Zustande 37,000 Meter. Nimmt man für die Mächtigkeit der Schichten wieder 10,000 m an, und ihr spezifisches Gewicht wieder zu 2,7, so berechnet sich das Gewicht des Alpensegments von 1 m Länge:

$$\begin{aligned} G &= 10,000 \times 1 \times 37,000 \times 2,7 \text{ Tonnen} \\ &= 999 \text{ Millionen Tonnen.} \end{aligned}$$

Für das 37,000 m breite Alpensegment

ist $\alpha = \frac{90 \times 60 \times 37,000}{10,000,000} = 19,98 \text{ Winkelminuten,}$

daher $\frac{\alpha}{2} = 9,99 \text{ Minuten,}$

und $\sin \frac{\alpha}{2} = 0,00291,$

somit $\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 171,8.$

Die Grösse des Tangentialschubes, welcher die Alpen vom Maderanertal bis südlich Campo lungo gefaltet hat, beträgt daher

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot G \\ &= 171,8 \times 999 \text{ Millionen Tonnen} \\ &= 171,628 \text{ Millionen Tonnen,} \end{aligned}$$

und wirkt auf eine Fläche von 10,000 m²; der Tangentialschub f pro m² beträgt daher rund: 17,200,000 Tonnen, ist somit wieder:

$$1720 \text{ mal grösser}$$

als die Druckfestigkeit von Granit!

Diese Tangentialkraft ist es, welche die Alpen vom Maderanertal bis südlich Campo lungo von der früheren von Dr. A. Heim zu 80,000 m berechneten Breite auf die heutige Breite von 37,000 m, also um 43,000 m zusammengeschoben hat.

3. Die Breite der Zentralalpen nördlich von Campo lungo wird von A. Heim in ihrem jetzigen Zustande zu 82,000 m angegeben.

Die Mächtigkeit der Schichten zu 10,000 m angenommen, spezifisches Gewicht derselben = 2,7.

Länge des Gebirges in der Richtung des Streichens 1 m; dann ist das Gewicht des Alpensegments:

$$G = 10,000 \times 1 \times 82,000 \times 2,7 \text{ Tonnen} \\ = 2214 \text{ Millionen Tonnen.}$$

Für dieses 82,000 m breite Alpensegment ist:

$$\alpha = \frac{90 \times 60 \times 82,000}{10,000,000} = 44,28 \text{ Winkelminuten,}$$

daher $\frac{\alpha}{2} = 22,14 \text{ Minuten,}$

und $\sin \frac{\alpha}{2} = 0,00644,$

somit $\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 77,6.$

Die Grösse des Tangentialschubes, welcher die Zentralalpen nördlich von Campo lungo gefaltet und aufgerichtet hat, beträgt daher:

$$F = \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot G \\ = 77,6 \times 2214 \text{ Millionen Tonnen,} \\ = 171,506 \text{ Millionen Tonnen,}$$

sie wirkt auf 10,000 m², daher ist der Einheitstangentialschub:

$$f = 17,180,000 \text{ Tonnen}$$

und ist daher wieder rund 1720 mal grösser als die Druckfestigkeit von Granit.

Durch diesen Tangentialschub wurden die Zentralalpen von einer von Dr. A. Heim berechneten früheren Breite von

158,200 m auf die

heutige Breite von 82,000 m,

also um 76,200 m zusammengepresst.

B. Faltungskraft für den Schweizer Jura.

Für Zwecke der nachfolgenden Rechnungen nehme ich die Mächtigkeit der Gebirgsschichten des Schweizer Jura zu 2000 m an,

und setze das spezifische Gewicht der Gesteinsschichten wie bei den drei vorhergehenden Rechnungen für die Faltungskraft der Alpen = 2,7.

4. Das Profil durch die Juraschichten von St. Claude in der Richtung nach dem Genfersee hat nach A. Heim eine jetzige Breite von 16,800 m.

Das Gewicht dieses Jurasgments in einer Länge von 1 m in der Streichungsrichtung ist daher

$$\begin{aligned} G &= 2000 \times 1 \times 16,800 \times 2,7 \\ &= 90,72 \text{ Millionen Tonnen.} \end{aligned}$$

Der Centriwinkel des Segments ist:

$$\alpha = \frac{90 \times 60 \times 16,800}{10,000,000} = 9,07 \text{ Winkelminuten,}$$

somit $\frac{\alpha}{2} = 4,53 \text{ Minuten,}$

und $\sin \frac{\alpha}{2} = 0,001318,$

also $\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 379.$

Die Totalfaltungskraft

$$\begin{aligned} F &= 379 \times 90,72 \text{ Millionen Tonnen,} \\ &= 34,383 \text{ Millionen Tonnen;} \end{aligned}$$

sie wirkt auf eine Fläche von 2000 m², somit ist die Quetschungskraft pro 1 m²

$$f = 17,191,000 \text{ Tonnen.}$$

Im Vergleiche mit der Druckfestigkeit von Granit mit 10,000 Tonnen ist sie daher wieder rund 1720 mal grösser als die Druckfestigkeit von Granit.

Durch diese tangentiell wirkende Quetschungskraft wurde der Jura von einer von Dr. A. Heim berechneten

früheren Breite von 22,000 m auf die

heutige Breite von 16,800 m,

also um 5,200 m zusammengequetscht.

5. Profil durch den Jura von Biel bis St. Ursanne. Seine Breite beträgt heute nach A. Heim 24,000 m.

Das Gewicht dieses Jurasegments in einer Länge von 1 m in der Richtung des Streichens ist:

$$G = 2000 \times 1 \times 24,000 \times 2,7 \text{ Tonnen} \\ = 129,6 \text{ Millionen Tonnen.}$$

Sein Centriwinkel ist:

$$\alpha = \frac{90 \times 60 \times 24,000}{10,000,000} = 12,96 \text{ Minuten} \\ \frac{\alpha}{2} = 6,48 \text{ Minuten,} \quad \sin \frac{\alpha}{2} = 0,001886,$$

also

$$\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 265.$$

Die Totalfaltungskraft:

$$F = 265 \times 129,6 \\ = 34,344 \text{ Millionen Tonnen;}$$

sie wirkt auf 2000 m²; es ist daher die Einheitsfaltungskraft

$$f = 17,172,000 \text{ Tonnen}$$

somit ist dieselbe im Vergleiche mit der Druckfestigkeit von Granit: rund 1720 mal grösser.

Durch diese Faltungskraft wurde das vorstehende Juraprofil von einer von A. Heim berechneten früheren Breite

von 29,300 m auf die

heutige Breite von 24,000 m,

also um 5,300 m zusammengespreßt.

6. Profil durch den östlichen Jura in der Richtung Aaretal nach dem Rheintal. Seine Breite beträgt heute nach A. Heim 7000 m.

Das Gewicht dieses Jurasegments in einer Länge von 1 m ist:

$$G = 2000 \times 1 \times 7000 \times 2,7 \text{ Tonnen} \\ = 37,8 \text{ Millionen Tonnen.}$$

Sein Centriwinkel ist:

$$\alpha = \frac{90 \times 60 \times 7000}{10,000,000} = 3,78 \text{ Minuten,}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 1,89 \text{ Minuten,} \quad \sin \frac{\alpha}{2} = 0,00055,$$

also

$$\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 910.$$

Die tangentiell wirkende Quetschkraft ist daher:

$$\begin{aligned} F &= 910 \times 37,8 \\ &= 34,398 \text{ Millionen Tonnen.} \end{aligned}$$

Sie wirkt auf 2000 m², die Einheitsquetschkraft

$$f = 17,199,000 \text{ Tonnen,}$$

auch sie ist daher rund 1720 mal grösser als die Druckfestigkeit von Granit.

Durch diese tangentielle Schubkraft wurde das Juraprofil von einer von A. Heim berechneten früheren Breite von

12,000 m auf die

heutige Breite von 7,000 m,

also um 5,000 m zusammengepresst.

(Siehe die tabellarische Zusammenstellung auf Seite 145).

Welches sind nun die Folgerungen aus der vorstehenden mathematischen Entwicklung und den sechs Spezialberechnungen?

1. Die Faltungskraft für die Flächeneinheit ist für *alle* sechs Profile: rund 1720 mal grösser als die Druckfestigkeit von Granit;

2. sie ist bei gleich grossem spezifischem Gewicht der Lithosphäre unabhängig von der Breite und von der Mächtigkeit der Gebirgsschichten;

3. vor allem aber ergeben die Berechnungen über die gewaltige Grösse der Faltungskraft, dass die Last der dem schwindenden Kern nachsinkenden Erdrinde *vollständig* genügt, um nach dem allgemeinen Gesetz des Gewölbedruckes die Festigkeit der Rinde derart zu überwinden, dass sie sich falten muss!

Man kann daher mit vollem Rechte sagen, dass die Wirkung der in Vorstehendem berechneten Grösse der tangentiellen Schubkraft eine vollkommen *zureichende* Erklärung für die Faltung

Tabellarische Zusammenstellung
der Ergebnisse der vorstehenden sechs Spezialberechnungen.

Gebirgsprofile	Breite des Profils in Meter	Mächtigkeit des Profils in Meter	Centriwinkel α in Minuten	Gewicht des Ringausschnitts in Mill. Tonnen	Total Faltungskraft F in Mill. Tonnen	Faltungskraft f pro 1 m ² in Tonnen	Vergleich der Faltungskraft f mit der Druckfestigkeit von Granit	Zusammenschub des Gebirgsprofils um
A. Der Alpen.								
1. Nordabfall der Zentralalpen von der Molasse bis an das kristallinische Gebirge	45,000	10,000	24,30	1215	171,800	17,200,000	rd. 1720 mal grösser	33,200 m
2. Vom Maderanertal bis südlich Campo lungo	37,000	10,000	19,98	999	171,628	17,200,000	rd. 1720 mal grösser	43,000 m
3. Die Zentralalpen nördlich Campo lungo; Profil 1 und 2 zusammen	82,000	10,000	44,28	2214	171,806	17,180,000	rd. 1720 mal grösser	76,200 m
B. Des Jura.								
4. Profil von St. Claude in der Richtung nach dem Genfersee	16,800	2,000	9,07	90,7	34,383	17,191,000	rd. 1720 mal grösser	5,200 m
5. Profil von Biel bis St. Ursanne	24,000	2,000	12,96	129,6	34,344	17,172,000	rd. 1720 mal grösser	5,300 m
6. Profil Aaretal z. Rheintal	7,000	2,000	3,78	37,8	34,398	17,199,000	rd. 1720 mal grösser	5,000 m

und Aufrichtung der Alpen und des Jura und auch ganz allgemein der Kettengebirge bildet.

Diese tangentiell wirkende Kraft theoretisch und zahlenmässig gefunden, und in unanfechtbarer Weise durch die mathematische Formel:

$$\frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \times \text{Gewicht}$$

genau bestimmt zu haben, in welcher α den der Breite des Kettengebirges entsprechenden Centriwinkel bedeutet, ist nach meiner Meinung das an sich neue Resultat meiner Betrachtungen und Berechnungen.

Da nach den Gesetzen der Mechanik der Seitendruck eines Gewölbes um so grösser wird, je flacher das Gewölbe, also je grösser sein Krümmungsradius ist, so ist der tiefere Grund für die gewaltige Grösse der gefundenen Faltungskraft darin zu suchen, dass die Breitenausdehnung des Gebirges, welche sich in den sechs behandelten Beispielen zwischen 7000 und 82,000 m bewegt, im Vergleiche mit seinem Krümmungsradius, also mit dem Erdhalbmesser von rund 6,370,000 m ungemein gering ist, welches Verhältnis durch die Kleinheit der den Breitenausdehnungen entsprechenden Centriwinkel von nur 3,78 bis 44,28 Minuten seinen zahlenmässigen Ausdruck findet.

Herr Prof. Dr. A. Heim, welchem ich von der vorstehenden Arbeit Kenntnis gegeben habe, und welcher meine Rechnungen als vollkommen richtig anerkannt hat, hatte noch die sehr dankenswerte Freundlichkeit, unter Zugrundelegung meiner obigen Formel:

$$F = \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot G$$

Anregung zu der nachfolgenden mehr generellen Berechnungsart der Faltungskraft für die Flächeneinheit zu geben, durch welche meine Resultate aufs glänzendste bestätigt werden.

Es bezeichne:

F die tangentiell wirkende, totale Faltungs- oder Quetschungskraft,

f die Faltungskraft für die Flächeneinheit 1 m^2 ,

h die Mächtigkeit des Erdrindenstücks,

r_1 äusserer und

r_2 innerer Radius der Erdrinde, also

$$h = r_1 - r_2,$$

s das spezifische Gewicht der Lithosphäre,

γ das Gewicht von 1 Kubikmeter der Lithosphäre in Tonnen,

d Länge des Erdrindenstücks,

α den Centriwinkel des Rindensegments, und

G das Gewicht des Segments;

dann ist die Fläche des Rindenausschnittes:

$$\frac{1}{2} \alpha r_1^2 - \frac{1}{2} \alpha r_2^2 = \frac{\alpha}{2} (r_1^2 - r_2^2); \text{ und}$$

das Gewicht des Rindenausschnittes:

$$G = \frac{\alpha}{2} (r_1^2 - r_2^2) d \cdot \gamma.$$

Da die Totalfaltungskraft F auf die Fläche $(r_1 - r_2) d$ wirkt, so ist $F = f (r_1 - r_2) d$, und daher die Faltungskraft auf die Flächeneinheit:

$$f = \frac{F}{(r_1 - r_2) d}.$$

Setzt man in diese Gleichung für F den Wert meiner obigen Formel:

$$F = \frac{G}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \text{ ein,}$$

so erhält man:

$$f = \frac{G}{(r_1 - r_2) d} = \frac{G}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} (r_1 - r_2) d}.$$

Wie oben gefunden ist aber das Gewicht:

$$G = \frac{\alpha}{2} (r_1^2 - r_2^2) d \cdot \gamma;$$

somit

$$\begin{aligned} f &= \frac{\frac{\alpha}{2} (r_1^2 - r_2^2) d \cdot \gamma}{2 \sin \frac{\alpha}{2} (r_1 - r_2) d}; \\ &= \frac{\frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{(r_1^2 - r_2^2)}{(r_1 - r_2)} \cdot \gamma. \end{aligned}$$

Nun erinnern wir uns aus der Analysis, dass:

$$r_1^2 - r_2^2 = (r_1 + r_2) \cdot (r_1 - r_2),$$

also $\frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1 - r_2} = r_1 + r_2$; somit ist:

$$f = \frac{\frac{\alpha}{2}}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot (r_1 + r_2) \cdot \gamma.$$

Für kleine Centriwinkel α ist aber:

$$\frac{\frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \text{ nahezu } = 1, \text{ somit:}$$

$$f = \frac{1}{2} (r_1 + r_2) \gamma; \text{ da aber } h = r_1 - r_2$$

und daher $r_2 = r_1 - h$; so ist:

$$f = \frac{1}{2} \cdot (r_1 + r_1 - h) \gamma = \frac{1}{2} (2r_1 - h) \gamma.$$

Da aber die Mächtigkeit h des Erdrindenstücks gegen den doppelten Erdhalbmesser: $2r_1$ verschwindend klein ist, so können wir setzen:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot r_1 \cdot \gamma. \\ &= r \cdot \gamma; \end{aligned}$$

oder mit anderen Worten:

Die Faltungskraft für die Flächeneinheit von 1 m^2 ist gleich dem Produkt aus:

dem Erdhalbmesser und dem Gewicht eines Kubikmeters der Lithosphäre. Die Kraft ist also unabhängig von der Breite und Mächtigkeit der gefalteten Zone, wie dies auch aus meinen obigen Spezialberechnungen hervorgegangen ist.

Setzt man nun in der Formel $f = r \cdot \gamma$ den Erdhalbmesser: $r = 6,370,000$ m und das Gewicht eines Kubikmeters der Lithosphäre: $\gamma = 2,7$ Tonnen, so berechnet sich die Faltungskraft $f = 17,199,000$ Tonnen oder rund $17,200,000$ Tonnen in vollständiger Übereinstimmung mit dem Ergebnis meiner obigen sechs Spezialrechnungen für die Alpen und den Jura.

Da nun wie bekannt die Druckfestigkeit von Granit zu $10,000$ Tonnen pro m^2 angenommen werden kann, so kommt auch die

generelle Berechnungsmethode zu demselben Resultat wie meine speziellen Berechnungen, nämlich dahin, dass die Einheitsfaltungskraft rund 1720 mal grösser ist als die Druckfestigkeit von Granit.

Dieser mächtige, gewölbeartig wirkende Tangentialdruck in der Erdrinde war es, welcher nicht allein die Quetschung, Knetung und Zertrümmerung, die Fältelung, Streckung und Auswalzung des Gesteinsmaterials, sondern auch die Zusammenschiebung, Faltung und Auftürmung der anfänglich horizontal abgelagerten Schichten zu jenen gewaltigen Kettengebirgen hervorgerufen hat, deren majestätische Ruinen von heute unser Auge mit Entzücken und Bewunderung erfüllen.

Anmerkung.

Die Grösse der Faltungskraft für die Flächeneinheit, dargestellt durch das Produkt aus dem Erdhalbmesser r und dem Gewicht eines Kubikmeters der Lithosphäre:

$$f = r \cdot \gamma,$$

lässt sich noch anschaulicher und kürzer und dabei ebenso generell auf folgende Weise ableiten.

$$\text{Totalfaltungskraft } F = \frac{1}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \cdot G$$

$$\text{Einheitsfaltungskraft } f = \frac{F}{h \cdot d} = \frac{G}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot h \cdot d}.$$

Nun ist aber $G = r \cdot \alpha \cdot h \cdot d \cdot \gamma;$

somit $f = \frac{r \cdot \alpha \cdot h \cdot d}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot h \cdot d} \cdot \gamma$

$$= \frac{\frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cdot r \cdot \gamma.$$

Da aber $\frac{\frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$ für kleine Centriwinkel nahezu = 1 ist, so ergibt sich

$$f = r \cdot \gamma.$$