

Über einen neuen Versuch zur Anwendung statistischer Methoden in der Tektonik.

Von Julius Pia (Wien).

(Mit 12 Textfiguren.)

Die gewöhnliche Art der tektonischen Erforschung eines Gebietes setzt eine genaue stratigraphische Kenntnis voraus und beruht auf der Verfolgung einzelner Schichtglieder, von deren räumlicher Gestalt man sich eine Vorstellung zu bilden sucht. Es lassen sich über den tektonischen Charakter eines Gebietes aber auch gewisse Feststellungen machen, die von der Verfolgung bestimmter Horizonte unabhängig sind. Begreiflicherweise spielen solche Beobachtungen bisher bei der Aufnahme kristalliner Gebirge, in denen es oft schwer ist, stratigraphische Niveaus festzuhalten, eine größere Rolle. Hier findet man gelegentlich Bemerkungen darüber, daß die Schichten durchwegs steilgestellt, oder fächerförmig angeordnet sind oder dergl. Will man diese Betrachtungsweise weiter ausgestalten, so gelangt man notwendig dazu, statistische Methoden zu verwenden, um aus den zahlreichen über ein Gebiet verstreuten Einzelbeobachtungen, die voneinander natürlich mehr oder weniger abweichen, Ausdrücke zu gewinnen, die für den tektonischen Zustand des ganzen Gebietes charakteristisch sind. Der Gedanke einer statistischen Behandlung tektonischer Fragen ist nicht mehr neu. So viel ich sehe, wurde er aber bisher nur auf die Untersuchung der Gesteinsklüfte angewendet. Die Literatur darüber findet man in F. MÜLLERIED: „Klüfte, Harnische und Tektonik der Dinkelberge und des Basler Tafeljuras“¹⁾ zusammengestellt. Ich selbst habe gelegentlich einmal die Harnische in der großen Eishöhle des Tennengebirges (Land Salzburg, Deutschösterreich) nach einem ähnlichen Verfahren untersucht und konnte zeigen, daß die Streifen auf den Klüftflächen stets nur eine geringe Neigung gegen die Horizontale haben, daß also die einzelnen Gesteinsblöcke vorwiegend horizontal gegeneinander bewegt sind — ein gutes Beispiel für eine tektonische Feststellung, die von der Verfolgung bestimmter Schichtglieder unabhängig ist²⁾.

Bei meiner Aufnahme des Gebirges zwischen den Flüssen Etsch und Brenta in den südlichen Kalkalpen wurde ich nun aber dazu

¹⁾ Verhandl. Naturh.-mediz. Ver. Heidelberg, N. F., Bd. 15, S. 1, 1922.

Nach Einsendung dieser Arbeit ist u. a. noch erschienen: A. EBERT, Beiträge zur analytischen Tektonik, mit einem Beispiel aus dem östlichen Deister. Zeitschr. d. Deutsch. Geol. Ges., Bd. 75, 1923, A, S. 46.

²⁾ Vgl. meine Arbeit über die Geologie der Tennengebirgshöhle, Speläologisches Jahrbuch Bd. 4, Wien 1923, S. 48.

geführt, auch die Faltung tektonisch zu untersuchen. Darüber soll hier berichtet werden. Die genaue Darlegung der angewendeten Rechenmethoden findet man in meiner Monographie: „Untersuchungen über die Tektonik der Lessinischen Alpen und über die Verwendung statistischer Methoden in der Tektonik“¹⁾.

Der Faltungszustand an einer bestimmten Stelle wird nach Intensität und Richtung durch das Messen des Fallens und Streichens festgestellt. Man könnte als Maß der Faltungstärke statt des Fall-

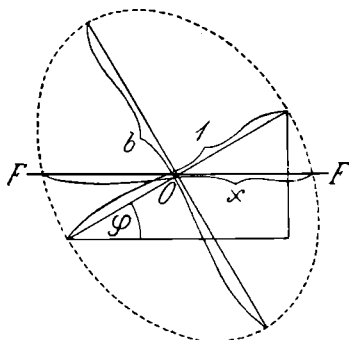


Fig. 1. Schematisches Profil durch den Geltungsbereich eines Fallzeichens. O = Ort des Fallzeichens. $F-F$ = Geländeoberfläche. Punktierte Ellipse = Querschnitt des Geltungsbereiches des Fallzeichens. 1 = Durchmesser des Geltungsbereiches in der Richtung des Fallens. b = Durchmesser senkrecht darauf. x = Geltungserstreckung des Fallzeichens in der Geländeoberfläche, senkrecht zum Streichen. φ = Fallwinkel.

winkels selbst auch eine daraus abgeleitete Größe, etwa den horizontalen Zusammenschub oder die vertikale Verschiebung, die einem bestimmten Einfallen entsprechen, verwenden. Meine Vergleiche haben mir jedoch gezeigt, daß dies in der Regel keine Vorteile bietet. Wir wollen deshalb den Fallwinkel φ direkt als Maß für die Faltungstärke benutzen. Jedes Fallzeichen stellt nur die Lagerung innerhalb eines begrenzten Gesteinskörpers mit genügender Genauigkeit dar. Wurde das Einfallen auf 1° genau gemessen, so ist der Geltungsbereich des Fallzeichens gleich jenem zusammenhängenden Gesteinskörper, innerhalb dessen die Neigung weniger als $\frac{1}{2}^\circ$ von der gemessenen abweicht. (Die Fallrichtung ist meist weniger genau als der Fallwinkel bestimmt und ändert sich wohl auch langsamer, sodaß von ihr in diesem Zusammenhang abgesehen werden kann.) Der erwähnte Gesteinskörper dürfte ungefähr die Form eines

Ellipsoides haben, mit drei verschieden langen Achsen in der Richtung des Streichens, des Fallens und senkrecht auf die Schichtfläche. Es liegt kein Grund vor, anzunehmen, daß seine Gestalt und Größe sich mit der Neigung φ gesetzmäßig ändert. Dagegen erkennt man aus der Fig. 1, daß die Fläche, innerhalb derer das Fallzeichen im Terrain gilt, vom Winkel φ abhängt. Denn ihr Durchmesser in der Richtung senkrecht auf das Streichen nähert sich je nach der Neigung bald mehr der einen, bald mehr der anderen Achse des Ellipsoides.

Wenn man aus allen Fallwinkeln φ , die in einer Berggruppe gemessen wurden, das Mittel bildet, bekommt man eine Zahl, die

¹⁾ Denkschr. Naturh. Museum Wien, Bd. 2, 1923.

ein Maß für die Faltungstärke innerhalb des Gebietes abgeben kann. Lassen sich z. B., wie es in dem von mir zuerst untersuchten Bergland der Fall war, in einer größeren Region mehrere Falten oder Flexuren gut gegeneinander abgrenzen, so kann ihre Intensität auf diesem Weg verglichen werden. Nach demselben Verfahren konnte ich zeigen, daß die Faltungstärke in dem Steinernen Meer, einem der bekannten Plateau-Gebirge der nördlichen Kalkalpen, wesentlich größer ist, als in den südlichsten Teilen der Südalpen, obwohl die Falten hier weniger stark eingeebnet sind und daher dem Beobachter viel mehr auffallen¹⁾.

Bei dieser Art der Betrachtung muß man jedoch davon absehen, daß jede Faltung nicht nur eine Größe, sondern auch eine Richtung hat. Es wird also eine der wesentlichsten Eigenschaften jeder tektonischen Erscheinung außer acht gelassen und die Ergebnisse müssen darum sehr unvollkommen bleiben. Deshalb war es unerlässlich, auch die Faltungsrichtung statistisch zu erfassen. Zu diesem Zweck wurde zunächst die Windrose in eine Anzahl Richtungsklassen eingeteilt. Die nicht sehr große Genauigkeit meiner Messungen erlaubte nicht, mehr als 16 solche Klassen zu unterscheiden, was übrigens in der Mehrzahl der Fälle vollständig genügen dürfte. Die Klassenmitten fallen auf die Richtungen E, ENE, NE usw. (Bei der Zählung wird mit der Klasse E begonnen, weil es sehr vorteilhaft ist, wenn man sich den in der Trigonometrie üblichen Gebräuchen möglichst enge anschließt). Wurde also beispielsweise die Fallrichtung an einer Stelle mit E 50° N gemessen, so kommt dieses Fallzeichen in die Richtungsklasse NE. Ebenso jedes andere, dessen Fallrichtung zwischen E 33° 45' N und E 56° 15' N liegt.

Die weitere Erörterung geht am besten von dem Begriff der allgemeinen Schichtneigung aus. Jeder in der Natur wirklich vorkommende Faltenschenkel ist eine ziemlich unebene Fläche. Es kann aber oft nützlich sein, ihn durch eine Ebene ersetzt zu denken. Wie muß diese Ebene liegen, damit der dabei begangene Fehler möglichst gering sei? Die beste Definition ist wohl die, daß die Summe aller Abstände der wirklichen Schichtfläche von der gesuchten Ebene möglichst klein sein soll. Schichtfläche und Ebene werden einander in der Regel vielfach schneiden. Sie schließen zwischen sich unregelmäßige, im Querschnitt plankonvexe Körper ein. Die Summe der Volumina aller dieser Körper soll ein Minimum sein. Um diese Aufgabe zu lösen, wäre es jedoch notwendig, für die empirische Schichtfläche eine Gleichung aufzustellen. Dies dürfte praktisch wohl nur selten durchführbar sein. Es war deshalb zu fragen, ob nicht auch hier, wie in anderen Fällen, in denen unsere Einsicht zur direkten Lösung eines Problems nicht ausreicht, eine statistische

¹⁾ Vgl. Geologische Skizze des Steinernen Meeres. Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. Kl., Bd. 132, Abt. 1, 1923, S. 65.

Behandlung möglich ist, ob man den allgemeinen Schichtabfall nicht annähernd aus den einzelnen wirklich gemessenen Fallzeichen finden kann. Wir haben also jetzt eine Ebene zu suchen, deren Lage nach Neigungswinkel und Fallrichtung in der Mitte zwischen allen wirklich gemessenen Einfällen liegt. Da diese empirischen Fallzeichen, die in verschiedene Richtungsklassen gehören, nun auf eine gemeinsame Richtung bezogen werden sollen, ist zunächst die Vorfrage zu lösen, wie groß die Neigung einer Schichtfläche in einer Richtung ist, die von der Fallrichtung um einen bestimmten Winkel abweicht; mit anderen Worten, wie groß die Neigung einer Schichtfläche in einem Profil erscheint, das nicht quer auf die Falten, sondern schräg zum

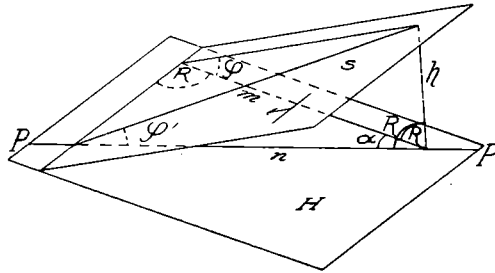


Fig. 2. Ableitung der Schichtneigung in einer zur Fallrichtung schrägen Profilebene aus dem Fallwinkel. H = Horizontalebene. S = Schichtfläche. $P-P$ = Richtung des Profils. α = Winkel zwischen Fallrichtung und Profilebene. φ = Fallwinkel. φ' = Neigung der Schichtfläche im Profil.

Schichtfallen verläuft. Die Antwort ergibt sich aus Fig. 2. Wir erhalten $\operatorname{tg} \varphi' = \frac{h}{n} = h : \frac{m}{\cos \alpha} = h \cos \alpha : \frac{h}{\operatorname{tg} \varphi} = \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha$. Eine Übersicht über die Änderung, die verschieden steile Neigungswinkel bei fortschreitender Drehung erfahren, vermittelt Fig. 3. Man erkennt, daß kleine Drehungen nur von sehr geringem Einfluß sind. Bei starker Drehung nähern sich alle Winkel dem Wert 0. Ist die Drehung größer als 90° , so werden die Fallwinkel negativ.

Die Ermittlung des allgemeinen Schichtabfalles zerfällt nun in zwei Teile. Zunächst muß seine Richtung festgelegt werden. Sie wird ausgedrückt durch den Winkel ξ , den die Fallrichtung der gesuchten Ebene mit der Ostrichtung bildet. Dann werden die einzelnen Fallzeichen in die neue Richtung gedreht und aus den gefundenen Neigungswinkeln φ' wird ein Mittel gebildet. Für die Bestimmung von ξ gehe ich folgendermaßen vor: Im allgemeinen wird die Summe aller φ' für jede Richtung einen positiven oder negativen Wert haben. Es wird aber eine Richtung geben, in der diese Summe 0 ist. Diese Richtung betrachten wir naturgemäß als das allgemeine Streichen und senkrecht darauf ist das allgemeine Einfallen zu nehmen. Nennen

wir wie früher den Winkel zwischen irgend einer Richtungsklasse und der gesuchten allgemeinen Fallrichtung α , so haben wir für das allgemeine Streichen die Bedingung:

$$\Sigma \arctg [\operatorname{tg} \varphi \cos (90 - \alpha)] = 0 \text{ oder } \Sigma \arctg (\operatorname{tg} \varphi \sin \alpha) = 0.$$

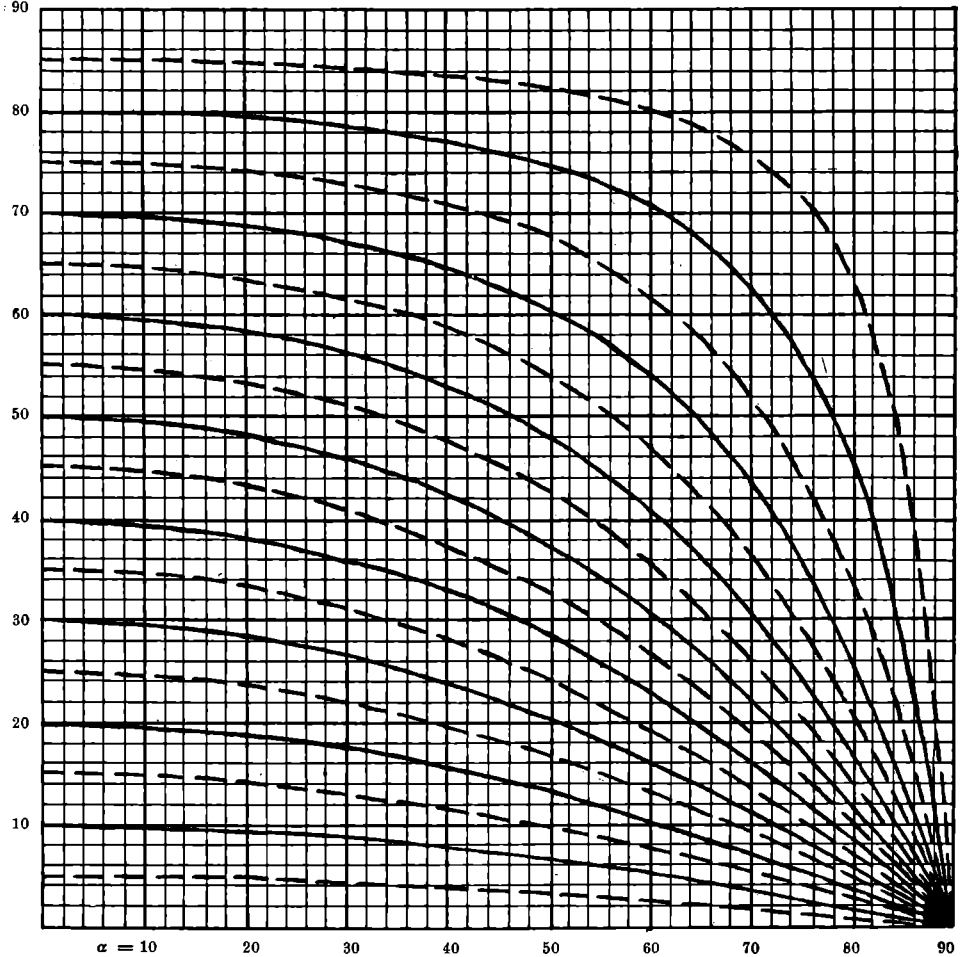


Fig. 3. Graphische Darstellung der Änderung des Fallwinkels beim Drehen der Profilebene aus der Fallrichtung heraus. φ = ursprünglicher Fallwinkel. α = Winkel zwischen Fallrichtung und Profilebene.

Aus dieser Gleichung läßt sich nach einigen Umformungen ξ , von dem ja die α der einzelnen Richtungsklassen abhängen, unschwer berechnen. Ist die Fallrichtung gefunden, so erhält man die allgemeine Schichtneigung nach der Formel:

$$\Phi = [\Sigma \arctg (\operatorname{tg} \varphi \cos \alpha)] : n,$$

in der n die Anzahl der Messungen bedeutet.

Die abgeleiteten Formeln liefern, so weit ich sie bisher praktisch erproben konnte, recht brauchbare Werte, wenn die untersuchte Schichtfläche von einer Ebene nicht allzusehr verschieden ist. Schwierigkeiten ergeben sich in dem Fall, als auch Schichtüberkipnungen vorkommen. Solche Winkel $\varphi > 90^\circ$ werden nämlich beim Drehen nicht kleiner, sondern größer und nähern sich dem Wert $+180^\circ$, um auf -180° zu springen, wenn α durch den Wert 90° geht. Die Funktion $\Sigma \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \varphi \sin \alpha)$ wird infolge dieser Verhältnisse unstetig und liefert in vielen Fällen überhaupt für keinen realen Wert von ξ die Summe 0. Aber auch wenn eine reale Lösung der Gleichung zu finden ist, paßt sie meist schlecht zu dem, was sich auf anderem Weg über die Lage des Faltenschenkels ermitteln läßt. Um diesen Schwierigkeiten zu entgehen, ist es notwendig, irgend welche mehr oder weniger willkürliche Änderungen an den ursprünglichen Beobachtungen vorzunehmen. Am besten bewährt hat es sich, die überkippten Fallwinkel in zwei Winkel, $90^\circ + (\varphi - 90^\circ)$, zu zerlegen.

Die Durchführung der hier angedeuteten Rechnung ist zwar nicht schwierig, aber ziemlich zeitraubend. Da Geologen meist keine Freunde vielen Rechnens sind, habe ich mich gefragt, ob sich nicht eine Näherungsmethode finden ließe, durch die man rascher zu einem für die Anwendung in der Geologie hinlänglich genauen Ergebnis gelangt. Verschiedene Überlegungen haben mich dazu geführt, versuchsweise an die Stelle von $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \varphi \cos \alpha)$ den Ausdruck $\varphi \cos \alpha$ zu setzen. Die Richtung des allgemeinen Streichens wäre dann durch die Bedingung bestimmt:

$$\Sigma \varphi \sin \alpha = 0.$$

Senkrecht darauf wäre das allgemeine Einfallen, dessen Neigung nun gleich wäre:

$$(\Sigma \varphi \cos \alpha) : n.$$

Mit anderen Worten: Wir tragen alle gemessenen Fallwinkel φ von einem Punkt O aus auf die Mitte ihrer Richtungsklassen als Strecken auf. Dann suchen wir jene durch O gehende Gerade, für die die Summe aller Normalprojektionen der φ beiderseits von O gleich groß ist. Diese Gerade gibt uns die Richtung des allgemeinen Schichtstreichens. Noch lehrreicher ist eine dritte Formulierung: Betrachten wir die einzelnen φ als Kräfte, dann ist die gesuchte Richtung des allgemeinen Schichtabfalles die Resultierende aller dieser Kräfte, denn nur für die Resultierende gilt $\Sigma \varphi \sin \alpha = 0$. Diese Erkenntnis ermöglicht es, die gesuchte Richtung graphisch sehr einfach mittels des sog. Kräftepolygons zu finden. Vergl. Fig. 4. Ich nenne diese Zeichnung aus einem Grund, der etwas weiter unten klar werden wird, das Faltungs-Halbdiaqramm. Auch die rechnerische Ermittlung der Lage der gesuchten Ebene gestaltet sich nun sehr bequem. Nennen wir die Länge der Resultierenden

L und ihren Winkel mit der Ostrichtung ζ , ferner die Koordinaten des Endpunktes von L x und y und die Winkel der einzelnen Richtungsklassen mit der Ostrichtung β , so haben wir:

$$\begin{aligned} x &= \sum \varphi \cos \beta & \zeta &= \arctg (y : x) \\ y &= \sum \varphi \sin \beta & L &= y : \sin \zeta \end{aligned}$$

Die Rechnung wird selbstverständlich so ausgeführt, daß man zunächst alle φ einer Richtungsklasse addiert und erst diese Summen mit der entsprechenden Funktion von β multipliziert.

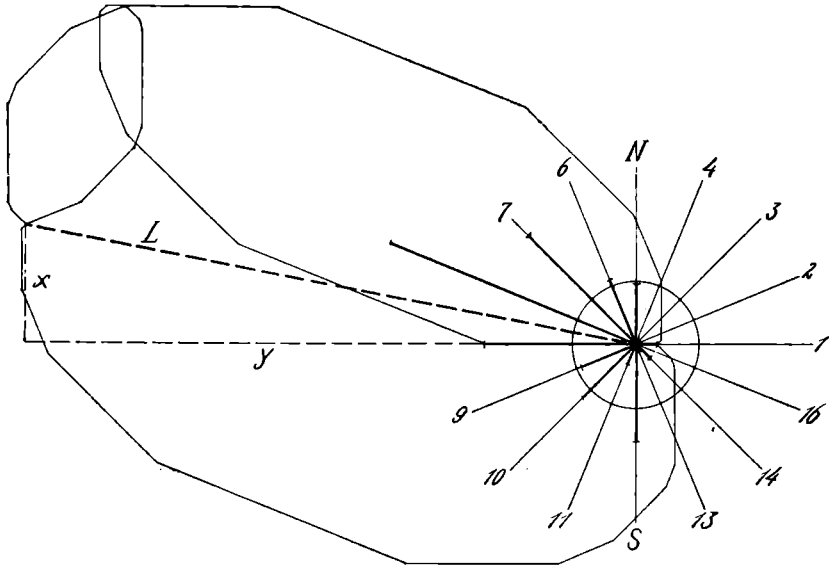


Fig. 4. Graphische Darstellung (Halbdiagramm) der Gefaltetheit des West-hanges des Finocchio, eines Berges östlich Rovereto an der Etsch. Erklärung der Buchstaben im Text. Der eingezeichnete Kreis gibt an, wie groß die Strahlen des Halbdiagrammes wären, wenn bei gleicher Gesamtwinkelsumme die Gefaltetheit in allen Richtungen gleich wäre. Die graphische Ermittlung des Endpunktes von L wurde zwecks Kontrolle des Ergebnisses dreimal ausgeführt.

Es ist vielleicht zur Vermeidung von Mißverständnissen nicht überflüssig, ausdrücklich darauf hinzuweisen, daß die in dieser Konstruktion vorkommenden Strecken mit den gebirgsbildenden Kräften direkt nichts zu tun haben, daß es sich nur um Winkelsummen handelt, mit denen aus rein rechnerischen Gründen so verfahren wird, als ob sie Kräfte wären. Wie denn überhaupt die ganze Aufgabe, die ich mir gestellt habe, keine physikalisch-erklärende, sondern eine beschreibende ist. Es ist meine Absicht, den allgemeinen Faltungszustand eines Gebietes besser, als es bisher möglich war, zu beschreiben. In wie weit dadurch auch seine Erklärung gefördert wird, mag erst die Zukunft zeigen.

In den von mir bisher untersuchten Beispielen war die Übereinstimmung zwischen den nach der genaueren Methode und den nach der Näherungsmethode gefundenen Werten für den mittleren Schichtabfall eine sehr befriedigende. Die Unterschiede lagen durchwegs weit innerhalb der Fehlergrenzen der verglichenen Zahlen. Zweifellos wäre es wünschenswert, im einzelnen festzustellen, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit die Näherungsmethode zu einem brauchbaren Ergebnis führt. Die Behandlung dieser Frage muß ich jedoch einem Mathematiker vom Fach überlassen.

Es sei noch darauf verwiesen, daß jede fallzeichenstatistische Ermittlung des allgemeinen Schichtabfalles unter Umständen auf eine Ebene führen kann, die der Bedingung der kleinsten Abstandsumme

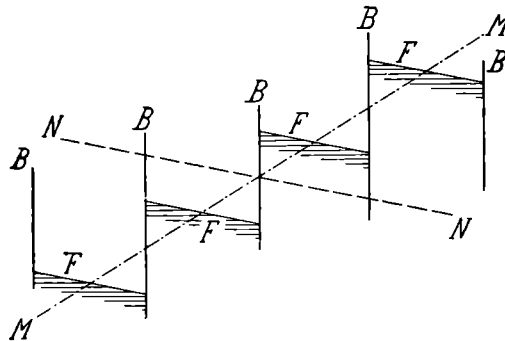


Fig. 5. Profilschema durch ein Staffelbruchgebiet, zur Veranschaulichung der verschiedenen möglichen Definitionen des Begriffes des allgemeinen Schichtabfalles. *B* = Brüche. *F* = Schichtfläche. *M*—*M* = Allgemeiner Schichtabfall nach der Methode der kleinsten Abstandsumme. *N*—*N* = Allgemeiner Schichtabfall nach der Fallwinkelmethode.

von der wirklichen Schichtfläche auch nicht annähernd entspricht. Dies wird besonders dann gelten, wenn die untersuchte Gegend von Brüchen betroffen ist. Diese müßten ja bei der Bestimmung der Abstände einer Schichtfläche von der sie ersetzenden Ebene mit berücksichtigt werden. Bei der Untersuchung des Einfalles kommen sie dagegen überhaupt nicht zur Geltung. Fig. 5 zeigt an einem schematischen Beispiel, wie groß die Wirkung dieses Faktors unter Umständen sein kann. Welche der beiden Definitionen in einem solchen Fall vorzuziehen ist, läßt sich nur aus dem Zusammenhang entscheiden, in dem die Untersuchung steht.

Bekanntlich ist es bei der variabilitätsstatistischen Untersuchung von Tieren oder Pflanzen notwendig, nicht nur die Mittelwerte für verschiedene Eigenschaften zu bestimmen, sondern außerdem eine Zahl, die angibt, wie groß die in dem Material vorhandenen Abweichungen vom Mittel sind. In der Regel benützt man die Standard-

abweichung. Analogerweise schien es wünschenswert, einen mathematischen Ausdruck dafür zu gewinnen, ob die Mehrzahl der wirklich gemessenen Fallzeichen mit dem allgemeinen Schichtabfall ungefähr übereinstimmt oder ob bedeutende Abweichungen davon häufig sind. Sehr einfach zu berechnen ist für diesen Zweck der Einheitlichkeitsfaktor e, den ich durch die Formel definiere:

$$e = 100 L : \Sigma \varphi,$$

der Einheitlichkeitsfaktor ist gleich der Länge der Resultierenden des Halbdigrammes, ausgedrückt in Prozenten der Gesamtwinkelsumme¹⁾. Je einheitlicher der untersuchte Faltenschenkel gebaut ist, desto größer wird e. Gehörten alle Fallzeichen einer einzigen Richtungsklasse an, so würde $e = 100$. Wären umgekehrt alle 16 unterschiedenen Richtungen gleich stark vertreten, so bekäme man $e = 0$. Natürlich kann man auch bei Verwendung der genaueren Art, den allgemeinen Schichtabfall zu berechnen, einen Einheitlichkeitsfaktor ableiten. Er wird dann gleich:

$$[100 \Sigma \arctg (\tg \varphi \cos \alpha)] : \Sigma \varphi.$$

Die Ermittlung der allgemeinen Schichtneigung ermöglicht die Lösung einiger geologischer Aufgaben, auf die hier nicht eingegangen werden kann, weil sie nur im Zusammenhang mit der Beschreibung einer bestimmten Gegend interessant sind. Das Halbdigramm ist aber offenbar nicht geeignet, über den Faltungszustand eines Gebietes im allgemeinen Auskunft zu geben. Sobald wir nämlich über den Bereich eines einzelnen Faltenschenkels hinausgehen, wird die Richtung des allgemeinen Schichtabfalles in der Regel von der Hauptfaltungsrichtung sehr stark abweichen. Handelt es sich beispielsweise um mehrere stehende Falten, deren Achsen sich nach einer Seite etwas senken, so wird die allgemeine Schichtneigung nach dieser Seite gerichtet sein, während die Hauptfaltungsrichtung ungefähr senkrecht darauf steht. Es kommt dies daher, daß entgegengesetzt gerichtete Einfallen einander für die Ermittlung der Resultierenden aufheben, daß sie sich wie Größen mit entgegengesetztem Vorzeichen verhalten, während sie vom geologischen Standpunkt aus der Ausdruck derselben Faltung sind. Es ist offenbar widersinnig, einen Zusammenschub in nord-südlicher Richtung als das Gegenteil eines Zusammenschubes in süd-nördlicher Richtung aufzufassen, beide sind vielmehr identisch.

Der einfachste Ausweg aus dieser Schwierigkeit ist der, daß man aus den Gefaltetheiten entgegengesetzter Richtung vor jeder weiteren Verarbeitung das Mittel bildet, oder — was nur eine Änderung des Maßstabes der Zeichnung bedeutet — einfach die Fallzeichen entgegengesetzter Richtungsklassen durchgehends in beide Klassen einträgt. Werden die so erhaltenen Winkelsummen als Strecken von einem Punkt aus aufgetragen, so entsteht wieder ein Stern mit 16 Strahlen. Ich be-

¹⁾ Vgl. meine schon zitierte Arbeit über das Steinerne Meer.

zeichne diese Figur als das Faltungsdiagramm. Sie unterscheidet sich vom Halbdigramm wesentlich dadurch, daß sie zentrisch symmetrisch gebaut ist, so daß je zwei einander gegenüber liegende Strahlen gleich lang sind. Deshalb kann man aus dem Diagramm nicht so wie aus dem Halbdigramm eine Resultierende ableiten, denn diese würde stets gleich 0. Auch $\Sigma \arctg (\tg \varphi \sin \alpha)$ nimmt für jede beliebige Richtung den Wert 0 an. Um eine Hauptrichtung im Diagramm festzulegen, muß ein etwas abgeänderter Weg beschritten werden. Bildet man für verschiedene Richtungen die Summe der gedrehten Fallwinkel ohne Rücksicht auf das Vorzeichen, $\Sigma \pm \arctg (\tg \varphi \cos \alpha)$, oder verwendet man — was wegen der Symmetrieverhältnisse auf dasselbe hinaus kommt — stets nur die acht der gewählten Richtung nächsten Richtungsklassen, so erhält man eine Zahl von wechselnder Größe. Jene Richtung, für die die Summe am größten wird, soll uns die Hauptfaltungsrichtung oder die Achse des Diagrammes angeben. Verbindet man die Enden aller möglichen, auf die jeweils gewählte Richtung graphisch aufgetragenen $\Sigma \varphi'$, so erhält man eine in sich geschlossene Kurve, die in der Regel mehrere Maxima haben wird. Das größte dieser Maxima wäre zu suchen. Diese grundsätzlich beste Lösung der Aufgabe schien mir jedoch für die praktische Anwendung in der Aufnahmsgeologie zu schwierig. Ich habe deshalb ein Näherungsverfahren eingeschlagen, das dem beim allgemeinen Schichtabfall benützten ganz analog ist. Anstatt alle Fallwinkel in eine gemeinsame Richtung zu drehen, projiziere ich die als Strecken aufgetragenen Winkelsummen der einzelnen Fallwinkelklassen auf die gewählte Richtung und bilde die Summe der Projektionen. Mit anderen Worten, ich setze je acht benachbarte, als Kräfte aufgefaßte Winkelsummen zusammen und suche die größte Gesamtkraft, die man auf diese Weise erhalten kann. Eine genauere Diskussion dieser Aufgabe ergibt folgende zwei wichtige Sätze:

Der geometrische Ort für die Enden der graphischen Darstellungen aller durch Zusammensetzung von je acht unmittelbar aneinandergrenzenden Teilkraften des Diagrammes erzeugbaren Gesamtkräfte ist eine geschlossene, in bezug auf den Mittelpunkt des Diagrammes zentrisch symmetrische Linie, die aber nicht kontinuierlich gekrümmt, sondern an 16 Stellen geknickt ist. Ich bezeichne diese Linie als die P-Kurve. Sie besteht aus 16 Kreisbögen, deren Verlängerungen einander alle im Mittelpunkt des Diagrammes schneiden.

Unter allen Gesamtkräften, die man durch Zusammensetzung aus einer bestimmten Hälfte des Diagrammes gewinnen kann, ist die mittels des Kräftepolygones erzeugte Resultierende die größte. Suchen wir also die größte Gesamtkraft überhaupt, so brauchen wir sie nur unter den acht im Diagramm möglichen verschiedenen Resultierenden zu suchen.

Diese Verhältnisse werden teilweise durch Fig. 6 veranschaulicht. Man sieht in dieser Zeichnung, daß die meisten Resultierenden inner-

halb der P-Kurve enden. Es ist klar und läßt sich auch rechnerisch zeigen, daß keine dieser Resultierenden die gesuchte Diagrammachse sein kann. Daraus läßt sich weiter ableiten, daß stets je vier ihrer Komponenten zu beiden Seiten der größten Resultierenden liegen

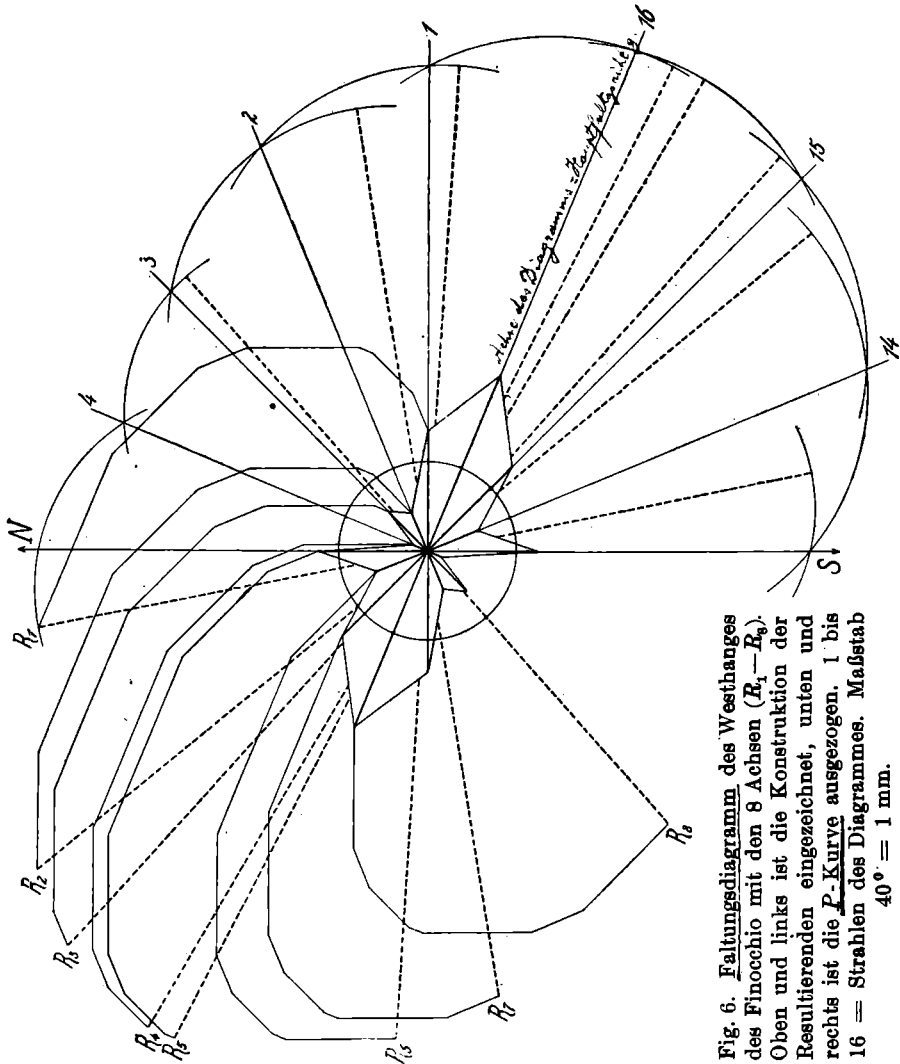


Fig. 6. Faltungsdiagramm des Westhanges des Finocchio mit den 8 Achsen ($R_1 - R_8$). Oben und links ist die Konstruktion der Resultierenden eingezeichnet, unten und rechts ist die P-Kurve ausgezogen. 1 bis 16 = Strahlen des Diagrammes. Maßstab $40^\circ = 1 \text{ mm}$.

müssen. Übrigens gibt es auch Diagramme, in denen viel mehr Resultierende bis an die P-Kurve reichen, als in unserer Fig. 6.

Die rechnerische Bestimmung der einzelnen Resultierenden geschieht nach denselben Formeln, wie im Halbdigramm. Es ist aber nicht notwendig, alle acht Resultierenden gesondert zu bestimmen. Hat man einmal eine gefunden, so lassen sich die anderen leicht

aus ihr ableiten. Dieser und andere Rechenvorteile bewirken, daß die Diagrammachse praktisch sehr rasch und leicht zu finden ist. Ich nenne ihren Winkel mit der Ostrichtung ψ und die Länge der größten Resultierenden R.

Es schien notwendig, auch für das Diagramm eine weitere Zahl abzuleiten, die — analog dem Einheitlichkeitsfaktor des Halbdigrammes — Auskunft darüber gibt, wie stark von der Hauptachse abweichende Faltungsrichtungen entwickelt sind. Sehr verschiedene Wege sind dazu möglich. Am bequemsten in der Anwendung ist der Interferenzfaktor i , so genannt, weil man bekanntlich in der Tektonik die gegenseitige Durchdringung mehrerer verschieden gerichteter Faltungen als Interferenz zu bezeichnen pflegt. Er beruht auf dem Verhältnis $(\Sigma \varphi):R$. Wir müssen uns zunächst fragen, innerhalb welcher Grenzen dieser Quotient, der als i' bezeichnet sei, schwanken kann. Ist nur eine Richtungsklasse vertreten, so ist $R = \Sigma \varphi$ und $i' = 1$. Der höchste Grad von Interferenz wäre der, wenn alle 16 Richtungsklassen gleich stark entwickelt sind. In diesem Fall wären alle Resultierenden natürlich gleich groß. Denkt man sich das Kräftepolygon konstruiert, so erscheint die Resultierende darin als Durchmesser des einem regelmäßigen Sechzehneck umgeschriebenen Kreises. (Man vergleiche Fig. 6, in der man sich bloß alle Komponenten gleich lang vorzustellen hat.) Daraus findet man $(\Sigma \varphi):R = 1,56075$. i' kann also, so lange die Zahl der Richtungsklassen 16 bleibt, nur zwischen den Grenzen 1 und 1,56075 liegen. Es schien mir wünschenswert, daß i für ganz fehlende Interferenz 0 und bei der größtmöglichen Interferenz 100 sei. Dies ist erreicht durch die Definitionsformel

$$i = \left(\frac{\Sigma \varphi}{R} - 1 \right) \frac{100}{1,56075 - 1} = 100 \cdot \frac{\Sigma \varphi - R}{R} \cdot \frac{1}{1,56075 - 1}.$$

Der Interferenzfaktor ist gleich dem Quotienten (Differenz zwischen Gesamtwinkelsumme und längster Resultierender) durch längste Resultierende, ausgedrückt in Prozenten des größten möglichen Betrages dieses Quotienten. Für die Rechnung nimmt die Formel die Gestalt an:

$$i = 178,33 \frac{\Sigma \varphi - R}{R}.$$

Von besonderer Wichtigkeit für die Anwendung der statistischen Darstellungsweise in der Aufnahmsgeologie ist die zweckmäßige Ausgestaltung der Diagrammzeichnung. Zunächst wurde in jedes Diagramm ein Kreis eingezeichnet, dessen Radius gleich $(\Sigma \varphi):8$, also gleich dem Mittel aus allen Strahlen einer Hälfte des Diagrammes ist. Diesen Kreis nenne ich den Mittelkreis. Denken wir uns seine Schnittpunkte mit den Diagrammstrahlen zu einem neuen Diagramm verbunden, so würde uns dieses eine Gegend darstellen, für die $\Sigma \varphi$ dieselbe wie in dem untersuchten Gebiet, die Interferenz aber die

größtmögliche wäre. Um nun nicht nur der Form, sondern auch der Größe der Diagrammzeichnung eine geologische Bedeutung zu geben, mache ich den Halbmesser des Mittelkreises — ausgedrückt in irgendwelchen Längeneinheiten, z. B. Millimetern — gleich dem Wert des mittleren Einfallens in Graden, $(\Sigma \varphi) : n$. Zur Erleichterung des Vergleiches zeichne ich ferner in jedes Diagramm einen zweiten Kreis, den sog. Grundkreis ein, der stets einen Radius von 45 Einheiten hat. Das Größenverhältnis der beiden Kreise gibt sofort ein Bild von der Intensität der Faltung in der untersuchten Region. Die Länge der 16 Strahlen des Diagrammes in dem neuen Maßstab muß berechnet werden, was mittels eines Rechenschiebers oder auch graphisch sehr rasch geschehen ist. Über den Grad der Interferenz gibt schon die Gesamtform des Diagrammes eine ziemlich gute Vorstellung. Um diese noch mehr auszubauen, verwende ich einen dritten Kreis, den Interferenzkreis. Er hat den Radius $R : n$. Er ist selbstverständlich immer kleiner, als der Mittelkreis. Das Verhältnis, in dem der Interferenzkreis den Halbmesser des Mittelkreises teilt, veranschaulicht den Quotienten $(\Sigma \varphi - R) : R$, der der Formel für i zugrunde liegt.

Vielleicht wäre es nützlich, noch einen vierten Kreis mit dem Halbmesser $(\Sigma \varphi) : 1,56075 n = 0,65 (\Sigma \varphi) : n$ zu zeichnen. Es wäre dies der kleinste Interferenzkreis, der bei dem gefundenen Wert des mittleren Einfallens möglich ist, mit anderen Worten, der Interferenzkreis des regelmäßig sechzehneckigen Diagrammes, dessen Strahlen der Mittelkreis abschneidet. Er gibt also die untere Grenze für die möglichen Radien von Interferenzkreisen an, so wie der Mittelkreis die obere Grenze angibt. Dadurch könnte man die relative Größe des wirklich gefundenen Interferenzkreises wohl noch besser mit dem Auge einschätzen. Ich habe diesen vierten Kreis, den man den Grenzkreis nennen könnte, bisher nicht gezeichnet, um das Diagramm nicht zu sehr zu komplizieren. Es genügt wohl auch, sich zu merken, daß der kleinste mögliche Interferenzkreis etwa einen $\frac{3}{5}$ so großen Durchmesser hat wie der Mittelkreis.

In der praktischen Ausführung setzt sich jedes Diagramm aus zwei Hauptteilen zusammen:

a) das Gerüst, das in allen Diagrammen gleich ist und dünn ausgezogen wird. Es umfaßt das Achsenkreuz und den Grundkreis. Die N—S-Richtung wird durch einen Pfeil kenntlich gemacht;

b) das eigentliche Diagramm, das stärker gezeichnet wird. Es besteht aus dem Diagrammumriß, d. h. den Verbindungslinien der Enden der Diagrammstrahlen (die selbst besser weggelassen werden), der Hauptachse, dem Mittelkreis und dem Interferenzkreis.

Das so ausgeführte Diagramm bedarf gar keiner Beschriftung. Es gestattet mit einem Blick die wesentlichsten Eigenschaften der in verschiedenen Gebieten erfolgten Faltung zu vergleichen (siehe Fig. 7).

Die wichtigsten zahlenmäßigen Angaben über den Gesamtfaltungszustand eines Gebietes wären etwa die folgenden:

1. das mittlere Einfallen ($\Sigma \varphi$): n ;
2. die Standardabweichung der Fallwinkel σ , die ganz so wie in der Biometrie berechnet wird;

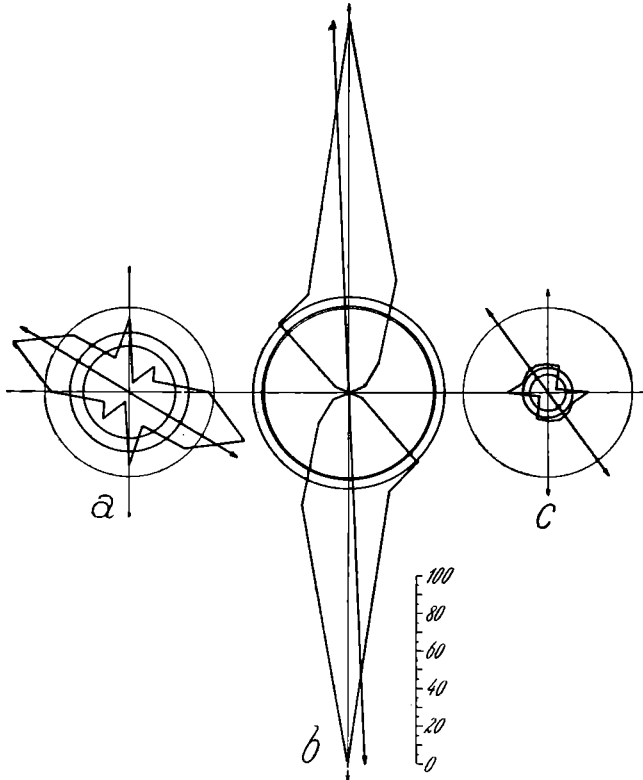


Fig. 7. Drei typische Faltungsdiagramme aus den Lessinischen Alpen (Süd-alpen). a) Westhang des Finocchio. „Judikarisch“ gerichtete Faltung von mäßiger Stärke mit einer untergeordneten „lessinische“ Komponente. b) Sieben Gemeindenflexur zwischen Passo della Vena und Val di Rolfe. Steile rein „lessinische“ Falte. c) Gebiet Col Santo—Campomolon. Sehr schwache Faltung von schwankender Richtung. Das judikarische Faltensystem streicht SSW—NNE, das lessinische E—W.

3. die Richtung der Diagrammchse ψ ;
4. der Interferenzfaktor i ;
5. die Hauptfaltungsrichtung H , d. h. die Richtung des längsten Diagrammstrahles. Sie wird am besten nur durch die Weltgegend bezeichnet;
6. die Nebenfaltungsrichtungen, d. h. alle diejenigen Diagrammstrahlen, die über den Mittelkreis vorragen.

Ich habe mich bemüht, auch Zahlenwerte für die Genauigkeit abzuleiten, mit der die charakteristischen Größen 1—4 bestimmt sind. Darauf kann in dieser gedrängten Übersicht nicht eingegangen werden, sondern ich muß auf meine ausführliche Abhandlung verweisen. Übrigens wäre gerade dieser Gegenstand einer Überarbeitung seitens eines Fachmathematikers besonders bedürftig. Es wäre zweifellos möglich, noch andere charakteristische Zahlen aufzustellen, so besonders einen Ausdruck für die Asymmetrie des Diagrammes in bezug auf die Hauptachse, der der Schiefheitsziffer einer gewöhnlichen Variabilitätskurve entspräche. Ich halte dies jedoch für verfrüht, so lange die mathematischen Grundlagen des bisher aufgeführten Gebäudes nicht genauer durchgearbeitet sind und die ganze Methode nicht an mehr Beispielen erprobt wurde.

Eine wesentliche Bedingung für die erfolgreiche Anwendung statistischer Methoden auf irgendein Gebiet der Erfahrung ist bekanntlich die sog. Unabhängigkeit der Beobachtungen. Wo diese nicht zutrifft, wo vielmehr die Häufigkeit einer bestimmten Beobachtung außer durch die Häufigkeit der ihr entsprechenden Tatsache auch durch ihre Beschaffenheit oder durch ihre Beziehung zu anderen Beobachtungen beeinflußt wird, entsteht das, was man einen systematischen Fehler der Beobachtungsreihe nennt. Auf unseren Fall angewendet heißt dies, daß die Verteilung der Messungen über das kartierte Gebiet von den Lagerungsverhältnissen unabhängig sein muß. Im allgemeinen wird dies zutreffen. Die Verteilung der Fallzeichen auf der Karte wird hauptsächlich durch die Verteilung der künstlichen Aufschlüsse, die Gangbarkeit des Geländes, die Deutlichkeit der Schichtung usw. bedingt, also durch Umstände, die von der Tektonik unabhängig sind. Man wird deshalb in erster Annäherung annehmen dürfen, daß die Häufigkeit eines bestimmten Fallzeichens in den Aufnahmsnotizen der Anzahl der überhaupt möglichen gleichartigen Messungen oder — was dasselbe ist — der Fläche, auf der dieses bestimmte Einfallen herrscht, ungefähr proportional ist. Gewisse Abweichungen von dieser Regel lassen sich jedoch schwer vermeiden. So wird kaum irgendein Geologe, wenn er auf einer größeren Strecke horizontale Schichten trifft, die Tatsache der flachen Lagerung eben so oft im Notizbuch oder in der Karte vermerken, als wenn er Schichten von wechselnder Neigung vorfindet. Stark steilgestellte Schichten sind in Gebieten mäßiger allgemeiner Faltung meist auffallend und ziehen den Beobachter an. Infolge davon werden die auf statistischem Wege gefundenen Werte für die Faltungsstärke fast immer mehr oder weniger zu groß ausfallen. Noch störender ist eine andere Unregelmäßigkeit, nämlich die Bevorzugung bestimmter geologischer Bauelemente. Der von mir untersuchte Teil der Südalpen gliedert sich recht deutlich in einzelne Kniefalten, die durch größere Gebiete flacher Lagerung voneinander getrennt sind. Da die

Flexuren tektonisch interessanter sind und oft auch bessere stratigraphische Einblicke gewähren, wurden in ihrem Bereich natürlich mehr Exkursionen gemacht und die Fallzeichen sind in ihnen viel dichter. Es muß deshalb eine Ausgleichsrechnung durchgeführt werden, die darauf beruht, daß den Beobachtungen in verschiedenen Gebietsabschnitten ein verschiedenes Gewicht gegeben wird, das der Beobachtungsdichte verkehrt proportional ist. Auch in bezug auf die Fallrichtung kommen subjektive Fehler vor. Wenn die Neigung gering und die Schichtung wenig deutlich ist, kann man die Fallrichtung nicht genau messen, sondern nur schätzen. Unter solchen Umständen muß man sich bewußt in acht nehmen, sollen nicht die

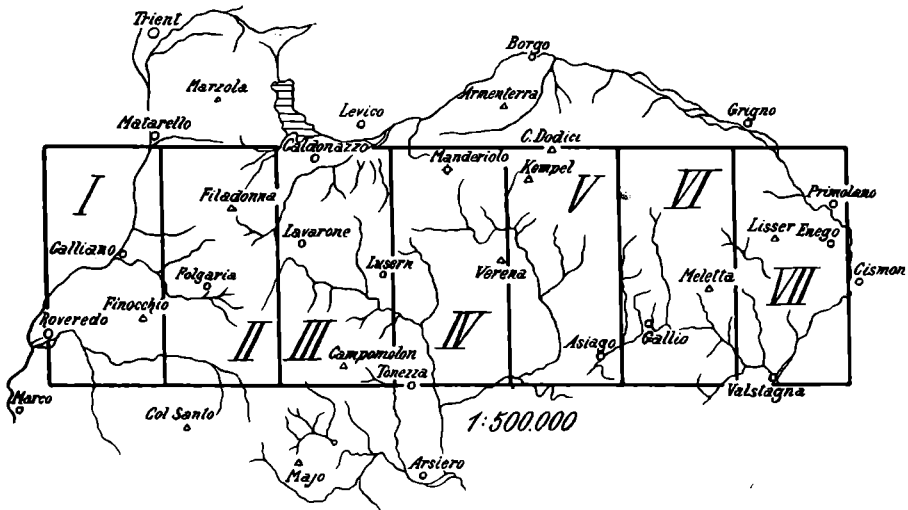


Fig. 9. Einteilung der nördlichen Lessinischen Alpen in Geländestreifen zwecks statistischer Untersuchung der Änderung der Gefaltetheit von W nach E.

Hauptweltgegenden und ersten Nebengegenden, E, NE, N usw. viel häufiger abgelesen werden als die Zwischenrichtungen ENE, NNE usw. Es können dadurch im Diagramm vorspringende Spitzen entstehen, die mit der wirklichen Tektonik nichts zu tun haben. Handelte es sich beispielsweise um eine Gegend mit allseitig gleich starker Faltung, aber sehr geringer Faltungsintensität, so würde das Diagramm statt eines regelmäßigen Sechzehneckes wahrscheinlich ein achteckiger Stern, mit Spitzen in den Richtungen E, NE, N usw. und einspringenden Winkeln in den Zwischengegenden. Dieser Fehler ist allerdings auf die weiter oben angeführten charakteristischen Zahlenwerte des Diagramms von viel geringerem Einfluß, als auf die Form des Diagrammumrisses. Übrigens zeigt sich eine ähnliche Unregelmäßigkeit auch in der Liste der Fallwinkel, unter denen die Vielfachen von 10 meist zu oft vorkommen. Wenn man bei der Berechnung der Mittel-

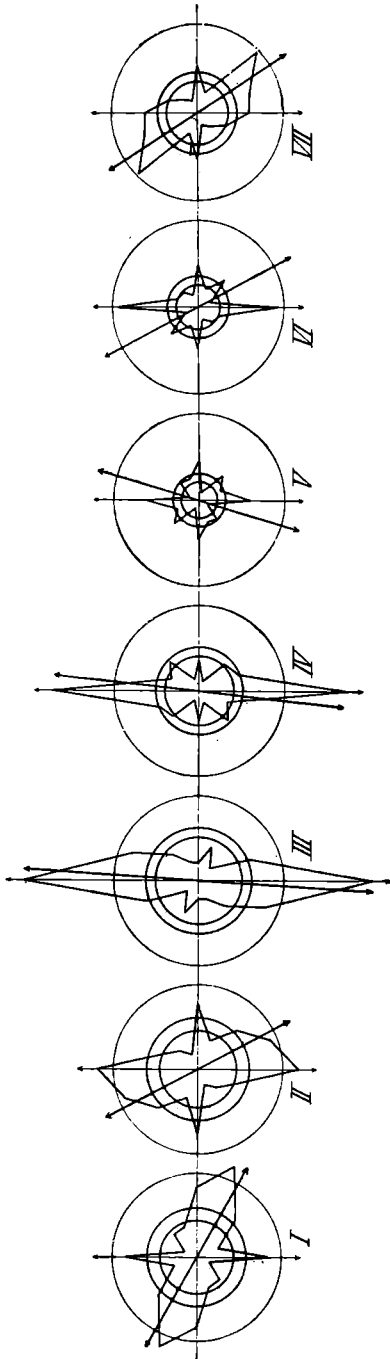


Fig. 10. Faltungsdiagramme von 7 rechteckigen, kongruenten, meridionalen, aneinanderschließenden Gelandestreifen aus dem nördlichen Teil der Lessinischen Alpen, die zusammen den Raum von der Etsch bis zur Brenta und von Tonezza bis zur Cima Dodici einnehmen (vgl. Fig. 9); zur Veranschaulichung der Änderung des Faltungszustandes von W nach E. Orientierung der Koordinaten nach magnetisch N.

werte Fallwinkelklassen anwendet, wie dies in der Kollektivmaßlehre üblich ist, muß man diesen Umstand berücksichtigen, weil die Klassenmittel dadurch verschoben werden. Durch verschiedene Proben habe ich getrachtet, mir von dem Einfluß der genannten Fehlerquellen Rechenschaft zu geben und durch entsprechende Ausgleichsrechnungen hoffe ich sie für die geologische Praxis hinlänglich ausgeschaltet zu haben. Wenn man schon während der Feldarbeit auf eine spätere statistische Behandlung der Beobachtungen Rücksicht nimmt, lassen sie sich natürlich größtenteils vermeiden.

Fig. 8 (siehe S. 138) veranschaulicht das Ergebnis der Fallzeichenstatistik in dem von mir kartierten Teil des Gebirges zwischen den Flüssen Etsch und Brenta. Das Gebiet wurde in 10 Berggruppen zerlegt, die gegeneinander durch natürliche orographische (nicht geologische) Linien abgegrenzt sind. Man sieht sofort, daß diese Berggruppen sehr verschieden stark und auch in verschiedener Richtung gefaltet sind. Im östlichen Teil haben wir zunächst ein Gebiet (Berggruppe 1 und 2 der Fig. 8), in dem

die Faltung relativ schwach und — im Zusammenhang mit besonderen, von mir näher untersuchten Erscheinungen, auf die hier nicht eingegangen werden kann — deutlich gegen SE abgelenkt

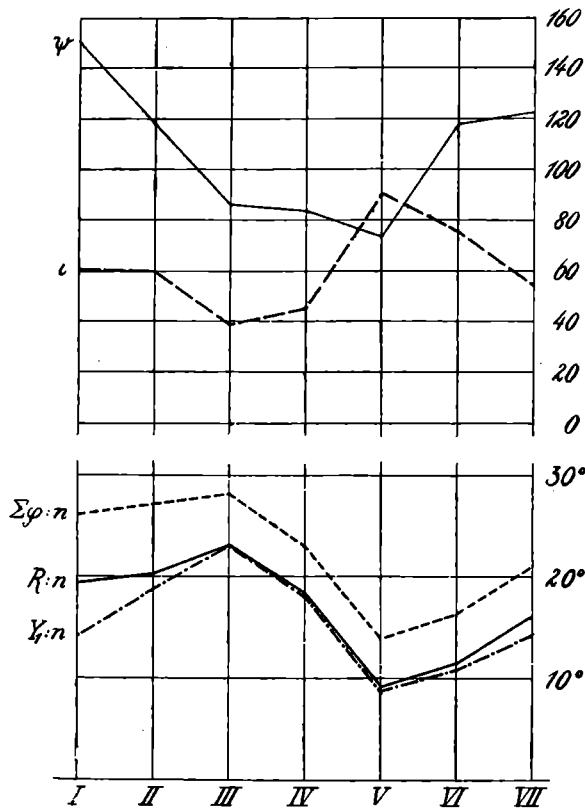


Fig. 11. Graphische Darstellung der Änderung der charakteristischen Werte des Faltungsdiagrammes in den nördlichen Lessinischen Alpen von W nach E (vgl. Fig. 10). I—VII = Geländestreifen. Die Ordinatenkala konnte wegen des sehr verschiedenen Verlaufes der Kurven nicht für alle Größen gleich gewählt werden. Der Raum von 0° bis 30° wurde in der Figur deshalb doppelt, und zwar unten im vierfachen Maßstab als wie oben aufgetragen. In der oberen Ordinatenkala bedeuten die Zahlen sowohl Grade als Einheiten von i . ψ = Winkel der Diagrammchse mit der E-Richtung. i = Interferenzfaktor. $\Sigma\varphi:n$ = Mittleres Einfallen. $R:n$ = Mittlere Länge der Projektionen der Fallwinkel auf die Diagrammchse. $Y_1:n$ = Mittlere Länge der Projektionen der Fallwinkel auf die N—S-Richtung (= Hauptfaltungsrichtung der Ostalpen).

ist. Im mittleren Teil der Skizze ist die Faltungsintensität am größten. Die Richtung schwankt um N—S, entspricht also der Hauptfaltungsrichtung der ganzen Ostalpen. Im Westen nimmt die Stärke der Faltung wieder merklich ab. Deutlich macht sich hier der Einfluß der westlich der Etsch herrschenden, sog. judikarischen

Falten bemerkbar, die NNE streichen und gegen ESE bewegt sind. In der Berggruppe 10 hat diese abweichende Faltungsrichtung entschieden das Übergewicht gewonnen.

Wenn es ausschließlich darauf ankommt, die Änderung des Faltungszustandes mit der geographischen Länge zu prüfen, empfiehlt es sich, das Gebiet nicht in natürliche Berggruppen, sondern in kongruente Geländestreifen zu teilen, wie es Fig. 9 (siehe S. 139) zeigt. Stellt man für jeden dieser Streifen das Faltungsdiagramm auf, so erhält man die Fig. 10 (siehe S. 140). Um die charakte-

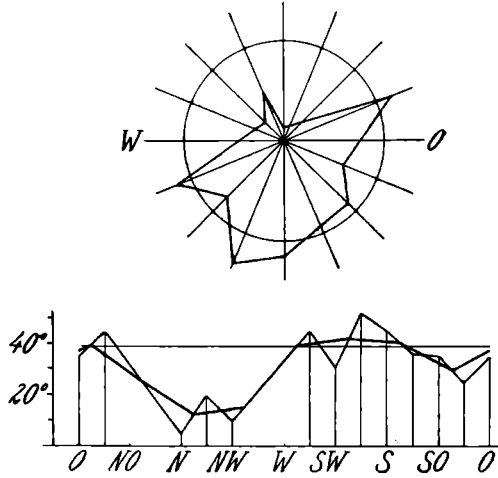


Fig. 12. Graphische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Fallrichtung und mittlerem Einfallen für den mittleren Teil der Sieben Gemeindenflexur in den Lessinischen Alpen vom Astico- bis Gadenatal, oben mit Polarkoordinaten, unten mit gewöhnlichen Koordinaten. Als Abszissen sind die Richtungen, als Ordinaten die mittleren Einfallen der Richtungsklassen aufgetragen. In der unteren Zeichnung sind die Unregelmäßigkeiten der so entstehenden Kurve durch eine zweite Linie etwas ausgeglichen. Der Kreis in der oberen und die horizontale Gerade in der unteren Figur bildet das Mittel aus allen Fallwinkeln ab.

ristischen Werte dieser Faltungsdiagramme noch eingehender zu vergleichen, dient die Fig. 11 (siehe S. 141). Aus dieser Zeichnung sieht man auch besonders deutlich — was übrigens auch von den Diagrammen Fig. 8 gilt —, daß die einzelnen charakteristischen Werte sich innerhalb des Gebietes nicht unabhängig voneinander ändern. Man erkennt beispielsweise, daß die Interferenz i mit der absoluten Faltungsstärke $\Sigma \varphi : n$ in negativer Korrelation steht. (Die Korrelation zwischen $\Sigma \varphi$, R und Y_1 ist selbstverständlich und daher bedeutungslos.)

Ein mehr selbständiges Kapitel meiner bisherigen Untersuchungen befaßt sich mit den Beziehungen zwischen Fallrichtung und Fall-

winkel. Es zeigt sich nämlich, daß das mittlere Einfallen der einzelnen Richtungsklassen sich meist in einer bestimmten Weise mit der Richtung ändert. Das Gesetz, dem diese Beziehung folgt, ist aber nicht in allen untersuchten Gebietsabschnitten dasselbe. In Gegenden geringer Faltungsstärke zeigen die von der Hauptfaltungsrichtung beträchtlich abweichenden Klassen ein steileres mittleres Einfallen, als die der Hauptrichtung genäherten. In Regionen starker Faltung gilt das Umgekehrte (Fig. 12).

Ich hoffe, meine statistischen Untersuchungen in den nächsten Jahren auch auf die Brüche der nördlichen Lessinischen Alpen ausdehnen zu können. Erst bei der Prüfung der Beziehungen zwischen Falten und Brüchen wird sich der Wert der statistischen Methode für die Tektonik meiner Meinung nach richtig beurteilen lassen.
