

Spitaler R.

Die Eiszeiten und Polschwankungen der Erde

von

Prof. Dr. **Rudolf Spitaler** (Prag).

(Mit 3 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 4. Juli 1912.)

Aus den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien.
Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CXXI. Abt. II a. November 1912.

WIEN, 1912.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER,

K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

Die Eiszeiten und Polschwankungen der Erde

von

Prof. Dr. **Rudolf Spitaler** (Prag).

(Mit 3 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 4. Juli 1912.)

Zur Erklärung der Eiszeiten der Erde und ihrer Folgeerscheinungen sowie der vielen Umgestaltungen der Erdoberfläche, die uns in den Gebirgsbildungen, in den Veränderungen der Verteilung des Festlandes und des Meeres, in den Strandverschiebungen u. dgl. entgegentreten, wurden wiederholt beträchtliche Verschiebungen der Rotationsachse der Erde im Erdkörper angenommen. Es wurde dabei aber die Frage, ob solche Verschiebungen vom geophysikalischen Standpunkte aus überhaupt möglich sind, nicht richtig beurteilt. Von Verwechslungen solcher Verschiebungen der Rotationsachse im Erdkörper mit solchen im Raume oder Verwechslungen der Rotationsachse mit der Hauptträgheitsachse kann, als ganz falsch verstanden, abgesehen werden.

Wir können uns daher auf wenige exakte Abhandlungen beschränken. In denselben wird gezeigt, daß durch geologische und meteorologische Einflüsse Massenverlagerungen auf der Erde hervorgebracht werden, wodurch eine Verlegung der Hauptträgheitsachse verursacht wird, die wiederum eine Verschiebung der Rotationsachse im Erdkörper zur Folge hat. Es zeigt sich aber, daß fast unvorstellbar große Massenverschiebungen nur eine ganz unbedeutende Verschiebung der Trägheitsachse hervorbringen. Würde beispielsweise das Zentralplateau von Asien um 10° nach Süden verschoben werden, so würde sich der Pol der Hauptträgheitsachse nur um $2'76$, d. i. um 5100 m , gegen die Mitte von Asien hin verschieben. Ein plötzliches Emporsteigen des ganzen Himalayamassivs zu

seiner gegenwärtigen Höhe hätte den Trägheitspol nur um $1^{\circ}2$, d. i. um $37\ m$, gegen Amerika hin verlegt. Die Erhebung der Alpen kann den Trägheitspol nur um $0^{\circ}15$, d. i. um $4\cdot6\ m$, gegen Aljaska zu verschieben.

Da die Vergletscherung großer Teile der Erdoberfläche, besonders aber von Europa und Nordamerika, in der Quartärzeit eine heute wohl schon vollständig erwiesene Tatsache ist, schien es mir von Interesse, genauer zu berechnen, wie groß die durch diese Eisanhäufung hervorgebrachte Verschiebung der Trägheitsachse ist, und die daraus sich ergebenden Folgen weiter zu untersuchen.

Wie ich nachträglich gefunden habe — in die Schrift selbst hatte ich leider nicht Gelegenheit, Einblick nehmen zu können —, wurde eine Schätzung dieser Polverschiebung bereits von P. Schwahn¹ gemacht, ohne daß er aber daraus weitere Folgerungen gezogen hat.

Meine Rechnungen wurden zunächst in folgender Weise durchgeführt. Lagert sich auf der Erde an einer Stelle in der geographischen Breite φ und Länge λ eine Masse μ auf und sei M die Masse der Erde ($6\cdot10^{24}\ kg$), so schlägt der Nordpol der Hauptträgheitsachse um den Betrag θ (in Teilen des Radius) $= 460\frac{\mu}{M}\sin 2\varphi$ oder um den Winkel $\theta'' = \theta : \sin 1''$ gegen den Meridian $\omega = 180^{\circ} +)$ aus.² Das Eis bildete sich durch Niederschläge von Wasser und Feuchtigkeit aus der Luft und man kann daher wohl annehmen, daß in der langen Zeit der Eisablagerung das Wasser von der ganzen Erde herbeigeholt wurde, so daß die Anwendung dieser Formel, die etwa gilt, wenn ein großes Meteor sich auf die Erde senken würde, berechtigt ist.

Es hat nun H. Hergesell³ auf einer Karte der Ausdehnung des Eises zur Eiszeit nach A. Penck die ganze

¹ P. Schwahn, Über Änderungen der Lage, der Figur und Rotationsachse der Erde. Berlin, 1887.

² F. Tisserand, Traité de Mécanique céleste, Tome II, Chap. XXIX.

³ H. Hergesell, Über die Änderung der Gleichgewichtsflächen der Erde durch die Bildung polarer Eismassen und die dadurch verursachten Schwankungen des Meeresniveaus. Gerland's Beitr. zur Geophysik, I. Bd., 1887.

Fläche des nordamerikanischen und europäischen Eisgebietes mit fünf Kreisen derart umschlossen, daß die Kreisflächen das Eisgebiet ziemlich genau überdecken und die Flächeninhalte derselben den einstigen Eisflächen gleichkommen. Die geographischen Koordinaten der Mittelpunkte dieser fünf Eisflächen, ihre Halbmesser und Flächeninhalte sind folgende:

Eisfläche	Lage des Mittelpunktes		Halbmesser in		Fläche in Quadrat- kilometer
	φ	λ (Greenwich)	Kilometer	Bogen	
I	63° 56'	92° 9' w.	2740	24° 36'	23,585.800
II	59 39	34 3 ö.	1260	11 19	4,987.560
III	56 12	3 7 ö.	625	36	1,227.200
IV	52 —	14 — ö.	201	1·8	126.924
V	63 —	8 — ö.	156	1·4	76.452
				Summe . .	30,003.936

Die Gesamtfläche der Eisbedeckung ist somit etwas größer als 30 Millionen Quadratkilometer.

Es ist nun erwiesen und wird auch allgemein angenommen, daß die Höhe der Eisablagerung durchschnittlich mindestens 1000 *m* betragen habe, und Penck, wohl einer der besten Kenner der eiszeitlichen Vergletscherung, sagt, daß eine Mächtigkeit von 1000 *m* sicher hinter einer Überschätzung bleibt. Nimmt man daher die Mächtigkeit der Eisablagerung zu 1000 *m* und das spezifische Gewicht des Gletschereises zu 0·9 an, so ergeben sich die Gewichte der fünf Eiszyylinder, also das μ der obigen Formel, zu den in der folgenden Tabelle angegebenen Beträgen, neben welchen die aus der Formel folgenden Größen und Richtungen der Ausschläge der Hauptträgheitsachse angesetzt sind:

Eiszylinder	Gewicht in Kilogramm	Größe des Ausschlages		Richtung des Ausschlages
		Meter	Bogen- sekunden	
I	21,226.500.10 ¹²	8180	265°0	87° 51' ö.
II	4,488.800.10 ¹²	1911	61·9	214 3 ö.
III	1,104.500.10 ¹²	498	16·2	183 7 ö.
IV	114.230.10 ¹²	54	1·8	194 —
V	68.810.10 ¹²	27	0·9	188 — ö.
Summe..	27,002.840.10 ¹²			

Wie man sieht, wirken also alle Kräfte, welche den Trägheitspol aus seiner ursprünglichen Lage herausziehen, innerhalb eines Winkels von beiläufig 126°. Setzt man die Wirkungen der vier europäischen Eiszylinder (II bis V) zu einer Resultierenden zusammen, so sind die Wirkungen des

nordamerikanischen Eises $\theta^{\circ} = 265^{\circ}0$ $\omega = 87^{\circ} 51' \text{ ö.}$
 europäischen Eises $\theta^{\circ} = 78\cdot7$ $\omega = 207 17 \text{ ö.}$

und die Gesamtwirkung

$$\theta^{\circ} = 236^{\circ}5 = 3^{\circ} 56^{\circ}5 \quad \omega = 102^{\circ} 51' \text{ ö.}$$

Es hätte also die Vergletscherung von Nordamerika und Europa den Hauptträgheitspol von seiner ursprünglichen Lage in die Richtung des Meridians von 102° 51' ö., d. i. gegen das Kap Tscheljuskin um 3' 56' 5 oder 7300 *m* verschoben.

Es könnte nun eingewendet werden, daß diese Wirkung durch gleichzeitige Eisablagerungen auf anderen Kontinenten kompensiert wurde. Obwohl es durchaus noch nicht mit Gewißheit festgestellt ist, daß die konstatierten Vergletscherungen in Australien und Neuseeland, in Südamerika, in Südafrika und in Asien gleichzeitig mit der Vergletscherung von Europa und Nordamerika aufgetreten sind, wollen wir dies zunächst doch annehmen. Es ergibt sich dann, wenn man auf die geographische Länge und Breite des betreffenden Eisgebietes

Rücksicht nimmt, daß keine bedeutende Verschiebung der Hauptträgheitsachsen hervorgebracht werden kann. Eine Eisablagerung im Südpolargebiete, die nahezu konzentrisch um den Pol erfolgt wäre, ändert die Lage des Trägheitspols überhaupt nicht. Vergletscherungen in Australien und Neuseeland würden die europäisch-amerikanische Wirkung nur verstärken; Vereisungen im Himalayagebiet und in Südamerika würden die Wirkung etwas schwächen, während Vereisungen in Südafrika wenig Einfluß ausübten.

Da aber die Vergletscherungen dieser Gebiete nach allen Berichten weit hinter jenen von Europa und Nordamerika zurückbleiben, ist eine Kompensation der Wirkungen in bezug auf eine Verschiebung der Hauptträgheitsachse wohl nicht anzunehmen, im Gegenteil ist eher daran zu denken, daß sich die zuletzt genannten Wirkungen gegenseitig kompensieren und die oben angeführte Wirkung des europäischen und nordamerikanischen Eises ungeschmälert übrig bleibt.

Es sind mir leider keine Karten über die Vergletscherung von Südamerika, Südafrika, Asien, Australien und Neuseeland bekannt. Nach der weiter unten angegebenen Methode und mit der dort mitgeteilten Tabelle wäre es keine große Mühe, diese Wirkungen genauer zu berechnen.

Das Wasser, welches zur Eisbildung verwendet wurde, wurde aber nicht, wie wir oben angenommen haben, gleichmäßig der ganzen Erdoberfläche entnommen, sondern nur den Meeren, die aber unregelmäßig auf der Erde verteilt sind. Wäre es beispielsweise nur dem nordatlantischen Ozean entzogen worden, so wäre ein Ausschlag der Hauptträgheitsachse überhaupt nicht erfolgt, und umgekehrt, wäre das ganze erforderliche Wasser vom südatlantischen Ozean gekommen, so wäre der Ausschlag doppelt so groß gewesen.

Für die lange Dauer der Eisablagerung muß man aber annehmen, daß das Wasser dem gesamten Meere entnommen wurde. Wir fanden nun für die europäisch-nordamerikanische Vergletscherung eine Fläche von 30,000.000 km^2 von durchschnittlich 1 km Höhe. Dies gibt mit dem spezifischen Gewichte des Gletschereises 0·9 eine Wassermasse von 27,000.000 km^3 . Nimmt man nun die Oberfläche der Wasserbedeckung der

Erde zu 374,000.000 km^2 an, so wäre durch die Vergletscherung von Europa und Nordamerika das Niveau der Meere um 72 m gesunken. Hätte die Vergletscherung von Australien und Neuseeland, Südamerika, Südafrika und Asien gleichzeitig mit jener von Europa und Nordamerika stattgefunden, so würde das Niveau der Meere vielleicht wohl um 100 m gesunken sein.

Damit erklärt sich aber schon ganz ungezwungen ein großer Teil der Strandverschiebungen; wenn aber noch Hebungen des Bodens dazukommen, worauf wir später zu sprechen kommen werden, so bieten auch die größten beobachteten Strandverschiebungen kein Rätsel mehr. Daß durch diesen großen Wasserverbrauch seichte Meere ganz trocken gelegt werden mußten, ist selbstverständlich. Die mittlere Tiefe der Nordsee ist beispielsweise 90 m , der Ostsee 70 m , der Hudsonsbai 130 m , der Adria 240 m .

Durch die Entlastung des Meeresbodens um 72 m Wasserhöhe oder 7 Atmosphären Druck pro Quadratcentimeter und das Heraustauchen der Kontinente aus dem Meere bei der Vergletscherung einerseits sowie durch die Wiederbelastung des Meeresbodens und das Eintauchen der Kontinente in das Meer bei der Abschmelzung der Vereisung andererseits werden aber Kräfte zwischen Festland und Meer ausgelöst, die das gestörte Gleichgewicht wiederherzustellen versuchen. Es ändert sich beispielsweise die mittlere Seehöhe von Südamerika, die 537 m beträgt, um 14%, jene von Australien 360 m sogar um 20%. Wir kommen auf die Betrachtung dieser Kräfte noch später zurück.

Die Wassermassen, welche zur Eisbildung verwendet wurden, sind aber, wie wir sahen, recht bedeutend. Sie wurden von gewissen Gegenden der Erde weggehoben und können daher, wenn sich die Wirkungen nicht gegenseitig kompensieren, ihrerseits wieder zu Verschiebungen der Hauptträgheitsachse Anlaß geben.

Obwohl eine beiläufige Schätzung mir zeigte, daß sich die Wirkungen gegenseitig fast aufheben, hielt ich es doch für notwendig, diesen Sachverhalt genauer zu untersuchen. Bei anderer Verteilung des Wassers auf der Erde könnte die

Wirkung der Vergletscherung auf die Hauptachse bedeutend verstärkt oder auch aufgehoben werden.

Um die Größe der Verschiebung der Hauptträgheitsachse der Erde zu berechnen, wenn sich von einer Stelle eine gewisse Masse μ entfernt, kann dieselbe Formel verwendet werden, die bereits früher angegeben wurde, wenn sich eine Masse auf der Erde auflagert, nämlich

$$\theta'' = 460 \frac{\mu}{M} \frac{1}{\sin 1''} \sin 2\varphi,$$

nur ist jetzt für die Richtung des Ausschlages des Nordpols der Hauptachse

$$\omega = \lambda$$

zu setzen.

Um die Ausschläge zu berechnen, welche die Entfernung einer Wassermasse von bestimmter Höhe — wir wollen für die gleich zu besprechende Tabelle 1000 m annehmen — von einem Zehngradfeld der Erde, d. i. von einer Fläche, welche durch je zwei 10° voneinander abstehende Längen- und Breitengrade begrenzt wird, verursacht, nehmen wir für obige Formel als geographische Koordinaten dieses Feldes die dazwischenliegenden fünfer Längen-, beziehungsweise Breitengrade. Da der Meridianquadrant 10.000·856 km beträgt, kann man für unsere Zwecke genau genug durchschnittlich 10° im Meridian zu 1111·206 km annehmen, während 10° am Äquator 1113·066 km betragen. Es ist daher die Fläche eines Zehngradfeldes:

$$F = \frac{1113 \cdot 066 (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)}{2} \times 1111 \cdot 206 \text{ km}^2,$$

worin φ_1 und φ_2 je zwei 10° voneinander entfernte Breiten bedeuten.

Man erhält auf diese Weise folgende Flächeninhalte der Zehngradfelder in den verschiedenen Breiten und als Gewichte einer darauflagernden Wassermasse von 1 km Höhe ebensoviel Kubikkilometer Wasser oder mal 10^{12} kg .

Breite	F in Quadrat- kilometer	$\log \theta''$	θ''
0—10°	1,227.440	9·89885—10	0 ⁵ 7922
10—20	1,190.170	0·34476	2·2119
20—30	1,116.740	0·50238	3·1796
30—40	1,009.330	0·54720	3·5253
40—50	871.260	0·51033	3·2384
50—60	706.730	0·39243	2·4685
60—70	520.730	0·17104	1·4827
70—80	318.910	9·77281—10	0·5927
80—90	107.390	8·84080—10	0·0693

Es ist daher der Ausschlag der Hauptträgheitsachse für ein Zehngradfeld:

$$\begin{aligned}\theta'' &= 460 \frac{km^3 \cdot 10^{12}}{6 \cdot 10^{24}} \frac{1}{\sin 1''} \sin 2\varphi \\ &= \left(\frac{460}{6 \cdot 10^{12}} \frac{1}{\sin 1''} \right) km^3 \sin 2\varphi \\ &= 5 \cdot 19904 \cdot 10^{-10} km^3 \sin 2\varphi,\end{aligned}$$

womit für die einzelnen Breitenzonen die in der Tabelle angegebenen Werte für θ'' sich fanden.

Benutzt man die Meridianzählung von Greenwich über Osten bis 360° und zerlegt man jeden Ausschlag θ'' in die beiden rechtwinkligen Komponenten

$$x = \theta'' \cos \omega \quad \text{und} \quad y = \theta'' \sin \omega,$$

so erhält man die nachstehende Tabelle, aus welcher man die Ausschläge der Hauptträgheitsachse entnehmen kann, wenn sich von einem beliebigen Zehngradfelde der Erde eine Wassermasse von 1000 *m* Höhe entfernt. Aus der Summierung der x und y kann dann die Resultierende für eine beliebige Anzahl von Zehngradfeldern gefunden werden.

Verschiebung der Hauptträgheitsachse der Erde, in die Komponenten $x = \theta'' \cos \omega$ und $y = \theta'' \sin \omega$ zerlegt, wenn auf einem Zehngradfelde das Niveau des Meeres um 1000 m sinkt, oder mit entgegengesetzten Vorzeichen, wenn das Niveau des Meeres um 1000 m steigt oder die entsprechende Menge Eis sich ablagert.

Östliche Länge von Greenwich				$x = \theta'' \cos \omega$, beziehungsweise $y = \theta'' \sin \omega$				
Argument für x				Breite		Breite		
+	-	-	+	0—10°	10—20°	20—30°	30—40°	40—50°
0—10°	170—180°	180—190°	350—360°	0·7892	2·2035	3·1675	3·5120	3·2261
10—20	160—170	190—200	340—350	0·7652	2·1365	3·0713	3·4052	3·1280
20—30	150—160	200—210	330—340	0·7180	2·0047	2·8818	3·1950	2·9350
30—40	140—150	210—220	320—330	0·6490	1·8118	2·6046	2·8877	2·6527
40—50	130—140	220—230	310—320	0·5602	1·5640	2·2484	2·4928	2·2899
50—60	120—130	230—240	300—310	0·4544	1·2687	1·8238	2·0220	1·8575
60—70	110—120	240—250	290—300	0·3348	0·9348	1·3438	1·4899	1·3086
70—80	100—110	250—260	280—290	0·2050	0·5725	0·8230	0·9124	0·8382
80—90	90—100	260—270	270—280	0·0691	0·1928	0·2771	0·3073	0·2822

$x = \theta'' \cos \omega$, beziehungsweise $y = \theta'' \sin \omega$				Östliche Länge von Greenwich			
Breite		Breite		Argument für y			
50—60°	60—70°	70—80°	80—90°	+	+	-	--
2·4591	1·4770	0·5904	0·0691	80—90°	90—100°	260—270°	270—280°
2·3843	1·4321	0·5725	0·0670	70—80	100—110	250—260	280—290
2·2372	1·3438	0·5371	0·0628	60—70	110—120	240—250	290—300
2·0220	1·2145	0·4855	0·0568	50—60	120—130	230—240	300—310
1·7455	1·0484	0·4191	0·0490	40—50	130—140	220—230	310—320
1·4159	0·8504	0·3399	0·0398	30—40	140—150	210—220	320—330
1·0432	0·6266	0·2505	0·0293	20—30	150—160	200—210	330—340
0·6389	0·3837	0·1534	0·0179	10—20	160—170	190—200	340—350
0·2151	0·1292	0·0517	0·0060	0—10	170—180	180—190	350—360

Anmerkung. Der untere Teil der Tabelle ist an den oberen Teil angeschlossen zu denken. Siehe die Berichtigung am Schlusse.

Es wurde nun eine Tafel angelegt, welche die Erdoberfläche in Zehngradfelder geteilt von 80° nördlicher Breite bis 40° südlicher Breite darstellt. Die Nordpolarkappe und das Gebiet jenseits des 40. Grades südlicher Breite konnten, weil wir ja auch dort die Land- und Wasserverteilung zu wenig kennen, um so berechtigter weggelassen werden, weil in den höchsten Breiten die Wasserentfernung, wie obige Tabelle zeigt, für den Ausschlag der Trägheitsachse von fast keiner Bedeutung ist. Von 40° südlicher Breite bis zum antarktischen Festland ist ringsum Wasser, so daß sich die Wirkungen gegenseitig kompensieren. Da sich weiter auch die Wirkungen von ganz mit Wasser bedeckten Zehngradfeldern in gleicher nördlicher und südlicher Breite gegenseitig aufheben, können solche Gebiete von der Rechnung ganz ausgeschlossen werden; sie sind in der Tafel stärker umrahmt. Die Rechnung vereinfacht sich auch noch dadurch, daß, wenn gleich gelegene Zehngradfelder der nördlichen und südlichen Halbkugel ungleiche Wasserbedeckung haben, nur mit der Differenz der Wasserbedeckung in jener Halbkugel zu rechnen ist, welche die größere Wasserbedeckung hat. Es enthält die Tafel auf den ganz oder teilweise mit Wasser bedeckten Zehngradfeldern die nach einer Erdkarte nach Zehnteln der ganzen Fläche geschätzte Wasserbedeckung. Diese Zahlen sind in Klammern gesetzt, wenn sie sich ganz oder teilweise mit der in derselben Breite der anderen Halbkugel vorhandenen Wasserbedeckung aufheben. Eine vorhandene Differenz, mit der dann gerechnet wurde, ist danebengesetzt. Darunter stehen dann die mittels unserer Tabelle sich ergebenden Komponenten x und y der Ausschläge der Trägheitsachse.

Die Summierung der x und y in den vier Quadranten auf den einzelnen Breitenzonen sowie für die beiden Erdhälften und die ganze Erde ergibt die folgenden Beträge:

x				
Zone	Quadrant			
	I 0—90°	II 90—180°	III 180—270°	IV 270—360°
N. 80—70°	3°0241	— 2°8810	— 3°0507	1°6654
70—60	2°3216	— 0°7207	— 1°8899	6°3340
60—50	2°6382	— 7°7247	— 9°5665	10°8292
50—40	4°5696	—12°2910	—15°3462	14°9523
40—30	—	— 3°6745	—	2°5009
30—20	—	— 7°3589	—	4°0670
20—10	—	— 2°2249	—	4°1509
N. 10—0	—	— 0°5022	—	0°8452
S. 0—10	— 1°0526	0°0592	—	— 0°4687
10—20	— 4°0956	0°4586	0°1916	— 3°5625
20—30	—10°2932	1°1245	1°0623	— 4°7863
30—40	—11°3910	2°2626	2°6670	— 2°7350
Nordhem.....	12°5535	—37°3779	29°8533	45°3449
Südhem.....	—26°8324	3°9049	3°9209	—11°5525
Erde.....	—14°2789	—33°4730	—25°9324	33°7924
y				
N. 80—70°	2°8214	2°1037	2°3681	— 1°2958
70—60	0°9257	0°1399	1°0030	— 5°0822
60—50	0°5294	2°7637	— 4°8797	— 8°7447
50—40	2°6067	4°9343	— 8°2280	—11°3656
40—30	—	1°8527	—	— 4°6389
30—20	—	6°8194	—	— 6°3858
20—10	—	2°1163	—	— 6°8760
N. 10—0	—	0°5747	—	— 0°9206
S. 0—10	— 0°6330	— 0°2227	—	0°0686
10—20	— 3°3203	— 2°1567	1°3087	1°4177
20—30	—11°8286	— 5°9031	3°9647	1°6389
30—40	—16°3876	— 9°1537	9°7312	3°3759
Nordhem.....	6°8832	21°3047	—16°4788	—45°3096
Südhem.....	—32°1695	—17°4362	15°0046	6°5011
Erde.....	—25°2863	3°8685	— 1°4742	—38°8085

Ausschläge der Hauptträgheitsachse infolge Sinkens des Meeresniveaus.

12

I. Quadrant.

Breite	Länge östlich von Greenwich									
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60	70	80°	90°
N. 80°	1·0 0·5904 0·0517	0·8 0·4580 0·1227	0·8 0·4297 0·2004	1·0 0·4855 0·3399	1·0 0·4191 0·4191	0·8 0·2719 0·3884	0·8 0·2004 0·4297	0·9 0·1381 0·5153	0·6 0·0310 0·3542	
70°	0·8 1·1816 0·1034	0·3 0·4296 0·1151	0·1 0·1344 0·0627	0·2 0·2429 0·1701	0·2 0·2097 0·2097	0·1 0·0850 0·1215		0·1 0·0384 0·1432		
60°	0·6 1·4755 0·1291	0·3 0·7153 0·1917	0·2 0·4474 0·2086							
50°	0·3 0·9678 0·0847	0·3 0·9384 0·2515	0·2 0·5870 0·2737	0·4 1·0611 0·7430	0·2 0·4580 0·4580	0·3 0·5573 0·7958				
40°	(0·3)	(0·7)	(0·7)	(0·3)	(0·1)	(0·2)				
30°										

R. Spitaler,

[1896]

30°			(0·2)	(0·1)	(0·3)	(0·5)	(0·1)	(0·1)
20°			(0·2)	(0·3)	(0·7)	(1·0)	(0·4)	(0·7)
N. 10°	(0·4)			(0·3)	(1·0)	(1·0)	(0·9)	(0·9)
0°	(0·9) 0·5 — 0·3946 — 0·0346	0·3 — 0·2296 — 0·0615		0·1 — 0·0649 — 0·0454	(0·9) 0·6 — 0·3361 — 0·3361	(1·0)	(1·0)	(1·0) 0·1 — 0·0205 — 0·0765
S. 10°	1·0 — 2·2035 — 0·1928	0·3 — 0·6410 — 0·1718		(0·2)	(0·6) 0·3 — 0·4692 — 0·4692	(1·0) 0·3 — 0·3806 — 0·5435	(1·0)	(1·0) 0·6 — 0·3435 — 1·2819
20°	1·0 — 3·1675 — 0·2771	0·5 — 1·5357 — 0·4115		(0·7) 0·5 — 1·3023 — 0·9119	(0·7) 0·6 — 1·3490 — 1·3490	(1·0) 0·7 — 1·2767 — 1·8232	(1·0) 0·5 — 0·6719 — 1·4409	(1·0) 0·9 — 0·7407 — 2·7642
30°	(1·0) 0·7 — 2·4584 — 0·2151	(0·8) 0·1 — 0·3405 — 0·0912	(0·7)	(1·0) 0·7 — 2·0214 — 1·4154	(1·0) 0·9 — 2·2435 — 2·2435	(1·0) 0·8 — 1·6176 — 2·3102	1·0 — 1·4899 — 3·1950	1·0 — 0·9124 — 3·4052
40°								1·0 — 0·3073 — 3·5120

[1837]

Eiszeiten und Polschwankungen.

II. Quadrant.

14

Breite	Länge östlich von Greenwich									
	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°
N. 80°	0.5 — 0.0259 0.2952	0.3 — 0.0460 0.1718	0.5 — 0.1253 0.2686	0.8 — 0.2719 0.3884	0.9 — 0.3772 0.3772	0.8 — 0.3884 0.2719	0.9 — 0.4834 0.2255	1.0 — 0.5725 0.1534	1.0 — 0.5904 0.0517	
70°							0.1 — 0.1344 0.0627	0.1 — 0.1432 0.0384	0.3 — 0.4431 0.0388	
60°					0.1 — 0.1746 0.1746	0.8 — 1.6176 1.1327	0.7 — 1.5660 0.7302	0.8 — 1.9074 0.5111	1.0 — 2.4591 0.2151	
50°					0.5 — 1.1450 1.1450	0.7 — 1.8569 1.3003	1.0 — 2.9350 1.3686	1.0 — 3.1280 0.8382	1.0 — 3.2261 0.2822	
40°				(0.7)	(0.7) 0.1 — 0.2493 0.2493	(0.9) 0.6 — 1.7326 1.2132	(1.0) 0.2 — 0.6390 0.2980	(1.0)	(1.0) 0.3 — 1.0536 0.0922	
30°										

R. Spitaler,

[1838]

30°	(0·1)	(0·1)	(0·3)	0·9 — 1·6416 2·3441	1·0 — 2·2484 2·2484	1·0 — 2·6046 1·8238	(1·0) 0·3 — 0·8645 0·4031	(1·0)	(1·0)
20°	(0·7)	(0·3)	(1·0)	(0·8) 0·3 — 0·3806 0·5435	(1·0) 0·6 — 0·9384 0·9384	(1·0) 0·5 — 0·9059 0·6344	(1·0)	(1·0)	(1·0)
N. 10°	(0·8)	(0·8) 0·2 — 0·0410 0·1530	(0·6) 0·1 — 0·0335 0·0718	(0·7)	(1·0) 0·3 — 0·1681 0·1681	(1·0) 0·4 — 0·2596 0·1818	(1·0)	(1·0)	(1·0)
0°	(1·0) 0·2 0·0138 — 0·1578	(0·6)	(0·5)	(0·8) 0·1 0·0454 — 0·0649	(0·7)	(0·6)	(1·0)	(1·0)	(1·0)
S. 10°	(1·0) 0·3 0·0578 — 0·6611	(1·0) 0·7 0·4008 — 1·4956	(1·0)	(0·5)	(0·4)	(0·5)	(1·0)	(1·0)	(1·0)
20°	(1·0) 0·9 0·2494 — 2·8508	(1·0) 0·9 0·7407 — 2·7641	(0·4) 0·1 0·1344 — 0·2882				(0·7)	(1·0)	(1·0)
30°	1·0 0·3073 — 3·5120	1·0 0·9124 — 3·4052	0·7 1·0429 — 2·2365	(0·7)	(0·6)	(0·3)	(0·8)	(1·0)	(0·7)
40°									

[1839]

Eiszeiten und Polschwankungen.

15

III. Quadrant.

Breite	Länge östlich von Greenwich									
	180°	190°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°
N. 80°	1·0 — 0·5904 — 0·0517	1·0 — 0·5725 — 0·1534	0·9 — 0·4834 — 0·2255	1·0 — 0·4855 — 0·3399	1·0 — 0·4191 — 0·4191	0·8 — 0·2719 — 0·3884	0·5 — 0·1253 — 0·2686	0·5 — 0·0767 — 0·2863	0·5 — 0·0259 — 0·2952	
70°	0·7 — 1·0339 — 0·0904	0·5 — 0·7161 — 0·1919					0·1 — 0·0627 — 0·1344	0·1 — 0·0384 — 0·1432	0·3 — 0·0388 — 0·4431	
60°	1·0 — 2·4591 — 0·2151	0·9 — 2·1459 — 0·5750	0·7 — 1·5660 — 0·7302	1·0 — 2·0220 — 1·4159	0·6 — 1·0473 — 1·0473	0·2 — 0·2832 — 0·4044			0·2 — 0·0430 — 0·4918	
50°	1·0 — 3·2261 — 0·2822	1·0 — 3·1280 — 0·8382	1·0 — 2·9350 — 1·3686	1·0 — 2·6527 — 1·8575	1·0 — 2·2899 — 2·2899	0·6 — 1·1145 — 1·5916				
40°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(0·8) ₁	(0·3)			
30°										

30°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(0·7)	(0·3)	(0·7)
20°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(0·8)	(0·6)
N. 10°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)
0°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)
S. 10°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0) 0·2 0·1145 0·4273	(1·0) 0·4 0·0771 0·8814
20°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0) 0·3 0·4031 0·8645	(1·0) 0·7 0·5761 2·1499	(1·0) 0·3 0·0831 0·9503
30°	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0) 0·2 0·4044 0·5775	(1·0) 0·7 1·0429 2·2365	1·0 0·9124 3·4052	1·0 0·3073 3·5120
40°									

IV. Quadrant.

18

Breite	Länge östlich von Greenwich									
	270°	280°	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°	360°
N. 80°	0·2 0·0103 — 0·1181	0·7 0·1074 — 0·4008	0·7 0·1754 — 0·3760	0·3 0·1020 — 0·1457				0·2 0·1074 — 0·0501	1·0 0·5725 — 0·1534	1·0 0·5904 — 0·0517
70°	0·7 0·0904 — 1·0339	0·3 0·1151 — 0·4296	0·5 0·3133 — 0·6719	0·8 0·6803 — 0·9716	0·2 0·2097 — 0·2097	0·9 1·0931 — 0·7654	0·9 1·2094 — 0·5639	0·8 1·1457 — 0·3070	1·0 1·4770 — 0·1292	
60°	0·6 0·1291 — 1·4755	0·2 0·1278 — 0·4769	0·2 0·2086 — 0·4474	0·7 0·9911 — 1·4154	1·0 1·7455 — 1·7455	1·0 2·0220 — 1·4159	1·0 2·2372 — 1·0432	1·0 2·3843 — 0·6389	0·4 0·9836 — 0·0860	
50°	0·3 0·0847 — 0·9678	0·1 0·0838 — 0·3128	0·5 0·6843 — 1·4675	0·8 1·4860 — 2·1222	1·0 2·2899 — 2·2899	1·0 2·6527 — 1·8575	1·0 2·9350 — 1·3686	1·0 3·1228 — 0·8382	0·5 1·6131 — 0·1411	
40°	(0·1)	(0·7)	1·0 1·4899 — 3·1950	(1·0) 0·5 1·0110 — 1·4439	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(0·3)	
30°										

R. Spitaler,

[1842]

30°	(0·7)	(0·8)	1·0 1·3438 — 2·8818	1·0 1·8238 — 2·6046	(1·0) 0·4 0·8994 — 0·8994	(1·0)	(1·0)	(0·5)	
20°	(0·6)	(0·8) 0·2 0·1145 — 0·4273	0·9 0·8413 — 1·8042	1·0 1·2687 — 1·8118	1·0 1·5640 — 1·5640	(1·0) 0·2 0·3624 — 1·2687	(1·0)	(0·4)	
N. 10°	(0·9)	(0·2) 0·1 0·0205 — 0·0765		0·4 0·1818 — 0·2596	(1·0) 0·8 0·4482 — 0·4482	(1·0) 0·3 0·1947 — 0·1363	(1·0)	(0·8)	(0·6)
0°	(0·9)	(0·1)			(0·2)	(0·7)	(1·0)	(1·0) 0·2 — 0·1530 0·0410	(1·0) 0·4 — 0·3157 0·0276
S. 10°	(1·0) 0·4 — 0·0771 0·8814	(0·6)				(0·8)	(1·0)	(1·0) 0·6 — 1·2819 0·3435	1·0 — 2·2035 0·1928
20°	(1·0) 0·3 — 0·0831 0·9503	(0·8)			(0·6)	(1·0)	(1·0)	(1·0) 0·5 — 1·5357 0·4115	1·0 — 3·1675 0·2771
30°	(1·0) 0·9 — 0·2766 3·1608	(0·7)		(0·5)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0)	(1·0) 0·7 — 2·4584 0·2151
40°									

Die Summierung aller x und y ergibt:

$$x = \theta'' \cos \omega = -39'8919, \quad y = \theta'' \sin \omega = -61'7005,$$

woraus $\theta'' = 73'47$ und $\omega = 237^\circ 7'$ folgt, d. h. würde allen Meeren der Erde bei ihrer gegenwärtigen Verteilung eine Wassermasse von 1000 m Höhe entzogen werden, so würde der Nordpol der Hauptträgheitsachse um $73'47$ gegen den Meridian von $237^\circ 7'$ ausschlagen oder, da durch die Vergletscherung von Europa und Nordamerika das Meeresniveau nur um $72 m$ gesunken ist, um $5'29$ gegen denselben Meridian. Es kompensieren sich also die Wirkungen doch nicht ganz, wengleich der Betrag gegenüber der Wirkung durch die Vergletscherung klein ist.

Genauere Berechnung der Verschiebung der Hauptträgheitsachse infolge der Eisablagerung in Nordamerika und Europa.

Nachdem die oben angeführte Tabelle über die Ausschläge der Hauptträgheitsachse, wenn sich Wasser von der Erdoberfläche entfernt, beziehungsweise das Niveau der Meere sinkt, berechnet war, lag es sehr nahe, damit auch die Ausschläge genauer zu berechnen, welche durch die Eisablagerung in Nordamerika und Europa verursacht wurden.

Ich hatte gleich anfangs schon dagegen Bedenken, diese Ausschläge, wie eingangs näher ausgeführt wurde, einfach dadurch zu berechnen, daß die Eisablagerung auf einige Eiszylinder mit ihrer Masse auf dem Mittelpunkt der Basis konzentriert gedacht wurde, während sich die Eislage in Nordamerika auf ungefähr 160 Längengrade und 60 bis 60 Breitengrade, in Europa auf 80 Längengrade und 30 Breitengrade ausdehnte. Die Tabelle eignet sich sofort auch zur Berechnung der Ausschläge infolge der Eisablagerung, wenn man im Kopfe derselben die Vorzeichen der Argumente für x und y entgegengesetzt nimmt, weil ja die Richtung des Ausschlages jetzt $\omega = \lambda + 180^\circ$ ist.

Unter der Annahme, daß das Eis durchwegs eine Mächtigkeit von 1000 m hatte — oder nehmen wir wegen des spezifischen Gewichtes des Gletschereises von 0·9 und, um die Tabelle direkt benutzen zu können, 1111 m an, so daß das

Eis geschmolzen eine Wasserhöhe von 1000 *m* geben würde — wurde nach der eingangs angeführten Karte der Eisverbreitung geschätzt, wie viel Zehnteile jedes Zehngradfeld mit Eis bedeckt war. Auf diese Weise ergaben sich die folgenden Übersichtskarten, welche ganz analog wie jene der Wasserentfernung angelegt sind.

Die Summierung der *x* und *y*, für Nordamerika und Europa gesondert angeführt, ergibt:

Nordamerika.

Zone	<i>x</i>		<i>y</i>	
	Quadrant			
	III 190—270°	IV 270—350°	III 190—270°	IV 270—350°
N. 90—80°	0°0018	— 0°1498	0°0207	0°2045
80—70	0°8588	— 2°8097	2°0623	3°3484
70—60	5°9006	— 4°2916	8°0210	7°2991
60—50	6°2005	— 4°7372	10°8676	10°4661
50—40	2°1535	— 3°0836	6°9768	8°9795
40—30	0°0615	— 0°0615	0°7024	0°7024
Summe ..	15°1767	—15°1334	28°6508	31°0000
	0°0433		59°6508	

Europa.

Zone	<i>x</i>		<i>y</i>	
	Quadrant			
	IV 340—360°	I 0—70°	IV 340—360°	I 0—70°
N. 80—70°	—	— 0°5018	—	— 0°5600
70—60	— 0°1477	— 6°5651	0°0129	— 4°6874
60—50	— 2°4442	— 9°7796	0°2999	— 4°9146
50—40	—	— 0°2935	—	— 0°1369
Summe	— 2°5919	—17°1400	0°3128	—10°2989
	—19°7319		—9°9861	

Ausschläge der Hauptträgheitsachse

Breite	Länge östlich								
	190°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°
N. 90°									0·3
									0·0018
									0·0207
80°			0·2	0·4	0·6	0·8	0·9	1·0	
			0·0971	0·1676	0·2039	0·2004	0·1381	0·0517	
			0·0680	0·1676	0·2913	0·4297	0·5153	0·5904	
70°	0·4	0·8	1·0	1·0	1·0	1·0	1·0	1·0	
	0·5728	1·0750	1·2145	1·0484	0·8504	0·6266	0·3837	0·1292	
	0·1535	0·5013	0·8504	1·0484	1·2145	1·3438	1·4321	1·4770	
60°	0·3	0·4	0·2	0·5	1·0	1·0	1·0	1·0	
	0·7153	0·8949	0·4044	0·8728	1·4159	1·0432	0·6389	0·2151	
	0·1917	0·4173	0·2832	0·8728	2·0220	2·2372	2·3843	2·4591	
50°					0·4	0·6	0·4	0·9	
					0·7430	0·8212	0·3353	0·2540	
					1·0611	1·7610	1·2512	2·9035	
40°								0·2	
								0·0615	
N. 30°								0·7024	
	190°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°

infolge des nordamerikanischen Eises.

von Greenwich								
270°	280°	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°
0·5	0·5	0·6	0·6	0·6	0·5	0·4	0·2	
-0·0030	-0·0090	-0·0176	-0·0239	-0·0294	-0·0284	-0·0251	-0·0134	
0·0346	0·0335	0·0377	0·0341	0·0294	0·0199	0·0117	0·0036	
1·0	1·0	1·0	1·0	1·0	1·0	1·0	0·3	
-0·0517	-0·1534	-0·2505	-0·3399	-0·4191	-0·4855	-0·5371	-0·5725	
0·5904	0·5725	0·5371	0·4855	0·4191	0·3399	0·2505	0·1534	
1·0	1·0	1·0	1·0	1·0	0·7	0·3		
-0·1292	-0·3837	-0·6266	-0·8504	-1·0484	-0·8502	-0·4031		
1·4770	1·4321	1·3438	1·2145	1·0484	0·5953	0·1880		
1·0	1·0	1·0	1·0	0·7	0·1			
-0·2151	-0·6389	-1·0432	-1·4159	-1·2219	-0·2022			
2·4591	2·3843	2·2372	2·0220	1·2219	0·1416			
0·9	0·8	0·7	0·4	0·2				
-0·2540	-0·6706	-0·9580	-0·7430	-0·4580				
2·9035	2·5024	2·0545	1·0611	0·4580				
0·2								
-0·0615								
0·7024								
270°	280°	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°

Ausschläge der Hauptträgheitsachse in Folge des europäischen Eises.

24

Breite	Länge östlich von Greenwich									
	340°	350°	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
N. 80°					0·2	0·1	0·3	0·5	0·2	
					— 0·1074	— 0·0486	— 0·1257	— 0·1700	— 0·0501	
70°					— 0·0501	— 0·0340	— 0·1257	— 0·2428	— 0·1074	
		0·1	0·4	0·9	1·0	1·0	1·0	0·9	0·5	
60°		— 0·1477	— 0·5908	— 1·2889	— 1·3438	— 1·2145	— 1·0484	— 0·7654	— 0·3133	
		0·0129	— 0·0517	— 0·3453	— 0·6266	— 0·8504	— 1·0484	— 1·0931	— 0·6719	
50°	0·2	0·8	0·8	0·9	1·0	0·9	0·7	0·2	0·1	
	— 0·4769	— 1·9673	— 1·9673	— 2·1459	— 2·2372	— 1·8198	— 1·2219	— 0·2832	— 0·1043	
N. 40°	0·1278	0·1721	— 0·1721	— 0·5750	— 1·0432	— 1·2743	— 1·2219	— 0·4044	— 0·2237	
					0·1					
					— 0·2935					
					— 0·1369					
	340°	350°	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°

R. Spitaler,

[1848]

Daraus findet man für die Gesamtwirkung der Eisablagerung in Nordamerika und Europa:

$$x = \theta'' \cos \omega = -19'6886 \quad \text{und} \quad y = \theta'' \sin \omega = 49'6647$$

und schließlich

$$\theta'' = 53'4, \quad \omega = 111^\circ 37'5,$$

d. h. der Nordpol der Hauptträgheitsachse schlug infolge der Eisablagerung um $53'4$ gegen den Meridian von $111^\circ 37'5$ östl. v. Gr. aus.

Es ergibt sich also durch diese genauere Berechnung der Ausschlag weit geringer, als früher gefunden wurde.

Wir fanden aber früher, daß auch infolge der Wasserentnahme aus den Meeren zur Eisbildung der Trägheitspol um $5'29$ gegen den Meridian von $237^\circ 7'$ östl. v. Gr. ausschlug, d. i. $x = -2'8722$, $y = -4'4424$. Es ergibt sich daher für die Wirkung des Eises und des Wassers $x = -22'5608$ und $y = 45'2223$, woraus folgt:

$$\theta'' = 50'5 \quad \text{und} \quad \omega = 116^\circ 31'.$$

Da aber die Eisablagerung in Nordamerika im zentralen Gebiete vielleicht eine Mächtigkeit von 2000 m erreicht hat oder nehmen wir aus demselben Grunde wie oben 2222 m an und es wäre dies auf der Fläche von 260 bis 310° östl. v. Gr. und von 50 bis 80° Breite der Fall gewesen — sie ist auf der Tabelle stärker umrahmt —, so vergrößern sich x um $-5'7025$ und y um $21'2820$ und man erhält:

$$x = \theta'' \cos \omega = -25'3911 \quad \text{und} \quad y = \theta'' \sin \omega = 70'9467$$

und daraus

$$\theta'' = 75'4 \quad \text{und} \quad \omega = 109^\circ 41'5.$$

Berücksichtigt man auch hier wieder die Wasserentnahme der Meere, so sank das Meeresniveau um weitere 17 m , also im ganzen um 89 m , und es sind

$$x = \theta'' \cos \omega = -28'9415 \quad \text{und} \quad y = \theta'' \sin \omega = 65'4554,$$

woraus folgt:

$$\theta'' = 71'6 \quad \text{und} \quad \omega = 113^\circ 51'.$$

Wir können daher, wenn wir das Mittel aus beiden Ergebnissen nehmen, mit großer Wahrscheinlichkeit sagen, daß infolge der Vereisung von Nordamerika und Europa die Hauptträgheitsachse der Erde um beiläufig eine Bogenminute oder um 1852 m gegen den Meridian von 115° östl. v. Gr. von ihrer Lage vor der Eiszeit ausgeschlagen hat.

Eine solche Verschiebung der Hauptträgheitsachse zieht aber auch eine Verschiebung der Rotationsachse im Erdkörper nach sich und in weiterer Folge können dadurch bedeutende geotektonische Veränderungen der Erdoberfläche hervorgebracht werden. Darüber sollen im folgenden einige Betrachtungen angestellt werden.

Die Polbewegungen.

Anlässlich des fünfzigjährigen Bestandes der Sternwarte in Poulkowa hat Prof. Schiaparelli¹ eine Abhandlung veröffentlicht: »De la rotation de la terre sous l'influence des actions géologiques«, in welcher er in mehreren Problemen die Rotationsverhältnisse der Erde untersucht, wenn durch geologische Umgestaltungen die Massenverteilung auf der Erde sich verändert, also die Hauptträgheitsachse im Erdkörper sich verschiebt. Es schien mir nun von Interesse, meine Ergebnisse über die Veränderung der Lage der Hauptträgheitsachse infolge der quartären Vereisung von Europa und Nordamerika auf diese Untersuchungen anzuwenden. Diese müssen aber auf Grund der inzwischen erzielten Beobachtungen über die Polbewegung und neuerer theoretischen Untersuchungen etwas modifiziert werden. Sie seien aber zunächst, soweit sie für unsere Zwecke benötigt werden, ziemlich wörtlich wiedergegeben.

Verschiebt sich der Trägheitspol mit der Zeit nach irgendeinem Gesetze, so beschreibt der Rotationspol, indem

¹ J. V. Schiaparelli, De la rotation de la terre sous l'influence des actions géologiques. Mémoire présenté à l'observatoire de Poulkowa à l'occasion de sa fête semiséculaire. St. Pétersbourg, 1889.

er sich im sogenannten Euler'schen Kreise um den Trägheitspol bewegt, eine Rollkurve (Problem IV). Bei gleichförmiger Bewegung des Trägheitspols ist die Kurve des Rotationspols eine Zyklode, und zwar im allgemeinen eine verlängerte oder verkürzte. Die gewöhnliche Zyklode tritt nur auf, wenn in einem Moment der Bewegung die beiden Pole zusammenfallen. Alles gilt aber nur unter der Voraussetzung, daß die Erde vollständig starr ist. In diesem Falle können sich auch die beiden Pole nicht weiter voneinander entfernen, als der Weg beträgt, welchen der Trägheitspol in $\frac{1}{\pi}$ einer Euler'schen Periode zurücklegt. Auch wenn vom Anfange an die beiden Pole getrennt sind, kann ihre Entfernung nicht um mehr als diesen Betrag anwachsen. Nimmt man als Dauer einer Eiszeit 50.000 Jahre an, also die Zeit, innerhalb welcher nach unseren Untersuchungen der Trägheitspol $1' = 1852 \text{ m}$ zurückgelegt hat, zu 25.000 Jahren, so hätte sich der Rotationspol nicht um mehr als $0'0006 = 2 \text{ cm}$ vom Trägheitspol entfernen können, d. h. sie wären praktisch beisammen geblieben.

Könnte aber die Erde ihre Form sofort der neuen Lage des Pols anpassen, d. h. wäre sie vollständig plastisch, so zeigt Schiaparelli, daß dann die Euler'sche Bewegung ganz unterdrückt würde, und es könnte der Rotationspol weite Wege auf der Erde zurücklegen. Diese Verhältnisse traten jedenfalls ein zur Zeit, als die Erde noch vollständig oder wenigstens in hohem Grade formbar war.

In Wirklichkeit ist aber die Erde weder ganz starr noch den Veränderungen der Lage der Rotationsachse vollständig anpassungsfähig. Infolge der teilweisen Elastizität und der Bedeckung mit Flüssigkeit ändert sich auch die Euler'sche Periode. Unter der Annahme, daß die Erde die Starrheit des Stahls besitzt, ergibt sich nach Thomson die Euler'sche Periode zu 441 Tagen und Newcomb fand aus älteren Polhöhenbeobachtungen dieselbe zu 430 Tagen, während Chandler mit Zugrundelegung neuerer Beobachtungen 427 Tage angibt.

Ist die Erde aber auch nicht vollständig anpassungsfähig, so kann sie es doch in einem gewissen Grade sein und es tritt Anpassung oder Adaption ein, wenn dieser Grad durch

Entfernung des Rotationspols von seiner ursprünglichen Lage erreicht wird. Diesen Fall bespricht Schiaparelli ebenfalls theoretisch (Problem X) und es scheint mir nicht ohne Interesse zu sein, denselben mit unseren Daten praktisch zu untersuchen.

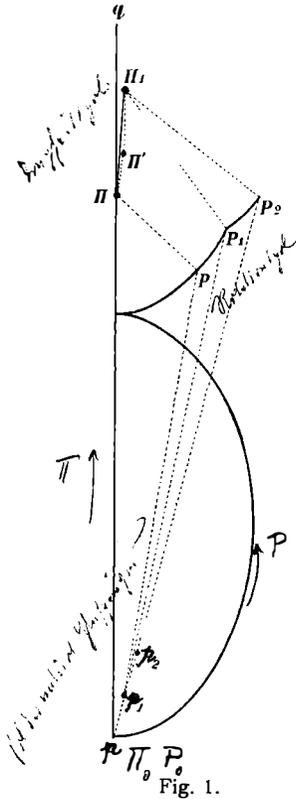


Fig. 1.

Es seien nach Schiaparelli mit Π der Trägheitspol, mit P der Rotationspol und mit p der Pol des natürlichen Gleichgewichtes bezeichnet, so daß um die ihm zugehörige Achse als Rotationsachse die Erde unter dem Einflusse von Schwere und Fliehkraft vollständig äquilibriert ist. Man kann nun wohl annehmen, daß im Urzustande, als die Erde noch formbar war und die Massen der Rotationsachse sich zurechtlegen konnten, also die Erde ihre Gestalt sich selbst drechselte, alle drei Pole im Punkte p (Fig. 1) zusammenfielen und daß nun einmal eine langsame, aber fortschreitende geologische Aktion, in unserem Falle die langsam fortschreitende Eisablagerung, nach und nach den Trägheitspol von seiner ursprünglichen Lage entfernte. Der Vorgang ist dann nach Schiaparelli der folgende.

Der Trägheitspol Π beginnt mit gleichförmiger oder veränderlicher Geschwindigkeit einen Meridianbogen oder auch, einfacher gesagt, eine gerade Linie $p q$ zu beschreiben. Während der ersten Phase werden sich die Verhältnisse, wie oben erwähnt, abspielen; der wirkliche Rotationspol P beginnt die

Euler'sche Bewegung zu beschreiben, und zwar eine Rollbahn mit $p q$ als Basis seiner Abwicklung. Wenn die Bewegung des Trägheitspols gleichförmig erfolgt, wird die Rollbahn eine Zykloide sein.

Da die Entfernung von P aus seiner ursprünglichen Lage p unbestimmt anwachsen kann, wird ein Moment kommen, wo der Trägheitspol sich in Π befindet und die Entfernung $p P$ die Grenze k (Adaptionskonstante) erreicht. Im nächsten

Augenblick, wenn P nach P_1 kommt, wird diese Grenze überschritten; es tritt Adaption ein und p wird nach p_1 verschoben, so daß $P_1 p_1 = k$ ist. Da das Sphäroid seine Form ändert, wird der Trägheitspol Π (durch diesen einzigen Umstand und unabhängig von ganz anderen Ursachen) die Verschiebung $\Pi \Pi'$ erleiden, welche man als gleichmäßig und parallel zu $p p'$ annehmen kann. Da aber inzwischen die geologische Aktion ihre Arbeit fortsetzt, tritt zur selben Zeit auch eine Verschiebung in der Richtung der Linie $p q$ ein, so daß dieselbe mit der Verschiebung $\Pi \Pi'$ die resultierende Verschiebung $\Pi \Pi_1$ ergibt. Der Punkt Π_1 wird nun als Zentrum für die augenblickliche Euler'sche Bewegung von P_1 dienen, welcher im folgenden Augenblicke sich in P_2 befinden wird, infolge der Wirkung einer neuen Adaption p_1 nach p_2 mit sich forttreibend. Dieser Vorgang wird neuerdings auf die Bewegung des Trägheitspols einwirken usw.

Es ergibt sich also eine gleichzeitige Verschiebung der drei Pole, welche durch die Bewegung des Trägheitspols verursacht wird, die ihrerseits wiederum durch das geologische Phänomen (Eiszeit) und die fortschreitende Adaption des Sphäroids bedingt wird. Die Euler-, beziehungsweise Chandler'sche Bewegung wird dabei ganz unterdrückt. Sobald nämlich einmal die Adaptionsgrenze erreicht ist und die Vergletscherung sich noch weiter fortsetzt, folgen die Adaptionen ziemlich rasch und oft aufeinander. So ungefähr schildert Schiaparelli den Vorgang.

Nach den Untersuchungen von Radau¹ und Helmert² ist aber bekannt, daß, wenn der Trägheitspol eine Verschiebung von jährlicher Periode erfährt, der Rotationspol eine etwa dreifach vergrößerte jährliche Bewegung um denselben ausführt. Kleine jährliche periodische Verschiebungen des Trägheitspols können durch mancherlei meteorologische Prozesse bedingt werden, solche durch periodische Luftmassenverschiebungen wurden von mir nachgewiesen.³ Diese jährliche Bahn des

¹ Bullet. astronom., Bd. VII, p. 352.

² Astronom. Nachr., Bd. 126, Nr. 3014.

³ R. Spitaler, Die periodischen Luftmassenverschiebungen und ihr Einfluß auf die Lagenänderungen der Erdachse (Breitenschwankungen). Ergänzungsheft Nr. 137 zu Petermann's Mitteilungen, Gotha, 1901.

Rotationspols kombiniert sich mit der Chandler'schen Bewegung von beiläufig 14monatlicher Periode, wozu noch das unaufgeklärte Kimura'sche Glied der Polbewegung kommt, zu der seit mehreren Jahren tatsächlich beobachteten Bewegung des Rotationspols. Diese Bahn weist aber viele Abweichungen von der ziemlich regelmäßig sein sollenden Bahn auf, die nach Untersuchungen von Milne, Cancani und Omori mit Erdbeben in zeitlichem Zusammenhang zu stehen scheinen, indem außergewöhnliche seismische Erscheinungen, wie Beben von großer Intensität oder allgemeiner Verbreitung, am häufigsten dann eintreten, wenn der Pol auf seiner Wanderung stärker die Richtung ändert. Es fragt sich dabei nur, ob die Polbewegung die Ursache für die Erdbeben oder letztere für jene sind.

Die Unregelmäßigkeiten der Polbahn dürften meines Dafürhaltens wohl zum größten Teil in den Unregelmäßigkeiten der jährlichen periodischen Bewegung des Trägheitspols ihren Grund haben, die durch die jährlich gewiß nicht ganz gleichmäßig wiederkehrenden meteorologischen Phänomene bedingt werden. Es scheint mir daher viel näher zu liegen, daß der unregelmäßige Verlauf der meteorologischen Massenverschiebungen und als deren Folge Unregelmäßigkeiten in der jährlichen periodischen Bewegung des Trägheitspols die primäre und ein Teil der Erdbeben die sekundäre Erscheinung ist. Ändert sich nämlich die Lage der Rotationsachse, so ändern sich auch die Flugkräfte und damit die tatsächliche Schwere und es treten Kräfte auf, welche die Äquilibrierung in bezug auf die neue Rotationsachse wiederherzustellen versuchen. Es haben aber gewiß nur ein Teil der Erdbeben hierin ihren Grund.

Nach dem oben Gesagten sind also in den Polbewegungen und dem Fortschreiten des Trägheitspols während der Eisablagerung die Verhältnisse tatsächlich vorhanden, die nach Schiaparelli zu Adaptionen führen können. Es wäre aber verfrüht, in Einzelheiten des Schiaparelli'schen Problems einzugehen, bevor man nicht Näheres über die Adaptionskonstante weiß, die sowohl zeitlich als für verschiedene Gegenden der Erde veränderlich sein kann; darüber äußert

sich Schiaparelli eingehender in einer Anmerkung, auf die hier verwiesen sein mag.

Über die Adaptionkonstante und die Kräfte, welche infolge von Polverschiebungen auftreten.

Schiaparelli bezeichnet die Entfernung des Pols des natürlichen Gleichgewichtes vom Rotationspole im Moment, wo Adaption eintritt, als die Adaptionkonstante k . Über die Größe derselben kann im vorhinein nichts angegeben werden, denn sie ist nicht allein von der Flüssigkeit oder überhaupt Konstitution der inneren Massen, sondern auch von vielen anderen Umständen abhängig. Es wird sich auch wahrscheinlich nicht die ganze Erde gleichzeitig adaptieren, sondern dies kann territorial geschehen, wo sich eben nach dem Baue der betreffenden Erdkruste die Spannungen auslösen. Jedenfalls ist die Adaptionkonstante nicht Null, denn in diesem Falle müßte sich die sofortige Adaption nicht allein unter dem Einflusse der Rotation, sondern auch unter dem Einflusse der luni-solaren Anziehung offenbaren. Es müßte, wie W. Thomson gezeigt hat, diesem Einflusse die feste Erdkruste ebenso wie das Meer nachgeben und es gäbe keine Ebbe und Flut des Meeres.

Es wirft sich also die Frage auf, welche Kräfte zur Umgestaltung der Erde ausgelöst werden, wenn sich die Umdrehungsachse gegen die Achse des natürlichen Gleichgewichtszustandes verändert.

Die nachstehende Zeichnung (Fig. 2) stelle einen meridionalen Durchschnitt durch die abgeplattete Erde dar. Im Orte B in der geozentrischen Breite φ' , beziehungsweise in der geographischen Breite φ entsteht infolge der Rotation der Erde um ihre Achse die Zentrifugalbeschleunigung

$$f = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{\rho \cos \varphi'} = \left(\frac{2 \pi \rho \cos \varphi'}{T} \right)^2 \frac{1}{\rho \cos \varphi'} = \frac{4 \pi^2}{T^2} \rho \cos \varphi',$$

wenn mit v die Geschwindigkeit der Erdrotation im Punkte B , mit r der Abstand dieses Ortes von der Rotationsachse, mit ρ

so erhält man

$$\Delta \varphi = -\frac{1}{2} \frac{\alpha}{\sin 1'} \sin 2\varphi = -5'7 \sin 2\varphi.$$

Der Unterschied $\Phi - \varphi$ erreicht also im Maximum 5'7 bei $\varphi = 45^\circ$; es wäre daher zwecklos, die weiteren Rechnungen durch Beibehalten der strengen Formel zu komplizieren. Wir benutzen daher im folgenden für die Zentrifugalbeschleunigung die Formel:

$$f = \frac{4 a \pi^2}{T^2} \cos \varphi.$$

Für den Äquator erhält man:

$$f_0 = \frac{4 a \pi^2}{T^2} = \frac{4 \pi^2 \cdot 6377397}{86164^2} = 0 \cdot 03391 \text{ m. sec}^{-2}$$

und für eine beliebige Breite φ

$$f = 0 \cdot 03391 \cos \varphi.$$

Zerlegt man dieselbe, welche durch die Linie BL dargestellt ist, in die Vertikalkomponente $BM = BL \cos \varphi$ und in die Horizontalkomponente $BN = BL \sin \varphi$, so wird durch die erstere die vertikal abwärts gerichtete Komponente BS der reinen Schwerebeschleunigung der Erde BR zur normalen Schwerebeschleunigung des betreffenden Ortes g verkleinert. Die äquatorwärts gerichtete Komponente BN der Zentrifugalbeschleunigung ist durch die horizontale, polwärts gerichtete Komponente $RS = BT$ der reinen Schwerebeschleunigung durch die von derselben hervorgerufene Abplattung der Erde, als diese noch hinlänglich plastisch war, um diesen Formveränderungen nachgeben zu können, kompensiert worden, so daß also der Massenpunkt B im Gleichgewichtszustande sich befindet, solange die geographische Breite φ unverändert bleibt.

Verschiebt sich aber die Rotationsachse im Erdkörper, so ändern sich damit auch die geographischen Breiten der Erdorte. Beträgt die Verschiebung $\Delta \varphi$, so ändert sich auch im Meridian, in welchen der Pol hineintrückt, die Breite ebenfalls um $\Delta \varphi$ und wird $\varphi + \Delta \varphi$ oder allgemein, wenn wir die Längen

Es ist aber, wie aus vorstehender Zeichnung (Fig. 3) ersichtlich, auf der ganzen zur Breite φ gehörigen Sehne BB' $a_1 \sin \varphi_1 = a_2 \sin \varphi_2 = a_3 \sin \varphi_3$ usw. eine Konstante $a \sin \varphi$, d. h. die Änderung der Zentrifugalbeschleunigung ist auf der ganzen Sehne BB' gleich groß $\Delta f = -\frac{4\pi^2}{T^2} a \sin \varphi \Delta \varphi$.

Bevor wir aber davon weiteren Gebrauch machen, möge noch ein anderer Punkt erörtert werden, der für unsere Untersuchung von Nutzen sein wird. Wenn sich die Lage der Rotationsachse ändert, werden die leicht verschiebbaren Teile der Erde, die Luft, das Wasser und ein vielleicht vorhandenes flüssiges oder leichter bewegliches Erdinnere sogleich sich der neuen Lage der Rotationsachse anzupassen bestreben. Es werden sich ihre Niveaus verschieben. Dieser Höhenunterschied ist derselbe wie jener der korrespondierenden Oberflächen der Gleichgewichtslage in den beiden Lagen der Rotationsachse.

Die Größe dieser Niveauverschiebung läßt sich leicht angeben. Differenziert man die oben für ρ angeführte Reihe

$$\rho = a(1 - \alpha \sin^2 \varphi + \dots)$$

nach $-\varphi$, so ergibt sich:

$$\Delta \rho = a \alpha \sin 2 \varphi \Delta \varphi$$

oder, wenn man $\Delta \varphi$ in Bogensekunden ausdrückt,

$$\Delta \rho = a \alpha \sin 2 \varphi \sin 1'' \Delta \varphi''.$$

Setzt man für a und α die Bessel'schen Werte ein, so erhält man:

$$\Delta \rho = 10 \cdot 35 \sin 2 \varphi \Delta \varphi'' \text{ cm}$$

oder für $\Delta \varphi = 1'$, wie wir für die Eiszeit gefunden haben, $\Delta \rho = 6 \cdot 21 \sin 2 \varphi$ Meter.

Es müßte also, wenn während der Vereisung von Europa und Nordamerika keine Adaption eingetreten ist, die Erdoberfläche in der Breite von 45° eine maximale Niveauspannung von mindestens 6 m Höhe auszuhalten imstande sein. Diese Spannung wäre im Meridian der Polverschiebung auf der nördlichen Hemisphäre zentripetal, also das Niveau erniedrigend,

auf dem um 180° abliegenden Meridian aber zentrifugal, also das Niveau hebend, und auf der südlichen Hemisphäre gerade umgekehrt. In den um 90° abliegenden Meridianen tritt keine Spannung auf.

Die Größe dieser Spannungen, Druck nach aufwärts oder Zug nach abwärts lassen sich berechnen. Wir fanden oben, daß, wenn die geographische Breite um $-\Delta\varphi$ sich ändert, die Zentrifugalbeschleunigung auf der ganzen Sehne, welche von der Breite φ aus senkrecht zur Rotationsachse durch die Erde hindurch im Meridian der Polverschiebung gezogen wird, um den konstanten Betrag

$$\Delta f = \frac{4\pi^2}{T^2} a \sin \varphi \Delta \varphi$$

sich ändert. Es erlangt also ein Parallelepiped von 1 cm^2 Querschnitt, welches wir uns an Stelle der Sehne denken, diese konstante Beschleunigung und drückt daher auf der einen Seite der Erde nach aufwärts und zieht auf der anderen Seite nach abwärts mit einer Kraft gleich der Masse des Parallelepipeds mal der konstanten Beschleunigung, d. i.

$$K = \frac{4\pi^2}{T^2} a \sin \varphi \Delta \varphi \times 2 a \cos \varphi \delta_m,$$

worin δ_m die mittlere Dichte der Erde auf der betreffenden Sehne darstellt, oder für die Flächeneinheit der Erdoberfläche:

$$K = \frac{4\pi^2}{T^2} a \sin \varphi \Delta \varphi \times 2 a \cos \varphi \delta_m \times \cos \varphi,$$

d. i.

$$K = \frac{8a^2\pi^2}{T^2} \Delta \varphi \delta_m \sin \varphi \cos^2 \varphi,$$

und zwar sind dies Massengramme.

Um den Druck, beziehungsweise Zug in irdischen Grammen zu erhalten, ist der Betrag noch durch die mittlere Schwerebeschleunigung g_m auf der betreffenden Sehne zu dividieren, so daß sich der Druck in Grammen für 1 cm^2 , wenn wir g_m in

Einheiten von g , der Schwerebeschleunigung auf der Erdoberfläche, ausdrücken, ergibt:

$$K = \frac{8 a^2 \pi^2}{g g_m T^2} \Delta \varphi \delta_m \sin \varphi \cos^2 \varphi.$$

Setzt man für g der Vereinfachung halber $g_{45} = 980 \cdot 617$ und für $a = 6,370.283 \text{ m}$, $T = 86.164$ Sekunden ein, so erhält man:

$$K = 1 \cdot 32912 \frac{\delta_m}{g_m} \Delta \varphi'' \sin \varphi \cos^2 \varphi.$$

Mit diesen Kräften versucht sich das Rotationsellipsoid der neuen Rotationsachse anzupassen. Man kann dieselben in eine horizontale und vertikale Komponente zerlegen, indem man den Ausdruck mit $\sin \varphi$, beziehungsweise $\cos \varphi$ multipliziert. Je nachdem $\Delta \varphi$ im betreffenden Meridian negativ oder positiv ist, ist die horizontale Kraft polwärts oder äquatorwärts gerichtet und die Vertikalkraft nach aufwärts, beziehungsweise abwärts. Wenn sich also der Rotationspol in einen Meridian hinein verschiebt ($+\Delta \varphi$), so treten in demselben äquatorwärts und abwärts gerichtete Kräfte auf, verschiebt er sich aber aus dem Meridian hinaus ($-\Delta \varphi$), so versuchen polwärts und aufwärts gerichtete Kräfte die neue Gestalt der Erde herzustellen. Der Übergang von der einen Richtung zur anderen erfolgt proportional dem Kosinus des Längenabstandes eines Meridians vom Meridian der Polverschiebung und auf der südlichen Halbkugel haben die Kräfte die entgegengesetzte Richtung von jener auf der Nordhalbkugel.

Mittlere Dichte und Schwerebeschleunigung.

Um die angeführten Kräfte berechnen zu können, wird der Faktor $\frac{\delta_m}{g_m}$ benötigt. Nach Helmert¹ ist die Dichte im Inneren der Erde, wenn a den Abstand vom Erdmittelpunkte in Teilen des Radius bedeutet,

$$\delta = 11 \cdot 3 - 11 \cdot 752 a^2 + 3 \cdot 1075 a^4,$$

¹ Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. II. Bd., Leipzig 1884. p. 487.

woraus sich folgende Beträge ergeben:

Abstand vom Mittelpunkte	Dichte	Abstand vom Mittelpunkte	Dichte
1·0	2·66	0·4	9·50
0·9	3·82	0·3	10·27
0·8	5·05	0·2	10·84
0·7	6·29	0·1	11·18
0·6	7·47	0·0	11·30
0·5	8·56		

Um die mittlere Dichte der Erdkugel bis zu einem beliebigen Abstand a vom Erdmittelpunkte zu bestimmen, muß man zunächst obigen Ausdruck mit der dem variablen a entsprechenden Oberfläche der Kugel multiplizieren; integriert man sodann von $a = 0$ bis $a = a$ und dividiert durch den Inhalt der Kugel, so erhält man:

$$\begin{aligned} \delta'_m &= \frac{3}{a^3} \int_0^a (11\cdot3 a^2 - 11\cdot752 a^4 + 3\cdot1075 a^6) da \\ &= \frac{3}{a^3} \left(\frac{11\cdot3}{3} a^3 - \frac{11\cdot752}{5} a^5 + \frac{3\cdot1075}{7} a^7 \right) \\ &= 11\cdot3 - 7\cdot0512 a^2 + 1\cdot33179 a^4. \end{aligned}$$

Mit dieser Formel findet man folgende mittlere Dichten der Kugel:

Abstand vom Mittelpunkte	Mittlere Dichte	Abstand vom Mittelpunkte	Mittlere Dichte
1·0	5·58	0·4	10·21
0·9	6·46	0·3	10·68
0·8	7·33	0·2	11·02
0·7	8·16	0·1	11·23
0·6	8·93	0·0	11·30
0·5	9·62		

Es entspricht also die mittlere Dichte der Erde bis zum Abstand 0·77 von der Mitte aus jener des Eisens (7·88), so daß, die Erde mit einem inneren Eisenkern gedacht, letzterer einen Halbmesser von 4905 *km* hätte. Der innerste Teil der

Kugel hat nach diesem Dichtegesetz beiläufig die Dichte des Bleies (11·4).

Um die mittlere Dichte auf einer zur Rotationsachse senkrechten Sehne in der Breite φ zu finden, wie wir sie eben benötigen, integriert man jetzt von $a_0 \sin \varphi$ bis a_0 oder, da $a_0 = 1$ angenommen ist, von $\sin \varphi$ bis 1. Dividiert man das so erhaltene Resultat durch $1 - \sin \varphi$, so erhält man die mittlere Dichte auf der genannten Strecke, also

$$\begin{aligned} \delta_m &= \frac{1}{1 - \sin \varphi} \int_{a = \sin \varphi}^{a = 1} (11 \cdot 3 - 11 \cdot 752 a^2 + 3 \cdot 1075 a^4) da \\ &= \frac{1}{1 - \sin \varphi} \left[11 \cdot 3 a - \frac{11 \cdot 752}{3} a^3 + \frac{3 \cdot 1075}{5} a^5 \right]_{a = \sin \varphi}^{a = 1} \\ &= \frac{1}{1 - \sin \varphi} \left[11 \cdot 3 a - 3 \cdot 9173 a^3 + 0 \cdot 6215 a^5 \right]_{a = \sin \varphi}^{a = 1} \\ &= \frac{1}{1 - \sin \varphi} \{ 8 \cdot 0042 - (11 \cdot 3 \sin \varphi - 3 \cdot 9173 \sin^3 \varphi + \\ &\quad + 0 \cdot 6215 \sin^5 \varphi) \}. \end{aligned}$$

Mit dieser Formel ergeben sich folgende mittlere Dichten auf den zur Breite φ gehörigen Sehnen:

φ	Mittlere Dichte	φ	Mittlere Dichte
0°	8·0042	45°	4·4009
5	7·6922	50	4·0388
10	7·3363	55	3·7139
15	6·9438	60	3·4315
20	6·5247	65	3·1912
25	6·0893	70	2·9934
30	5·6390	75	2·8424
35	5·2140	80	2·7349
40	4·7952	85	2·6490

Es ist also die mittlere Dichte auf der Sehne in der Breite von 30° gleich der mittleren Dichte der ganzen Erde. Gegen den Äquator hin nimmt sie zu, gegen die Pole hin ab.

Um die Schwerebeschleunigung in einer beliebigen Entfernung a vom Mittelpunkte im Inneren der Erde zu bestimmen,

benutzen wir den Satz, daß die Anziehung einer Kugel auf einen Punkt in ihrem Inneren so erfolgt, als wenn die Masse der Kugel vom Radius a im Mittelpunkt konzentriert wäre; die Anziehungen der außerhalb von a liegenden Kugelschale heben sich gegenseitig auf. Bezeichnet V das Volumen der Kugel vom Radius a , so ist die Schwerebeschleunigung in einem Punkte ihrer Oberfläche

$$g = K \cdot \frac{V \delta_m}{a^2} = K \frac{4}{3} a \pi \delta_m \quad (K = \text{Gravitationskonstante}).$$

Nimmt man die Schwerebeschleunigung auf der Erdoberfläche als Einheit und die Dichte der ganzen Erde zu $5 \cdot 58$, so ist

$$g = \frac{K \frac{4}{3} a \pi \delta_m}{K \frac{4}{3} \pi \cdot 5 \cdot 58} = \frac{a \delta_m}{5 \cdot 58}.$$

Setzt man in diese Formel den oben für δ'_m gefundenen Wert ein, so erhält man

$$g = \frac{a}{5 \cdot 58} (11 \cdot 3 - 7 \cdot 0512 a^2 + 1 \cdot 33179 a^4)$$

oder

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{5 \cdot 58} (11 \cdot 3 a - 7 \cdot 0512 a^3 + 1 \cdot 33179 a^5) \\ &= 2 \cdot 0251 a - 1 \cdot 2637 a^3 + 0 \cdot 2386 a^5. \end{aligned}$$

Mit dieser Formel erhält man folgende Tabelle der Schwerebeschleunigungen im Inneren der Erde, wenn g_0 jene auf der Erdoberfläche ist:

Abstand vom Mittelpunkte	g	Abstand vom Mittelpunkte	g
1·0	1·0000 g_0	0·4	0·7316 g_0
0·9	1·0423	0·3	0·5740
0·8	1·0513	0·2	0·3950
0·7	1·0243	0·1	0·2012
0·6	0·9607	0·0	0·0000
0·5	0·8621		

Um die mittlere Schwerebeschleunigung auf einer zur Rotationsachse senkrechten Sehne in der Breite φ zu finden, integriert man, geradeso wie es bei der mittleren Dichte gemacht wurde, die Gleichung für g von $a = a_0 \sin \varphi$ bis $a = a_0$ oder, da $a_0 = 1$ angenommen wird, von $\sin \varphi$ bis 1; dividiert man das so erhaltene Resultat durch $1 - \sin \varphi$, so erhält man wieder die mittlere Schwerebeschleunigung auf der betreffenden Sehne. Also

$$g_m = \frac{g_0}{1 - \sin \varphi} \int_{a = \sin \varphi}^{a=1} (2 \cdot 0251 a - 1 \cdot 2637 a^3 + 0 \cdot 2386 a^5) da$$

$$= \frac{g_0}{1 - \sin \varphi} \left[\frac{2 \cdot 0251}{2} a^2 - \frac{1 \cdot 2637}{4} a^4 + \frac{0 \cdot 2386}{6} a^6 \right]_{a = \sin \varphi}^{a=1}$$

$$g_m = \frac{g_0}{1 - \sin \varphi} \{ 0 \cdot 73639 - (1 \cdot 01255 \sin^3 \varphi - 0 \cdot 31593 \sin^4 \varphi + 0 \cdot 03977 \sin^6 \varphi) \}$$

Mit dieser Formel ergeben sich folgende mittlere Schwerebeschleunigungen auf den zur Breite φ gehörigen Sehnen:

	g'_m		g_m
0°	0·7364 g_0	50°	1·0385 g_0
5	0·7983	55	1·0351
10	0·8546	60	1·0293
15	0·9039	65	1·0225
20	0·9456	70	1·0154
25	0·9793	75	1·0088
30	1·0048	80	1·0033
35	1·0226	85	1·0016
40	1·0335	90	1·0000
45	1·0384		

Eine kleine Zeichnung zeigt sofort, daß beispielsweise die Sehne in 45° Breite nur die Erdschichten in den Abständen von 0·7 bis 1·0 durchschneidet, für welche g 1·0243, 1·0513, 1·0423 und 1·0000 g_0 beträgt; der wahre Wert ist nach der Tabelle 1·0384 g_0 .

Für eine homogene Erde wäre $g = g_0 a$ und

$$g_m = \frac{g_0}{1 - \sin \varphi} \cdot \frac{\cos^2 \varphi}{2}.$$

Damit würde sich ergeben:

φ	(g_m)	φ	(g_m)
0°	0·5000 g_0	50°	0·8830 g_0
10	0·5868	60	0·9330
20	0·6710	70	0·9700
30	0·7500	80	0·9919
40	0·8214	90	1·0000

Wie man sieht, wäre es sehr unrichtig, diese Bestimmungen ohne ein halbwegs brauchbares Dichtegesetz durchzuführen.

Mit den nun ermittelten Werten von δ_m und g_m erhält man für den in unserer Formel der Druck-, beziehungsweise Zugkräfte, welche die Erde umzugestalten versuchen, vorkommenden Faktor $\frac{\delta_m}{g_m}$ folgende Beträge:

φ	$\frac{\delta_m}{g_m}$	$\log \frac{\delta_m}{g_m}$	φ	$\frac{\delta_m}{g_m}$	$\log \frac{\delta_m}{g_m}$
0°	10·869	1·03620	45°	4·238	0·62717
5	9·636	0·98388	50	3·889	0·58985
10	8·585	0·93374	55	3·588	0·55484
15	7·682	0·88547	60	3·334	0·52293
20	6·900	0·83884	65	3·121	0·49428
25	6·218	0·79366	70	2·948	0·46952
30	5·612	0·74913	75	2·818	0·44988
35	5·099	0·70746	80	2·726	0·43551
40	4·640	0·66652	85	2·656	0·42426

Die Größe der Zug- und Druckkräfte.

Wir erhielten für die Kräfte, welche die Erde bei einer Verlegung der Rotationsachse umzugestalten versuchen, die Formel:

$$K = 1·32912 \frac{\delta_m}{g_m} \Delta \varphi'' \sin \varphi \cos^2 \varphi.$$

Zerlegt man diese Kraft in eine horizontale und vertikale Komponente, so erhält man für die verschiedenen Breiten folgende Beträge, und zwar in Kilogramm pro Quadratcentimeter für eine Verschiebung der Rotationsachse um 1 Bogenminute oder des Poles um 1852 *m*:

Breite	Totalkraft	Horizontalkraft	Vertikalkraft
0°	0·000	0·000	0·000
5	1·067	0·093	1·063
10	1·851	0·321	1·823
15	2·375	0·615	2·294
20	2·668	0·912	2·507
25	2·763	1·168	2·505
30	2·694	1·347	2·333
35	2·512	1·441	2·058
40	2·241	1·440	1·716
45	1·918	1·356	1·356
50	1·576	1·207	1·013
55	1·238	1·014	0·710
60	0·924	0·800	0·462
65	0·647	0·586	0·273
70	0·415	0·390	0·142
75	0·233	0·225	0·060
80	0·104	0·102	0·018
85	0·026	0·026	0·002
90	0·000	0·000	0·000

Es treten also die größten horizontalen Schubkräfte am 35. und 40. Breitenkreise auf, während die vertikalen Kräfte am 20. und 25. Breitenkreise ihr Maximum erreichen. Sind diese Horizontalschübe, zumal wenn sich infolge von eintretenden Adaptionen der Rotationspol noch weiter als 1 Bogenminute vom Trägheitspol entfernt, kräftig genug — darüber muß ich das Urteil den Geologen überlassen —, so müssen die meisten und bedeutendsten Faltengebirge der Erde beiläufig in der Zone von 30 bis 45° Breite auftreten, was auch

tatsächlich der Fall ist, indem die hauptsächlichsten Faltungen der Erdrinde sich vorfinden »am pazifischen Rande Amerikas und im Antillenbogen sowie in der langen Reihe bogenförmig angelegter Kettengebirge, die sich vom Atlas, von der Sierra Nevada und den Pyrenäen durch das südliche Europa, durch die Gebirgszüge Vorderasiens, den Himalaja und die hinterindischen Ketten bis zum Sundabogen erstrecken und weiterhin vermutlich noch über Neukaledonien mit den Neuseeländer Alpen zusammenhängen«. ¹ Bekanntermaßen sind die meisten Vulkane der Erde in einem Gürtel zwischen 40° Nord- und Südbreite und hier sind die Vertikalkräfte durchwegs sehr groß.

Die genannten Kräfte sind gegenüber der Festigkeit der Gesteine zwar klein, aber doch vergleichbar und sie können infolge ihrer langen Andauer immerhin zu allmählichen Verschiebungen und Faltungen der Erdkruste Anlaß geben. Auch ist die Erdkruste mehr oder weniger zerklüftet, so daß Verschiebungen in derselben viel leichter erfolgen können.

Es sind aber noch andere gewichtige Umstände vorhanden, welche die Tätigkeit unserer Druck- und Zugkräfte begünstigen. Schwermessungen auf dem Festlande, an Küsten und auf dem Meere haben ergeben, daß die äußeren Kontinentalmassen annähernd durch Massendefekte oder eine Verminderung der Dichte der Massen unter den Festländern kompensiert sind, während die geringere Dichte des Meeres durch größere Dichten der Massen unter demselben ausgeglichen wird. In einer gewissen Tiefe sind die Drucke der darüberliegenden Massen überall gleich, es herrscht Gleichgewicht oder Isostasie. Durch die gewaltige Eisablagerung wird Wasser verbraucht und wir haben gezeigt, daß während der Eiszeit das Meer um mindestens 72 *m* gesunken sein müßte, andererseits wurde aber diese Wassermasse in Form von Eis auf den Kontinenten abgelagert; es trat also hier eine bedeutende Belastung, dort eine Entlastung des Bodens ein, die das hydrostatische Gleichgewicht zwischen Festland und Meer stören mußten. Das stetige Streben nach Wiederherstellung

¹ F. Löwl, Geologie, XI. Teil von M. Klar, Die Erdkunde, Leipzig und Wien, 1906, p. 164.

des gestörten Gleichgewichtes ruft Drucke und Spannungen zwischen Festland und Meer hervor, welche den Ausgleich allmählich, unter Umständen aber auch katastrophal herbeiführen. Dazu kommen noch die vorhin abgeleiteten Druck- und Zugkräfte, welche sich als horizontale Verschiebungen und vertikale Hebungen und Senkungen äußern. Drucke auf magmatische Massen werden eine erhöhte vulkanische Tätigkeit hervorrufen. Es wirken also in manchen Gegenden der Erde diese Kräfte zusammen, um das gestörte Gleichgewicht wiederherzustellen, und sie brauchen sicherlich nicht die angeführten Stärken zu erreichen, um zur Umgestaltung von einzelnen Gebieten, wenn auch nicht der ganzen Erde auf einmal, ausgelöst zu werden, oder es treten Adaptionen ein.

Infolge einer Adaption rückt aber der Trägheitspol, wie wir früher gesehen haben, um ein Stück weiter, die Chandler'sche Bewegung des Rotationspols wird unterdrückt, weil sie bald wieder eine neue Adaption auslöst, und so können sich alle drei Pole auf der Erde weiterbewegen. Wie weit sie sich von ihrer ursprünglichen Lage entfernen können, kann ohne hypothetische Annahmen wohl nicht gesagt werden. Während dieser wiederholten Adaptionsvorgänge wird sich auf der Erde eine große orogenetische und vulkanische Tätigkeit entwickeln und infolge des Verbrauches von Wasser zur Eisbildung werden seichtere Meere austrocknen und das allgemeine Niveau der Meere wird sinken.

Sobald das Eis zu schmelzen beginnt, verschiebt sich der Trägheitspol in der entgegengesetzten Richtung als während der Eisablagerung und es tritt ein Moment ein, wo der Rotationspol, ohne Adaptionen hervorzurufen, den Trägheitspol wieder umkreisen kann. Es tritt wieder die Chandler'sche Rotation des Pols ein. Da sich aber im Laufe der Zeit, während diese Bewegung gehemmt war, Trägheits- und Rotationspol weit voneinander entfernt haben können, treten innerhalb einer Chandler'schen Periode, je nachdem, in welchem Meridian der Rotationspol sich jeweilig befindet, große Meerestransgressionen oder -regressionen ein, die ebenfalls zu Adaptionsvorgängen führen und abermals zu Hemmungen der Chandler'schen Bewegung Anlaß geben können. Einer Entfernung der

beiden Pole von 1 Bogenminute entsprechen, wie weiter oben gezeigt wurde, Meerestransgressionen von $6 \cdot 2 \sin 2 \varphi$ Meter, also einer Entfernung von 10 Bogenminuten schon von 62 *m* in 45° Breite. Je nach der Konfiguration der Land- und Wasserverteilung wird dieses Hin- und Herwogen des Meeres seine deutlichen Spuren auf der Oberfläche der Erde zurücklassen. Dazu kommt das Steigen der Meere infolge der Eisschmelze, die Entblößung des Landes von den Gletschern und infolge davon Störungen der Isostasie und Wiederherstellung derselben; auch das Luftmeer wird infolge des großen Radius der Chandler'schen Bewegung in eine größere Schwankung geraten, was alles dazu angetan ist, die Erdoberfläche zu ebnen, während bei der zunehmenden Vergletscherung die Adaptionen dieselbe in Falten geworfen, Gebirge aufgetürmt und Vertiefungen in sie eingerissen haben. Das Zurückschreiten des Trägheitspols sowie das Hin- und Herwogen des Meeres und der Atmosphäre verkleinern allmählich den Abstand der beiden Pole, bis sie wieder sehr nahe gekommen sind, und es tritt eine Ruheperiode auf der Erde ein. Der Trägheitspol gelangt aber nach erfolgter Abschmelzung des Eises nicht mehr in seine ursprüngliche Lage zurück, weil er die Sprünge, die er bei den Adaptionen gemacht hat, nicht einbringen kann. Tritt nach längerer Ruhepause aus irgendwelchen Ursachen wieder eine neue Vereisung ein, so beginnt das große Leben auf der Erde wieder aufs neue und der Pol rückt wieder vorwärts. So kann also der Rotations- und Trägheitspol im Laufe der Zeit weite Wege zurücklegen.

Mit diesen Betrachtungen haben wir aber bereits den Rahmen unserer rechnerischen Untersuchungen überschritten und ich möchte zum Schlusse nur noch auf eine Abhandlung von Wilhelm Ramsay¹ verweisen, welche auf Grund von geologischen Untersuchungen die von mir gemachten Schlußfolgerungen glänzend bestätigt.

Ramsay will darin zeigen, »daß die Vereisungsperioden in Zeiten eintrafen, wo die Erdoberfläche in hohem Grade

¹ Orogenesis und Klima. Öfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. LII, 1909—1910, Afd. A No. 11.

deformiert und uneben war, die wärmsten Perioden dagegen in Zeiten, wo die Festländer fast eingeebnet waren«. Er sagt, daß die meisten Geologen darüber einig seien, daß die orogenetischen Prozesse in gewissen Zeiträumen ihre höchste Wirkungskraft entfaltet haben, in anderen dagegen verhältnismäßig ruhig gewesen sind. Seit dem Beginn der cambrischen Zeit hat die Entwicklung der Erde drei geologische Zyklen höherer Ordnung vollendet und einen vierten begonnen. Indem er die Verhältnisse der jüngsten geologischen Epochen, der Tertiär- und Quartärzeit, näher betrachtet, findet er, daß schon früh in der Tertiärzeit Teile der jungen Faltungszonen sich zu erheben anfangen, das Niveau der Meere sank, und die Relief- und Niveauverhältnisse haben sich bis an das Ende der Tertiärzeit und den Anfang der Quartärzeit fortwährend verändert. Diese Veränderungen haben aber ihren Höhepunkt erreicht und einen anderen Sinn angenommen in einem Zeitpunkt, der schon hinter uns liegt. Dieses bezeugen die den Küsten fast aller Festländer und Inseln vorgelagerten unterseeischen Schelfe mit ertrunkenen Flußrinnen. Sie weisen auf eine allgemeine beginnende Transgression oder eine positive Verschiebung des Meeresspiegels (oder eine Summe von positiven und negativen Oszillationen) hin. Das Alter dieser Kontinentalschelfe scheint, wo es sich bestimmen läßt, pliocän und pleistocän zu sein. Ramsay macht auch darauf aufmerksam, daß die quartären Transgressionen und Regressionen des Meeres nicht immer gleichzeitig oder gleichsinnig in verschiedenen Gegenden verlaufen sind. Das Relief der Erdoberfläche wurde im Laufe der Tertiärzeit mehr und mehr gebrochen und uneben, die Erhebung der Berge über die Täler und der Hochländer über die Tiefgegenden sowie die Höhen der Festländer wuchsen gegen das Ende dieser Periode an, um am Anfange der Quartärzeit ihr Maximum zu erreichen.

Die Ergebnisse Ramsay's können nach einem Referat von Arldt¹ ungefähr in folgender Tabelle veranschaulicht werden.

¹ Die Umschau, 1911, Nr. 14.

Epochen	Formationen	Gebirgsbildungsperioden	Klimaperioden
Paläozoicum	1. Algonicum, oberes	Hebridische Faltung	Abnehmende Wärme
	2. Cambrium, unteres	Erlöschen derselben	Cambrische Eiszeit
	Cambrium, oberes	} Ruheperiode	Wärmepériode
	3. Silur, unteres oberes		
	4. Devon, unteres oberes	Erlöschen derselben	Devonische Eiszeit
	5. Carbon, unteres oberes	} Ruheperiode	Wärmepériode
	Hercynische Faltung		
Mesozoicum	6. Perm	Erlöschen derselben	Permische Eiszeit
	7. Trias	} Ruheperiode	Wärmepériode
	8. Jura		
	9. Kreide		
Cänozoicum	10. Tertiär	Alpine Faltung	Abnehmende Wärme
	11. Quartär mit Jetztzeit	Erlöschen derselben	Quartäre Eiszeit

Vergleicht man mit diesen Resultaten unsere Ergebnisse, so hätten bei abnehmender Wärme, also bei der beginnenden Vergletscherung, die Adaptionen mit der Bildung der ersten Faltengebirge ihren Anfang genommen, die mit dem Maximum der Vereisung allmählich zu erlöschen begannen. Dann kamen nach unseren Darlegungen Meerestransgressionen und -regressionen mit Steigen des Meeresspiegels ganz so, wie sie auch von Ramsay angeführt werden. Eine schönere Bestätigung unserer Schlußfolgerungen kann man sich auf Grund

geologischer Forschungen wohl kaum denken. Ich habe mehrere Folgerungen und Vermutungen aus meinen Ergebnissen, die vielleicht sehr nahe liegen, die ich aber nicht gleich rechnerisch darstellen kann, lieber unterdrückt, um exakten Untersuchungen nicht vorzugreifen, für die durch diese erste Anregung ein großes Arbeitsfeld eröffnet sein dürfte.

Berichtigung.

Infolge eines Schreibfehlers ist in der Formel für die Verschiebung der Trägheitsachse (p. 8) statt $5 \cdot 19904 - 10$ der Faktor $4 \cdot 57018 - 10$ verwendet worden, so daß alle damit berechneten Werte um das $4^{1/4}$ fache zu vergrößern sind. Es wird somit auch bei der genaueren Berechnung die Verschiebung des Trägheitspols $4^{1/3}$ oder $7964 m$ (p. 26). An den weiteren Untersuchungen ändert sich sonst nichts, als daß die berechneten Niveauspannungen und Druckkräfte (p. 35 und 43) ebenfalls um das $4^{1/4}$ fache noch vergrößert werden müssen, also umso mehr in Wirkung treten werden.