

Die spezifische Wärme bei constantem Volumen.

Von Dr. Gustav Tschermak.

(Vorgelegt in der Sitzung am 18. April 1861.)

Wenn ein Körper, dessen Gewicht gleich der Einheit, unter dem mittleren Atmosphärendruck ω um dt erwärmt wird, und sich um dv ausdehnt, so leistet er im Allgemeinen bei der Ausdehnung die äussere Arbeit, ωdv die innere $P dv$, wo P den inneren Widerstand bezeichnet. Nennt man c die spezifische Wärme bei dem constanten Druck $= \omega$ und c_1 die spezifische Wärme ohne Ausdehnung, A das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit, so erhält man:

$$(c - c_1) dt = A (\omega dv + P dv) \quad 1)$$

Würde der Körper zuerst bei constantem Volumen um dt erwärmt, so dass er die Temperatur $t + dt$, die Spannung $p + dp$ besäße, und hierauf bei constanter Temperatur und allmählich abnehmendem Drucke auf das Volum $v + dv$ bei dem Drucke p gebracht, so wäre zu dieser Ausdehnung der Wärmemenge $(C - c_1)dt$ nöthig, wo C = der gewöhnlichen spezifischen Wärme bei dem Drucke p . Dieselbe Wärmemenge wird offenbar erzeugt, wenn jetzt der Körper bei constanter Temperatur $= t + dt$ zusammengepresst wird, bis er das Volumen v und die Spannung $p + dp$ besitzt. Man hat also

$$(C - c_1) dt = A \left(p + \frac{dp}{2} \right) dv \quad 2)$$

Hieraus ergibt sich für den gasförmigen Zustand nach dem Gesetze $p v = \omega v_0 (1 + \alpha t)$

$$c - c_1 = A \omega v_0 \left[t (1 + \alpha) + \frac{\alpha^2}{2} - \dots \right]$$

also sehr nahe

$$c - c_1 = A \omega v_0 \alpha$$

und es folgt aus dem Vergleiche mit 1) dass für Gase $P \Delta v = 0$ die innere Arbeit bei der Ausdehnung $= 0$ sei, was übrigens schon das Gay-Lussac-Mariotte'sche Gesetz aussagt.

Für flüssige und feste Körper gelten, wofern v_1 das Volum bei der Temperatur t_1 und m den Coëfficient der Massenelasticität bezeichnet, die Beziehungen:

$$v = v_1 (1 - mP) \quad 3)$$

$$v_1 = v_0 (1 + \alpha t_1) \quad 4)$$

wo m und α für geringe Druck- und Temperaturänderungen constant angenommen werden können. Die innere und die äussere Arbeit bei der Ausdehnung lassen sich hier leicht sondern und man erhält $v - v_1 = v_0 \alpha$ und die Temperatur = constant gesetzt nach 1)

$$c - c_1 = A \int_v^{v_1} (\omega dv + P dv)$$

$$c - c_1 = A \left(\omega v_0 \alpha + \frac{v_0^2 \alpha^2}{2m v_1} \right) = A v_0 \alpha \left(\omega + \frac{v_0 \alpha}{2m v_1} \right) \quad 5)$$

bezeichnet nun μ die Volumänderung für eine Atmosphäre Druckerhöhung, also $\mu = m\omega$, so ergibt 5)

$$c - c_1 = A \omega v_0 \alpha \left(1 + \frac{v_0 \alpha}{2\mu v_1} \right) \quad 6)$$

Dasselbe Resultat folgt näherungsweise aus 2).

Darnach sind die folgenden Zahlen unter $c - c_1$ berechnet, während unter J die zur Leistung der innern Arbeit nöthige Wärmemenge, also die Differenz der eigentlichen Wärmecapacitäten aufgeführt erscheint. Die Werthe von α und μ in Millionteln sind den Resultaten Kopp's und Grassi's entnommen.

Wasser	$t = 0^\circ$	$\alpha = -53$	$\mu = 50.3$	$c - c_1 = -0.000\,000\,61$	$J = 0.000\,000\,68$
	$t = 10^\circ$	$\alpha = 90$	$\mu = 48.0$	$c - c_1 = 0.000\,004\,24$	$J = 0.000\,002\,05$
	$t = 25^\circ$	$\alpha = 310$	$\mu = 45.6$	$c - c_1 = 0.000\,033\,41$	$J = 0.000\,025\,89$
	$t = 53^\circ$	$\alpha = 661$	$\mu = 44.1$	$c - c_1 = 0.000\,135\,27$	$J = 0.000\,119\,16$
Äther	$t = 0^\circ$	$\alpha = 1480$	$\mu = 111$	$c - c_1 = 0.000\,375$	$J = 0.000\,323$
	$t = 13^\circ$	$\alpha = 1580$	$\mu = 153$	$c - c_1 = 0.000\,308$	$J = 0.000\,270$
Methyl)	$t = 13^\circ$	$\alpha = 1726$	$\mu = 91.3$	$c - c_1 = 0.000\,530$	$J = 0.000\,480$
Alkohol)					
Äthyl)	$t = 7^\circ$	$\alpha = 1074$	$\mu = 82.8$	$c - c_1 = 0.000\,240$	$J = 0.000\,209$
Alkohol)					
	$t = 13^\circ$	$\alpha = 1095$	$\mu = 99.1$	$c - c_1 = 0.000\,215$	$J = 0.000\,182$
Quecksilber	$t = 0^\circ$	$\alpha = 179$	$\mu = 2.95$	$c - c_1 = 0.000\,0101$	$J = 0.000\,0097$

Man sieht hieraus, dass für flüssige Körper der Unterschied der Wärmecapacitäten c und c_1 so wie die bei der Ausdehnung geleistete

innere Arbeit unbedeutend seien im Vergleiche zu der übrigen Wärmemenge, die bei der Temperaturerhöhung aufgenommen wird.

Demnach erhält man auch für den Quotienten $\frac{c}{c_1}$ Werthe, die von der Einheit sehr wenig abweichen wie z. B. für

$$\text{Äther bei } 0^\circ \text{ C. } \frac{c}{c_1} = 1.000\ 33$$

$$\text{Wasser „ } 10 \text{ „ } = 1.000\ 004$$

Dies wird auch durch die Resultate der Versuche über die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten bestätigt. Es stimmen nämlich die nach der Formel

$$u = \sqrt{\frac{g\omega}{s\mu}},$$

worin u die Schallgeschwindigkeit, g die Acceleration der Schwere, s das specifische Gewicht bedeuten, berechneten Zahlen sehr nahe mit den durch die Erfahrung erhaltenen überein.

		Berechnet	Beobachtet
Z. B. für Wasser	bei 8°	$u=1429^m$	$u=1435^m$ Coll. u. Sturm,
„ „ Meerwasser ($\mu=43.6$)	„ 17	$u=1505$	$u=1500$ Beudant.

Auch die von Wertheim indirect erhaltenen Zahlen zeigen ziemlich Übereinstimmung, z. B.:

	Berechnet	Beobachtet
für Alkohol bei 13°	$u=1131$	$u=1160$ bei 23° Wertheim,
„ Äther „ 0	$u=1114$	$u=1159$

Mit der oben gegebenen Gleichung (6) stimmen die Resultate Zeuner's (Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie S. 183) nicht überein, weil derselbe bei der allgemeinen Ableitung seiner Gleichung irrthümlich annimmt, die sogenannte Carnot'sche Function $C=Ap\left(\frac{dt}{dp}\right)$ habe für alle Körper und Aggregatzustände denselben Werth, nämlich $C=\frac{A}{\beta}(1+\beta t)$, wo β der Ausdehnungscoefficient der Gase. In Folge dessen erhält Zeuner für $c-c_1$ Werthe, die beiläufig 500mal so gross als die oben angeführten erscheinen.