

Ergebnisse aus Drehwagen-Messungen im Wiener Becken.

(Gravimetrische Tiefenmessung.)

Von Hofrat Prof. Dr. R. Schumann (Wien).

§ 1. Einleitung.

Während der Jahre 1919 und 1920 waren Drehwagen-Messungen im Wiener Becken ermöglicht worden durch Kostenzuschüsse von Seiten der Akademie der Wissenschaften¹⁾ in Wien, des Staatsamtes für öffentliche Arbeiten²⁾ und der Gemeinde Wien; die Akademie befürwortete zudem die Absicht, die Messungen fortzusetzen, und diese Absicht wurde verwirklicht 1921 durch die Gemeinde Wien und die Österreichische Bohr- und Schurfgesellschaft. In den beiden ersten Jahren gelangen Messungen auf 51 und 61 Stationen oder Wagepunkten (W. P.), 1921 konnten deren 74 erledigt werden, und zwar, auf den Rat des Geologen H. Böckh hin südlich der Wiener Berge in einem Gebiete, das in der Linie Rotneusiedl—Achau begann und sich östlich bis über Schwadorf hinaus erstreckte. Instrument und Methode blieben wie früher; die Berechnung war insofern vollkommener, als diesmal die „Geländereduktion“, und zwar für einen Umkreis bis zu 100 m um jeden W. P., beachtet wurde. An diesen Messungen und Rechnungen beteiligte sich eifrig Assistent K. Mader.

Die aus den Messungen an der Drehwage (Gravimeter) erhaltenen und berichtigten Schwerkraft-Gradienten G_r benutzte ich, um für jeden W. P. die Schwerkraft g selbst zu berechnen; dabei ließen sich, wie bei Landestriangulationen und Nivellements, Polygone bilden, in denen die $\sum \Delta g$ für sämtliche Ecken gleich null sein sollte, fehlerlose Beobachtung vorausgesetzt. Die tatsächlichen „Polygon-Schlüsse“ lieferten auch hier sowohl willkommene Proben für die Genauigkeit der Messung als eine Gewähr über genügende Enge des W. P.-Netzes. Im vorliegenden Falle (1921) wurden zunächst 56 W. P. zu 4 Schleifen vereinigt, die übrigen 18 an das ausgeglichene Netz in einfacher Weise angeschlossen. Es erwies sich für später als ratsam, wenn irgendmöglich sämtliche W. P. zu einem gemeinsamen Ausgleich untereinander zu verbinden. Dabei dürfen die Abstände der W. P., selbst in ebenen Gegenden, 1 km nicht überschreiten, wenn die Schlußfehler in den Polygonen klein bleiben sollen. Über die Dichtigkeit der Besetzung mit Wagepunkten nament-

lich in hügeligem oder gebirgigem Gelände, sowie über notwendig werdende Ergänzungen des zunächst vorgeschlagenen Meßgebietes erhält man schon durch die vorläufigen Berechnungen während der Feldmessung einen für die Praxis genügenden Anhalt, so auch im vorliegenden Falle.

Das System der 74 ausgeglichenen Schwerkraftwerte aus dem Jahre 1921 diente als Grundlage für einen Isogammenplan.³⁾ Ein solcher gleicht äußerlich einer Isohypsenkarte und in der Tat lassen sich daraus, allerdings mit gewissem Vorbehalt, einige Schlüsse auf ähnlichen Verlauf unterirdischer Hebungen und Senkungen ziehen, durch die jene Gradienten erzeugt werden könnten. Wollte man jene Tafel demgemäß auslegen, so fände man am Westrande des Meßfeldes einen nordsüdlich streichenden, etwa 10 km langen Höhenrücken, und zwar, da die Gradienten beiderseits auf ihn zuweisen, von schwererer Masse als die Umgebung. An ihn schloße sich östlich ein Tal an, dessen Sohle in die Richtung Aichhof—Velm fallen würde, und von dieser Linie an schiene das unterirdische Gelände nur schwach nach Osten anzusteigen bei geringer Wellung.

In den Abschnitten §§ 3 bis 8 wird über Versuche berichtet, aus dem Verhalten der an der Oberfläche gemessenen Gradienten einige strengere Schlüsse auf die Tiefen unterer Massen von angenommener Gestalt zu ziehen. Im § 9 werden Folgerungen zusammengestellt, daran anknüpfend einige Wünsche in bezug auf weitere Messungen ausgesprochen.

§ 2. Frühere Versuche, Tiefen zu ermitteln.

Neuerdings werden verschiedene Mittel angewendet, um die Lage unterer Schichten zu erforschen, so Akustik, Elektrizität, Erschütterungen, auf sie kann an dieser Stelle nicht eingegangen werden. Auch die Drehwage wurde herangezogen, und zwar schon von Eötvös⁴⁾ selbst auf Grund der durch sie ermittelten Schwerkraft-Unterschiede. Nimmt man unterhalb der Erdoberfläche eine ausgedehnte, kreisrunde, homogene Platte an und bedeuten

$k^2 = 66.5 \times 10^{-9}$ die Gravitationskonstante,

$\sigma - \sigma'$ konstanten Dichtigkeitsunterschied,

Δg Schwereunterschied,

Δh Höhenunterschied, zugleich Plattendicke,

³⁾ Ebenda 3. Jahrg., Heft 10, 1922, S. 198: Ergebnisse aus Schwerewagenmessungen; 4. Mitteilung, hiezu Tafel 21.

⁴⁾ Verhandlungen der Internationalen Erdmessung, 1912, I. Teil, S. 428.

¹⁾ Sitzung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse vom 8. Jänner 1920; akademischer Anzeiger Nr. 1; ebenda 27. Mai 1921, Anzeiger Nr. 13.

²⁾ Österreichische Monatsschrift für den öffentlichen Baudienst und das Berg- und Hüttenwesen, Jahrgänge 1, 2 und 3.

so gilt für einen Punkt, der wenig über der Plattenmitte liegt, angenähert die Formel⁵⁾ für den Schwerezuwachs durch die Platte:

$$\Delta g = 2\pi k^2(\sigma' - \sigma) \cdot \Delta h.$$

Mit ihrer Hilfe lassen sich Höhenstufen Δh berechnen. Die für die Anwendung dieser Formel dringend erforderlichen, einschränkenden Vorbehalte findet man in voller Klarheit bei Eötvös.⁶⁾ Nach obiger Formel sind in Ungarn⁷⁾ und im Srijem-Gebiete⁸⁾ Schlüsse auf Tiefe und Neigung unterirdischer Schichten gezogen worden.

§ 3. Ausgang für eine neue Lösung.

Es sollen die Schwerkraft-Gradienten Gr unmittelbar zur Tiefenbestimmung verwendet werden; dazu sollen über die Form des unterirdischen Gebirges Annahmen gemacht werden auf Grund von Schlüssen, wie sie am Ende des § 1 bei der Betrachtung des Isogammenplanes von 1921 gezogen wurden. Dieses Ge-

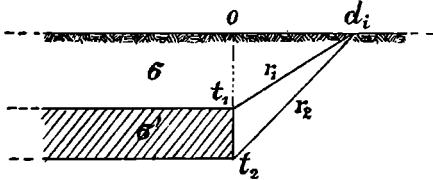


Abb. 1. Schnitt senkrecht zum Plattenrand.

birge wurde, wie die oberirdischen, durch Höhenlinien dargestellt, es sei wie üblich zerlegt in planparallele, horizontale Platten; sie mögen sich nach drei Richtungen ins Unendliche erstrecken, etwa nach Süd, West und Nord, und dies im Hinblick auf die Form eines unterirdischen, langgestreckten Verwerfers. Die Erdoberfläche werde als horizontal angenommen.

Bedeutung

t_1 Tiefe des oberen Plattenrandes,
 t_2 Tiefe des unteren Plattenrandes,

r_1 zugehöriger Abstand vom Wage-Schwerpunkt,
 r_2 zugehöriger Abstand vom Wage-Schwerpunkt,

Gr_i Schwerkraft-Gradient im Wage-Schwerpunkt, bei der i -ten Aufstellung, senkrecht gegen den Plattenrand,

$M = 0.43429$ den logarithmischen Modul, so gilt ohne Vernachlässigung die Formel

$$Gr_i = \frac{k^3(\sigma' - \sigma)}{M} \cdot \log \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (1)$$

In großem Abstände beiderseits vom Plattenrande wird r_2 nahe gleich r_1 , folglich bleibt der Gradient dort klein; er erreicht sein Maximum über dem Rande, dort wird $r_1 = t_1$, $r_2 = t_2$.

⁵⁾ Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie von F. R. Helmert, II. Teil, S. 141/2.

⁶⁾ Verhandlungen . . ., 1906, S. 337 u. f.

⁷⁾ Die Naturwissenschaften, VII. Jahrg., Heft 10: Die geophysikalischen Messungen des Barons Roland v. Eötvös, von Ober-Geophysiker Dr. Desider Pekár, insbesondere S. 157/8.

⁸⁾ A. Garazzi, Über Schwerewagenmessungen in Srijem, Zagreb 1916.

Beachtenswert ist, daß nur das Verhältnis der Abstände r eingeht.

Für eine nach vier Richtungen ins Unendliche reichende, planparallele, homogene Platte ist der Gradient überall gleich null; solche Platten können zugesetzt oder weggenommen werden, ohne daß die Gradienten sich ändern. Umgekehrt kann aus den Gr allein weder über das Bestehen noch über das Nichtbestehen einer oder mehrerer solcher Platten etwas ausgesagt werden, selbst wenn diese homogenen Platten verschiedener Dichte sind.

§ 4. Eine Sonderlösung.

Mittels Formel (1) läßt sich, mit einer gewissen weiteren Einschränkung, die Aufgabe geschlossen lösen, aus den an der Erdoberfläche gemessenen Gradienten Gr die Gestalt eines unterirdischen Abhanges zu bestimmen.

Aus den Gr denke man sich, behufs Ableitung der Endformel, einen Isogammenplan hergestellt. Legt man einen Schnitt senkrecht zum Streichen eines Abhanges, so lassen sich die Abstände Δs_{i+1} zwischen zwei benachbarten Linien gleicher Schwere angeben in cm ; mit dem bekannten konstanten Schwerkraftunterschied $\Delta \gamma$ wird angenähert

$$Gr_{i+1} = \Delta \gamma : \Delta s_{i+1} \quad (2)$$

Ein zweiter Ausdruck für den Gradienten wird erhalten bei kleiner Neigung des Abhanges und für Tiefen t , die klein sind gegenüber den Δs , auf folgende Weise. Der flache Abhang werde zerlegt in planparallele Platten, indem man die Isogammen von der Oberfläche durch Lote auf ihn projiziert; dann sind die Dicken dieser ungleich hohen Platten zu ermitteln. Man ersetze noch die schräg abgeschnittenen Platten durch solche, die rechtwinklig wie Treppenstufen abgesetzt sind, so wird in einem Isogammenpunkte, also über einer solchen Stufe, das Glied mit t_2 und t_1 überwiegen, während die Glieder mit den Verhältnissen der Abstände r_2 und r_1 von den Nachbarstufen um so kleiner werden, je kleiner die t sind den Δs gegenüber. Angenähert wird dann:

$$Gr_{i+1} = \frac{k^2(\sigma' - \sigma)}{M} \cdot \log \frac{t_{i+1}^2}{t_i^2} \quad (3)$$

Wenn zur Abkürzung gesetzt wird als konstant

$$C = \frac{\Delta \gamma \cdot M}{2k^2(\sigma' - \sigma)}$$

so erhält man aus (2) und (3) für einen W. P. nach Summation über alle Stufen

$$\log t_{i+1} = \log t_0 + C \cdot \sum \frac{1}{\Delta s_{i+1}} \quad (4)$$

Die Summation kann von einer gegebenen oder angenommenen Tiefe t_0 aus nach jeder der beiden Seiten gehen.

Nach den mir vorliegenden Anwendungen auf mehrere Profile im Meßfelde der Jahre 1919/20 ergibt sich damit wohl ein gewisser Aufschluß über Hebung und Senkung; bei den gegebenen Isogammenabständen durfte indessen die Tiefe 50 m nur wenig überschritten werden, wenn die $\log(r_2 : r_1)$ für die Nach-

bar-Plattenränder klein genug bleiben sollten. Der Bereich der Anwendung dieser geschlossenen Lösung ist demnach nur eng.

§ 5. Formeln unter Annahme einer Profilform.

Für den folgenden Querschnitt:

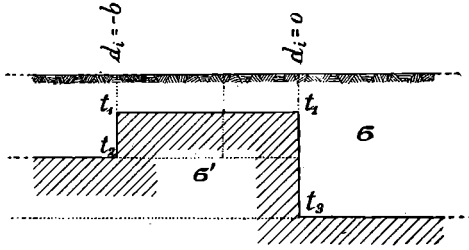


Abb. 2. Schnitt senkrecht zum Plattenrand.

mit zwei Steilhängen bei $d_i = 0$ und $d_i = -b$ gilt die Formel

$$Gr_i = \frac{k^2 (\sigma' - \sigma)}{M} \cdot \log \left[\frac{d_i^2 + t_3^2}{d_i^2 + t_1^2} \cdot \frac{(d_i + b)^2 + t_1^2}{(d_i + b)^2 + t_2^2} \right]. \quad (5)$$

Über den Grad des Zutreffens dieser Querschnittsformen soll der Vergleich zwischen den berechneten und den beobachteten Gradienten entscheiden. Es werde hier $\sigma' > \sigma$ angenommen, dem Gradientenplan gemäß. Auch in (5) gehen nur Streckenverhältnisse ein.

Ein Maximum dieser Funktion von d_i liegt nahe bei $d_i = 0$, ein Minimum bei $d_i = -b$; durch Differentiation und unter Vernachlässigung von d_i^2 gegen t_1^2 und t_2^2 , sowie von d_i gegen b erhält man für den Abstand des Maximums

$$(d_i)_{ma} = \frac{b \cdot (t_2^2 - t_1^2) \cdot t_3^2 \cdot t_1^2}{(t_3^2 - t_1^2) \cdot (b^2 + t_2^2) \cdot (b^2 + t_1^2) - (t_2^2 - t_1^2) \cdot t_3^2 \cdot t_1^2} \quad (6)$$

Setzt man $(d_i)_{mi} = -b + \delta$, so ergibt sich für δ eine Gleichung, deren rechte Seite sich von der in (6) nur dadurch unterscheidet, daß t_2 und t_3 vertauscht sind, was nach Abb. 2 aus Symmetriegründen einleuchtet. Bei den numerischen Rechnungen mit annehmbaren genäherten Werten für b und die t fanden sich $(d_i)_{ma}$ und δ von der Größe: 0.1 km.

Ein ausgezeichnete Punkt der Gradientenkurve ist jener, in dem der Gradient verschwindet; er entspricht einem Maximum oder einem Minimum der Schwerkraft selbst. Für das zugehörige d_i ergibt sich eine quadratische Gleichung aus der folgenden:

$$\frac{d_i^2 + t_3^2}{d_i^2 + t_1^2} \cdot \frac{(d_i + b)^2 + t_1^2}{(d_i + b)^2 + t_2^2} = 1;$$

wenn man sie entwickelt und im absoluten Gliede das Quadrat der kleinsten Tiefe t_1 vernachlässigt, so erhält man als Wurzeln:

$$\left. \begin{aligned} (d_i)_1 &= \frac{-b \sqrt{t_3^2 - t_1^2}}{\sqrt{t_3^2 - t_1^2} + \sqrt{t_2^2 - t_1^2}} \\ (d_i)_2 &= \frac{-b \sqrt{t_3^2 - t_1^2}}{\sqrt{t_3^2 - t_1^2} - \sqrt{t_2^2 - t_1^2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Die erste Wurzel liegt zwischen Maximum und Minimum, die zweite außerhalb.

§ 6. Zahlenbeispiel nach gegebenen Beobachtungen.

Die Formel (5) enthält zunächst die vier Unbekannten b, t_1, t_2, t_3 ; da nur deren Verhältnisse eingehen, so würden drei Gleichungen mit verschiedenen Koeffizienten genügen, falls eine der Unbekannten anderswoher gegeben wird. Nach § 5 ist hierzu die Möglichkeit geboten, da aus dem Gradientenplan der Abstand b angenähert (bis auf 0.1 bis 0.2 km) entnommen werden kann als Abstand zwischen Maximum und Minimum von Gr .

Branchbare Gleichungen für t_1, t_2, t_3 wurden auf folgende Weise gewonnen. Nahe senkrecht zum Streichen jenes Kammes (s. § 1) ließen sich drei Züge von Wagepunkten ausfindig machen, die fast in gerader Linie lagen. Unter ihnen ist am dichtesten besetzt ein Profil, das über die Kirchtürme von Rannersdorf und Kleinenusiedl streicht; ein zweites fällt in die Richtung Rustenfeld—Rauchenwarth, ein drittes in die Richtung Biedermansdorf—Gutenhof. Die Gradienten der diesen Profilen benachbarten Wagepunkte wurden auf die Profilrichtung projiziert und die Komponenten in das Profil verschoben, so daß das Wachstum von g in diesem an ebensoviel Stellen bekannt wurde. Diese Komponenten wurden in mm-Papier eingetragen (siehe Abb. 4), durch ihre Enden wurde eine Kurve mittleren Verlaufes gelegt, um die Einflüsse lokaler Massenunregelmäßigkeiten auf die einzelnen Gr einigermaßen auszugleichen; dabei wurden die nach West zeigenden Gr als positiv nach oben, die nach Ost zeigenden als negativ nach unten gerichtet. Aus der ausgeglichenen Kurve ergaben sich Koordinatenpaare, und zwar erwiesen sich als zweckmäßig jene für das Maximum, für das Minimum des Gradienten sowie für den entferntesten Punkt; die Paare Gr und d mögen demgemäß durch die unteren Indices ma, mi und e gekennzeichnet sein.

Das erste Profil zeichnet sich noch dadurch aus, daß auf der Westseite des Kammes ein negativer Höchstwert unter den Gr erscheint.

Die Abstände d im Profil wurden zunächst von der Nullstelle des Gradienten aus gezählt; sie zeichnet sich durch steilen Schnitt der Kurve mit der d -Achse aus, so daß sie bis auf einige hundert Meter festgestellt werden kann. Jedoch erwies es sich für die weitere Rechnung als vorteilhaft, die Abstände d_i vom Orte des Maximums aus zu zählen, er liegt zwischen Minimum und entferntestem Punkt.

Demgemäß ergaben sich folgende Koordinatenpaare:

		mi	ma	e
Profil I	$\left\{ \begin{array}{l} Gr \times 10^{-9} \\ d_i \text{ in } m \end{array} \right.$	— 31 — 4400	+ 65 0	+ 5 + 7200
Profil II	$\left\{ \begin{array}{l} Gr \\ d_i \text{ in } m \end{array} \right.$	— 10 ⁻⁹ — 3500	+ 58 0	+ 20 + 3900
Profil III	$\left\{ \begin{array}{l} Gr \times 10^{-9} \\ d_i \text{ in } m \end{array} \right.$	— 42 — 2900	+ 56 0	+ 6 + 6300

Zur Bestimmung der je drei Unbekannten $t_3 > t_2 > t_1$ habe ich die Gleichungen (5) folgendermaßen umgestellt:

$$\begin{aligned}
 (d_i)_e^2 + t_3^2 &= \frac{((d_i)_e^2 + t_2^2)((d_i)_e^2 + t_1^2)}{((d_i)_e + b)^2 + t_1^2} \cdot \left(\text{num log} = \frac{(Gr)_e \cdot M}{k^2(\sigma' - \sigma)} \right), \\
 t_1^2 &= t_3^2 \cdot \frac{(b^2 + t_1^2)}{(b^2 + t_2^2)} : \left(\text{num log} = \frac{(Gr)_{ma} \cdot M}{k^2(\sigma' - \sigma)} \right), \\
 t_2^2 &= t_1^2 \cdot \frac{(b^2 + t_2^2)}{(b^2 + t_1^2)} \cdot \left(\text{num log} = \frac{(Gr)_{mi} \cdot M}{k^2(\sigma' - \sigma)} \right).
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Hierbei waltete das Bestreben vor, die langsam veränderlichen Glieder auf die rechten Seiten zu bringen; für die beiden kleineren Tiefen t_2 und t_1 müssen erste Annahmen gemacht werden, etwa 2 km und 1 km. Als reines Zahlenbeispiel sei hier erwähnt, daß für Profil I das Hin- und Herrechnen bei folgendem Stande abgebrochen wurde;

$\sigma' - \sigma$	Letzte Näherung			Schlußwerte		
	t_3	t_1	t_2	t_3	t_1	t_2
0.2	5099	405	1950	5100	406	1983
0.3	4166	740	2200	4169	741	2191
0.4	3720	1000	2290	3731	1000	2290
0.5	3456	1190	2320	3445	1188	2321
0.6	3240	1330	2330	3249	1329	2331

Gute Näherungswerte lassen sich meist aus vorhergehenden Rechnungen ermitteln, drei- oder viermalige Wiederholung hat genügt.

Um die rechnerische Übereinstimmung zwischen letzter Näherung und Schlußwert richtig einschätzen zu können, wird es nötig, hier einiges über die Unsicherheit dieser aus Messungen folgenden Größen t vorzubringen; sie ist eine Funktion der Unsicherheit der Gr und diese setzt sich zusammen aus der unvermeidlichen Unsicherheit des beobachteten Gradienten und der Unsicherheit der Geländereduktion, die namentlich aus der Ungewißheit in der Annahme über die Dichtigkeit herrührt; letztere Unsicherheit überwiegt die erstere. Man kann den mittleren Fehler eines Gr im ganzen auf ± 3 bis $\pm 4 \times 10^{-9}$ schätzen.

Eine dieser Hin- und Herrechnungen wurde wiederholt, nachdem ein Gr um 1×10^{-9} geändert worden war; es folgten daraus Änderungen der t um mehrere Zehner von Metern. Sonach wäre der mittlere Fehler eines t rechnerisch auf ± 100 m zu schätzen, so daß die oben erreichte Übereinstimmung als ausreichend, das Abbrechen der Rechnung mithin berechtigt erscheint. Die tatsächliche Unsicherheit der t ist indessen größer als die rein rechnerische, außerdem verschieden für t_1, t_2, t_3 , und zwar stark wachsend in dieser Reihenfolge; hierüber vergleiche § 7.

Aus den drei Profilen ergibt sich unter der Annahme $\sigma' - \sigma = 0.3$ folgende Zusammenstellung:

Profil	b nach dem Gradientenplan	Berechnete Tiefen		
		t_1	t_2	t_3
		K i l o m e t e r n		
I	4.4	0.7	2.2	4.2
II	3.5	1.0	4.4	6.6
III	2.9	0.7	4.1	5.0

Hiermit lassen sich rückwärts zur Prüfung der Annahmen Gradientenkurven berechnen; sie schließen sich, wie aus der Tafel hervorgeht, im großen und ganzen den beobachteten Gr an.

Eine weitere Bestätigung für diesen Anschluß folgt aus dem Orte der Nullstelle gemäß der ersten Formel (7); zum Vergleich zwischen den berechneten Abständen $(d_i)_o$ und jenen, die aus der durch die beobachteten ausgleichend hindurchgezogenen Kurve folgen, dient nachstehendes Täfelchen:

$\sigma' - \sigma$	Profil I	Profil II	Profil III
	i n	K i l o m e t e r n	K i l o m e t e r n
0.2	— 3.2		
0.3	— 2.9	— 2.12	— 1.60
0.4	— 2.8	— 2.05	— 1.49
0.5	— 2.7		
0.6	— 2.7		
Kurve	— 2.8	— 2.15	— 1.70

Die Annahme $\sigma' - \sigma = 0.3$ für die vorige Zusammenstellung der t erscheint hiernach einigermaßen gerechtfertigt; nach fachmännischem Urteil ist ein Wert bei 0.3 oder 0.4 annehmbar.

Die aus der zweiten Formel (7) folgende 2. Nullstelle ist wohl in der gesetzmäßig verlaufenden Kurve der berechneten Gradienten zu erkennen, nicht aber in jener der beobachteten Gr_i ; deren Betrag erreicht in dem entsprechenden großen Abstände d_i schon die eigene Unsicherheit, auch örtliche Anziehungen sind größer.

§ 7. Zur Kritik des Verfahrens.

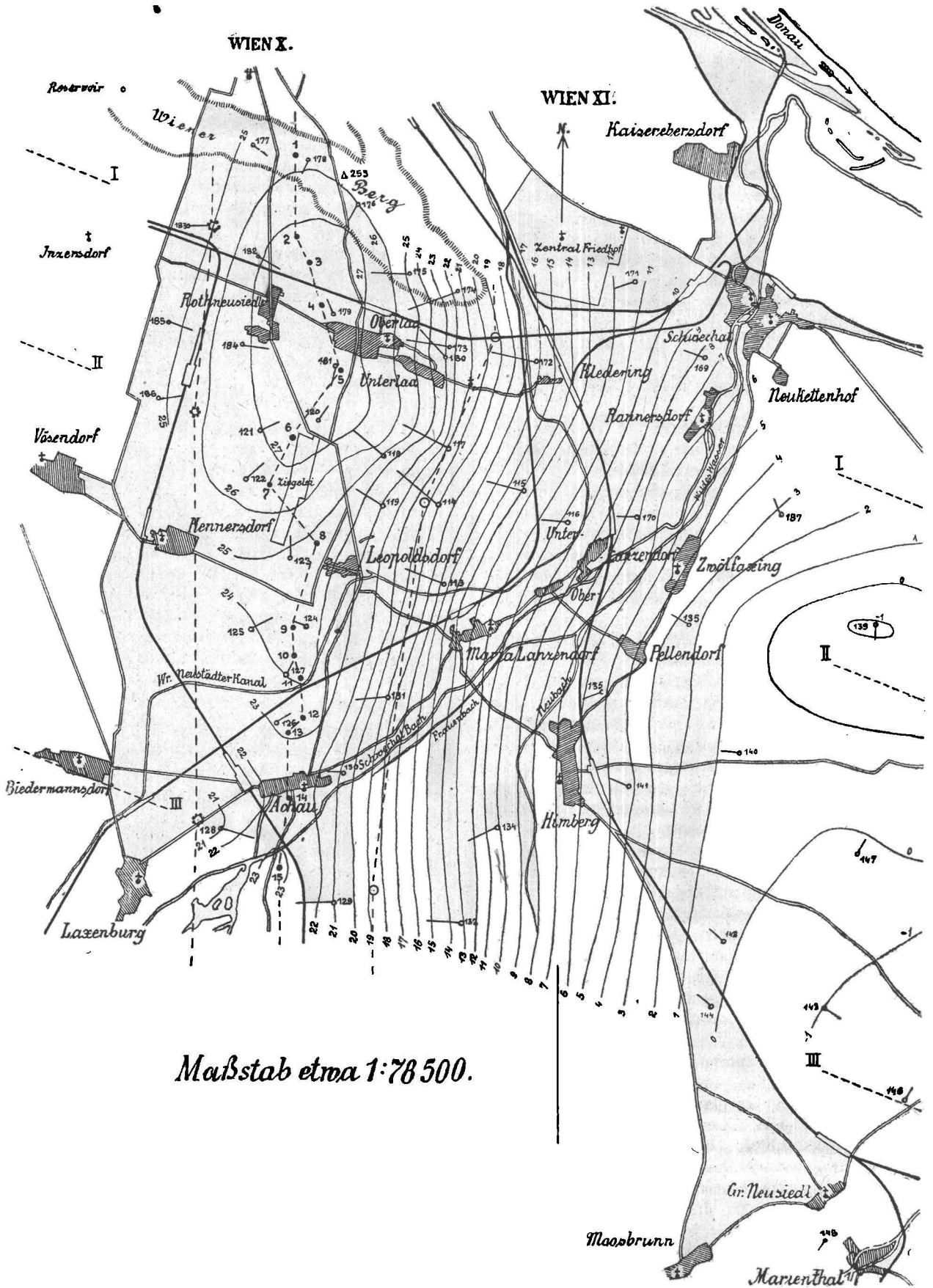
Die soeben besprochene Unsicherheit eines Gr wird vermehrt durch den Einfluß der Willkür einer Annahme über die Figur der unteren Massen. Aus der Tafel erkennt man, daß sowohl eine ausgleichende Kurve als die der berechneten Gradienten stellenweise systematische, noch zu große Abweichungen zeigen gegenüber den einzelnen beobachteten Gr . Bei diesen könnte man z. B. auf dem östlichen Abhang ein zweites Maximum herauslesen; ein solches kann man in der Kurve der berechneten Gradienten nachbilden, dadurch, daß man die obere Platte von der Dicke $t_2 - t_1$ verkürzt, indem man ihr Ostende um a nach West verschiebt, wie in Abb. 2 angedeutet durch eine punktierte Linie. Im Profil I habe nunmehr die verkürzte oberste Fläche mit der Tiefe $t_1 t_1$ die Breite $b' = 2800$ m; es war vorher $b = 4400$ m, somit ist die Verkürzung $a = 1600$ m. Der Logarithmand der Formel (5) lautet nunmehr:

$$\frac{d_i^2 + t_3^2}{d_i^2 + t_2^2} \cdot \frac{(d_i + a)^2 + t_2^2}{(d_i + a)^2 + t_1^2} \cdot \frac{(d_i + a + b)^2 + t_1^2}{(d_i + a + b)^2 + t_2^2}$$

Die weitere numerische Rechnung verläuft wie früher, und zwar ohne nennenswerten Mehraufwand. Die Schlußwerte sind:

$\sigma' - \sigma$	t_1	t_2	t_3
0.2	0.1	0.4	4.6
0.3	0.3	0.8	3.7
0.4	0.5	1.1	3.3
0.5	0.6	1.3	3.0
0.6	0.8	1.5	2.9

Mit $\sigma' - \sigma = 0.3$ ergibt sich die folgende Reihe berechneter Gradienten, jetzt mit zwei positiven Höchstwerten auf dem Ostabhange:



d_i Grad. $\times 10^{-9}$ km	d_i Grad. $\times 10^{-9}$ km	d_i Grad. $\times 10^{-9}$ km
West		
-4.8 + 2	-2.4 + 56	0.0 + 65 <i>Ma</i>
-4.4 - 7	-2.0 + 85 <i>Ma</i>	+ 0.4 + 61
-4.0 - 26	-1.6 + 71	+ 0.8 + 55
-3.6 - 21 <i>Mi</i>	-1.2 + 62	+ 1.2 + 48
-3.2 + 7	-0.8 + 62	+ 1.6 + 41
-2.8 + 30	-0.4 + 64	+ 2.0 + 35
	Ost	

Das neue Maximum bei $d_i = -2.0$ km erscheint allerdings zu groß, die obigen ersten Annahmen über b' und a dürften demnach noch nicht entsprechen; einige Nachmessungen mittels der Drehwage in Abständen von 100 m zu 100 m an solchen Stellen rascher Veränderlichkeit würden entscheiden.

Besserer Anschluß an die beobachteten Gr ließe sich durch folgende Maßnahmen erzielen:

Ansätzen von Gleichungen mit a, b', t_1, t_2, t_3 als Unbekannten,

Einführen von Näherungen für diese 5 Größen in die Koeffizienten,

Bilden von Fehlergleichungen für Verbesserungen $da, db', dt_1, dt_2, dt_3$, und zwar für sämtliche Gr ,

Ausgleich nach bekannter Methode.

Soll aber diese erweiterte Rechnung lohnen, so ist ratsam, vorher dieses Netz der W. P. an Stellen rascher Veränderlichkeit der Gr zu verengern. Eine erste Ausmessung eines neuen Gebietes dient zur Erkundung über solche Veränderlichkeit, die erste Berechnung lehrt, ob und wo das Meßfeld enger zu besetzen ist.

Das unserer Aufgabe zugrunde liegende, weitere Problem: Bestimmung einer Massenverteilung im Innern eines Körpers aus Oberflächenwerten (hier der Gr) birgt bekanntlich von Anfang an eine Unbestimmtheit in sich; sie äußert sich beispielsweise in der Gleichheit der drei g -Kurven der Abb. 4, trotz der Verschiedenheit der erzeugenden Massen. Immerhin wird es möglich sein, unter den gegebenen Verhältnissen gewisse Grenzen für Größen anzugeben, die sich auf die unteren Massen beziehen.

Eigenheiten der unteren Massen, Sprünge in der Dichtigkeit, Hebungen und Senkungen werden sich in den zu messenden Gr deutlicher widerspiegeln, je näher die Massen an die Oberflächen herantreten. Demgemäß erscheint t_1 verhältnismäßig als sicherste unter den Tiefen t ; ein folgerichtiger Ausgleich würde hierfür ein Maß als Funktion der übrigbleibenden Fehler zusammen mit den Gewichten der t geben. Die Tiefe t_1 ist, als die kleinste, praktisch die wichtigere; dies ist ein günstiger Umstand.

Das Profil der unteren Massen, die unsere Reihe der Gr erzeugten, ist gewiß kein Polygonzug mit Seiten, die senkrecht zueinander stehen; eine mittlere, sich hindurchziehende Kurve, etwa von der Art der Kurven g der Abb. 4, dürfte der Wahrheit näher kommen. Ihr oberster Punkt dürfte die Ebene t_1 in Abb. 2 überschreiten; hiermit stimmt dem Sinne nach überein, daß die t_1 für die verkürzte obere Platte kleiner ausfallen als für $b = 4490$ m.

Eine Vervollkommnung wäre weiter zu erreichen, wenn an Stelle der senkrechten Wände bei $d_i = a, d_i = -b$ und $d_i = -a$ geneigte Ebenen eingesetzt

würden; dabei würden voraussichtlich die Tiefen t_2 und t_3 noch kleiner ausfallen, so wie sie schon unter der Annahme einer Verkürzung der obersten Platte kleiner ausfielen. Die Neigungen würden als Unbekannte eingehen; die Auflösbarkeit der neuen, (5) entsprechenden Gleichungen bliebe zu untersuchen.

Es versteht sich von selbst, daß andere Formeln angesetzt werden müssen, wenn aus dem Gradienten- oder dem Isogammenplan folgt, daß bei den unteren Massen beispielsweise Kuppenform vorherrscht, anstatt wie hier angenommen, die Form eines langgestreckten Verwurfes.

Verwickeltere Gestaltung für die unteren Massen wird im allgemeinen verwickeltere Formeln nach sich ziehen; für die wenigstens näherungsweise Zulassung einer Zerlegung in horizontale Platten für unseren Fall spricht der aus der Abb. 4 zu erkennende Anschluß der berechneten Gradienten an die Gr trotz mancher Widersprüche. Weitere Ausführungen bleiben zukünftigen Untersuchungen vorbehalten, gewiß liegt hier ein dankbares Arbeitsfeld für Attraktionsrechnungen vor.

Erwähnt sei im Anschluß hieran, daß der Fuß der Alpen von der Westgrenze des Meßfeldes etwa 6 km, von der Ostgrenze etwa 24 km entfernt ist; auf meine Veranlassung berechnete Herr K. Mader den Unterschied des Einflusses der Alpen auf Gr , einschließlich isostatischer Kompensation, schätzungsweise; der Unterschied ist 2×10^{-9} , welche Größe sich getsezmäßig auf die Gr zwischen West- und Ostgrenze verteilt. Somit kann man für die vorliegende Untersuchung darauf verzichten, diesen Einfluß zu beachten. Das gleiche Ergebnis erfolgte aus meinen Berechnungen der Alpenattraktion für das Meßfeld der Jahre 1919/20.

§ 8. Über die Schwerkraft im Meßfelde.

Aus den Werten t_1, t_2, t_3 der drei Profile wurden die Gradienten mit $\sigma' - \sigma = 0.3$ berechnet von 0.4 zu 0.4 km: mittelst dieser Reihen lassen sich die Schwerkraft selbst berechnen durch Summation nach der Formel

$$\Delta g = \sum \frac{dg}{ds} \cdot \Delta s = \sum Gr \cdot \Delta s,$$

vergleiche hier weiter § 1. Den Verlauf der Schwerkraft erkennt man aus den drei Kurven g der Abb. 4. Sie zeigen, dem Tiefenunterschied $t_3 - t_2$ entsprechend, eine Stufe verbunden mit einer wellenartigen Erhebung, ihr Gipfel liegt nahe der Mitte der obersten Platte, etwas verschoben nach West.

Wenn man die g in jedem W. P. nach oben aufträgt, so kann man sich durch die oberen Enden dieser Lote eine Schwerkraftfläche gehend denken; auf diese Weise wird man mittels der Drehwage über den Verlauf der Schwerkraft leichter und schneller unterrichtet, als mittels des Pendels. Eötvös hat klar gezeigt⁹⁾, um wieviel empfindlicher die Drehwage ist in bezug auf die Erforschung tektonischer Linien als das Pendel. Soll mittels beider das gleiche Feld untersucht werden, so muß die Drehwage vorausgehen; darnach lassen sich die Stellen für Pendelmessungen in notwendiger und hinreichender Anzahl angeben. In

⁹⁾ Verhandlungen . . . , 1906, S. 388 ff.

unserem Falle würden sich folgende Örtlichkeiten von selbst darbieten:

Stellen mit	zu erwartender Schwereunterschied Δg in cm							
kleiner Schwerkraft	<table border="0"> <tr> <td>{</td> <td>Schwechat</td> <td rowspan="3">} 0.020 bis</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Aichhof</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Gutenhof, Velm</td> </tr> </table>	{	Schwechat	} 0.020 bis		Aichhof		Gutenhof, Velm
{	Schwechat	} 0.020 bis						
	Aichhof							
	Gutenhof, Velm							
großer Schwerkraft	<table border="0"> <tr> <td>{</td> <td>Westausgang Oberlaa</td> <td rowspan="3">} 0.030</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Ziegelei Rustenfeld</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Achau (Dorfmitte)</td> </tr> </table>	{	Westausgang Oberlaa	} 0.030		Ziegelei Rustenfeld		Achau (Dorfmitte)
{	Westausgang Oberlaa	} 0.030						
	Ziegelei Rustenfeld							
	Achau (Dorfmitte)							
kleiner Schwerkraft	<table border="0"> <tr> <td>{</td> <td>Ostausgänge von Inzersdorf und Vösendorf</td> <td rowspan="2">} 0.005</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Hennersdorf, Laxenburg</td> </tr> </table>	{	Ostausgänge von Inzersdorf und Vösendorf	} 0.005		Hennersdorf, Laxenburg		
{	Ostausgänge von Inzersdorf und Vösendorf	} 0.005						
	Hennersdorf, Laxenburg							

Somit können in dieser ebenen Gegend auf Entfernungen von wenigen Kilometern schon Schwereunterschiede von mehr als $20 \times 10^{-8} cm$ bestehen. Bei einem Vergleich wären noch die Unterschiede der Meereshöhen zu beachten.

§ 9. Folgerungen und Wünsche.

1. Eine auffällige Linie an der Erdoberfläche tritt im Isogammenplan deutlich hervor (vgl. Abb. 3); sie ist durch folgende 15 Punkte (Linie der ausgefüllten Kreise) festgelegt:

	Geographische	
	Breite	Länge
1.	48° 9' 40"	34° 3' 12"
2.	9 5	3 15
3.	8 53	3 25
4.	8 33	3 32
5.	8 4	3 42
6.	7 32	3 12
7.	7 11	2 57
8.	6 43	3 25
9.	6 7	3 15
10.	5 52	3 14
11.	5 42	3 16
12.	5 24	3 18
13.	5 18	3 8
14.	4 47	3 11
15.	4 16	3 3

Mit den Bezeichnungen der Aufnahmeblätter im Maßstabe 1:25.000 läßt sich diese Linie folgendermaßen beschreiben:

- Kote 245 bei der Gaadener Kapelle am Süden der Favoritenstraße,
- Westausgang von Oberlaa,
- Ziegelwerke von Rustenfeld,
- Schloß Leopoldsdorf,
- Achau (Dorfmitte).

Bei den Breiten entspricht 1" einer Strecke von 31 km , bei den Längen einer solchen von 21 m ; aus der geringen Änderung der Längen erkennt man, daß die genannte Linie sehr nahe nordsüdlich streicht. Die 15 Punkte wurden bei der Interpolation abgerundeter Schwerkraftwerte auf den Verbindungsstrecken entsprechender W. P. nebenbei erhalten; in ihnen sind die Gr gleich null, d. h. diese Nullstellen entsprechen ebensoviel Kammern der Schwerkraftfläche. Nach den Profilen I, II, III der Tafel zu schließen, liegt

die Mitte der obersten Platte t_1, t_1 bei Oberlaa etwa 1 km , bei Rustenfeld und bei Achau nur wenige 100 m östlich von der genannten Linie. Unseren verschiedenen Rechnungen nach läßt sich schätzen, daß die Tiefe t_1 der Oberfläche jener obersten Platte zwischen 0.5 km und 1.0 km liegt.

2. Eine „tektonische Linie“ wird gebildet aus den Orten der größten Gradienten, oder auch: der stärksten Horizontaländerung der Schwerkraft. Dieser Linie entspricht:

auf der Schwerkraftfläche eine Linie stärkster Neigung,

bei den unteren Massen auch eine Linie stärkster Neigung oder gemäß § 3 ein Abfall.

Der Verlauf dieser Linie ist aus einem Gradientenplan nur ungefähr anzugeben, sicherer findet man ihn aus Profilen. In unserem Falle erhält man aus:

Profil	Geographische	
	Breite	Länge
I	48° 8' 15"	34° 5' 35"
II	7 3	4 43
III	4 2	4 21

Diese drei Punkte sind in Abb. 3, östlich von der Linie unter 1, durch geschlossene Ringe kenntlich gemacht; die sie verbindende Linie streicht über:

- Mitte zwischen Unterlaa und Kledering,
- Mitte zwischen Leopoldsdorf und Maria-Lanzendorf,
- Riedenhof,
- Vogelbühel.

3. Auf der Westseite des Kammes 1 ist nur bei Profil I ein negatives Maximum angedeutet, sein Ort ist:

in Breite 48° 9' 7", in Länge 34° 2' 16"

gelegten, etwa 0.2 km nördlich vom Knie der Wien-Pottendorfer Bahn, östlich von Inzersdorf. Für die Profile II und III folgen lediglich aus der Rechnung die beiden als unsicher zu bezeichnenden Stellen:

Profil	Geographische	
	Breite	Länge
II	48° 7' 43"	34° 2' 5"
III	4 33	2 5

Diese beiden unter 2 und 3 besprochenen Abfallslinien nähern sich nach Süden zu einander, ihre Abstände in den Profilen sind: 4.2, 3.3 und 2.9 km , entsprechend den angenommenen Strecken für b : 4.4, 3.5 und 2.9 km .

In Abb. 3 sind diese drei Punkte westlich des Kammes als punktierte Ringe eingezeichnet.

4. Über und östlich der Linie 2, auf einem etwa 4 km breiten Streifen zeigen die Isogammen, bei nordsüdlichem Streichen, einen auffallend einfachen Verlauf und geringe Krümmung; hieraus ist zu schließen, daß unterhalb dieses Streifens keine merklichen Dichtigkeitssprünge nahe der Oberfläche bestehen.

5. Östlich der Linie Schwechat—Gutenhof bis zur Ostgrenze des Meßfeldes, mithin etwa bis zum Meridian von Schwadorf, ergeben sich im allgemeinen kleine Gradienten mit zum Teil stark wechselnder Richtung; Lage und Verlauf der Isogammen wird hier naturgemäß unsicherer, etwa wie bei Isohypsen in Oberflächen-

genden mit kleinen Höhenunterschieden; somit dürften auch in diesem Gebiete keine Stellen mit größerem Dichtigkeitswechsel nahe der Erdoberfläche bestehen.

6. Aus den Ergebnissen der Schwerewagenmessungen lassen sich die geeignetsten Stellen zur Vornahme von Kontrollmessungen mit invariablen Pendeln angeben; ferner läßt sich nach ihnen schätzen, in welchen Abständen Schweremessungen für ein Präzisionsnivellément stattzufinden haben, bei dem die Schwerkraftänderung beachtet werden soll.

7. Aus den bisherigen geodätischen Erörterungen Schlüsse geologischer, geophysischer oder praktischer Art zu ziehen, obliegt den Autoritäten der Geologie, der Geophysik sowie den Leitern von Bohr- und Schürfunternehmungen: es ist erwünscht, daß die von diesen Seiten kommenden Ansichten oder Annahmen über Lagerung und Dichte unterer Massen in so bestimmter und vereinfachter Form gegeben werden, daß ein mathematischer Ansatz nicht nur möglich, sondern auch verwendbar wird, etwa nach Art der drei Profile I, II, III in der Abb. 4.

Ferner sei der Wunsch vorgetragen, es möchten Mittel und Wege gefunden werden, wenigstens das Wiener Becken nunmehr vollständig auszumessen!

Zur Begründung diene folgendes: In dem 1919/20 mit der Drehwage ausgemessenen Gebiet Theresienfeld-Tagebau-Zillingdorf erscheint¹⁰⁾ westlich von Theresienfeld ein ebenfalls fast nordsüdlich streichender Abhang, bis Sollenau reichend. Er stößt hier mit der Kochschen „Störungslinie“¹¹⁾ zusammen, die sich bei nahe gleichem Streichen bis Oeyenhausen erstreckt; auch sei hier auf den Verlauf der Linien gleicher Grundwassertiefen¹²⁾ nach Herrn Kleb zwischen Theresienfeld und Sollenau hingewiesen. Es bleibt zu ergründen, wie sich die oben unter 1, 2, 3 beschriebenen zu diesen Linien, zu den bekannten Heißquellen- und Erdbebenlinien, ferner zu den Richtungen der Gebirgsketten und der Täler am Ostrande der Alpen verhalten. Insbesondere ist es erwünscht, die Lücke zwischen Sollenau und Achau auszufüllen und das Stationsnetz zu verdichten an Stellen, wo Gradient und horizontale Richtkraft sich rasch ändern.

Solche Stellen finden sich:

- südlich vom Zillingdorfer Tagbau,
- am Südausgange von Zillingdorf,
- beim Süden des Wiener-Neustädter Kanals,
- östlich von Felixdorf, südlich von Sollenau.

Letztere Gegend wurde damals in die erste Messung einbezogen dank einem Rate des Herrn W. Petrascheck.

¹⁰⁾ Österreichische Monatsschrift . . . , 1921, 2. Jahrgang, Heft 7, Tafel 13.

¹¹⁾ Rede zur Feier seiner Inauguration an der Hochschule für Bodenkultur in Wien am 7. November 1907, S. 55.

¹²⁾ Der Geologe Herr R. Grengg hatte die Güte aufmerksam zu machen auf die wichtige Arbeit des Herrn M. Kleb „Das Wiener-Neustädter Steinfeld“, erschienen in „Geographischer Jahresbericht aus Österreich“, X. Jahrgang, Wien 1913, S. 1 bis 67, siehe insbesondere die dortige Tafel I.

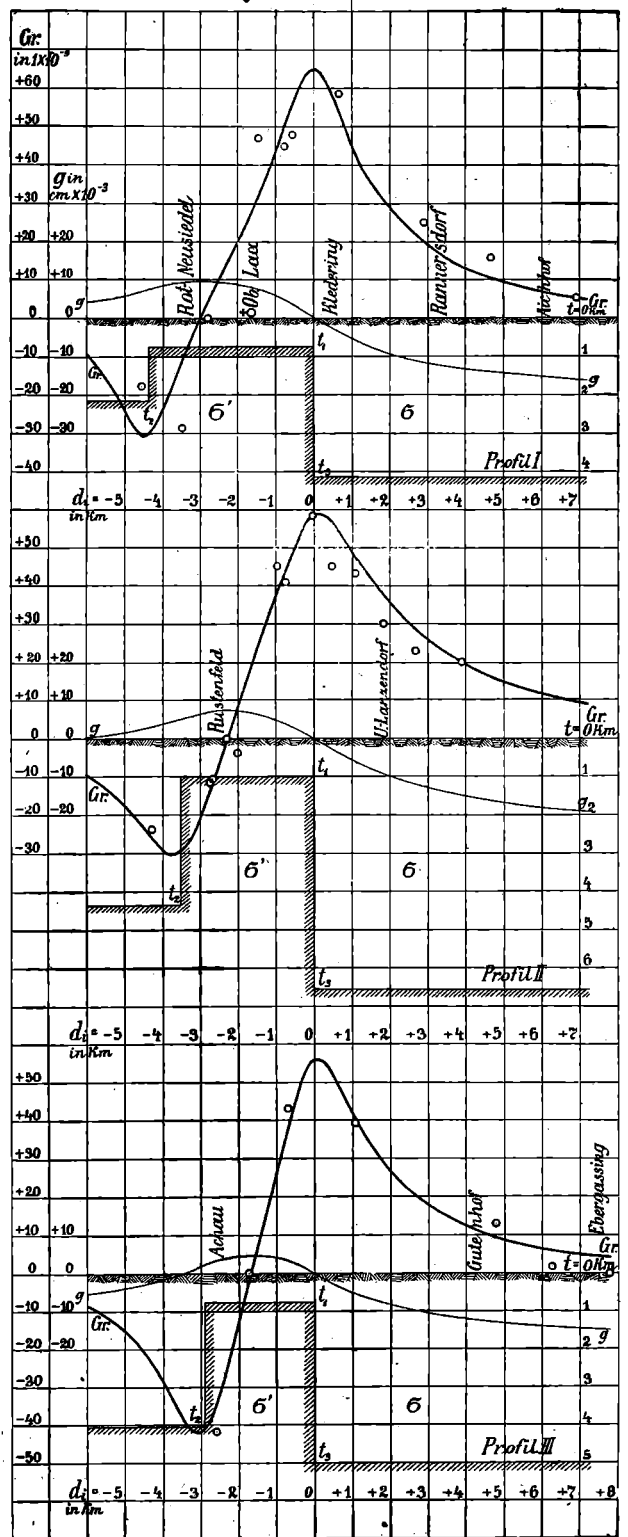


Abb. 4.

Berechnete Größen: Gr = Schwerkraft-Gradient, g = Schwerkraft, t = Tiefe.
 Beobachtete Größen: \odot = Schwerkraft-Gradient, d_i = Horizontaler Abstand.
 $\sigma - \sigma = 0.3$ angenommener Dichteunterschied.
 Eine Quadratseite entspricht:
 beim Schwerkraft-Gradienten 10×10^{-9}
 bei g in cm 10×10^{-3}
 für t und d $1 km$.