

Vereinfachte Berechnung der Entsäuerungszeit beim Kalkbrennen

Von Géza Balázsovičs, Budapest

(Ergänzung der von J. Wuhrer und G. Radermacher erstellten Formel; die Differenz zwischen Rauchgas- und Reaktionstemperatur als Rechnungsbasis; Temperaturdifferenz konstant; Temperaturdifferenz linear veränderlich; Berechnungsgang.)

(Complement of the formula compiled by J. Wuhrer and G. Radermacher; difference of temperature between furnace gas and temperature of reaction as a basis of calculation; difference of temperature constant; difference of temperature linear variable; method of calculation.)

(Complément des formules établies par J. Wuhrer et G. Radermacher; la différence entre la température des gaz de fumée et celle de la réaction comme base de calcul; la différence de la température constante; la variation de température linéaire; la méthode de calcul.)

Die rechnerische Erfassung des sich im Ofen abspielenden, sehr verwickelten Kalkbrennvorganges, ist ein ziemlich langes Verfahren. Die auf theoretischen Überlegungen basierende Lösung (1) bestimmt nur solche Augenblickswerte, die in der Umgebung des rechnerisch erfaßten Ausbrenngrades ihre Gültigkeit haben. Zur Berechnung der Gesamtheit des Kalkbrennvorganges muß man also aus sehr vielen Reaktionstemperatur- und Oberflächenwärmebelastungs-Zwischenwerten durch Mittlung den nötigen q_M -Wert bestimmen. Die Vielzahl der hierzu nötigen Detailrechnungen ist nicht nur deswegen nachteilig, weil sie sehr viel Arbeit erfordert, sondern auch deshalb, weil die Berechnung so außerordentlich unübersichtbar wird.

Aus diesem Grunde ist es zweckmäßig, die Berechnung auf solche Fundamente zu legen, mit deren Hilfe die Brennzeit auch auf kürzerem Weg bestimmbar ist. Für die speziellen Laboratoriumsversuche (2) ist die von J. Wuhrer und G. Radermacher abgeleitete Formel (3) bekannt. Die Versuche haben gezeigt, daß die Temperatur ϑ_D an der Grenze der CaO-Hülle und des CaCO₃-Kernes, also in der sogenannten Grenzschicht, wo die Reaktion stattfindet, praktisch konstant bleibt, wenn die Kalksteinoberflächentemperatur ϑ_0 auf einem konstanten Wert gehalten wird. Das heißt, daß

$$\vartheta_0 - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \text{konstant ist.}$$

Für den Sonderfall, bei dem eine Platte mit unendlich großer Ausbreitung von beiden Seiten erhitzt wird, ist der gültige Zusammenhang für die gesamte Brenndauer, falls der Wärmebedarf der während des Brennens entstehenden Reaktionsprodukte vernachlässigt wird, auf folgende Weise ausdrückbar:

$$T = \frac{W \cdot \varrho_2 \cdot b^2}{2 \cdot \lambda \cdot \Delta\vartheta} \quad \dots h \dots [1]$$

W ist hierbei die zur Zerlegung von 1 kg CaCO₃ nötige Wärmemenge in kcal/kg,

ϱ_2 die Wichte des Kalksteines in kg/m³,

λ die Wärmeleitfähigkeit des gebrannten Kalkes in kcal/m. h. °C und

2 b die Plattenstärke.

Die Abweichung bei Bestimmung der Brennzeiten verschiedener, regelmäßiger Körper von praktisch vorkommenden Steinformen, wird von den Autoren durch einen entsprechenden Formfaktor berücksichtigt. Dieser Formfaktor ist theoretisch ableitbar, wurde aber von den Autoren nach Auswertung der Versuche zweckentsprechend korrigiert.

Die Gültigkeit der oben beschriebenen Formel der Gesamtbrenndauer muß man mit gewissem Vorbehalt betrachten. Die Versuche haben gezeigt, daß bei konstanter Oberflächentemperatur auch die Reaktionstemperatur als konstant betrachtet werden kann. Die Dissoziation des CaCO₃ an der Steinoberfläche beginnt aber schon ungefähr bei 800 °C, entsprechend dem CO₂-Partialdruck der umgebenden Gase und den Stoffübergabeverhältnissen. In der sich nach der Steinmitte zurückziehenden Grenzschicht muß der CO₂-Dissoziationsdruck des CaCO₃ demnach größer sein als der CO₂-Partialdruck der Rauchgase, damit das Reaktionsprodukt CO₂ an die Oberfläche diffundieren kann. Dies kann aber nur der Fall sein, wenn die Dissoziationstemperatur höher ist als die anfängliche Oberflächentemperatur. Das bedeutet, daß die Erreichung einer entsprechenden Brenngeschwindigkeit eine größere Oberflächentemperatur erfordert, als zu Beginn des Entsäuerungs Vorganges vorhanden ist.

Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Oberflächentemperatur des Steines erst nach Beginn des Zerfallvorganges auf den Wert $\vartheta_0 = \text{konstant}$ gehoben wird, also zu Beginn der Dissoziation, wenn die Reaktion an der Oberfläche vor sich geht und $\vartheta_0 = \vartheta_D$ und $\Delta\vartheta = 0$ ist.

Bei dieser anfänglichen Periode des Brennens wächst die Temperaturdifferenz zwischen der Oberflächen- und Grenzschichttemperatur in der Zeit t_1 vom Wert $\Delta\vartheta = 0$, unter den der Berechnung vorausgesetzten Verhältnissen, auf den entsprechenden, konstanten Wert. Die genannte Formel ist im Intervall $t = 0 \sim T$ demnach nicht einmal für die Versuchsbedingung gültig, sondern nur für den Zeitpunkt anwendbar, zu dem $t \geq t_1$ ist.

Das oben Gesagte ist aus der Abb. 1 zu entnehmen, welche aus zwei Beispielen nach Meßdaten von J. Wuhrer zusammengestellt wurde.

In einem Fall (Versuch 3), während

$$\frac{t_1}{T} \cdot 100 = \frac{3,5}{7,8} \cdot 100 = 45 \%$$

der Gesamtbrennzeit, im anderen Fall (Versuch 5), während

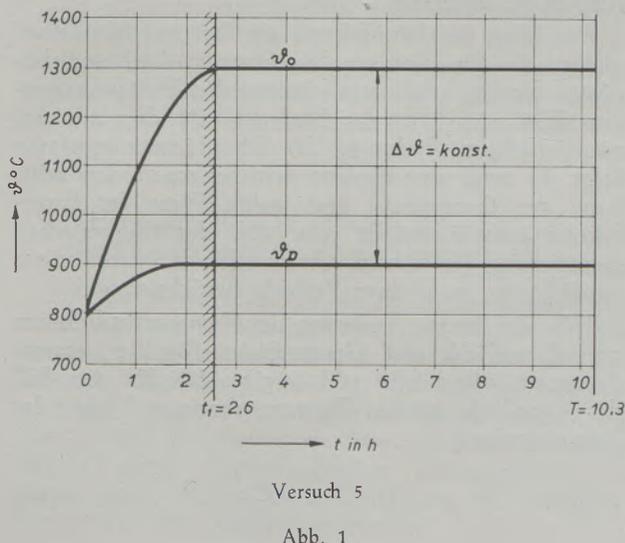
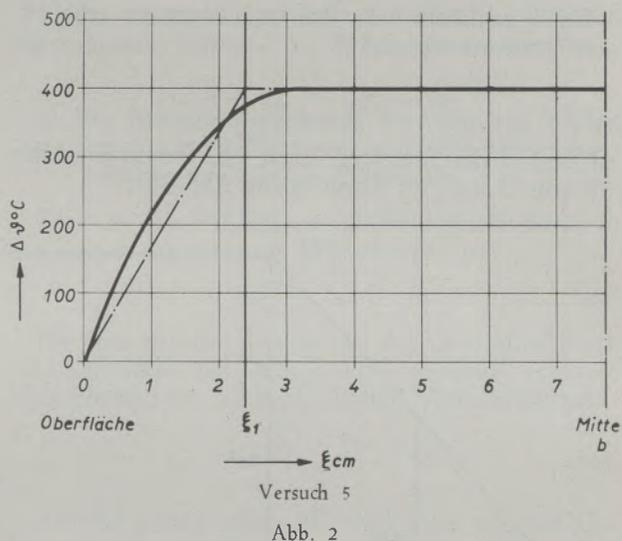
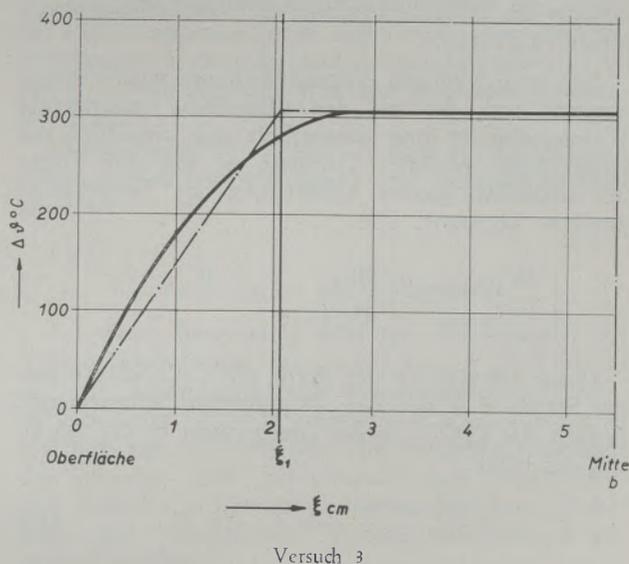
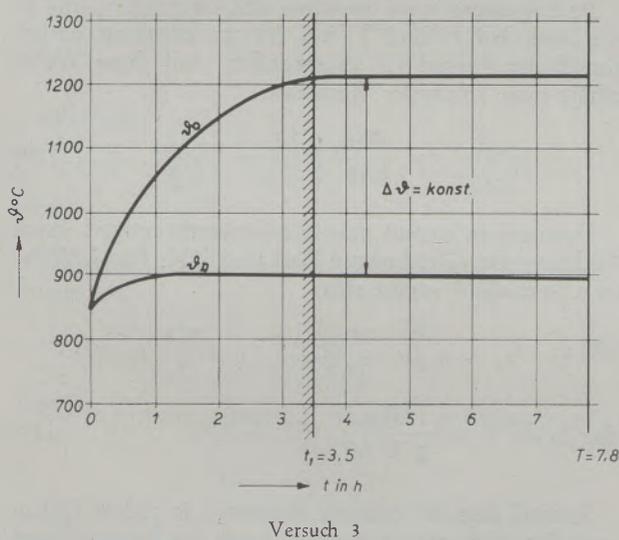
$$\frac{t_1}{T} \cdot 100 = \frac{2,6}{10,3} \cdot 100 = 25 \%$$

der Gesamtbrennzeit, bestehen die von der Rechenmethode geforderten Verhältnisse nicht.

Die Gestaltung der Brennzeit bei linear veränderlicher Temperaturdifferenz

Mit Hilfe der Angaben der obigen Untersuchung wird in Abb. 2 die Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Grenzschicht als Funktion der Stärke der ausgebrannten Schicht dargestellt:

$$\vartheta_o - \vartheta_D = \Delta\vartheta = f(\xi)$$



Hierbei gelten folgende Randbedingungen:

$$\begin{aligned} t = 0 & \quad \Delta\vartheta = 0 & \quad \text{und} & \quad \xi = 0 \\ t = t_1 & \quad \Delta\vartheta = \Delta\vartheta_1 & \quad \text{und} & \quad \xi = \xi_1 \end{aligned}$$

Um die anfängliche Periode des Brennens bestimmen zu können, müssen vereinfachende Voraussetzungen in Kauf genommen werden. Nach den genannten Autoren (3), wie auch nach Angaben der übrigen Fachliteratur (4), kann der Wärmebedarf für die Überhitzung der Reaktionsprodukte, falls Oberflächen- und Reaktionstemperatur konstant sind, vernachlässigt werden. Aber zu Beginn des Brennens kann weder die Oberflächen-, noch die Reaktionstemperatur als konstant betrachtet werden. Die zu dieser Zeit entstandene Menge an Reaktionsprodukten ist aber gering, so daß auch der zu deren Überhitzung nötige Wärmebedarf, auch im Fall veränderlicher Oberflächentemperatur, im Verhältnis zum Gesamtwärmebedarf vernachlässigbar ist. Während des Brennens im Bereich der üblichen Temperaturgrenzen

erreicht der Fehler (5) infolge der Vernachlässigungen kaum 10 Prozent.

Infolge der obigen Vernachlässigung wird vorausgesetzt, daß die an der Oberfläche eintretende Wärmemenge in ihrer Gesamtheit auch tatsächlich die Grenzschicht erreicht. Demnach ist für eine Platte mit unendlich großer Ausbreitung der Temperaturgradient konstant, also:

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} = \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=\xi} = \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\xi}$$

Durch Einwirkung der durch die CaO-Schicht von der Stärke ξ in der Zeit dt geführten Wärmemenge zerfällt das CaCO_3 in der Grenzschicht in der Stärke $d\xi$; das heißt:

$$\lambda \cdot \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\xi} dt = W_{O_2} d\xi \quad \dots [1a]$$

Um eine leicht behandelbare Lösung zu erhalten, setzt man voraus, daß

$$\vartheta_0 - \vartheta_D = \Delta\vartheta = f(\xi)$$

zu Beginn des Brennens linear ist. Demnach wächst $\Delta\vartheta$ von 0 auf $\Delta\vartheta_1$ linear (siehe Abb. 2a).

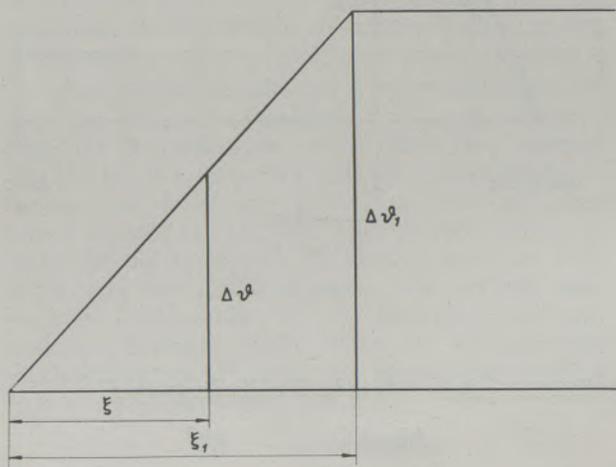


Abb. 2a

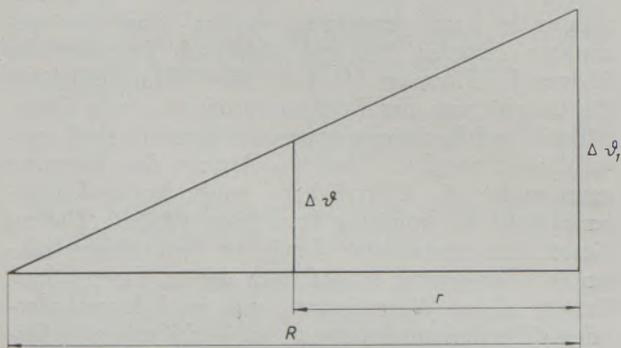


Abb. 2b

Nach Abb. 2a ist:

$$\vartheta_0 - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \Delta\vartheta_1 \frac{\xi}{\xi_1} \quad \dots \text{ } ^\circ\text{C}$$

Hieraus den Wert $\vartheta_0 - \vartheta_D$ in Gleichung [1a] eingesetzt, ergibt:

$$\lambda \cdot \frac{\Delta\vartheta_1}{\xi_1} dt = W_{O_2} d\xi \quad \dots [1b]$$

Integriert man die beiden Seiten der Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Grenzen

$$t = 0 \sim t_1 \text{ und } \xi = 0 \sim \xi_1$$

so erhält man:

$$t_1 = \frac{W \cdot Q_2}{\lambda \cdot \Delta\vartheta_1} \cdot \xi_1^2 \quad \dots \text{ h } \dots [2a]$$

Demnach ist zum Ausbrand einer Schicht von der Stärke ξ_1 in der anfänglichen Periode des Brennens etwa zweimal soviel Zeit erforderlich, wie bei einem konstanten Wert von $\Delta\vartheta$.

Im Folgenden wird zwischen den Grenzen ξ_1 und b , wie auch bei t_1 und T , bei $\Delta\vartheta = \text{konstant}$ naturgemäß der Formel [1] angewendet. Auf diese Weise erhält man folgendes Resultat:

$$T - t_1 = \frac{W_{O_2}}{\lambda \Delta\vartheta_1} \left(\frac{b^2}{2} - \frac{\xi_1^2}{2} \right) \dots \text{ h } \dots [2b]$$

Demnach bekommt man die Gesamtbrennzeit durch Addition der Gleichungen [2a] und [2b]. Für J. Wuhrer's Spezialfall ergibt sich:

$$T - t_1 + t_1 = \frac{W_{O_2}}{\lambda \Delta\vartheta_1} \left(\frac{b^2}{2} - \frac{\xi_1^2}{2} + \xi_1^2 \right)$$

$$\text{das heißt } T = \frac{W_{O_2}}{2 \cdot \lambda \cdot \Delta\vartheta_1} (b^2 + \xi_1^2) \quad \dots \text{ h } \dots [2c]$$

So muß also die gesamte Brennzeit in jedem Fall in zwei Perioden geteilt werden, wenn die Brennzeit aus der Differenz zwischen Oberflächen- und Grenzschichttemperatur bestimmt werden soll.

Der Wert des Formfaktors ist aber nur für Zeiten gültig, die für einen vollkommenen Ausbrand benötigt werden und setzt einheitliche Erhitzung voraus. Weil sich aber das Brennen, wie dies aus der zwangsläufigen Änderung der Oberflächentemperatur folgt, in zwei verschiedene Erhitzungsperioden teilt, kann der theoretische und wahre Wert des Formfaktors nicht identisch sein. (Bei der theoretischen Bestimmung des Formfaktors wurden die Verhältnisse nämlich nur von einer Periode berücksichtigt.)

Falls die lineare Änderung der Temperaturdifferenz von Oberfläche und Grenzschicht für die gesamte Brennzeit gültig sein soll, ergibt sich für den Fall der unendlich großen Plattenausbreitung folgender Zusammenhang:

$$T = \frac{W \cdot Q_2 \cdot b^2}{\lambda \cdot \Delta\vartheta_1} \quad \dots \text{ h } \dots [2d]$$

Da die lineare Änderung der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen 0 und $\Delta\vartheta_1$ eine Voraussetzung darstellt, die tatsächlich verwirklicht ist, lohnt es sich den Wert des Formfaktors für den der tatsächlichen Steinform nächstliegenden regelmäßigen Körper, also für die kugelförmige Steinform, zu bestimmen.

Durch die Einwirkung der Wärmemenge, welche durch die CaO-Hülle geführt wird, die sich zwischen R und r erstreckt, zerfällt vom CaCO_3 -Kern mit dem Radius R nur eine Schicht der Stärke dr.

Daraus ergibt sich folgende Beziehung:

$$4\pi\lambda \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}} dt = W_{Q_2} 4\pi r^2 dr$$

Die Temperaturdifferenz ändert sich nach Abb. 2b:

$$\vartheta_0 - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \Delta\vartheta_1 \frac{R - r}{R} \dots ^\circ\text{C}$$

Der so erhaltene Wert $\vartheta_0 - \vartheta_D$ in obige Gleichung eingesetzt, ergibt:

$$\lambda\Delta\vartheta_1 \frac{R - r}{R} dt = W_{Q_2} r^2 dr$$

Hieraus:

$$dt = \frac{W_{Q_2}}{\lambda\Delta\vartheta_1} \frac{Rr - r^2}{R - r} dr = \frac{W_{Q_2}}{\lambda\Delta\vartheta_1} r dr$$

Zwischen den Grenzen $0 \sim T$ und $0 \sim R$ integriert:

$$T_k = \frac{W_{Q_2}}{\lambda\Delta\vartheta_1} \cdot \frac{R^2}{2} \dots \text{h} \dots [2e]$$

Der hierdurch erhaltene Formfaktor (wenn $R = b$)

$$F_K = \frac{T_K}{T_P} = \frac{1}{2}$$

weicht aber vom Formfaktor für konstante Temperaturdifferenz ab.

Das vollkommene Brennen setzt sich jedoch nach J. Wuhrer und G. Radermacher aus zwei Perioden zusammen. So ergibt sich aus den Messungen bei konstanter Oberflächentemperatur ein Formfaktorwert, der zwischen $\frac{1}{3}$ und dem hier erhaltenen Wert von $\frac{1}{2}$ liegt.

Temperaturdifferenz zwischen Rauchgas- und Reaktionstemperatur als Rechnungsgrundlage

Im Normalfall bleibt natürlich die Temperatur der Steinoberfläche weder konstant, noch ändert sie sich im Laufe des Brennens linear. Wenn man aber der Tatsache Beachtung schenkt, daß in der Praxis nicht die Temperatur der Steinoberfläche, sondern die Temperatur der Rauchgase kontrollierbar ist, dann liegt es nahe, allgemein gültige Zusammenhänge zu suchen, durch die auch die Gestaltung der Rauchgas-temperatur Berücksichtigung findet.

Bei Betrachtung der Meßergebnisse von V. J. Azbe (6) wird es augenscheinlich, daß die Differenz zwischen Rauchgastemperatur ϑ_R und Reaktionstemperatur ϑ_D für die Gesamtheit des Brennens annähernd konstant ist (Abb. 3).

Untersuchung des Falles, bei dem die Temperaturdifferenz zwischen Rauchgasen und Grenzschicht konstant ist.

Fall 1:

$$\vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \text{konstant.}$$

Bei dieser Berechnung wird der Wärmebedarf der Temperaturänderung der ausgebrannten CaO-Schicht und der Überhitzung des Reaktionsproduktes CO_2 vernachlässigt. Diese Wärmemengen, wie schon vorher erwähnt, sind im Verhältnis zum Gesamtwärmebedarf des Brennens auch bei veränderlichen Oberflächen- und Reaktionstemperaturen vernachlässigbar. Daher kann mit beharrlichem Wärmeleitungszustand gerechnet werden.

Es sei vorausgesetzt, daß der Wert der Wärmeübergangszahl während des Brennens konstant ist.

a) Die Brenzeitbestimmung für eine von beiden Seiten erhitze Platte mit unendlich großer Ausbreitung und mit der Stärke 2b.

Die von den Rauchgasen auf die Steinoberfläche in der Zeit dt übergehende Wärmemenge ist:

$$Q = \alpha (\vartheta_R - \vartheta_0) F \cdot dt \dots \text{kcal}$$

Die während der Zeit dt von der Oberfläche durch eine Kalkschicht der Dicke ξ zur Grenzschicht geleitete Wärmemenge ist bei beharrlichem Wärmeleitzustand:

$$Q = \lambda \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\xi} F \cdot dt \dots \text{kcal}$$

An der Grenze der CaO-Hülle und des CaCO_3 -Kernes findet infolge der zugeführten Wärme die Dissoziation in einer Schichtstärke von $d\xi$ statt:

$$Q = W_{Q_2} F \cdot d\xi \dots \text{kcal}$$

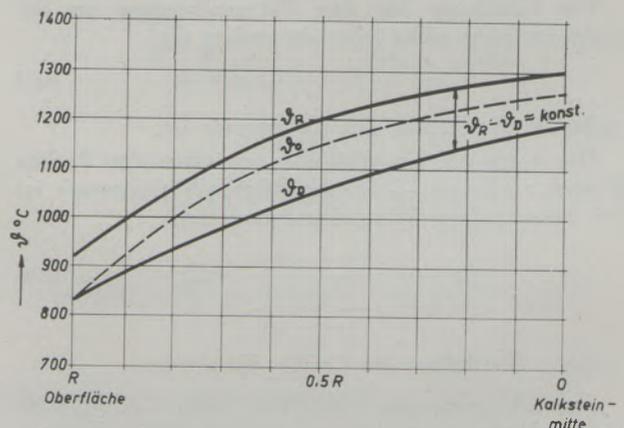


Abb. 3

Rauchgas- und Kalktemperatur als Funktion des Radius des CaCO_3 -Kernes (nach V. J. Azbe)

Nachdem der Wärmeinhaltszuwachs der Reaktionsprodukte vernachlässigt werden kann, können die obigen drei Wärmemengen einander gleichgesetzt werden. Die so entstandene Doppelgleichung sieht dann folgendermaßen aus:

$$\alpha(\vartheta_R - \vartheta_0)dt = \lambda \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\xi} dt = W_{Q_2} d\xi \quad [3]$$

Aus der Gleichheit der Wärmemenge, die durch Wärmeleitung übertragen wird und der für die Dissoziation benötigten Wärmemenge wird die Oberflächentemperatur ausgedrückt:

$$\vartheta_0 = \vartheta_D + \frac{W_{Q_2}}{\lambda} \xi \frac{d\xi}{dt}$$

Setzt man nun diesen Wert ϑ_0 in die Gleichung des Wärmeüberganges und der Dissoziationswärmemenge ein, dann erhält man:

$$\alpha \left(\vartheta_R - \vartheta_D - \frac{W_{Q_2}}{\lambda} \xi \frac{d\xi}{dt} \right) = W_{Q_2} \frac{d\xi}{dt}$$

Hieraus:

$$dt = \frac{W_{Q_2}}{\alpha(\vartheta_R - \vartheta_D)} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\xi}{\lambda} \right) d\xi$$

Nach Trennung der Veränderlichen, integriert zwischen den Intervallen $t = 0 \sim T$ und $\xi = 0 \sim b$, ergibt sich die Brennzeit:

$$T_P = \frac{W_{Q_2}}{\alpha(\vartheta_R - \vartheta_D)} \left(\frac{b}{\alpha} + \frac{b^2}{2\lambda} \right) \dots h \dots [3a]$$

Damit die Gültigkeit der in der Literatur (3) angegebenen Formfaktoren auch für diesen Fall festgestellt werden kann, muß man auch für den kugelförmigen Stein die Abhängigkeit der Brennzeitdauer ableiten. Dies ist auch deshalb nötig, weil die in der Literatur (1) dargestellten Zusammenhänge zur Bestimmung der Reaktionstemperatur auch für den kugelförmigen Stein Gültigkeit haben. Die schon früher erwähnten Meßergebnisse von V. J. Azbe beziehen sich ebenfalls auf einen kugelförmigen Stein.

b) Brennzeitbestimmung für den kugelförmigen Stein

Die Gleichung für den Wärmeübergang an der Steinoberfläche sieht folgendermaßen aus:

$$Q = \alpha(\vartheta_R - \vartheta_0) 4\pi R^2 dt \quad \dots \text{kcal}$$

wobei R der Radius des Kalksteines ist.

Die durch die Kugelhülle — zwischen den Radien R und r gelegen — durchgeführte Wärmemenge ist bei beharrlichem Wärmeleitungszustand:

$$Q = \lambda \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}} 4\pi r^2 dt \quad \dots \text{kcal}$$

wobei r der Radius des CaCO_3 -Kernes ist.

Am Übergang der CaO-Hülle zum CaCO_3 -Kern findet durch die in der Zeit dt hingeleitete Wärmemenge die Dissoziation in der Tiefe dr statt:

$$Q = W_{Q_2} 4\pi r^2 dr \quad \dots \text{kcal}$$

Aus der Gleichheit obiger Wärmemengen ergibt sich folgende Doppelgleichung:

$$\alpha(\vartheta_R - \vartheta_0) 4\pi R^2 dt = 4\pi \lambda \frac{\vartheta_0 - \vartheta_D}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}} dt = W_{Q_2} 4\pi r^2 dr \quad [3b]$$

Hieraus ergibt sich, wie am vorangegangenen Beispiel gezeigt, die Brennzeit mit:

$$T_K = \frac{W_{Q_2}}{\alpha(\vartheta_R - \vartheta_D)} \left(\frac{R}{3\alpha} + \frac{R^2}{6\lambda} \right) \dots h \quad [3c]$$

Der Formfaktor bei Kugelform ist:

$$F_K = \frac{T_K}{T_P} = \frac{1}{3}$$

entspricht also dem von J. Wuhrer und G. Radermacher bestimmten Formfaktor.

Fall 2:

Die Temperaturdifferenz $\vartheta_R - \vartheta_D$ ändert sich linear mit der CaO-Schichtstärke bzw. mit dem Radius des CaCO_3 -Kernes

Als Sonderfall kann es vorkommen, daß sich während des ganzen Brennens die Temperaturdifferenz $\vartheta_R - \vartheta_D$ linear verändert. Zur Bestimmung des Formfaktors ermittelt man auch in diesem Fall die effektive Brenndauer für eine Platte mit unendlich großer Ausdehnung. Die Temperatur ändert sich nach Abb. 4.

$$\vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi + \Delta\vartheta_1 \dots ^\circ\text{C}$$

Aus den Gleichungen der Wärmeübergabe und der Wärmeleitung wird der Wert ϑ_0 eliminiert; es ergibt sich die Gesamtwärmemenge mit:

$$Q = \frac{\vartheta_R - \vartheta_D}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\xi}{\lambda}} F \cdot dt \quad \dots \text{kcal}$$

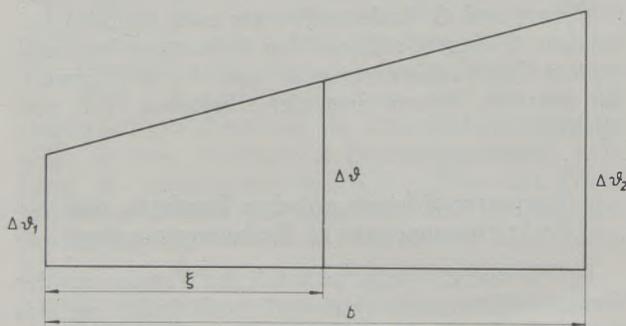


Abb. 4

Aus Abb. 4 wird der entsprechende Wert für die Temperaturdifferenz $\vartheta_r - \vartheta_D$ entnommen.

In obige Gleichung eingesetzt, erhält man

$$Q = \frac{\frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi + \Delta\vartheta_1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\xi}{\lambda}} \cdot F \cdot dt \quad \dots \text{kcal}$$

Diese Wärmemenge deckt den Wärmebedarf der am Übergang der CaO-Hülle zum CaCO₃-Kern stattfindenden Reaktion:

$$\frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi + \Delta\vartheta_1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\xi}{\lambda}} \cdot F \cdot dt = W_{Q_2} F \cdot d\xi \quad [4]$$

Nach Trennung der Veränderlichen erhält man:

$$dt = W_{Q_2} \left[\frac{1}{\alpha \left(\frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi + \Delta\vartheta_1 \right)} + \frac{\xi}{\lambda \left(\frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi + \Delta\vartheta_1 \right)} \right] d\xi \quad [4a]$$

Nach Durchführung der Integration wird:

$$t = W_{Q_2} \left[\frac{b}{\alpha(\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)} \cdot \ln \left(\Delta\vartheta_1 + \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi \right) + \frac{b^2}{\lambda(\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)^2} \left\{ \Delta\vartheta_1 + \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi - \Delta\vartheta_1 \ln \left(\Delta\vartheta_1 + \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{b} \xi \right) \right\} \right]$$

$t = 0 \sim T$ und $\xi = 0 \sim b$ als Grenzen eingesetzt, ergibt:

$$T_P = \frac{W_{Q_2} b}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \left[\frac{1}{\alpha} \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} + \frac{b}{\lambda} \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) \right] \dots h \dots [4b]$$

Für den Fall des kugelförmigen Steines ändert sich die Temperaturdifferenz nach Abb. 4a:

$$\vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \Delta\vartheta_2 - \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{R} \cdot r$$

Aus den Gleichungen der Wärmeübergabe und der Wärmeleitung wird der Wert ϑ_0 eliminiert; es ist nun die vom Stein aufgenommene Wärmemenge:

$$Q = \frac{\vartheta_R - \vartheta_D}{\frac{1}{\alpha} + \frac{R}{\lambda} \left(\frac{R}{r} - 1 \right)} 4\pi R^2 dt \quad \dots \text{kcal}$$

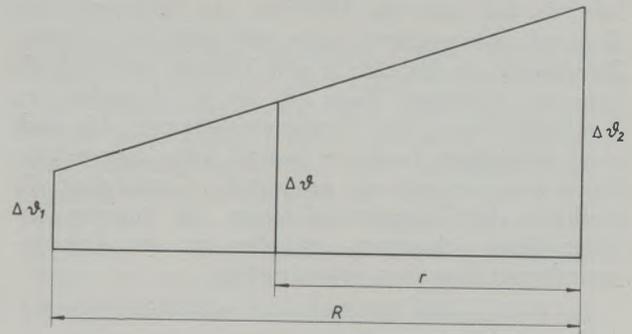


Abb. 4 a

Nach Abb. 4a den entsprechenden Wert für $\vartheta_R - \vartheta_D$ eingesetzt ergibt:

$$Q = \frac{\Delta\vartheta_2 - \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{R} \cdot r}{\frac{1}{\alpha} + \frac{R}{\lambda} \left(\frac{R}{r} - 1 \right)} 4\pi R^2 dt \quad \dots \text{kcal}$$

Durch diese Wärmemenge wird der Wärmebedarf für die an der Grenze der CaO-Hülle und des CaCO₃-Kernes stattfindenden Reaktion gedeckt.

$$\frac{\Delta\vartheta_2 - \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{R} \cdot r}{\frac{1}{\alpha} + \frac{R}{\lambda} \left(\frac{R}{r} - 1 \right)} 4\pi R^2 dt = W_{Q_2} 4\pi r^2 dr$$

Hieraus:

$$dt = \frac{W_{Q_2}}{R^2} \left[\frac{r^2}{\alpha \left(\Delta\vartheta_2 - \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{R} r \right)} + \frac{R(Rr - r^2)}{\lambda \left(\Delta\vartheta_2 - \frac{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1}{R} r \right)} \right] dr$$

Integriert und die Grenzen eingesetzt, ergibt:

$$T_K = \frac{W_{Q_2}}{(\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1)^2} \left\{ \left[\frac{R}{\alpha} - \frac{R^2}{\lambda} \right] \left(\frac{-\Delta\vartheta_2^2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} + 2 \Delta\vartheta_2 + \frac{1}{2} (\Delta\vartheta_2 + \Delta\vartheta_1) \right) - \frac{R^2}{\lambda} \cdot \left(\Delta\vartheta_2 \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} - (\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) \right) \right\} \dots h \dots [4c]$$

In diesem Fall ist ein von den Abmessungen des Steines unabhängiger Formfaktor nicht feststellbar.

Es ist natürlich nicht in jedem Fall möglich, während der ganzen Brennzeit das stetige oder linear veränderliche Kriterium für $\vartheta_R - \vartheta_D$ zu sichern, doch ist dies in Bezug auf die Ofenleistung auch nicht notwendig. Es ist jedoch möglich, wie dies aus dem vorhin angeführten Meßergebnis von V. J. Azbe ersichtlich ist, daß man die Differenz aus Rauchgas- und Grenzschnitttemperatur, wenn auch nicht für die ganze Brenndauer, so doch für je eine Periode, praktisch als konstant annimmt. Wenn $\vartheta_R - \vartheta_D$ konstant ist, das heißt, wenn die Temperaturdifferenz sich nach einer beliebigen Funktion ändert, kann man wieder für je eine Periode mit genügender Genauigkeit die Funktion der Temperaturdifferenz als linearen Zusammenhang einsetzen, wie dies bei der Anfangsperiode des Brennens getan wurde.

Bei Bestimmung der Brennzeit muß also folgendermaßen verfahren werden:

1. Zunächst wird der Verlauf der Rauchgastemperatur ϑ_R als Funktion des Kalksteinradius oder als Funktion des Ausbrenngrades dargestellt.

2. Im selben Koordinatensystem bestimmt man den Verlauf der Reaktionstemperatur ϑ_D mit Hilfe der Formeln, die bei der Untersuchung der Wärme- und Stoffaustauschvorgänge abgeleitet wurden (1).

3. Das so erhaltene Kurvenpaar wird in solche Strecken unterteilt, in denen die Temperaturdifferenz $\vartheta_R - \vartheta_D$ für die Praxis mit ausreichender Genauigkeit als konstant oder linear veränderlich zu betrachten ist.

4. Hernach bestimmt man die für die einzelnen Brennperioden erforderlichen Zeiten durch die nachstehend ausgearbeiteten Formeln.

5. Schließlich addiert man die Zeiten der einzelnen Brennperioden.

Nachdem der Formfaktor für die einzelnen Teilzeiten keine Gültigkeit besitzt, ist es überflüssig, für die vorher beschriebenen beiden Fälle (Platte, Kugel) die entsprechenden Formeln abzuleiten. Deswegen leitet man nur für die der praktischen Steinform nächstliegende Kugelsteinform die Formel der Teilbrennzeiten ab, und zwar für konstante und linear veränderliche Werte von $\vartheta_R - \vartheta_D$.

$$\vartheta_R - \vartheta_D = \text{konstant.}$$

Aus der Doppelgleichung [3b] kann folgende Differentialgleichung entnommen werden:

$$dt = \frac{W_{O_2}}{\vartheta_R - \vartheta_D} \left(\frac{r^2}{\alpha \cdot R^2} + \frac{r - \frac{r^2}{R}}{\lambda} \right) dr \quad [3d]$$

Zwischen den Grenzen $t_1 - t_2$ und $r_1 - r_2$ integriert, erhält man:

$$\Delta t = \frac{W_{O_2}}{\vartheta_R - \vartheta_D} \cdot \left(\frac{r_1^3 - r_2^3}{3\alpha R^2} + \frac{r_1^2 - r_2^2}{2\lambda} - \frac{r_1^3 - r_2^3}{3R\lambda} \right) \dots h \dots [3e]$$

Der Zeitbedarf sieht als Funktion des Ausbrenngrades φ folgend aus:

$$\Delta t = \frac{W_{O_2}}{\vartheta_R - \vartheta_D} \left[\frac{R}{3\alpha} (\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{R^2}{6\lambda} \cdot \left\{ 3[(1 - \varphi_1)^{2/3} - (1 - \varphi_2)^{2/3}] - 2(\varphi_2 - \varphi_1) \right\} \right] \dots h \dots [3f]$$

$\vartheta_R - \vartheta_D$ linear veränderlich

Die Temperaturdifferenz innerhalb der Grenzen r_1 und r_2 ist nach Abb. 4b:

$$\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_1 + \frac{\Delta \vartheta_2 - \Delta \vartheta_1}{r_1 - r_2} (r_1 - r) \dots ^\circ C$$

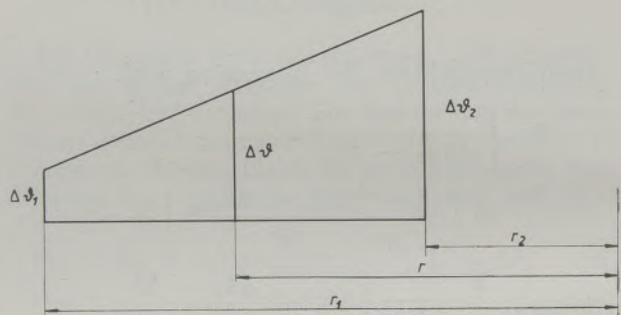


Abb. 4b

Die vom Stein aufgenommene Wärmemenge wird zur Deckung der in der Grenzschnitt stattfindenden Reaktion verbraucht.

$$Q = \frac{\Delta \vartheta_1 + \frac{\Delta \vartheta_2 - \Delta \vartheta_1}{r_1 - r_2} (r_1 - r)}{\frac{1}{\alpha} + \frac{R}{\lambda} \left(\frac{R}{r} - 1 \right)} \cdot 4\pi R^2 dt = W_{O_2} 4\pi r^2 dr \quad [4d]$$

Hieraus folgt:

$$dt = \frac{W_{O_2}}{R^2} \left\{ \frac{r^2}{\alpha \left[\Delta \vartheta_1 + \frac{\Delta \vartheta_2 - \Delta \vartheta_1}{r_1 - r_2} (r_1 - r) \right]} + \frac{R(Rr - r^2)}{\lambda \left[\Delta \vartheta_1 + \frac{\Delta \vartheta_2 - \Delta \vartheta_1}{r_1 - r_2} (r_1 - r) \right]} \right\} dr$$

Zwischen den Grenzen $t_1 - t_2$ und $r_1 - r_2$ integriert:

$$\Delta t = \frac{WQ_2}{R^2} \cdot \frac{r_1 - r_2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \left\{ \left(\frac{1}{z} - \frac{R}{\lambda} \right) \cdot \left[-r_1^2 \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} + 2r_1(r_1 - r_2) \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) - \left(\frac{r_1 - r_2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \right)^2 \left(\frac{\Delta\vartheta_2^2 - \Delta\vartheta_1^2}{2} - 2\Delta\vartheta_1(\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) + \Delta\vartheta_1^2 \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) \right] + \frac{R^2}{\lambda} \left[\left(-r_1 - \Delta\vartheta_1 \frac{r_1 - r_2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \right) \cdot \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} + r_1 - r_2 \right] \right\} \dots h \dots [4e]$$

Natürlich kann man gegebenenfalls eine Lösung ausarbeiten, die der Funktion der Temperaturdifferenz zwischen den Rauchgasen und der Grenzschicht näherkommt, als die beiden obigen Fälle, also $\vartheta_R - \vartheta_D =$ konstant, beziehungsweise $\vartheta_R - \vartheta_D =$ linear veränderlich. Eine solche Lösung ist aber aller Wahrscheinlichkeit nach wesentlich komplizierter und kann den Konstrukteur durch eventuell auftauchende Integrationschwierigkeiten vor eine unlösbare Aufgabe stellen.

Die praktischen Ergebnisse zeigen, daß auch die lineare Änderung der Temperaturdifferenzen zu einer sehr verwickelten Formel führt. Daher ist es in vielen Fällen zweckmäßiger, wenn man beim Brennvorgang die Temperaturdifferenz-Zonen möglicherweise in engeren Grenzen festlegt. So kann man innerhalb einer Zone das Mittel des veränderlichen Temperaturwertes als Basis benutzen und mit geringfügigen Fehler ist dann die für konstante Temperaturdifferenz geltende einfache Formel anwendbar.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit, welche die Untersuchungen von J. Wuhrer und G. Radermacher auswertet, zeigt, daß die Einhaltung einer konstanten Oberflächentemperatur selbst unter Versuchsbedingungen nur nach einer gewissen Anfangsperiode möglich ist. Daher teilt sich die Gesamtheit des Brennens auf zwei grundsätzlich verschiedene Erhitzungsperioden auf.

Wenn man bei veränderlicher Oberflächen- und Reaktionstemperatur den Überhitzungswärmebedarf der Reaktionsprodukte vernachlässigt, ergeben sich verhältnismäßig einfache Formeln, durch die sogar die Temperaturveränderungen des Rauchgases berücksichtigt werden können. Unter Berücksichtigung der Temperaturdifferenz zwischen den Rauchgasen und der Grenzschicht erhält man die nachstehenden allgemeinen Formeln für eine Teilzeit des Brennens eines kugelförmigen Steines, zwischen den Radien r_1 und r_2 .

a) $\vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta =$ konstant.

$$\Delta t = \frac{WQ_2}{\vartheta_R - \vartheta_D} \left(\frac{r_1^3 - r_2^3}{3\alpha R^2} + \frac{r_1^2 - r_2^2}{2\lambda} - \frac{r_1^3 - r_2^3}{3R\lambda} \right) \dots h \dots [3e]$$

b) $\vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta$ zwischen $\Delta\vartheta_1$ und $\Delta\vartheta_2$ linear veränderlich.

$$\Delta t = \frac{WQ_2}{R^2} \cdot \frac{r_1 - r_2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \left\{ \left(\frac{1}{z} - \frac{R}{\lambda} \right) \cdot \left[-r_1^2 \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} + 2r_1(r_1 - r_2) \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_1}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) - \left(\frac{r_1 - r_2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \right)^2 \left(\frac{\Delta\vartheta_2^2 - \Delta\vartheta_1^2}{2} - 2\Delta\vartheta_1(\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1) + \Delta\vartheta_1^2 \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) \right] + \frac{R^2}{\lambda} \left[\left(-r_1 - \Delta\vartheta_1 \frac{r_1 - r_2}{\Delta\vartheta_2 - \Delta\vartheta_1} \right) \cdot \ln \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} + r_1 - r_2 \right] \right\} \dots h \dots [4e]$$

Die Funktion, welche diese Differenz beschreibt, kann man während des Brennens für die Praxis mit ausreichender Genauigkeit auf linear veränderliche, bzw. auf konstante Perioden aufteilen. Mit Hilfe obiger Formeln kann man für die einzelnen Perioden die Zeitintervalle beim Brennen bestimmen und durch Summierung dieser Teilzeiten erhält man die Gesamt-brennzeit.

Die obigen Gleichungen sind nach entsprechender Korrektur nicht nur für die Berechnung der Kalkbrennvorgänge, sondern auch für die Berechnung sonstiger Karbonat-Zerfallsvorgänge anwendbar.

Summary

The present investigation, which evaluates the research work of J. Wuhrer and G. Radermacher shows,

that the maintenance of a constant surface temperature — even under experimental conditions — is

only possible after a certain initial period. Therefore the entire calcining process consists of two entirely dissimilar periods of heating.

If the demand of heat for overheating the products of reaction is left out of account, — at varying surface temperature and varying reaction temperature — comparatively simple formulae are obtained, by which even the variation of temperature of furnace gas can be taken into account. By making allowance for the difference of temperature between the furnace gases and the boundary layer, the following general formulae for a partial time of the calcining of a spheric stone between the radii r_1 and r_2 is derived:

$$a) \vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \text{constant}$$

See equation [3e]

$$b) \vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta \text{ between } \Delta\vartheta_1 \text{ and } \Delta\vartheta_2 \text{ linear variable}$$

See equation [4e]

The function which indicates this difference can be subdivided for practical purposes during the calcining process with sufficient accuracy in a linearly variable and a constant period respectively. By means of the above formulae it is possible to calculate the time intervals of calcination for the individual periods and by addition of these partial intervals the total duration of calcination is obtained.

After appropriate corrections the above equations are not only valid for the calculation of the lime burning process, but also for other processes of desintegration of carbonates.

Résumé

La présente étude, interprétant les recherches faites par J. Wuhler et G. Radermacher, montre qu'une température de surface constante, même s'il s'agit des conditions expérimentales, ne pourrait être maintenue qu'après une certaine période initiale. Par conséquent, tout le processus de calcination se divise en deux périodes de chauffage absolument différentes.

En négligeant la demande de chaleur pour surchauffer les produits de réaction lors des températures variables des surface et de réaction, il en résultent des formules relativement simples qui peuvent prendre en considération même les variations de température du gaz de fumée. En tenant compte de la différence de température entre les gaz de fumée et celle de la limite on obtiendra les formules générales suivantes pour un temps partiel de la calcination d'une pierre sphérique, entre les rayons r_1 et r_2

$$a) \vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta = \text{constant}$$

voir équation [3e]

$$b) \vartheta_R - \vartheta_D = \Delta\vartheta \text{ entre } \Delta\vartheta_1 \text{ et } \Delta\vartheta_2 \text{ linéaire variable}$$

voir équation [4e]

La fonction indiquant la différence peut être subdivisée assez exactement pendant le processus de calcination dans des périodes linéairement variables et des périodes constantes. A l'aide de ces formules on calculera l'intervalle de temps de la calcination pour les périodes individuelles et, en les additionnant on obtiendra la durée totale de la calcination.

Après des corrections convenables ces équations peuvent être appliquées non seulement pour le calcul du processus de calcination de la chaux, mais également pour les autres processus de désintégration des carbonates.

Literaturverzeichnis

- Balázsovics, G., Theoretische Untersuchung der Wärme- und Stoffaustauschvorgänge beim Kalkbrennen. Radex-Rundschau 1 (1959) S. 434—454.
- Wuhler, J., Physikalisch-chemische Untersuchungen über den Zustand des Branntkalkes und über die Vorgänge und Einflüsse beim Brennen. Zement-Kalk-Gips 6 (1953), S. 354—368.
- Wuhler, J., und G. Radermacher, Mathematische Behandlung des Problems der Entsäuerung von stückigen Carbonaten, insbesondere von Kalkstein. Chemie-Ingenieur-Technik 5 (1956), S. 328—336.
- Gröber/Erk/Grigull: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung (1955), S. 131—135.
- Balázsovics, G., Die wärmetechnische Analyse des Kalkbrennverfahrens. Radex-Rundschau (1958), S. 72—81.
- Azbe, V. J., Vorgänge beim Kalkbrennen. Abb. IV/16. Anhaltzahlen für Wärmewirtschaft 1947, S. 41.