
DIE MODELLIERUNG HÖHERER POTENTIALFELDABLEITUNGEN

U. Koppelt

Universität Leipzig

1 Einführung

Ziel der Interpretation gravimetrischer Daten ist die Bestimmung der räumlichen Verteilung der Dichte. Die Modellierung dieser Felder (vorwärts und invers) stellt dabei ein wichtiges Hilfsmittel dar.

Unter Vorwärtsmodellierung soll die Berechnung der Felder bei vorgegebener Quellverteilung verstanden werden. Diese Aufgabe ist stets eindeutig lösbar.

Die Inversion von Potentialfelddaten, d.h. die Bestimmung der Quellverteilung bei vorgegebener Feldverteilung, stellt im Gegensatz zur Vorwärtsmodellierung, i.allg. ein inkorrekt gestelltes Problem dar. Sie ist mehrdeutig und instabil. Die Eindeutigkeit der inversen Aufgabe kann jedoch durch die Suche nach gewissen extremalen Maßen der Dichteverteilung (ANGER, 1976) und die Einbeziehung von A-priori-Informationen in den Inversionsprozeß erzwungen werden.

Im folgenden soll untersucht werden, welche Besonderheiten eine Modellierung höherer Potentialfeldableitungen (HPA) gegenüber einer Schweremodellierung auszeichnet. Desweiteren soll geklärt werden, welchen Nutzen eine gemeinsame Interpretation der HPA mit Schweredaten haben könnte. Im zweiten Teil des Beitrages wird ein Verfahren zur Inversion von beliebigen Potentialfeldgrößen basierend auf dem natürlichen Prinzip der evolutionären Anpassung an vorgegebene (Umwelt-) Bedingungen vorgestellt.

2 Die Modellierung verschiedener Potentialfeldgrößen

2.1 Das kontinuierliche Problem

Die allgemeine Form der Spektren verschiedener Potentialfeldableitungen, bestimmt auf der Horizontalebene $z = 0$ im quellenfreien Raum, läßt sich wie folgt beschreiben (KOPPELT, 1992):

$$\mathcal{F}[\text{Feldgröße}] = 2\pi\gamma \int_0^{\infty} \Lambda(\vec{k}) \mathcal{R}(\vec{k}, \zeta) e^{-k\zeta} d\zeta, \quad \vec{k} = (k_x, k_y), \quad (1)$$

wobei $\mathcal{R}(\vec{k}, \zeta)$ die 2-D Fouriertransformation der Dichte in der Tiefe ζ

$$\mathcal{R}(\vec{k}, \zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varrho(\vec{v}, \zeta) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{v}} d^2\vec{v} \quad \text{mit} \quad \vec{v} = (x, y) \quad (2)$$

bezeichnet. Die Funktion $\Lambda(\vec{k})$ hängt nur vom Wellenzahlvektor \vec{k} ab und ist charakteristisch für jede Feldgröße (siehe Tabelle 1). Sie kann daher vor das Integral gezogen werden. Die grundlegende Verknüpfung aller Feldgrößen mit der Quellverteilung ergibt sich somit über den Ausdruck

$$\Phi(\vec{k}) = 2\pi\gamma \int_0^{\infty} \mathcal{R}(\vec{k}, \zeta) e^{-k\zeta} d\zeta \quad (3)$$

unabhängig von der speziellen Feldgröße.

Aus den Gleichungen (1) und (3) wird ersichtlich, daß die verschiedenen Potentialfeldableitungen keine unabhängigen Informationen über die Quellverteilung enthalten. Ihre speziellen Werte können mittels linearer Filterung (hier im Frequenzbereich realisiert)

$$\mathcal{F}[\text{Feldgröße}] = \Lambda(\vec{k}) \cdot \Phi(\vec{k}) \quad (4)$$

bestimmt werden. Es besteht somit kein prinzipieller Unterschied zwischen der Vorwärtsmodellierung und Inversion von Schweredaten oder HPA. Für ihre numerische Realisierung wären somit die gleichen Algorithmen anwendbar.

Gleichzeitig beschreiben die Gleichungen (1) und (3) drei grundlegende Probleme der Inversion von Potentialfelddaten:

1. Die theoretische Mehrdeutigkeit der inversen Aufgabe wird dadurch veranschaulicht, daß für $\mathcal{R}(\vec{k}_0, \zeta)$ als Funktion der Tiefe z stets nur eine Restriktion in Form des Spektralwertes der jeweiligen Feldgröße für $\vec{k} = \vec{k}_0$ zur Verfügung steht.

Feldgröße		Λ
Potential	W	k^{-1}
Schwere	$W_z = g$	1
Vertikalgradient	W_{zz}	k
2. Ableitung	$W_{zzz} = g_{zz}$	k^2
Horizontalgradienten	W_{zx}	ik_x
	W_{zy}	ik_y
Krümmungsgrößen	W_{Δ}	$(k_x^2 - k_y^2)/k$
	W_{xy}	$-k_x k_y / k$

Tabelle 1: Frequenzcharakteristik des Operators $\Lambda(\vec{k})$ für verschiedene gravimetrische Feldgrößen

2. Die Abbildung der Quellverteilung auf die Feldwerte erfolgt mittels eines Integraloperators. Dies führt zu einem Informationsverlust im Bereich hoher Frequenzen.

3. Die Inversion höherer Potentialfeldableitungen trifft zudem noch auf ein zusätzliches Stabilitätsproblem. Während die Inversion von Schwereanomalien lediglich eine implizite Feldfortsetzung nach unten beinhaltet,

$$\mathcal{F}[g] \sim \mathcal{R} e^{-k\zeta} \quad \rightarrow \quad \mathcal{R} \sim \mathcal{F}[g] e^{k\zeta}, \quad (5)$$

erfordert die Inversion höherer Potentialfeldableitungen zudem eine Filterung der Daten mit dem inversen Operator zu $\Lambda(\vec{k})$

$$\mathcal{F}[W_{ij}] \sim \mathcal{R} \Lambda e^{-k\zeta} \quad \rightarrow \quad \mathcal{R} \sim \mathcal{F}[W_{ij}] \Lambda^{-1} e^{k\zeta}. \quad (6)$$

Der Operator Λ^{-1} besitzt eine Polstelle im Koordinatenursprung, deren Behandlung einige numerische Probleme verursacht.

2.2 Das diskrete Problem

Reelle Daten stellen stets nur eine endliche Wertemenge, gemessen in diskreten Punkten, dar. Die Inversion der Daten führt auf eine nichtlineare inverse Aufgabe. Um sie numerisch realisieren zu können, wird zunächst eine Linearisierung der Operatorgleichung durch Entwicklung in eine Taylorreihe in der Umgebung einer geeignet gewählten Anfangslösung des Parametervektors \vec{p}_0

$$g_i(\vec{p}) = g_i(\vec{p}_0) + \frac{\partial g_i}{\partial \vec{p}} (\vec{p} - \vec{p}_0) + \dots \quad (7)$$

durchgeführt. Dies führt auf ein überbestimmtes Gleichungssystem der Form

$$A^{(m)} \Delta \vec{p}^{(m)} = \Delta \vec{g}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (8)$$

für die Schwere bzw.

$$B^{(m)} \Delta \vec{p}^{(m)} = \Delta \vec{W}_{ij}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \dots, \quad i, j = x, y, z \quad (9)$$

für HPA. Dabei kennzeichnen A und B die sog. Empfindlichkeitsmatrizen

$$A_{kl}^{(m)} = \left(\frac{\partial g(\vec{v}_k)}{\partial p_l} \right)_{\vec{p}^{(m-1)}}, \quad B_{kl}^{(m)} = \left(\frac{\partial W_{ij}(\vec{v}_k)}{\partial p_l} \right)_{\vec{p}^{(m-1)}}. \quad (10)$$

Der Abbruch nach dem linearen Glied erfordert ein iteratives Lösungsverfahren, in dessen Verlauf sukzessive Verbesserungen des Parametervektors $\vec{p}^{(m)} = \vec{p}^{(m-1)} + \Delta \vec{p}^{(m)}$ aus den Residuen des Datenvektors mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden.

Liegen die einzelnen Stationen relativ nahe beieinander, so können die höheren Potentialfeldableitungen hinreichend gut durch eine Linearkombination der Schwerewerte dargestellt werden

$$\vec{W}_{ij} = J \cdot \vec{g}. \quad (11)$$

Daraus folgt

$$\frac{\partial \vec{W}_{ij}}{\partial p_l} = J \cdot \frac{\partial \vec{g}}{\partial p_l} \quad \text{bzw.} \quad B = J \cdot A \quad (12)$$

und somit

$$J \cdot A \cdot \Delta \vec{p} = J \cdot \Delta \vec{g}. \quad (13)$$

Aus (13) wird ersichtlich, daß die Gleichungssysteme (8) und (9) äquivalent sind und somit auch bei diskreter Werteverteilung keine neuen Informationen durch die Hinzunahme von Meßwerten höherer Potentialfeldableitungen erzielt werden können. Eine gemeinsame Inversion ist unter diesem Gesichtspunkt von begrenztem Nutzen.

2.3 Diskussion

Die im Abschnitt 2.2 aufgezeigte Äquivalenz gilt nur näherungsweise. Somit kann durch eine Hinzunahme zusätzlicher Daten trotzdem eine geringfügig bessere Determiniertheit des Gleichungssystems erzielt werden. Diese wird, da keine unabhängige Verknüpfung der Felder mit den Quellen besteht (s. Gl. (3)), jedoch keinesfalls höher sein als bei der Hinzunahme weiterer Schweredaten.

Auf Grund des veränderten Auflösungsvermögens ist es mitunter sogar sinnvoller, an Stelle der Schwere, höhere Potentialfeldanomalien zu invertieren, insbesondere bei der Erkundung oberflächennaher Inhomogenitäten (s. VASKO, 1989).

Die unterschiedliche Abbildung der Strukturen in verschiedenen Feldgrößen erleichtert dem Geophysiker zudem die Interpretation, auch wenn diese Daten im mathematischen Sinne keine unabhängigen Informationen liefern (NEKUT, 1989).

Die in Abschnitt 2.2 dargestellte Form der Inversion zeigt allgemein eine hohe Abhängigkeit von der Wahl des Startmodells. Da der Algorithmus bestrebt ist, so schnell wie möglich das Minimum des Funktionals

$$\Psi = (\vec{g}^{obs} - \vec{g}^{comp})^T C_2 (\vec{g}^{obs} - \vec{g}^{comp}) + \lambda \Delta \vec{p}^T \Delta \vec{p} \quad (14)$$

zu erreichen, wird nur das Minimum in der Nähe des Startmodells gefunden (TARRANTOLA, 1987). Dabei bezeichnen \vec{g}^{obs} den Vektor der Beobachtungsdaten, \vec{g}^{comp} den Vektor der aus den Parametern berechneten Daten, C_2 die Kovarianzmatrix und λ den Regularisierungsparameter.

Die Konvergenz hängt direkt von der Komplexität des Funktionals über dem Parameterraum ab. Bei schlechter Wahl der Startlösung kann es im Falle einer uneingeschränkten Inversion (d.h. es werden keine weiteren Bedingungen an die Parameter geknüpft) mit Hilfe des Marquardt-Algorithmus zu einer solchen Erhöhung des Regularisierungsparameters kommen, die keine weitere Änderung der Parameter zuläßt. Der Algorithmus konvergiert nicht, "er frißt sich fest".

Einen möglichen Ausweg eröffnen Verfahren, die nur auf der Vorwärtsmodellierung beruhen. Hinlänglich bekannt sind dabei die *random-walk-methods* (Monte-Carlo-Methode, simulated annealing, threshold accepting usw.). Sie weisen jedoch eine zu geringe Effizienz auf, um sich gegen die schnelleren Verfahren auf der Basis der Vektoralgebra (z.B. Marquardt-Algorithmus, s. PRESS et al., 1992) durchzusetzen.

3 Genetische Algorithmen

3.1 Grundkonzept

Eine andere Gruppe von Verfahren, die bisher in der Geophysik kaum Verwendung fand, bilden die sog. *genetischen Algorithmen*. Im Gegensatz zu herkömmlichen Optimierungsalgorithmen, wo, ausgehend von einem Startmodell, versucht wird, das

Minimum eines problemspezifischen Fehlerfunctionals durch zielgerichtete Abwärtsbewegung auf der Hyperfläche des Funktionals zu erreichen, wird bei genetischen Algorithmen eine Exploration des in Frage kommenden Bereiches des Parameterraumes unternommen. Dazu werden verschiedene Punkte im Raum, sog. Individuen, zunächst zufällig ausgewählt.

Jedes Individuum ist gekennzeichnet durch:

1. seinen Phänotyp bzw. sein Erscheinungsbild. Dieses wird durch den Parametervektor gebildet.

2. sein Genom. Es enthält die Menge aller Gene. Jedes Gen verschlüsselt ein Merkmal, d.h. eine Komponente des Parametervektors. Eine mögliche Realisierung eines solchen Merkmals wird dabei als Allel bezeichnet. Im vorliegenden Fall wird das Genom durch ein einzelnes Chromosom realisiert, welches die binäre Kodierung des Parametervektors beinhaltet.

3. seine Fitness. Sie stellt ein quantitatives Maß für die Tauglichkeit eines Individuums hinsichtlich der Gesamtheit aller Umwelt- oder Testbedingungen dar und kann durch

$$f(\vec{p}) = ((2\pi)^N \det C_2)^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\vec{g}(\vec{p}) - \vec{g}_0)^T C_2 (\vec{g}(\vec{p}) - \vec{g}_0) \right\} \quad (15)$$

realisiert werden. Dabei beschreibt $\vec{g}(\vec{p})$ den Vektor der berechneten, \vec{g}_0 den Vektor der gemessenen Potentialfelddaten, N die Dimension des Parameterraumes und C_2 die Kovarianzmatrix.

Die Gesamtheit aller Individuen, die Population, wird nun einem Set von Umweltbedingungen ausgesetzt. Dazu gehören die gemessenen Daten (z.B. Schweredaten) und deren Relationen zum Phänotyp (Gravitationsgesetz) sowie verschiedene A-priori-Informationen. Im Rahmen eines simulierten Evolutionsprozesses soll eine bestmögliche Anpassung (wenigstens eines Individuums) an diese Bedingungen im Sinne der kleinsten Quadrate erreicht werden.

Die Population kann durch verschiedene Kenngrößen charakterisiert werden. Im vorliegenden Fall wurden die maximale Fitness in der Population

$$f_{max,k} = \max_{m_j \in G_k} \{ f(m_j) \} \quad (16)$$

und die mittlere Fitness der Population

$$\bar{f}_k = \frac{1}{K_G} \sum_{m_j \in G_k} f(m_j), \quad (17)$$

wobei m_j das j-te Individuum, $f(m_j)$ seine Fitness, G_k die k-te Generation der Population und K_G deren Größe bezeichnen, gewählt. Während \bar{f}_k die Anpassung

der gesamten Population und somit die Wirksamkeit der Umweltbedingungen und Evolutionsfaktoren auf den Anpassungsprozeß kennzeichnet, erlaubt $f_{max,k}$ festzustellen, wann wenigstens ein Individuum einen erforderlichen Schwellwert der Fitness überschritten hat.

3.2 Evolutionsfaktoren

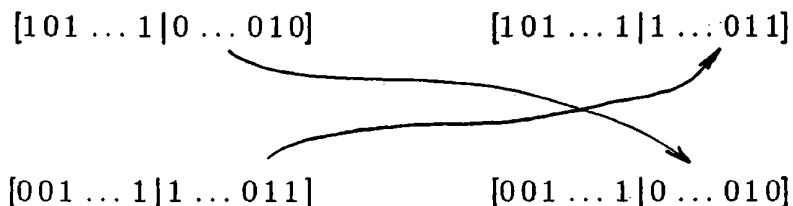
Die Simulation eines Evolutionsprozesses erfordert eine numerische Realisierung verschiedener natürlicher Evolutionsfaktoren und ihres Verhältnisses zueinander.

Laut STRICKBERGER (1988) werden folgende Evolutionafaktoren unterschieden.

a) die Mutation führt zu einer zufälligen und richtungslosen Änderung der Erbanlagen. Dabei wird in der numerischen Realisierung ein einzelnes Bit invertiert.

$$[10\bar{1}1 \dots 010] \implies [10\bar{0}1 \dots 010]$$

b) Die Rekombination beschleunigt die Evolutionsvorgänge, weil sie in verschiedenen Chromosomenabschnitten entstandene Mutantenallele vereinigt. Dies geschieht hier durch Aufschneiden der Chromosomen zweier Individuen an einer zufällig gewählten Stelle und die Neuverkettung des Chromosomenanfangs eines Individuums mit dem Chromosomenrest des zweiten.



c) Die Selektion stellt eine nichtdeterministische Auswahl der Individuen zur Fortpflanzung dar. Dabei besitzen Individuen, die eine bessere Anpassung aufweisen eine größere Wahrscheinlichkeit, sich fortzupflanzen. Als Maß für diese Wahrscheinlichkeit dient das Verhältnis der Fitness des einzelnen Individuums zur Summenfitness.

Genotyp	Phänotyp	$f(m_j)$	$f_j / \sum_i f_i$
[011 ... 10]	[13 ... 2]	0.16	0.0925
[111 ... 00]	[32 ... 0]	0.80	0.4624
[101 ... 01]	[23 ... 1]	0.56	0.3237
[110 ... 01]	[31 ... 1]	0.21	0.1214

d) Die genetische Drift beschreibt eine zufällige Änderung der Häufigkeit von Erbfaktoren. Sie kann zu einer Verarmung des Genpools (Menge aller verschiedenen Merkmale in der Population) und somit, besonders bei kleinen Populationen, zu einem Hinwegsetzen über die Selektionswirkung führen.

e) Die (geographische) Isolation bildet die Voraussetzung für die Entstehung neuer Arten. Sie wurde in der simulierten Evolution nicht berücksichtigt.

Die Art der Selektion, die Rekombinationswahrscheinlichkeit (RW), die Mutationswahrscheinlichkeit (MW) und die Anzahl der Individuen in der Population stellen algorithmenspezifische Parameter dar. Im vorliegenden Fall wurden $RW = 0.6$ und $MW = 0.03$ gewählt. Es läßt sich zeigen, daß der genetische Algorithmus bei großen Werten für MW in den Monte-Carlo-Algorithmus übergeht und damit an Effizienz verliert (GOLDBERG, 1989).

3.3 Anwendung auf Potentialfelder

Zum Test des genetischen Algorithmus' wurde die Lage der Unterkante einer Schichtgrenze mit bekanntem Dichtekontrast aus den auf der Oberfläche vorgegebenen Werten des Vertikalgradienten bestimmt. Diese Aufgabe wird für Schweredaten häufig mittels der Inversion der von PARKER (1972) hergeleiteten Formel gelöst (s. OLDENBURG, 1974; GRANSENER, 1987).

Im vorliegenden Fall wurde die Schicht analog dem Verfahren von CORDELL & HENDERSON (1968) durch eine Menge stehender Prismen approximiert (s. Abb. 1). Die zu bestimmenden Unterkantentiefen der Prismen wurden als ganzzahliges Vielfaches einer vorgegebenen Schrittweite angenommen. Dies erlaubt die Überführung des stetigen Inversionsproblems auf ein diskretes und die Angabe der Genauigkeit a-priori.

Die Menge aller Daten für ein Modell wurde binär kodiert und in einem Chromosomen-String abgelegt. Der genetische Algorithmus arbeitet mit diesem String. Der Phänotyp, also der Parametervektor in Dezimaldarstellung, wird nur zur Berechnung der direkten Aufgabe benutzt.

Die Auswertung der Kurven für die Kenngrößen \bar{f}_k und $f_{max,k}$ führte zu einem interessanten Ergebnis. Bei kleinen Populationen erreicht selbst nach vielen Generationen fast nie ein Individuum die maximal mögliche Fitness, während bei größeren Populationen früher oder später fast immer die maximale Fitness erreicht wird. Desweiteren liegt auch die mittlere Fitness bei kleinen Populationen deutlich unter der größerer Populationen in der gleichen Generation (s. Abb. 2). D.h., kleinere

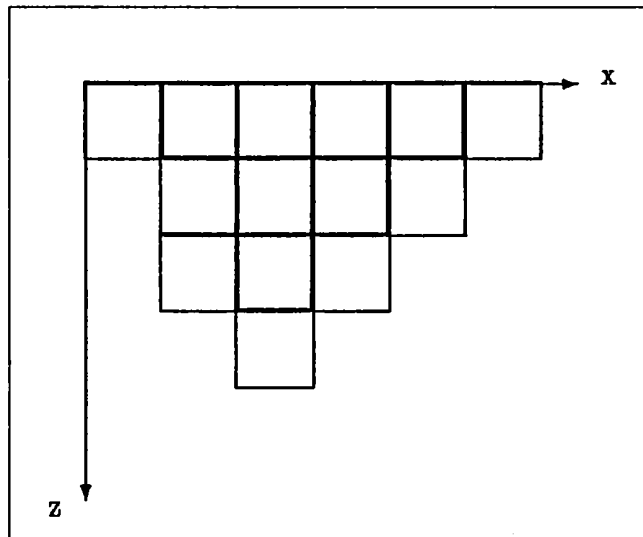


Abbildung 1: Vertikalschnitt durch das verwendete Modell einer Schicht mit un-
dulierender Unterkante. Die Unterkantentiefen können dabei nur diskrete Werte
annehmen.

Populationen widersetzen sich der Selektion.

Analoge Ergebnisse erhielten DOBZHANSKY & PAVLOVSKY (1957), als sie die Häufigkeit eines Merkmals bei Fruchtfliegen untersuchten. Durch den Evolutionsprozeß hätte dieses Merkmal systematisch abgebaut werden müssen. Bei kleinen Populationen kam es jedoch nach anfänglicher Abnahme teilweise wieder zu einem Anstieg der Häufigkeit des Merkmal (s. Abb. 3). Auch hier zeigt sich ein Hinwegsetzen der Evolution der kleineren Populationen über den Selektionsprozeß. Dies führt zu einer deutlich schlechteren mittleren Fitness der kleineren Populationen.

Dieses Phänomen wurde auf die Wirkung der genetischen Drift zurückgeführt. Die Gleichheit der Ergebnisse bei solch verschiedenen Prozessen wie der Entwicklung von Fliegen und der Evolution von Dichtemodellen läßt folgende Schlüsse zu:

1) Der gewählte Algorithmus zur Simulation von Evolutionsprozessen stellt eine gute Näherung des natürlichen Evolutionsprozesses dar.

2) Die genetische Drift ist kein biologisches Phänomen, sondern ein informationstheoretisches. Um sie zu umgehen und den Evolutionsprozeß hin zu einer optimalen Anpassung an die gestellten Bedingungen zu beschleunigen, sollte eine Population möglichst viele Individuen enthalten. Mit zunehmender Individuenzahl steigt aber der numerische Aufwand pro Generation. Da beide Abhängigkeiten im statistischen Mittel streng monoton sind, wird die mittlere Konvergenzzeit als Funktion der In-

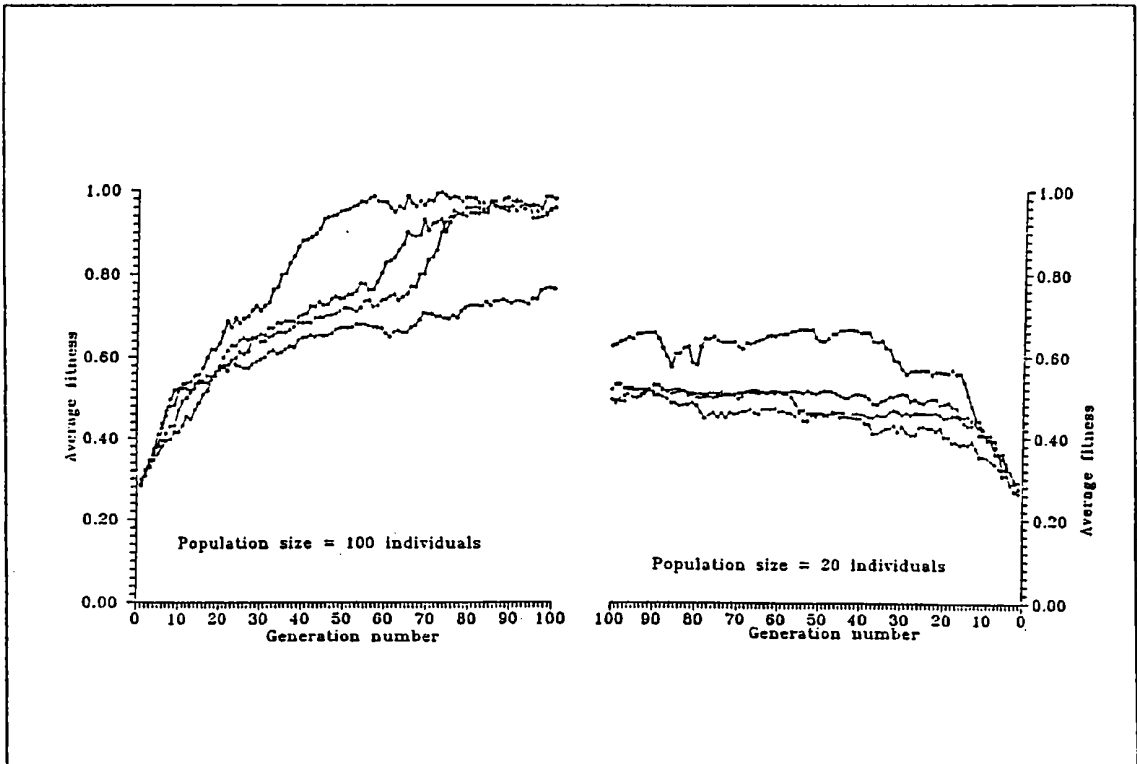


Abbildung 2: Mittlere Fitness mehrerer Populationen von Dichtemodellen; links: Start mit $K_G = 100$, rechts: Start mit $K_G = 20$.

dividuenzahl genau ein Minimum aufweisen. Die Lage dieses Minimums wird von der Chromosomenlänge abhängen.

3.4 Folgerungen

Die vorgestellte Methode eignet sich gut zur Inversion verschiedener Potentialfeld-daten. Sie ermöglicht eine leichte Einbeziehung von Zusatzinformationen (soft and hard bounds). Da lediglich eine Vorwärtsmodellierung erforderlich ist, treten auch keine Stabilitätsprobleme auf. Sie arbeitet schneller und zuverlässiger als die Monte-Carlo-Methode und ist zudem auch auf Probleme anwendbar, die sich zwar durch wohl definierte Abbildungsvorschriften, nicht jedoch durch analytische Formeln beschreiben lassen. Der Algorithmus ist parallelisierbar und somit für die Arbeit auf Vektorrechnern geeignet. Unübertroffen ist er bei der gleichzeitigen Suche nach mehreren disjunkten Maxima der Fitness im untersuchten Bereich des Parameter-raumes.

Der Algorithmus erfordert jedoch eine höhere Rechenkapazität (Speicher, Zeit) als herkömmliche Verfahren. Aus diesem Grund werden schnelle Algorithmen zur

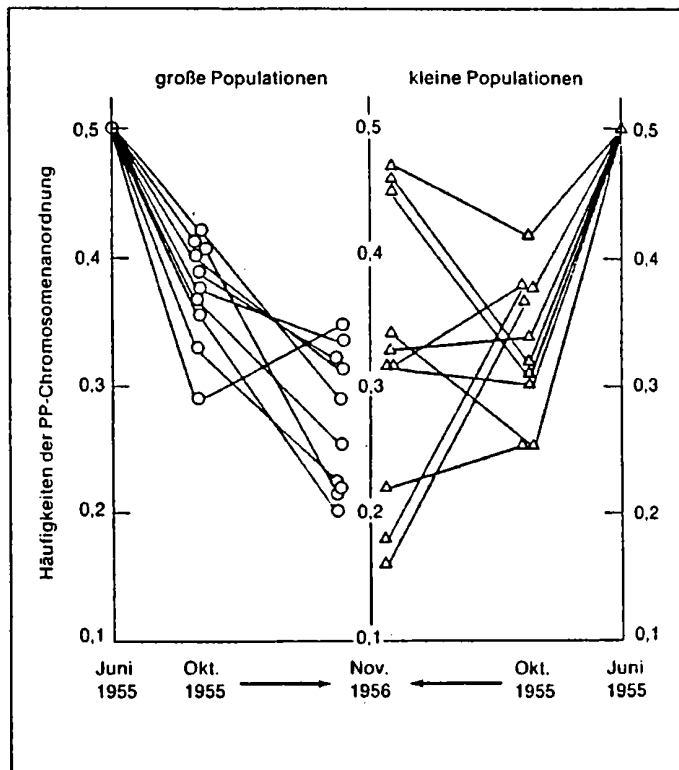


Abbildung 3: Häufigkeit der PP-Anordnung in Konkurrenz zur AR-Anordnung in *Drosophila obscura*-Populationskäfigen; links: Start mit großen Populationszahlen, rechts: Start mit kleinen Populationszahlen (nach DOBZHANSKY & PAVLOVSKY, 1957). Die mittlere Fitness einer Population verhält sich indirekt proportional der Häufigkeit. Damit ergibt sich das gleiche Verhalten, wie bei den untersuchten Populationen von Dichtemodellen.

Vorwärtsmodellierung benötigt. Spezielle Untersuchungen zur Minimierung des numerischen Aufwands bei gleichzeitiger Minimierung des Einflusses der genetischen Drift sind noch erforderlich.

Literatur

- [1] ANGER G., 1976: Die Rolle der modernen Potentialtheorie in der Theorie der inversen Aufgabenstellung. *Gerlands Beiträge zur Geophysik* 85, 1-20.
- [2] CORDELL L. & HENDERSON R.G., 1968: Iterative three dimensional solution of gravity anomaly data using digital computer. *Geophysics* 33, 506-601.

- [3] DOBZHANSKY TH. & PAVLOVSKY O., 1957: An experimental study of interaction between genetic drift and natural selection. *Evolution* 11, 311-319.
- [4] GOLDBERG D.E., 1989: Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. *Addison-Wesley Publishing Company*.
- [5] GRANSER H., 1987: Nonlinear inversion of gravity data using the Schmidt-Lichtenstein approach. *Geophysics* 52, 88-93.
- [6] KOPPELT U., 1992: Diskrete Potentialfeldmodellierung mittels Linearer Filterung im Frequenzbereich. *unveröffentl. Dissertation, Universität Leipzig*.
- [7] NEKUT A.G., 1989: Borehole gravity gradiometry. *Geophysics* 54, 225-234.
- [8] OLDENBURG D.W., 1974: The inversion and interpretation of gravity anomalies. *Geophysics* 39, 526-536.
- [9] PARKER R.L., 1972: The rapid calculation of potential anomalies. *Geophys. J. R. astr. Soc.* 31, 447-455.
- [10] PRESS W.H., TEUTOLSKY S.A., VETTERLING W.T. & FLANNERY B.P., 1992: Numerical recipes in FORTRAN. *Cambridge University Press, 2nd Edition*.
- [11] STRICKBERGER M.W., 1988: Genetik. *Carl Hanser Verlag München Wien*.
- [12] TARANTOLA A., 1987: Inverse problem theory. *Elsevier*.
- [13] VASCO D.W., 1989: Resolution and variance operators of gravity and gravity gradiometry. *Geophysics* 54, 889-899.