

# Ueber terrestrische Gravitation.

Von

DR. JOS. FINGER,

Professor an der k. k. technischen Hochschule.

---

Vorträge, gehalten am 18. Jänner und 8. Februar 1882.

*Mit zehn Holzschnitten.*



Es ist im Jahre 1666. In dem Garten eines einfachen Landhauses von Woolsthorpe<sup>1)</sup> ruht im Schatten eines Baumes, in tiefersten Gedanken versunken, Isaak Newton, einer der grössten Forscher aller Zeiten. Grosse mathematische Probleme beschäftigen seinen nimmermüden Geist. Da wird er aus seinem tiefen Sinnen durch ein Geräusch aufgeschreckt. Ein frühreifer Apfel löst sich vom Baume und fällt geräuschvoll zu seinen Füßen nieder. Diese so einfache Erscheinung lenkt Newton's Gedankengang in andere Bahnen.<sup>2)</sup> Was ist es, so fragt er sich, das den des Halts beraubten Apfel nöthigt, in gerader Bahn abwärts zur Erde zu fallen, warum fällt er

---

<sup>1)</sup> S. „Brewster, Newton's Leben“, übersetzt von Goldberg, S. 120.

<sup>2)</sup> Wenn auch die Richtigkeit dieser Erzählung von mehreren, so u. A. von Gauss bestritten wird, so wird diese Begebenheit — nach den Angaben der Nichte Newtons, einer Madame Conduit — von Voltaire erzählt (s. Wilde's Geschichte der Optik, II., Seite 5) und auch von dem Freunde Newtons, Henri Pemberton (s. Mädler und Wolf, Geschichte der Astronomie, I., Seite 361 und 447) bestätigt.

nicht nach aufwärts oder in einer andern Richtung? Unter der Einwirkung derselben unbekanntem Ursache bewegt sich der horizontal oder schief geworfene Stein längs einer parabolischen Bahn zur Erde. Sollte dies, so forscht Newton weiter, nicht etwa dieselbe Kraft sein, welche in ganz analoger Weise den Mond nöthigt, sich in einer elliptischen Bahn um unsere Erde, welche auch die Planeten nöthigt, sich in Ellipsen um die in dem Brennpunkt dieser Ellipsen befindliche Sonne zu bewegen? Und Newton greift zum Stifte und rechnet. Er basirt seine Rechnungen, die für alle Zukunft von so epochemachender Bedeutung, besonders für die Entwicklung der Astronomie und Mechanik werden sollten, einerseits auf die Gesetze für die Planetenbewegungen, welche der grosse Astronom Kepler im Jahre 1609 nach zwanzigjährigen unermüdlichen Beobachtungen der Planetenbahnen und äusserst mühsamen Rechnungen gefunden hat <sup>1)</sup>, Gesetze, die Sie, meine Herren und Damen, in dem vor vier Wochen an eben dieser Stelle gehaltenen Vortrage über die Planetenbewegungen kennen lernten, — anderseits auf die von seinem ebenbürtigen Vorgänger Gallilei, dem berühmten Begründer der wissenschaftlichen Dynamik, im Jahre 1602 gefundenen Gesetze des freien Falles und des Wurfes.

Newton stellt sich die Aufgabe, auf deductivem Wege, auf dem Wege der Rechnung zunächst die Richtung und Grösse jener Kraft zu bestimmen, die noth-

---

<sup>1)</sup> „Kepleri Astronomia nova aetiologiae“, Pragae, 1609.

wendig ist, um die Bewegungen der Planeten um die Sonne nach den drei Kepler'schen Gesetzen hervorzurufen, was ihm in kurzer Zeit auch gelingt.<sup>1)</sup> Indem er nun weiter die gefundenen Gesetze dieser Kraft in gleicher Weise auf den die Erde umkreisenden Mond in Anwendung bringt und so die Grösse der auf den Mond einwirkenden, dessen Bewegung um die Erde erzeugenden Kraft bestimmt, ist er im Stande, aus derselben — die vermuthete Identität der Kräfte im Weltraum mit der irdischen Schwerkraft vorausgesetzt — auch die Fallhöhe, welche ein auf der Erde frei fallender Körper in der ersten Secunde herabfallen müsste, zu berechnen, und zwar ergibt sich aus der bekannten mittleren Entfernung ( $r$ ) des Mondes von der Erde im Betrage von  $r = 60$  Erdhalbmessern und aus der Umlaufszeit ( $t$ ) des Mondes von  $t = 27$  Tagen, 7 Stunden, 43 Minuten als Werth derselben<sup>2)</sup> der 1,306.800te Theil des Erdhalbmessers. Es handelt sich also nur noch um die Grösse des Erdhalbmessers. Leider benützt Newton hiebei nicht die Resultate der von Snellius in Holland im Jahre 1615 ausgeführten Gradmessung, sondern nimmt den Grad nach der bei den Seefahrern gebräuchlichen Schätzung zu 15 geographischen Meilen

---

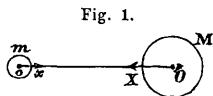
1) Ueber den Prioritätsstreit zwischen Newton und Robert Hooke siehe „Brewster, Newton's Leben“, übersetzt von Goldberg.

2) Nach der Formel  $2\pi^2 \cdot \frac{60^3}{t^2}$ .

oder 60 Seemeilen, demnach den Erdhalbmesser zu 17,030.000 englischen Fuss an, wodurch sich als Fallhöhe in der ersten Secunde eine Höhe von  $\frac{17,030.000}{1,306.800}$  = 13 englischen Fuss ergibt, während sie der Erfahrung zufolge  $15\frac{1}{2}$  Fuss beträgt. An diesem Unterschiede von 2 Fuss droht die ganze Theorie Newton's zu scheitern, die er nun schweren Herzens auch aufgibt. Volle 16 Jahre später, als Newton im Juni des Jahres 1682 zufällig einer Sitzung der „Royal Society“ beiwohnt, erfährt er die Ergebnisse der im Jahre 1669 von Picard in Frankreich mit Sorgfalt ausgeführten Gradmessung, nach welcher der Grad des Erdmeridians 342.360 Fuss, also der Erdhalbmesser 19,615.000 Fuss beträgt. Sofort verfällt Newton auf den Gedanken, dass sich durch Einsetzung dieser grösseren Zahl in den Zähler des früheren Bruches der Werth des letzteren vergrössert, also der Zahl 15 näher kommt. Er eilt nach Hause, um diesen Quotienten  $19,615.000 : 1,306.800$  zu berechnen, aber vor Aufregung konnte er diese Division nicht zu Ende führen. Die Feder fällt ihm aus der Hand. Ein zufällig eintretender Freund führt die Rechnung zu Ende, deren Resultat, nämlich 15.01 Fuss, seine geniale Theorie der Identität der kosmischen Kräfte und der terrestrischen Schwerkraft glänzend bewahrheitet. Eine der grössten Entdeckungen auf dem Gebiete der exacten Naturwissenschaften ist gemacht und im Jahre 1687 kann Newton in seinem unsterblichen Werke „*Principia philosophiae naturalis mathematica*“

das grosse Resultat seiner Forschungen, sein berühmtes Gravitationsgesetz, der den Grossmeister der Forschung bewundernden Mitwelt verkünden: „Die Kraft, welche die Bewegungen der Planeten um die Sonne, des Mondes um die Erde, der Trabanten um ihre Planeten, kurz die Bewegungen im Weltall, im Kosmos erzeugt, ist dieselbe Kraft, wie jene, welche auf unserer Erde die Bewegungen des freien Falles, des Wurfes, die Pendelbewegung u. s. w. hervorruft — es ist dies die allgemeine gegenseitige Massenanziehung oder Gravitation, und diese steht im geraden Verhältnisse zu den Massen und umgekehrten quadratischen Verhältnisse zu den Entfernungen.“

Denken wir uns nämlich in  $o$  und  $O$  (Fig. 1) die Mittelpunkte zweier Massen  $m$  und  $M$  in einem beliebigen Abstände  $oO$ , so wird sowohl die Masse  $m$  von der Masse  $M$ , also auch die Masse  $M$  von  $m$ , mit einer Kraft  $p$  angezogen, die auf



die Masse  $m$  in der Richtung  $ox$ , auf die Masse  $M$  in der entgegengesetzten Richtung  $OX$  wirkt, und zwar wird diese anziehende Kraft  $p$  den doppelten, dreifachen u. s. w. Werth, nämlich  $2p$ ,  $3p$  u. s. w. annehmen, wenn bei ungeänderter Masse  $M$  und derselben Distanz  $oO$  die Masse  $m$  die doppelte, dreifache u. s. w. Grösse, nämlich  $2m$ ,  $3m$  u. s. w. hat, aber auch, wenn die Masse  $m$  und die Distanz  $oO$  sich nicht ändert, jedoch die Masse  $M$  doppelt, dreimal u. s. w. so gross wird wie zuvor. Aendern sich dagegen die anziehenden Massen nicht, wird aber

die Entfernung  $oO$  auf die Hälfte, den dritten Theil u. s. w. reducirt, so wird die anziehende Kraft  $2 \times 2 = 4$ mal,  $3 \times 3 = 9$ mal u. s. w. so gross wie zuvor; in der 2fachen, 3fachen Entfernung wird die Kraft  $p$  der 4te, 9te Theil der früheren.

Dies unter dem Namen des Newton'schen Gravitationsgesetzes bekannte Gesetz bildet die Basis der heutigen Astronomie, insofern, als aus demselben nicht nur alle normalen Bewegungen der Himmelskörper im Weltall, sondern auch die Störungen der Planetenbahnen abgeleitet werden können. Doch nicht von der kosmischen Gravitation will ich zu Ihnen reden. Um mit Klopstock zu sprechen:

„Nicht in den Ocean der Weltenalle  
Will ich mich stürzen . . . . .  
Nur um den Tropfen am Eimer,  
Um die Erde nur, will ich schweben . . .“

(Aus der Ode „Die Frühlingsfeier“. 1759.)

Nur diejenige Massenanziehung, die sich auf diesem Tropfen des Weltoceans, auf unserer Erde und in der Nähe derselben kundgibt, die „terrestrische Gravitation“ soll den Gegenstand meiner Vorträge bilden.

Ich muss mit der einfachsten Erscheinung der terrestrischen Gravitation, dem freien Falle, beginnen und diesfalls für kurze Zeit um Ihre Geduld bitten, wenn ich die einfachen, Ihnen gewiss bekannten Gesetze des freien Falles ins Gedächtniss zurückrufe.

Lassen wir einen Stein, den wir in einer gewissen Höhe über dem Erdboden einige Zeit ruhig gehalten haben, plötzlich los. Was bemerken wir? Er bewegt sich

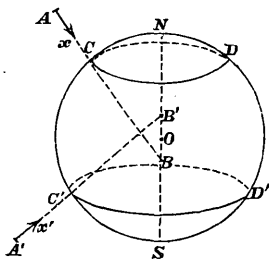


bekanntlich in einer bestimmten, für alle Körper an demselben Orte gleichen Richtung, die wir die verticale oder lothrechte nennen, gegen die Erde, „er fällt“. Diese unter dem Namen des „freien Falles“ bekannte Bewegung ist die Folge der Massenanziehung von Seite unseres Erdballs. Sie werden sich, meine Herren und Damen, erinnern, stets gehört und gelesen zu haben, dass die verticale Fallrichtung hinreichend verlängert durch den Erdmittelpunkt hindurchgeht. Dies ist nun streng genommen nicht der Fall, sondern theils wegen der an den

Erdpolen stattfindenden Abplattung, theils in Folge der Erdrotation schneiden sich die verticalen Bahnen  $Ax$  der frei fallenden Körper für alle Orte desselben nördlichen Parallelkreises  $CD$  (Fig. 2) in einem Punkte  $B$  der Erdaxe, der zwischen dem Erdmittelpunkte  $O$  und dem Süd-

pol  $S$ , jedoch sehr nahe an  $O$  gelegen ist, für alle Orte desselben südlichen Parallelkreises  $C'D'$  convergiren die Fallrichtungen  $A'x'$  gegen  $B'$ . Da jedoch die Punkte  $B$  und  $B'$  nicht weit von  $O$  entfernt sind, so kann man die Verticale an allen Orten der Erde als nahezu gegen  $O$  gerichtet annehmen. Demnach sind auch die verticalen Richtungen nicht zu einander parallel und nur an Orten der Erde, die nicht weit von einander entfernt sind, kann man dieselben als parallel ansehen.

Fig. 2.



Wie verhält es sich nun mit der Geschwindigkeit dieser durch die Anziehung der Erde hervorgerufenen Fallbewegung?

Sie sehen hier eine lange Glasröhre, aus welcher die Luft ausgepumpt ist, so dass man den inneren Raum nahezu als luftleer annehmen kann. An dem einen Ende der Röhre befindet sich ein Papierblättchen und ein Bleistück. Bringe ich nun die Röhre schnell mit diesem Ende nach oben in die verticale Lage, so sehen Sie, dass beide in der Röhre enthaltenen Körper fallen und trotz ihres so ungleichen Gewichtes zu genau gleicher Zeit an dem andern Ende anlangen. So oft ich den Versuch auch wiederhole, es zeigt sich stets dieselbe Erscheinung. Im luftleeren Raume fallen also alle Körper gleich schnell zur Erde. Bis zum Schlusse des 16. Jahrhunderts, bis zu Gallilei's Zeiten glaubte man, gestützt auf die Autorität des Aristoteles, dass die Körper um so schneller fallen, je grösser ihr Gewicht ist. Der Venetianer Benedetti (1585<sup>1)</sup>) soll der Erste gewesen sein, der die Behauptung aufstellte, dass die Fallgeschwindigkeit für alle Körper die gleiche sei. — Ich öffne nun den Hahn des Glasrohrs. Sie hören ein Zischen, welches daher rührt, dass die Luft in die Röhre eindringt. Wenn ich nun den früheren Versuch wiederhole, so sehen Sie, dass jetzt das Bleistück beim Fallen früher am Boden des Rohres anlangt, als das Papierblättchen, also das erstere schneller fällt als das letztere.

---

1) „Diversarum speculationum liber“. Turin 1585.

Im luftgefüllten Raume fallen die Körper deshalb mit ungleicher Geschwindigkeit herab, weil zu der Anziehung der Erde eine neue Kraft, der Widerstand der Luft hinzutritt, welcher der Schwerkraft entgegenwirkt. Nur diesem Luftwiderstande allein ist es zuzuschreiben, dass bei nahezu gleicher äusserer Form der Körper schwerere Körper schneller fallen als leichtere.

Man kann die gleiche Fallgeschwindigkeit für alle Körper — freilich nicht in so eclatanter Weise, wie durch den früheren Versuch — mit ganz einfachen Mitteln demonstrieren. Hier habe ich eine Silbermünze und ein kreisrundes Papierblättchen, das etwas kleiner ist als die Münze. Sie sehen, dass in dem mit Luft erfüllten Raume dieses Saales die Münze rascher fällt als das Papierblättchen. — Würde ich das Blatt unter die Münze legen und dann die Münze fallen lassen, so würden beide Körper gleichzeitig am Boden anlangen; doch werden Sie da mit Recht einwenden, es drücke die schwere Münze das Blatt zu Boden. Nun wollen wir aber das Blatt auf die Münze legen; jetzt könnte sich ohneweiters das Blatt von der Münze abheben. Sie sehen jedoch, dass, wofern die Münze beim Fallen sich nicht umkehrt, das Blatt beim Fallen sich von der Münze nicht abhebt, da nun der Luftwiderstand auf das Papierblatt nicht einwirken kann.

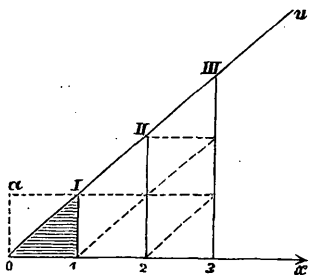
Welche sind nun die Gesetze, nach welchen sich die Geschwindigkeit und der Weg beim freien Falle mit der Zeit ändern? Die Gesetze des freien Falles hat, wie ich schon früher erwähnte, der grosse Reformator der Mechanik, Gallilei, im Jahre 1602, und zwar nach

seinem eigenen Geständnisse „*post diuturnas mentis agitationes*“, d. h. nach langen Geistesanstrengungen, entdeckt und in seinen „*Discorsi e dimonstrationsi matematiche etc.*“ (Leyden, Elzevir) 1638 veröffentlicht. Die Bewegung des freien Falles im luftleeren Raume — lehrt Gallilei — ist eine gleichförmig beschleunigte, d. i. eine solche, bei welcher die Geschwindigkeit in demselben Verhältnisse zunimmt, wie die Zeit, so dass diese, wenn dem Körper nicht, wie dies z. B. beim Wurfe der Fall wäre, eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit ertheilt wird, sondern der Körper von der Ruhe aus frei fallen gelassen wird, nach der zweiten Secunde das Doppelte, nach der dritten Secunde das Dreifache u. s. w. des Werthes der nach der ersten Secunde stattfindenden Geschwindigkeit ist. Es nimmt also die Geschwindigkeit in jeder Secunde stets um denselben Werth, nämlich um den Werth der Endgeschwindigkeit nach der ersten Secunde zu, und diese Geschwindigkeitszunahme in je einer Secunde nennt man die Beschleunigung der Schwere oder die Beschleunigung des freien Falles und bezeichnet sie mit  $g$ . Sie beträgt im Mittel 9·8 Meter, also nahezu 10 Meter oder 1 Dekameter. Da, wie ich früher erwähnte, alle Körper im luftleeren Raume gleich schnell herabfallen, so ist die Beschleunigung der Schwere für alle Körper an demselben Ort der Erde dieselbe.

Wie verhält es sich nun mit den Fallhöhen in den verschiedenen Zeiten? Da es mir hier zu meinem Leidwesen nicht gestattet ist, mathematische Formeln zur Anwendung zu bringen, so will ich diese Beziehung zwischen Weg und

Zeit durch eine geometrische Zeichnung (Fig. 3), die schon von Gallilei benützt wurde, klar machen. Denken Sie sich nämlich, meine Herren und Damen, die Zeitsecunde dargestellt durch einen Dekameter, die auf einander folgenden Secunden daher durch die längs der Geraden  $0x$  auf einander folgenden Dekameter  $01, 12$  u. s. w. (im verjüngten Maassstabe) dargestellt und in den so erhaltenen Endpunkten  $1, 2, 3$  u. s. w. nach derselben Seite der Geraden  $0x$  Senkrechte aufgetragen,

Fig. 3.



welche die den betreffenden Zeitpunkten entsprechende Geschwindigkeit darstellen, also im Punkte  $1$  die Grösse der Geschwindigkeit nach der ersten Secunde, nämlich die Beschleunigung der Schwere, d. i. nahezu 1 Dekameter (oder genauer  $9.8$  Meter), im Punkte  $2$  die Grösse von  $2$  Dekametern (genauer  $2 \times 9.8$  Meter) u. s. w., so liegen die so erhaltenen Endpunkte  $I, II, III$  dieser Senkrechten in einer durch  $0$  gehenden Geraden  $0u$ , die nahezu unter einem Winkel von  $45^\circ$  gegen  $0x$  geneigt ist; es enthalten dann die zwischen diesen Senkrechten enthaltenen Flächen ebenso viele Quadratdekameter, als der in der entsprechenden Zeit durchlaufene Weg Dekameter enthält. Demnach ist der Weg in der ersten Secunde von derselben Maasszahl wie des Dreiecks  $01I$ , also da dies die Hälfte der nahezu

als ein Quadrat anzusehenden Fläche  $0\ 1\ Ia$ , deren jede Seite ein Dekameter ist; d. i. die Hälfte eines Quadratdekameters ist, so ist der Weg in der ersten Secunde nahe  $\frac{1}{2}$  Dekameter, oder genauer gesprochen die Hälfte von 9·8 Meter, also gleich der halben Beschleunigung der Schwere. Der in der zweiten Secunde zurückgelegte Weg ist durch die zwischen  $1\ I$  und  $2\ II$  gelegene Trapezfläche  $1\ I\ 2\ II$  bestimmt; da diese nun, wie die Zeichnung zeigt, 3 Dreiecke enthält, die dem früheren Dreieck  $0\ 1\ I$  an Grösse gleich sind, so ist der Weg in der zweiten Secunde gleich dem 3fachen der halben Beschleunigung der Schwere; der Weg in der dritten Secunde ist dargestellt durch die zweite  $2\ II$  und  $3\ III$  gegebene Fläche, die 5 Dreiecke von den früheren Grössen enthält, also ist derselbe gleich dem 5fachen der halben Beschleunigung der Schwere, d. i. nahezu  $\frac{5}{2}$  Dekameter. Es nimmt demnach der Weg in jeder folgenden Secunde um die Beschleunigung der Schwere zu und die Wege in den auf einander folgenden Secunden verhalten sich wie die Anzahl der Dreiecke, also wie die auf einander folgenden Zahlen 1, 3, 5 u. s. w.

Der Weg in den 2 ersten Secunden ist dargestellt durch die zwischen  $0$  und  $2\ II$  gelegene Fläche des Dreieckes  $0\ 2\ II$ , welche 4, d. i.  $2 \times 2$  der früheren Dreiecke enthält, ist also gleich dem  $2 \times 2$ -, d. i. 4fachen der halben Beschleunigung der Schwere. Der Weg in den 3 ersten Secunden ist dargestellt durch die zwischen  $0$  und  $3\ III$  gelegene Dreiecksfläche, welche 9 oder  $3 \times 3$  der früheren Dreiecke enthält, ist demnach gleich dem  $3 \times 3$ fachen

der halben Beschleunigung der Schwere; so wird in den 10 ersten Secunden ein Weg zurückgelegt, der das  $10 \times 10$ -, d. i. 100fache der halben Beschleunigung der Schwere ist; es verhalten sich demnach die Wege wie die Quadrate der Zeiten.

Dies sind die Ihnen gewiss schon bekannten, von Gallilei gefundenen Gesetze des freien Falles. In Folge des Luftwiderstandes werden die Wege in den einzelnen Secunden kleiner als die bisher besprochenen, und zwar um so kleiner, je leichter bei sonst gleicher äusserer Form die fallenden Körper sind, und der Einfluss des Luftwiderstandes macht sich um so mehr geltend, je grösser die Fallräume sind. Doch kann ich mich hier auf die Besprechung des Einflusses des Luftwiderstandes nicht einlassen, da mich dies zu weit führen würde.

Wir haben nun die wichtigste Bewegung, die durch die Schwerkraft hervorgerufen wird, den freien Fall, kennen gelernt.

Beim freien Falle im luftleeren Raume kann der Körper ungehindert der Schwerkraft folgen, da er vollkommen frei beweglich ist; die Wirkung der Schwerkraft äussert sich hier im vollen Maasse, indem sie weder durch den Einfluss einer zweiten gleichzeitig wirkenden Kraft, noch durch jenen einer früheren Kraft, der sich in einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit manifestiren würde, beeinflusst ist. Wir können demnach mit Recht behaupten, dass die Richtung der Fallbewegung, d. i. die verticale, zugleich auch die Richtung der Schwerkraft ist und können die Grösse der letzteren aus der Beschleu-

nigung des freien Falles bestimmen. Sie werden sich nämlich, meine Herren und Damen, aus früheren Vorträgen über einzelne Capitel der Mechanik, die der hochverehrte Vorstand des Vereines, Freiherr von Burg, in diesem Vereine hielt, erinnern, dass man die Grösse einer Kraft, die auf einen frei beweglichen, in der Richtung der Kraft sich bewegenden Körper einwirkt, bestimmt, indem man die Masse des Körpers mit der durch diese Kraft erzeugten Beschleunigung multiplicirt. Demnach ist die Schwerkraft gleich dem Producte aus der Masse des Körpers und der Beschleunigung der Schwere.

So wie die Bewegung des freien Falles, so werden durch die Schwerkraft auch alle anderen terrestrischen Bewegungen beeinflusst, die wir täglich zu beobachten Gelegenheit haben, so z. B. die verticale nach auf- und nach abwärts gerichtete Wurfbewegung, der horizontale Wurf, der schiefe Wurf, die Bewegung längs der schiefen Ebene, die Pendelbewegung u. s. w. Jedoch will ich wegen der Kürze der Zeit auf diese Bewegungsformen nicht eingehen und nur das Eine erwähnen, dass, da diese Bewegungen durch die Einwirkung der Schwerkraft hervorgerufen werden, bei der Bestimmung der Bewegungszustände aller dieser Bewegungsformen die Grösse der Beschleunigung der Schwere vor allem Andern massgebend ist.

Ist nun, fragen wir, die beobachtete Fallbewegung auch die wirkliche oder absolute Bewegung eines frei fallenden Körpers? Denken Sie sich, Jemand beobachte vom Ufer eines Stromes aus ein stromabwärts treibendes



Schiff und es werde von der Spitze des Mastes ein Stein fallen gelassen. Der fallende Stein bleibt, trotzdem das Schiff stromabwärts treibt, nicht etwa deshalb hinter dem Maste zurück, weil das Schiff unter dem fallenden Steine in der Fallzeit weiter sich bewegt hat, wie dies der erste oberflächliche Gedanke eingeben würde, und wie dies auch Tycho de Brahe, Riccioli und Andere meinten, sondern, da der Stein im Moment des Falllassens von der Spitze des Mastbaumes an der Bewegung des Schiffes, somit auch an dessen Geschwindigkeit Theil nimmt, so kann er auch nach dem bekannten Trägheitsgesetze<sup>1)</sup> während der ganzen Bewegung die Geschwindigkeit nicht verlieren, und er muss deshalb längs des Mastes herabfallen, wie dies auch die zu Ende des 16. Jahrhunderts im Hafen von Marseille von Gassendi und Mitgliedern der Florentiner Akademie angestellten Versuche, im Gegensatz zu der Meinung des Tycho de Brahe, wirklich bestätigten. — Der Stein langt also am Fusse des Mastes an und ein Matrose des Schiffes sieht nur diese längs des Mastbaumes gerichtete Fallbewegung, die ihm als eine geradlinige erscheint. Diese geradlinige Bewegung ist aber bloß eine scheinbare oder relative Bewegung. Der Beobachter am Ufer muss, wenn er den Stein beim Falle verfolgt und ihn der Mast an der genauen Beobachtung der Bahnlinie nicht hindert, die aus dieser geradlinigen schein-

---

<sup>1)</sup> Auch dies Gesetz „*lex inertiae*“ soll von Benedetti 1585 zuerst ausgesprochen worden sein in dessen „*Diversarum speculationum liber*“.

baren Bewegung und aus der Bewegung des Schiffes zusammengesetzte Bewegung wahrnehmen. Diese müsste demnach übereinstimmen mit der thatsächlichen Bewegung eines in einer Röhre, welche die Stelle des Mastbaumes vertreten würde, fallenden Körpers, wenn diese Röhre gleichzeitig parallel zu sich selbst sich gleichförmig in irgend einer horizontalen Richtung verschiebt, oder mit der offenbar in genau gleicher Weise sich zusammensetzenden Bewegung eines horizontal geworfenen Körpers. An diesem Wurfapparate, der zur Demonstration der Gesetze des horizontalen Wurfes dient, bemerken Sie, dass die kleine Kugel, die ich durch die längs der im oberen Theile des Apparates befindliche gekrümmte Rinne herabfallen lasse und die in Folge dieses Falles im Momente des Austrittes aus der Rinne eine horizontale Geschwindigkeit erlangt, bei der weiteren Bewegung sich längs einer an diesem vertical gestellten Brette verzeichneten eigenartigen krummen Linie bewegt. Es ist dies eine Linie, die, wie Sie an diesem Modell sehen, durch den Durchschnitt eines senkrechten Kreiskegels mit einer zu einer Kegelseite parallelen Ebene entsteht; man bezeichnet eine solche Linie als eine Parabel. Es muss demnach der Beobachter am Ufer den von der Spitze des Mastes herabgelassenen Stein, dessen Bewegung dem Matrosen als eine geradlinige erscheint, längs einer parabolischen Bahn herabfallen sehen. — Nun befinden auch wir uns, wenn wir die Fallbewegung der Körper auf unserer Erde betrachten, in der Situation des Matrosen. Denn, so wie der Matrose an der einen der Bewegungen, aus denen sich die wahre Bewegung

des Steines zusammensetzt, nämlich an der Bewegung des Schiffes theilnimmt und deshalb die absolute oder wirkliche Bewegung nicht wahrnehmen kann, so nehmen auch wir Theil an der Bewegung unserer Erde, und es ist demnach die von uns beobachtete geradlinige, vertical nach abwärts gerichtete Bewegung des freien Falles der Körper eine blos scheinbare, eine relative Bewegung. Fassen wir nun blos die Drehbewegung der Erde um ihre Axe ins Auge und sehen wir vorläufig von der Bewegung der Erde um die Sonne ab! Wie würde denn, fragen wir, die Bewegung des freien Falles dann einem Beobachter erscheinen, der ausserhalb der Erde einen festen Stand einnehmen, also an der Erdrotation nicht theilnehmen würde? Dieser würde als wirkliche Bewegung des fallenden Steines eine Bewegung wahrnehmen, die aus denselben Gründen, wie früher, resultiren müsste aus dem Einflusse der ursprünglichen Geschwindigkeit, die der Stein im Momente des Loslassens in Folge der Erdrotation besitzt, und jenem der Anziehung der Erde, die nahezu gegen den Erdmittelpunkt gerichtet ist. Es würden also, wenn wir von der Bewegung der Erde in der Ekliptik um die Sonne absehen, die Bewegungsgesetze übereinstimmen mit jenen der Bewegung des Mondes, der ebenfalls in gleicher Weise unterworfen ist dem Einflusse einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit und der Anziehung seitens der Erde. Demnach muss auch die Bewegung des fallenden Steines im luftleeren Raume in einer Ellipse stattfinden, die bei nicht sehr bedeutender Fallhöhe sich nur sehr wenig von einer

Parabel unterscheiden würde. Die erwähnte elliptische Bahn lässt sich aus der bekannten Richtung und Grösse der Anfangsgeschwindigkeit nach gewissen Gesetzen der analytischen Mechanik, die ich hier nicht erörtern will, leicht bestimmen. Aus dieser elliptischen Bahn lässt sich aber dann umgekehrt durch eine Betrachtung, in welche ich hier nicht eingehen kann, folgern, dass die relative oder scheinbare Bewegung, die uns als die eigentliche Fallbewegung erscheint, keine streng verticale ist, sondern, dass — abgesehen von anderen Abweichungen — beim Falle aus bedeutenden Höhen, wie dies schon Hooke und Newton im Jahre 1679 behauptet haben, eine kleine Abweichung von der Verticalen nach Osten hin stattfindet. Es lässt sich diese Abweichung auch leicht einsehen, wenn man das frühere Beispiel näher ins Auge fasst.

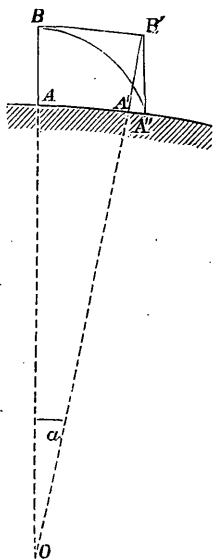
Der vom Mastkorbe fallende Stein wird nämlich nur dann genau am Fusse des Mastbaumes niederfallen, wenn die Geschwindigkeit des Schiffes, daher auch des Mastbaumes, sich während des Falles nicht geändert hat. — Wenn wir aber annehmen, dass während des Falles die Bewegung des Schiffes langsamer wird, so muss der Stein, der bei seinem Falle zufolge des Gesetzes der Trägheit die ursprüngliche horizontale Geschwindigkeit, die grösser ist als die Schiffsgeschwindigkeit, beibehält, offenbar sogar in der Richtung der Schiffsbewegung vor dem Mastbaume hinfallen.

So ist es auch bei unserer Erde; denn denken wir uns einen vertical aufgestellten Mastbaum  $AB$  auf unserer Erde, z. B. an einem Orte des Aequators (Fig. 4),

so bewegen sich die tiefer gelegenen Punkte desselben, weil sie der Erdaxe näher liegen, bei der nach Osten in der Richtung von  $A$  nach  $A'$  stattfindenden Erdrotation langsamer als die oberen; der fallende Stein gelangt also bei seinem Falle zu immer langsamer ostwärts sich bewegenden Punkten, und es muss demnach eine östliche Abweichung von der Schlusslage  $A'B'$  des Mastbaumes stattfinden. So wird z. B. der Stein in der Zeit, in welcher die Erde um den Winkel  $\alpha$  (siehe Fig. 4) sich gedreht hat und der Mastbaum demnach aus der Lage  $AB$  in die Lage  $A'B'$  gelangt ist, sich längs der aus  $BB'$  und aus der scheinbaren Bahn  $BA$  resultirenden elliptischen Bahn  $BA''$ , deren Endpunkt  $A''$  ein Endpunkt des Parallelogramms  $BA A'' B'$  ist, bewegen, so dass nothwendigerweise  $A''$  östlicher liegt als  $A'$ .

Diese östliche Abweichung  $A'A''$  haben auch die angestellten Versuche in der That ergeben. So fand Guglielmini, der im Jahre 1790 und 1791 auf dem Thurme degli Asinelli in Bologna Versuche anstellte, bei einer Fallhöhe von 240 Fuss eine östliche Abweichung von 7·4 Linien (nach Laplace's Berechnung sollte diese Abweichung nur 5 Linien betragen). Im

Fig. 4.



Jahre 1801 und 1802 stellte Benzenberg im Michaelisthurm in Hamburg ähnliche Versuche an. Dieselben ergaben bei einer Fallhöhe von 234·4 Fuss eine östliche Abweichung von 4 Linien. (Diese Abweichung stimmt genau mit der von Gauss berechneten überein.) Ebenso fand derselbe im Jahre 1803 bis 1804 bei seinen im Kohlenschachte „zur alten Rosskunst“ am Schlebusche in der Grafschaft Mark ausgeführten Versuchen bei einer Fallhöhe von 262 Pariser Fuss eine östliche Abweichung von 5·1 Linien. Schliesslich stellte auch Reich im Jahre 1831 mit grosser Sorgfalt im „Drei Brüderschachte“ bei Freiberg im Erzgebirge Versuche an und fand bei einer Fallhöhe von 158½ Meter eine östliche Abweichung von 28·4 Millimeter. —

Ebenso wie sich die Wirkung der Schwerkraft bei bewegten Körpern in einer beständigen Aenderung der Bewegungszustände kundgiebt, so manifestirt sich dieselbe auch bei ruhenden Körpern, und zwar in bekannter Weise als ein Druck auf diese Unterlage, den man als Gewicht bezeichnet, so dass, wenn man blos die Grösse der Kraft in Betracht zieht, die beiden Begriffe Gewicht und Schwerkraft identificirt werden können. Es ist demnach auch das Gewicht des Körpers gleich dem Producte aus der Masse und der Beschleunigung der Schwere.

Erlauben Sie mir, bei dieser Gelegenheit einige Worte über diesen Ihnen Allen so geläufigen Begriff des Gewichtes zu sprechen. Ich will zunächst erwähnen, dass die Gleichheit des Gewichtes und der Grösse der

Schwerkraft streng genommen nur für den luftleeren Raum giltig ist. Sie würden, meine Herren und Damen, gewiss über Jemanden lachen, der, um das Gewicht eines gefüllten Luftballons etwa sammt der angehängten Gondel und den in derselben befindlichen Personen zu bestimmen, denselben auf die Wage, z. B. eine Brückenwage, legen wollte; Sie sind nämlich im Vorhinein überzeugt, dass der Ballon keinen Druck auf die Wage zu äussern vermag, sondern im Gegentheil, sobald er freigelassen wird, sofort in die Höhe steigt. Es scheint demnach, als ob der Ballon sammt der Gondel und den Personen in diesem Falle kein Gewicht hätte, als ob die Schwerkraft gar nicht auf ihn einwirkte, und doch ist bekanntlich von der Schwere kein Körper ausgenommen. Was ist nun der Grund dieser anscheinend so sonderbaren Erscheinung?

Sie brauchen, meine Herren und Damen, um diese Erscheinung sofort zu erklären, nur das bekannte Grundgesetz des grossen Syracusaners Archimedes<sup>1)</sup> zu Rathe zu ziehen, dasselbe Gesetz, bei dessen Entdeckung, wie Plutarch und Vitruv erzählen, der greise Gelehrte aus der Badewanne, in der er sich eben befand, voller Freude aufsprang und, wie es heisst, so wie er war, im Adams-costüm durch die Strassen von Syracus nach Hause lief, indem er immer den freudigen Ruf wiederholte: *Εύρηκα, εύρηκα*, d. h. Ich habe es gefunden, ich habe es gefunden.

Archimedes schon lehrt in dem erwähnten Grundgesetz, dem sogenannten Archimedischen Princip, dass

---

<sup>1)</sup> Geboren 287 v. Chr. G., gestorben 212 v. Chr. G.

jeder in einer Flüssigkeit eingetauchte Körper in Folge des Seitendruckes der umgebenden Flüssigkeit einen vertical nach aufwärts gerichteten Auftrieb erfahre, der gleichkommt dem Gewichte der Flüssigkeit vom Volumen des Körpers. Ganz ebenso wirkt nun der Druck der umgebenden Luft auf jedes Element, auf jeden Theil der Oberfläche des Ballons. Alle diese Seitendruckkräfte ergeben auch hier eine Gesamtkraft oder Resultirende — den Auftrieb —, welche vertical nach aufwärts gerichtet ist und deren Grösse dem Gewichte einer Luftmasse von der Grösse des Ballons oder, mit anderen Worten, dem Gewichte der verdrängten Luftmasse gleichkommt. Beim Luftballon ist nun dieser nach aufwärts ziehende Auftrieb grösser als das vertical nach abwärts ziehende Gewicht, weshalb auch der Ballon in die Höhe steigt.

Diesen Auftrieb erfahren aber aus den erwähnten Gründen nicht nur der Ballon, sondern alle in der Luft befindlichen Körper, nur ist dieser Auftrieb in den bei Weitem meisten Fällen kleiner als das Gewicht und es wird in Folge dessen nur die Schwerkraft durch den entgegengesetzt gerichteten Auftrieb vermindert, so dass der übrigbleibende Druck auf die Wagschale bei einem in freier Luft abgewogenen Körper, welchen Druck wir als das scheinbare Gewicht bezeichnen, nicht dem wahren Gewichte gleicht, sondern um den Auftrieb kleiner ist, als das letztere.

Wir müssen sonach wahres und scheinbares Gewicht wohl unterscheiden. Das erstere bezieht sich stets nur auf den luftleeren Raum. Wir brauchen deshalb noch



nicht etwa die unbarmherzige Forderung aufzustellen, dass unsere Juweliere, Kaufleute, Fleischhauer u. s. w. ihre Wägungen unter dem Recipienten einer Luftpumpe, also in nahezu luftleerem Raume vornehmen, denn dieser Gewichtsunterschied ist ein verhältnissmässig nur sehr geringer. So z. B. wiegt ein Liter Wasser, dessen wahres Gewicht im luftleeren Raume bei einer Temperatur von  $4^{\circ}$  Celsius bekanntlich 1 Kilogramm beträgt, in freier Luft, da das Gewicht der Luft im Mittel nur dem 773ten Theile des Gewichtes eines Wasserquantums von demselben Rauminhalte gleich ist, um den 773ten Theil von 1 Kilogramm, also um 1.29 Gramm weniger, sein scheinbares Gewicht ist um 1.29 Gramm kleiner als dessen wahres Gewicht. Bei wissenschaftlichen Messungen muss man aber, besonders wo es sich um die Gewichtsbestimmung specifisch leichter Körper handelt, auf die besprochene Gewichts-differenz wohl Rücksicht nehmen; nur wird das wahre Gewicht nicht durch wirkliche, im luftleeren Raume erfolgte Abwägung, sondern durch Berechnung der entsprechenden Correction, durch die sogenannte Reduction auf den luftleeren Raum bestimmt.

Noch auf einen zweiten Umstand erlaube ich mir aufmerksam zu machen.

Es hängt der Druck auf die horizontale Unterlage, also das scheinbare Gewicht, auch davon ab, ob die Unterlage in Ruhe sich befindet oder aber in Bewegung begriffen ist.

Ich halte in der flachen Hand ein Gewichtstück von 1 Kilogramm und kann diesen Druck von 1 Kilo-

gramm wohl verspüren. Nun senke ich rasch die Hand und merke dann ganz deutlich, dass bei diesem plötzlichen Senken der Druck auf die Hand kleiner wird. Dies rührt daher, dass die Schwerkraft, die auf die bewegte Masse einwirkt, zum Theil verwendet wird, um die Fallbewegung der Kilogramm-masse zu erzeugen, die ja von der Hand nicht festgehalten, daher auch von dieser nicht mitbewegt wird, so dass demnach nur ein Theil, nämlich der übrige zweite Theil oder, in Worten der Mechanik gesprochen, nur eine Componente der Schwerkraft den Druck erzeugen kann, der als Theil begreiflicherweise kleiner ist als die Schwerkraft selbst.

Ich lege das Gewicht auf diese allen Hausfrauen wohlbekannte Wage. Es ist dies nicht eine der gewöhnlichen zweischaligen Wagen, die als Hebel zu betrachten sind, auf dem Hebelgesetze beruhen und die demnach als Hebelwagen bezeichnet werden mögen — Wagen, bei denen den abzuwägenden Gewichten durch ein Gegengewicht das Gleichgewicht gehalten wird —, sondern es ist dies eine Federwage, in welcher durch das Gewicht des aufgelegten Körpers eine elastische Spiralfeder so stark niedergedrückt oder bei anderen Constructionen der Federwagen so lange ausgedehnt wird, bis die elastische Kraft der gespannten Feder dem aufgelegten Gewichte das Gleichgewicht hält. Der Zeiger meiner Wage weist auf 1 Kilogramm. Nun senke ich plötzlich die Wage; sofort bemerken Sie, dass im ersten Momente sich der Zeiger der Nullmarke nähert, das scheinbare Gewicht demnach kleiner ist, als das wahre. Erfolgt die weitere Senkung

der Wage mit gleichbleibender Geschwindigkeit, so zeigt der Zeiger stets auf 1 Kilogramm, da zur Erhaltung einer gleichförmigen geradlinigen Bewegung, zufolge des Ihnen bekannten Trägheitsgesetzes, keine Kraft nothwendig ist, also auch kein Theil der Schwerkraft zu diesem Zwecke aufgebraucht wird. — Denken Sie sich, meine Herren und Damen, Sie fallen von einem Thurme herab, indem Sie diese Federwage mit der daraufgelegten Kilogramm-masse bei horizontaler Stellung der Wagschale in der Hand halten und unverwandten Auges auf den Zeiger blicken — es ist dies, ich will es zugeben, eine keineswegs angenehme Situation, die ich, Sie können es mir glauben, persönlich noch nicht erlebt habe —, doch kann ich Ihnen mit Bestimmtheit versichern, dass der Zeiger stets auf Null weisen wird, da die ganze Schwerkraft in diesem Falle zur Erzeugung der Fallbewegung der Kilogramm-masse verwendet wird, demnach kein Druck auf die Wagschale übrig bleibt. Würde man mit dieser Federwage sammt der daraufgelegten Masse von 1 Kilogramm auf der Förderschale eines Bergwerksschachtes in die Tiefe hinabfahren, so dass die Bewegung, wie es gewöhnlich der Fall ist, zuerst eine beschleunigte ist, d. h. immer schneller vor sich geht, hierauf durch längere Zeit gleichförmig ist und am Schlusse der Fahrt wieder verzögert wird, so würde der Zeiger unserer Federwage ein scheinbares Gewicht angeben, welches in der ersten Zeit kleiner, während der zweiten Zeit gleich und während der dritten Zeit grösser ist als 1 Kilogramm. Dass das scheinbare Gewicht während der verzögerten Bewegung

nach abwärts, bei welcher die Geschwindigkeit stets abnimmt, ein grösseres ist, als das wahre, erklärt sich daraus, dass sich die Kilogramm-masse infolge der Trägheit mit der schon erlangten grösseren Geschwindigkeit weiter zu bewegen sucht, demnach schneller, als die Unterlage sich thatsächlich bewegt und infolge dieses Umstandes einen Ueberdruck auf die Wagschale bewirkt.

Das Umgekehrte des bisher besprochenen Verhaltens würde stattfinden, falls sich die Unterlage nach aufwärts bewegen würde. So ist z. B. der normale Druck bei einer beschleunigten Bewegung nach aufwärts grösser als die Schwerkraft. Wir bemerken ganz deutlich diesen grösseren Druck auf die Hand, wenn das in der Hand gehaltene Kilogramm-gewicht plötzlich mit der Hand gehoben wird. Sie sehen dies auch an unserer Federwage, wenn ich dieselbe plötzlich hebe. Würden Sie mit dieser Federwage in einem Luftballon aufsteigen, so würden Sie bemerken, dass zunächst, so lange die Geschwindigkeit des Ballons beim Aufsteigen zunimmt, auch das scheinbare Gewicht des auf die Wagschale gelegten Gewichtes grösser ist als 1 Kilogramm. Sobald das Aufsteigen des Ballons gleichförmig wird, so zeigt der Zeiger unserer Wage das richtige Gewicht von 1 Kilo an. Im Falle einer verzögerten Bewegung nach aufwärts aber wäre das scheinbare Gewicht kleiner als 1 Kilogramm.

Ich warne Sie also, meine Damen, ganz ernstlich, Ihre Einkäufe ja nicht bei der Luftfahrt in einem Luftballon oder bei der Einfahrt in die Tiefe eines Schachtes

zu besorgen, oder wenn Sie dies schon thun, sich dazu einer andern als einer Federwage zu bedienen.

Ich kann es mir bei dieser Gelegenheit nicht versagen, an gewissen Behauptungen eines vielgelesenen und beim grossen Publicum sehr beliebten Autors, nämlich Jules Vernes, Kritik zu üben. Die meisten, wenn nicht alle von Ihnen werden gewiss seine, ich will es nicht leugnen, phantasiereichen Schriften gelesen haben, jedoch warne ich Sie, Alles, was Sie in denselben lesen, und es sind darin viele sehr gelehrt klingende physikalische Auseinandersetzungen, für baare Münze zu nehmen; wenige seiner kühnen Behauptungen vertragen die kritische Sonde eines Mannes der Wissenschaft. Ich will hier nur eines erwähnen, was mit dem behandelten Gegenstande zusammenhängt. Die Reise zum Monde von dem genannten Autor, die ja auch dramatisirt wurde, wird Ihnen jedenfalls bekannt sein. In dieser wird beschrieben, wie zwei Amerikaner und ein Franzose in einem Projectil, dessen Hohlraum ein mit Luft gefülltes Zimmer bildet und das mittelst einer verticalen, in die Erde eingegrabenen Riesenkanone (Columbiade) abgeschossen wird, zum Monde fahren. Ich will hier von allen den verschiedenen Unmöglichkeiten und Unwahrscheinlichkeiten ganz absehen und nur die Schilderung des interessanten Moments erwähnen, in welchem das Projectil in die Nähe des neutralen Punktes gelangt, wo die entgegengesetzten Anziehungen von Seite des Mondes und der Erde an Grösse gleich werden, so dass die Körper kein Gewicht haben. Die

drei Reisegefährten schwingen sich mit grösster Leichtigkeit in die Luft und bleiben in derselben schweben, die ausgestreckten Arme sinken nicht herab, der Kopf wackelt hin und her auf den Schultern, die Mondreisenden stellen das Glas in die Luft und auch dies schwebt ruhig in derselben u. s. w. Aus diesen Erscheinungen lässt Jules Verne die Mondreisenden erkennen, dass sie an dem neutralen Punkte oder in der Nähe desselben angelangt sind. Nun behaupte ich aber, dass dieser Zustand des Fehlens eines scheinbaren Gewichtes nicht nur in dem neutralen Punkte, sondern auf der ganzen Reise stattfinden müsste, denn sobald einmal die von Jules Verne angenommene ursprüngliche, freilich riesige Anfangsgeschwindigkeit dem Projectile und den in demselben befindlichen Personen und Körpern ertheilt wurde, vorausgesetzt natürlich, dass dies ohne Gefährdung des Lebens möglich wäre, müssen das Projectile und die darin befindlichen Körper, wie ja übrigens aus der von Jules Verne selbst in seiner „Reise um den Mond“ aufgestellten mathematischen Formel hervorgeht, wenigstens in dem ausseratmosphärischen Weltraume in irgend einem beliebigen Momente dieselbe Geschwindigkeit haben, die sie in diesem Momente auch besitzen würden, wenn sie nicht in gegenseitiger Berührung ständen. Es kann also eine Einwirkung des einen bewegten Körpers auf den andern, ein Druck der Personen auf den Boden, durch den sich ja das scheinbare Gewicht äussert, absolut nicht stattfinden. Daher würden nicht nur in dem neutralen Punkte, sondern an jeder Stelle der Bahn in den luft-

leeren Welträumen die früher besprochenen Erscheinungen stattfinden; die Körper würden auf der mitgeführten Federwage kein scheinbares Gewicht angeben, die Reisenden könnten während dieser ganzen Fahrt in jeder Stellung in Ruhe verbleiben — abgesehen von der schwachen Tendenz, in Folge des Auftriebes zur Decke des inneren Hohlraumes emporzusteigen — sie könnten wie Fische in der Luft schwimmen und sich durch entsprechende Hand- oder Fussbewegungen in der Luft fortbewegen; das Pendel einer Pendeluhr würde in jeder Lage in scheinbarer Ruhe bleiben; der Wein in den Flaschen, den die Reisenden trinken wollen, müßte erst aus der umgekehrten Flasche durch einen Stoss ausgeschüttelt werden und würde sich in der Luft zusammenballen zu einer Kugel, die man leicht zu relativer Ruhe bringen könnte u. s. w. Ich überlasse es nun Ihnen, zu beurtheilen, ob die von Jules Verne beschriebenen Handlungen der im Projectil befindlichen Personen und andere von ihm erzählten Erscheinungen, die auf der Voraussetzung eines Gewichtes beruhen, möglich wären.

Auch bei einem in horizontaler Bewegung begriffenen Körper ist das scheinbare Gewicht von der Geschwindigkeit und Richtung der Bewegung, aber auch im Allgemeinen von der geographischen Breite abhängig. Es würde die betreffende Auseinandersetzung mich viel zu weit führen. Ich erlaube mir, diesbezüglich jene der anwesenden geehrten Herren, die sich dafür interessiren, auf die, diesen Gegenstand betreffenden, von mir in den

Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften in den Jahren 1877 und 1880 veröffentlichten Abhandlungen, betitelt „Ueber den Einfluss der Rotation des Erdphäroides auf terrestrische Bewegungen“, aufmerksam zu machen und nur einige Beispiele anzuführen.

So würde z. B. ein mit der Geschwindigkeit von 7900 Meter pro Secunde sich längs des Meridians bewegender Körper gar kein scheinbares Gewicht haben. In der Breite von Wien ( $48^{\circ} 12\frac{1}{2}$  Minuten) wird das Gewicht in einem mit der Geschwindigkeit von 10 Meter pro Secunde fahrenden Eilzug bei einer Fahrt nach Norden oder Süden um  $\frac{2}{3}$  Milligramm verringert, bei der Fahrt nach West um  $\frac{1}{8}$  Gramm vergrößert, bei einer Fahrt nach Ost um  $\frac{1}{4}$  Gramm verringert.

Auf der Sonne, den Planeten, kurz allen anderen Weltkörpern ist das Gewicht eines auf der Oberfläche desselben befindlichen Körpers von dem Gewichte desselben Körpers auf der Erde, also vom terrestrischen Gewichte des Körpers verschieden. Dies folgt unmittelbar aus dem Newton'schen Gravitationsgesetze. Bei derselben angezogenen Masse steht nämlich, wie wir gehört haben, die Grösse der Gravitation zu der anziehenden Masse in demselben und zu dem Quadrate der Entfernung von dem Mittelpunkte derselben, daher zu dem Quadrate des Radius dieser anziehenden Weltkörper im umgekehrten quadratischen Verhältnisse. Ist demnach die Masse eines zweiten Weltkörpers 18mal grösser, der Halbmesser derselben aber 3mal grösser als die der Erde, so müsste in Folge des ersten Umstandes die Schwer-



kraft an diesen Weltkörpern 18mal grösser sein als auf unserer Erdoberfläche, dieser 18fache Werth aber in Folge des zweiten Umstandes auf den  $3 \times 3$ , d. i. 9ten Theil reducirt werden, somit die Schwerkraft  $18 : 9$ , d. i. 2mal grösser sein als auf der Erde.

Nun ist die Masse der Sonne etwa 355.000mal, ihr Radius 112mal grösser als der der Erde, daher hat ein Körper, der auf unserer Erde 1 Centner wiegt, auf der Sonnenoberfläche ein Gewicht von  $\frac{355.000}{112 \times 112} =$

28·3 Centner. Wollten Sie, nachdem Sie zur Sonne aufgestiegen sind, dies constatiren, so dürften Sie sich keiner Hebelwage, sondern wieder einer Federwage bedienen, denn Sie müssen bedenken, dass nicht nur der abzuwägende Körper, sondern auch das auf die andere Wagschale gelegte Gewichtsstück, das Gegengewicht, genau in demselben Verhältnisse schwerer würde, somit das Gleichgewicht trotz der Aenderung der Schwerkraft nicht gestört würde.

Da, wie Sie gehört haben, die Beschleunigung der Schwere bei ein und demselben Körper in demselben Verhältnisse zunimmt, in welchem das Gewicht zunimmt, so muss auch die Beschleunigung der Schwere auf der Sonnenoberfläche 28·3mal grösser sein als auf der Erde und daher alle Körper 28·3mal schneller fallen.

Mit Neid können die Sonnen-Lastträger auf ihre irdischen Collegen blicken, da die Ersteren bei gleicher Last 28mal mehr zu tragen haben; jedoch noch besser haben es die Lastträger am Monde, da die Schwere nur

$\frac{1}{6}$  der terrestrischen Schwere ist, daher eine Last von 1 Centner am Monde nur ein verhältnissmässiges Gewicht von  $\frac{1}{6}$  Centner hat. Auf der Mondoberfläche ist auch die Beschleunigung der Schwere nur  $\frac{1}{6}$  von jener der Erde. Auf dem Mars ist das Gewicht eines Körpers  $\frac{1}{2}$  mal, auf dem Jupiter  $2\frac{1}{2}$  mal so gross als auf der Erdoberfläche u. s. w.

Wir haben bisher die Wirkung der Schwerkraft bloss auf den einen der beiden sich anziehenden Körper, nämlich auf den bei Weitem kleineren, auf der Erdoberfläche befindlichen Körper, sowohl wenn sich derselbe in Bewegung, als auch wenn er sich in Ruhe befindet, besprochen. Nun ist aber, wie wir gehört haben, die Anziehung zweier Massen eine gegenseitige. Es zieht also nicht nur die Erde den fallenden Stein zu sich, sondern mit derselben Kraft zieht auch der fallende Stein die Erde zu sich.

Bekannt sind Ihnen gewiss die stolzen Worte des Archimedes, des berühmten Begründers der wissenschaftlichen Statik, desselben Gelehrten des Alterthums, von dem wir früher schon sprachen, der nach der Entdeckung seines Hebelgesetzes in selbstbewusster Ueberzeugung der Wichtigkeit des letzteren dem Könige Hiero gegenüber den kühnen Ausspruch wagen konnte: „Gib mir einen festen Punkt ausserhalb der Erde und ich werde dieselbe aus ihren Angeln heben.“ Nun, wir können ohne Hebel und ohne einen fixen Stützpunkt für diesen Hebel ausser der Erde dieselbe auf eine viel einfachere Weise aus ihren Angeln heben, d. h. bei ihrer Bewegung um

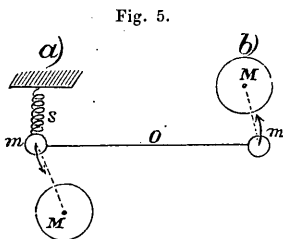
die Sonne aus ihrer jeweiligen Lage im Raume etwas verrücken. Wir brauchen nur einen schweren Stein von der Höhe eines Thurmes herabfallen zu lassen. Beim Fallen muss sich die Erde in Folge der Anziehung des Steines gegen denselben hinbewegen. Doch wie winzig ist diese dadurch bewirkte Verrückung. Da nämlich die Gravitation — hier die irdische Schwerkraft — auf die sich anziehenden Körper, nämlich den Stein und die Erde, mit gleicher Stärke einwirkt und diese durch das Product aus der Masse und der Beschleunigung ausgedrückt ist, so muss die erzielte Beschleunigung, demnach auch der Weg für eine gewisse Zeit bei der Erde in demselben Verhältnisse kleiner sein, als ihre Masse grösser ist wie die des Steines, denn wenn der eine Factor eines Productes zweimal, dreimal u. s. w. grösser wird, so muss, damit das Product dasselbe bleibt, der zweite Factor in demselben Verhältnisse kleiner werden. Nun beträgt aber die Erdmasse, wie dies später auseinandergesetzt werden soll, in runder Zahl 6 Quadrillionen Kilogramm (1 Quadrillion = Billion Billionen). Wenn demnach ein 1 Kilogramm schwerer Stein herabfällt von der Höhe des Stefansthurmes, d. i. von einer Höhe von etwa 137 Meter, so wird die Erde gegen diesen Stein hin verrückt um den 6ten Theil eines Quadrilliontels von 137 Meter, also um etwa  $\frac{1}{48}$  eines Trilliontels eines Millimeters, d. i.  $\frac{1}{48}$  eines Milliontels von einem Billiontel eines Millimeters — und wenn man aus einem vertical aufgestellten gezogenen Geschütze von grösstem Kaliber ein 303 Kilogramm schweres Ge-

schoss mit einer derartigen Pulverladung vertical nach aufwärts in die Luft schießt, dass dasselbe bis zur 16fachen Höhe des Stefansthurmes, also etwa  $\frac{3}{10}$  Meilen hoch steigt, um dann wieder herabzufallen, so würde die Erde etwa um 100 Trilliontel oder ein Zehntausendstel von einem Billiontel eines Millimeters gegen das Projectil hin aus ihrer Lage verrückt, indem sie in Folge des Rückstosses beim Abschiessen und der darauffolgenden Anziehung beim Steigen und Fallen des Geschosses sich zunächst nach abwärts durch diese winzige Bahnstrecke bewegt, dann durch denselben Weg sich der Kugel wieder nähert, also nach aufwärts in die ursprüngliche Lage sich zurückbewegt, demnach während der Bewegung der Erde in der Ekliptik eine kleine Schwingung vollführt. Dass die Bahn der Erde um die Sonne durch die auf diese Weise veranlassten winzigen Schwingungen, welche niemals bewirken können, dass die schliessliche Lage des Erdmittelpunktes eine andere wird, als sie ohne diese Schwingung sein würde, nicht beeinflusst wird, brauche ich wohl erst nicht näher auseinanderzusetzen.

Wenn nun auch die Thatsache der gegenseitigen Massenanziehung aller Körper und die Identität der kosmischen Schwere mit der terrestrischen Schwere sich aus Newton's Deductionen mit Evidenz ergibt, so drängt sich doch unwillkürlich die Frage auf, ob man denn nicht diese Massenanziehung bei den ponderablen, d. i. der irdischen Schwere unterworfenen Massen, die auf der Erdoberfläche vorkommen, auch direct nachzuweisen,

ob man nicht im günstigen Falle eine thatsächliche Annäherung der uns umgebenden Körper in Folge dieser Anziehung wahrzunehmen im Stande wäre. Und in der That ist dieser Nachweis zuerst dem englischen Gelehrten Cavendish gelungen. Die Idee der von Cavendish angewendeten Methode, die ich kurz im Folgenden andeuten will, ist dem englischen Physiker Mitchell zu verdanken.

Denken Sie sich, meine Herren und Damen, zunächst eine Masse  $m$  (Fig. 5 a), etwa eine kleine Bleikugel an dem einen Ende einer schwachen Spiralfeder  $s$ , deren anderes Ende befestigt ist und die Ruhelage dieser Masse  $m$  bestimmt. Nun werde eine zweite massive Bleikugel  $M$ , deren Masse bedeutend ist,



der kleineren Kugel  $m$  in die Nähe gebracht. Es müsste dann in Folge der Massenanziehung sich die Kugel  $m$  der Masse  $M$  annähern und dadurch die elastische Spirale ausgedehnt werden, und zwar so lange, bis die durch die Ausdehnung der Spirale geweckte elastische Kraft der Anziehung der Massen an Grösse gleich kommt und dieser das Gleichgewicht hält. Dasselbe müsste in der Anordnung Fig. 5 b der Fall sein, nur findet hier die Bewegung im entgegengesetzten, durch die Pfeilrichtung angedeuteten Sinne statt. Sind nun die beiden Kugeln  $m$  und  $m$  an den beiden Enden eines leichten

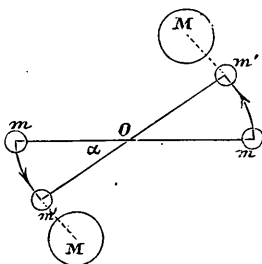
Stäbchens, eines Hebels  $mm$  (z. B. aus leichtem Tannenholtz) befestigt, so wird in Folge der früher besprochenen Bewegungen der Hebel im Sinne der Pfeile gedreht. Nur würde in Folge der jedenfalls nur schwachen Massenanziehung die Spiralfeder äusserst wenig ausgezogen werden, demnach die Drehung nur äusserst gering sein. Um nun die Drehung des Hebels  $mm$  zum Zwecke der genaueren Messung grösser zu machen, sei die Spiralfeder  $s$  durch einen sehr feinen, auf der horizontalen Ebene der Figur 5 senkrechten Metalldraht ersetzt, an dessen unterem Ende der Hebel  $mm$  in der Mitte  $O$  aufgehängt ist, während das obere Ende des entsprechend langen Drahtes an der Decke des Zimmers befestigt ist. Jetzt findet bei der Drehung des Hebels auch eine Drehung des feinen Drahtes um sich selbst, eine sogenannte Torsion statt, und in Folge dieser Torsion wird jetzt, wie früher, eine elastische Kraft, die Torsionselasticität, wachgerufen, welche den Draht wieder in den ursprünglichen, nicht tordirten Zustand zurückzuführen sucht und wie früher der Massenanziehung der Massen  $M$  und  $m$  das Gleichgewicht hält.

Der feine, lange, verticale Metalldraht mit dem in horizontaler Ebene (der Ebene der Zeichnung) drehbaren Hebel bildet dann eine sogenannte Dreh- oder Torsionswage. Sie sehen hier ein Modell derselben. Diese Drehwage muss nun sehr sorgfältig vor allen Luftströmungen, vor dem leisesten Luftzuge durch ein entsprechendes Gehäuse, das den Draht und den Hebel einschliesst, geschützt sein und in der Verlängerung des He-

bels  $mm$  müssen die Wände des Gehäuses, um eine Beobachtung von Weitem durch Fernrohre möglich zu machen, Oeffnungen haben, die durch Spiegelglasplatten geschlossen sind.

Denken Sie sich nun die beiden grossen Massen  $M$  zunächst entfernt, etwa durch eine entsprechende Vorrichtung gesenkt oder, was auf dasselbe hinauskömmt, die beiden Massen  $M$  in eine solche Lage gebracht, dass die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte  $MM$  auf der Geraden  $mm$  senkrecht steht,

Fig. 6.



so wird der Hebel die Gleichgewichtslage  $mm$  (siehe Fig. 6) einnehmen oder vielmehr wegen der Empfindlichkeit der Drehwage um diese Lage hin- und herschwingen. Aus der messbaren Schwingungszeit dieser Schwingungen lässt sich durch einen Calcul, in den ich

hier nicht näher eingehen will, die Kraft berechnen, die dazu nothwendig ist, um den Hebel statt in seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage  $mm$  in einer andern Lage zu erhalten, die gegen die erstere unter irgend einem Winkel geneigt ist.

Werden nun die beiden Massen  $M$ , wie früher, den Hebelenden  $mm$  gegenübergestellt (wie in Fig. 6), so wird in der That, wie dies die Beobachtungen lehrten, in Folge der Anziehung zwischen den Massen  $M$  und  $m$ , der Hebel in eine andere, den Massen  $M$  nähere Lage

$m'm'$  (Fig. 6) versetzt, oder vielmehr er vollzieht, wie früher, im Allgemeinen kleine Schwingungen um diese neue Gleichgewichtslage  $m'm'$ , welch' letztere Lage gegen die ursprüngliche Gleichgewichtslage unter dem messbaren Winkel  $\alpha$  geneigt ist, wodurch zunächst, wie zu erwarten war, die Massenanziehung direct nachgewiesen ist. Aus der Grösse dieses Winkels  $\alpha$  kann man aber weiterhin, wie dies früher erwähnt wurde, die Kraft berechnen, mit der sich die Massen  $M$  und  $m$  bei der nunmehrigen Entfernung  $m'M$  ihrer Mittelpunkte, die sich gleichfalls bestimmen lässt, anziehen.

Behufs der genauen Bestimmung dieses im Allgemeinen kleinen Winkels wandte Reich, der die Versuche Cavendish's im Jahre 1837 und 1852 in Freiberg wiederholte, die sogenannte Spiegelablesung an, die ich jedoch hier nicht näher beschreiben will. Auch Baily nahm 1843 zu London im Auftrage der „Royal Astronomical Society“ mehr als zweitausend Versuche nach der besprochenen Methode vor.

Ich will einen der Versuche Reich's hervorheben, um an denselben weitere Schlussfolgerungen zu knüpfen, und ich bitte diesbezüglich sich für kurze Zeit für die nun folgende etwas trockene, doch für unsere Zwecke wichtige Auseinandersetzung mit Geduld zu rüsten.

Bei einem dieser Versuche waren die Massen  $m$  eine Composition von Blei und Wismuth und betragen 484.2 Gramm = 0.4842 Kilogramm, und die Massen  $M$  waren Bleikugeln im Gewichte von 45.006 Kilogramm. Der Abstand  $m'M$  ihrer Mittelpunkte in der abgelenkten



Gleichgewichtslage betrug 17 Centimeter = 1·7 Decimeter und als anziehende Kraft der Massen wurde dann nach der früher auseinandergesetzten Methode gefunden 0·0000050467 Gramm.

Würde diese Entfernung der Mittelpunkte derselben Massen 2mal so gross sein als in einem zweiten neuen Falle, so müsste nach dem Gravitationsgesetze die anziehende Kraft im letzteren Falle  $2 \times 2 = 4$ mal so gross sein wie früher; werden demnach die Mittelpunkte der erwähnten Massen  $M$  und  $m$  in eine Entfernung von 1 Decimeter, statt wie früher in den Abstand 1·7 Decimeter, der 1·7mal so gross ist, gebracht, so erhält die anziehende Kraft das  $1·7 \times 1·7$ , d. i. das 2·89fache des früheren Werthes, also  $2·89 \times 0·0000050467$  Gramm = 0·000014585 Gramm. Wird ferner in diesem neuen Abstände von 1 Decimeter die Masse  $m$  statt wie früher = 0·4842 Kilogramm nun 1 Kilogramm, somit 2·0653mal so gross gewählt, so wird nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz die Kraft 2·0653 mal so gross wie früher, also =  $2·0653 \times 0·000014585$  Gramm = 0·000030122 Gramm. Wird nun schliesslich auch die Masse  $M$ , die bisher 45 Kilogramm gross war, auch gleich 1 Kilogramm, also der 45. Theil der früheren Masse, so muss auch die anziehende Kraft der 45. Theil des früheren Werthes werden, also  $0·000030122 : 45 = 0·000000669$  Gramm, d. i. nahezu  $\frac{2}{3}$  eines Milliontels eines Gramms. Die Anziehung zweier Massen von je 1 Kilogramm, deren Mittelpunkte von einander den Abstand eines Decimeters haben,

beträgt sonach etwa  $\frac{2}{3}$  eines Milliontels eines Gramms.

Mit Hilfe dieses Werthes können wir nun weiter die Masse unserer Erde bestimmen. Aus dem Gravitationsgesetze lässt sich nämlich nachweisen, dass zwei Kugeln, die entweder gleichförmig dicht sind oder die wenigstens aus gleichförmig dichten (homogenen) concentrischen Kugelschalen bestehen, sich genau so anziehen, als wären ihre ganzen Massen in den entsprechenden Mittelpunkten vereinigt. Da nun die Erde nahezu als eine Kugel und aus homogenen Kugelschalen bestehend angesehen werden kann, so würde die Kraft, mit der die Masse von 1 Kilogramm an einem Punkte der Erdoberfläche thatsächlich angezogen wird, also jene Kraft, die wir auch als die Kraft eines Kilogramms bezeichnen, sich nicht ändern, wenn sich statt unserer Erde im Erdmittelpunkte eine Masse befinden würde, die gleich wäre der zu bestimmenden Erdmasse. Da nun der Erdradius im Mittel 6366 Kilometer beträgt, so kann man sagen: Eine Masse, die gleich wäre der unbekanntem Masse der Erde, und eine zweite Masse von 1 Kilogramm, deren Mittelpunkte von einander die Entfernung von 6366 Kilometer hätten, würden sich mit einer Kraft von 1 Kilogramm anziehen. Wie gross, fragen wir, muss demnach diese Erdmasse sein? Aus den früheren Erörterungen wissen wir, dass je zwei Massen  $m$  und  $M$  von 1 Kilogramm in der Entfernung von 1 Decimeter sich mit einer Kraft von etwa  $\frac{2}{3}$  Milliontel eines Gramms anziehen. Fragen

wir nun zunächst, wie vielmal die Masse  $M$  bei derselben Entfernung von 1 Decimeter grösser werden müsste, damit die anziehende Kraft nicht  $\frac{2}{3}$  Milliontel eines Gramms, sondern 1 Kilogramm betragen würde. Die Antwort ertheilt uns das Newton'sche Gravitationsgesetz. Diesem zufolge müsste diese Masse so oft grösser sein, als die erstere Anziehung von 0.000000669 Gramm in 1 Kilogramm = 1000 Gramm enthalten ist, sonach 1495 millionmal grösser, also in runder Zahl müsste die Masse  $M$  1500 Millionen Kilogramm sein, damit sie auf die in der Entfernung von 1 Decimeter entfernte Masse von 1 Kilogramm eine anziehende Kraft von 1 Kilogramm ausüben würde. Würde nun diese Masse  $M$  in die Entfernung von 2 Decimeter, also in die doppelte Entfernung von der Masse  $m$  gebracht, so müsste die anziehende Kraft nach dem Newton'schen Gesetze auf den  $2 \times 2$ , d. i. den 4. Theil herabsinken; damit also diese Kraft in dieser doppelten Entfernung wieder eine Grösse von 1 Kilogramm habe, müsste andererseits diese Masse wieder  $2 \times 2$ , d. i. 4mal grösser werden, in der Entfernung von 3 Decimeter  $3 \times 3$ , d. i. 9mal grösser, sonach in der Entfernung des Erdhalbmessers, d. i. in der Entfernung von etwa 64 Millionen Decimetern auch das 64 millionenmal 64 Millionenfache des früheren Werthes von 1500 Millionen Kilogramm, d. i. nahezu 6 Quadrillionen Kilogramm. Es beträgt sonach die Erdmasse nahe 6 Quadrillionen Kilogramm.

Dies will nicht etwa sagen, die Erde habe ein Gewicht von 6 Quadrillionen Kilogramm. Von einem

Gewichte des Erdkörpers in der Bedeutung, die wir dem Begriffe des Gewichtes der irdischen Körper geben, lässt sich überhaupt nicht reden, denn als Gewicht eines Körpers bezeichnen wir ja den in Folge der Anziehung unserer Erde auf diese Körper hervorgerufenen Druck auf eine ruhende horizontale Unterlage; die Erde kann aber nicht sich selbst anziehen (sondern es müsste, soll von einer Anziehung die Rede sein, eine zweite Erde da sein, die unsere Erde anzieht), hat demnach auch kein Gewicht in Bezug auf sich selbst, wohl aber können wir von der Anziehung sprechen, die dieselbe z. B. von der Sonne erfährt, die etwa 3600 Trillionen Kilogramm beträgt.

Das oben angeführte Resultat hat demnach, im Sinne des terrestrischen Gewichtes gesprochen, nur folgenden Sinn: Wenn man sich eine zweite Erde denken würde, die unserer Erde genau gleich wäre und diese zweite Erde in 6 Quadrillionen Theile zertheilen würde, so dass alle diese Theile, mit irgend einer genauen Wage an irgend einem Punkte der Erdoberfläche gewogen, dasselbe Gewicht, also auch dieselbe Masse hätten, so wäre das Gewicht eines jeden dieser Theile gleich einem Kilogramm, also dasselbe, wie das eines Liter reinen Wassers von 4<sup>0</sup> Celsius.

Nun können wir aber auch weiter die mittlere Dichte unserer Erde bestimmen, d. i. die Masse, die im Durchschnitt in einer Volumeinheit, also etwa in 1 Liter (Cubikdecimeter) enthalten ist. Da nämlich der Erdhalmesser im Mittel 6366 Kilometer beträgt, so lässt sich daraus nach bekannten Lehrsätzen der Geometrie

die Grösse oder der Rauminhalt unserer Erde berechnen, und zwar ergibt sich für denselben eine Grösse von 1·08 Quadrillionen Cubikdecimeter, demnach ist in diesen 1·08 Quadrillionen Litern eine Masse von nahe 6 Quadrillionen Kilogramm enthalten, also in einem Liter eine Masse von so viel Kilo, als 1·08 in 6 enthalten ist, also etwa 5·6 Kilogramm. Es ist somit die mittlere Dichte der Erde etwa  $5\frac{1}{2}$ , oder, was dasselbe heisst, in irgend einem Volum im Innern der Erde ist im Durchschnitt auch  $5\frac{1}{2}$  mal so viel Masse enthalten, als in dem gleichen Volum Wasser. Baily fand für die mittlere Dichte die Zahl 5·67 und Reich im Jahre 1852 nach derselben Methode 5·5832:

Die mittlere Dichte der die äusserste Erdrinde, die Erdkruste, bis zu der Tiefe, zu der man in unseren Bergwerken gelangte, bildenden Gesteinsarten ist erfahrungsmässig etwa 2·8, so dass das Innere unserer Erde etwa 2 mal so dicht ist als die äusserste Erdschichte.

Ich will hier nur kurz erwähnen, dass Maskelyne und Hutton im Jahre 1772 die mittlere Dichte unserer Erde aus der Ablenkung berechneten, welche das freihängende Bleiloth aus seiner verticalen Lage durch die Anziehung der Bergkette Shehallien in Fortshire in Schottland erfuhr, indem sie zunächst die Masse dieses ziemlich regelmässigen Gebirgszuges und die Lage ihres Schwerpunktes bestimmten. Die Idee dieses Verfahrens rührt von Bouguer her, der diese Ablenkung schon an den Abhängen des Chimborasso beobachtete. Maskelyne fand

nahezu die Zahl 5. Ich brauche nicht zu erwähnen, dass diese Methode nicht so genau ist wie die frühere. —

Sie haben, meine hochgeehrten Herren und Damen, gesehen, dass zur genauen Bestimmung der Schwerkraft die genaue Kenntniss der Beschleunigung der Schwere  $g$  unentbehrlich ist, da man aus dieser und der leicht durch Wägung zu bestimmenden Masse  $m$  eines Körpers durch Multiplication von  $m$  und  $g$  die Grösse der Anziehungskraft zwischen der Erde und diesem Körper berechnen kann. Die genaue Kenntniss der Beschleunigung  $g$  des freien Falles ist auch, wie wir es zum Theil auch später ersehen werden, für viele andere wissenschaftliche Zwecke von ganz besonderer Wichtigkeit. Es fragt sich nun, wie man diese Grösse  $g$  mit der entsprechenden Genauigkeit messen kann.

Es dürfte am natürlichsten erscheinen, diese Grösse  $g$  auf directem Wege aus der möglichst genauen Beobachtung des freien Falles zu entnehmen. Jedoch bietet diese Methode wegen des schwer in Rechnung zu bringenden Luftwiderstandes und wegen mannigfacher anderer Fehlerquellen nicht die hinreichende Genauigkeit, weshalb ich auch die Beschreibung der dieser Methode zu Grunde liegenden Fallapparate von Morin, Laborde, Müller, Lippich u. A., die den Werth des  $g$  nur in einer sehr rohen Annäherung zu bestimmen gestatten, ganz übergehe. Nebenbei sei hier auch die Beobachtung des Falles auf einer schiefen Ebene erwähnt, deren sich Gallilei bei seiner Entdeckung der Fallgesetze bediente.

Das Mittel, durch welches man sehr genaue Werthe der Beschleunigung des freien Falles erhält, bietet uns ein indirecter Weg, nämlich die Beobachtung der Schwingungszeit eines Pendels von bekannter Länge. Denken Sie sich nämlich eine kreisförmige Rinne, deren Ebene vertical ist, und nehmen Sie an, dass in derselben ein materieller schwerer Punkt unter der Einwirkung der Schwerkraft hin und her schwinde, so gelangen Sie, vorausgesetzt, dass die Rinne absolut glatt ist, also auch keine Reibung während der Schwingungen stattfindet, zum klarsten Begriffe eines mathematischen Pendels. Den Halbmesser dieser Kreisbahn bezeichnet man als die Länge  $l$  dieses mathematischen Pendels. Bedeutet  $t$  die Dauer einer Schwingung dieses Pendels, so findet man zunächst nach den Lehren der Mechanik die Länge  $s$  des Secundenpendels, d. i. jenes mathematischen Pendels, das zu einer Schwingung genau die Zeit einer Secunde bedarf, indem man zuerst die obige Schwingungszeit  $t$  mit sich selbst multiplicirt, d. i. mit anderen Worten aufs Quadrat erhebt, und durch das so erhaltene Product (resp. Quadrat) die Länge  $l$  dividirt. Hat man auf diese Weise die Länge  $s$  bestimmt, so ergibt sich die Beschleunigung des freien Falles, indem man die bekannte Verhältnisszahl  $\pi$ , die angiebt, wie oft der Durchmesser irgend eines Kreises in dem Umfange desselben Kreises enthalten ist, d. i. die sogenannte Ludolf'sche Zahl  $3.14159$  (oder nahe  $\frac{22}{7}$ , oder besser  $\frac{355}{113}$ ), mit sich selbst multiplicirt und das so erhaltene Product

abermals mit dem oben gefundenen Werth der Secundenpendellänge  $s$  multiplicirt. Wurde bei dieser Bestimmung die gemessene Länge  $l$  in Metern und die gemessene Schwingungszeit  $t$  in Secunden ausgedrückt, so bedeutet der so gefundene Werth der Beschleunigung  $g$ , wie wir dies aus den früheren Erörterungen wissen, die in Metern ausgedrückte Geschwindigkeit beim freien Falle im luftleeren Raume nach der ersten Secunde, oder das Doppelte des während der ersten Secunde zurückgelegten Weges. Ich erlaube mir, bezüglich der näheren Auseinandersetzung der erwähnten Pendelgesetze auf den im XV. Bande der Jahresberichte dieses Vereines publicirten, am 10. März 1875 gehaltenen Vortrag des Freiherrn von Burg „über Pendelschwingungen“ hinzuweisen.

Diese Pendelgesetze haben nun nicht nur für ein mathematisches Pendel, sondern auch für ein physisches Pendel, d. i. jeden um eine feste horizontale Axe in Folge der Schwerkraft schwingenden festen Körper volle Giltigkeit, wofern nur  $l$  die sogenannte reducirte Pendellänge, die sich im Allgemeinen aus der Pendelform in gewisser Weise, in die ich hier nicht näher eingehen will, berechnen lässt, bedeutet. Bei einem Fadenpendel, d. i. einem an dem oberen Ende befestigten Faden mit einem an dessen anderem unteren Ende hängenden schweren kleinen Körper, etwa einer Bleikugel, ist die reducirte Pendellänge  $l$  nahezu der Länge des Fadens gleich.

Den erwähnten Pendelgesetzen zufolge muss, wenn die Intensität der Schwere an einem Orte grösser ist



als an einem andern, auch die Länge des Secundenpendels  $s$  am ersteren Orte in demselben Verhältnisse grösser sein als am letzteren und ein und dasselbe Pendel von der beliebigen reducirten Länge  $l$  am ersteren Orte eine kleinere Schwingungszeit haben, d. i. in kürzerer Zeit eine Schwingung vollführen, somit schneller schwingen als an letzterem. So ist die Länge des Secundenpendels an der Sonnenoberfläche 28·3mal so gross als an der Erdoberfläche, beträgt also etwa volle 28 Meter, wobei jedoch zu bemerken ist, dass nicht der mindeste Grund vorliegt, für die Sonne die Secunde als Zeiteinheit zu Grunde zu legen. Ein und dasselbe Pendel müsste an der Sonne schneller schwingen als an der Erde, und zwar nach den erwähnten Pendelgesetzen etwa  $5\frac{1}{3}$  mal so schnell, so dass dasselbe Pendel in derselben Zeit an der Sonnenoberfläche mehr als 5 Schwingungen vollführt, in welcher es auf der Erde 1 Schwingung macht. Auf der Mondoberfläche beträgt, den Pendelgesetzen entsprechend, die Länge des Secundenpendels nur  $\frac{1}{6}$  Meter und ein Pendel wird in derselben Zeit, in der es auf dem Monde 1 Schwingung vollzieht, auf der Erde  $2\frac{1}{2}$  Schwingungen ausführen.

Die reducirte Länge  $l$  jenes Pendels, aus dessen genau messbarer Schwingungszeit, wie wir gesehen haben, die Secundenpendellänge und die Intensität der Schwere bestimmt werden soll, lässt sich wohl im Allgemeinen, wie dies schon erwähnt wurde, wenn die äussere Form des Pendels nach bestimmbaren geometrischen Gesetzen gebildet ist und die Massenvertheilung genau bekannt

ist, berechnen, doch ist die genaue Berechnung dieses Werthes  $l$  mit Schwierigkeiten verbunden und bietet wegen der nicht zu vermeidenden Fehlerquellen für die Genauigkeit des Werthes  $g$  der Beschleunigung der Schwere, der aus diesem Werthe des  $l$  und jenem der Schwingungszeit in bekannter Weise bestimmt werden soll, nicht die hinreichende Gewähr, so dass man es jetzt stets vorzieht, die reducirte Pendellänge  $l$  des zur Messung des  $g$  verwendeten Pendels auf einfacherem Wege zu bestimmen. Dazu dient vor Allem das von Capitän Kater im Jahre 1818 zuerst zur Bestimmung des  $g$  angewandte Reversionspendel, dessen Idee von Bohnenberger (1810) herrührt, und mit diesem Pendel sind alle die neueren Messungen der Intensität der Schwere durchgeführt worden.

Hier sehen Sie ein solches Pendel, das mit zwei gegen einander gekehrten Messerschneiden, die sich nahe den beiden Enden der Pendelstange befinden, versehen ist. Dieses Pendel kann demnach, wie Sie sehen, sowohl um die eine Schneide schwingen, als auch, nachdem dasselbe umgekehrt worden ist, um die zweite Schneide. Wenn nun die Stellung gewisser, an dem Pendelstabe verschiebbarer mitschwingender Massen, die Sie hier beobachten können, so lange regulirt worden ist, bis das Pendel, mag es um die eine oder nach seiner Umkehrung (Reversion) um die zweite Schneide schwingen, in beiden Fällen genau in derselben Schwingungszeit  $t$  eine Schwingung vollführt, so ist, wie dies mathematisch nachgewiesen werden kann, der mit Genauigkeit

messbare Abstand der beiden Schneiden genau gleich der gesuchten reducirten Pendellänge  $l$ , so dass man dann aus den beiden genau messbaren Werthen von  $t$  und  $l$  mit Hilfe der früheren Gleichungen die Länge des Secundenpendels  $s$  und die Beschleunigung der Schwere  $g$  mit grosser Genauigkeit bestimmen kann.

Ich will nun die Resultate, zu denen man durch genaue Messungen der Beschleunigung  $g$  des freien Falles gelangt ist, in Kürze besprechen.

Zunächst ist es klar, dass die Intensität der Schwere mit der Höhe des Beobachtungsortes sich ändern müsse. Befindet man sich nämlich auf der Höhe des Berges, so ist man in grösserer Entfernung vom Erdmittelpunkte als ein Beobachter im Thale, und es muss daher nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze, und zwar im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung vom Erdmittelpunkte bei derselben Masse die Schwerkraft und demnach auch die Beschleunigung der Schwere abnehmen, wie dies auch die Beobachtungen gelehrt haben. Auf der Höhe des Berges fallen daher die Körper im luftleeren Raume langsamer herab, und ein in die Höhe geworfener Stein muss bei derselben Wurfgeschwindigkeit höher steigen; letzteres nicht nur aus dem Grunde, weil die Intensität der Schwere eine kleinere ist, sondern auch, weil die Luft auf der Höhe eine geringere Dichte hat, demnach dem aufwärts geworfenen Steine mit einem kleineren Widerstande entgegenwirkt. Die Abnahme des Gewichtes mit zunehmender Höhe könnte man wohl nicht mit einer Hebelwage constatiren, da bei

einer solchen sich das Gewicht des abgewogenen Körpers um genau dasselbe verringern würde, wie das Gegengewicht der Gewichtsstücke, mit denen abgewogen wird, so dass das einmal vorhandene Gleichgewicht trotz der besprochenen Gewichtsänderung nicht gestört würde, sondern man müsste sich zu diesem Zwecke einer der Federwagen bedienen, die Sie hier vor sich sehen. — Wenn sich ein Tourist im Gebirge leichter und gehobener fühlt, so bezieht sich dies nicht nur auf seinen Gemüthszustand, sondern auch auf dessen materielles Gewicht. — Doch ist diese Gewichtsänderung nur äusserst gering. So wird z. B. das Gewicht einer Masse, die am Fusse des Montblanc 1 Kilogramm wiegt, am Gipfel, also in einer Höhe von 4810 Meter, etwa um  $1\frac{1}{2}$  Gramm leichter sein, demnach 1 Centner, d. i. 50 Kilogramm, um  $7\frac{1}{2}$  Dekagramm leichter sein.

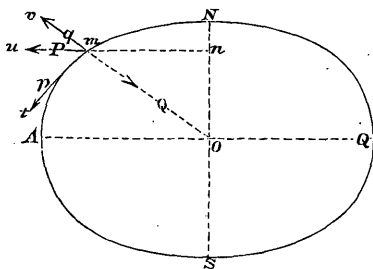
Will man daher von dem Höhenunterschiede absehen und die Intensität der Schwere für einen bestimmten Ort der Erdoberfläche kennzeichnen, so muss man dieselbe stets auf die gleiche Höhe, und zwar, wie dies gewöhnlich geschieht, auf die Höhe der Meeresoberfläche reduciren.

Wegen der kleineren Intensität der Schwere auf der Höhe des Berges muss auch die Länge des Secundenpendels daselbst eine kleinere sein, als im Thale. So fand schon Bouguer, dass die Länge des Secundenpendels in Peru an der Meeresfläche 439·21 Pariser Linien betrug, während dieselbe in einer Höhe von 2434 Toises nur 438·69 Pariser Linien war. Es muss demnach auch der

Gang ein- und desselben Pendels auf der Höhe ein langsamerer werden, und eine im Thale richtiggehende Pendeluhr muss auf der Höhe zurückbleiben, so z. B. in der Höhe des Montblanc jeden Tag um 1 Minute 4·8 Secunden, somit in einem Monate um mehr als 32 Minuten.

Die Beschleunigung der Schwere ändert sich ferner, wie die Messungen gezeigt haben, mit der geographischen Breite, und zwar ist sie in den Polen am grössten, am Aequator am geringsten und nimmt vom Aequator gegen die Pole hin allmählig zu.

Fig. 7.



Dies ist die Folge von zwei Umständen, die beide in gleichem Sinne auf die Aenderung der Gravitation einwirken. Erstens ist, wie Sie wissen, die Erde keine vollständige Kugel, sondern an den Polen *N* und *S* etwas abgeplattet (siehe Fig. 7), demnach sphäroidisch. Es muss also die Entfernung eines Punktes am Äquator *A Q* vom Erdmittelpunkte *O* eine grössere als am Pole oder an einem andern Orte der Erde sein, und es müsste daher nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze die Gravitation am

Aequator kleiner sein als jene am Pole, selbst dann, wenn die Erde in Ruhe wäre. Nun kommt aber überdies der Ihnen, meine Herren und Damen, wohl bekannte zweite Umstand hinzu, dass die Erde um die Axe  $NS$  rotirt, und dass demnach, wie dies in einem im Jahre 1871 in diesem Vereine gehaltenen Vortrage Freiherr von Burg (Bd. XI., S. 501) Ihnen auseinandergesetzt hat, auf den Körper ausser der Erdanziehung, die wie wir gehört haben, gegen  $O$  gerichtet ist, noch eine Centrifugalkraft (Fliehkraft)  $P$  wirkt, die dem Radius des entsprechenden Parallelkreises entgegengesetzt gerichtet ist, welche also an dem Orte  $m$  der Erdoberfläche, da dieser in einem Kreise rotirt, dessen Radius  $mn$  und dessen Mittelpunkt  $n$  ist, dessen Ebene ferner auf der Ebene der Zeichnung (Fig. 7) senkrecht steht, die Richtung  $mu$  hat. Diese Kraft  $P$  kann man nun nach dem bekannten Kräfteparallelogrammgesetze zerlegen in zwei Componenten oder Seitenkräfte, von denen die eine Componente  $q$  die Richtung  $mv$ , die der Richtung des Erdradius  $mO$  entgegengesetzt ist, hat, während die andere Seitenkraft  $p$  senkrecht zu der ersteren nach der Richtung  $mt$  wirkt. Der Einwirkung dieser letztern Seitenkraft  $p$  ist neben der Abplattung der Erde die Abweichung der verticalen Richtung von der Richtung des Erdhalbmessers, die ich früher (s. Fig. 2) auseinandergesetzt habe, zuzuschreiben.

Durch die Componente  $q$ , die der Anziehungskraft  $Q$  entgegenwirkt, wird dieselbe verringert, so dass die Schwerkraft an dem Orte  $m$  gleich ist dem Unterschied der Kräfte  $Q$  und  $q$ . Nun ergibt sich aus den bekannten

Gesetzen der Fliehkraft, dass die Kraft  $q$  desto grösser wird, je näher der Ort der Erde dem Aequator ist; demnach wird die Kraft  $Q$  am meisten verringert am Aequator, so dass hier das Gewicht  $Q - q$  am kleinsten ist, während an den Polen  $q = 0$  ist, also die Schwerkraft den grössten Werth hat.

So ist z. B. die Beschleunigung der Schwere an den Polen 9·83139 Meter und die Länge des Secundenpendels daselbst 996·2 Meter, während an den Orten, die am Aequator liegen, die Beschleunigung der Schwere 9·78048 Meter und die Länge des Secundenpendels 990·9 Meter beträgt. Für die geographische Breite Wiens, d. i. für eine Breite von  $48^{\circ} 12'$ , beträgt die Beschleunigung des freien Falls 9·8087 Meter. Dem entsprechend beträgt der Fallraum eines im luftleeren Raume fallenden Körpers in der ersten Secunde an den Erdpolen 4·9157, am Aequator 4·89024, in Wien 4·9043 Meter. Aus den angeführten Gründen steigt ein mit einer gewissen Geschwindigkeit in die Höhe geworfener Körper am Aequator am höchsten und erreicht an den Polen die geringste Höhe.

So lehrt weiter die Rechnung, dass z. B. ein Körper, der in Wien 1 Kilogramm wiegt (natürlich wieder auf einer Federwage gewogen), am Aequator um etwa 3 Gramm leichter, an den Polen aber um 2 Gramm schwerer wird. Ich gebe demnach allen Kaufleuten den freundschaftlichen Rath, mit ihren Waaren nach den Polen, nach dem Franz Josefs-Land zu ziehen und diese dort, vorausgesetzt, dass sie daselbst andere Abnehmer

als die Eisbären finden, zu verkaufen, doch ja dabei eine Federwage zu benützen, da eine Hebelwage aus den Ihnen schon bekannten Gründen überall das gleiche Gewicht angeben würde. —

Will man durch ein z. B. in Kilogrammen ausgedrücktes Gewicht ein genaues Mass für irgend eine Kraft — z. B. die Schwerkraft selbst — bestimmen, so genügt dem Gesagten zufolge die Angabe der blossen Zahl der Kilogramme nicht, sondern es darf auch die Bestimmung nicht fehlen, auf welche Höhe über der Meeresfläche und auf welche geographische Breite sich diese Gewichtsangabe bezieht. Die Kraft von einem Kilogramm, die man, wie bekannt, häufig zur Kraft-einheit wählt, ist erst dann eine genau determinirte Kraft, wenn unter derselben das Gewicht einer Kilogramm-masse, — d. i. der Masse eines Liters (Cubik-decimeters) Wasser von  $4^{\circ}$  Celsius oder einer ihr gleichen Masse — für einen etwa an der Meeresfläche und etwa in der geographischen Breite von  $45^{\circ}$  gelegenen Ort verstanden wird.

Es muss ferner aus den bisher besprochenen Gründen der Gang einer Pendeluhr, die z. B. in Paris richtig geht, sich sofort ändern, wenn man diese Uhr, ohne jedoch am Pendel etwas zu ändern, nach dem Aequator oder nach einem nördlicher gelegenen Orte hin sendet, und zwar müsste die Uhr am Aequator, weil hier die Beschleunigung der Schwerekleiner wird, langsamer, dagegen an den dem Nordpole näher gelegenen Orten schneller gehen. — Der französische Astronom Richer war es, der im



Jahre 1670 zuerst den verschiedenen Gang der Uhren in Paris und in Cayenne (unter  $5^0$  n. Br.) entdeckte. Es musste ein Pariser Secundenpendel in Cayenne um volle  $\frac{5}{4}$  Linien verkürzt werden, um ein Secundenpendel für Cayenne zu werden. Ein Pariser Secundenpendel vollzieht zu St. Thomas, in der Nähe des Aequators, in einem Tage, also in 24 Stunden, 120 Schwingungen weniger, dagegen auf Spitzbergen 90 Schwingungen mehr als in Paris, es bleibt also die Pariser Uhr in St. Thomas in einem Tage um etwa 2 Minuten, in einem Monate um etwa 1 Stunde zurück und eilt auf Spitzbergen in einem Tage um  $1\frac{1}{2}$  Minuten, also in einem Monate um etwa  $\frac{3}{4}$  Stunden voraus.

Da die Centrifugalkraft, daher auch die Componenten  $q$  und  $p$  (Fig. 7) derselben von der Rotationsgeschwindigkeit der Erde abhängen und nach bekannten Gesetzen zunehmen müssten, wenn die Rotationsgeschwindigkeit eine grössere würde, so können wir die Erscheinungen leicht im Voraus bestimmen, die sich ergeben müssten, wenn die Erde immer rascher um ihre Axe rotiren würde. In Folge der immer mehr zunehmenden Grösse der Seitenkraft  $q$  müsste das Gewicht aller Körper auf der ganzen Erde immer kleiner werden und die frei fallenden Körper würden immer langsamer zu Boden fallen. In Folge der Wirkung der gleichfalls stets zunehmenden Seitenkraft  $p$  würden alle leicht beweglichen Körper, also vor Allem das Meerwasser und das unsere Erde einhüllende Luftmeer oder die Atmosphäre, die an der Erdrotation theilnimmt, von beiden Hemisphären immer mehr gegen den

Aequator getrieben werden. Die kalten und gemässigten Zonen würden demnach immer mehr und mehr wasserarm werden und der Luftdruck müsste in denselben immer mehr und mehr abnehmen, der Barometerstand immer mehr sinken. In der heissen Zone aber würde das Meerwasser immer höher und höher steigen und über die Küsten sich ergiessen. Grossartige Ueberschwemmungen zwischen den Wendekreisen sind die nächsten furchtbaren Folgen. — Die Erde rotirt immer rascher. Immer schrecklicher werden die Ueberschwemmungen in der Tropenzone, immer wasser- und luftärmer werden die anderen Zonen. Die Rotationsgeschwindigkeit der Erde überschreitet schliesslich den 17fachen Werth der gegenwärtigen Umdrehungsgeschwindigkeit, so dass der Tag, d. i. die Dauer der Erdumdrehung, nur etwa  $1\frac{1}{2}$  Stunden dauert. Nun überwiegt am Aequator die Fliehkraft die terrestrische Anziehung. Alles, was nicht niet- und nagelfest auf der Erde ist, wird am Aequator von der Erde losgerissen; das Meerwasser, die Atmosphäre wird von der Erde weggeschleudert, sowie auch Alles, was nicht mit der Erde in starrer Verbindung steht.

Doch nicht in den unendlichen Raum würden sich die weggeschleuderten Massen entfernen, sondern in Folge des Einflusses der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde im Momente des Losreissens und in Folge der auch nach dem Losreissen andauernden Anziehung unserer Erde würde das in den Weltraum geschleuderte Wasser- und Luftmeer sich in einem mächtigen Ringe ansammeln, so zwar, dass die Atmosphäre den Meeresring umhüllt, und dieses

ringförmige Wasser- und Luftmeer würde in der Ebene des Erdäquators, frei im Weltraume schwebend, seine Rotation um den Erdkern fortsetzen. Es wäre eine Erscheinung, ganz analog jener, die wir, wie Ihnen, meine Herren und Damen, wohl bekannt ist, an einem zweiten Planeten, dem Saturn, durch jedes bessere Fernrohr tatsächlich zu beobachten Gelegenheit haben. Welches traurige Schicksal würde nun unserer irdischen Heimstätte beschieden sein! Wüst und öde müsste unsere Erde werden, denn da dieselbe nun wasser- und luftleer geworden ist, so müsste auch alles an das Dasein von Wasser und Luft gebundene animale und vegetative Leben auf der Erde unrettbar zu Grunde gehen. Eine felsige, starre, öde, todte, um ihre Axe rotirende sphäroidische Masse, umgeben von einem äquatorialen Ringe — dies wäre der Endzustand unserer Erde. —

Diese Darstellung, meine Herren und Damen, ist nicht etwa aus der Luft gegriffen. Man kann sogar in dem bekannten Plateau'schen Versuche die hier geschilderte Erscheinung durch Herbeiführung analoger Ursachen im Kleinen in der That nachmachen. Man bereitet eine Mischung von Alkohol und Wasser, die dieselbe Dichte hat, wie das Oel, so dass man grosse kugelförmige Tropfen erzeugen kann, die an jeder Stelle der in einem entsprechenden Glasgefässe bereiteten Mischung frei schweben können. Wenn man nun einen in das Gefäss eingeführten Eisendraht, an den sich die Oelkugel anlegt, durch eine entsprechende Handhabe in Rotation versetzt, so geräth die — etwa unsere Erde darstellende — Oel-

kugel gleichfalls in Rotation und man bemerkt zunächst, so wie Sie es auch an diesem elastischen Drahtgerippe, das ich mit Hilfe eines entsprechenden Rotationsapparates in Drehung versetze, wahrnehmen können, eine Abplattung der Oelkugel, die bei zunehmender Drehgeschwindigkeit immer beträchtlicher wird, bis sich endlich, bei sorgfältiger Anordnung des Versuchs, ein Theil des Oeltropfens als ein in der Ebene des Aequators in der Mischung schwebender Ring löst, während ein zweiter Theil in Form eines abgeplatteten Sphäroids am Draht haften bleibt.

Da die Aenderung der Beschleunigung der Schwere aus zwei Ursachen resultirte: aus der Erdabplattung und der Einwirkung der Centrifugalkraft, und einerseits das Resultat beider dieser Ursachen, nämlich der wahre Werth der Beschleunigung der Schwere, sich durch Pendelmessungen auf die früher besprochene Weise für die verschiedenen Orte der Erdoberfläche ermitteln lässt, andererseits aber auch der Werth der Centrifugalkraft, demnach auch jener Werth sich bestimmen lässt, den die Beschleunigung hätte, wenn nur der zweite Umstand allein Einfluss nehmen würde, d. h. wenn die als kugelförmig vorausgesetzte Erde um ihre Axe rotiren würde, so lässt sich einsehen, dass die Vergleichung dieser beiden Werthe ein Mittel an die Hand giebt, die Grösse der Abplattung unserer Erde zu bestimmen. Ich kann hier nicht in die nähere Auseinandersetzung dieses Gegenstandes eingehen und nur erwähnen, dass der französische Gelehrte Clairaut die entsprechende mathematische Formel ableitete, aus der sich

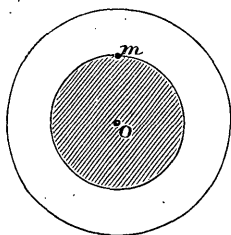
diese Abplattung bestimmen lässt. Die derart aus den bisher durchgeführten Pendelmessungen bestimmte Erdabplattung beträgt etwa  $\frac{1}{289}$ , während die durch directe Gradmessungen gefundene Abplattung nach Bessel die Grösse  $\frac{1}{299}$  hat. Es bleibt der Zukunft vorbehalten, den Unterschied dieser beiden Werthe aufzuklären. Wahrscheinlich dürften die bisher durchgeführten Pendelmessungen, trotz aller dabei angewandten Vorsichtsmassregeln, doch nicht den für die Bestimmung der Abplattung nöthigen Grad der Genauigkeit haben und daher die Zahl  $\frac{1}{299}$  dem wahren Werthe der Erdabplattung näher kommen, d. h. der Halbmesser des Erdäquators um den 299. Theil seines Werthes grösser sein als der halbe Polardurchmesser d. h. als die halbe Erdaxe. Um das Mass dieser Abweichung der Erde von der Kugelgestalt anschaulich zu machen, denke man sich ein der Erde vollkommen ähnliches Sphäroid, also unsere Erde in verkleinertem Maassstabe, so zwar, dass der Aequatorialdurchmesser 1 Meter beträgt. Es müsste dann der Polardurchmesser um etwa 3 Millimeter kürzer sein, so dass leicht einzusehen ist, dass eine solche kleine Abplattung für das blosse Auge ganz unmerklich wäre. Nebenbei bemerkt, hätte der Gebirgszug des Himalaya und die Andeskette in Südamerika an diesem verkleinerten Erdsphäroid eine Höhe von 1 Millimeter. —

Eine Aenderung der Intensität der irdischen Schwere mit der geographischen Länge ist, soweit eine solche überhaupt beobachtet wurde, stets nur äusserst gering gefunden worden und lässt sich auf locale Ursachen, auf

geringfügige Ungleichförmigkeiten in der Bodengestaltung, in der Massenvertheilung innerhalb der Erdrinde zurückführen, so dass man mit Recht annehmen kann, es sei die Intensität der Schwere von der geographischen Länge völlig unabhängig.

Nachdem wir nun, meine Herren und Damen, die terrestrische Gravitation auf der Erdoberfläche und ausserhalb der Erde betrachtet haben, wollen wir schliesslich auch in die Tiefen unserer Erde, in das unterirdische

Fig. 8.



Reich Pluto's hinabsteigen, um die Art der Aenderung der Schwere bei der Annäherung an den Erdmittelpunkt zu besprechen.

Denken wir uns zu diesem Zwecke einen Punkt *m* (siehe Fig. 8) innerhalb der als kugelförmig angenommenen Erde und durch diesen Punkt eine mit der

Erdoberfläche concentrische Kugelfläche gelegt, deren Mittelpunkt der Erdmittelpunkt *O* ist. Nimmt man nun an, dass die Erde aus concentrischen Kugelschalen besteht, von denen jede in ihrer ganzen Ausdehnung die gleiche Dichte hat, so reducirt sich, wie dies die Mechanik als eine Folgerung aus dem Newton'schen Gravitationsgesetze nachweist, die ganze Anziehung der zwischen der äussern und innern Kugelfläche gelegenen (in der Figur nicht schraffirten) Schale auf den Punkt *m* und überhaupt auf jeden innerhalb dieser Schale befindlichen Punkt auf

Null. Es ist demnach die Anziehung der ganzen Erde auf den Punkt  $m$  dieselbe wie die Anziehung der innern (schraffirten) Kugel von dem Halbmesser  $Om$ .

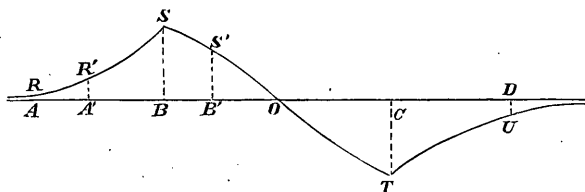
Denken wir uns zudem in der ersten Annäherung die Erde gleichförmig dicht, also die ganze Erdkugel von einer Dichte, die gleich ist der mittleren Dichte der Erde, so kann man nach dem Newton'schen Gesetze sagen, dass die Anziehung der Erde auf den Punkt  $m$  sich so verhalten müsse, wie die Grösse der Kugel von dem Radius  $Om$  und umgekehrt wie das Quadrat dieses Radius. Nehmen wir also z. B. den Punkt  $m$  in einer Entfernung vom Erdmittelpunkte an, die gleich ist einem Drittel des Erdhalbmessers, so ist die anziehende innere (schraffirte) Kugel nach einem bekannten geometrischen Gesetze gleich dem  $3 \times 3 \times 3$  gleich 27. Theile der Erdkugel, es müsste demnach die Intensität der Schwere nach dem ersten Newton'schen Gesetze auf den 27. Theil herabsinken; da jedoch die Entfernung von dem Erdmittelpunkte der dritte Theil des Erdradius ist, so muss nach dem zweiten Theile des Newton'schen Gesetzes die Anziehung wieder den  $3 \times 3$ , d. i. 9fachen Werth annehmen, somit im Ganzen das 9fache des 27. Theiles, d. i. der dritte Theil der Anziehung an der Erdoberfläche werden.

Aus ganz gleichen Gründen muss die terrestrische Gravitation in einem Punkte, dessen Entfernung vom Erdmittelpunkte gleich ist dem zweiten, vierten, fünften u. s. w. Theile des Erdhalbmessers, auch der zweite, vierte, fünfte u. s. w. Theil der Gravitation an der Erdoberfläche sein. Es nimmt also mit der Annäherung an den Erdmittel-

punkt die Erdanziehung, wenn man die Erde als gleichförmig dicht, als homogen annimmt, in demselben Verhältnisse ab wie die Entfernung vom Erdmittelpunkte. Ein Körper, der an der Erdoberfläche 1 Kilogramm wiegt, hätte demnach — mit einer Federwage gewogen — in der Mitte des Erdhalbmessers nur ein Gewicht von  $\frac{1}{2}$  Kilogramm u. s. w.

Da nun aber die Dichte der Massen unserer Erde nicht überall dieselbe ist, sondern, wie wir früher gehört haben, an der äussern Erdrinde kleiner ist als in grösserer

Fig. 9.



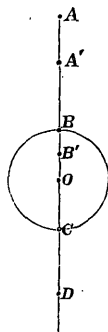
Tiefe, sonach die Anziehung von Seite dieser dichteren Erdschichten eine grössere ist, als dieselbe unter der Voraussetzung einer gleichförmigen Dichte wäre, so wird die Anziehung mit der Tiefe weniger rasch abnehmen, als dies oben auseinandergesetzt wurde.

Um ein beiläufiges Bild für die terrestrische Gravitation bei der Annäherung von unendlicher Entfernung gegen den Erdmittelpunkt zu geben, dazu dient die krumme Linie  $RR'SS'OTU$  (Fig. 9). Denkt man sich nämlich von den einzelnen Punkten dieser Linie Senkrechte geführt auf die Gerade  $AOD$ , welch' letztere eine



beliebige, durch den Erdmittelpunkt  $O$  durchgelegte Gerade vorstellt (siehe Fig. 10) und die mit der erwähnten krummen Linie beiderseits erst in unendlicher Entfernung zusammentrifft — also eine sogenannte Asymptote der Curve ist — so stellen diese Senkrechten  $RA, R'A', SB, S'B', CT, DU$  u. s. w. (Fig. 9) die Grösse der Gravitation in den entsprechenden Punkten  $A, A', B, B', C, D$  (Fig. 10) vor. Aus der Figur 9 ersieht man, dass die Gravitation bei der Annäherung von unendlicher Entfernung an die Erdoberfläche zuerst langsam, dann aber rasch zunimmt, bis sie in dem Punkte  $B$  der Erdoberfläche den der Senkrechten (Ordinate)  $SB$  entsprechenden grössten Werth annimmt; bei der weitem Annäherung an den Erdmittelpunkt im Innern der Erde nimmt die Gravitation — dem Curventheile  $SS'O$  entsprechend, der sich hier wenig von einer Geraden unterscheidet — ab, bis sie im Erdmittelpunkte  $O$  Null wird. Bei der weiteren Entfernung über den Erdmittelpunkt hinaus hat die gegen den Erdmittelpunkt gerichtete Anziehung die entgegengesetzte Richtung — entsprechend der entgegengesetzten Lage der Ordinaten — und es wiederholen sich die früheren Verhältnisse, nur in umgekehrter Reihenfolge, wie es die Curve  $OTU$  lehrt; es nimmt nämlich die Gravitation nahezu gleichmässig zu, bis sie wieder ihren grössten Werth an der Erdoberfläche im Punkte  $C$  erlangt, und

Fig. 10.



von da nimmt sie wieder im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernung ab. —

Ich wende mich nun dem Schlusse zu.

Wir unterzogen in zwei Vorlesungen die Gesetze der Schwerkraft unserer Betrachtung, die Gesetze jener Kraft, deren Einwirkung kein Körper auf unserer Erde sich entziehen kann, die auch uns mit zwingender Gewalt an die Erde fesselt. Es ist dies die gewaltige Kraft jener unsichtbaren Arme, mit welchen uns Erdensöhne die Erde an sich zieht, die Mutter Erde, von der unser Leib stammt und in deren Schooss er einst wieder zurückkehren wird. Doch wenn auch unser Körper an die Erde gefesselt ist, unser Geist kennt diese Fesseln nicht, er schwingt sich hoch über die Drangsale dieses irdischen Jammerthales in leichtem Fluge in jene lichten, erhabenen Sphären, in das Reich des Unvergänglichen, Ewigen, in das lichte Reich des Wissens, um in der Erforschung und Erkenntniss der Wahrheit des reinsten, des edelsten Genusses theilhaft zu werden.

---