ZUR GELÄNDEREDUKTION IM HOCHGEBIRGE

G. Gerstbach TU Wien

Es werden zwei für die Gravimetrie sehr vorteilhafte Wege zur Geländereduktion im Hochgebirge behandelt: die "Raumwinkelformel" und die "Zweipunktmethode". Sie scheinen in der Literatur kaum auf, sind aber für manche moderne Datenquellen (GIS) bzw. zur Rechenzeitverkürzung (interaktives Arbeiten) sehr günstig. Ferner wird die Raumwinkelformel zur Abschätzung des Schwereverlaufs an symmetrischen Hängen verwendet.

1. DIE "RAUMWINKELFORMEL"

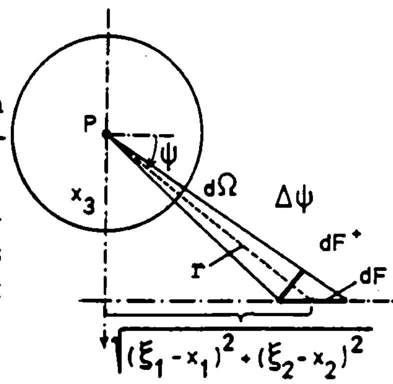

Fig. 1 (nach GUTDEUTSCH 1986)

Die Schwerewirkung einer ebenen horizontalen Flächenbelegung σ ist proportional dem Raumwinkel, unter dem sie im Aufpunkt erscheint.

Die Ableitung ist einfach und aus Fig. 1 unmittelbar ersichtlich: der Integrand des Flächenintegrals kann wegen $dF^* = dF.\sin\psi$ als Raumwinkel aufgefaßt werden,

$$\delta g = G\iint \frac{\sigma.\sin\psi}{r^2}\, dF = G\int \sigma\, d\Omega \qquad (1.1)$$

und die Schwerewirkung einer Schicht dh beträgt

$$\delta g = G\sigma\Omega\, dh. \qquad (1.2)$$

Einfache Anwendungsbeispiele sind:

a) Die Bouguerplatte (der Halbraum beträgt $\Omega = 2\pi$).

b) Kegelförmiger Berg - an Spitze ist die Einheitskugelkalotte $\Omega = 2\pi(1-\cos\varepsilon)$, also für jede Schicht Ω = const und somit das Integral über die Berghöhe H

$$\delta g = 2\pi G\sigma H(1-\cos\varepsilon) \qquad (1.3)$$

c) Prismatischer unendlicher Gebirgszug (mit dem etwa 80% der Gebirgsmassen beschreibbar sind): am Kamm ist wegen $\varepsilon = \pi - 2\alpha$ (Fig. 2), $\Omega = 2\varepsilon$,

$$\delta g = 2G\sigma H(\pi - 2\alpha) \qquad (1.4)$$

d) Abschätzung beliebiger Massen durch Mittelung ihrer Erscheinungswinkel (Punkt P -> außen).

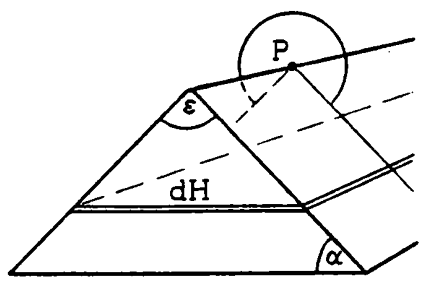

Fig. 2: Gebirgszug

2. ALLGEMEINE ANWENDUNG

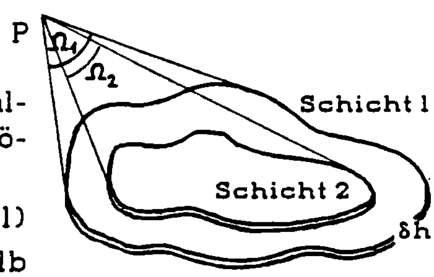

Fig. 3: Höhenschichten

Die Raumwinkelformel (1.2) gilt für Horizontalschichten *aller* Ausformungen, also auch für Höhenschichten und ihre Summe,

$$\delta g = G\sigma\,\delta h\, \Sigma\Omega_i \qquad i = 1,\ 2\ldots n. \qquad (2.1)$$

Durch "Abfahren" der Schichtenlinien innerhalb des Reduktionsradius kann also die Geländereduktion mit einem allgemeinen Algorithmus (z.B. horizontaler Winkelschritt zum nächsten Linienpunkt mal momentanem Schichtwinkel) berechnet werden. Dies hat einige Vorteile:

o Höhenschichten sind genauer als gerastertes Geländemodell (DGM).
o *Originaldaten* von Digitalisierungen sind verwendbar (Datenbanken, GIS).
o Erweiterung auf 3D-Dichtemodell (Österreich 2000?) ist möglich.
o Bei gutem Algorithmus sehr viel rascher als Quadermethode.
- *Derzeitiger* Nachteil: dieser Algorithmus ist noch zu optimieren.

3. SCHWEREWIRKUNG SYMMETRISCHER HÄNGE

Im folgenden wird gezeigt, daß die Geländereduktion an symmetrischen prismatischen Bergketten *zur Hangmitte symmetrisch* ist.

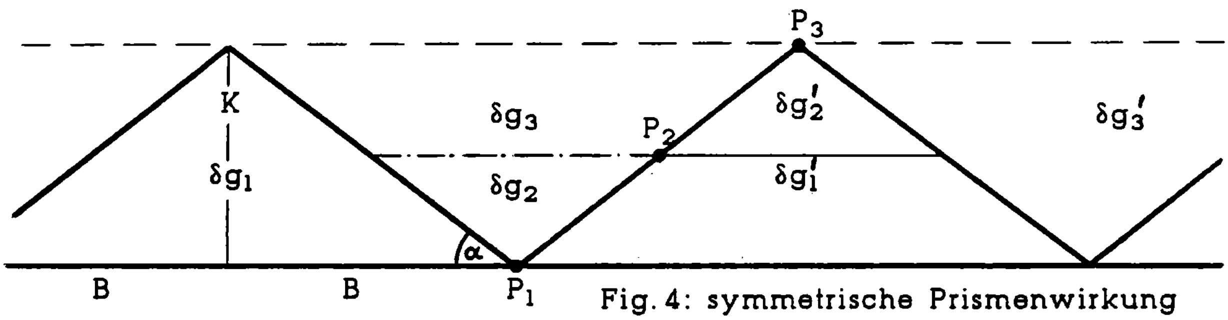

Fig. 4: symmetrische Prismenwirkung

In den Ostalpen sind 70 - 90% der topografischen Massen durch *lokale* parallele Prismen darstellbar. Ihre mittleren Maße betragen z.B. in den Tauern-Seitenketten 2B = 6 km (Talabstände), für die relativen Kammhöhen K = 1 - 2 km. Bei solchen Prismen (Fig. 4) ist die Geländereduktion wegen (1.4) und der Bouguer-Platte im Tal und am Kamm gleich,

$$\Delta g_1 = \Delta g_3 = 2\pi G\sigma K - 2G\sigma K(\pi - 2\alpha) = 4G\sigma K.\alpha \qquad (3.1)$$

und in Hangmitte wegen $\delta g_2' = \delta g_1'/2$ halb so groß. $\Delta g_2 = 2G\sigma K.\alpha$ (3.2)

wobei jeweils nur die 1-2 am Punkt anliegenden Prismen berücksichtigt sind. Die Wirkung der entfernteren Prismen beträgt etwa

$$\Delta g_i (1/3^2 + 1/5^2 + \ldots) = 0.2\,\Delta g_i, \qquad (3.3)$$

die Symmetrie von Δg zur Hangmitte bleibt also erhalten.

Für 2B = 8km (Kaprunertal, Fuschertal) ergeben verschiedene Kammhöhen:

K = 1 km	α = 14.0°	δg_1 = 94.5 mgal	top.Red. = 8 - 15 mgal
K = 2 km	26.6	157.8	33 - 66 mgal
K = 3 km	36.9	198.2	69 - 138 mgal.

Daraus ist ersichtlich, daß die Geländereduktion etwa *quadratisch* mit der Kammhöhe zunimmt.

Die Figur 5 zeigt den Verlauf der Geländereduktion entlang der Fallinie dieser 3 Musterhänge. Zu beachten sind die spitzen Maxima im Tal und am Kamm, während die Minima in Hangmitte flach sind. Unregelmäßigkeiten der Hänge wirken sich mit etwa 10 - 30% aus; der häufige Fall von Talschultern ("Testprofil", strichliert) läßt die Symmetrie annähernd bestehen.

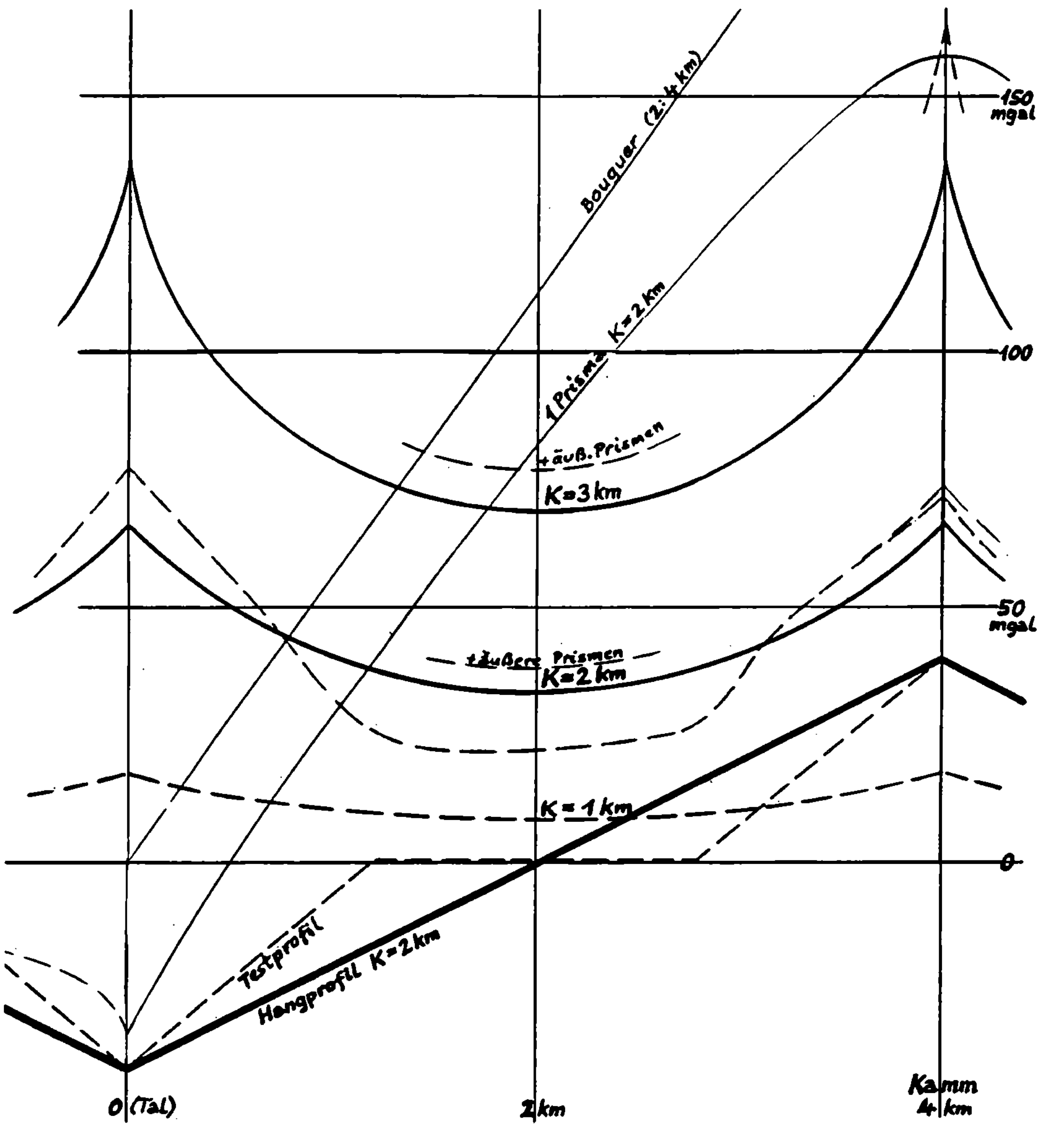

Fig. 5: Geländereduktion an symmetrischen prismatischen Hängen mit 1, 2 und 3 km Kammhöhe, sowie am Testprofil "Talschulter".

3. GELÄNDEREDUKTION MIT "ZWEIPUNKT-METHODE"

Der Verfasser verwendet seit 1984 ein Verfahren zur Beschleunigung von Lotrichtungsberechnungen, bei dem die üblichen senkrechten Quader des Geländemodells durch je zwei Massenpunkte in 15 und 85% der Quaderhöhe ersetzt werden. Besonders bei interaktiven Modellierungen des Untergrunds (Beitrag in diesem Band) ist die Verringerung der Rechenzeiten auf 10% oder weniger von Bedeutung.

Da selbes auch für die Gravimetrie interessant ist, wurde das Verfahren empirisch auf Schwereberechnungen adaptiert. Als günstigste Punktabstände ergaben sich 22% bzw. 88% der Quaderhöhen.

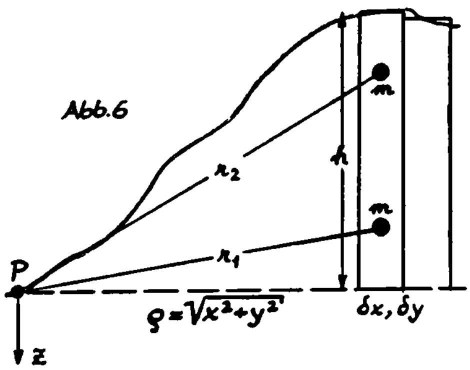

Fig. 6: Zweipunktmethode

Das Verfahren (Fig. 6) ist erstaunlich genau - schon in der Nahzone besser als 1%. In äußerster Nähe ($\rho < 2$ Rasterweiten) ist die Quaderformel zu verwenden oder jede Säule zu vierteln. Letzteres vermeidet Stufeneffekte fast ebenso wie Quader mit schräger Oberfläche.

Ein extremes Testbeispiel (Quader 2x2km, $h = 10$km, $\rho = 7$km, $\sigma = 2.67 g/cm^3$) ergab:

Quaderformel	4.43 mgal
Kreisringsektor	4.33 mgal
Zweipunktmethode	4.40 mgal
(*ein* Punkt	5.60 mgal).

Die Zweipunkt-Approximation scheint in der gravimetrischen Literatur nur teilweise - unter "Methode der äquivalenten Punkte" - auf. Sie entspricht einer numerischen Integration mit Gauß-Legendre-Quadraturformeln, welche als Punktlagen 22.5% von den Quaderflächen liefern (KOPPELT 1992).

Gegenüber der Massenlinie, die ähnliche Rechenbeschleunigung bringt, dürfte die Zweipunktmethode bei steilem Gelände kleine Genauigkeitsvorteile wegen Fehlerkompensationen besitzen. Dies wurde allerdings in der dem Kurzreferat folgenden Diskussion von Koppelt bezweifelt. Ausführlichere Testrechnungen sollen diese Frage klären.

In jedem Fall sind derartige Verfahren für die Praxis genügend genau und auch flexibel einsetzbar. Sie beschleunigen die Massenberechnungen auf mindestens das 10fache und sind eine Voraussetzung für echtes interaktives Arbeiten am PC.

LITERATUR

GERSTBACH G., 1984: Eine Schnellmethode zur Lotabweichungs-Reduktion im Gebirge. Festschr. Embacher, Geod. Inst. Mitt. Bd. 7, S. 77-97, Univ. Innsbruck.

GUTDEUTSCH R., 1986: Anwendungen der Potentialtheorie auf geophysikalische Felder. 194 S., Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

KOPPELT U., 1992: Diskrete Potentialfeldmodellierung mittels linearer Filterung im Frequenzbereich. Dissertation Univ. Leipzig, Fachbereich Physik.