
Modellierung von Koordinaten- und Schwereänderungen im AGEDEN-Projekt

H. Lichtenegger

TU Graz

1. Einleitung

Die europäischen Beiträge zum globalen Krustendynamikprojekt der NASA werden im Rahmen von WEGENER (Working group of European Geoscientists for the Establishment of Networks for Earthquake Research) koordiniert. Das Hauptaugenmerk der Studien richtet sich dabei auf den Mittelmeerraum, welcher bekanntlich das Kollisionsgebiet der Afrikanischen und Arabischen Lithosphärenplatte mit der Eurasischen Platte darstellt. In einer ersten Stufe wurde das Testgebiet mit einem Netz von festen und mobilen Stationen überzogen, in denen Laserbeobachtungen zu Satelliten durchgeführt werden und damit die Feststellung von Krustenbewegungen mit hoher Genauigkeit ermöglichen. Die Beobachtungen im großräumigen Lasernetz sollen durch Untersuchungen an geodynamisch interessanten Zonen im regionalen Bereich ergänzt werden. Als Beispiele für solche Gebiete seien Sizilien oder die Ägäis genannt.

Als österreichische Beiträge zum WEGENER-Projekt können die Beobachtungen des Institutes für Weltraumforschung (Observatorium Graz-Lustbühel) im europäischen Lasernetz und kleinräumige Untersuchungen an ausgewählten Störungslinien Österreichs unter Verwendung operativer Methoden der Satellitengeodäsie angesehen werden. Über letztere wird nachstehend berichtet. Dabei erfolgt zuerst eine generelle Darstellung des diesbezüglichen Projektes AGEDEN und auch die Beschreibung dreier ausgewählter Testgebiete. Dann werden Deformationsmodelle vorgestellt, welche als Eingangsparameter Koordinaten- und Schwereänderungen benutzen. Diese erlauben auch eine Kontrolle oder Verbesserung solcher Modelle, die auf rein physikalischen Annahmen, etwa über wirkende Kräfte oder rheologische Parameter basieren. In den abschließenden Bemerkungen sind noch Hinweise für in Zukunft wünschenswerte oder notwendige Ergänzungsmessungen enthalten.

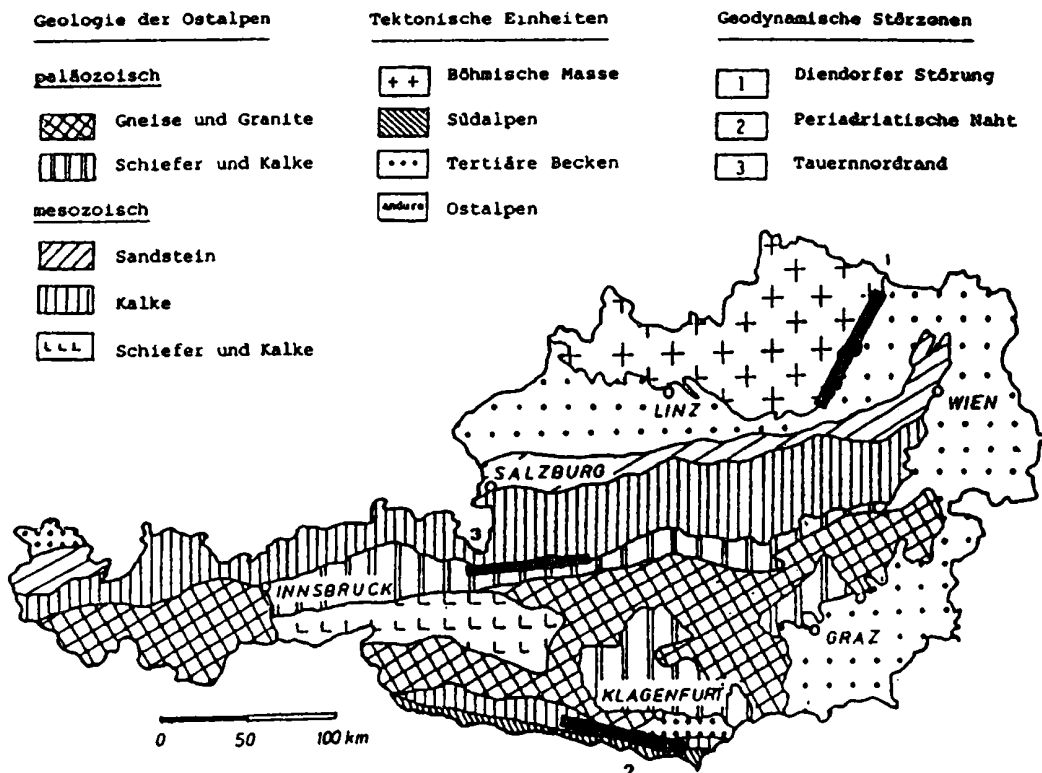
2. AGE DEN-Projekt

2.1. Projektziel

Die Zielsetzung von AGE DEN, ein Akronym für Austrian Geodynamic Deensification Network, liegt in der Schaffung regionaler Netze entlang von geodynamischen Störungszonen in Österreich. Diese Netze sollen wiederholt mit Hilfe des Globalen Positionierungssystems (GPS) ausgemessen werden. Um bei den Wiederholungsmessungen einen eindeutigen Bezug ("Datum") zu gewährleisten, sind die Netze auch in das bereits vorliegende GPS-Grundnetz von Österreich einzubinden.

2.2. Geodynamische Testgebiete

Da die Entwicklung der Ostalpen noch nicht abgeschlossen ist, laufen dort nach wie vor dynamische Vorgänge ab, welche sich an der Oberfläche entlang von Störungslinien abzeichnen. Von diesen wurden nach eingehender Beratung durch führende Geologen und Geophysiker drei als Testgebiete für geodynamische Studien ausgewählt. Es sind dies die Diendorfer Störung nordöstlich von Krems, die Periadriatische Naht im Bereich von Klagenfurt bis Villach, sowie der Tauernnordrand zwischen Schladming und Zell am See.

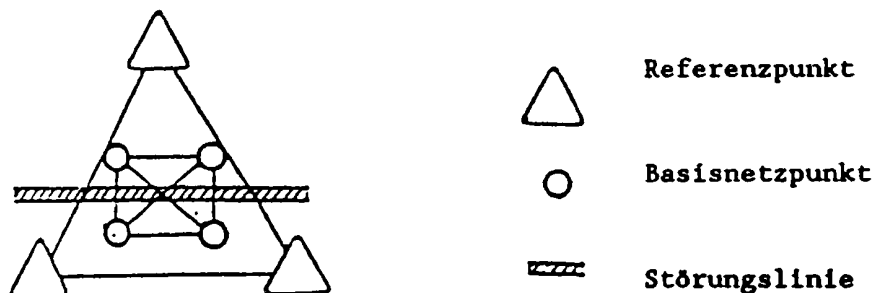


Figur 1: Geologische und tektonische Skizze Österreichs

Eine ausführliche Erläuterung der geologischen und tektonischen Situation, welche zur Wahl obiger Testgebiete führte, ist in Lichtenegger et al. (1989) zu finden. An dieser Stelle sei nur noch erwähnt, daß entlang der genannten Störzonen bereits in der Vergangenheit umfangreiche geodätische Beobachtungen in Form wiederholter Präzisionsnivelllements oder wiederholter Ausmessung klassischer Netze durchgeführt wurden. Aus den bisher vorliegenden Ergebnissen sind Bewegungsraten in Lage und Höhe in der Größenordnung von Millimetern pro Jahr zu erwarten.

2.3. Geodätische Meßkampagne

Zur Erfassung der dynamischen Vorgänge wurden entlang der Störungslinien viereckige Basisnetze mit Seitenlängen um 50 km angelegt. Um diese Netze auch in das übergeordnete Referenzsystem einbinden zu können, waren außerhalb der Testgebiete jeweils drei weitere Punkte vorzusehen, so daß die Netzfigur schließlich die in Fig. 2 schematisch dargestellte Form erhielt.



Figur 2: Geodätische Netzfigur für geodynamische Studien

Die wiederholte Ausmessung der Netzfigur mittels GPS ermöglicht eine dreidimensionale Bestimmung der Bewegungen und weiters auch die voraussetzungslose Berechnung der Elemente einer homogenen Deformationsmatrix, vgl. Abschnitt 3.2.

Aus wirtschaftlichen Überlegungen kamen als Netzpunkte nur solche aus dem Festpunktfeld der Landesvermessung in Betracht. Bei der Punktauswahl im Gelände wurde vor allem darauf geachtet, daß lokale Bewegungen zufolge exogener Kräfte (Rutschungen, Erosionen, Frostbewegung) vermieden wurden. Außerdem kontrollierte das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (BEV) vor Beginn der Kampagne die ober- und unterirdischen Punktvermarkungen. Auf eine ausführliche Dokumentation der ausgewählten Punkte wird hier verzichtet und auf Lichtenegger et al. (1989) verwiesen.

Die Nullmessung von AGEDEEN wurde im Herbst 1987 mit insgesamt acht GPS-Empfängern des Typs TI 4100 durchgeführt, wobei an je einem Tag während etwa vier Stunden die Basisnetze entlang der drei Störungzonen samt ihren Referenzstationen ausgemessen wurden. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß an vier weiteren Tagen auch Punktbestimmungen im Interesse des BEV erfolgten.

3. Modelle

3.1. Geometrische Eingangsparameter

Als Ergebnis der GPS-Auswertung liegen für Beobachtungspunkte dreidimensionale Koordinaten $\underline{X} = (X, Y, Z)^T$ in einem globalen, geozentrischen Koordinatensystem vor. Durch Wiederholungsmessungen werden Koordinatenänderungen $d\underline{X}$ bestimmt, welche nach orthogonaler Transformation in ein lokales System mit $d\underline{x}$ bezeichnet seien. Mit den ellipsoidischen Koordinaten (φ, λ, h) gilt hierfür in sphärischer Näherung

$$d\underline{X} = \underline{R} \cdot d\underline{x} \quad (1.1)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cdot \cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\varphi \cdot \cos\lambda \\ -\sin\varphi \cdot \sin\lambda & \cos\lambda & \cos\varphi \cdot \sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

$$d\underline{x} = (a \cdot d\varphi, a \cdot \cos\varphi \cdot d\lambda, dh)^T = (dx, dy, dh)^T$$

wobei a der mittlere Erdradius ist und zur Berechnung von \underline{R} für ein Gebiet repräsentative Werte für die ellipsoidische Breite und Länge eingesetzt werden können. Die Komponenten von $d\underline{x}$ können auch als Änderungen von ebenen, etwa Gauß-Krüger-Koordinaten (dx, dy) und der ellipsoidischen Höhe (dh) gedeutet werden. Sie können wegen der Orthogonalität der Matrix \underline{R} aus den vorgegebenen $d\underline{X}$ sehr einfach berechnet werden:

$$d\underline{x} = \underline{R}^T \cdot d\underline{X} \quad (1.2)$$

Der Vollständigkeit halber soll noch erwähnt werden, daß ausgehend von den aus der Ausgleichung folgenden Kovarianzen für die GPS-Koordinaten \underline{X} über die Kovarianzfortpflanzung auch solche für $d\underline{x}$ folgen, welche unter anderem auch eine Signifikanzprüfung der lokalen Koordinatenänderungen (dx, dy, dh) erlauben.

3.2. Modell für Lageänderung

Als geometrisches Modell zur Beschreibung von Deformationen im Zusammenhang mit regionaler oder lokaler Geodynamik bietet sich das Verfahren der Deformations- und Strainanalyse an, wobei die aus den Beobachtungen abgeleiteten Koordinatenänderungen $d\underline{x}$ an den Netzpunkten durch ein Verzerrungsmodell beschrieben werden.

Für einen beliebig wählbaren Referenzpunkt \underline{x} im Netz werden die Koordinatenänderungen $d\underline{x}$ ident einem ortsabhängigen Verschiebungsvektor $\underline{u}(\underline{x})$ gesetzt. Für einen benachbarten Punkt $\underline{x}' = \underline{x} + \Delta\underline{x}$ sei die zugehörige Koordinatenänderung mit $d\underline{x}'$ bezeichnet. Diese kann in eine Taylorreihe entwickelt werden und für die relative Koordinatenänderung $\Delta(d\underline{x})$ folgt schließlich, vgl. Lichtenegger und Sünkel (1989):

$$\Delta(d\underline{x}) = d\underline{x}' - d\underline{x} = \frac{\partial \underline{u}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \cdot \Delta\underline{x} = \underline{u}_{\underline{x}} \cdot \Delta\underline{x} \quad (2)$$

Die Gl. (2) ist allgemein für den dreidimensionalen Raum gültig und beinhaltet nur die Einschränkung, daß die Verschiebungsgradienten als Elemente der Jacobi-Matrix $\underline{u}_{\underline{x}}$ im betrachteten Gebiet ortsunabhängig sind. Im homogenen Fall bleibt nämlich in der Taylorreihenentwicklung nur das lineare Glied bestehen.

Die Bestimmungsgleichung (2) ist im allgemeinen für die vertikalen Gradienten von \underline{u} wesentlich schlechter konditioniert, daher wird in der praktischen Anwendung die Deformationsanalyse getrennt nach Lage und Höhe durchgeführt. Für den zweidimensionalen Fall ergibt die Aufspaltung der Deformationsmatrix $\underline{u}_{\underline{x}}$ in einen symmetrischen (Tensor) und schiefsymmetrischen (Axiator) Anteil folgendes System:

$$\underline{u}_{\underline{x}} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{u}_{\underline{x}} + \underline{u}_{\underline{x}}^T) + \frac{1}{2} \cdot (\underline{u}_{\underline{x}} - \underline{u}_{\underline{x}}^T) = \underline{U} + \underline{A} \quad (3)$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{12} & u_{22} \end{bmatrix} ; \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ -a_{12} & 0 \end{bmatrix}$$

Die Matrix \underline{U} wird Verzerrungs- oder Straintensor genannt. Die Diagonalglieder bedeuten Dehnungen oder Stauchungen, durch $u_{1,2}$

wird die Scherung beschrieben. Das Element a_{12} des Axiators kann geometrisch als eine differentielle Drehung interpretiert werden, welche jedoch als Parameter einer Starrkörperbewegung die relative Lageänderung nicht beeinflusst. Werden die unbekannt Parameter im Vektor \underline{p} zusammengefaßt, dann kann Gl.(2) auch in der Form

$$\Delta(\underline{dx}) = \underline{dx}' - \underline{dx} = \underline{H} \cdot \underline{p} \quad (4)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y & 0 & \Delta y \\ 0 & \Delta x & \Delta y & -\Delta x \end{bmatrix}$$

$$\underline{p} = (u_{11}, u_{12}, u_{22}, a_{12})^T$$

geschrieben werden. Darin bedeutet $\Delta(\underline{dx})$ die meßbare relative Lageänderung eines Netzpunktes bezogen auf den Referenzpunkt, durch $\underline{\Delta x} = (\Delta x, \Delta y)$ wird der bekannte Vektor zwischen den beiden Punkten beschrieben. Das System (4) ergibt bei n Beobachtungspunkten $2 \cdot (n-1)$ lineare Bestimmungsgleichungen für die vier unbekannt Elemente von \underline{p} . Diese lassen sich daher bei aus drei Punkten bestehenden Netzen direkt, bei mehr Punkten hingegen durch eine Ausgleichung bestimmen. In beiden Fällen werden die Koordinatenänderungen $\Delta(\underline{dx})$ als Pseudo-Beobachtungen eingeführt.

Nach einer orthogonalen Transformation folgt die Diagonalform \underline{U}^* des Verzerrungstensors:

$$\underline{U}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & 0 \\ 0 & u_{22}^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

Die Elemente u_{11}^* ergeben sich aus den Beziehungen

$$\begin{aligned} u_{11}^* &= \frac{1}{2} \cdot (u_{11} + u_{22}) + \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (u_{11} - u_{22})\right]^2 + u_{12}^2} \\ u_{22}^* &= \frac{1}{2} \cdot (u_{11} + u_{22}) - \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (u_{11} - u_{22})\right]^2 + u_{12}^2} \end{aligned} \quad (6.1)$$

und stellen die Achslänge der Verzerrungsellipse dar. Die zugehörigen Achsrichtungen sind durch den Winkel β

$$\tan(2\beta) = \frac{2 \cdot u_{12}}{(u_{11} - u_{22})} \quad (6.2)$$

definiert. Hingewiesen wird noch, daß in Gl. (6.1) der jeweils zweite Term der rechten Seite sich aus der direkten und einer indirekten Scherungskomponente zusammensetzt. Deren Verhältnis definiert in Gl. (6.2) die Achsrichtung.

Das physikalische Modell zur Beschreibung von Deformationen geht vom Spannungs- oder Stresstensor \underline{P} aus. Seine Diagonalglieder sind reine Zug- oder Druckspannungen, der Term außerhalb der Hauptdiagonale beschreibt die Scherspannung. Eine analoge Vorgangsweise wie oben führt auf die Definition der Spannungsellipse, wobei im isotropen Fall die Achsen von Spannungs- und Verzerrungsellipse zusammenfallen müssen.

Der Zusammenhang zwischen Strain- und Stresstensor und deren zeitlichen Variationen wird durch eine rheologische Funktion gegeben. Für den eine elastische Feder simulierenden Hookeschen Körper wird die rheologische Funktion mit den Laméschen Parametern μ, λ durch Gl. (7.1) beschrieben. Für den Newtonschen Körper, welcher die Bewegung eines Kolbens in einer viskosen Flüssigkeit simuliert, gilt mit dem Viskositätsparameter ν die Gl. (7.2):

$$\underline{P} = 2\mu \cdot \underline{U} + \lambda \cdot \text{Sp}(\underline{U}) \cdot \underline{I} \quad (7.1)$$

$$\underline{P} = 2\nu \cdot \dot{\underline{U}} \quad (7.2)$$

Die Deformationen im Bereich der Kruste zeigen für kurzzeitige Spannungen (z.B. zufolge Gezeiten) elastisches, für langzeitige Spannungseinwirkungen (z.B. zufolge Tektonik) hingegen viskoses Verhalten. Sie lassen sich daher gut durch einen sogenannten Maxwell'schen Körper modellieren, der sich aus einer Serienschaltung von Hookeschen und Newtonschen Körpern ergibt.

Der aus geodätischen Messungen abgeleitete Verzerrungstensor beschreibt daher nicht nur das Deformationsfeld auf direktem Weg, er erlaubt auch eine Kontrolle physikalischer Modelle und ist daher gut zur Interpretation dynamischer Vorgänge geeignet.

3.3. Modell für Höhen- und Schwereänderung

Zwischen der ellipsoidischen Höhe h und der orthometrischen Höhe H besteht über die Geoidhöhe oder Undulation N der einfache funktionale Zusammenhang:

$$h = H + N \quad (8)$$

Die bei der praktischen Deformationsanalyse ausgeklammerte ellipsoidische Höhenänderung dh enthält daher mit dH und dN zwei, vorerst nicht trennbare Anteile.

Die Undulation N wird bekanntlich durch die Formel von Stokes in Funktion der gemessenen und auf das Geoid reduzierten Oberflächenschwere g ausgedrückt:

$$N = N(g, H) \quad (9)$$

Eine Undulationsänderung dN wird daher durch eine Schwereänderung dg und eine Höhenänderung dH (oder dh) verursacht. Werden für regionale Gebiete hierfür repräsentative Werte eingesetzt, kann das Stokessche Integral für diese gelöst werden. So folgt z.B. für ein Gebiet mit dem Radius 100 km in mittleren Breiten:

$$dN = 0.10 dg + 0.031 dh \quad (10)$$

In obiger Gleichung sind für die geometrischen Größen dN und dh die Dimension Meter, für die Schwereänderung dg die Dimension Milligal einzuführen.

Sind also Schwere- und Höhenänderung gemessen, dann folgt aus Gl. (10) die Undulationsänderung dN und die beiden Höhenänderungen dh und dH lassen sich auf sehr ökonomische Weise trennen. Wird hingegen neben dh auch die orthometrische Höhenänderung dH durch wiederholtes Nivellement gemessen, ergibt sich über die Gl. (8) die Undulationsänderung dN und damit über die Gl. (10) die Schwereänderung dg .

Die gemessene oder wie oben berechnete Schwereänderung dg kann in Verbindung mit dh oder dH unmittelbar einer geodynamischen Interpretation zugeführt werden. Mit den früher eingeführten Dimensionen gelten nämlich die folgenden Modelle:

$$dh = -3.2 dg \quad (11.1)$$

$$dh = -5.0 dg \quad (11.2)$$

$$dh = 0 \quad (11.3)$$

Die erste Gleichung stellt die inverse Freiluftkorrektur dar und entspricht daher einer Höhenänderung ohne Massenverlagerung. Die zweite Gleichung berücksichtigt neben der Höhenänderung auch eine Massenverlagerung, wobei diese durch eine ebene Bouguerplatte angenähert wurde. Die letzte Gleichung schließlich beschreibt eine Massenverlagerung ohne Höhenänderung.

Aus den Ausführungen ist klar erkennbar, daß eine Interpretation von geometrischen Höhenänderungen ohne physikalische Zusatzinformation in Form von Schwereänderungen nicht möglich ist. Damit kommt aber den Schweremessungen eine wichtige Rolle bei der Modellbildung zu, dies auch deshalb, weil mit modernen Absolutgravimetern bekanntlich bereits Genauigkeiten erzielt werden, die einer Höhenänderung im Millimeterbereich entsprechen.

4. Abschließende Bemerkungen

Die bislang erzielten relativen Genauigkeiten mit GPS liegen im lokalen Bereich bei etwa ± 1 ppm. Dies wird auch aus den bereits vorliegenden Ergebnissen der Nullmessung von AGEDEN bestätigt. Das bedeutet aber auch, daß bei Basislinien um 50 km und erwarteten Bewegungsraten im Millimeterbereich pro Jahr eine gesicherte geodynamische Interpretation erst nach mehreren Jahren möglich wird. Es ist daher wünschenswert, in den Störzonen auch einzelne hochpräzise horizontale oder vertikale Basislinien nach klassischen Verfahren auszumessen. Weiters könnten durch lokale Extensometer- oder In-situ-Spannungsmessungen auf direktem Weg Elemente des Strain- oder Stresstensors bestimmt werden. Unbedingt notwendig hingegen ist die Durchführung von absoluten Schweremessungen in den drei Testgebieten, dies sollte vorrangig bei der Einsatzplanung für das österreichische Absolutgravimeter berücksichtigt werden.

5. Literatur

Lichtenegger, H.; P.Pesec; G.Stangl (1989): Geodynamische Verdichtungsnetz-Kampagne (AGEDEN). In: Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 65, Seiten 39-60.

Lichtenegger, H.; H.Sünkel (1989): Mathematisch-geophysikalische Modelle. In: Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 65, Seiten 61-80.

Anmerkung

Das AGEDEN-Projekt ist Teil eines vom österreichischen Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung finanziell unterstützten Projektes mit dem Titel "Dynamik der Erdkruste im Mittelmeerraum: Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt" (P5947). Die in der Literaturliste aufgeführte Folge 65 der Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz stellt auch den vorläufigen Abschlußbericht für dieses Projekt dar.