

Ein „erweitertes Wulff'sches Netz“ als Hilfsmittel beim Kristallzeichnen

Von H. Meixner, Knappenberg, Kärnten

(Lagerstättenuntersuchung der Österr. Alpine-Montan-Gesellschaft)

(Vorlage eines „erweiterten Wulff'schen Netzes“ als Hilfsmittel für kristallographische und kristallographische Arbeiten, insbesondere zum Kristallzeichnen¹.)

(A presentation of an „Enlarged Wulff Net“, an expedient for crystallographic work and particularly suitable for crystal drawing².)

(Une présentation d'un „Réseau Elargi d'après Wulff“ comme expédient pour travaux cristallographiques et cristallographiques et en particulier pour dessins de cristaux³.)

Der Gedanke, Kristallflächen als Durchstoßpunkte ihrer Normalen auf einer Kugel anzugeben und diese Flächenpole durch Verbindung mit dem Kugel-Südpol in die Äquatorebene zu projizieren, geht bekanntlich auf F. E. Neumann, 1823 (12), zurück, und damit wurde die stereographische Projektion als Hilfsmittel bei kristallkundlichen Arbeiten für kristallographische und kristallographische Zwecke eingeführt. Allgemeine Verbreitung fand die Methode erst nach der Herausgabe stereographischer Netze; auf Vorschläge von E. von Fedorow (4) folgte die verbesserte Lösung einer geeigneten Schablone durch G. Wulff (22), die seither auf der ganzen Welt als „Wulff'sches Netz“ in Gebrauch steht.

Nachdem F. Stöber (19)* dargelegt hat, in welcher einfacher Weise Kristallzeichnungen, Kopfbilder, wie schiefe Abbildungen mit Hilfe der stereographischen Projektion dargestellt werden können, haben Veröffentlichungen, z. B. von C. M. Viola (21, S. 29 bis 30), L. S. Penfield (14, 15), H. E. Boeke (2, bes. Seite 47 bis 52), B. Gossner (8, bes. Seite 110 bis 111), T. V. Barker (1, bes. Seite 49 bis 55) und H. Tertsch (20), trotz der von V. Goldschmidt (6) entwickelten gnomonischen Methoden** sehr zur Einbürgerung des stereographischen Verfahrens beigetragen und zur Lösung von Sonderaufgaben viel Material bereitgestellt; das Wulff'sche Netz hat sich dabei als ein wertvolles Hilfsmittel bewährt.

H. Heritsch (10, S. 69) vertritt wohl mit Recht den Standpunkt, daß es immer mehr oder minder persönliche Ansichtssache sein wird, ob der stereographischen oder der gnomonischen Methode der Vorrang gegeben wird. V. Goldschmidt (7, S. 388 bis 390, 398) und (5) wog Vor- und Nachteile beider Verfahren gegeneinander ab. Um der gnomonisch ungünstigen Darstellung von der Prismenzone nahegelegenen Flächen zu begegnen, entwickelte er einige „Winkelprojektionen“, von denen er die Verdrängung der stereographischen Projektionen erwartete.

Dazu kam es nicht, weil diese Schwierigkeiten gerade bei der stereographischen Behandlung nicht auftreten. Der von R. Schroeder (17, S. 185) jüngst in seinem „Krystallometrischen Praktikum“ vertretene Standpunkt, Kristallzeichnen mittels der gnomonischen Projektion schlechtweg als „die heute übliche Art der Krystallzeichnung“ zu erklären, neben der gerade noch die fast unbekanntene Zeichen-Rechenmethode von A. Nies (17, S. 189) erwähnt wird, wonach es ein stereographisches Kristallzeichnen überhaupt nicht zu geben scheint, widerspricht wohl stark den tatsächlichen Gegebenheiten.

Aus den in die Untersuchungsmethodik einführenden, von L. W. Codd und M. H. Hey verfaßten Abschnitten des kürzlich erschienenen Werkes „The Barker Index of Crystals“ (16) kommt dagegen klar zum Ausdruck, wie stereographische und gnomonische Verfahren sich gegenseitig ergänzen und wie vorteilhaft es oft ist, wenn man in einer Zeichnung aus der einen in die andere Projektionsart wechseln kann. Der gleiche Standpunkt geht aus der Einführung zu „Dana's System of Mineralogy“ (13) hervor, woraus folgt, daß in einem „Krystallometrischen Praktikum“ keineswegs die eine der beiden üblichen Projektionsarten unterdrückt werden sollte, schon gar nicht, wenn es sich um Kristallzeichnen handelt.

Fast allgemein ist es beim Kristallzeichnen üblich geworden, erst aus der normalen stereographischen Projektion das Kopfbild zu entwerfen, dann den Pol der Zeichenebene als Winkelpunkt mit $\varphi_w = 70$ bis 85° (von Sonderfällen abgesehen) und die zugehörige zyklographische Projektion dieser Ebene einzutragen, nun Zone um Zone mit dieser zyklographischen Projektion zum Schnitt und die Schnittpunkte in den Grundkreis zu bringen, wo die Tangenten die Kantenrichtungen und die Ordner vom Kopfbild her die Abmessungen liefern.

Der Gedanke, die gesamte stereographische Projektion zu wälzen, so daß der Winkelpunkt mit dem Mittelpunkt der stereographischen Projektion zusammenfällt, ist lange nur selten angedeutet worden, z. B. bei Boeke (2, S. 49) oder Tertsch (20, S. 8) und ohne daß daraus ein besonderer Nutzen ersichtlich geworden wäre.

Erst in jüngster Zeit haben Eskola (3, S. 33) und besonders Heritsch (10, S. 68) auf die überaus großen Vorteile hingewiesen, die sich beim Kristall-

* Aus einer Bemerkung von Sommerfeldt (18, S. 164) scheint mir hervorzugehen, daß vor Stöber schon Hecht, dessen Veröffentlichung ich mir nicht zur Einsicht verschaffen konnte, eine solche Zeichenmethode angegeben hat.

** Die gnomonische Projektion ist für kristallographische Zwecke ebenfalls bereits im Jahre 1823 von F. E. Neumann (12) herangezogen worden.

zeichnen aus der einmaligen Wälzung der gesamten stereographischen Projektion (längs den Breitenkreisen um den Betrag ρ auf dem Pausblatt über dem Wulff'schen Netz) ergeben, so daß also der Winkelpunkt in den Mittelpunkt, die Zeichenebene aufs Zeichenblatt zu liegen kommt: Das schiefe Kristallbild kann dann nach Heritsch (10) auch portraitgetreu (Kantenabmessungen u. d. M. mittels Kreuzschlittentisch) ohne Auszeichnen der Zonen als Großkreise, wie sonst beim Kopfbild, entworfen werden. Alle sichtbaren Kristallflächen des schiefen parallelperspektivischen Bildes liegen nach der Wälzung innerhalb des Grundkreises der Projektion, so daß beim Zeichnen automatisch auch die sichtbaren Flächen der Kristallunterseite erhalten werden, das Konstruieren von Gegenflächen oder ein Projizieren vom Nordpol aus erübrigt sich. Nach diesem Verfahren ist auch die Abbildung von Zwillingen, Mehrlingen und Kristallstöcken wesentlich vereinfacht (10).

Die Zeichnung der Randbegrenzung gelingt oft schon einfach durch Verfolgung des Zonenverbandes, manchmal aber treten bei der Konstruktion von Kanten mit nicht sichtbaren Flächen für die äußere Abgrenzung des Kristalls oder Zwillings bedeutende Schwierigkeiten infolge der Begrenzung der üblichen Wulff'schen Netze auf $\rho = 90^\circ$ auf. Diesem Übelstand ist leicht abgeholfen, wenn ein „erweitertes Wulff'sches Netz“ mit ρ etwa bis 140° zur Verfügung steht. Da solche Netze im Handel nicht erhältlich sind, wurde gemeinsam mit Dipl.-Ing. G. Sterk (Min. Inst. Leoben) für einen Grundkreisradius 10 cm mit Radien vom Nullenzirkel bis zum fast 3 m langen Stangenzirkel ein „erweitertes Wulff'sches Netz“ gezeichnet.

Bezeichnet man Mittelpunkt und Radius des Wulff'schen Netzes mit M und r , Mittelpunkte und Radien der Meridiankreise mit M_1 und r_1 , der Parallelkreise mit M_2 bzw. r_2 , so gelten die Beziehungen

für die Abstände von Netzmittelpunkt (M) zu den Scheiteln von Meridianen und Parallelkreisen:
 $x = r \operatorname{tg} \rho/2$,

für $MM_1 = r \operatorname{ctg} \rho$, $r_1 = r \operatorname{cosec} \rho$,

für $MM_2 = r \operatorname{cosec} \rho$, $r_2 = r \operatorname{ctg} \rho$.

Dr. S. Koritnig (Göttingen) machte mich freundlichst aufmerksam, daß in den „Internationalen Tabellen zur Bestimmung der Kristallstrukturen“ (11) eine schematische Abbildung eines solchen Netzes enthalten ist. Meinem Vater verdanke ich den Hinweis auf eine Arbeit von E. Sommerfeldt (18, S. 166 und Taf. III), in der der Verfasser ebenfalls zum Zwecke der Wälzung der stereographischen Projektion ein Ergänzungsnetz als „Hechts Ergänzungsblätter“ konstruiert hat, das bis ρ etwa 112° reicht, Meridiane und Parallelkreise allerdings nur mit 10° Abstand enthält. Die dort genannte Veröffentlichung von Hecht (9) konnte ich mir nicht beschaffen. Prof. Dr. S. Rösch (Wetzlar) sandte mir kürzlich ebenfalls ein „erweitertes Wulff'sches Netz“ etwa gleicher Art wie das vorliegende, das von ihm einst in Leipzig gezeichnet, jedoch nicht veröffentlicht wurde.

Beim praktischen Arbeiten wird man weiterhin vor allem die handlichen „üblichen“ Wulff'schen Netze

(ρ bis 90°) verwenden und auf „erweiterte Netze“ gleichen Maßstabes ($r = 5, 7$ oder 10 cm) jeweils nur bei Bedarf übergehen. Um Zonenverbände am „erweiterten Wulff'schen Netz“ übersichtlich in den Polen über den Grundkreis hinaus verfolgen zu können, hat es sich als vorteilhaft erwiesen, z. B. von $\rho = 80^\circ$ bis $\rho = 110^\circ$ die 30° - und 60° -Meridiane in zwei verschiedenen Farben nachzuziehen.

Vorteilhaft sind die „erweiterten Netze“ nicht bloß als Hilfsmittel beim Kristallzeichnen und zur informativen „Kristallberechnung“, sondern oft auch bei der Eintragung und Auswertung kristalloptischer Verhältnisse zu benützen.

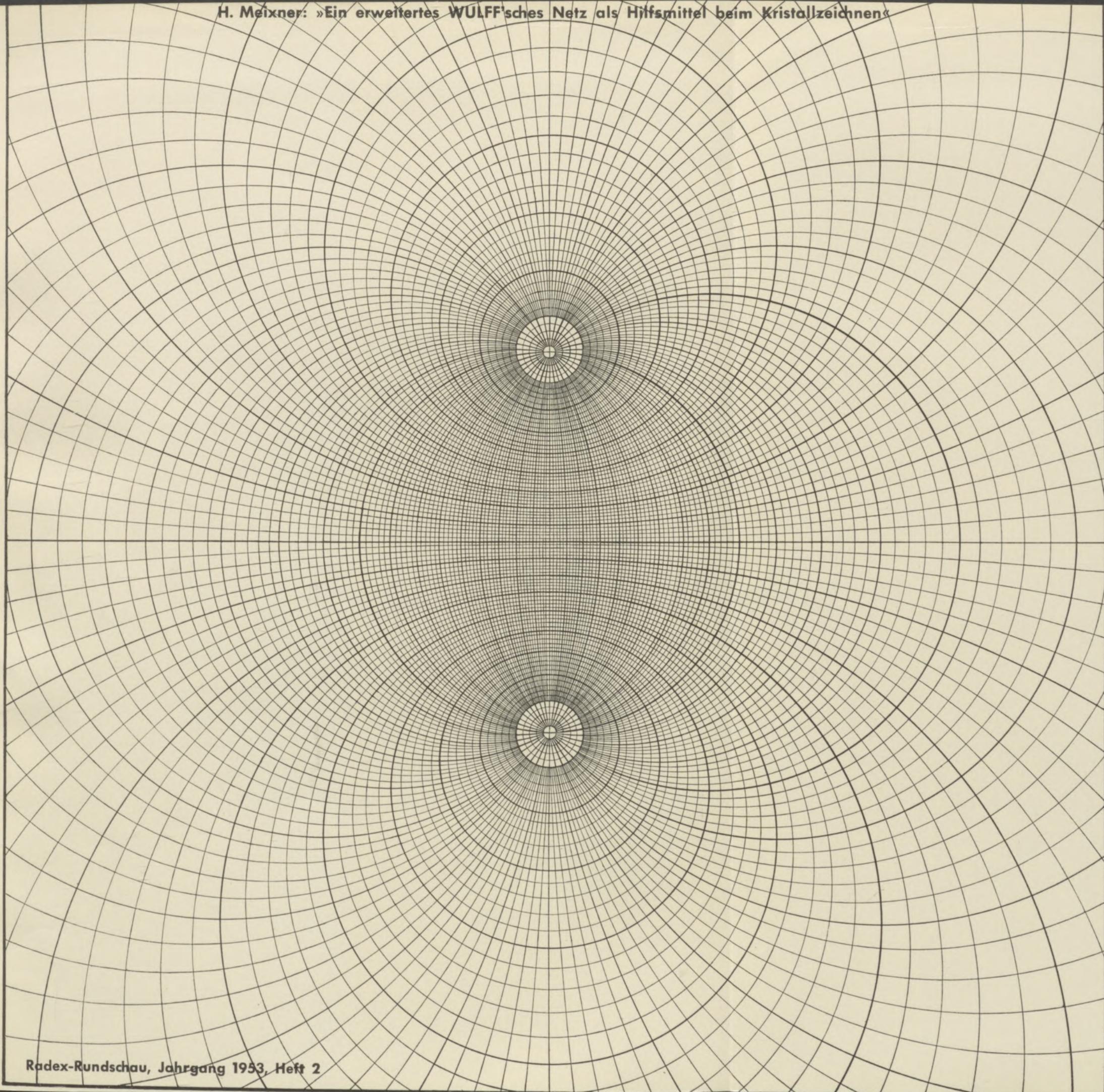
Für Hilfe und Unterstützung danke ich den Herren Prof. Dr. Ing. O. Friedrich (Leoben), an dessen Institut die Zeichnung erfolgen konnte, Dipl.-Ing. G. Sterk für seine eifrige Mitwirkung dabei, meinem Vater Dr. A. Meixner für manch langwierige Literatursuche, Prof. Dr. H. Heritsch (Graz) für freundliche Hinweise und Bibliotheksbenützung.

Zusammenfassung

Auf die bedeutenden konstruktiven und zeitlichen Vorteile, die sich beim Zeichnen vor allem von portraitgetreuen Kristallbildern aus der stereographischen Projektion ergeben, nachdem der Winkelpunkt in den Mittelpunkt und die Kopfprojektion gleichartig gewälzt wurden, hat kürzlich H. Heritsch (10) hingewiesen. Schwierigkeiten, die sich dabei öfters beim Zeichnen der Randbegrenzung infolge der Beschränkung der üblichen Wulff'schen Netze auf $\rho = 0$ bis 90° ergeben, treten bei Verwendung eines „erweiterten Wulff'schen Netzes“ (mit ρ bis etwa 140°) nicht mehr auf. Solche Netze sind wohl im Schrifttum in Form schematischer Skizzen bereits mehrfach erwähnt, doch nicht im Handel. Zur Abhilfe wurde gemeinsam mit Dipl.-Ing. G. Sterk (Min. Inst. der Montanist. Hochschule Leoben) ein „erweitertes Wulff'sches Netz“ mit $r = 10$ cm gezeichnet, das hier mit $r = 5$ cm wiedergegeben wird.

Summary

Mr. H. Heritsch has recently drawn the attention to paramount constructional and time saving advantages offered, in particular when drawing crystal images true to nature from stereographic projections, by having transferred the angle point into the centre and rolled the projection of the upper part of the crystal in the same way. Difficulties so far experienced in drawing the contours of the crystals which were due to limitations of the common Wulff net ($\rho = 0 - 90^\circ$) are not encountered any longer with the „Supplemented Wulff net“ ($\rho 0$ up to 140°). Such nets frequently were mentioned in textbooks but unfortunately cannot be procured commercially. In order to deal with this demand in collaboration with Dipl. Ing. G. Sterk (Min. Inst. der Montanistischen Hochschule, Leoben) we have designed such „Supplemented Wulff net“ having a radius of 10 cm. This net is reproduced hereunder at a radius of 5 cm.



Résumé

M. H. Heritsch a dernièrement tiré l'attention aux avantages de construction et aux économies de temps qui s'offrent en dissinant des images de cristaux d'après avoir transféré le point de l'angle au centre et roulé dans la même direction la projection de la surface des cristaux. Des difficultés qui apparaissent parfois en dessinant les contours, conséquence de la limitation des Réseaux d'après Wulff d'usage ($\rho = 0$ à 90°), sont éliminées au moment, où on utilise un réseau supplée d'après Wulff ($\rho =$ jusqu'à 140°). Des tels réseaux ont déjà été mentionnés plusieurs fois dans la littérature, mais malheureusement ils ne sont pas obtenables à titre d'achat. Pour correspondre aux demandes en collaboration avec M. Dipl. Ing. G. Sterk (Institut Minéralogique de la Montanistische Hochschule in Leoben) nous avons dessinés un tel réseau supplée avec un rayon de 10 cm qui est reproduit ci-dessous comme $r = 5$ cm.

Literaturverzeichnis

- (1) Barker, T. V., Graphical and tabular methods in crystallography. London 1922.
- (2) Boeke, H. E., Die Anwendung der stereographischen Projektion bei kristallographischen Untersuchungen. Berlin 1911.
- (3) Eskola, P., Kristalle und Gesteine, Wien 1946.
- (4) Fedorow, E. v., Auflösung einiger Aufgaben der stereographischen Projektion, Z. Kristallogr. 20 (1892) S. 357.
- (5) Goldschmidt, V., Über Projektion und graphische Krystallberechnung, Berlin 1887.
- (6) Goldschmidt, V., Über Krystallzeichnen, Z. Kristallogr. 19 (1891) S. 352.
- (7) Goldschmidt, V., Über Winkelprojektionen, Z. Kristallogr. 36 (1902) S. 388.
- (8) Gossner, B., Kristallberechnung und Kristallzeichnung, Leipzig-Berlin 1914.
- (9) Hecht, B., Anleitung zur Kristallberechnung, Leipzig 1893.
- (10) Heritsch, H., Über die Herstellung portraitgetreuer Kristallbilder aus der stereographischen Projektion. Tschermarks Mineral. Petrogr. Mitt., III. F. 2 (1950) S. 67.
- (11) Internationale Tabellen zur Bestimmung der Kristallstrukturen. 2, Fig. 2a auf S. 624, Berlin 1935.
- (12) Neumann, F. E., Beiträge zur Kristallometrie, Berlin 1823.
- (13) Palache, Ch., H. Berman and Cl. Frondel, Danas System of Mineralogy. 1, New York-London 1946.
- (14) Penfield, S. L., Über Krystallzeichnen, Amer. J. Sci. IV. F. 19 (1905) S. 39, Ref. Z. Kristallogr. 43 (1907) S. 102.
- (15) Penfield, S. L., Über Krystallzeichnen unter Zugrundelegung stereographischer u. gnomonischer Projektion, Z. Kristallogr. 43 (1907) S. 1, Amer. J. Sci. 21, S. 206.
- (16) Porter, M. W. and R. C. Spiller, The Barker Index of Crystals. 1/1. Cambridge 1951.
- (17) Schroeder, R., Kristallometrisches Praktikum, Grundbegriffe und Untersuchungsmethoden, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950.
- (18) Sommerfeldt, E., Einige Anwendungen der stereographischen Projektion, Z. Kristallogr. 41 (1906) S. 164 und Taf. III auf Pauspapier.
- (19) Stöber, F., Über eine Methode zur Zeichnung der Krystalle, Bull. Soc. franc. Mineral. 22 (1899) S. 42, Ref. Z. Kristallogr. 34 (1901) S. 621.
- (20) Tertsch, H., Das Kristallzeichnen auf Grundlage der stereographischen Projektion, Wien 1935.
- (21) Viola, C. M., Grundzüge der Krystallographie, Leipzig 1904.
- (22) Wulff, G., Untersuchungen im Gebiete der optischen Eigenschaften isomorpher Kristalle, Z. Kristallogr. 36 (1902); bes. II. Vom Gebrauche des stereographischen Netzes, S. 14—18.

¹ Photolithodrucke auf „Kristallkarton“ dieses $r=10$ cm-Netzes (Format 58x58 cm) können in beschränkter Zahl vom Mineralog. Inst. der Montanistischen Hochschule Leoben (Prof. Dr. Ing. O. Friedrich) zum Selbstkostenpreis (einschließlich Verpackung und Auslandporto derzeit ö. S. 20.—) oder durch Prof. Dr. S. Rösch (Fa. E. Leitz, Wetzlar) bezogen werden.

Netze mit $r = 5$ cm sind beim Verfasser erhältlich.

² Photo-lithographic prints of this net ($r=10$ cm), size 58x58 cm, mounted on „Crystal“ cardboard can be obtained in limited number either from the Mineralogical Institute of the Montanistische Hochschule Leoben (Prof. Dr. Ing. O. Friedrich) at cost price (packing and postage incl. at abt. Austr. Sh. 20.—) or from Prof. Dr. S. Rösch (Messrs. E. Leitz, Wetzlar).

Nets with a radius of 5 cm can be obtained from the author.

³ Tirages photo-lithographiques de ce réseau $r=10$ cm (58x58 cm) montés sur carton peuvent être obtenus en quantité limitée par l'Institut Minéralogique de la „Montanistische Hochschule“, Leoben, (Prof. Dr. Ing. O. Friedrich) aux prix de revient (emballage et postage inclus, öS. 20.— à l'heure actuelle) ou par Prof. Dr. S. Rösch (c/o E. Leitz, Wetzlar).

Réseaux dont $r = 5$ cm peuvent être obtenus par l'auteur.