

**1528**

**Österreichische  
Beiträge  
zu  
Meteorologie  
und Geophysik**

**Heft 2**

**TAGUNGSBERICHT  
über das  
5 . I N T E R N A T I O N A L E  
ALPENGRAVIMETRIE - KOLLOQUIUM  
Graz 1989**

**Herausgegeben  
von  
Herbert Lichtenegger,  
Peter Steinhauser  
und Hans Sünkel**

**Heft 2**

**TAGUNGSBERICHT**

**über das**

**5. INTERNATIONALE ALPENGRAVIMETRIE-KOLLOQUIUM**

**Graz 1989**

**Herausgegeben**

**von**

**Herbert Lichtenegger, Peter Steinhauser und Hans Sünkel**

**Wien 1989**



**Herausgeber:**

**H. Lichtenegger, H. Sünkel: Technische Universität Graz**

**P. Steinhauser: Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik**

**Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte bleiben vorbehalten.**

**Auszugsweiser Abdruck des Textes mit Quellenangabe gestattet.**

**Druck:**

**Druck- und Kopierzentrum der Technischen Universität Graz,  
Rechbauerstraße 12, A-8010 Graz, Österreich**

**Verlag:**

**Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik  
Hohe Warte 38, A-1190 Wien, Österreich**

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort	1
Grußworte zur Eröffnung (K.Rinner)	3
Österreichisches Schwerefeld	
Sünkel H.: Das Schwerefeld in Österreich.	5
Steinhauser P.: Stand und Entwicklungsziele der gravimetrischen Landesaufnahme Österreichs.	39
Kühtreiber N., Kraiger G., Meurers B.: Pilotstudien für eine neue Bouguer-Karte von Österreich.	51
Kraiger G., Kühtreiber N.: Freiluftanomalien, Bouguer- anomalien und isostatische Anomalien im Bereich der Ostalpen und ihr statistisches Verhalten.	73
Meßmethodik	
Ruess D., Steinhauser P., Jeram G., Faller J.: Neue Absolutschweremessungen in Österreich.	95
Varga P.: Laboratory calibration of gravimeters.	111
Posch E., Tengg St., Walach G.: Die Gravimetereich- strecke Leoben-Präbichl.	123
Sünkel H.: Die Schwerefeldmission "ARISTOTELES" der ESA.	125
Lokale gravimetrische Messungen	
Posch E., Winter P., Walach G.: Stand und Ergebnisse der Schweremessungen in Südostösterreich.	139
Posch E., Walach G.: Das Bouguerschwerefeld in Vorarlberg und im Bereich der Übergangszone zwischen West- und Ostalpen.	147
Bašić T.: Eine Strategie zur hochauflösenden regionalen Geoidbestimmung.	* )
Lichtenegger H., Čolić K.: Ergebnisse von Erdzeiten- registrierungen in der Station Zagreb.	153

## Rezente Krustenbewegungen

- Čolić K., Petrović S.: Korrelation zwischen topographischen Höhen, Bougueranomalien, Geoidhöhen und Moho-Tiefen (gezeigt am Beispiel Jugoslawien). \*)
- Höggerl N.: Rezente Höhenänderungen in Österreich abgeleitet aus Präzisionsnivellement-Messungen. 161
- Steinhauser P., Höggerl N.: Korrelation zwischen Krustenbewegungen und Schwereanomalien. \*)
- Lichtenegger H.: Modellierung von Koordinaten- und Schwereänderungen im Projekt AGEDEN. 175

## Auswertemethodik

- Schuh W.D.: Leistungsfähige numerische Algorithmen für geodätisch-geophysikalische Anwendungen. 185
- Hoffer E., Schönviszky L.: Dichteberechnung aus Gravimetermessungen. 195
- Gerstbach G.: Untersuchungen des vertikalen Dichteverlaufs im Wiener Becken aus Lotabweichungen. 201
- Meurers B., Steinhauser P., Zych D.: Berechnung von Bougueranomalien mit variablem Dichteansatz. 213
- Goltz G.: Berechnung der topographischen Reduktion mit der Fast Fourier Transformation. 229
- Lichtenegger H., Klostius W.: Programmsystem zur Berechnung des Schwerefeldes von Massen in Isolinien-Darstellung. 239
- Rapatz E.: Ein Softwarepaket zur ingenieurtechnischen Verwendung von Erdschwerefelddaten. \*)

**Teilnehmerverzeichnis** 249

**Autorenverzeichnis** 253

\*) Zu diesen Vorträgen liegen keine Zusammenfassungen vor.

## Vorwort

Das 5. Internationale Alpengravimetrie-Kolloquium fand in der Zeit vom 6. bis 7. April 1989 an der Technischen Universität in Graz statt. Es wurde gemeinsam von den Abteilungen für Landesvermessung und für Mathematische Geodäsie veranstaltet und hatte gemäß den bisherigen vier Veranstaltungen in Wien (1977, 1980, 1986) und Leoben (1983) die interdisziplinäre Diskussion von theoretischen und praktischen Problemen im Zusammenhang mit dem Schwerfeld im Bereich der Ostalpen zum Ziel.

Nahezu 40 Wissenschaftler aus 5 Ländern nahmen an den Arbeitsgesprächen teil. Die über 20 eingereichten Beiträge wurden in fünf Themenkreise (Österreichisches Schwerfeld, Meßmethodik, Lokale gravimetrische Messungen, Rezente Krustenbewegungen, Auswertemethodik) gegliedert und in sieben Sessionen abgehandelt. Dabei haben es die Themenkreisleiter K. Čolić, H. Militzer, F. Weber, H. Sünkel und P. Steinhauser verstanden, den vorgesehenen Zeitplan exakt einzuhalten.

Danken möchten die Veranstalter an dieser Stelle nochmals allen Vortragenden für ihre Beiträge. Zu danken ist aber auch allen Teilnehmern, die durch ihre Diskussionsbereitschaft wesentlich zum Gelingen des Kolloquiums beigetragen haben.

Der vorliegende Tagungsband enthält fast alle Referate des Kolloquiums in überarbeiteter Form. Die Autoren haben ihre druckfertigen Manuskripte so zeitgerecht zur Verfügung gestellt, daß eine Publikation bereits kurz nach Tagungsende möglich wurde. Auch hierfür sagen die Herausgeber herzlichen Dank.

Graz, im Juni 1989

H. Lichtenegger

P. Steinhauser

H. Sünkel

---

Grußworte zur Eröffnung

K. Rinner

Graz

---

Ich habe die ehrenvolle Aufgabe, Sie im Namen des Nationalkomitees für Geodäsie und Geophysik (NKG) der Österreichischen Akademie der Wissenschaften und der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) herzlich zu begrüßen. Außerdem habe ich Dank zu sagen; den Veranstaltern für die Mühe der Vorbereitungen dieses Kolloquiums, den Vortragenden für ihren Beitrag und allen Teilnehmern für das Interesse. Es ist naheliegend, diese Gelegenheit auch zu benutzen, um einige Worte über die Bedeutung der Veranstaltung von der Warte des NKG und der IAG zu sagen.

Gravimetrische Messungen haben die Bestimmung der Parameter des Schwerefeldes der Erde zum Ziel. Es sind dies die globalen und lokalen Entwicklungen für das Potentialfeld und dessen Ableitungen, insbesondere für das Geoid als ausgezeichnete Potentialfläche und die Höhen des Geoides über einem Ellipsoid als gewählte Bezugsfläche. Die Bestimmung dieser Daten auf und im Außenraum der Erde ist Aufgabe der Geodäsie, die Bestimmung der Daten des inneren Schwerefeldes ist eher der Geophysik zugewiesen.

Die Kenntnis des Schwerefeldes der Erde hat große Bedeutung für die Theorie und für die Praxis. Aus der Struktur des Schwerefeldes lassen sich Aussagen über das Erdinnere und von dortigen geophysikalischen Vorgängen ableiten. Gemeinsam mit geodätischen Messungen folgt daraus die Beschreibung der theoretischen Erdfigur, der Oberfläche der Erdkruste auf den Kontinenten und unterhalb der Oberfläche der Meere, sowie die Feststellung der zeitlichen Veränderungen dieser Daten. Dies ermöglicht die Prognose von bevorstehenden Naturereignissen, sowie von Veränderungen der Umwelt durch menschliche Aktivitäten. Die Kenntnis des Schwerefeldes ist auch notwendig für die Navigation auf See und im Raum. Die Bestimmung des Schwerefeldes ist daher eine wichtige Aufgabe für jedes Land. Sie dient der wirtschaftlichen Erschließung des Landes und ist ein Beitrag zur Lösung von bedeutsamen globalen und lokalen geodätischen und geophysikalischen Aufgaben.

Da Schweredaten von den Höhen und von der Dichteverteilung im Erdinneren abhängig sind, ist ihre Reduktion auf eine Bezugsfläche im topographisch und geologisch stark gegliederten Gelände, also im Gebirge, komplizierter als in der Ebene. Aber die Zeit Heiskanens, der noch 1960 die Bestimmung von Schweredaten im Gebirge ablehnte und als nicht zweckmäßig betrachtete, ist vorbei. Denn die für die Bestimmung erforderlichen digitalen Höhen- und Dichtemodelle liegen in weiten Gebieten vor, oder können rasch und mit hoher Genauigkeit geschaffen werden.

In Österreich war bis 1983 ein astrogeodätisches Geoid in Verwendung, das 1953 von Litschauer aus etwa 100 Lotabweichungspunkten berechnet wurde. Da die komplizierten Strukturen eines Gebirgslandes von 84.000 km<sup>2</sup> damit nur genähert erfaßt werden konnten, hatte Österreich bis dahin hinsichtlich des Geoides den Status eines Entwicklungslandes. Erst nach einem Aufruf der Österreichischen Akademie der Wissenschaften und der Koordinierung von Aktivitäten durch die Österreichische Kommission für die Internationale Erdmessung (ÖKIE) wurde ein modernes Geoid geschaffen, über das von H. Sünkel auf dieser Tagung berichtet wird. Österreich ist damit von einem Entwicklungsland in der Bestimmung lokaler Schwerefelder zu einem weltweit beachteten Vorbild geworden.

Diese Entwicklung wirkt auch auf die Aufgaben der Alpengravimetrie, in welcher die gravimetrischen Aktivitäten für die Erforschung der Tiefenstruktur der Ostalpen benutzt werden. Es sei die Erwartung ausgesprochen, daß die Einbeziehung der nun in Österreich vorliegenden engmaschigen und genauen Schweredaten zu weiteren Einblicken führt und die vorliegenden Theorien festigt und erweitert. Sicher darf es auch als Anerkennung der in Graz erfolgten Studien über das Schwerefeld in Österreich angesehen werden, daß das diesjährige Alpengravimetrie-Kolloquium nach Wien (1977, 1980, 1986) und Leoben (1983) erstmals in Graz stattfindet.

Meinen Ausführungen zum Fach möchte ich den Wunsch anschließen, daß die Teilnehmer des Kolloquiums trotz eines reichhaltigen wissenschaftlichen Programmes auch die Möglichkeit finden, die traditionsreiche Stadt Graz kennen zu lernen, eine Stadt in der Johannes Kepler (1571-1630) und Alfred Wegener (1880-1930) gelehrt und geforscht haben und die sich auch in diesem Frühjahr bemüht, ihren Gästen die schönsten Anblicke zu zeigen.



---

## DAS SCHWEREFELD IN ÖSTERREICH

H. Sünkel

TU Graz

---

### ZUSAMMENFASSUNG

Auf der Grundlage von Lotabweichungen, Schwereanomalien und aus Doppler-Daten abgeleiteten Höhenanomalien erfolgte 1987 eine neue Erdschwerfeldbestimmung für das gesamte österreichische Bundesgebiet, wobei das bewährte Sandwich-Verfahren "Datenreduktion - Kollokationslösung - Inverse Reduktion" zur Anwendung kam.

Ein detailliertes digitales Höhenmodell (11.25" × 18.75"), ein digitales Dichtemodell sowie das OSU81 Erdmodell wurden auf der Grundlage der Modellvorstellung einer idealen isostatischen Kompensation vom Typ Airy/ Heiskanen eingesetzt.

Repräsentativ für das Schwerfeld liegen nun für unser gesamtes Bundesgebiet das Geoid und das Quasigeoid in Form eines 3' × 5' - Gitters sowohl für das geozentrische Bezugssystem 1980 als auch für das exzentrische Bessel-System der Landesvermessung vor.

Die geschätzte Genauigkeit der Geoidhöhen liegt bei etwa  $\pm 5$  cm / 100 km. Die Genauigkeit der prädierten Lotabweichungen beträgt etwa  $\pm 0.8''$ , die der Schwerewerte etwa  $\pm 1.5$  mGal.

# 1 Einleitung

Die Geodäsie als ein Teil der Geowissenschaften beschäftigt sich mit der Bestimmung der Figur der Erde und mit dem Erdschwerefeld. Letzteres kann auf mannigfache Weise beschrieben werden, zum Beispiel durch die Angabe von Lage und Form seiner Äquipotentialflächen. Unter den unendlich vielen Äquipotentialflächen ist das Geoid insofern eine ausgezeichnete Fläche, als es mit der ruhenden "mittleren" Meeresoberfläche übereinstimmt. Da uns die Weltmeere direkt zugänglich sind, wurde das Geoid auch als natürlichste Bezugsfläche für die physikalische Höhenmessung gewählt.

Geodätische Messungen enthalten sowohl *geometrische* als auch *physikalische* Information. Da die überwiegende Mehrheit geodätischer Anwender an rein geometrischer Information interessiert ist, muß sich die Geodäsie auch mit der Filterung dieser geometrischen Information aus den geodätischen Daten auseinandersetzen. Dies erfordert die Kenntnis der Detailstruktur des Erdschwerefeldes. Seit Beginn der GPS-Ära spielt das lokale Erdschwerefeld auch insofern eine entscheidende Rolle, als eine saubere Verknüpfung von (nahezu) rein geometrischer GPS-Information mit physikalisch kontaminierten klassisch-geodätischen Daten eine exakte Trennung von Geometrie und Physik unerläßlich macht.

Das Schwerepotential ist die grundlegende physikalische Basisentität, andere Schwerefeldgrößen wie etwa der Schwerevektor leiten sich von diesem Potential ab. Daher muß das Primärziel der Erdschwerefeldbestimmung die Geoidbestimmung (oder Quasigeoidbestimmung) sein, und erst sekundär die Bestimmung seiner Ableitungen (Schwerevektor), insbesondere entlang der Erdoberfläche.

Die lokale Geoidbestimmung für Österreich hat eine mehr als drei Jahrzehnte zurückreichende Geschichte:

Im Jahre 1953 unternahm *Litschauer* [9] einen ersten recht erfolgreichen Versuch einer astrogeodätischen Geoidbestimmung für Österreich, basierend auf etwa 100 Lotabweichungsdaten mit einem mittleren Punktabstand von ca. 46 km. Litschauer verwendete Oberflächenlotabweichungen, welche vom Bessel-Ellipsoid der österreichischen Landesvermessung auf das Internationale Ellipsoid transformiert wurden. Sein Berechnungsverfahren kann für die damalige Zeit als recht fortschrittlich bezeichnet werden. Er wählte eine Darstellung des Geoids in Form von finiten Elementen und bestimmte die Knotenparameter über Schleifenbedingungen. Da der hochfrequente Anteil der Topographie aus den Daten nicht eliminiert wurde (Litschauer verwendete unreduzierte Oberflächenlotabweichungen), war die geschätzte Genauigkeit relativer Geoidhöhen nicht recht ermutigend ( $\pm 9$  cm mittlerer Fehler auf Seitenlängen von 10 km,  $\pm 90$  cm über solche

von 46 km).

In den späten Siebzigerjahren und frühen Achtzigerjahren wurden in Österreich Lotabweichungsmessungen in großem Maßstab durchgeführt. Diese Daten ermöglichten eine erste genaue und hochauflösende Geoidbestimmung für etwa 2/3 unseres Bundesgebietes. Ausgehend von der Pilotstudie *“Testnetz Steiermark”*, (Sünkel, 1982, [20]), erfolgte unabhängig voneinander eine astrogeodätische Geoidbestimmung am Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien (Erker, 1983, [2]) (*“Wiener Lösung”*) und am Institut für Theoretische Geodäsie der Technischen Universität Graz (Sünkel, 1983, [21]) (*“Grazer Lösung”*). In beiden Lösungen wurden mehr als 500 Lotabweichungen verarbeitet. Zur Datenreduktion wurde damals ein vorläufiges digitales Höhenmodell (DHM) verwendet.

Die *Wiener Lösung* beruhte im wesentlichen auf Helmerts klassischer Methode der astrogeodätischen Geoidbestimmung, ergänzt und unterstützt durch das *“Remove-Restore”*-Verfahren in Form der Berücksichtigung der topographischen Massen. Dabei wurde angenommen, daß die Krümmung der Lotlinie ausschließlich durch die Wirkung der topographischen Massen verursacht wird. Die Fortsetzung der topographisch reduzierten Oberflächenlotabweichungen bis ins Nullniveau erfolgte entlang der Normallotlinie. Die so reduzierten Lotabweichungen im Nullniveau zeigen ein sehr ruhiges Verhalten und können daher leicht interpoliert werden, etwa zur Herstellung von Isolinienkarten der reduzierten Lotabweichungskomponenten. Aus solchen Isolinienkarten wurde dann auch ein Gitter von Geoidhöhen ( $3' \times 5'$  im gebirgigen Teil,  $6' \times 10'$  im flacheren Teil Österreichs) unter der Schleifenschlußbedingung innerhalb jedes Gitterelementes bestimmt, wobei ein lineares Verhalten der Lotabweichungen innerhalb jedes Gitterelementes angenommen wurde. Die geschätzte Genauigkeit einer Geoidhöhendifferenz über eine Distanz von 1 km lag bei etwa 1.5 cm. Das Geoid bezog sich auf das Bessel-Ellipsoid und wurde dann auf das Europäische Datum 1979 (ED 79), das auf dem Internationalen Ellipsoid beruht, transformiert (Erker, 1983, [2]).

Auch die *Grazer Lösung* beruhte auf einer astrogeodätischen Geoidbestimmung und ging im wesentlichen vom selben Datensatz aus wie die Wiener Lösung. Die Methode der Verarbeitung der Lotabweichungen zu Geoidhöhen bediente sich zwar auch des *“Remove-Restore”*-Verfahrens, sie unterschied sich jedoch in mancher Hinsicht von der Wiener Lösung: die Reduktion der Oberflächenlotabweichungen erfolgte topographisch-isostatisch unter Zugrundelegung des isostatischen Kompensationsmodells von Airy/Heiskanen mit einer Ausgleichstiefe von 30 km und konstanten Standarddichten von  $2670 \text{ kgm}^{-3}$  für die topographischen Massen und  $3270 \text{ kgm}^{-3}$  für die Dichte unterhalb dieser Modell-Moho. Als Geländemodell diente für den Bereich unseres Bundesgebietes ein vorläufiges  $20'' \times 20''$  DHM sowie ein weltweites  $1^0 \times 1^0$  DHM. Die so reduzierten Oberflächenlotabweichungen wurden dann auf das in gleicher Weise konsistent topographisch-isostatisch reduzierte Erdmodell OSU81 und auf das Geodätische Bezugssystem 1980, (GRS80), [10], bezogen. Für die Transformation vom Bessel-Ellipsoid auf das System GRS80 wurden die

damals vorhandenen Doppler-Daten herangezogen. Die Datenreduktion bewirkte eine starke Glättung der Lotabweichungen — die Varianz sank von 30 auf 5 Bogensekunden<sup>2</sup> ab. Die reduzierten Oberflächenlotabweichungen wurden durch Kollokation nach kleinsten Quadraten in einem schrittweisen Verfahren zu Rasterwerten von Resthöhenanomalien und Restgeoidhöhen (Rasterabstand: 3' × 5') verarbeitet. Als Kovarianzfunktion wurde das ATN-Modell ("attenuated white noise") von Jordan/Heller, [8], gewählt. Diese Rasterwerte, kombiniert mit dem Anteil von Topographie, Isostasie und Erdmodell, ergaben schließlich ein digitales Geoid und Quasigeoid mit einer geschätzten Genauigkeit von ± 1 cm über eine Strecke von 1 km. Danach wurde dieses GRS80-Geoid auf das System ED79 transformiert. Bedauerlicherweise verfälschten einige grobe Datenfehler in den verwendeten Lotabweichungen sowie Unzulänglichkeiten sowohl im lokalen als auch im globalen Höhenmodell das Ergebnis in einigen lokal begrenzten Bereichen (Sünkel, 1983, [21]).

Ein Vergleich sowohl der Wiener als auch der Grazer Lösung mit einem dichten Netz das Bundesgebiet überdeckender Dopplerdaten zeigte nach einer 7-parametrischen Helmert-Transformation eine Übereinstimmung beider Lösungen im Bereich weniger Dezimeter (Rinner, 1986, [15]).

In den Jahren von 1983 bis 1986 wurden weitere Lotabweichungsmessungen vor allem im Westen Österreichs getätigt, sodaß nun ein das Bundesgebiet nahezu homogen überdeckendes äußerst dichtes Feld von Lotabweichungsdaten vorliegt. Ebenso erfolgten Schweremessungen in zahlreichen Kampagnen sowie die Erstellung eines stark verbesserten Höhenmodells und die eines digitalen Dichtemodells. Diese Fülle neuer und verbesserter Daten führte zur Entscheidung, eine erneute Erdschwerefeldbestimmung für Österreich vorzunehmen. In der Folge wird diese am Institut für Theoretische Geodäsie der Technischen Universität Graz im Jahre 1987 durchgeführte Erdschwerefeldbestimmung, die "*Grazer Lösung 1987*" (Sünkel, et al., 1987, [23]), im Detail vorgestellt.

## 2 Die Erdschwerefeldbestimmung 1987

### 2.1 Die Daten

Der gesamte, für Zwecke der Erdschwerefeldbestimmung vorhandene Datensatz läßt sich in zwei Gruppen gliedern: Quellendaten in Form von digitalen Höhen- und Dichtemodellen, und Wirkungsdaten in Form von eigentlichen Schwerefelddaten wie Lotabweichungen, Schwerewerten, usw.

#### 2.1.1 Das Digitale Höhenmodell für Österreich

Das im Zuge der Geoidbestimmung 1983 verwendete 20" × 20" digitale Höhenmodell (DHM) für Österreich, das vom Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung der Technischen Universität Wien durch Digitalisierung der ÖK 1:500000 entwickelt wurde, erwies sich als zu stark generalisiert für die Zecke hochpräziser lokaler Erdschwerefeldbestimmung. Der geschätzte mittlere Fehler der Höhen lag in der Größenordnung von etwa 100 Meter; Diskrepanzen von mehreren hundert Metern, in einem extremen Fall sogar bis über tausend Meter, wurden festgestellt. Daher hat man sich für die Zwecke einer neuen Erdschwerefeldbestimmung zu der Herstellung eines neuen DHM für Österreich entschieden, welches von der ÖK 1:50000, in manchen Gebieten sogar von der ÖK 1:25000 abgeleitet wurde. Mehrere Institutionen beteiligten sich an dieser DHM-Erstellung: das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, das Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Wien, das Institut für Geophysik der Montanuniversität Leoben und das Institut für Theoretische Geodäsie, Abteilung für Mathematische und Datenverarbeitende Geodäsie, der Technischen Universität Graz. Dieses DHM liegt seit 1987 in Form von mittleren Geländehöhen auf einem 3/16' × 5/16' - Gitter (11.25" × 18.75") vor. Der mittlere Fehler der Höhen wird auf etwa ± 40 Meter geschätzt. Die DHM-Datenbank auf dem VAX-System des Instituts für Theoretische Geodäsie erlaubt direkten Zugriff auf diese Höhendaten.

#### 2.1.2 Das Globale Digitale Höhenmodell

Für die Berechnung des Effektes von Topographie und ihrer isostatischen Kompensation auf Erdschwerefelddaten ist lokale, auf das Bundesgebiet beschränkte Höheninformation nicht ausreichend und würde zu unangenehmen Randeffekten, die als "Gibb's Phänomen" bekannt sind, führen. Unerwünschte Effekte dieser Art können vermieden werden, indem bei der Berechnung des Einflusses der topographisch-isostatischen Massen ein DHM herangezogen wird, das weit über das Bundesgebiet hinausreicht. Numerische Studien ergaben, daß sich ein solches DHM zumindest 1° über die Grenze hinweg erstrecken muß. Das heißt, wir benötigen ein DHM für

ein sehr viel größeres Gebiet als Österreich. Aufgrund des Fernzoneneffektes wäre ein  $6' \times 10'$  DHM ausreichend. Da an der Abteilung für Mathematische Geodäsie der TU Graz ohnehin ein globales  $5' \times 5'$ -Modell, das aus ETOPO5-Daten abgeleitet wurde, vorhanden ist (Wieser, 1987, [31]), wurde dieses DHM-Modell für das Gebiet außerhalb Österreichs für den Bereich  $45^\circ \leq \phi \leq 50^\circ$ ,  $7^\circ \leq \lambda \leq 20^\circ$  verwendet.

### 2.1.3 Das Digitale Dichtemodell

Eine optimale Reduktion von Erdschwerefelddaten zufolge des Einflusses der topographisch-isostatischen Massen erfordert natürlich die Verfügbarkeit eines realistischen dreidimensionalen Dichtemodells zumindest für die Erdkruste. Da Daten dieser Art (noch) nicht vorhanden sind, wird allgemein die Krustendichte als konstant angenommen und standardmäßig ein Wert von  $2670 \text{ kgm}^{-3}$  verwendet. Geologische Karten und andere Daten liefern zumindest Oberflächendichteinformation, die durch Digitalisierung in ein digitales Modell von Oberflächendichten transformiert werden kann. Die Entwicklung eines derartigen digitalen Dichtemodells (DDM) wurde von Steinhauser [17] begonnen, von Walach (Walach, 1987, [29]) verbessert und in Form eines  $1.5' \times 2.5'$  Modells von Mittelwerten der Oberflächendichte fertiggestellt. Der mittlere relative Fehler der Dichtewerte wird mit  $\pm 4\%$  angegeben. Oberflächendichten geben aber an sich keine Auskunft über die Art der räumlichen Fortsetzung dieser Randwerte nach unten. Unter allen unendlich vielen Möglichkeiten haben wir daher die einfachste Art der Fortsetzung gewählt, nämlich jene der Massensäulen mit jeweils konstanter Dichte zwischen Nullniveau und Erdoberfläche.

### 2.1.4 Das Isostatische Modell

Die isostatische Kompensation als ein Modell für den Massenausgleich wurde in der Vergangenheit zur Glättung von Erdschwerefelddaten vielfach verwendet. Heutzutage wird aus Gründen der Einfachheit fast ausschließlich das Airy/Heiskanen-Modell verwendet, obwohl ein Modell vom Typ Vening Meinesz sehr viel realistischer ist (Sünkel, 1986, [22], Rummel et al., 1988, [16]). Für die Erdschwerefeldbestimmung 1987 wurde dennoch das einfache Airy/Heiskanen-Modell mit einer Kompensationstiefe von 30 km und einer konstanten Dichte des oberen Mantels von  $3070 \text{ kgm}^{-3}$  verwendet. (Dieser Wert scheint für den Bereich der Ostalpen realitätsnah zu sein, Steinhauser und Pustizek, 1987, [17].) Das Fenster des isostatischen Modells wurde gleich gewählt wie jenes des DHM und DDM ( $45^\circ \leq \phi \leq 50^\circ$ ,  $7^\circ \leq \lambda \leq 20^\circ$ ).

### 2.1.5 Das Globale Erdmodell

Derzeit sind mehrere hochauflösende globale Erdschwerefeldmodelle in Verwendung: OSU81 (Rapp, 1981, [13]), GPM2 (Wenzel, 1985, [30]), OSU86 (Rapp and Cruz, 1986, [14]). Diese

Erdmodelle basieren auf der Darstellung des Gravitationsfeldes durch harmonische Funktionen, und bestehen jeweils aus einem Satz von Kugelfunktionskoeffizienten, vollständig bis Grad und Ordnung 180, 200 bzw. 360.

Wir haben alle diese drei Modelle getestet und fanden, daß die hochauflösenderen Modelle GPM2 oder OSU86 zumindest für unser Bundesgebiet keine signifikant besseren Ergebnisse (im Sinne bestmöglicher Approximation des lokalen Schwerefeldes) brachten als das bereits 1983 verwendete Modell OSU81 (OSU86 lieferte bessere Werte für Lotabweichungen, GPM2 für Schwereanomalien.) Daher entschieden wir uns auch aus ökonomischen Gründen zur einheitlichen Verwendung von OSU81.

### 2.1.6 Lotabweichungsdaten

Wie bereits eingangs erwähnt, standen für die Geoidbestimmung 1983 etwa 500 Lotabweichungen (sowohl NS als auch OW-Komponenten) zur Verfügung. Die räumliche Verteilung dieser Daten war auf den östlichen Teil unseres Bundesgebietes ( $\lambda \geq 12^{\circ} 20'$ ) beschränkt. Nach 1983 wurden vor allem im westlichen Teil Österreichs weitere 150 Lotabweichungen bestimmt, sodaß derzeit insgesamt 683 Lotabweichungen (jeweils beide Komponenten) für Österreich vorliegen.

Die Dichte der Datenverteilung ist nahezu homogen, der mittlere Punktabstand liegt bei etwa 12 km, (siehe Abb. 1). Alle verfügbaren Lotabweichungsdaten beziehen sich auf das Bessel-Ellipsoid und das Datum der österreichischen Landesvermessung (MGI), (Erker, 1983, [2]; Erker, 1987, [3]). Die geschätzte äußere Genauigkeit beider Lotabweichungskomponenten liegt bei etwa  $\pm 0.4''$ . Die Datenstatistik ist in Tab. 1 enthalten. Die Lotabweichungsdatenbank auf dem VAX-System des Instituts für Theoretische Geodäsie erlaubt einen direkten Zugriff auf diese Daten.

### 2.1.7 Schweredaten

Die Verteilung von Schweredaten in Österreich war bis vor wenigen Jahren ein Schwachpunkt. Bis vor etwa zehn Jahren standen uns lediglich Schweredaten entlang der Hauptnivellementlinien durch das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen sowie einige hundert flächenhaft verteilte Daten der Österreichischen Mineralölverwertung und des Instituts für Meteorologie und Geophysik der Universität Wien zur Verfügung. Insgesamt war damals die Bedeckung des Bundesgebietes mit Schweredaten äußerst unbefriedigend.

Seither wurde der flächenhaften Schweremessung viel Aufmerksamkeit geschenkt und große Anstrengungen in Richtung einer Verdichtung der Schweredatenverteilung unternommen. Dieses Vorhaben kann derzeit noch nicht als abgeschlossen betrachtet werden, obwohl derzeit bereits

etwa 85% des Bundesgebietes für Zwecke der lokalen hochauflösenden Erdschwerefeldbestimmung hinreichend gut mit etwa 26000 Schweredaten abgedeckt sind. (Statistisch entspricht dies etwa 1 Punkt pro  $km^2$ , jedoch ist die Datendichte grob inhomogen.) Die angegebenen Lagekoordinaten der Meßpunkte ( $\phi, \lambda$ ) beziehen sich auf das MGI-System, die angegebenen Höhen sind Gebrauchshöhen. Der geschätzte mittlere Fehler aller Schwerewerte liegt unter  $\pm 0.1$  mGal. Die Schweredatenbank auf dem VAX-System des Instituts für Theoretische Geodäsie erlaubt einen direkten Zugriff auf diese Daten. Abb. 2 zeigt einen Auszug von 20% der österreichischen Schweredaten. Die Datenstatistik ist in Tab. 1 enthalten.

### 2.1.8 Dopplerdaten

Seit 1980 wurden in Österreich im Rahmen von 7 Kampagnen 41 Dopplerpunkte mit einem mittleren Abstand von etwa 50 km bestimmt (Rinner, 1986, [15]). Transformiert auf ein geozentrisches System liefern Dopplerdaten in Verbindung mit orthometrischen Höhen Geoidhöhen, in Verbindung mit Normalhöhen Höhenanomalien. Da das derzeit noch im Gebrauch befindliche österreichische System der Gebrauchshöhen auf sphäroidischen Höhen aufbaut, welche den Normalhöhen eher verwandt sind als den orthometrischen Höhen, liefern Dopplerdaten verknüpft mit Gebrauchshöhen eher Höhenanomalieinformation.

Trotz des nicht unerheblichen mittleren Fehlers der Doppler-abgeleiteten Höhenanomalien von einigen Dezimetern (präzise Ephemeriden, Multistationslösung), stellen diese Daten in ihrer Gesamtheit doch wertvolle Stützstelleninformation für die Geoid- oder Quasigeoidbestimmung dar. Abb. 3 zeigt die Verteilung der Dopplerpunkte in Österreich sowie jene, welche für die Geoidbestimmung 1987 Verwendung fanden.

## 2.2 Die Lösung

Aufgrund des Newton'schen Gravitationsgesetzes ist die Ursache des Gravitationsfeldes die Dichteverteilung innerhalb der Erdoberfläche (wenn man von der Gravitationswirkung der Atmosphäre, des Mondes, der Sonne und der Planeten absieht). Wäre daher die Massenverteilung innerhalb der Erde hinlänglich gut bekannt, so wäre das Schwerfeld innerhalb, auf und außerhalb der Erde ebenso bekannt. Da wir leider keinen direkten Zugang zu dieser Quelleninformation haben, sind wir auf die Beobachtung der Wirkung, also etwa Potentialdifferenzen, die drei Komponenten des Schwerevektors, etc. angewiesen. Andererseits wissen wir aus der Potentialtheorie, daß das äußere Schwerfeld auch ohne jegliche Dichteinformation, also nur aus Oberflächendaten (zumindest theoretisch) bestimmt werden kann (Heiskanen and Moritz, 1967, [5], Moritz, 1980, [11]). Diese beiden Konzepte stellen insofern Extremfälle dar, als in jedem der beiden Fälle entweder jegliche Quelleninformation (Molodensky) oder jegliche Wirkungsinformation (Newton) unberücksichtigt bleibt. Da wir aber weder die eine noch die andere Information



mit hinreichender Dichte zur Verfügung haben, sind wir gut beraten, auf keine Information dieser Art zu verzichten, wenn wir an einer optimalen Lösung (optimal im Sinne der bestmöglichen Nutzung aller vorhandenen Daten) interessiert sind. Ein Datenkombinationsverfahren, das sowohl Quellen- als auch Wirkungsinformation bestmöglich und ökonomisch verwertet und sich bereits in zahlreichen Anwendungen als allen anderen, Selbstisolierung übenden Methoden deutlich überlegen gezeigt hat, beruht auf dem "Remove - Restore" - Prinzip, das bereits in der Einleitung beschrieben wurde (Sünkel, 1983, [21], Forsberg, 1984, [4], Tscherning, 1985, [27], Tscherning and Forsberg, 1986, [28]).

Bezeichnen wir nun das Schwerepotential auf einem Punkt an der Erdoberfläche  $P$  mit  $W_P$  und das Normalpotential des Bezugssystems GRS80 am zugehörigen Punkt  $Q$  mit  $U_Q$ ; dann kann das Telluroid durch die Bedingung verschwindender Potentialanomalie definiert werden,

$$W_P = U_Q. \quad (1)$$

Der Vertikalabstand zwischen den beiden Punkten  $P$  (Erdoberfläche) und  $Q$  (Telluroid) wird als "Höhenanomalie"  $\zeta_{QP}$  bezeichnet (Heiskanen and Moritz, 1967, [5], S. 292),

$$\zeta_{QP} = \overline{QP}. \quad (2)$$

Zufolge der Gleichung von Bruns stehen die Höhenanomalie  $\zeta$  und das Störpotential  $T$ ,

$$T_P = W_P - U_Q \quad (3)$$

in folgender Beziehung:

$$\zeta_{QP} = \frac{T_P}{\gamma_Q}. \quad (4)$$

Wenn der Oberflächenpunkt  $P$  durch den zugehörigen Punkt  $P_0$  am Geoid und der Telluroidpunkt  $Q$  durch den zugehörigen Punkt  $Q_0$  am Ellipsoid ersetzt wird, so wird aus der Höhenanomalie  $\zeta_{QP}$  die Geoidhöhe  $N_{Q_0P_0}$ ,

$$N_{Q_0P_0} = \overline{Q_0P_0}, \quad (5)$$

die wiederum über die Gleichung von Bruns mit dem Störpotential wie folgt in Beziehung steht:

$$N_{Q_0 P_0} = \frac{T_{P_0}}{\gamma_{Q_0}} \quad (6)$$

In diesem Zusammenhang nennt man die Abbildung von  $\zeta$  "Quasigeoidbestimmung", jene von  $N$  "Geoidbestimmung"

Unter der Voraussetzung gleicher Rotationsgeschwindigkeit der Erde und des Bezugsellipsoides (GRS80) ist das Störpotential  $T$  außerhalb der Erdoberfläche eine harmonische Funktion. Über kontinentalen Bereichen wie Österreich ist direkte Information über  $T$  nur an den Dopplerpunkten vorhanden (durch Doppler-abgeleitete geodätische Höhen, verknüpft mit Normalhöhen oder orthometrischen Höhen, welche aus Nivellement und Schweremessung bestimmt werden). Diese wenigen Daten sind natürlich für eine hochauflösende Erdschwerefeldbestimmung weder hinreichend dicht noch ausreichend genau. Zusätzliche Erdschwerefeldinformation ist daher erforderlich und steht auch durch Messungen von Betrag und Richtung des Schwerevektors in Form von Schweredaten und Lotabweichungsdaten zur Verfügung.

Bezeichnen wir die im Punkt der Erdoberfläche  $P$  gemessene Absolutschwere mit  $g_P$ , die astronomische Breite mit  $\Phi_P$  und die astronomische Länge mit  $\Lambda_P$ , und beziehen wir wie bereits zuvor diese Größen auf zugehörige Größen des Bezugsellipsoides im zugehörigen Telluroidpunkt  $Q$  ( $\gamma_Q$  Normalschwere,  $\phi_Q$  ellipsoidische Breite,  $\lambda_Q$  ellipsoidische Länge), so erhalten wir durch Differenzbildung zwischen gemessenen Oberflächendaten und diesen modellbezogenen Normalellipsoiddaten die bekannten Erdschwerefeldgrößen "Freiluftanomalie"  $\Delta g_P$  und die beiden Komponenten der "Oberflächenlotabweichung"  $\xi_P$  und  $\eta_P$ ,

$$\Delta g_P = g_P - \gamma_Q, \quad (7)$$

$$\xi_P = \Phi_P - \phi_Q, \quad (8)$$

$$\eta_P = \Lambda_P - \lambda_Q. \quad (9)$$

Dieser Satz von Schwerefelddaten

$$(T, \Delta g, \xi, \eta)_P$$

wird im allgemeinen zur Erdschwerefeldbestimmung herangezogen.

Die oben angeführten Erdschwerefeldgrößen stehen mit der Basisentität, dem Störpotential  $T$ , in sehr elementarer Weise über Differentialoperatoren in Beziehung (Moritz, 1980, [11], S. 108):

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2T}{r}, \quad (10)$$

$$\xi = -\frac{1}{\gamma r} \frac{\partial T}{\partial \phi}, \quad (11)$$

$$\eta = -\frac{1}{\gamma r \cos \phi} \frac{\partial T}{\partial \lambda}. \quad (12)$$

(Hier wurde von der sphärischen Approximation Gebrauch gemacht.) Messungen von  $T, \Delta g, \xi, \eta$  sind daher lineare Funktionale von  $T$ . Bezeichnen wir den Vektor aller linearen Funktionale, die zu unserem Datensatz der Messungen gehören, mit  $L$  ( $L$  ist somit ein linearen Operator) und die zugehörigen Meßwerte mit  $l$  ( $l$  ist ein Vektor reeller Zahlen), so läßt sich die Beziehung zwischen den Erdschwerefelddaten  $l$  und dem Störpotential  $T$  sehr einfach darstellen:

$$l = L T. \quad (13)$$

Das Problem der Bestimmung des Störpotentials  $T$  kann damit formal sehr einfach als Inversion von Gl. (13) dargestellt werden:

$$\hat{T} = L^{-1} l. \quad (14)$$

Betrachten wir  $T$  als ein Element aus einem Hilbert-Raum harmonischer Funktionen  $\mathcal{H}$  mit reproduzierendem Kern  $K$ , so wird die beste Schätzung von  $\hat{T}$  im Sinne minimaler Norm durch eine Orthogonalprojektion von  $T$  auf jenen Teilraum von  $\mathcal{H}$ , welcher von den Funktionen  $L K$  aufgespannt wird, geliefert,

$$\hat{T} = \Pi_L T, \quad (15)$$

wobei  $\Pi$  der Projektionsoperator ist,

$$\Pi_L = L^T K (L L^T K)^{-1} L. \quad (16)$$

Gl. (15) verknüpft mit (16) ergibt die Fundamentalgleichung der reinen Kollokation mit Kernfunktion (Moritz, 1980, [11], S. 211):

$$\hat{T} = L^T K (L L^T K)^{-1} l. \quad (17)$$

Wenn die Daten mit Meßfehlern behaftet sind und die Kovarianzmatrix der Meßfehler mit  $D$  bezeichnet wird (die Meßfehler sind meist unkorreliert, somit hat  $D$  meist Diagonalstruktur), so können die Meßfehler optimal gefiltert werden, indem in Gl. (16)  $L L^T K$  durch  $L L^T K + D$  ersetzt wird.

Nun können wir aber auch jeden beliebigen linearen Operator  $S$  auf  $\hat{T}$  anwenden und erhalten eine beste Schätzung für den zu diesem Operator gehörigen Signalvektor  $s$ ,

$$\hat{s} = S \hat{T} = S L^T K (L L^T K + D)^{-1} l \quad (18)$$

mit der zugehörigen Kovarianzmatrix der Schätzfehler

$$\Sigma(\hat{s}) = S S^T K - S L^T K (L L^T K + D)^{-1} L S^T K. \quad (19)$$

Wenn wir als reproduzierenden Kern  $K$  die Kovarianzfunktion von  $T$  wählen, so ist die Signalschätzung (18) best im Sinne minimaler Schätzfehler.

Wie wir bereits wissen, ist das Erdschwerefeld ein Abbild der Dichteverteilung innerhalb der Erdoberfläche. Wegen der zum Teil beträchtlichen Unregelmäßigkeiten der Dichteverteilung — man denke nur an die so abwechslungsreiche und daher wunderschöne Topographie Österreichs — ist auch das Schwerefeld in unserem Bundesgebiet entsprechend rau. Besonders rau ist es natürlich im gebirgigen Teil Österreichs. Aus dem Abtasttheorem folgt, daß diese Rauheit streng genommen nur durch unendlich viele Daten erfaßt werden kann. Da aber unser Erdschwerefeld-Datensatz naturgemäß endlich ist, können wir das Schwerefeld nur approximativ bestimmen.

Das Abtasttheorem (oder bloß der bisweilen schon abhanden gekommene natürliche Hausverstand) sagt uns auch, daß zur Approximation einer glatten Funktion wenige, zur Approximation einer rauhen Funktion viele Daten erforderlich sind. Wir stehen vor dem Problem, eine über weite Bereiche recht rauhe Funktion mit relativ wenigen Daten approximieren zu müssen. Wir lösen dieses Problem, indem wir versuchen, die Unregelmäßigkeiten in geeigneter Weise herauszufiltern. Da wir wissen, daß die Rauheit der Topographie hauptsächlich für die Rauheit des Schwerefeldes verantwortlich ist, drängt sich natürlich eine topographische Reduktion auf. Und um die reduktionsbedingten indirekten Effekte nicht übermäßig groß werden zu lassen, verbinden wir diese topographische mit einer isostatischen Reduktion. Diese Idee führt auf das bereits mehrmals genannte "Remove-Restore"-Sandwich-Verfahren. Statistisch gesehen wirkt die topographische Reduktion bezüglich aller Erdschwerefelddaten hauptsächlich *varianzsenkend*, die

mehrmals genannte "Remove-Restore"-Sandwich-Verfahren. Statistisch gesehen wirkt die topographische Reduktion bezüglich aller Erdschwerefelddaten hauptsächlich *varianzsenkend*, die isostatische Reduktion vor allem *dekorrelierend*. Beide Eigenschaften vereint tragen zu einer erheblichen Steigerung der Prädiktionsgenauigkeit und zu einer Stabilisierung der Lösung bei.

Nehmen wir an, daß sich der überwiegende Teil der Unregelmäßigkeiten des Erdschwerefeldes auf ein bekanntes Ursachen- oder Wirkungsmodell (oder eine Kombination der beiden) zurückführen läßt und bezeichnen wir das zu diesem Modell gehörende Modell-Gravitationspotential mit  $\delta T$ . Dann kann der *Remove* - Prozeß, angewandt auf unsere Erdschwerefelddaten  $l = L T$ , durch

$$l' := l - \delta l = L (T - \delta T) \quad (20)$$

dargestellt werden. Diese Schwerefeldresiduen repräsentieren ein Restpotential, das durch eine Residual-Kovarianzfunktion  $K'$  statistisch beschrieben wird. Die aus den Datenresiduen (20) mittels Gl. (18) geschätzten Signalresiduen  $\hat{s}'$

$$\hat{s}' = S \hat{T}' = S L^T K' (L L^T K' + D)^{-1} l' \quad (21)$$

ergeben, verknüpft mit dem Signal-Modellanteil  $S \delta T$  die beste Schätzung für das Signal  $\hat{s}$ ,

$$\hat{s} = \hat{s}' + S \delta T. \quad (22)$$

Letzteren Additionsprozeß bezeichnet man als *Restore* - Prozeß.

Für die hier verwendeten Erdschwerefeldgrößen  $(T, \Delta g, \xi, \eta)$  ist der *Remove* - Prozeß einfach:

$$T' = T - \delta T, \quad (23)$$

$$\Delta g' = \Delta g - \delta \Delta g, \quad (24)$$

$$\xi' = \xi - \delta \xi, \quad (25)$$

$$\eta' = \eta - \delta \eta. \quad (26)$$

mit

$$\delta \Delta g = -\frac{\partial \delta T}{\partial r} - \frac{2 \delta T}{r}, \quad (27)$$

$$\delta \xi = -\frac{1}{\gamma r} \frac{\partial \delta T}{\partial \phi}, \quad (28)$$

$$\delta \eta = -\frac{1}{\gamma r \cos \phi} \frac{\partial \delta T}{\partial \lambda}. \quad (29)$$

### 2.2.1 Der Remove - Prozeß

Wie oben erwähnt ist  $\delta T$  das Potential einer Modell-Quelle oder ein bekanntes Modellpotential oder eine Kombination der beiden. Wenn die Masse der Topographie und ihrer isostatischen Reduktion Ursachenmodell ist, dann bezeichnet man die Größen  $\delta T, \delta \Delta g, \delta \xi, \delta \eta$  als "topographisch-isostatische" Schwerefeldgrößen (Potential, Schwereanomalie, Lotabweichungskomponenten). Wenn ein Erdmodell (wie z.B. OSU81) Wirkungsmodell ist, dann bezeichnen wir die Größen  $\delta T, \delta \Delta g, \delta \xi, \delta \eta$  als "Erdmodell" - Größen (Potential, Schwereanomalie, Lotabweichungskomponenten). Im Fall der Kombination der beiden (Ursachenmodell verknüpft mit Wirkungsmodell) sprechen wir von "topographisch-isostatischen - Erdmodell" - Größen. Eine derartige Kombination der beiden Modelle wurde dem Remove - Restore -Prozeß im Rahmen unserer Erdschwerefeldbestimmung für Österreich zugrundegelegt.

Als Ursachenmodell diente das Massenmodell, das durch unser DHM und DDM in Verbindung mit dem isostatischen Kompensationsmodell nach Airy/Heiskanen (Ausgleichstiefe 30 km, Moho-Dichtekontrast  $400 \text{ kgm}^{-3}$ ) gegeben und auf das Fenster  $45^\circ \leq \phi \leq 50^\circ, 7^\circ \leq \lambda \leq 20^\circ$  beschränkt ist. Als Wirkungsmodell diente das Erdmodell OSU81, das wegen des Effektes dieser topographisch-isostatischen Massen innerhalb des o.g. Fensters reduziert wurde. Diese Reduktion ist notwendig, da jedes Erdmodell als Wirkungsmodell implizit den Einfluß der topographischen Massen und ihrer (meist partiellen) isostatischen Kompensation enthält

Zur Berechnung des Einflusses der topographisch-isostatischen Massen auf die hier verwendeten Erdschwerefeldgrößen  $\delta T, \delta \Delta g, \delta \xi, \delta \eta$  wurde das, bezüglich der Verarbeitung lateral variabler Dichte, modifizierte Programm "TC" von Forsberg [4] benutzt. Die Berechnung des Effektes der topographisch-isostatischen Massen auf die Kugelfunktionskoeffizienten des durch das Erdmodell OSU81 implizierten Modell-Schwerefeldes erfolgte wegen der geringen Ausdehnung des Datengebietes durch einfache Integration im Funktionsbereich. Für die Berechnung der Erdmodell-Größen (nach dieser Reduktion) wurde der sehr effiziente Algorithmus zur harmonischen Synthese von Tscherning et al., 1983, [26] angewandt.

Statistische Information über die von uns verwendete 20% - Stichprobe der Schwereanomalien (ca. 5800 Daten) und über alle Lotabweichungen vor der Reduktion (beobachtet), nach der topographisch-isostatischen Reduktion sowie nach der vollständigen topographisch-isostatischen-Erdmodell - Reduktion ist in Tab. 1 gegeben. Die Lotabweichungsresiduen nach vollständiger Reduktion sind in Abb. 4 dargestellt.

Datenstatistik					
<i>Schwerefeldgr.</i>	<i>Dimension</i>	<i>Min.</i>	<i>Max.</i>	<i>Mittel</i>	<i>Std.abw.</i>
$\Delta g$	mGal	-114.9	168.0	5.7	42.4
$\Delta g - \delta \Delta g_{TI}$	mGal	-39.9	62.5	11.4	19.8
$\Delta g - \delta \Delta g$	mGal	-49.0	51.9	5.3	13.3
$\xi$	"	-14.2	24.7	3.7	6.4
$\xi - \delta \xi_{TI}$	"	-5.4	10.8	1.6	2.8
$\xi - \delta \xi$	"	-3.4	10.0	2.6	2.7
$\eta$	"	-14.4	18.8	4.0	5.6
$\eta - \delta \eta_{TI}$	"	-5.4	10.8	2.0	3.1
$\eta - \delta \eta$	"	-4.0	7.9	2.4	2.1

Tabelle 1: Statistik der beobachteten, der topographisch-isostatischen sowie der topographisch-isostatisch-Erdmodell - reduzierten Schwereanomalien und Lotabweichungen für Österreich (Bezugssystem: GRS80)

### 2.2.2 Die Datentransformation

Das österreichische System der Landesvermessung beruht auf dem Datum des ehemaligen Militärgeographischen Instituts (MGI) mit dem Bessel-Ellipsoid als Bezugsfläche. Daher beziehen sich alle Punktkoordinaten und auch die Schwere- sowie Lotabweichungsdaten auf dieses System. Da wir die Kollokationslösung in einem geozentrischen System mit dem GRS80 sowohl als geometrische Bezugsfläche als auch als physikalisches Modell-Schwerefeld durchzuführen haben, müssen wir einen Weg finden, um unsere Erdschwerefelddaten vom MGI-System in das geozentrische GRS80-System zu transformieren. Hiezu bieten sich zwei Möglichkeiten an, a) eine Trennung und b) eine Kombination von Transformation und Kollokation:

a) Im Falle der Trennung von Transformation und Kollokation werden zunächst die Transformationsparameter einer 7-parametrischen Helmert-Transformation (3 Verschiebungen, 3 Drehungen, 1 Maßstab) durch einfache Ausgleichung aus einem Vergleich der sowohl im MGI-System als auch im geozentrischen GRS80-System vorliegenden Koordinaten von (möglichst zahlreichen

und regelmäßig über das Bundesgebiet verteilten) Punkten ermittelt. Mit Hilfe dieser Parameter werden sämtliche Erdschwerefelddaten vom MGI-System in das GRS80-System transformiert. Nach dieser Transformation erfolgt eine Kollokationslösung (ohne Parameter).

b) Im Falle der Kombination von Transformation und Kollokation wird das Kollokationsmodell um ein Parametermodell mit diesen 7 Parametern erweitert und so zum integrierten Modell der "Kollokation mit Parametern".

In beiden Fällen ist die Lösung nur durch eine Iteration möglich, zumal die Berechnung der empirischen Kovarianzfunktion, die wir später noch behandeln werden, trendfreie Signale (also bereits transformierte Erdschwerefelddaten) voraussetzt. Die bestmögliche Schätzung des Trends (der 7 Transformationsparameter) setzt jedoch bereits die Kenntnis der trendreduzierten Signal-Kovarianzfunktion voraus. Dieser scheinbare "Teufelskreis der Kollokation" (Sünkel und Malits, 1981, [19]) stellt sich jedoch als recht harmlose, rasch konvergierende Spirale dar (2 Iterationen sind praktisch immer ausreichend).

Im Rahmen der Erdschwerefeldbestimmung 1987 wurde aus ökonomischen Gründen, mangels Speicherplatzes und beschränkter Rechenzeit (es konnten nicht alle Erdschwerefelddaten in einem Guß verarbeitet werden) der erste Weg (a) gewählt. Zur Transformation wurden 24 Doppelpunkte (siehe Abb. 3), deren Koordinaten auch im MGI-System gegeben sind, herangezogen. Die ellipsoidischen Höhen im MGI-System ergaben sich zunächst aus den bekannten Gebrauchshöhen (sphäroidische Höhen, die als Normalhöhen interpretiert wurden) und aus den aus der Geoidbestimmung 1983 bekannten Geoidhöhen. Die Transformation vom MGI-System (Bessel) in das Doppler-System erfolgt durch

$$X_D = \Delta X_{BD} + (1 + \mu_{BD}) R_{BD} X_B, \quad (30)$$

wobei von folgender Notation Gebrauch gemacht wurde (B ... Bessel, D ... Doppler):

$X_B$	Ortsvektor, (B) ,
$X_D$	Ortsvektor, (D) ,
$\Delta X_{BD}$	Verschiebungsvektor, (B)-(D) ,
$\mu_{BD}$	Maßstabsfaktor (B)-(D),
$R_{BD}$	Drehmatrix (B)-(D).

Die Drehmatrix  $R_{BD}$  setzt sich wie üblich aus einer Einheitsmatrix und einer schief-symmetrischen Matrix zusammen, deren Elemente durch die drei (kleinen) Eulerschen Drehwinkel  $\epsilon_{BD}^{(1)}$ ,  $\epsilon_{BD}^{(2)}$ ,  $\epsilon_{BD}^{(3)}$  gegeben sind:



$$R_{BD} = \begin{pmatrix} 1 & -\epsilon_{BD}^{(3)} & \epsilon_{BD}^{(2)} \\ \epsilon_{BD}^{(3)} & 1 & -\epsilon_{BD}^{(1)} \\ -\epsilon_{BD}^{(2)} & \epsilon_{BD}^{(1)} & 1 \end{pmatrix} \quad (31)$$

Da auch das Doppler-System nicht streng geozentrisch ist und insbesondere um die 3. Achse (z-Achse) eine beachtliche Drehung aufweist, müssen wir den Ortsvektor im Doppler-System erneut einer Transformation unterziehen, um ihn endgültig in das geozentrische System zu bringen:

$$X_G = \Delta X_{DG} + (1 + \mu_{DG}) R_{DG} X_D. \quad (32)$$

Die derzeit am besten bekannten Transformationsparameter wurden einer Arbeit von Boucher und Altamimi, 1985, [1] entnommen:

$$\Delta X_{DG} = \begin{bmatrix} -0.106 \\ 0.697 \\ 4.901 \end{bmatrix} m$$

$$\mu_{DG} = -0.604 \cdot 10^{-6}, \quad (33)$$

$$\epsilon_{DG} = \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.005 \\ -0.814 \end{bmatrix} ''.$$

Verknüpfen wir Gl.(30) mit Gl.(32), so erhalten wir die direkte Transformation vom exzentrischen Bessel-System in das geozentrische GRS80-System

$$X_G = \Delta X_{BG} + (1 + \mu_{BG}) R_{BG} X_B. \quad (34)$$

mit den besten Schätzungen für die 7 Parameter der Helmert-Transformation:

$$\Delta X_{BG} = \begin{bmatrix} 563.88 \pm 6.8 \\ 82.30 \pm 4.6 \\ 463.41 \pm 6.8 \end{bmatrix} m$$

$$\mu_{BG} = (4.47 \pm 0.5) \cdot 10^{-6}, \quad (35)$$

$$\varepsilon_{BG} = \begin{bmatrix} 4.85 \pm 0.15 \\ 1.88 \pm 0.29 \\ 4.46 \pm 0.12 \end{bmatrix} ''.$$

Der Übergang von geodätischen Koordinaten im exzentrischen MGI-System (Bessel) auf jene im geozentrischen GRS80-System kann entweder direkt durch Anwendung der erweiterten Differentialformeln von Vening Meinesz (Heiskanen and Moritz, 1967, [5])

$$(\phi, \lambda, h)_B \rightarrow (\phi, \lambda, h)_G$$

oder indirekt über den Umweg kartesischer Koordinaten erfolgen:

$$(\phi, \lambda, h)_B \rightarrow X_B \rightarrow X_G \rightarrow (\phi, \lambda, h)_G$$

Wir haben uns für diese letzte Variante entschieden, da sie in jedem Fall exakt und nicht weniger ökonomisch ist als die Anwendung der erweiterten Differentialformeln. (Die in Heiskanen and Moritz, 1967, [5], S. 207, angegebenen Differentialformeln sind für unseren Fall nicht ausreichend genau, da sich Form und Lage der beiden Ellipsoide zu stark voneinander unterscheiden, sodaß Glieder höherer als erster Ordnung berücksichtigt werden müßten. Darüberhinaus müßten die Formeln wegen Rotation und Maßstab erweitert werden.) Mit den geodätischen Koordinaten in beiden Systemen ist aber nun auch der Bezug zwischen den in unserer Lösung verwendeten Schwerefeldgrößen  $(\zeta, N, \xi, \eta)$  gegeben:

$$\zeta_G = \zeta_B + (h_G - h_B), \quad (36)$$

$$N_G = N_B + (h_G - h_B), \quad (37)$$

$$\xi_G = \xi_B - (\phi_G - \phi_B), \quad (38)$$

$$\eta_G = \eta_B - (\lambda_G - \lambda_B) \cos \phi. \quad (39)$$

Der Unterschied der Geoidhöhen und Lotabweichungen zwischen beiden Systemen ist durchaus beachtlich und liegt im Bereich von etwa 50 Metern bzw. mehreren Bogensekunden.

### 2.2.3 Die Kollokationslösung

Das Primärziel der Schwerefeldbestimmung für Österreich ist die Abbildung der Detailstruktur des Geoids bzw. des Quasigeoids. Aufgrund der damals sehr stark eingeschränkten Computer-Ressourcen mußte eine Erdschwerefeldbestimmung in einem Guß von vornherein ausgeschlossen werden. Wir entschieden uns daher, dem Dänischen Beispiel zu folgen und unterteilten das Österreich überdeckende Gebiet in 5 Teilgebiete, die sich an den Rändern jeweils in einem Bereich von etwa  $1^{\circ}$  überlappten.

Für jedes dieser 5 Teilgebiete wurde die empirische Kovarianzfunktion der vollkommen reduzierten Schwereanomalien  $\Delta g'$  bestimmt und das Tscherning/Rapp-Modell, 1974, [24] optimal angepaßt. Die aus diesen Modell-Kovarianzfunktionen abgeleiteten Kovarianzfunktionen der longitudinalen und transversalen Lotabweichungskomponenten, die nur von der sphärischen Distanz, nicht aber vom Azimut abhängen (Sünkel, 1983, [21]), wurden mit den entsprechenden, aus den vollständig reduzierten Lotabweichungen ermittelten, empirischen Kovarianzfunktionen für jedes der 5 Teilgebiete verglichen und zeigten eine bemerkenswerte Übereinstimmung sowie nur geringe Unterschiede zwischen den 5 Teilgebieten untereinander. Dies bedeutet, daß im statistischen Verhalten der vollständig reduzierten Schwerefeldgrößen kaum mehr zwischen Flachland und Hochgebirge unterschieden werden kann, woraus wir wiederum schließen können, daß der Reduktionsprozeß (Remove) von einem realitätsnahen Modell (Topographie/Isostasie, Erdmodell) ausging.

Die gemittelte, für das gesamte Bundesgebiet gültige Kovarianzfunktion der Höhenanomalieresiduen hat eine Varianz von  $0.067 \text{ m}^2$  und eine Halbwertsbreite von 33 km. (Verglichen mit der aus dem Datenmaterial der Geoidbestimmung 1983 abgeleiteten Kovarianzfunktion bedeutet dies eine ein wenig größere Varianz und eine etwas kürzere Halbwertsbreite; die Werte der Grazer Lösung 1983:  $0.05 \text{ m}^2$ , 35 km (Sünkel, 1983, [21].) Das ist insofern leicht zu erklären, als der in der Lösung 1987 neu hinzu gekommene Datensatz nahezu ausschließlich in Tirol und Vorarlberg und damit im topographisch anspruchsvollsten Gebiet Österreichs liegt, und das uns zur Verfügung stehende lokale Höhenmodell für Hochgebirgsregionen eine doch zu geringe Auflösung besitzt, sodaß die reduzierten Daten noch Restenergie aus dem nicht erfaßten Spektralbereich der hohen Frequenzen der Topographie enthalten.

Das von uns gewählte Kovarianzmodell enthält keine Frequenzanteile unter Grad 180. Die Bjerhammar-Kugel, die den Harmonizitätsbereich und damit auch den Operationsbereich für die Kollokationslösung festlegt, liegt in einer Tiefe von 3 km. Die Modell-Kovarianzfunktion der Höhenanomalie- und Schwereanomalieresiduen sind in Abb. 5 und Abb. 6 dargestellt.

Die Berechnung der Kovarianzmatrizen (Daten-Autokovarianzmatrix, Signal-Daten-Kreuzkovarianzmatrix, Signal-Autokovarianzmatrix) stellt einen äußerst aufwendigen Prozeß bezüglich

CPU-Zeit dar, insbesondere dann, wenn lokale Kovarianzfunktionen wie hier verwendet werden, welche viele (niedere) Harmonische nicht enthalten. Um dieses Problem zu umgehen, machten wir von einem Kovarianz-Approximations-Verfahren Gebrauch (Sünkel, 1979, [18]), das eine komfortable und sehr schnelle Berechnung der Kovarianzen ermöglicht, wobei ausgehend von einem einmal vorausberechneten Kovarianznetz alle erforderlichen Kovarianzen durch einfache Interpolation und Differentiation berechnet werden. Da der maximale topographische Höhenbereich in Österreich zwischen 0 und 4000 m liegt und der maximale Durchmesser Österreichs und damit auch der maximale Abstand zwischen den Datenpunkten etwa 600 km beträgt, mußte das Kovarianznetz nur diesen Maximalbereich abdecken. Im Vergleich zu exakt bestimmten, mit Hilfe von Tschernings COVAX-Algorithmus (Tscherning, 1976, [25]) berechneten Kovarianzen bringt diese Kovarianzapproximation eine Geschwindigkeitssteigerung um einen Faktor 30 !

Die geringe Varianz und die Glätte der vollständig reduzierten Lotabweichungen und Schwereanomalien demonstrierte nicht nur die hohe Qualität des verwendeten Reduktionsmodells (und der verwendeten Computerprogramme), sondern gab uns auch zu verstehen, daß für die Zwecke einer lokalen Geoidbestimmung in Österreich die vorhandenen Lotabweichungen allein einen hinreichend guten Datensatz darstellen. Um den Genauigkeitsgewinn, der sich durch die Hinzunahme von Schweredaten ergibt, zu untersuchen, wurde das topographisch recht anspruchsvolle, mit Schweredaten bestens bedeckte Vorarlberg als Testgebiet ausgewählt. Die beiden Kollokationslösungen (mit und ohne Verwendung von Schweredaten) ergaben nahezu idente Geoidhöhenresiduen. Dieses Ergebnis, der große ökonomische Vorteil bei der Verwendung von kleineren, nur aus Lotabweichungen bestehenden Datensätzen, die starke Inhomogenität der Verteilung der Schweredaten in unserem Bundesgebiet sowie das Fehlen solcher Daten aus unseren Nachbarländern im Norden, Osten und Süden führten zur Entscheidung, auf die Verwendung der Schwereanomalien bei der Kollokationslösung zu verzichten.

So wurden auf der Grundlage der topographisch-isostatisch-Erdmodell - reduzierter Lotabweichungsdaten für jedes der 5 Teilgebiete mit Hilfe der Kollokation nach kleinsten Quadraten Geoidhöhen- und Höhenanomalieresiduen auf einem  $3' \times 5'$  - Gitter berechnet. Von einer Horizontverschiebung abgesehen (Integrationskonstante der Kollokationslösung) stimmten die Geoidhöhen im jeweiligen zentralen Überlappungsbereich auf etwa 1 - 2 cm überein, was höchst bemerkenswert ist. Diese 5 Teillösungen wurden anschließend numerisch "verklebt" und ergaben so das ganz Österreich überdeckende  $3' \times 5'$  - Raster der Restgeoidhöhen und Resthöhenanomalien.

Die geschätzte innere Genauigkeit der relativen Geoidhöhen und Höhenanomalien wird ebenfalls durch die Kollokationslösung geliefert und liegt bei etwa  $\pm 0.5$  cm über 1 km. Dies entspricht einem Fehler der relativen Geoidhöhen von  $\pm 5$  cm über 100 km. Diese Genauigkeitsschätzung erfuhr zumindest für einen Bereich in Kärnten jüngst eine schöne Bestätigung: Die im Rahmen der WM 101 GPS-Kampagne 1987 im Raum Villach durchgeführten GPS-Messungen ergaben

für alle GPS-Punkte mit bekannter orthometrischer Höhe eine Übereinstimmung der Geoidhöhen im Bereich der aus der Erdschwerefeldbestimmung 1987 geschätzten Genauigkeit (Höggerl et al., 1987, [6]). Ein Vergleich mit den aus der AGEDEN GPS-Kampagne abgeleiteten Höhen lieferte ähnliche Ergebnisse für lokale Bereiche. Für den Bereich des gesamten Bundesgebietes ergab sich nach Ausschaltung einiger als grob fehlerhaft erkannter Punkte eine mittlere Restklaffung der Höhe von etwa  $\pm 11$  cm, was sehr für die Qualität unserer Erdschwerefeldbestimmung 1987 und der Realitätsnähe der zugehörigen Fehlerschätzung spricht (Hofmann und Sünkel, 1989, [7]).

Neben der Bestimmung des Geoids und des Quasigeoids war auch die Schätzung von Schwerewerten und Lotabweichungen Ziel der jüngsten Erdschwerefeldbestimmung. In Gebieten mit guter Datenverteilung sind wir nun in der Lage, Punktschwerewerte mit einer für das gesamte Bundesgebiet repräsentativen Genauigkeit von  $\pm 1.5$  mGal aus dem vorliegenden Datenmaterial zu präzisieren. Im gebirgigeren Teil Österreichs muß dieser Wert etwa mit dem Faktor 2 multipliziert werden (vor allem bedingt durch die Unzulänglichkeiten des digitalen Höhenmodells), im Flachland dagegen liegen die Prädiktionsfehler im Durchschnitt deutlich unter  $\pm 1$  mGal. Diese aus der Kollokationslösung stammenden Fehlerschätzungen decken sich weitgehend mit externen, durch Vergleich präzidierter mit gemessenen Schwerewerten resultierenden Fehlerschätzungen.

Die Lotabweichungskomponenten können mit einer für das gesamte Bundesgebiet repräsentativen Genauigkeit von  $\pm 0.8''$  aus dem vorliegenden Datenmaterial präzidiert werden. Bei rauher Topographie erhöht sich dieser Wert etwa um den Faktor 1.5, im Flachland liegt er bei durchschnittlich  $\pm 0.5''$  und damit praktisch im Bereich der Meßgenauigkeit! Auch diese aus der Kollokationslösung stammenden Fehlerschätzungen decken sich weitgehend mit externen, durch Vergleich präzidierter mit gemessenen Lotabweichungen resultierenden Fehlerschätzungen.

#### 2.2.4 Der Restore-Prozeß

Der Restore-Prozeß ist zum Remove-Prozeß invers und besteht in der Überlagerung der Modelleffekte auf die präzidierten Erdschwerefeldgrößen. So erhalten wir zum Beispiel endgültige Geoidhöhen, indem wir den Anteil von Topographie/Isostasie + Erdmodell zu der mittels Kollokation präzidierten Restgeoidhöhe addieren. Das so erhaltene endgültige GRS80-Geoid ist in Abb. 7 dargestellt. Der Unterschied zwischen Höhenanomalie und Geoidhöhe liegt im Bereich zwischen -2 und +56 cm und stimmt mit der Näherung (Heiskanen and Moritz, 1967, [5], S. 328)

$$\zeta - N [m] \doteq -\Delta g_{Bouguer} [Gal] \cdot H [km] \quad (40)$$

ausgezeichnet überein. Diese sehr gute Übereinstimmung wurde auch bereits bei der Grazer Lösung der Geoidbestimmung 1983 beobachtet (Sünkel, 1983, [21]).

Da das System der österreichischen Landesvermessung auf dem exzentrischen MGI-System mit dem Bessel-Ellipsoid als Bezugsfläche beruht und für Zwecke der geodätischen Praxis (Geometrisierung geodätischer Messungen) Erdschwerefeldgrößen in diesem System vorliegen müssen, wurde die gesamte Lösung mit Hilfe der Gl. (34) - (35) auch auf dieses MGI-System transformiert. (Das vertikale Datum des MGI-Systems ordnet im übrigen dem Punkt  $\phi = 48^{\circ} 48'$ ,  $\lambda = 16^{\circ} 00'$  eine Geoidhöhe von + 1.00 m zu. Dieses MGI (Bessel) Geoid ist in Abb. 8 dargestellt. Man beachte, daß die MGI-Geoidhöhen einige Meter um Null schwanken (aufgrund der *lokalen Bestanpassung* des Bessel-Ellipsoids an das Geoid), während die auf das geozentrische GRS80-System bezogenen Geoidhöhen zwischen etwa 45 und 54 m liegen. Eine 3-D - Darstellung des Geoids für Österreich ist in Abb. 9 gegeben.

Auf der Basis dieser Erdschwerefeldbestimmung 1987 entstand an der Abteilung für Mathematische Geodäsie der TU Graz auch ein sehr leistungsfähiges und äußerst komfortables Softwarepaket, das es auf IBM-AT kompatiblen Rechnern erlaubt, bei Vorgabe entweder der Gauß-Krüger-Koordinaten oder geographischer Koordinaten von Punkten innerhalb unseres Bundesgebietes nicht nur Geoidhöhe, Höhenanomalie und Lotabweichungskomponenten zu präzisieren und auf Wunsch die zugehörige Fehlerschätzung durchzuführen, sondern auch noch alle Korrekturgrößen zu berechnen, welche additiv an die geodätischen Meßwerte angebracht werden müssen, um diese vom Einfluß des Erdschwerefeldes zu befreien (Geometrisierungskorrekturen). Das Programmsystem wurde ursprünglich am VAX-System der Abteilung für Mathematische Geodäsie entwickelt und wurde im Rahmen einer Diplomarbeit auf PC-Ebene portiert sowie mit einer Benutzerschale versehen (Rapatz, 1988, [12]). Diese PC-AT-Version ist an o.g. Abteilung erhältlich.

### 3 Schlußfolgerungen

Die Erdschwerefeldbestimmung 1987 wurde auf der Grundlage von Lotabweichungen und aus Doppler-Daten und Gebrauchshöhen abgeleiteten Höhenanomalien als eigentliche Schwerefeldgrößen durchgeführt. Schweredaten wurden lediglich zur Schätzung der statistischen Eigenschaften des Schwerefeldes (und zu Kontrollzwecken) herangezogen, sie wurden jedoch in der Kollokationslösung als Daten nicht verwendet. Die geschätzte Genauigkeit der innerhalb unseres Bundesgebietes präzifizierbaren Erdschwerefeldgrößen von  $\pm 5$  cm / 100 km für Geoidhöhen,  $\pm 1.5$  mGal für Punktschwerewerte und  $\pm 0.8''$  für die beiden Lotabweichungskomponenten ist in Anbetracht der topographischen Verhältnisse innerhalb Österreichs sehr bemerkenswert.

Als nächstes realistisches Ziel streben wir eine Genauigkeitssteigerung etwa um den Faktor 2 an, was mit einem stark verbesserten und umfangreicheren Datensatz (DHM:  $50 \times 50$  m; DDM: 3-D; dichtes, homogenes Schweredatenmaterial nicht nur innerhalb, sondern auch außerhalb Österreichs; Lotabweichungen außerhalb Österreichs; Verfügbarkeit orthometrischer Höhen für sämtliche GPS-Punkte; GPS-Daten) bis zur XX. Generalversammlung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik durchaus im Bereich der Möglichkeit wäre. Als Fernziel sehen wir das "Zentimetergeoid" ( $\pm 1$  cm / 100 km), das nicht nur erlauben würde, uns vom äußerst aufwendigen Nivellieren endgültig zu verabschieden, zumal es in Verbindung mit GPS-Höhen orthometrische Höhen höchster Präzision liefern würde, sondern wegen der sehr viel höheren Auflösung auch sehr wesentliche Randinformation für geophysikalische Fragestellungen im Zusammenhang mit der Plattentektonik und anderen geodynamischen Vorgängen bereitstellen würde.

## Literatur

- [1] BOUCHER, C. and Z. ALTAMIMI: Towards an Improved Realization of the BIH Terrestrial Frame. Proceedings, *International Conference on Earth Rotation and the Terrestrial Reference Frame*, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1985, S. 551 – 564.
- [2] ERKER, E.: Das Geoid in Österreich, Berechnungen des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen. In: *Das Geoid in Österreich*. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band III, 1983, S. 89 – 115.
- [3] ERKER, E.: The Austrian Geoid – Local Geoid Determination Using Modified Conservative Algorithms. In: *The Gravity Field in Austria*. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band IV, 1987, S. 19 – 46.
- [4] FORSBERG, R.: *A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling*. Report 355, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1984.
- [5] HEISKANEN, W.A. and H. MORITZ: *Physical Geodesy*. Freeman, San Francisco, 1967.
- [6] HÖGGERL, N., H. KAHMEN, J. SCHWARZ, G. STANGL, H. SÜNKEL und J. ZEGER: Die WM 101 GPS-Kampagne in Österreich. *ÖZfV*, 4, 1987, S. 167 – 201.
- [7] HOFMANN-WELLENHOF, B. und H. SÜNKEL: Interpretation der Ergebnisse. In: *Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt*. Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 65, 1989, S. 81 – 98.
- [8] JORDAN, S.K. and W.G. HELLER: Upward Continuation of Gravity Disturbance Covariance Functions. *Journal of Geophysical Research*, 83, B7, 1978, S. 3382 – 3388.
- [9] LITSCHAUER, J.: Zur Frage der Geoidgestalt in Österreich. *ÖZfV*, 6, 1953, S. 161 – 172.
- [10] MORITZ, H.: Geodetic Reference System 1980. *Bulletin Géodésique*, 54, 1980. S. 395 – 405.
- [11] MORITZ, H.: *Advanced Physical Geodesy*. Wichmann- Verlag, Karlsruhe, 1980.
- [12] RAPATZ, E.: *Entwicklung eines Software-Paketes zur Ingenieurtechnischen Verwendung von Erdschwerefelddaten*. Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 1988.
- [13] RAPP, R.H.: *The Earth's Gravity Field to Degree and Order 180 Using SEASAT Altimeter Data, Terrestrial Gravity Data, and Other Data*. Report No. 322, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1981.



- [14] RAPP, R.H. and J.Y. CRUZ: *The Representation of the Earth's Gravitational Potential in a Spherical Harmonic Expansion to Degree 250*. Report No. 372, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1986.
- [15] RINNER, K.: *Über den Österreichischen Anteil zum Alpine Geoid Doppler Project "ALGEDOP"*. Abschlußbericht für das Projekt P 4885 des Fonds zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung, Institut für Weltraumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Graz, 1986.
- [16] RUMMEL, R., R.H. RAPP, H. SÜNKEL, and C.C. TSCHERNING: *Comparisons of Global Topographic/Isostatic Models to the Earth's Observed Gravity Field*. Report 388, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1988.
- [17] STEINHAUSER, P. and A. PUSTIZEK: Estimation of the Mass Deficit of the Eastern Alps. In: *The Gravity Field in Austria*. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band IV, 1987, S. 111 - 125.
- [18] SÜNKEL, H.: *A Covariance Approximation Procedure*. Report 286, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1979.
- [19] SÜNKEL, H. und R. MALITS: Höhenkorrelation, Kovarianzfunktion und Prädiktion von Schwereanomalien in Lokal Begrenzten Gebieten Österreichs. *ÖZfV*, 1, 1981, S. 17 - 31.
- [20] SÜNKEL, H.: Das Geoid im Testnetz Steiermark. In: *Geodaesia Universalis, Festschrift Karl Rinner zum 70. Geburtstag*. Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 40, 1982, S. 331 - 345.
- [21] SÜNKEL, H.: Geoidbestimmung, Berechnungen an der TU Graz, 2. Teil. In: *Das Geoid in Österreich*. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, III, 1983, S. 125 - 143.
- [22] SÜNKEL, H.: Global Topographic-Isostatic Models. In: *Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy (Ed.: H. Sünkel)*. Lecture Notes in Earth Sciences, 7, 1986, S. 417 - 462.
- [23] SÜNKEL, H., N. BARTELME, H. FUCHS, M. HANAFY, W.-D. SCHUH und M. WIESER: The Gravity Field in Austria. In: *The Gravity Field in Austria*. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, IV, 1987, S. 47 - 75.
- [24] TSCHERNING, C.C. and R.H. RAPP: *Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations, and Deflections of the Vertical Implied by Anomaly Degree-Variance Models*. Report 208, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1974.

- [25] TSCHERNING, C.C. *Covariance Expressions for Second and Lower Order Derivatives of the Anomalous Potential*. Report 225, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1976.
- [26] TSCHERNING, C.C., R.H. RAPP, and C. GOAD: A Comparison of Methods for Computing Gravimetric Quantities from High Degree Spherical Harmonic Expansions. *Manuscripta Geodaetica*, 8, 3, 1983, S. 249 - 272.
- [27] TSCHERNING, C.C.: Local Approximations of the Gravity Potential by Least Squares Collocation. In: *Proceedings of the International Summer School on Local Gravity Field Approximation*, Beijing, China PR, Aug. 21 - Sep. 4, 1984, Publ. 60003, University of Calgary, Calgary, Canada, 1985, S. 277 - 362.
- [28] TSCHERNING, C.C. and R. FORSBERG: Geoid Determination in the Nordic Countries from Gravity and Height Data. *Proceedings of the International Symposium on the Definition of the Geoid, 1*, Florence, 1986, S. 325 - 352.
- [29] WALACH, G.: A Digital Model of Surface Rock Densities of Austria and the Alpine Realm. In: *The Gravity Field in Austria*. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band IV, 1987, S. 3 - 9.
- [30] WENZEL, H.G.: *Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde*. Wissenschaftliche Arbeiten, Fachbereich Vermessungswesen der Universität Hannover, 1985.
- [31] WIESER, M.: *Das Globale Digitale Höhenmodell TUG87*. Interner Bericht der Abteilung für Mathematische und Datenverarbeitende Geodäsie, Technische Universität Graz, 1987.

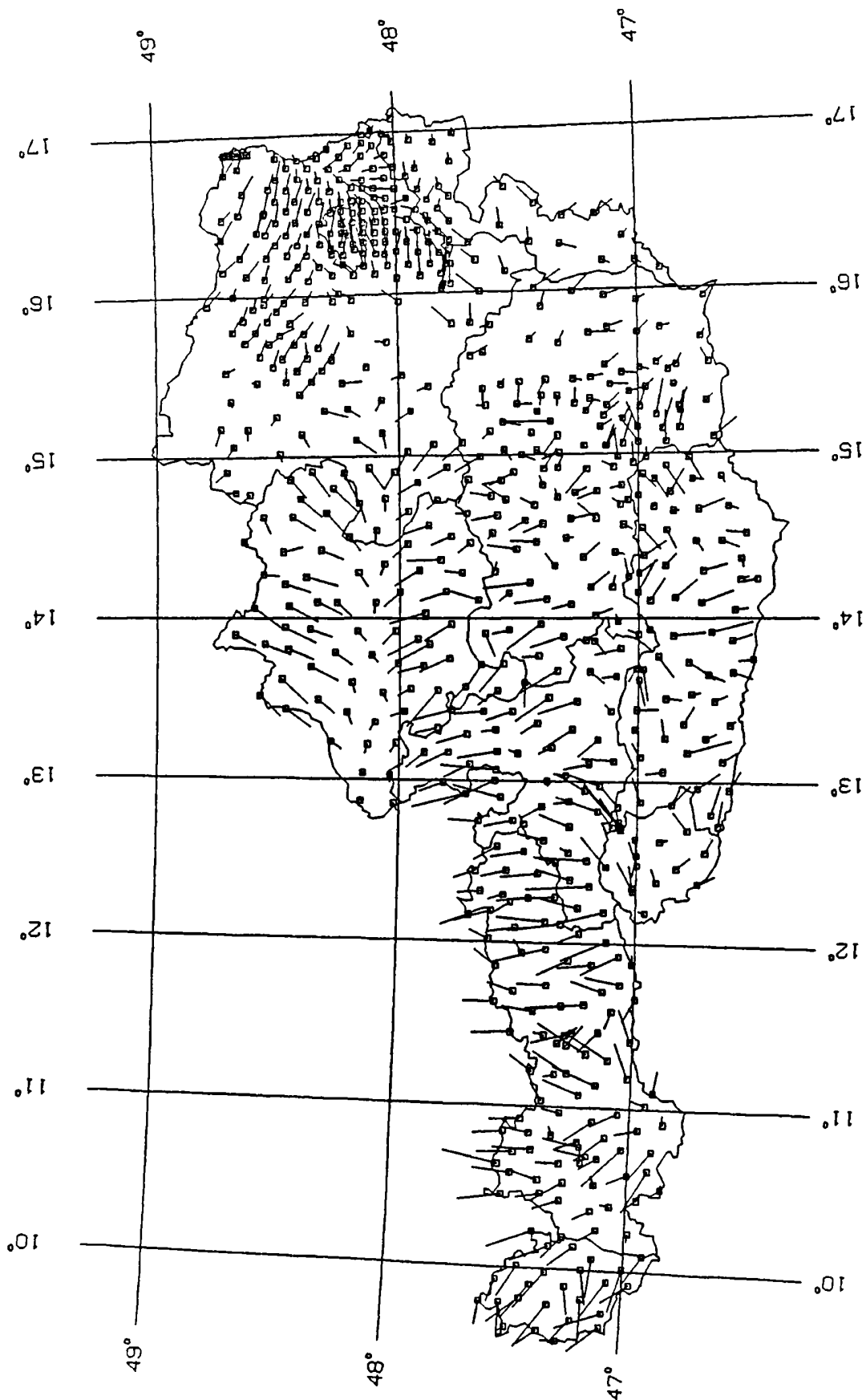


Abbildung 1: Lotabweichungen in Österreich, beobachtet, unreduziert, Bezugssystem: MGI (Bessel), — ... 10''

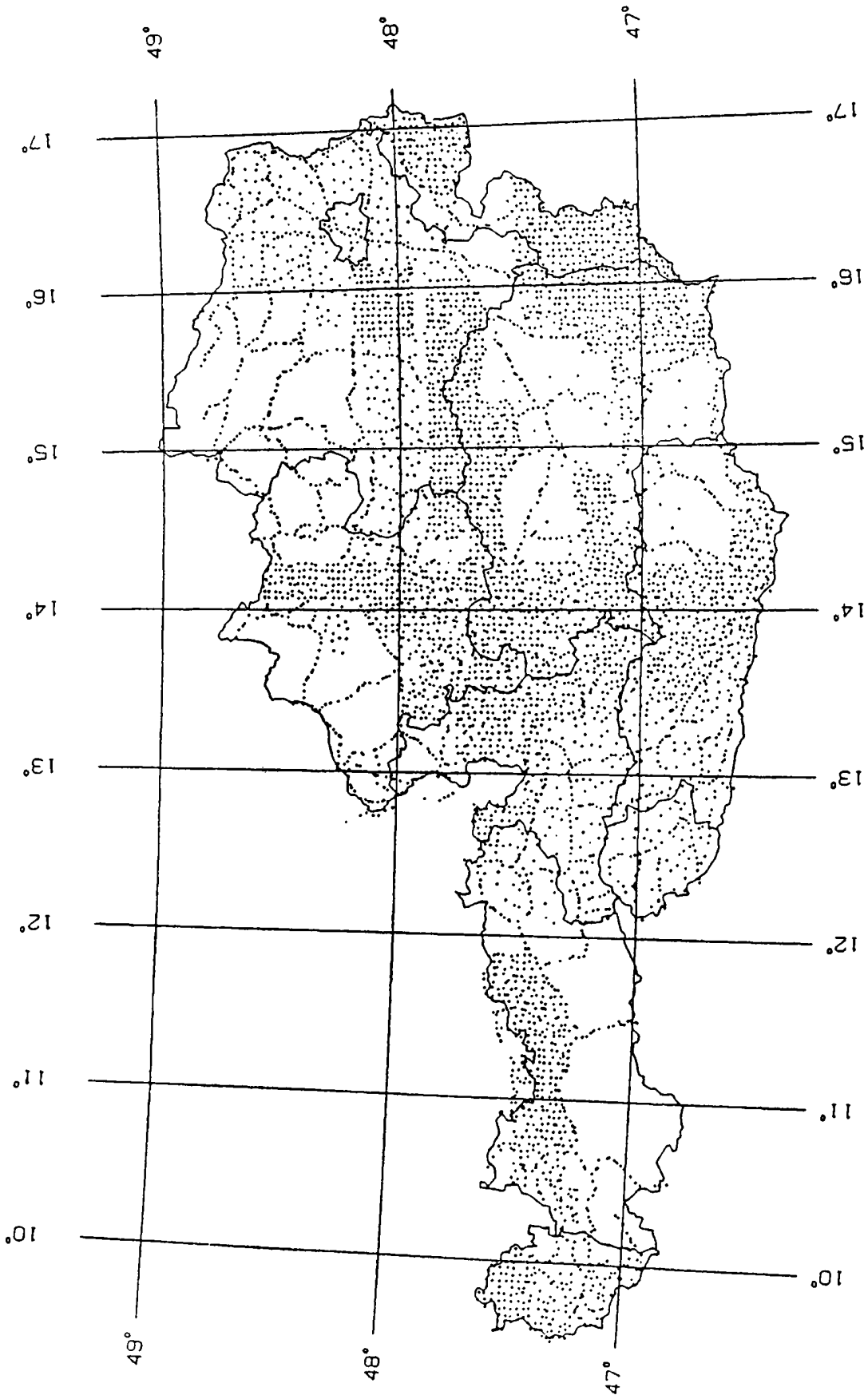


Abbildung 2: Schweredaten in Österreich (20% - Stichprobe)

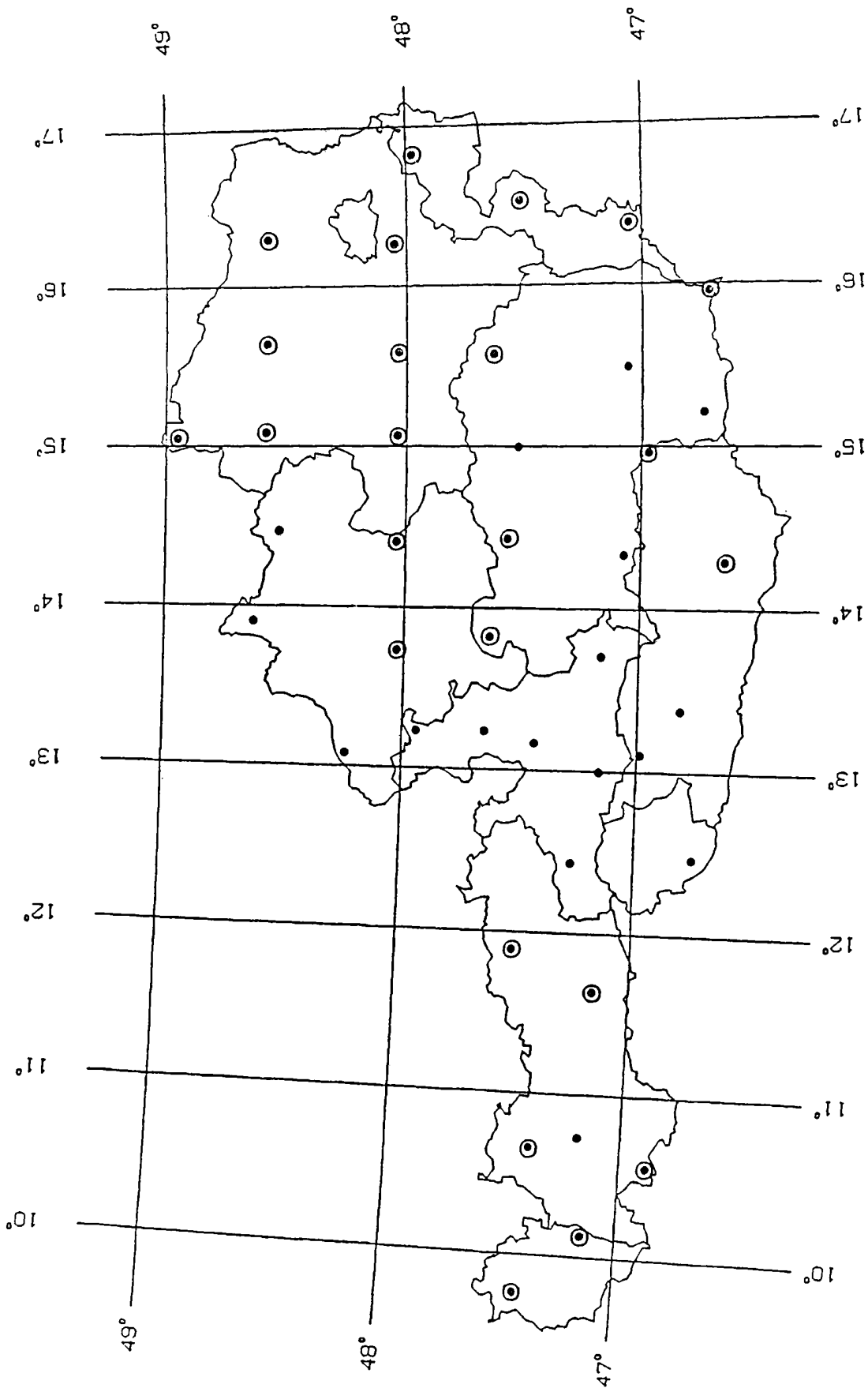


Abbildung 3: Dopplerdaten in Österreich, ( ⊙ ... zur Transformation MGI - GRS80 verwendet)

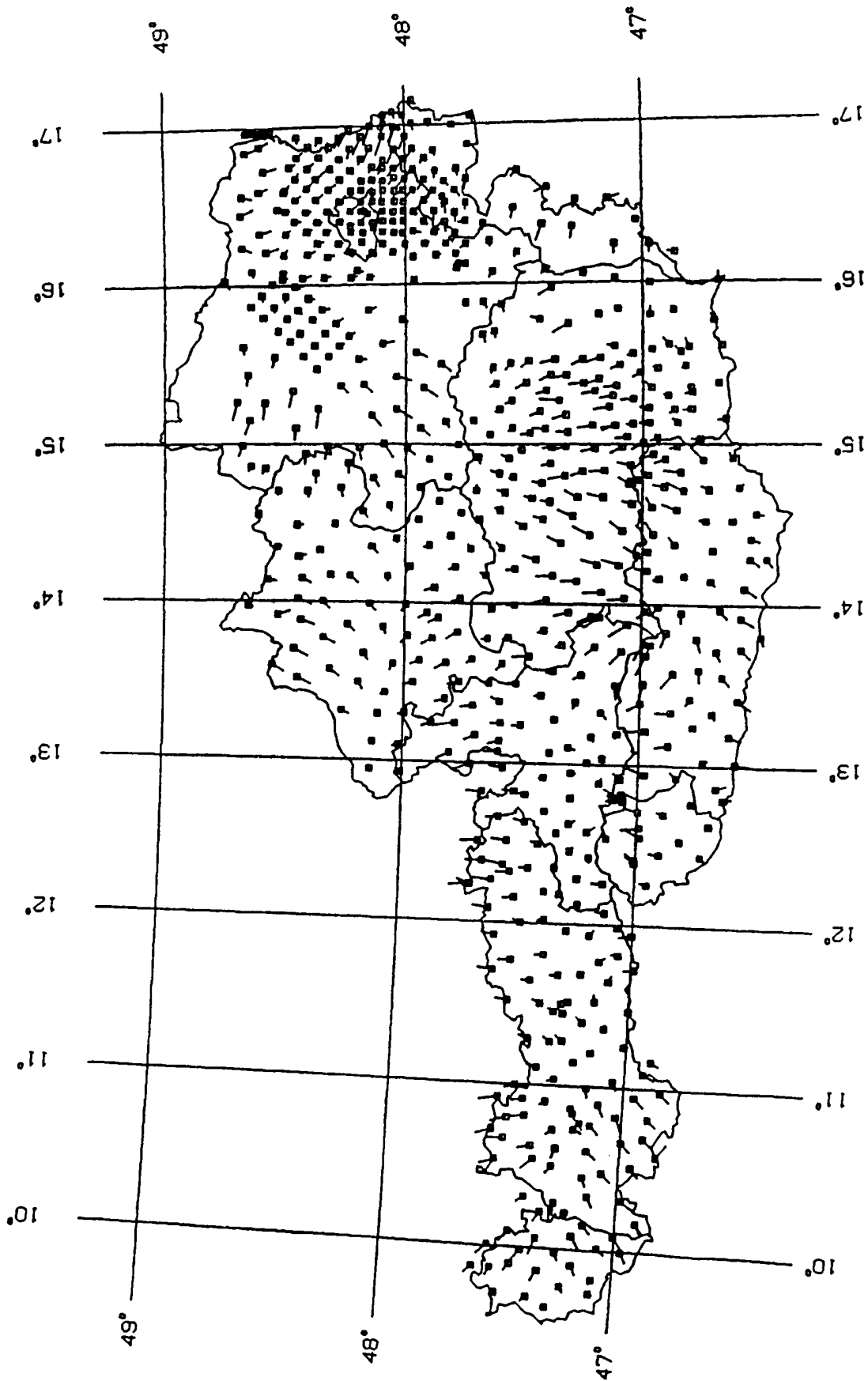
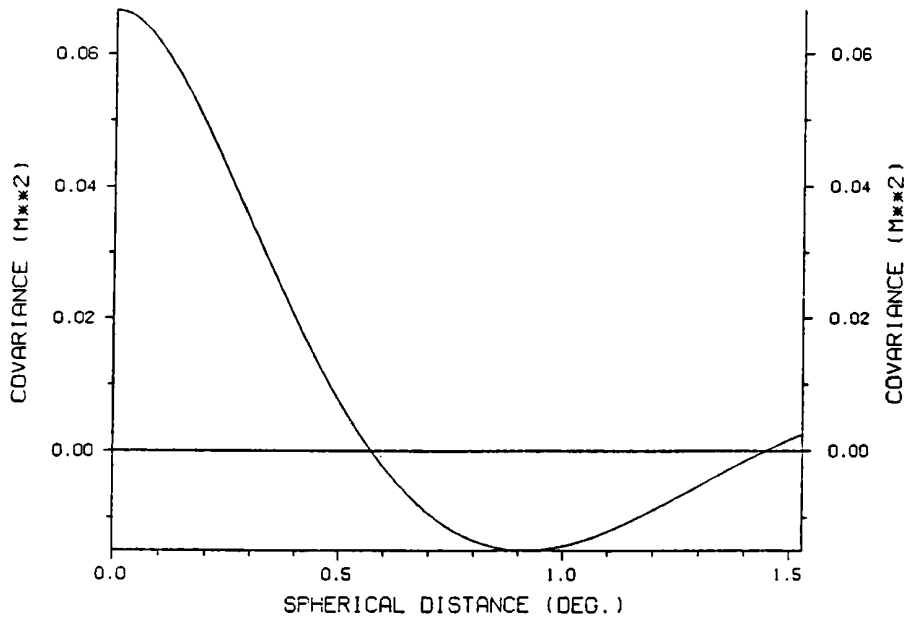
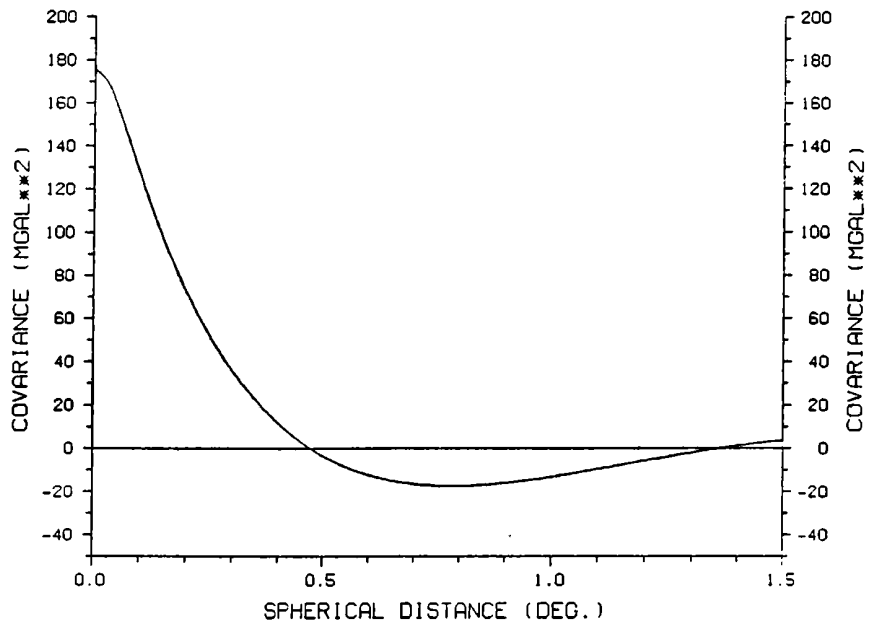


Abbildung 4: Lotabweichungen in Österreich, vollständig reduziert, Bezugssystem: MGI (Bessel), — ... 10''



**Abbildung 5: Höhenanomalie – Kovarianzfunktion**



**Abbildung 6: Schwereanomalie – Kovarianzfunktion**

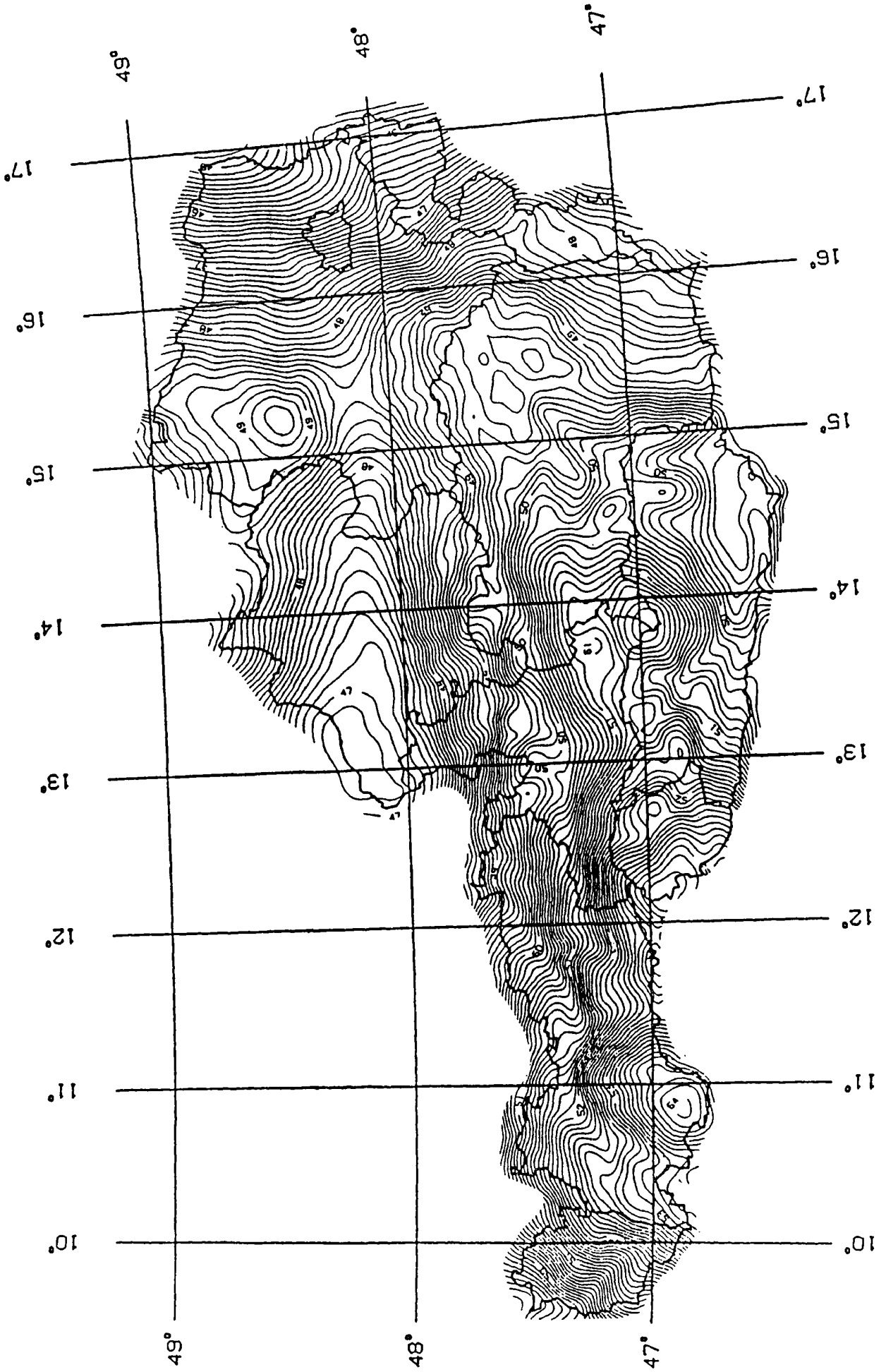


Abbildung 7: GRS80-Geoid, Schichtenlinienabstand: 10 cm



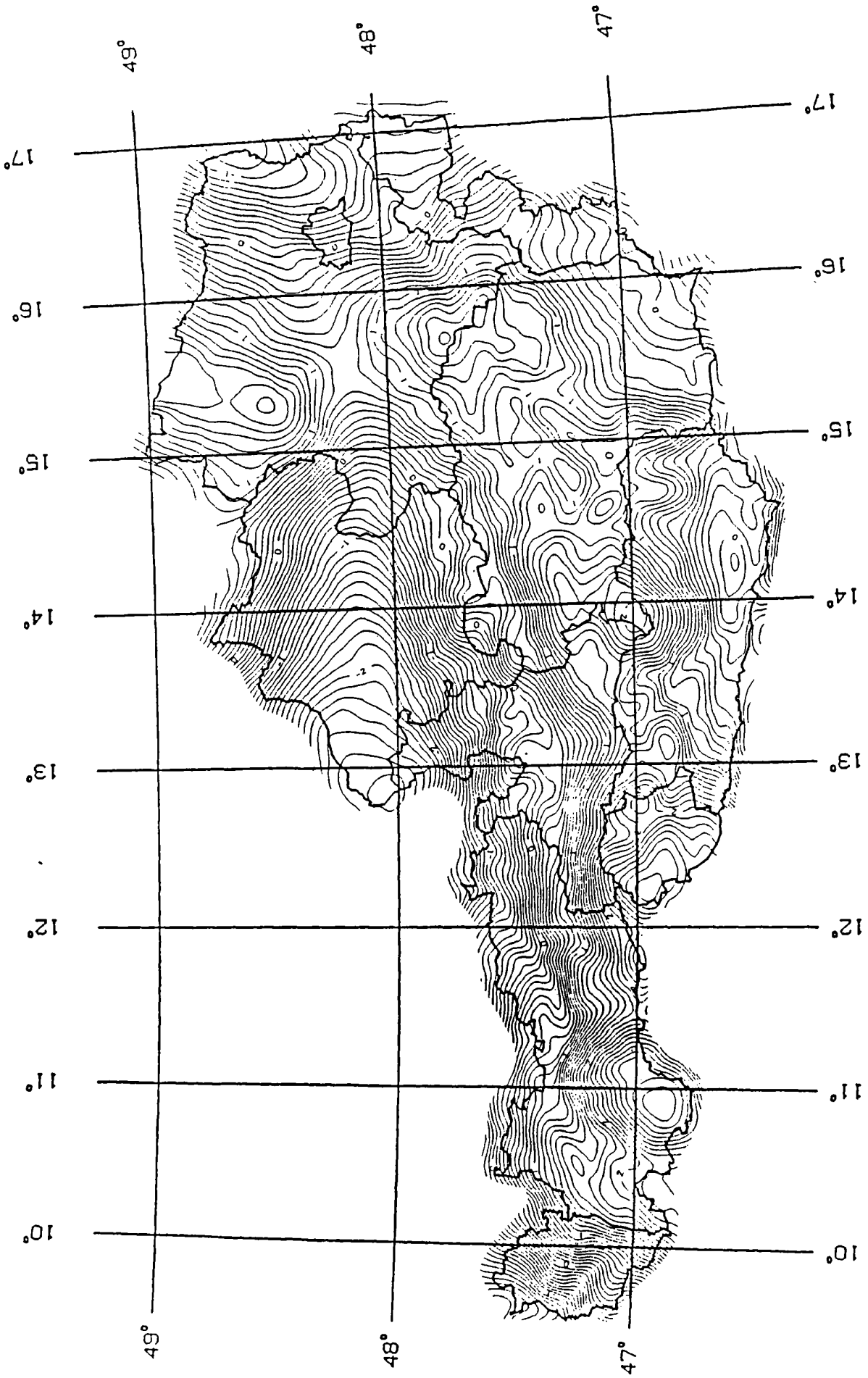


Abbildung 8: MGI (Bessel) – Geoid, Schichtenlinienabstand: 10 cm

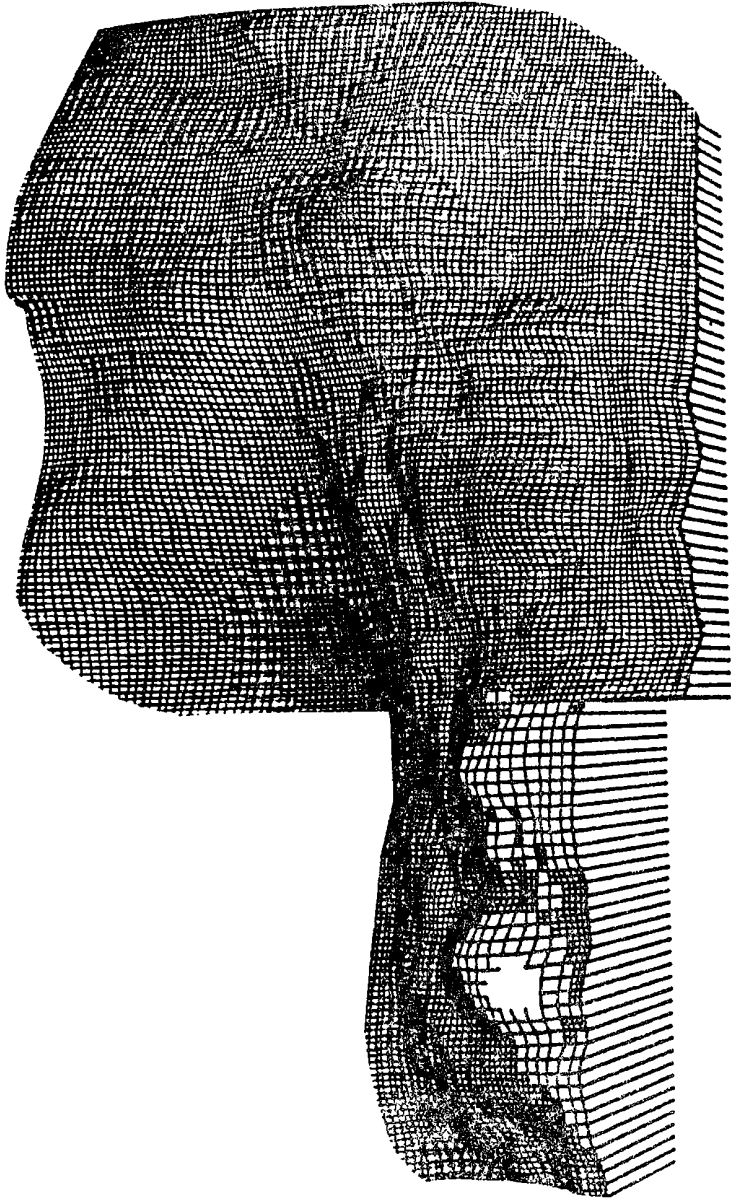


Abbildung 9: Das Geoid in Österreich

---

## Stand und Entwicklungsziele der gravimetrischen Landesaufnahme Österreichs

Peter Steinhauser

ZAMG / Universität Wien

---

### 1. Einleitung

Vor rund 25 Jahren veröffentlichte E. Senftl /1965/ seine Schwerekarte von Österreich, die damals nach modernsten Erkenntnissen erarbeitet worden ist. Daß Senftl es mangels Mitarbeitern dennoch zuwege brachte, die für diese Karte erforderlichen Arbeiten weitestgehend im Alleingang durchzuführen, unterstreicht diese Leistung ganz besonders.

In dem seither vergangenen Vierteljahrhundert haben sich die wissenschaftlichen und technischen Möglichkeiten sprunghaft entwickelt. Computer-orientierte Auswerteverfahren, elektro-optische Distanzmesser und transportable Absolutgravimeter sind nur einige Beispiele hiefür. In Österreich kommt zusätzlich hinzu, daß die Zugänglichkeit des Hochalpenraumes durch Güterwege, Kleinseilbahnen und Hubschrauber in einem nahezu unvorstellbaren Ausmaß zugenommen hat, was nicht nur für die Gravimetrie neue Möglichkeiten erschließt.

Welche Konsequenzen sich aus dieser Entwicklung für die gravimetrische Landesaufnahme ergeben, kann am besten von den an sie gestellten Anforderungen aus, diskutiert werden.

### 2. Aufgaben der gravimetrischen Landesaufnahme

Unter den verschiedenen geowissenschaftlichen Basisaufnahmen des Bundesgebietes zählt die gravimetrische zu den anspruchsvollsten, da sie eine Fülle verschiedenartigster Aufgaben, wie sie in anderen Bereichen der Geophysik nicht vorkommen, gleichzeitig zu erfüllen hat. Ihre Ergebnisse sind für Geodäsie, Geophysik und Geologie gleichermaßen von Bedeutung. Insbesondere betrifft dies:

- Geoid: Der Beitrag der Gravimetrie zur Bestimmung der Figur der Erde bildet eine klassische Aufgabe /Rinner und Moritz, 1977/, wobei die Schwerkraft- und Geoidbestimmung über die Fragen der Höheren Geodäsie hinaus auch für ingenieurgeodätische Fragen Bedeutung erlangt /Rapatz, 1989/.

- Krustengleichgewicht: Die Genauigkeit mit der der isostatische Zustand der Kruste und das Massendefizit der Alpenwurzel ermittelt werden kann, ist für die quantitative Beurteilung der wirkenden plattentektonischen Kräfte wichtig und ermöglicht Aussagen über die Strukturen und das dynamische Verhalten der Erdkruste.
- Strukturerkundung: Großräumige Krustenstrukturen von regionaler (z.B. Alpen) bis subregionaler Dimension (z.B. Wiener Becken) sind sowohl für die Grundlagenforschung zu erfassen, wo sie beispielsweise für die Entwicklung tektonischer Theorien benötigt werden, als auch als Basisdaten für die Rohstofferkundung von Bedeutung.
- Regionalfeldbestimmung: Lokale gravimetrische Untersuchungen benötigen Schwereinformationen aus ausgedehnten Randbereichen, deren Fläche im Extremfall ein Mehrfaches des eigentlichen Untersuchungsgebietes ausmachen muß, um den störenden Regionalfeldanteil (Alpenwurzel, benachbarte geologische Großstrukturen etc.) sicher erfassen zu können.
- Komplexinterpretation: Die gemeinsame Interpretation der Ergebnisse verschiedener geophysikalischer Methoden steigert die Sicherheit und Aussagekraft der Ergebnisse beträchtlich. Bei den potentialtheoretischen Verfahren besteht teilweise sogar die direkte theoretische Verknüpfung durch das Poisson'sche Theorem.
- Extrapolation: Da die Gravimetrie nach der Magnetik jene geophysikalische Meßmethode darstellt, die am einfachsten auch im extremen Hochgebirge eingesetzt werden kann, können mit ihrer Hilfe die Ergebnisse anderer Verfahren, die entweder gar nicht oder nur unter größtem Aufwand im Hochgebirge eingesetzt werden können, in schwer zugängliche Gebirgsregionen hin extrapoliert werden.

### 3. Stand der gravimetrischen Landesaufnahme

Da die allgemeine Zugriffsmöglichkeit neben einer in sich geschlossenen Bearbeitung als Kennzeichen einer Landesaufnahme anzusehen ist, repräsentiert die Bouguer - Schwerekarte von Österreich /Senftl, 1965/ den Stand der Landesaufnahme (Abb. 1). Die dieser Karte zugrunde liegende Vermessung ist allerdings in Hinblick auf die geodätischen Erfordernisse ausgerichtet. So sind die Schwerestationen zum weitaus Überwiegenden Teil entlang der Nivellementlinien angeordnet und, obwohl insgesamt etwa 2000 Schwerestationen verwendet worden sind, ist die Punktdichte in vielen Bereichen sehr gering. Dies trifft insbesondere auf die Hochgebirgsregionen zu, wo ganze Gebirgsstöcke gravimetrisch nicht erfaßt werden konnten. Aber auch im Mühlviertel (OÖ) wird nur eine Meßpunktdichte von einer Schwerestation je 390 km<sup>2</sup> erreicht. Trotzdem konnte im Rahmen mehrerer gravimetrischer Untersuchungen bestätigt werden, daß die wesentlichen Züge der Schwereverteilung im österreichischen Bundesgebiet durch die Senftl - Karte relativ gut erfaßt werden.

Lokal können aber, wie verschiedene Detailvermessungen gezeigt haben, beträchtliche Abweichungen der tatsächlichen Anomalienverteilung vom Isolinienbild der Senftl - Karte auftreten. Beispiele hierfür sind das Fohndorfer Becken, dessen in Abb. 2 wiedergegebenes lokale Schwereminimum /Walach, 1980/ in das regionale Schwereminimum der Niederen Tauern miteinbezogen worden ist, da die Abgrenzung beider Strukturen mangels Schwerestationen nicht erfaßt werden konnte. Ähnliches trifft auf die Schwereverteilung im Bereich des Inntals zu. Die dort entlang einer Nivellementlinie angeordneten Schwerestationen der Landesaufnahme wurden auch dazu verwendet, das Schwereniveau im benachbarten Karwendelgebirge und in den Hohen Tauern festzulegen, wo keine Schweremessungen verfügbar waren. Wie das Querprofil des Inntals östlich von Innsbruck /Steinhauser, 1980/ in Abb. 3 zeigt, bewirkt die Talfüllung des Inntals aber einen Schweretrog mit einer Tiefe der Größenordnung von -10 mgal. Infolge der fehlenden Schwerestationen an den Talflanken wird in der Senftl - Karte das lokale Inntal - Trogminimum auf die benachbarten Gebirgsstöcke hin ausgedehnt.

Aus diesen Beispielen ergibt sich zusammenfassend der Schluß, daß die bestehende Landesaufnahme erweitert werden muß, um den vorhin genannten Anforderungen gerecht werden zu können.

#### 4. Kriterien der Neuaufnahme

Um die vorhin genannten Ziele erfüllen zu können, sind nach den bisher gemachten Erfahrungen folgende technische Kriterien bei der Neuaufnahme einzuhalten:

##### 4.1 Gleichverteilung der Stationen in flächen- und höhenmäßiger Hinsicht.

Durch dieses Meßprinzip sollen Verzerrungen des Isolinenbildes in meßtechnisch nicht erfaßten Gebieten, wie sie im vorhergehenden Abschnitt beispielhaft angeführt wurden, verhindert werden. Neben einer gleichmäßig flächenhaften Stationsverteilung ist dabei aber auch eine möglichst gleichmäßige Verteilung in höhenmäßiger Hinsicht anzustreben. Dies ist deshalb notwendig, weil Talböden zum Teil mit mächtigen Schichten von Flußsedimenten geringer Dichte aufgefüllt sind, was selbst in hochgelegenen Seitentälern möglich ist. Außerdem folgen verschiedene Täler dem Verlauf von Störungen, die mit tiefreichenden Auflockerungszonen verbunden sein können.

Insgesamt kann daher eine Punkteverteilung erst dann als repräsentativ angesehen werden, wenn auch eine ausreichende Anzahl von Schwerestationen in Hanglage bzw. in den Gipfelregionen vorhanden ist.

##### 4.2 Stationsdichte

Obwohl das Auflösungsvermögen einer Schwerevermessung unmittelbar von der Stationsdichte abhängt, kann ein direkter formelmäßiger Zusammenhang nur dann hergestellt werden, wenn Annahmen über Masse, Lage und Geometrie der Störkörper getroffen werden. Andererseits können aus einer gegebenen Schwereverteilung statistische Aussagen darüber abgeleitet werden, wieweit die Bouguerschwerewerte von verschiedenen Schwerestationen miteinander korrelieren. Hohe Korrelation kann dabei als Hinweis auf den gleichen Störkörper als physikalische Ursache der Schwereanomalie interpretiert werden.

Als derartiger statistischer Parameter kann die Kovarianzfunktion  $C(s)$  der Schwerewerte  $\Delta g$  verwendet werden, die durch Mittelbildung über die Produkte der Schwereanomalien aller Punktepaare mit dem Abstand  $s$  erhalten wird /Torge, 1975/. Da Richtungsunabhängigkeit vorausgesetzt wird, müssen Regionalfeldeffekte vor der Berechnung der Kovarianzfunktion mit Hilfe einer Trendfunktion

(Polynom höherer Ordnung) aus dem Datenmaterial entfernt werden. Die Halbwertsbreite dieser Kovarianzfunktion, für die in Abb. 4 ein Beispiel wiedergegeben ist, stellt ein Maß für die Korrelation der Schwerewerte benachbarter Meßpunkte dar. Im Sinne der vorhin angestellten Überlegungen kann sie auch als Maß für das Auflösungsvermögen einer Vermessung gedeutet werden. Für die gravimetrische Alpen traverse /Meurers, Ruess und Steinhauser, 1987/ ergibt die Kovarianzberechnung beispielsweise eine Halbwertsbreite  $\beta = 3,6$  km. Dies kann daher so gedeutet werden, daß im Untersuchungsgebiet Untergrundstrukturen vorherrschen, deren Anomalienbild diese charakteristische Halbwertsbreite besitzen, bzw. daß kleinere Strukturen nicht mehr aufgelöst werden konnten.

Im Sinne dieser statistischen Analyse ist ein Meßpunktabstand von 3 km bzw. eine Meßpunktdichte von 1 Station je 9 km<sup>2</sup> für die Landesaufnahme anzustreben. Im Rastermodell des Höhensystems entspricht dies einer Rastergröße von 2,5 x 1,5 Minuten Länge mal Breite. In Bereichen, wo Horizontalgradienten auftreten, die 4 mgal/km übersteigen und somit lokal sehr schlechte Kovarianzbedingungen vorherrschen, sind zusätzliche Verdichtungspunkte erforderlich.

#### 4.3 Genauigkeitsanforderungen

Mit modernen Gravimetern vom Typ LCR oder Worden ist es dank kleiner Driftraten und hoher Instrumentenstabilität möglich, den meßtechnischen Schwerefehler auf 0,02 mgal zu beschränken. Es ist daher auch erforderlich, diese Messungen in ein Basisnetz hoher Qualität einzubinden, das auf absoluten Schwerebestimmungen aufbaut und somit gegen Niveaufehler und Deformationen gesichert ist.

Für die Größe des Gesamtfehlers einer Schweremessung ist im Hochgebirge hingegen die geodätische Stationseinmessung ausschlaggebend. Da Höhen- und Lagefehler im Geographischen Raster über die Geländereduktion entsprechende Schwerefehler hervorrufen können, kommt den Lokalisierungsverfahren besondere Bedeutung zu. Wenn man sich hierbei auf die klassischen Verfahren beschränkt - da GPS derzeit wegen der zu geringen zeitlichen Überdeckung im Alpenraum noch nicht voll einsetzbar ist - ergeben sich folgende Abschätzungen der Fehlerkomponenten und des gesamten Schwerefehlers.

Tab. 1 Abschätzung des durch Fehler der Lage- und Höhenbestimmung sowie der Schweremessung hervorgerufenen Gesamtfehlers der Bougueranomalie

Höhen- best.	Höhen- fehler	Lage- best.	Koord. Fehler	Fehlerkomponente				Gesamt- fehler
				h	$\phi$	$\lambda$	g	
Triang.	0,1 m	Triang.	1 m	0,02	0,003	0,003	0,02	0,03 mgal
Niv.	<0,01	Karthogr.	25	0,002	0,075	0,075	0,02	0,11
Aerophot.	1	Karthogr.	25	0,2	0,075	0,075	0,02	0,23
Barom.	6	Karthogr.	25	1,2	0,075	0,075	0,02	1,20

Daraus folgt unmittelbar, daß im Hochgebirge die Höhen- und Lagebestimmung der Schwerestationen mittels Triangulierung und elektrooptischer Distanz erfolgen muß.

#### 4.4 Reduktionsverfahren

Hinsichtlich des Reduktionsverfahrens ergibt sich die Notwendigkeit, eine mehrstufige Methode zu fordern. Als Grundstufe ist die Geländereduktion bis 167 km Punktdistanz und disziplinäre Plattenreduktion mit der Standortdichte 2,67 g/m<sup>2</sup> anzusehen. In weiterer Folge sind schrittweise die verschiedenen Untergrundstrukturen entsprechend der Größe des Dichtekontrasts zur Standarddichte bei der Reduktion zu berücksichtigen. Dies betrifft der Reihe nach Seen und Gletscher, junge Talfüllungen und letztlich die unterschiedliche Dichte der gebirgsbildenden Gesteinskörper bis zum Reduktionsniveau hinunter.

Daraus ergibt sich die Forderung nach folgenden digitalen Modellen für das Bundesgebiet:

- digitales Höhenmodell
- digitales Seetiefen- und Gletschermächtigkeitsmodell
- digitales Talfüllungsmodell
- digitales Dichtemodell der Oberflächengesteine

#### 5. Stand der Neuaufnahme

Wenn man das mit Stand 1988 in Österreich verfügbare Datenmaterial nach den vorhin diskutierten Kriterien prüft, dann ergibt sich folgendes Zustandsbild:



### 5.1 Schweregrundnetz

Das Schweregrundnetz ÖSGN baut auf 14 Absolutschwerepunkten auf:

TU Graz, Stmk.	Obergurgl, Tirol
Stift Altenburg, NÖ	Tisis, VlbG.
Stift Kremsmünster, OÖ	Bregenz, VlbG.
Penk, Kntn.	Koblach, VlbG.
Wien - Hohe Warte	Göstling, NÖ
Mannswörth, NÖ	Hochkar, NÖ
Schloß Ambras, Tirol	Klagenfurt, Kntn.

Dazu kommen noch etwa 200 Punkte 1. und 2. Ordnung, sodaß im Durchschnitt ein Basispunkt je 400 km<sup>2</sup> vorhanden ist /Ruess, 1985/. Das ÖSGN und die darin integrierte, durch Absolutschwerepunkte gesicherte Hochkar-Eichstrecke sind somit als die erforderliche Basis der Landesaufnahme vorhanden.

### 5.2 Schwerestationen

Was die flächendeckende Vermessung der Landesaufnahme betrifft, existiert bereits eine große Anzahl an Meßpunkten. In der nachfolgenden Statistik wird davon ausgegangen, daß neben den Daten des BEV und der Universitätsinstitute auch die erforderliche Anzahl an Schwerestationen von der Erdölindustrie zur Verfügung gestellt werden. Dies ist deshalb wahrscheinlich, weil das für die Prospektion erforderliche hohe Auflösungsvermögen hierbei nicht erreicht wird. Weiters berücksichtigt die Statistik in Abb. 5, daß die Geophysik-Institute der Universität Wien und der Montanuniversität Leoben derzeit die gesamte Böhmisches Masse im Rahmen des FWF-Schwerpunktprogrammes flächendeckend vermessen. Da der Arbeitsaufwand für eine Schwerestation sehr stark von der Zugänglichkeit einer Region abhängt, was in den Alpen wiederum in erster Linie von der Höhenlage abhängig ist, erfolgt die Darstellung des Vermessungsstandes der Landesaufnahme in Abb. 5 in Form einer höhenabhängigen Häufigkeitsverteilung der Rasterelemente, für die Schweremessungen entsprechend dem Anforderungsprofil der Landesaufnahme vorliegen, bzw. noch ausstehen. Wie die Abbildung zeigt, ist der weitaus überwiegende Teil des Bundesgebietes bereits vermessen (71 %) bzw. in Arbeit (5,2 %). Die noch ausstehenden Vermessungen verteilen sich ziemlich gleichmäßig auf die verschiedenen Höhenintervalle, wie die folgende Tabelle zeigt:

Tab. 2 Bearbeitungszustand der gravimetrischen Landesaufnahme

Höhen- intervall	Z a h l der R a s t e r e l e m e n t e			Summe
	Schwere vorhanden	in Arbeit	offen	
<500 m	3394	186	234	3814
500 - 1000	2179	317	390	2886
1000 - 1500	890	3	557	1450
1500 - 2000	407		535	942
2000 - 2500	87		419	506
2500 - 3000	5		190	195
3000	-		13	13
Summe	6962	506	2338	9806

Im Verhältnis zu den in den einzelnen Höhenintervallen vorhandenen Flächenanteilen nimmt selbstverständlich der Bearbeitungsgrad mit der Höhe rasch ab, sodaß in Höhenbereichen oberhalb von 1500 m die noch nicht erfaßten Flächen größer sind, als die Flächen, für die Schwerewerte vorhanden sind. Dies ist ein deutlicher Hinweis, daß ab diesen Höhen die Zugänglichkeit der Ostalpen stark abnimmt. Als Transportmittel kommen für diesen Bereich nur noch geländegängige Fahrzeuge und Hubschrauber in Betracht. Bei koordiniertem Einsatz aller daran interessierten Institute sollte die Landesaufnahme innerhalb weniger Jahre abschließbar sein, soferne das erforderliche personelle und finanzielle Potential mobilisiert werden kann.

Literatur:

- Senftl, E.: Schwerekarte von Österreich. Bouguer - Isanomalen 1 : 1 Mill., BEV, Wien 1965.
- Rinner, K.u.H. Moritz: Zur Geoidbestimmung in Österreich  
Sitz.Ber. ÖAW, math.nat. Kl. II, 171 - 177, 1977.
- Rapatz, E.: Ein Softwarepaket zur ingenieurtechnischen Verwendung von Erdschwerefelddaten, 5. Int. Alp. Grav. Koll, Graz, 1989.
- Walach, G.: Der derzeitige Stand der gravimetrischen Messungen im Fohnsdorfer Tertiärbecken. Ber. Tiefbau Ostalp., 8, 27 - 32, 1980.
- Steinhauser, P.: Gravimetrische Untersuchung eines Inntal-Querschnittes bei Innsbruck, Ber. Tiefbau Ostalp., 8, 37 - 43, 1980.
- Torge, W.: Geodäsie, de Gruyter, Berlin, 268 pp., 1975.
- Meurers, B., D. Ruess u. P. Steinhauser: The Gravimetric Alpine Traverse. Geodynamics of the Eastern Alps (H.W. Flügel, P. Faupl, Editors), 334 - 344, 1987.
- Ruess, D.: Aufbau des österreichischen Schweregrundnetzes. Ber. Tiefbau Ostalp., 12, 17 - 20, 1985.

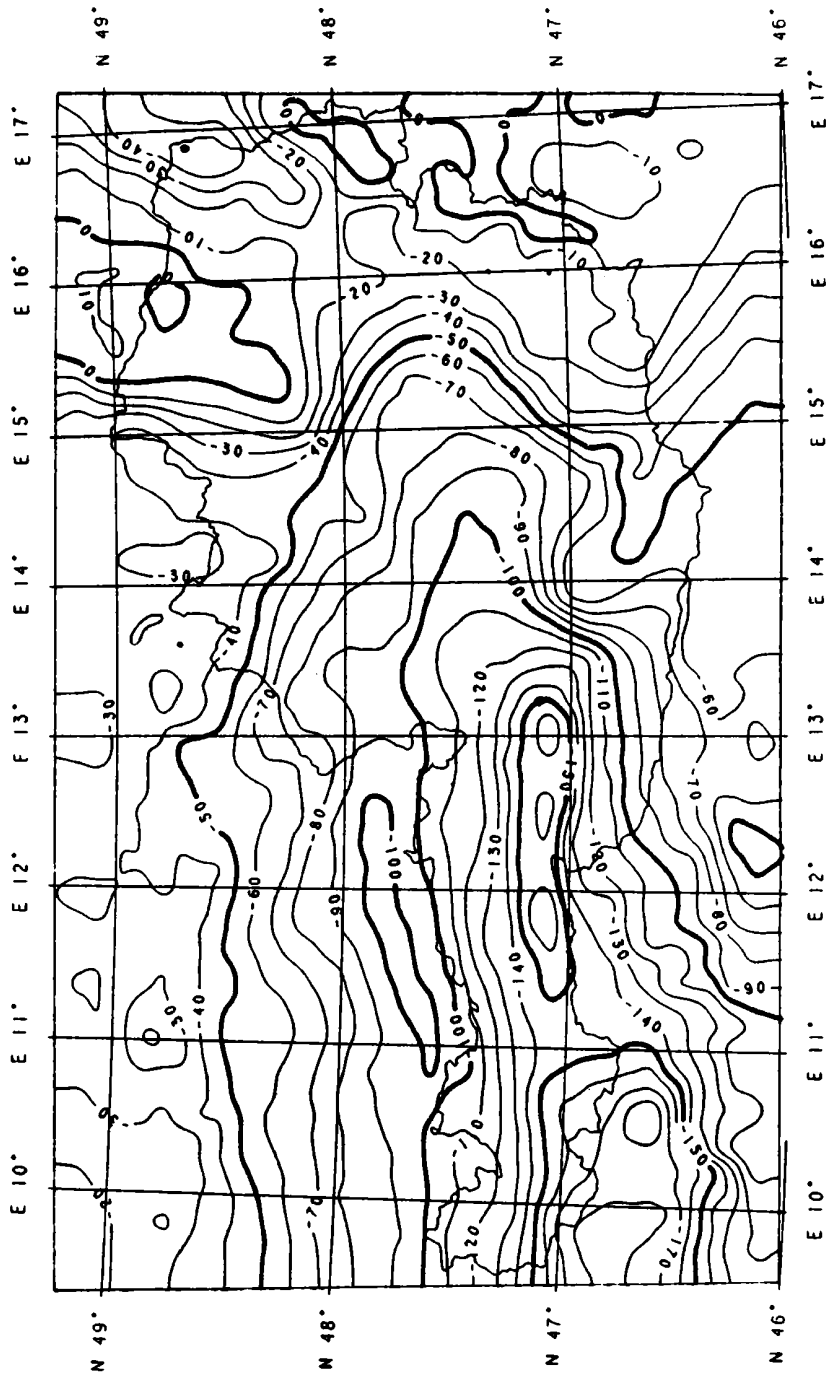


Abb. 1

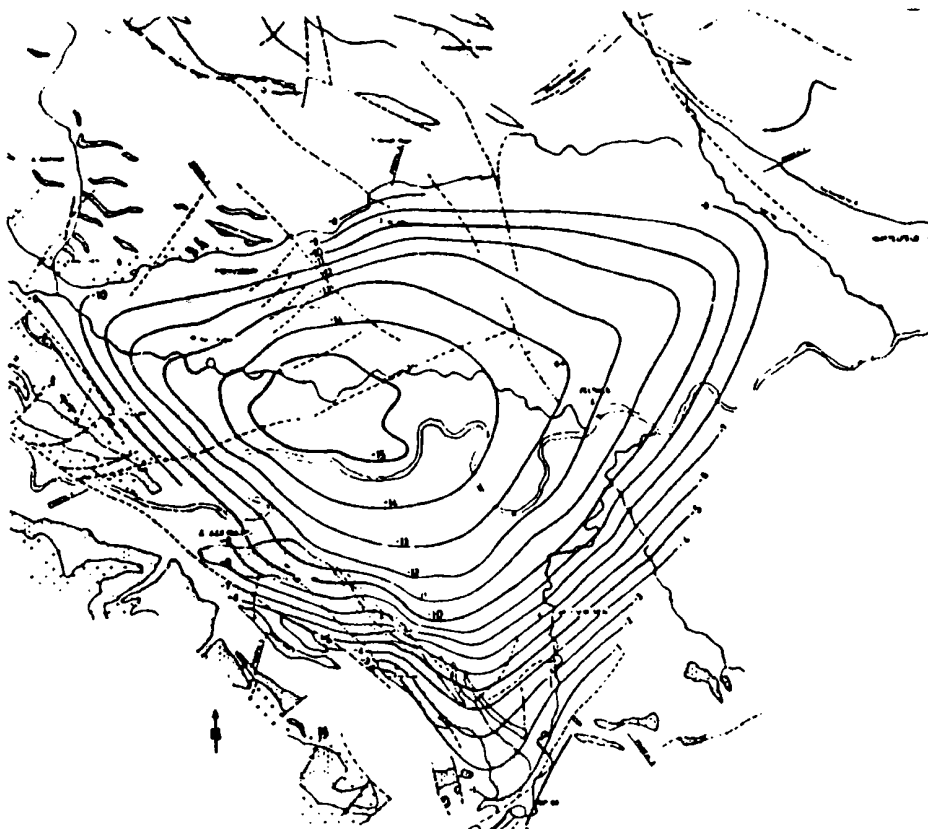


Abb. 2

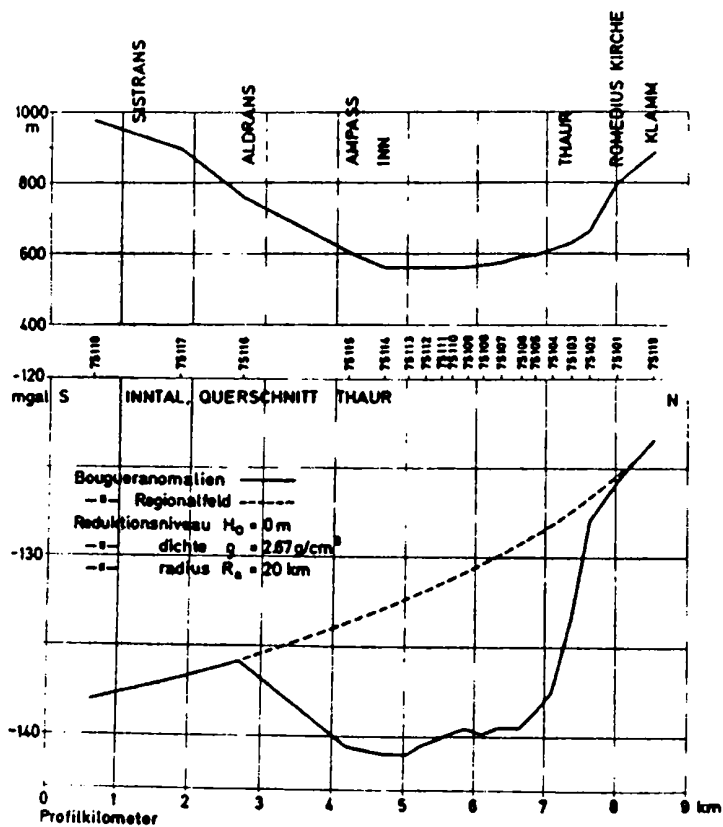


Abb. 3

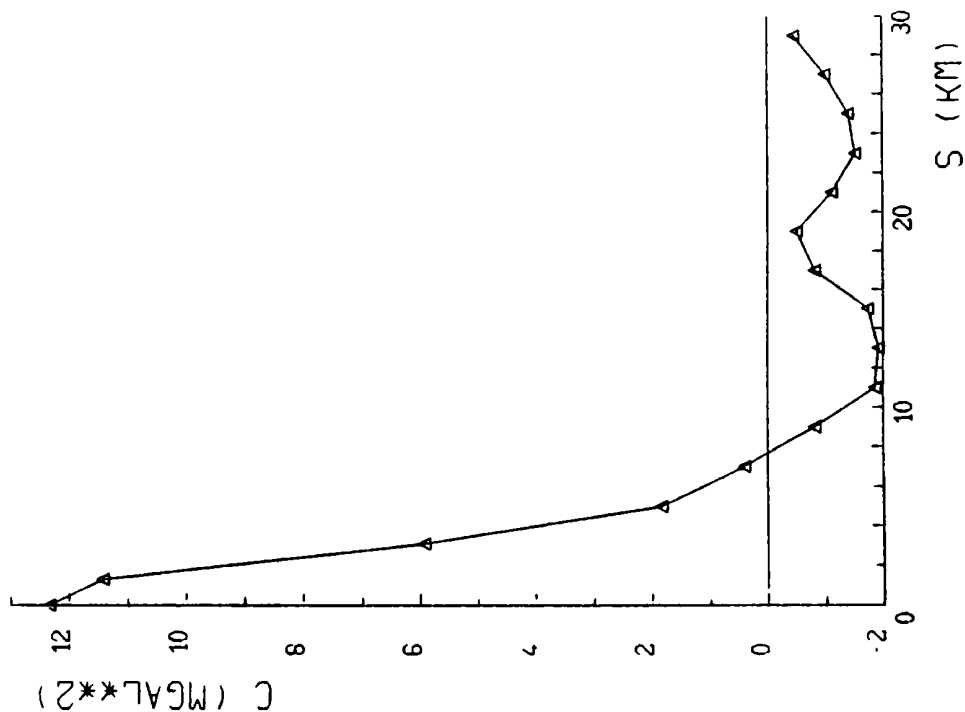


Abb. 4

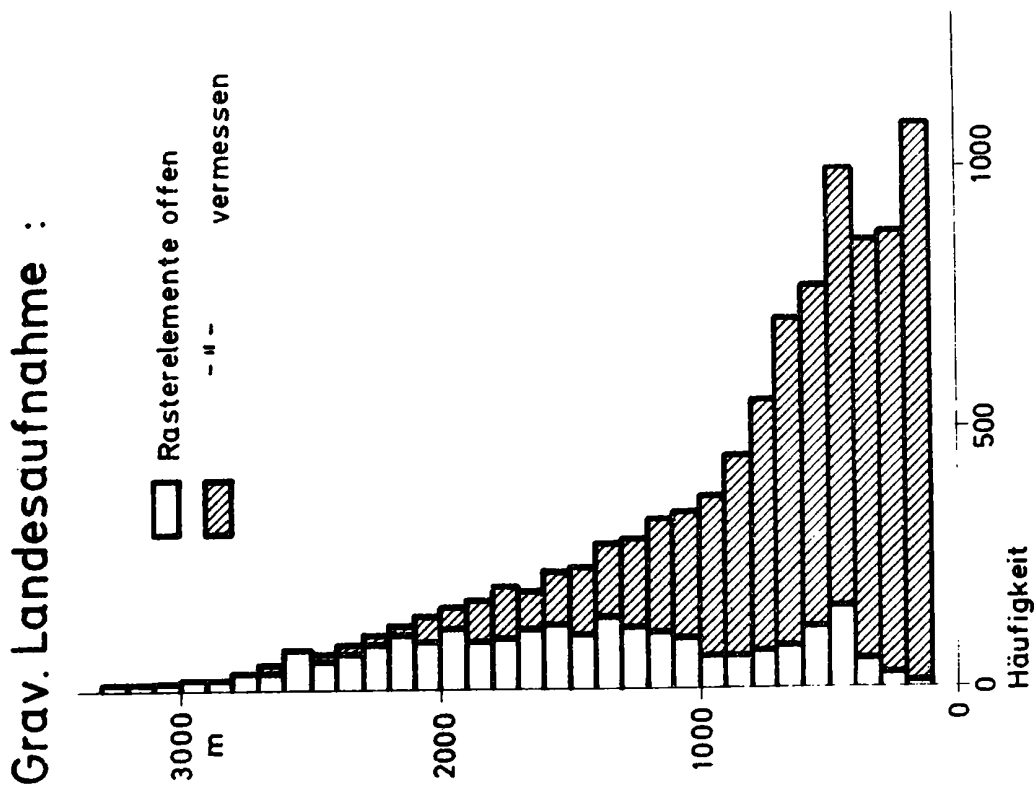


Abb. 5

---

# Pilotstudien für eine neue Bouguer-Karte von Österreich

N. Kührtreiber, G. Kraiger, B. Meurers

TU-Graz / Uni-Wien

---

## 1. Einleitung

Seit der Präsentation einer Bouguer-Karte Österreichs (Senftl, 1965) haben sich die Informationen über das Erdschwerefeld Österreichs ständig verbessert. So liegen heute Schwere-messungen beinahe flächendeckend für ganz Österreich vor. Neben der ständigen Erweiterung des Datenbestandes werden durch die immer rascher fortschreitende Automatisierung bisher undurchführbare Auswertemethoden möglich.

Wurde die Berechnung der Anziehung topographischer Massen früher durch zeitaufwen-dige Schätzungen bewerkstelligt, so hat die Einführung von digitalen Geländemodellen diesen Aufwand drastisch verringert. Trotzdem blieb bis heute die Forderung nach der Durchführung einer tachymetrischen Geländeaufnahme im Nahbereich der Gravimetersta-tion ( $< 160\text{ m}$ ) aufrecht. Die vorliegende Pilotstudie untersucht den Genauigkeitsverlust, der durch die ausschließliche Verwendung von Höhenrastern zur Berechnung der topogra-phischen Korrektur entsteht.

Diese Arbeit stellt einen Beitrag zur Diskussion der Methode einer Neuberechnung der Bouguer-Karte von Österreich dar. Die Neuberechnung soll durch eine Zusammenarbeit der Universitäten Wien, Leoben und Graz mit dem Bundesamt für Eich- und Vermessungs-wesen in nächster Zeit durchgeführt werden.

## 2. Bougueranomalien

Die Bougueranomalie wird wie folgt definiert:

$$\Delta g_B = g - \gamma - \delta g_{top} \quad (2 - 1)$$

Hierin bedeuten:

$\Delta g_B$  ... Bougueranomalie

$g$  ... gemessene Absolutschwere im Punkt  $P$

$\gamma$  ... Normalschwere in Normalhöhe

$\delta g_{top}$  ... Anziehung der topographischen Massen im Punkt  $P$

Die Anziehung der topographischen Massen  $\delta g_{top}$  kann in die Geländekorrektur  $\delta g_{tc}$  und die sphärische Bouguerplatte  $\delta g_{bpl}$  mit der Höhe  $H$  aufgespaltet werden:

$$\delta g_{top} = \delta g_{bpl} - \delta g_{tc} \quad .$$

Gleichung (2-1) geht dadurch in

$$\Delta g_B = g - \gamma - \delta g_{bpl} + \delta g_{tc} \quad (2 - 2)$$

über. Die geometrische Situation stellt Abbildung (2-1) dar.

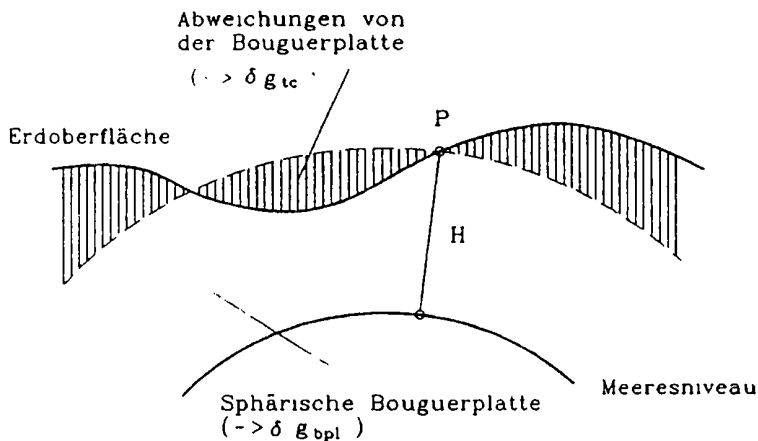


Abb. 2 - 1: Die sphärische Bouguerplatte

### 2.1. Die Anziehung einer sphärischen Platte

Ausgangsgleichung für die Ableitung ist die Formel für das Potential  $V$  eines beliebig geformten Körpers

$$V(x, y, z) = k \iiint_v \frac{\rho dv}{\ell} \quad , \quad (2 - 3)$$

mit

- $x, y, z$  . Koordinaten des Aufpunktes
- $k$  . Gravitationskonstante
- $\rho$  . . . Dichte
- $dv$  . . . Volumselement
- $\ell$  . . Entfernung Aufpunkt - Massenelement

Der Einfachheit halber soll dieser Körper im folgenden ein Rotationskörper ( $z$ -Achse = Rotationsachse) mit konstanter Dichte sein. Der Aufpunkt  $P$  liege auf der  $z$ -Achse. Bei

Einführung von Kugelkoordinaten ergibt sich damit für das Potential  $V$  des Kugelausschnittes

$$V(z, \vartheta_1, R) = 2\pi k\rho \int_{r=0}^R \int_{\vartheta=0}^{\vartheta_1} \frac{r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta}{\sqrt{r^2 - 2rz \cos \vartheta + z^2}} \quad (2-4)$$

Die Integration von (2-4) führt zum Potential eines Kugelausschnittes mit dem Radius  $R$  und dem Öffnungswinkel  $\vartheta_1$  (siehe Abb. 2-2).

$$V(z, \vartheta_1, R) = \frac{2\pi k\rho}{z} \left( \frac{1}{3} F^{3/2} - b \left[ \left( \frac{R}{2} + \frac{b}{2} \right) \sqrt{F} + \frac{c-b}{2} \ln C(R+b+\sqrt{F}) \right] + \frac{R^3}{3} - \frac{1}{2} R^2 z \right) \quad (2-5)$$

mit

$$\begin{aligned} F &= R^2 + 2bR + c \\ b &= -z \cos \vartheta_1 \\ c &= z^2 \end{aligned}$$

Durch Differentiation von Formel (2-5) erhält man die Anziehung ( $V_z$ ) des Kugelausschnittes in  $z$ -Richtung

$$\begin{aligned} V_z(z, \vartheta_1, R) &= -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (2-6) \\ &= -2\pi k\rho \left\{ -\frac{1}{3z^2} G^{3/2} + \frac{1}{z} \sqrt{G}(z - R \cos \vartheta_1) - \frac{R^3}{3z^2} \right. \\ &\quad - \frac{1}{2} \cos^2 \vartheta_1 \sqrt{G} + \left( \frac{R}{2} - \frac{z}{2} \cos \vartheta_1 \right) \cos \vartheta_1 \frac{1}{\sqrt{G}} (z - R \cos \vartheta_1) \\ &\quad + z \sin^2 \vartheta_1 \cos \vartheta_1 \left[ \ln(R - z \cos \vartheta_1 + \sqrt{G}) - \ln(z - z \cos \vartheta_1) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} z^2 \sin^2 \vartheta_1 \cos \vartheta_1 \left[ \frac{1}{R - z \cos \vartheta_1 + \sqrt{G}} \left( \frac{z - R \cos \vartheta_1}{\sqrt{G}} - \cos \vartheta_1 \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{z} \right] - \frac{2z}{3} + z \cos^2 \vartheta_1 \left. \right\} \end{aligned}$$

mit

$$G = R^2 - 2Rz \cos \vartheta_1 + z^2$$

Die Anziehung der sphärischen Platte  $A_{pl}$  ergibt sich aus der Differenz zweier Kugelausschnitte mit

$$A_{pl}(z, \vartheta_1, H) = V_z(z, \vartheta_1, R_1) - V_z(z, \vartheta_1, R_2)$$

Die einzelnen Größen sind aus Abbildung 2-2 zu entnehmen.



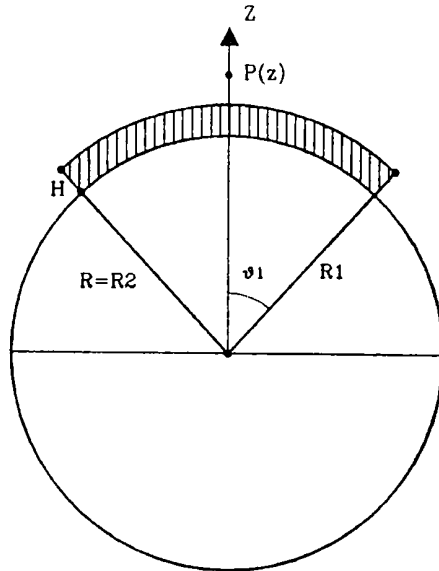


Abb. 2 – 2: Potential eines Kugelausschnittes

## 2.2. Näherungsformeln

In der Literatur findet man häufig Näherungen für die Anziehung der sphärischen Bouguerplatte  $\delta g_{bpl}$ . Nach einer Ableitung von Jung (1961) erhält man für

$$\delta g_{bpl} = 2\pi k\rho H \left( 1 - \frac{(R + H) \cos \vartheta_1 - R}{\sqrt{(R + H)^2 + R^2 - 2(R + H)R \cos \vartheta_1}} \right) . \quad (2 - 7)$$

Eine weitere Form für die Auswirkung der sphärischen Platte kann Militzer/Weber (1984, S. 25f) entnommen werden,

$$\begin{aligned} \delta g_{bpl} = 2\pi k\rho H + 2\pi k\rho H \left( \sin \frac{\vartheta_1}{2} - \frac{H}{R_1} \frac{1 + 4 \sin \frac{\vartheta_1}{2} + 3 \sin^2 \frac{\vartheta_1}{2}}{4 \sin \frac{\vartheta_1}{2}} \right. \\ \left. + \left( \frac{H}{R_1} \right)^2 \frac{5 + 8 \sin \frac{\vartheta_1}{2} + 3 \sin^2 \frac{\vartheta_1}{2}}{24 \sin \frac{\vartheta_1}{2}} + \dots \right) . \quad (2 - 8) \end{aligned}$$

Der zweite Term von (2-8) wird auch als Bullard-Term bezeichnet. Abbildung 2-3 stellt die Unterschiede zwischen den Näherungsformeln und der exakten Form dar. Die Abweichungen wurden für drei verschiedene Öffnungswinkel  $\vartheta_1$ , sowie für verschiedene Plattendicken  $H$  berechnet.

Die beste Übereinstimmung zeigen beide Näherungsformeln für einen Öffnungswinkel von  $\vartheta_1 = 180^\circ$ . Mit abnehmendem Öffnungswinkel vergrößern sich die Differenzen. Während

der Bullard-Term für  $\vartheta_1 = 1.5^\circ$  (das entspricht einer Reduktion bis 167 km Entfernung) noch gute Ergebnisse liefert, besitzt die Formel von Jung für eine Plattendicke von 2500 m bereits einen Fehler von 2 mgal. Diese Ungenauigkeit steigt mit zunehmender Plattendicke weiter an. Für  $\vartheta_1 = 0.18^\circ$  erhält man noch schlechtere Vergleichswerte.

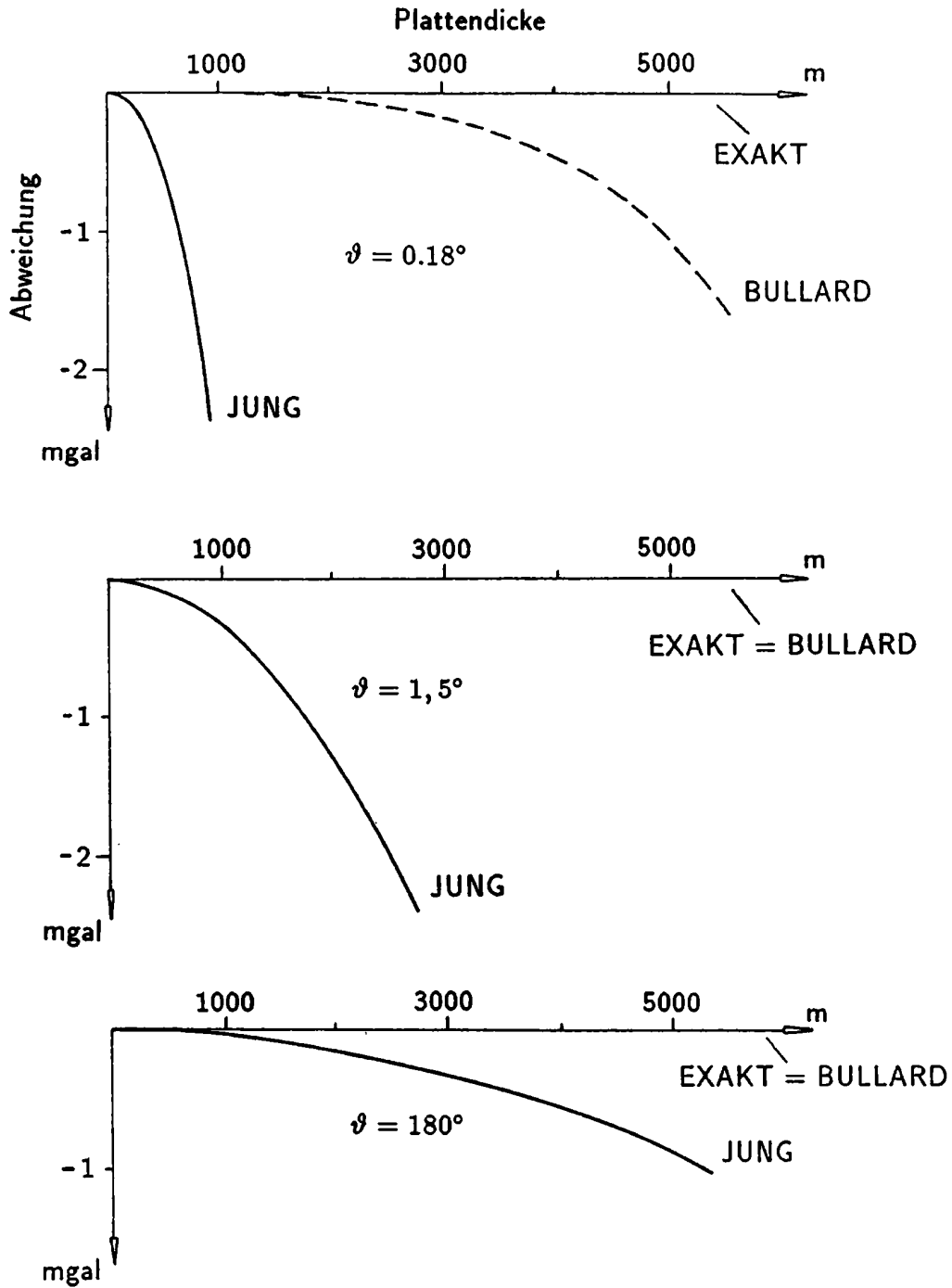


Abb. 2 - 3: Vergleich der Formeln für den Einfluß der sphärischen Platte

### **3. Methoden zur Berechnung der topographischen Korrektur**

#### **3.1. Herkömmliche Methode**

Die Reduktion von auf der Erdoberfläche gemessenen Schweredaten in ein beliebiges Bezugsniveau setzt die Kenntnis der Topographie und der Dichteverteilung innerhalb der Reduktionsmassen voraus. Zur Erfassung der Topographie verwendet man digitale Höhenmodelle. Für die unmittelbare Umgebung des Meßpunktes sind diese jedoch meist zu grobmaschig (vor allem im Hochgebirge), sodaß eine kreisförmige Zone des Geländes um den Meßpunkt tachymetrisch aufgenommen wird. Daraus resultiert das Problem, vom punktorientierten tachymetrischen System zum geographischen System des digitalen Höhenmodells überzugehen. Diese Übergangszone ist punktabhängig und ihre Erfassung erfordert großen Aufwand. Die Berechnung der Übergangszonen kann z.B. durch Übergangsraster (Ehrismann/Lettau, 1971) oder durch numerische Integration (Meurers, 1988) erfolgen.

#### **3.2. Das Programm TC**

Das Programm TC wurde von R. Forsberg (1984) erstellt und dient zur Berechnung von topographischen Korrekturen von Erdschwerefeldgrößen. Das in dieser Arbeit verwendete Programm stellt eine am Institut für Theoretische Geodäsie der Technischen Universität Graz mehrfach erweiterte Version dar. Im folgenden werden die wichtigsten Punkte des Programms TC genauer erläutert.

Die Basis der Berechnungen mittels TC bilden zwei digitale Höhenraster. Für die Nahzone um den Berechnungspunkt ist die Verwendung eines engmaschigen Geländemodells vorgesehen. Der Einfluß der Fernzonen wird aus einem „groben“ Geländemodell gerechnet. Die Grenzen der Nah- und Fernzone können durch die Eingabe von Einflußradien festgelegt werden.

Das Grundprinzip vieler Programme zur Berechnung von topographischen Korrekturen ist die Zerlegung des Geländes in Massensäulen. Die Auswertung der Formel für den Einfluß einer Massensäule ist zeitaufwendig. Da der Einfluß einer Massensäule mit der Entfernung vom Berechnungspunkt stetig abnimmt, ist die Verwendung von Näherungen in der Fernzone ausreichend. TC verwendet eine Kugelfunktionsentwicklung nach MacMillan und die Formel einer Punktmasse im Schwerpunkt der Massensäule.

Die größte Bedeutung kommt der Berechnung des Einflusses der Innenzone zu. R. Forsberg

erzielt im Programm TC durch die Verkleinerung der Seitenlängen der Massensäulen eine Steigerung der Genauigkeit. Dazu wird in der unmittelbaren Umgebung des Punktes zuerst eine Splinefläche durch  $7 \times 7$  Rasterhöhen („Massensäulen“) gelegt. Anschließend wird die Anzahl der Massensäulen in diesem Gebiet auf  $15 \times 15$  erhöht (siehe Abb. 3-1). Die so entstehenden neuen Massensäulen werden für die Berechnung verwendet. Ihre Höhe erhält man durch Interpolation aus der Splinefläche. Durch diese Verdichtung entsteht

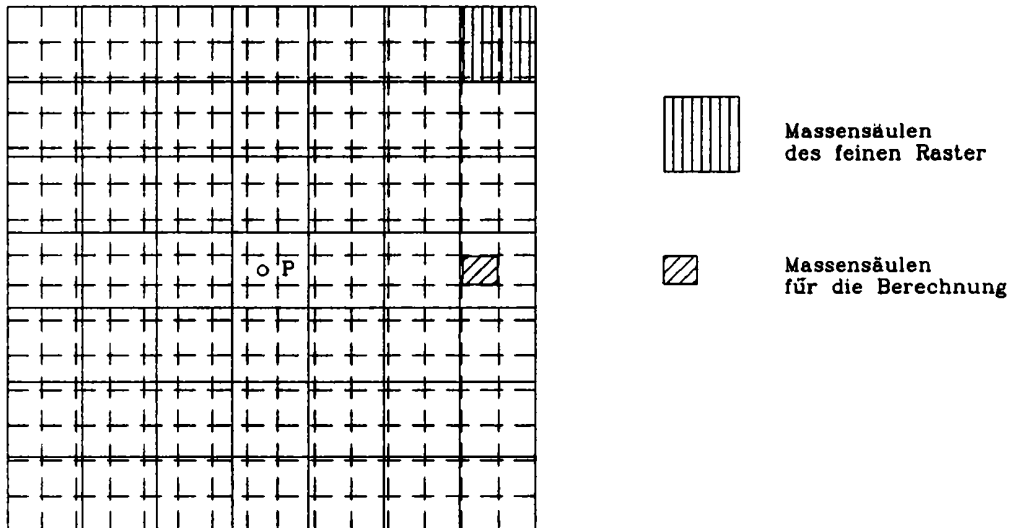


Abb. 3 - 1: „Verfeinerung“ des Höhenrasters um den Aufpunkt

um den Berechnungspunkt  $P$  ein fiktiver Raster mit etwa der halben Maschenweite des Ausgangsrasters.

Verwendet man für die Berechnung der Anziehung von topographischen Massen als Eingabedaten einzig und allein digitale Geländemodelle, so tritt ein weiteres Problem auf: die tachymetrisch bestimmte Höhe der Gravimeterstation weicht vom Geländemodell mehr oder weniger stark ab.

Der von Forsberg gewählte Lösungsansatz war für das uns zur Verfügung stehende Modell nicht ausreichend. Er basiert auf der Überhöhung des Geländes. Diese muß folgende Forderungen erfüllen:

- das überhöhte Modell muß durch den Aufpunkt  $P$  gehen,
- die Überhöhung nimmt mit zunehmender Entfernung ab,
- die Berechnung muß einfach sein.

Abbildung 3-2 zeigt die „paraboloidähnliche“ Überhöhung.

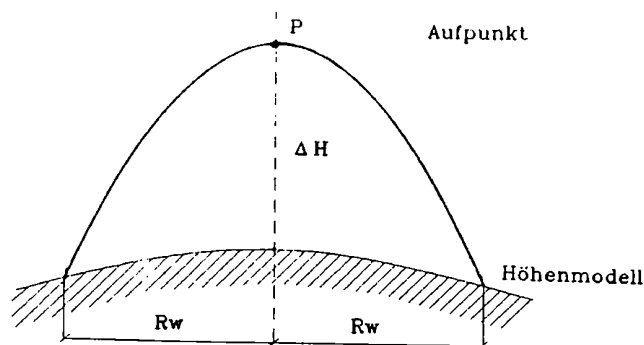


Abb. 3 - 2: Überhöhung des Geländes um den Aufpunkt

Erste Testrechnungen zeigten, daß die starre Festlegung des Wirkungsradius  $R_w$  der Überhöhung für ein stark kuptiertes Gelände ungeeignet ist. Eine bessere Lösung erhält man zweifelsohne, wenn der Radius  $R_w$  von der Differenz  $\Delta H$  zwischen der Aufpunkthöhe und der Höhe des Modells abhängig gemacht wird. Der empirische Zusammenhang zwischen  $R_w$  und  $\Delta H$  wurde durch unzählige Testrechnungen ermittelt und für alle Berechnungen dieser Arbeit verwendet.

## 4. Berechnungen

### 4.1. Daten

Als Testgebiete für die folgenden Untersuchungen wurden zwei Datensätze ausgewählt:

Datensatz „OSTALPENTRAVERSE“ im Bereich

$$\begin{aligned} 5\,150\,000\,m &\leq X \leq 5\,310\,000\,m \\ 0\,m &\leq Y \leq 74\,000\,m \end{aligned}$$

Er enthält 1277 Schweredaten. (Die Koordinaten beziehen sich auf den Meridian M31 der österreichischen Landesvermessung.) Daraus resultiert eine mittlere Datendichte von ca. 1 Punkt/8 km<sup>2</sup>. Die Punkthöhen liegen im Bereich von 420 – 2690 m.

Datensatz „NEBELSTEIN“ im Bereich

$$\begin{aligned} 5\,365\,000\,m &\leq X \leq 5\,400\,000\,m \\ 95\,000\,m &\leq Y \leq 122\,000\,m \end{aligned}$$

Er enthält 471 Schweredaten, das entspricht einer mittleren Datendichte von ca. 1 *Punkt/km<sup>2</sup>*. Die Punkthöhen liegen im Bereich von 540 – 1060 *m*.

Zur Berechnung der topographischen Korrekturen wurde für die Innenzone das digitale Höhenmodell Österreichs im Raster 1 (347 *m* × 388 *m*) und für die Fernzone ein über Österreich hinausreichendes Höhenmodell im Raster 4 (2780 *m* × 3100 *m*) verwendet. Dieses Höhenmodell liegt im Bereich

$$\begin{aligned} 45^{\circ} &\leq \phi \leq 50^{\circ} \\ 7^{\circ} &\leq \lambda \leq 20^{\circ} \end{aligned}$$

vor (Götze et al., 1980).

Für die Berechnungen von Abschnitt 4.3 wurde das digitale Dichtemodell Österreichs verwendet, welches im Raster 4 vorliegt (Walach, 1987).

#### 4.2. Vergleich der beiden Berechnungsmethoden

Für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit des modifizierten Programms TC bei der Berechnung von topographischen Korrekturen wurden die nachfolgenden Vergleiche angestellt.

Abbildung 4–1 zeigt die Differenzen der topographischen Korrekturen für die beiden Berechnungsmethoden. Im Testgebiet Nebelstein beträgt die maximale Höhendifferenz 520 *m*. Nahezu alle Abweichungen sind kleiner als 0.5 *mgal*. Die sehr gute Übereinstimmung für wenig bewegte Geländeformen wird zwangsläufig für alpine Gegenden, wie sie im Testgebiet Ostalpentaverse auftreten, nicht erreicht. Bemerkenswert ist, daß trotzdem mehr als 3/4 der Abweichungen unter 0.5 *mgal* liegen. Eine genauere Betrachtung des Diagramms zeigt auch, daß die Häufigkeit von größeren Abweichungen mit der topographischen Höhe zwar zunimmt, ein eindeutiger Trend aber nicht zu bemerken ist. Die Abweichung einzelner Ausreißer beträgt bis zu 3.6 *mgal* und wird hauptsächlich durch eine zu geringe Auflösung des verwendeten Höhenmodells hervorgerufen. In den Tabellen 4–1 und 4–2 ist eine Statistik der Differenzen aufgeführt.

Eine weitere Untersuchung sollte klären, ob die Größe der Abweichungen der topographischen Korrekturen auf eine große Differenz  $\Delta H$  zwischen der Aufpunkthöhe und der aus dem Modell interpolierten Höhe (siehe Abb. 3–2) zurückzuführen ist. In der Abbildung 4–2 ist die Abweichung der topographischen Korrekturen als Funktion von  $\Delta H$  dargestellt. In beiden Diagrammen ist keine Korrelation zu erkennen.

Differenz [ <i>mgal</i> ]	Testgebiet	
	Traverse	Nebelstein
min.	-3.0	-0.3
max.	3.6	1.0
mittl.	0.5	0.2

Tabelle 4 - 1: Abweichungen der Berechnungsarten

Differenz	Testgebiet	
	Traverse	Nebelstein
< 0.5 <i>mgal</i>	79%	98%
< 1.5 <i>mgal</i>	98%	100%

Tabelle 4 - 2: Prozentsatz der Abweichungen der Berechnungsarten

In den Abbildungen 4-3 bis 4-6 werden die Bouguer-Karten der beiden Berechnungsmethoden für die Testgebiete Ostalpentravese und Nebelstein einander gegenübergestellt. Als Schichtenlinienabstand wurde 1 *mgal* (Nebelstein) bzw. 2 *mgal* (Ostalpentravese) gewählt. Die Karten des Testgebiets Nebelstein sind beinahe ident. Der Schichtenlinienplot des Testgebiets Ostalpentravese zeigt ebenfalls nur geringe Differenzen. Die globalen Strukturen sind auch hier ident, selbst lokale Strukturen bleiben in beiden Abbildungen erhalten.

#### 4.3. Berechnung von Bougueranomalien mit variablem Dichteansatz

Die Auswirkung der Berechnung von Bougueranomalien mit variablem Dichteansatz wird in den Abbildungen 4-7 bis 4-9 dargestellt. Dieser Ansatz bewirkt für das Testgebiet Nebelstein eine beinahe konstante Verkleinerung der Bougueranomalien um 1 *mgal*. Im Testgebiet Ostalpentravese kommt es zur starken Ausprägung lokaler Strukturen. Genaue Untersuchungen in diese Richtung sind geplant.

## **5. Schlußfolgerungen**

In Hinblick auf den Darstellungsmaßstab einer Bouguerkarte von ganz Österreich können aufgrund der vorliegenden Untersuchungen keine offensichtlichen Differenzen zwischen den erwähnten Berechnungsmethoden festgestellt werden. Die Verwendung von digitalen Geländemodellen höherer Auflösung läßt für die Zukunft noch bessere Ergebnisse erwarten. Die Fortsetzung der Untersuchungen ist geplant.

## **Dank**

Die Autoren danken Frau Ruth Hödl sehr herzlich für die Schreibaarbeit, die sie in sehr engagierter Weise durchführte. Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. Christoph Meyer, der die Abbildungen der Abschnitte 2 und 3 in liebevoller Weise gestaltet hat.



## Literatur

Ehrismann, W. und O. Lettau (1971): Topographische Reduktion von Schwere-messungen in der näheren und weiteren Stationsumgebung mit Digitalrechnern. In: Arch.Met.Geoph.Biokl., Ser. A, 20, pp 383–396.

Forsberg, R. (1984): A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geo-physical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. Report No. 355, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University.

Götze, H.J., O. Rosenbach und P. Steinhauser (1980): Die Bestimmung der mitt-leren Geländehöhen im Hochgebirge für die topographische Reduktion von Schwe-remessungen. Mitteilung der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Nr. 245, Wien.

Jung, K. (1961): Schwerkraftverfahren in der Angewandten Geophysik. Leipzig, pp 73–77.

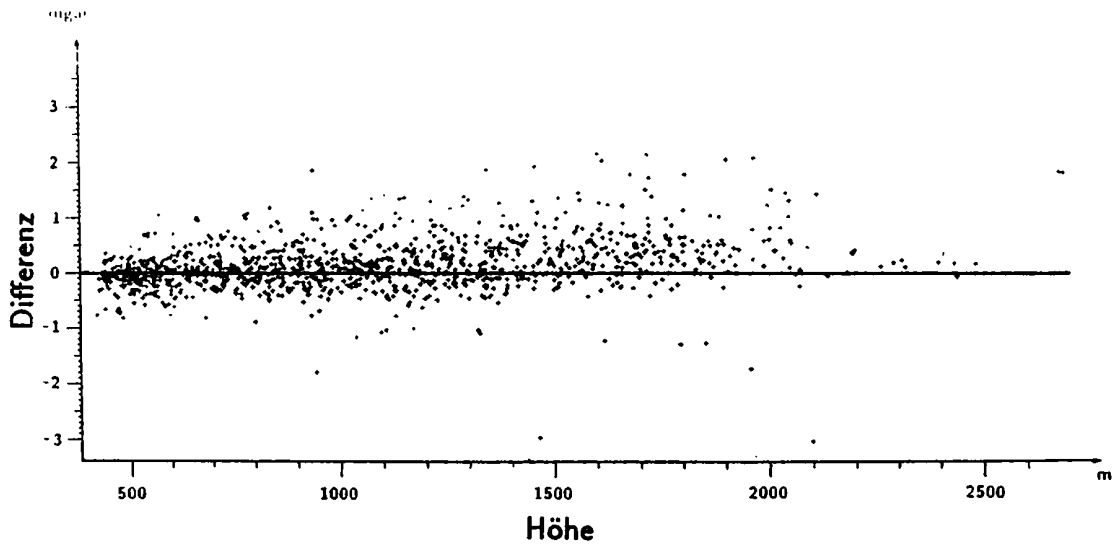
Kraiger, G. (1987): Untersuchungen zur Prädiktion nach kleinsten Quadraten mit-tels empirischer Kovarianzfunktionen unter besonderer Beachtung des Krümmungs-parameters. Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universiät Graz, Folge 53.

Meurers, B. (1988): Verbesserung der topographischen Korrektur durch numeri-sche Integration und bikubische Spline-Interpolation. In: Mitteilungen der Zentral-anstalt für Meteorologie und Geodynamik, Nr. 323, Wien, pp. 99–110.

Militzer, H. und F. Weber (1984): Lehrbuch der Angewandten Geophysik. Springer Verlag, Wien, pp. 25–26.

Walach, G. (1987): A Digital Model of Surface Rock Densities of Austria and the Alpine Realm. In: The Gravity Field in Austria. Edited by the Austrian Geodetic Commission, Neue Folge, Band IV, Graz, pp. 3–9.

### Testgebiet: Ostalpentraverse



### Testgebiet: Nebelstein

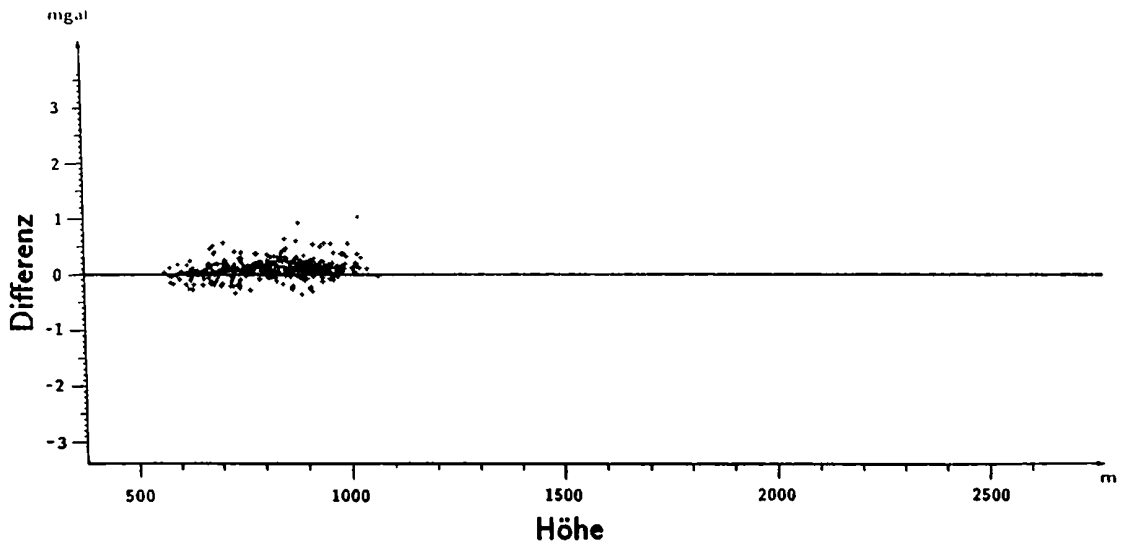
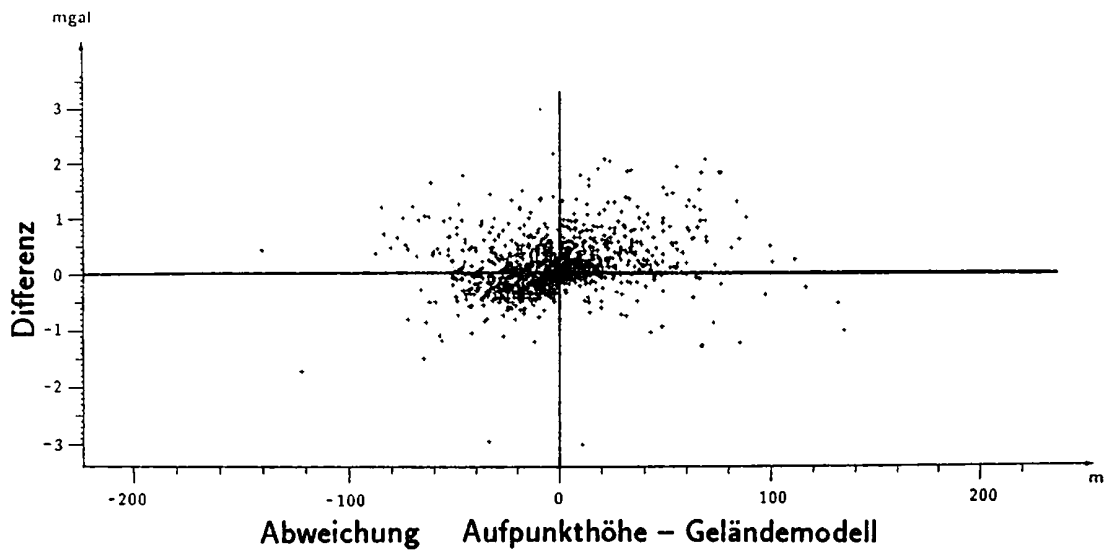


Abb. 4 – 1: Differenz der topographischen Korrekturen

### Testgebiet: Ostalpentravese



### Testgebiet: Nebelstein

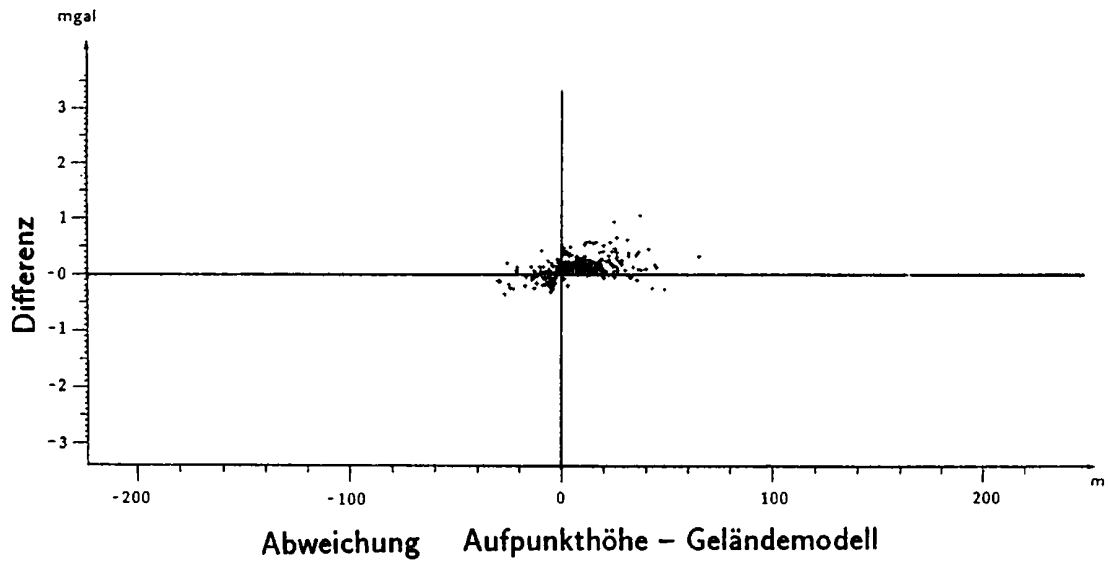


Abb. 4 - 2 : Korrelation: Differenz der topographischen Korrekturen -  
Abweichungen der Aufpunkthöhe vom Geländemodell

### Testgebiet: Ostalpentraverse

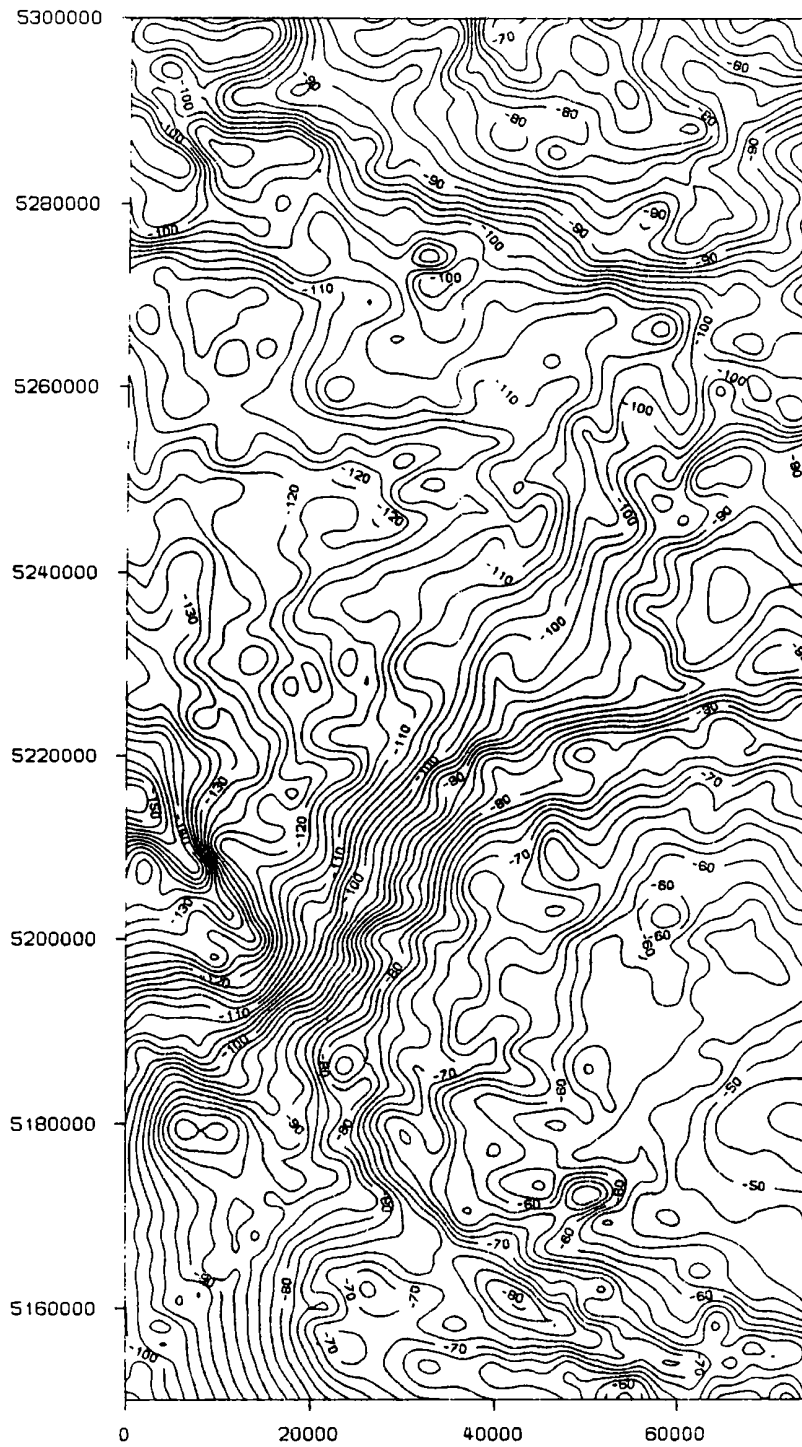


Abb. 4 - 3 : Bougueranomalie - herkömmliche Methode  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 \text{ m}$

### Testgebiet: Ostalpentraverse

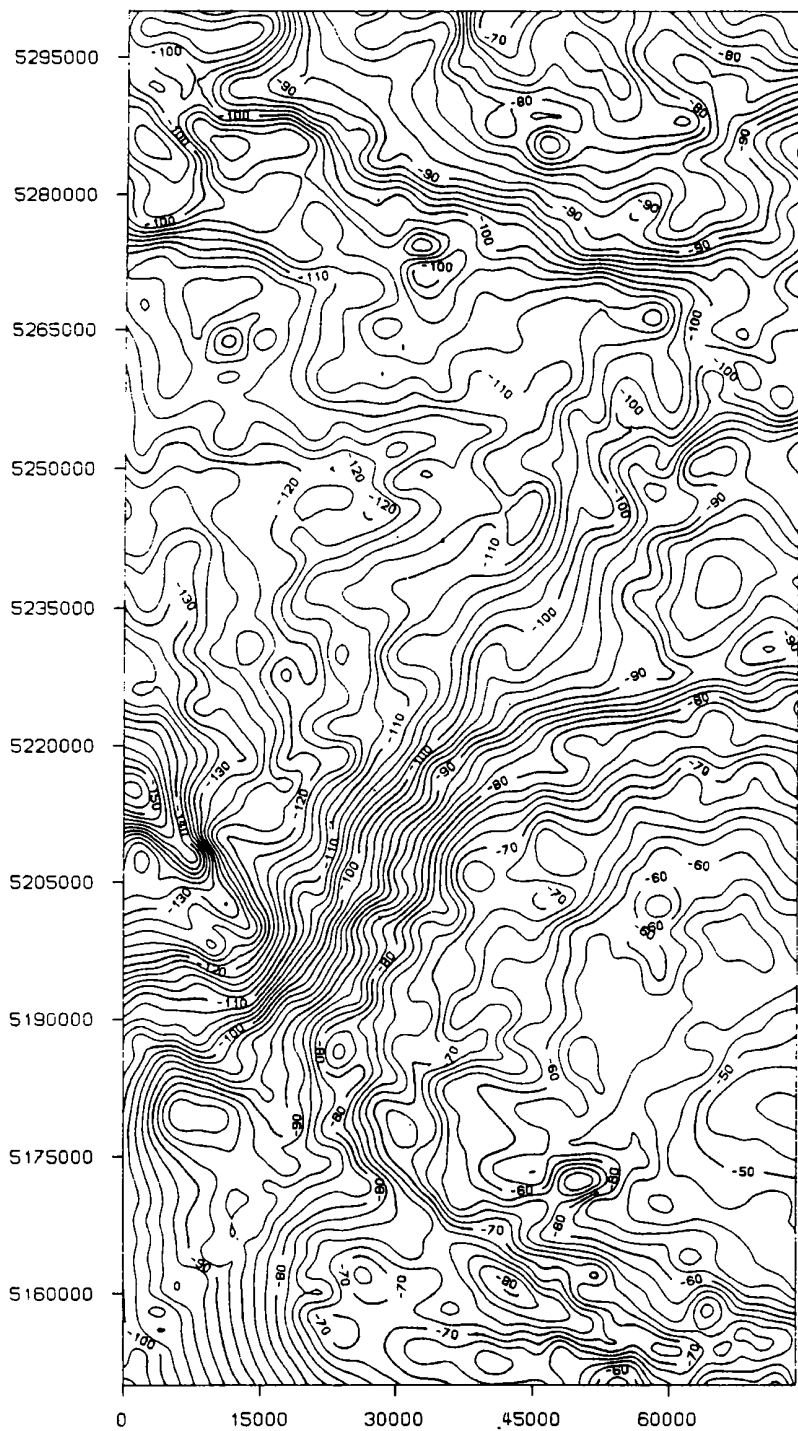


Abb. 4 - 4 : Bougueranomalie - TC  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 m$

### Testgebiet: Nebelstein

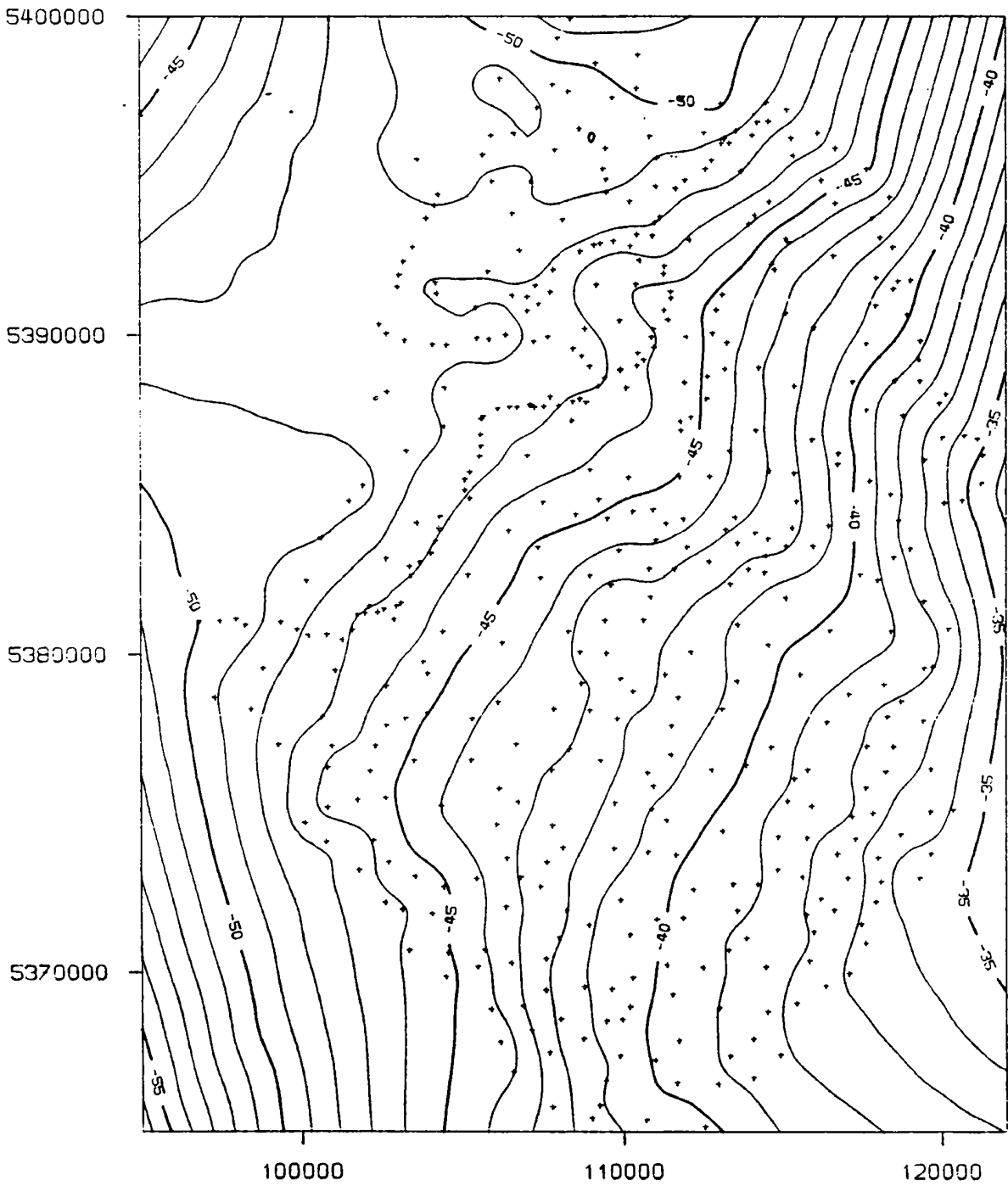


Abb. 4 - 5 : Bougueranomalie - herkömmliche Methode  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000\text{ m}$

### Testgebiet: Nebelstein

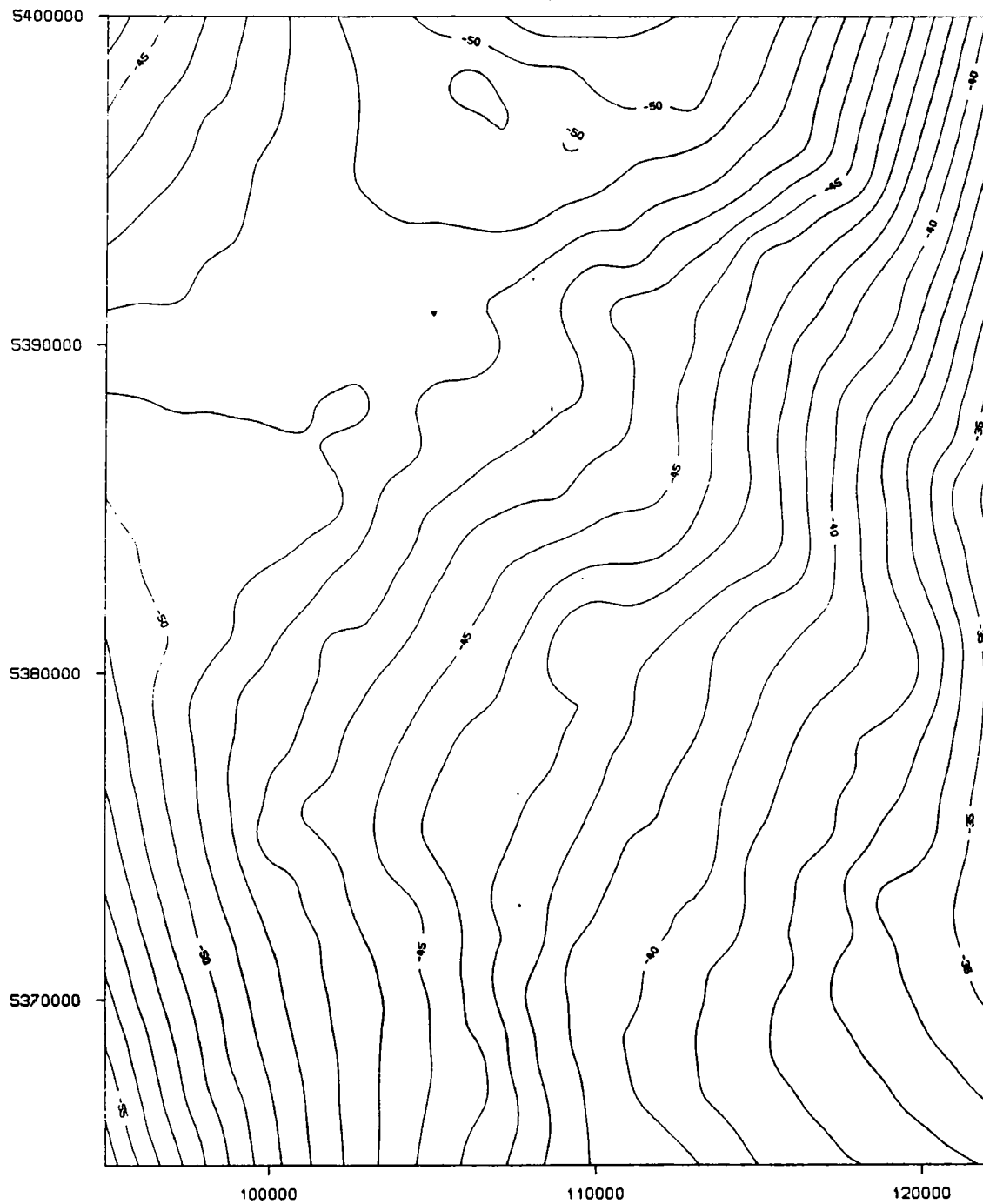


Abb. 4 - 6 : Bougueranomalie - TC  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 m$

### Testgebiet: Ostalpentraverse

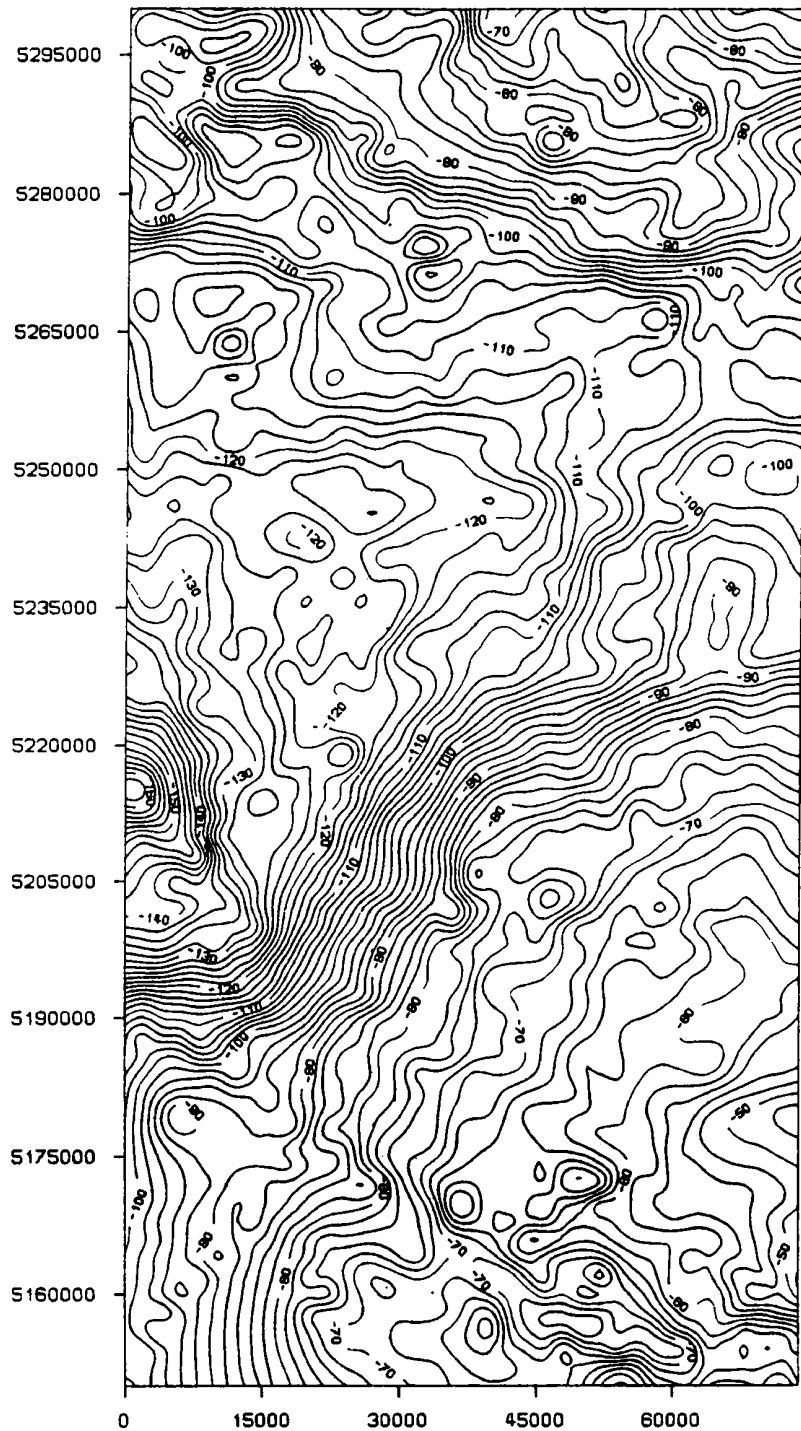


Abb. 4 - 7 : Bougueranomalie - TC, variable Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 \text{ m}$



### Testgebiet: Nebelstein

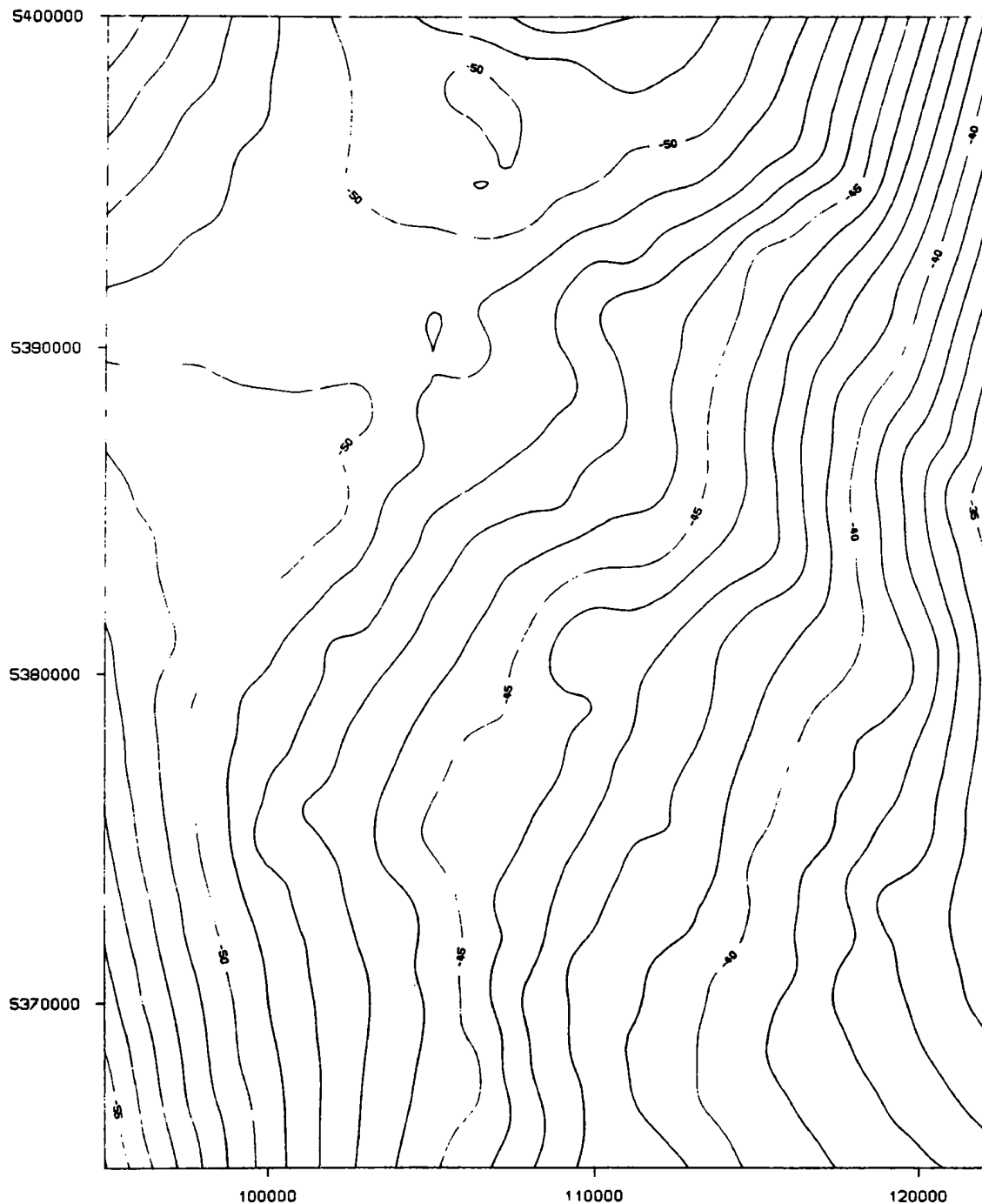


Abb. 4 - 8 . Bougueranomalie - TC, variable Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 \text{ m}$

### Testgebiet: Ostalpentraverse

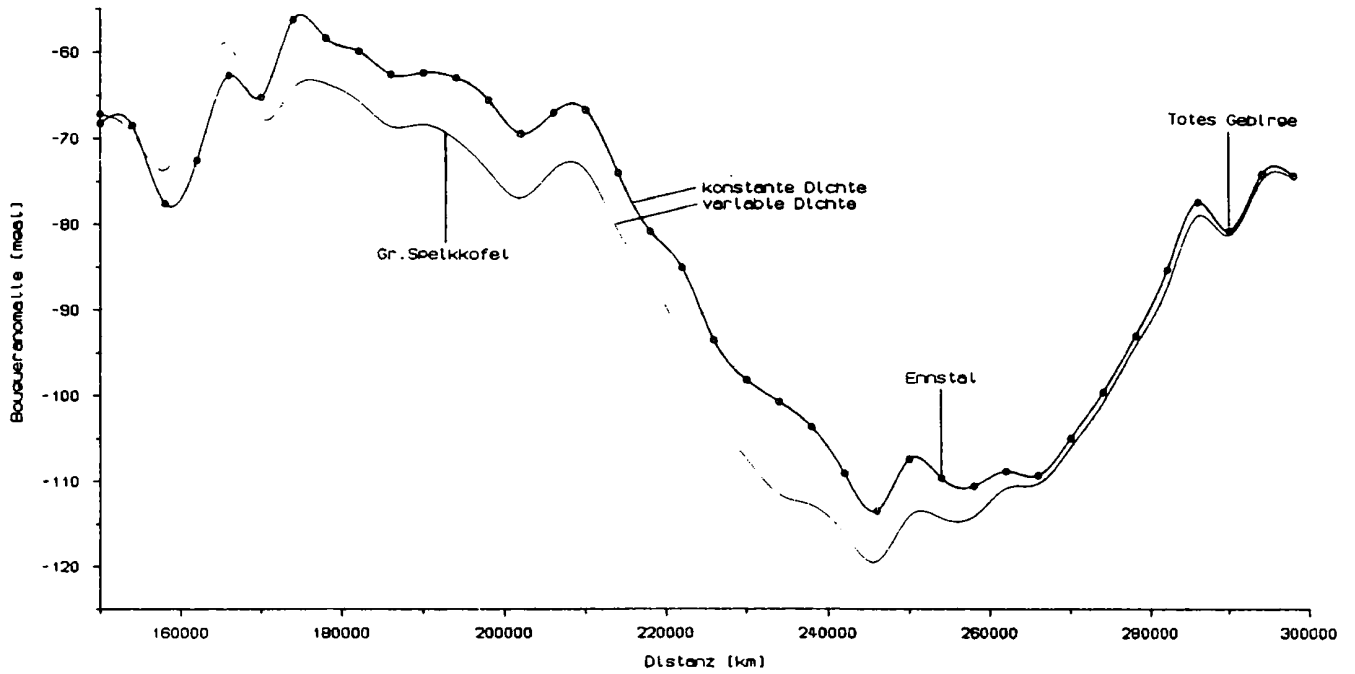


Abb. 4 - 9 : Profile der Bougueranomalien - TC  
( $y = 45\,000\text{ m}$ )

---

# Freiluftanomalien, Bougueranomalien und isostatische Anomalien im Bereich der Ostalpen und ihr statistisches Verhalten

G. Kraiger und N. Kührtreiber

TU-Graz

---

## 1. Einleitung

Trotz moderner Technologien zur Untersuchung des Erdschwerefeldes – wie Satellitengradiometrie, Satellitenaltimetrie usw. – spielen Schwereanomalien in den Bereichen der physikalischen Geodäsie und der angewandten Geophysik immer noch eine entscheidende Rolle. Da Schwereanomalien aus der vertikalen Ableitung des Störpotentials resultieren, scheinen sie zur Untersuchung des Tiefbaues der Erdkruste besser geeignet zu sein als Lotabweichungen, die ja horizontale Ableitungen des Störpotentials darstellen, und daher eher oberflächennahe Schichten wiedergeben können.

In dieser Arbeit wird versucht, das statistische Verhalten von Schwereanomalien – darunter fallen Freiluftanomalien, Bougueranomalien und isostatische Anomalien – zu untersuchen. Besonderes Augenmerk wird auf die Berechnung und das Verhalten der isostatischen Anomalien gelegt, da diese zur Zeit doch breites Interesse hervorrufen, wie mehrere Veröffentlichungen in den letzten Jahren zeigen (z.B. Steinhauser/Pustizek, 1987; Wagini, 1988).

Im folgenden werden die drei oben genannten Schwereanomalien kurz definiert:

$$\begin{aligned}\Delta g_F &= g - \gamma \\ \Delta g_B &= g - \gamma - \delta g_{top} \\ \Delta g_I &= g - \gamma - \delta g_{top} + \delta g_{iso}\end{aligned}\tag{1 - 1}$$

Hierin bedeuten:

$\Delta g_F$  ... Freiluftanomalie

$\Delta g_B$  ... Bougueranomalie

$\Delta g_I$  ... isostatische Anomalie

$g$  ... gemessene Absolutschwere im Punkt  $P$

$\gamma$  ... Normalschwere in Normalhöhe

$\delta g_{top}$  ... Anziehung der topographischen Massen im Punkt  $P$

$\delta g_{iso}$  ... Anziehung der isostatischen Massen (negatives Massendefizit<sup>1</sup>)  
im Punkt  $P_0$

---

<sup>1</sup>die „isostatischen Massen“ dienen zur Auffüllung des der verwendeten isostatischen Theorie entsprechenden Massendefizits

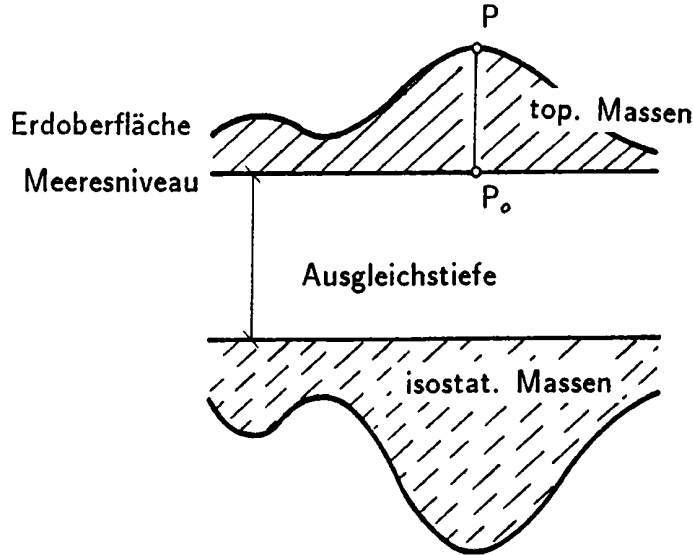


Abb. 1 - 1: Regional kompensiertes isostatisches Modell

Die geometrische Situation stellt Abb. 1-1 dar.

## 2. Der Vertikalgradient der isostatischen Anomalien

Für eine theoretisch korrekte Reduktion von gemessenen Schweredaten in ein beliebiges Niveau benötigen wir den Vertikalgradienten  $\frac{\partial \Delta g}{\partial h}$ . Für eine auf der Erdoberfläche definierte Funktion  $\Delta g$  kann der Vertikalgradient folgendermaßen beschrieben werden (Heiskanen/Moritz, 1967, S 115):

$$\frac{\partial \Delta g}{\partial r} = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{\Delta g - \Delta g_P}{\ell_0^3} d\sigma - \frac{2}{R} \Delta g_P \quad (2-1)$$

In Gleichung (2-1) ist  $\Delta g_P$  der Funktionswert des Punktes  $P$ , für den der Vertikalgradient berechnet werden soll;  $\ell_0$  ist die sphärische Distanz zwischen dem festen Punkt  $P$  und dem variablen Kugelfächenelement  $R^2 d\sigma$ . Ausgedrückt durch den sphärischen Winkel  $\psi$  lautet  $\ell_0$ :

$$\ell_0 = 2R \sin \frac{\psi}{2} \quad , \quad (2-2)$$

$R$  ist der mittlere Erdradius. Weiters kann näherungsweise  $\frac{\partial \Delta g}{\partial r} = \frac{\partial \Delta g}{\partial h}$  gesetzt werden. Gleichung (2-1) drückt also den Vertikalgradienten  $\frac{\partial \Delta g}{\partial h}$  durch die Funktion  $\Delta g$  selbst aus. Da der Integrand mit der Entfernung  $\ell_0$  sehr stark abnimmt, würde es genügen, die Integration nur in der unmittelbaren Umgebung des Punktes  $P$  auszuführen. Andererseits jedoch

weist der Integrand eine sehr starke Singularität auf, was bei der numerischen Auswertung zu Problemen führt, besonders bei den schnell veränderlichen Freiluftanomalien.

Der Gradient der isostatischen Anomalien  $\frac{\partial \Delta g_I}{\partial h}$  ist nun gleich dem Gradienten der Anziehung der isostatischen Massen  $\frac{\partial \delta g_{iso}}{\partial h}$  (vgl. Formel (1-1)):

$$\frac{\partial \Delta g_I}{\partial h} = \frac{\partial \delta g_{iso}}{\partial h} \quad (2-3)$$

Da Gleichung (2-1) für beliebige auf der Erdoberfläche definierte Funktionen gilt, kann damit auch der Gradient der Anziehung der isostatischen Massen berechnet werden.

Aufgrund der oben angeführten numerischen Probleme wurde hier jedoch ein anderer Ansatz gewählt. Die Anziehung der isostatischen Massen kann in Abhängigkeit der Höhe folgendermaßen in linearer Form dargestellt werden:

$$\delta g_{iso} = a + bh \quad (2-4)$$

dabei stellt  $b$  den gesuchten Gradienten der Anziehung der isostatischen Massen und  $h$  die Höhe über dem Meeresniveau dar.

Bei Vorliegen von mehr als zwei Meßwerten führt dies zu einem Ausgleichsproblem, das mit Hilfe einer Regressionsgeraden gelöst wird, deren Steigung den Gradienten  $b = \frac{\partial \delta g_{iso}}{\partial h}$  liefert.

### 3. Das statistische Verhalten der Schwereanomalien

#### 3.1. Daten

Als Testgebiet für die folgenden Untersuchungen wurde der Datensatz „OSTALPENTRAVERSE“ im Bereich

$$\begin{aligned} 5\,150\,000\,m &\leq X \leq 5\,310\,000\,m \\ 0\,m &\leq Y \leq 74\,000\,m \end{aligned}$$

gewählt, wo 1277 Schweredaten vorliegen. (Die Koordinaten beziehen sich auf den Meridian M31 der österreichischen Landesvermessung.) Daraus resultiert eine mittlere Datendichte von ca. 1 *Punkt*/8 *km*<sup>2</sup>. Die Punkthöhen liegen im Bereich von 420 – 2690 *m*.

Zur Berechnung der topographischen und isostatischen Massen wurde das digitale Höhenmodell Österreichs im Raster 1 (347 *m* × 388 *m*) und ein über Österreich hinausreichendes

Höhenmodell im Raster 4 ( $2780\text{ m} \times 3100\text{ m}$ ) verwendet. Dieses Höhenmodell liegt im Bereich

$$\begin{aligned} 45^\circ &\leq \phi \leq 50^\circ \\ 7^\circ &\leq \lambda \leq 20^\circ \end{aligned}$$

vor (Götze et al., 1980). Weiters wurde das digitale Dichtemodell Österreichs verwendet, welches im Raster 4 vorliegt (Walach, 1987).

### 3.2. Die Anziehung der isostatischen Massen

Für die Berechnung der Anziehung von isostatischen Massen wurde das Programm TC von R. Forsberg (1984) verwendet. Diesem Programm liegt das einfache Airy-Heiskanen Modell für die isostatische Kompensation zugrunde. Im Airy-Heiskanen Modell wird angenommen, daß Berge konstanter Dichte auf einem Untergrund höherer Dichte schwimmen.

Die Approximation des Geländes durch ein digitales Modell kommt einer Aufspaltung der Topographie in Massensäulen gleich. Die Einsinktiefe  $t$  einer Massensäule wird nach dem Prinzip des hydrostatischen Gleichgewichts berechnet und beträgt (Heiskanen/Moritz, 1967, S.136)

$$t = \frac{\rho_0}{\Delta\rho} h \quad , \quad (3 - 1)$$

mit  $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0$ . Die einfache Formel zeigt, daß die Einsinktiefe unter der Annahme einer konstanten Dichte für die sichtbaren Massen von  $\rho_0 = 2.67\text{ g/cm}^3$  und einer einheitlichen Dichte des Untergrunds von  $\rho_1 = 3.27\text{ g/cm}^3$  nur von der Höhe über dem Meeresniveau  $h$  abhängig ist:

$$t = 4.45 h \quad . \quad (3 - 2)$$

Verwendet man für die Berechnung von isostatischen Anziehungen ein Dichtemodell, so ist die Einsinktiefe zusätzlich von der Dichte der sichtbaren Massen abhängig. Sie variiert für Dichtewerte

$$2.0\text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 2.8\text{ g/cm}^3$$

zwischen

$$1.57 h \leq t \leq 5.96 h \quad .$$

### 3.3. Der Vertikalgradient (Ergebnis)

Wie bereits im Abschnitt 2 erwähnt, wurde der Vertikalgradient der isostatischen Anomalien mit Hilfe einer Regressionsgeraden bestimmt. Als Daten dienten die Anziehungen der isostatischen Massen  $\delta g_{iso}$  von allen 1277 Punkten des Testgebietes; die Anziehungen beziehen sich auf die Erdoberfläche. Eine graphische Darstellung zeigt Abb. 3-1. Für die Parameter  $a$  und  $b$  wurden folgende Werte erhalten:

$$\begin{aligned} a &= -0.35 \pm 0.02 \text{ mgal} \\ b &= 1.39 \pm 0.01 \text{ mgal/km} \end{aligned}$$

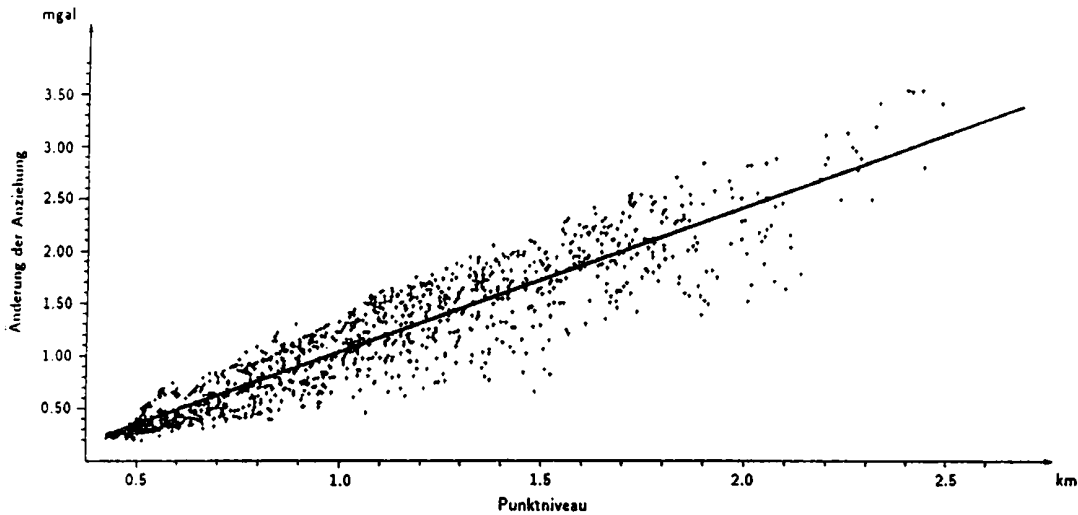


Abb. 3 - 1: Korrelation zwischen topographischer Höhe und Änderung der Anziehung der isostatischen Massen beim Übergang vom Punktniveau ins Nullniveau

### 3.4. Empirische Kovarianzfunktionen

Kovarianzfunktionen liefern wertvolle Informationen über das statistische Verhalten von Schwereanomalien (Kraiger, 1987). Daher werden die Kovarianzfunktionen der Freiluftanomalien, Bougueranomalien und isostatischen Anomalien bezüglich ihres Verhaltens genauer analysiert. Tabelle (3-1) gibt eine Übersicht über die Minimal- und Maximalwerte

der drei oben angeführten Anomalien, die isostatischen Anomalien beziehen sich auf eine Ausgleichstiefe von  $T = 30 \text{ km}$ .

Anomalie	min[mgal]	max[mgal]
$\Delta g_F$	-87.19	167.79
$\Delta g_B$	-155.52	-44.85
$\Delta g_I$	-30.01	48.09

Tabelle 3 - 1: Minimal- und Maximalwerte der Schwereanomalien

Da Schwereanomalien meist einen regionalen Trendanteil beinhalten, wurde dieser durch eine geeignete Trendfunktion berücksichtigt. Als Trendfunktion diente in allen Fällen eine Polynomfläche 3. Grades (siehe Kraiger, 1987). Die zwei Parameter, Varianz  $C_0$  und Halbwertsbreite  $\xi$ , sind in Tab. 3-2 zusammengestellt. Mit  $\Delta g^r_{...}$  werden jeweils die um die Trendfunktion reduzierten Anomalien bezeichnet.

Anomalie	$C_0[\text{mgal}^2]$	$\xi[\text{km}]$
$\Delta g_F$	2398.3	5.3
$\Delta g^r_F$	1811.2	4.0
$\Delta g_B$	508.8	30.7
$\Delta g^r_B$	55.8	7.7
$\Delta g_I$	328.5	33.4
$\Delta g^r_I$	46.6	7.2

Tabelle 3 - 2: Empirische Kovarianzparameter

Die Abbildungen 3-2, 3-3 und 3-4 zeigen die empirischen Kovarianzfunktionen.

Das Verhalten der Freiluftanomalien (Abb. 3-2) war zu erwarten. Während die unreduzierten Freiluftanomalien noch leichte Korrelationen aufweisen, sind die reduzierten Freiluftanomalien praktisch unkorreliert. In der Abbildung zeigt sich dies durch das sehr rasche Abfallen der Kovarianzfunktion auf Null, anschließend verläuft sie praktisch in der Null-Linie.

Interessanter wird der Vergleich der Kovarianzfunktionen zwischen Bougueranomalien und isostatischen Anomalien (Abb. 3-3). Die Varianz der isostatischen Anomalien nimmt



gegenüber der Varianz der Bougueranomalien um ca. 35 % ab, die Halbwertsbreiten der beiden Funktionen unterscheiden sich nur mehr unwesentlich voneinander.

Charakteristisch ist auch das sehr tiefe Abtauchen der beiden Funktionen in den negativen Bereich, was auf einen relativ hohen Trendanteil schließen läßt. Diese Vermutung wird bestätigt, wenn man von beiden Funktionen einen Trendanteil abspaltet (Abb. 3-4). Durch die Trendabspaltung wird die Varianz drastisch gesenkt (um ca. 90 %!), weiters ist der Verlauf der beiden Kurven nun beinahe identisch! Das heißt mit anderen Worten, das statistische Verhalten der trend-reduzierten Bougueranomalien und der isostatischen Anomalien ist gleich. Durch eine isostatische Reduktion konnte hier also *keine* wesentliche Verkleinerung der Bougueranomalien erreicht werden. Dieser Umstand wird in Abschnitt 4 näher untersucht. Weiters wäre von Interesse, eine physikalische Interpretation der Trendfläche zu finden, da diese hauptsächlich zur Verkleinerung der Bougueranomalien und der isostatischen Anomalien beiträgt. Untersuchungen in diese Richtung sind in Vorbereitung.

Die Abbildungen 3-5, 3-6 und 3-7 zeigen die Verteilungshistogramme der untersuchten Anomalien. Die Histogramme beziehen sich auf die unreduzierten Anomalien. Bemerkenswert ist die Verteilung der isostatischen Anomalien, denn diese zeigen eine deutliche Tendenz zum positiven Bereich. Dies wird auch durch die Kovarianzfunktion (Abb. 3-3) unterstrichen, die ja auf einen hohen Trendanteil schließen läßt.

### 3.5. Das Verhalten der isostatischen Anomalien

In diesem Abschnitt wird das Verhalten der isostatischen Anomalien genauer beschrieben. Zur Berechnung der isostatischen Anomalien wurde das Modell von Airy-Heiskanen gewählt; dieses Modell wurde nun bezüglich seiner Parameter Ausgleichstiefe  $T$  und Dichtekontrast  $\Delta\rho$  untersucht.

Die Abbildung 3-8 zeigt die Bougueranomalien im Testgebiet und Abbildung 3-9 die isostatischen Anomalien. Die verwendeten Modellparameter sind  $2.67 \text{ g/cm}^3$  für die durchschnittliche Dichte  $\rho$  der Topographie,  $30 \text{ km}$  für die Ausgleichstiefe  $T$  und  $0.4 \text{ g/cm}^3$  für den Dichtekontrast  $\Delta\rho$  zwischen Kruste und Mantel (vgl. Wagini, 1988). Der Rasterabstand in  $x$ - und  $y$ -Richtung für die Darstellung der Isolinien beträgt  $2000 \text{ m}$ .

Bei Betrachtung der beiden Abbildungen kann man unschwer feststellen, daß die lokalen Strukturen der isostatischen Anomalien im Vergleich zu den Bougueranomalien gleich geblieben sind.

Abbildung 3–10 zeigt ein Profil der Bougueranomalien und der isostatischen Anomalien für die Linie  $y = 45\,000\text{ m}$ . Die eindeutige Korrelation zwischen Bougueranomalien und isostatischen Anomalien wird durch dieses Profil deutlich unterstrichen. Das Ergebnis ist nun aber nicht mehr so überraschend, denn schon die empirischen Kovarianzfunktionen (siehe Abschnitt 3.4) ließen Schlüsse in diese Richtung zu. Weiters zeigt das Profil sehr anschaulich, daß eine isostatische Kompensation im Norden des Testgebietes (Totes Gebirge) bis etwa zum Ennstal gegeben ist, wogegen der Südteil (Niedere Tauern, Gurktaler Alpen) eine sehr starke Überkompensation aufweist.

Die Abbildungen 3–11 und 3–12 zeigen die Bougueranomalien und die isostatischen Anomalien für das Testgebiet, wobei hier für die Berechnung der topographischen und der isostatischen Reduktion das digitale Dichtemodell Österreichs (Walach, 1987) verwendet wurde. Die restlichen Modellparameter für die Berechnung der isostatischen Anomalien sind gleich wie in Abb. 3–9.

Bei Vergleich der beiden Abbildungen zeigt sich, daß auch bei Verwendung eines digitalen Dichtemodells die lokalen Strukturen der Bougueranomalien und der isostatischen Anomalien erhalten bleiben. Diese werden vor allem im Südteil des Testgebietes sogar noch verstärkt. Man beachte die markante Verwerfungszone, die in beiden Darstellungen deutlich zu erkennen ist.

Abbildung 3–13 zeigt ein Profil der isostatischen Anomalien für die Linie  $y = 45\,000\text{ m}$ . Hier werden die isostatischen Anomalien – reduziert mit konstanter Dichte –, den isostatischen Anomalien – reduziert mit variabler Dichte<sup>2</sup> –, gegenübergestellt. Was schon bei den 2-dimensionalen Abbildungen 3–9 und 3–12 zum Vorschein kam, wird durch die 1-dimensionale Darstellung deutlich unterstrichen: Abweichungen ergeben sich vor allem im Südteil des Testgebietes, dies deswegen, weil hier die Differenz zwischen konstanter und variabler Dichte wesentlich größer ist als im Nordteil (Südteil:  $\rho_{var} = 2.80\text{ g/cm}^3$ , Nordteil:  $\rho_{var} = 2.70\text{ g/cm}^3$ ). Die Verwendung einer variablen Dichte zeigt jedoch einen eindeutigen Trend zu einer besseren Kompensation, denn die starke Überkompensation im Bereich der Gurktaler Alpen wird dadurch deutlich verringert.

Weiters zeigt das Profil auch sehr anschaulich, daß in jenen Bereichen, wo die mittlere konstante Dichte kleiner ist als die tatsächliche Oberflächendichte, die isostatischen Anomalien zu hohe Werte aufweisen, und umgekehrt. Man vergleiche dazu den Bereich

---

<sup>2</sup>Mit variabler Dichte wird im folgenden die tatsächliche Oberflächendichte der topographischen Massen bezeichnet.

$157\,000\text{ m} \leq X \leq 170\,000\text{ m}$ , dieser entspricht dem Drautal mit einer tatsächlichen Oberflächendichte  $\rho_{var} = 2.30\text{ g/cm}^3$  (siehe Walach, 1987).

Abschließend werden noch der Einfluß der Ausgleichstiefe  $T$  und des digitalen Geländemodells auf die Berechnung von isostatischen Anomalien untersucht.

Aus Gründen der Anschaulichkeit wurde bei der graphischen Darstellung des Einflusses der Ausgleichstiefe  $T$  nur die Profilform gewählt. Abbildung 3–14 zeigt die isostatischen Profile wiederum für die Linie  $y = 45\,000\text{ m}$  für drei verschiedene Ausgleichstiefen  $T = 25, 30$  und  $35\text{ km}$ . Die übrigen Modellparameter sind gleich wie in Abb. 3–9. Anhand der Darstellung kann man deutlich erkennen, daß eine Vergrößerung der Ausgleichstiefe eine annähernd lineare Abnahme der isostatischen Anomalien bewirkt. Die lokalen Strukturen bleiben jedoch zur Gänze erhalten. Das heißt aber, daß durch eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Ausgleichstiefe keine Verbesserung im Glättungsverhalten der isostatischen Anomalien erzielt werden kann.

Wie Untersuchungen aus jüngster Zeit zeigen (Sünkel, 1988; Wagini, 1988), approximiert das einfache Airy-Heiskanen-Modell Lösungsansätze zur isostatischen Reduktion zwar recht gut, die komplexe Realität wird durch dieses Modell jedoch nicht erfaßt. Da die isostatische Kompensation regionalen und *keinen* lokalen Charakter hat, scheint das Vening-Meinesz-Modell die tatsächlichen Gegebenheiten doch am besten wiederzugeben; dieses Modell entspricht im wesentlichen einer Glättung des Airy-Heiskanen-Modells. Eine Glättung des Airy-Heiskanen-Modells kann aber auch dadurch erreicht werden, daß die Rastergröße des digitalen Höhenmodells für die Berechnung der isostatischen Anziehung vergrößert wird. Um den Einfluß der Rastergröße zu untersuchen, wurden die isostatischen Anomalien für den Raster 1 (Abb. 3–15) und den Raster 4 (Abb. 3–16) berechnet. Als Rasterabstand  $\Delta r$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung wurde diesmal  $4000\text{ m}$  gewählt. Obwohl die Fläche des Rasters 4 64-mal größer ist als jene von Raster 1, hat dies hier auf das Ergebnis praktisch keine Auswirkungen. Die Rastergrößen 1 und 4 scheinen also für isostatische Berechnungen gleichwertig zu sein.

#### 4. Schlußfolgerungen

Zielsetzung dieser Arbeit war, das Verhalten von Freiluftanomalien, Bougueranomalien und isostatischen Anomalien in alpinen Bereichen zu untersuchen. Besonderes Augenmerk wurde auf die Berechnung von isostatischen Anomalien gelegt. Wie schon aus ihrer

Definition hervorgeht, sollen isostatische Anomalien eine „regularisierte Erde“ wiedergeben. Regularisiert heißt, daß Massendefizite im Erdmantel durch Massenüberschüsse der Topographie kompensiert werden. Diese Problematik wird durch isostatische Modelle beschrieben. Ein „streng richtiges“ isostatisches Modell müßte demzufolge auf der gesamten Erde isostatische Anomalien mit dem Wert Null bewirken. Da jedoch Modelle die tatsächlichen Verhältnisse der Natur niemals reproduzieren, sondern nur approximieren können, ist nur eine teilweise Erfüllung der vorher genannten Forderung zu erwarten. In jedem Fall müßte durch die Anwendung der isostatischen Reduktion jedoch eine gewisse Glättung („Regularisierung“) der isostatischen Anomalie gegenüber der Bougueranomalie erreicht werden (vgl. Heiskanen/Moritz, 1967, S. 152).

Faßt man die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen, so fällt auf, daß durch die isostatische Reduktion keine wesentliche Verkleinerung der Bougueranomalie erreicht werden konnte. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit erheben zu wollen, werden im folgenden einige Gründe dafür angeführt:

1. die Untersuchungen beschränken sich auf ein lokal begrenztes Gebiet im Bereich der Ostalpen und haben daher keinen allgemein gültigen Charakter,
2. das verwendete isostatische Modell von Airy-Heiskanen entspricht nicht den tatsächlichen Gegebenheiten in der Natur,
3. die verwendeten Modellparameter Ausgleichstiefe  $T$  und Dichtekontrast  $\Delta\rho$  entsprechen nicht den tatsächlichen Gegebenheiten,
4. die Ostalpen sind *nicht* isostatisch kompensiert(?)

Wie aus diesen Ergebnissen hervorgeht, sind die isostatischen Untersuchungen in alpinen Bereichen noch lange nicht abgeschlossen, sondern stehen erst am Anfang! Die Fortsetzung dieser Untersuchungen mit Ausdehnung auf ganz Österreich ist geplant.

## Dank

Die Autoren danken Frau Ruth Hödl sehr herzlich für die Schreibearbeit, die sie in sehr engagierter Weise durchführte.

## Literatur

Forsberg, R. (1984): A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. Report No. 355, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University.

Götze, H.J., O. Rosenbach und P. Steinhauser (1980): Die Bestimmung der mittleren Geländehöhen im Hochgebirge für die topographische Reduktion von Schweremessungen. Mitteilung der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Nr. 245, Wien.

Heiskanen, W.A. und H. Moritz (1967): Physical Geodesy. W.H. Freeman, San Francisco.

Kraiger, G. (1987): Untersuchungen zur Prädiktion nach kleinsten Quadraten mittels empirischer Kovarianzfunktionen unter besonderer Beachtung des Krümmungsparameters. Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 53.

Steinhauser, P. und A. Pustizek (1987): Estimation of the Mass Deficit of the Eastern Alps. In: The Gravity Field in Austria. Edited by the Austrian Geodetic Commission, Neue Folge, Band IV. Graz, pp. 111–125.

Sünkel, H. (1988): Ein isostatisches Erdmodell. In: Mitteilungen der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Nr. 323, Wien, pp. 167–170.

Wagini, A. (1988): Die isostatische Karte Österreichs. In: Mitteilungen der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Nr. 323, Wien, pp. 27–34.

Walach, G. (1987): A Digital Model of Surface Rock Densities of Austria and the Alpine Realm. In: The Gravity Field in Austria. Edited by the Austrian Geodetic Commission, Neue Folge, Band IV, Graz, pp. 3–9.

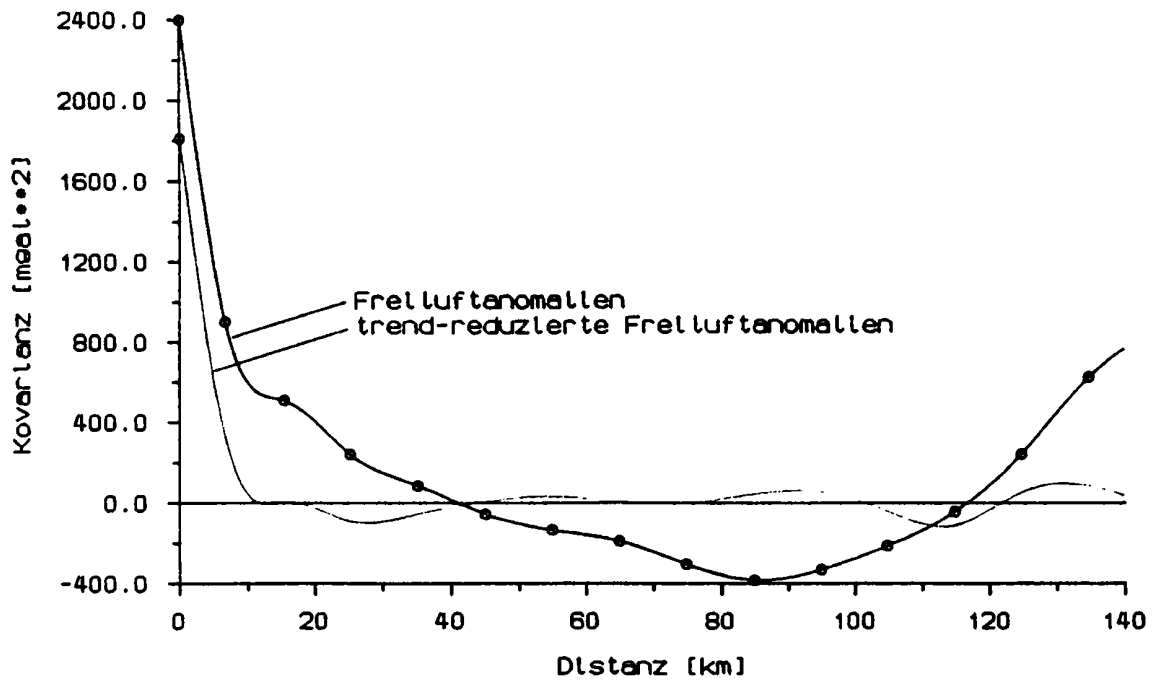


Abb. 3 - 2: Empirische Kovarianzfunktionen der Freiluftanomalien

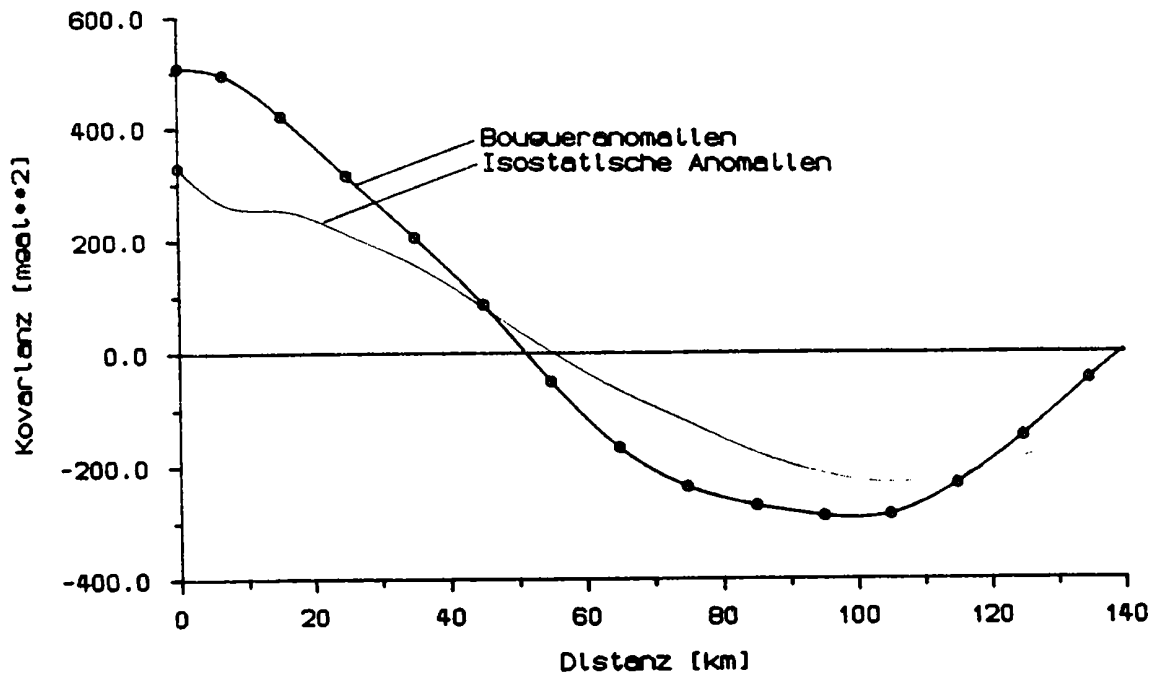


Abb. 3 - 3: Empirische Kovarianzfunktionen der Bougueranomalien und isostatischen Anomalien

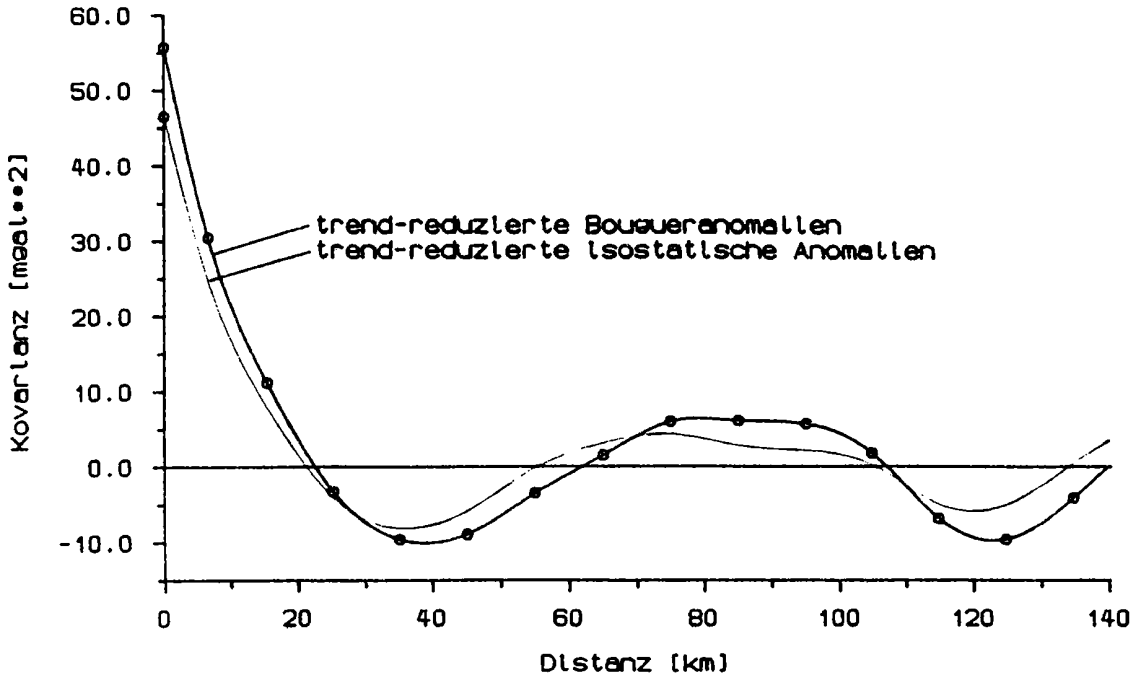


Abb. 3 - 4: Empirische Kovarianzfunktionen der trendreduzierten Bougueranomalien und trendreduzierten Freiluftanomalien

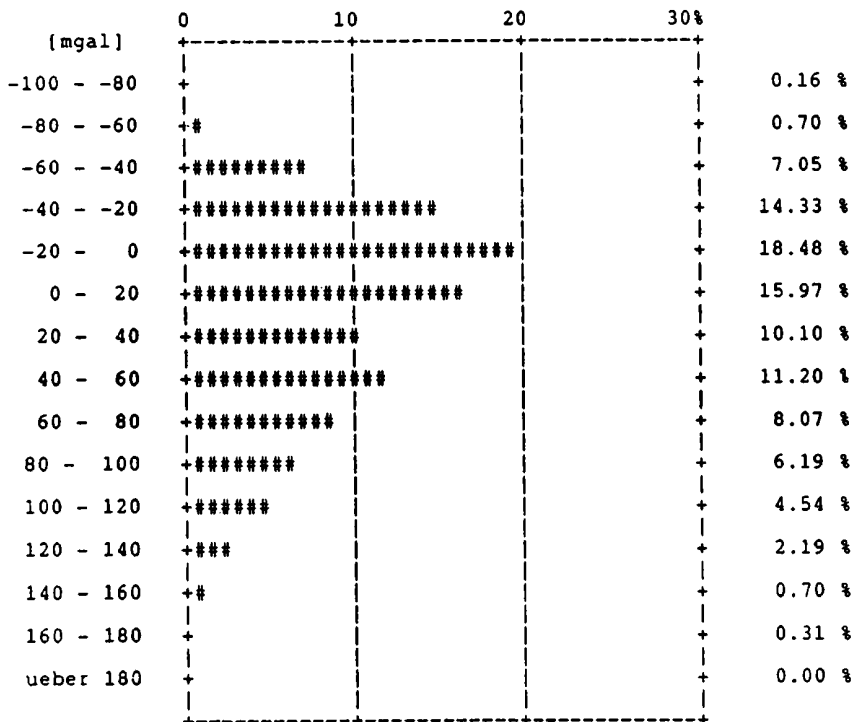


Abb. 3 - 5: Verteilung der FREILUFTANOMALIEN im Testgebiet

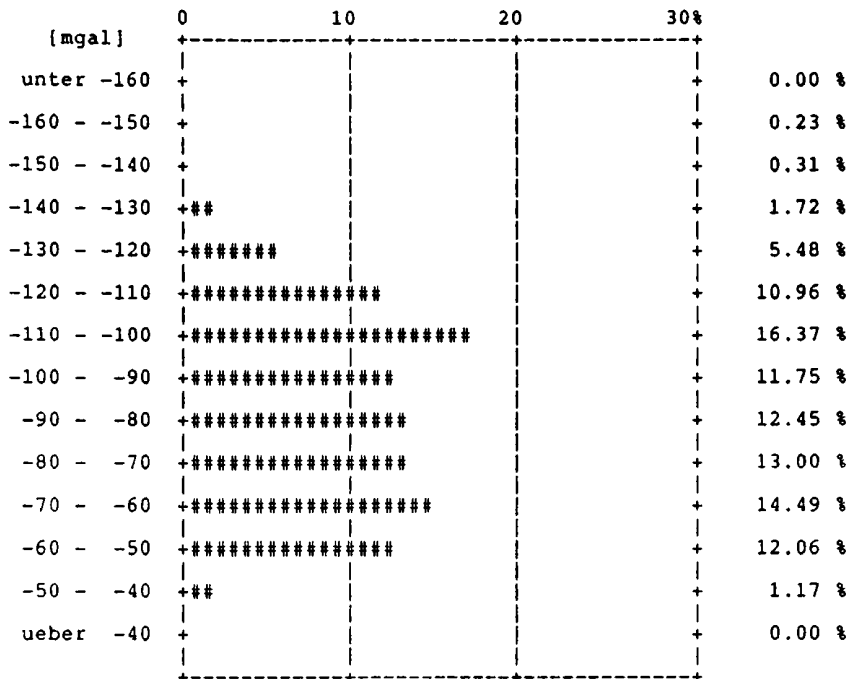


Abb. 3 - 6: Verteilung der BOUGUERANOMALIEN im Testgebiet

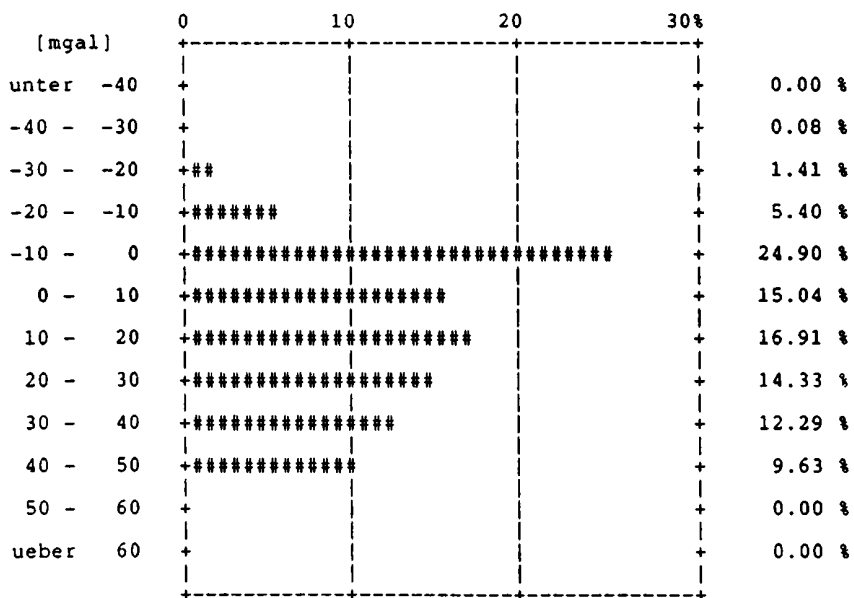


Abb. 3 - 7: Verteilung der ISOSTATISCHEN ANOMALIEN im Testgebiet



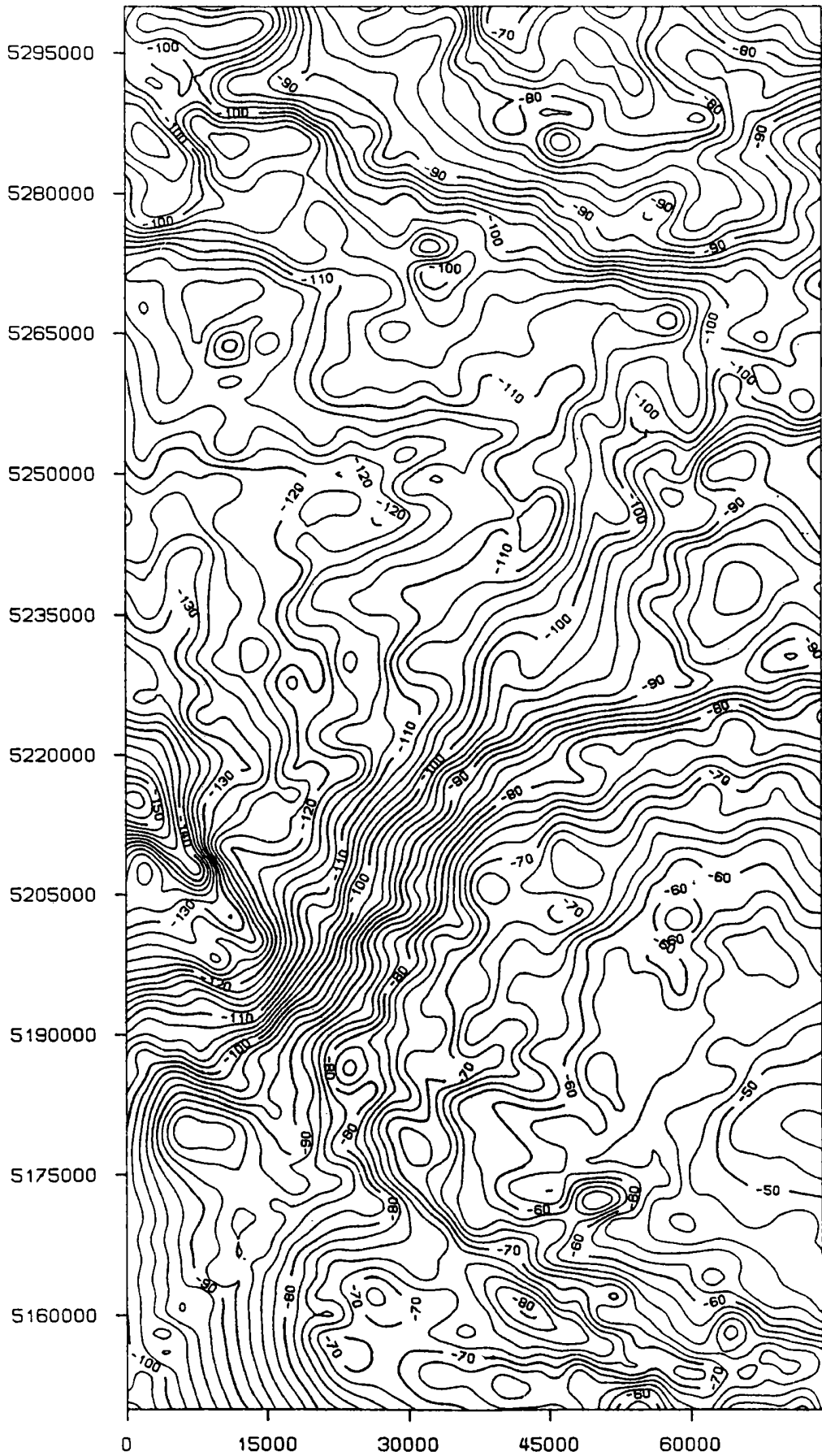


Abb. 3 - 8: Bougueranomalien, konstante Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 \text{ m}$

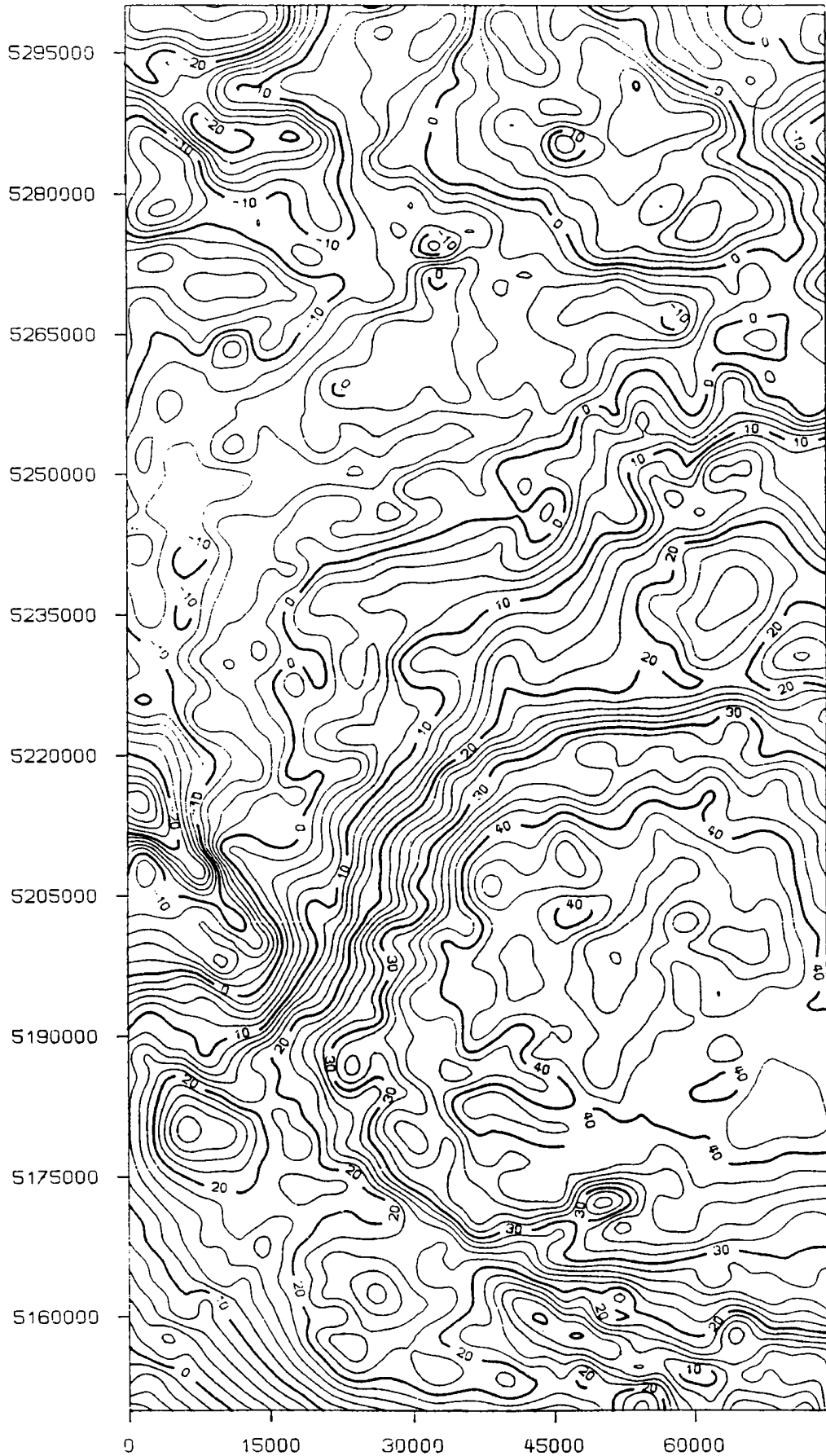


Abb. 3 - 9: Isostatische Anomalien, konstante Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 m$

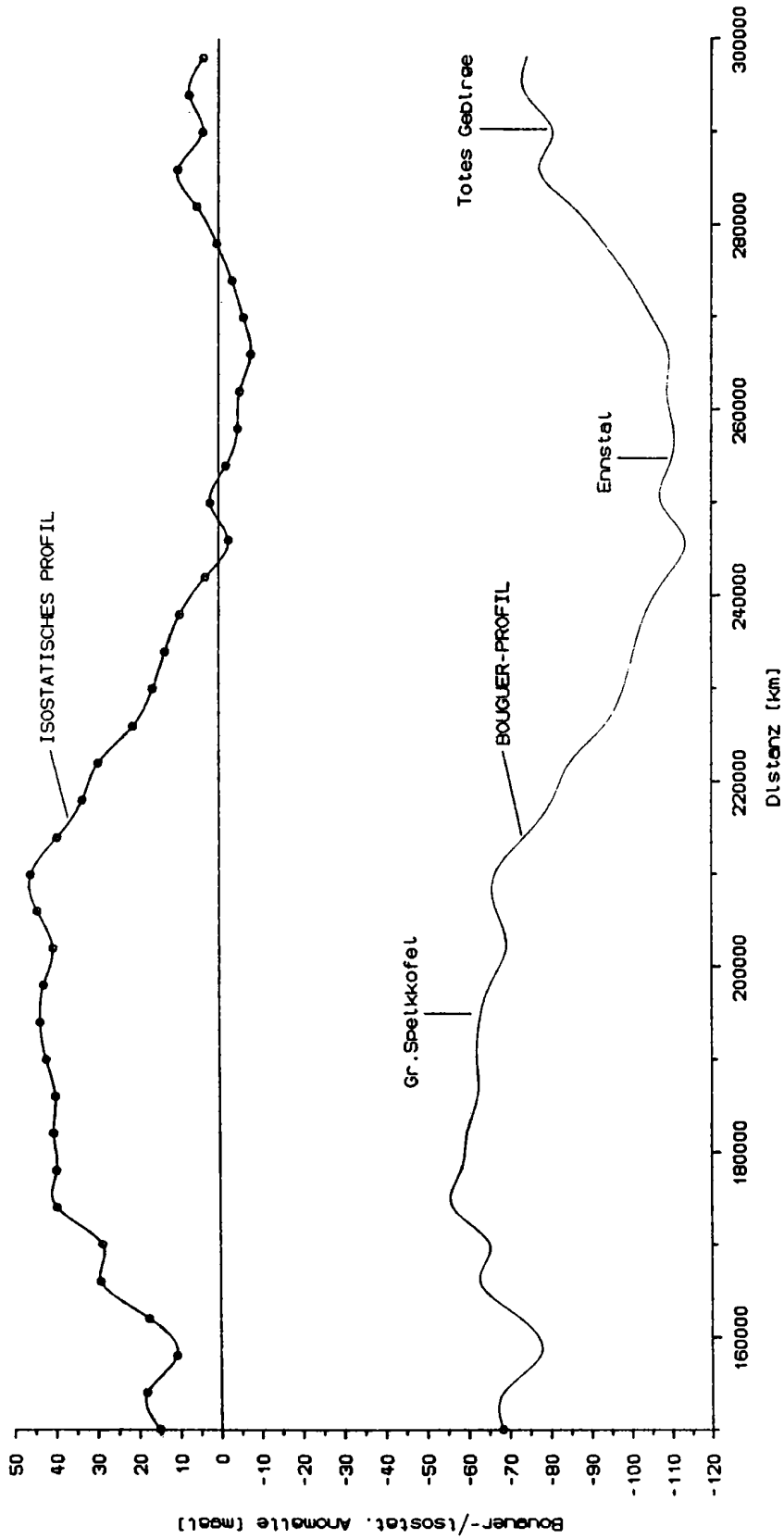


Abb. 3 – 10: Profil der Bougueranomalien und isostatischen Anomalien

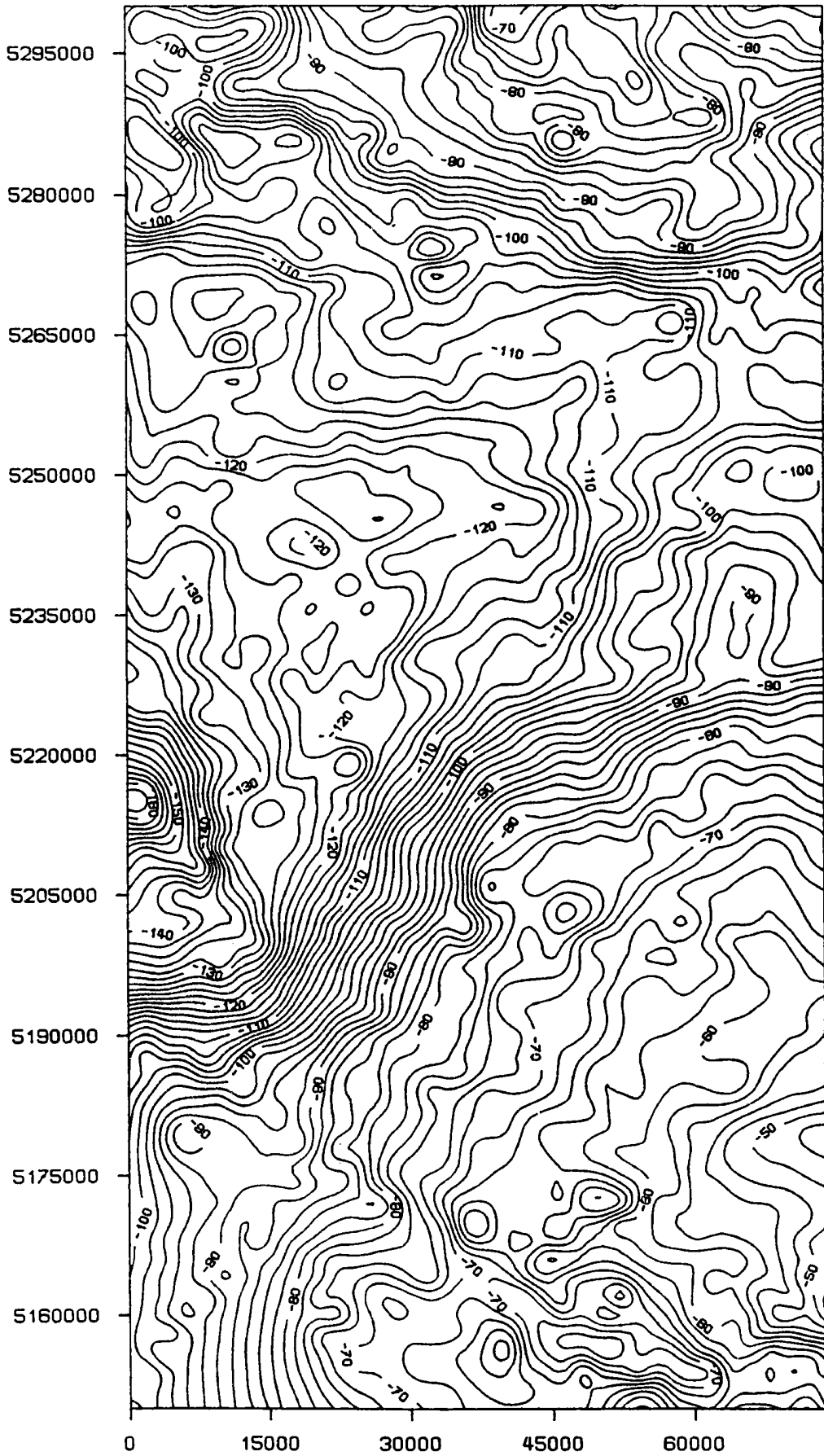


Abb. 3 - 11: Bougueranomalien, variable Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 \text{ m}$

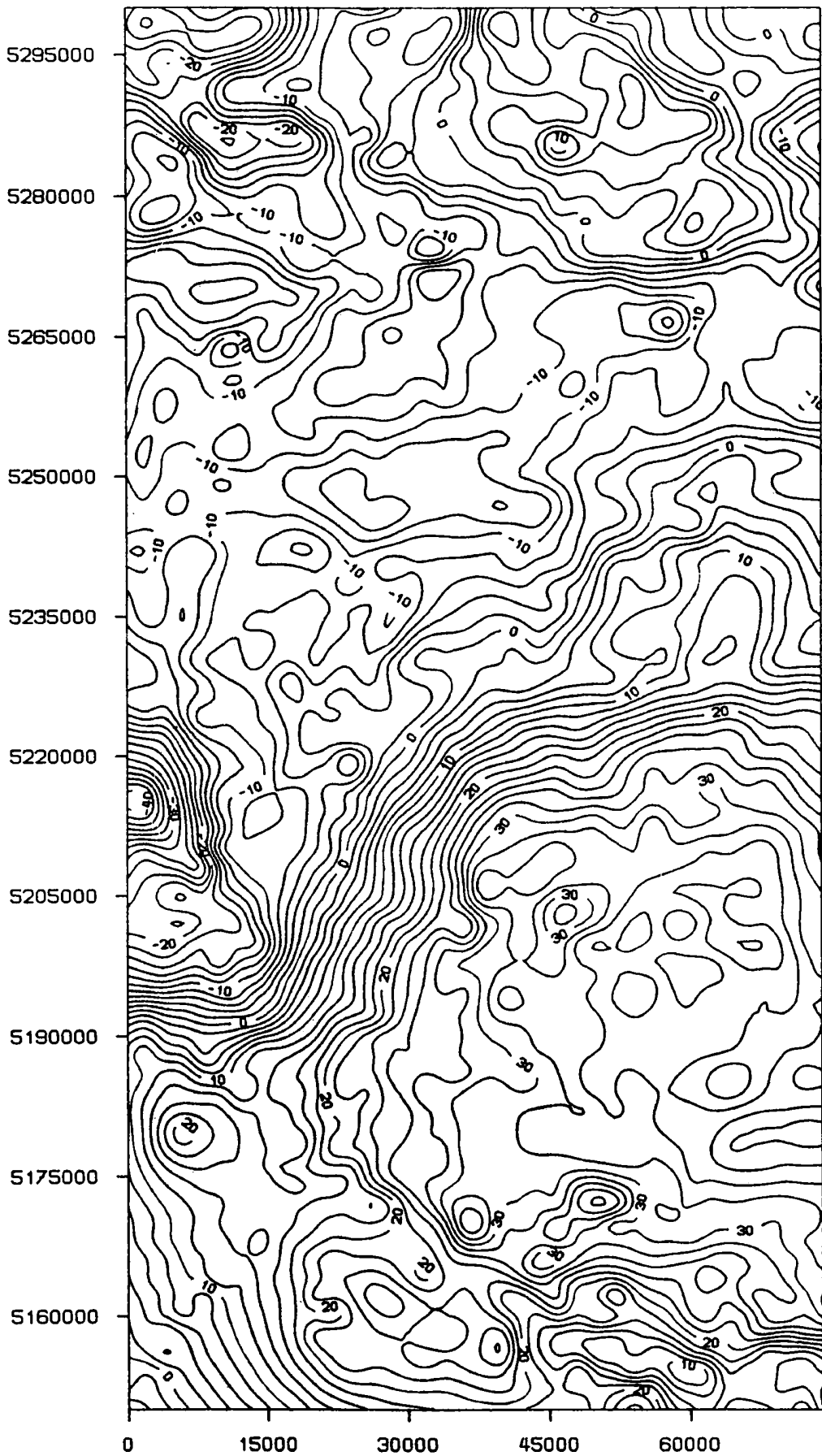


Abb. 3 - 12: Isostatische Anomalien, variable Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 2000 \text{ m}$

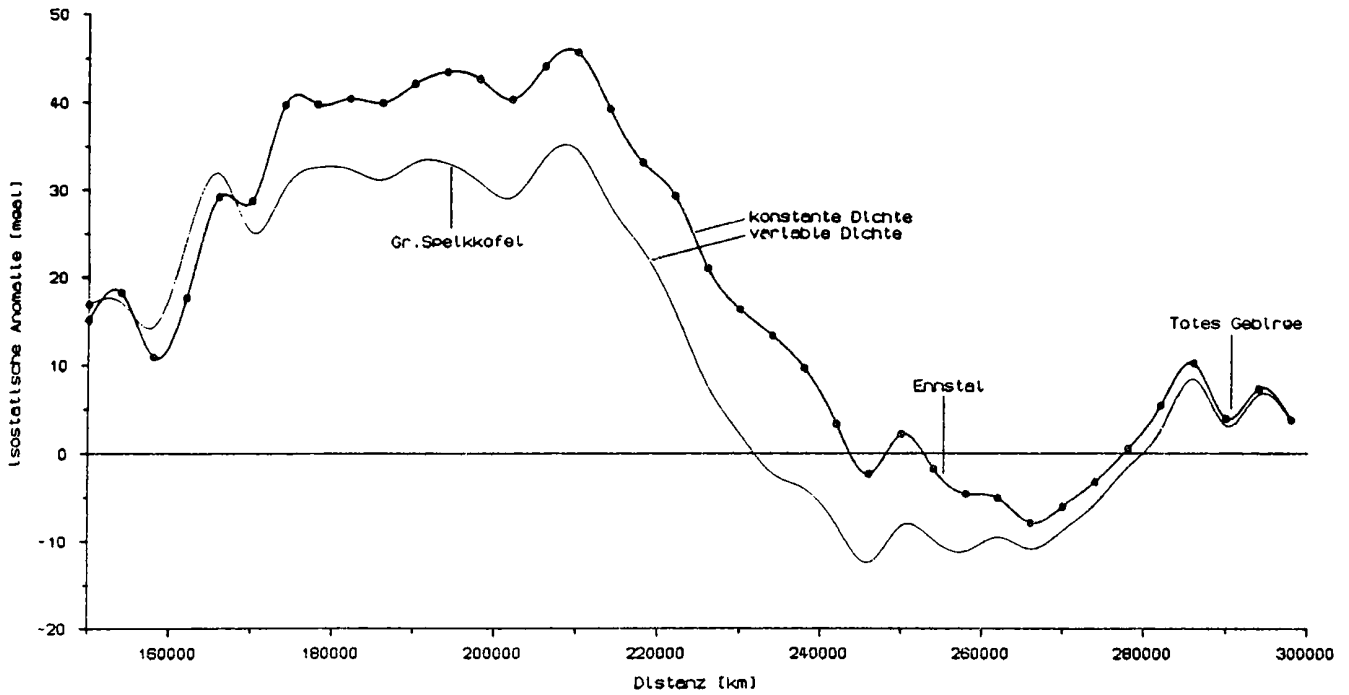


Abb. 3 - 13: Isostatische Profile für konstante und variable Dichte

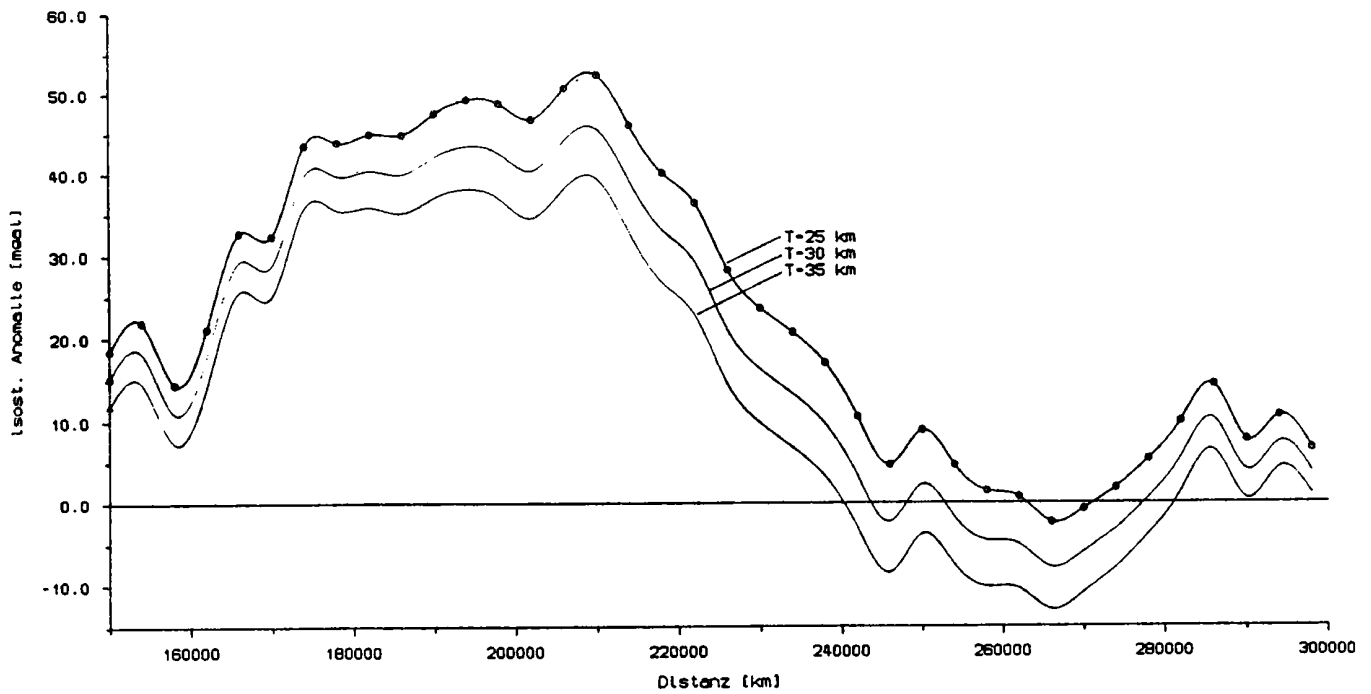


Abb. 3 - 14: Isostatische Profile für verschiedene Ausgleichstiefen

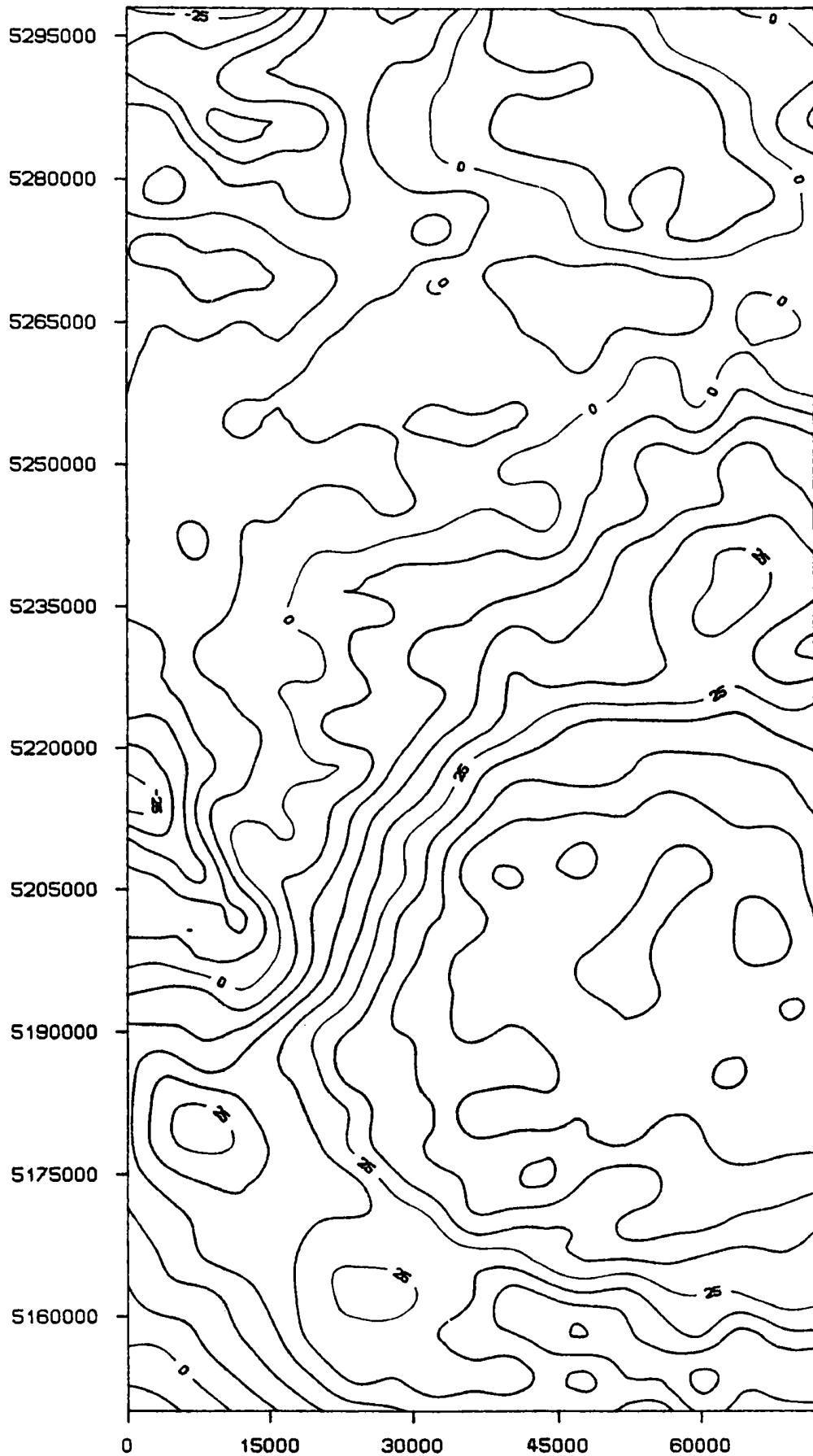
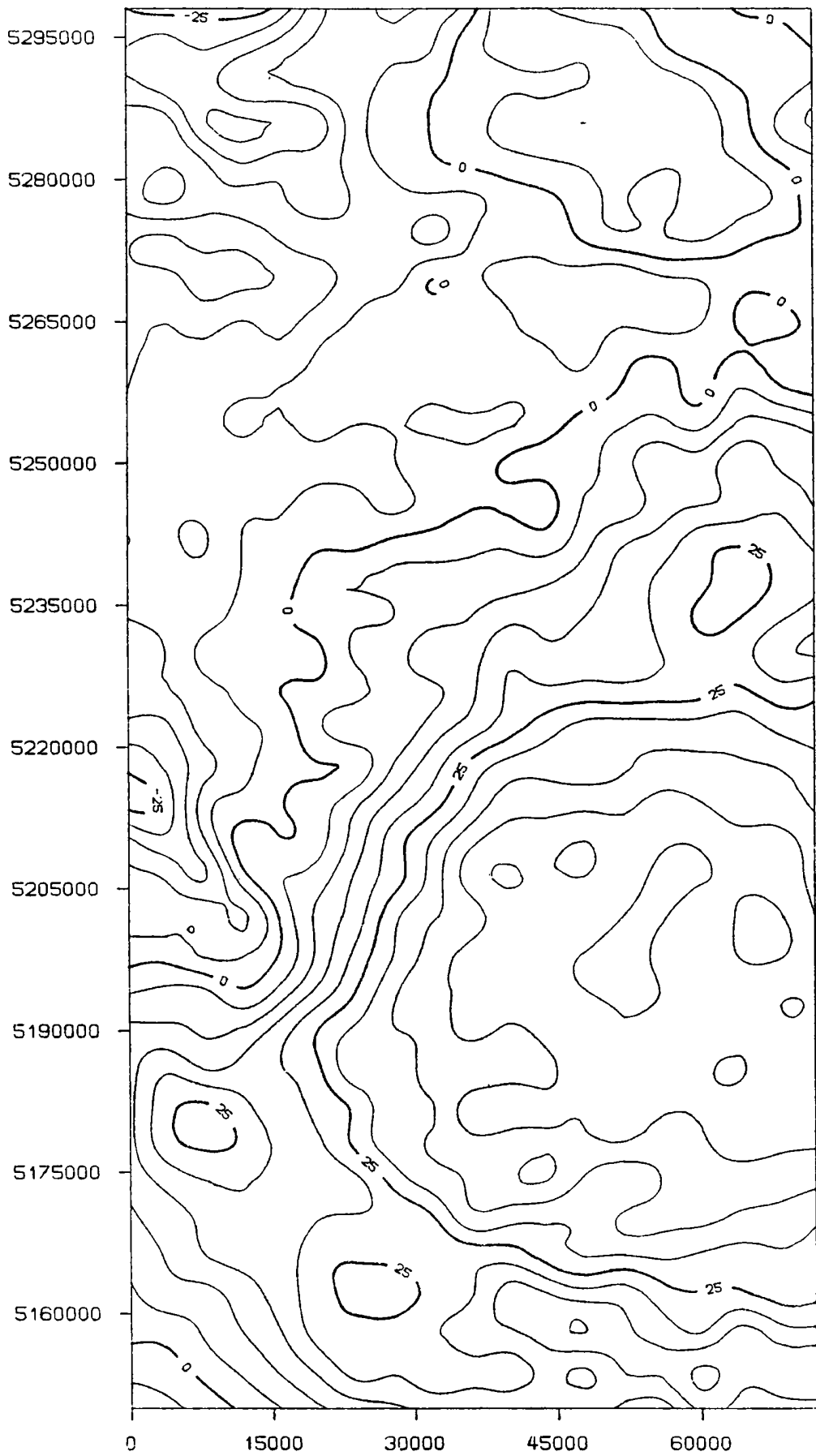


Abb. 3 - 15: Isostatische Anomalien, konstante Dichte  
Rasterabstand  $\Delta r = 4000 \text{ m}$   
Höhenmodell: Raster 1



**Abb. 3 - 16: Isostatische Anomalien, konstante Dichte**  
**Rasterabstand  $\Delta r = 4000 m$**   
**Höhenmodell: Raster 4**



---

NEUE ABSOLUTSCHWEREMESSUNGEN IN ÖSTERREICH

D.Ruess  
P. Steinhauser, G.Jeram  
J.Faller

BEV Wien  
Uni Wien  
JILA (USA)

---

Einleitung

Mit dem im Jahre 1987 in Betrieb genommenen neuen Absolutgravimeter, das von J.Faller am Joint Institute for Laboratory Astrophysics an der University of Colorado entwickelt wurde, werden die Absolutbestimmungen der Erdschwerebeschleunigung in Österreich mit modernsten Mitteln fortgesetzt.

Bereits im Jahre 1874 begann Theodor von Oppolzer Schwerebestimmungen mit einem Repsold-Pendelapparat durchzuführen. Verschiedene Verbesserungen an diesem Pendelapparat ermöglichten 1884 mit der Basismessung an der Wiener Universitätssternwarte die Entwicklung des sogenannten Wiener Schweresystems. Pendelmessungen wurden in Österreich in der Folge bis 1954 durchgeführt, jedoch beschränkte man sich hier auf Relativbeobachtungen mit einem Sterneck-Pendel, das einen Genauigkeitsbereich von etwa 1-2 mgal erzielte.

In den letzten drei Jahrzehnten konnte jedoch die Pendel-Methode durch die Fortschritte, die bei Zeit- und Längenmessung erzielt wurden, von der Methode des freien Falles (einfacher - und symmetrischer - ) abgelöst werden. Sämtliche in letzter Zeit entwickelte Geräte nutzen hierbei die Prinzipien eines Michelson-Interferometers.

Im Jahre 1980 erfolgten in Österreich die ersten Absolutschweremessungen nach dieser Methode mit einem Gerät, das am Istituto di

Metrologia 'G.Colonnetti' (IMGC) in Kooperation mit dem Bureau - International de Poids et Mesures (BIPM, A. Sakuma) von Cerutti et al. konstruiert wurde. Dieses Gerät war das erste seiner Art, das so konstruiert war, daß man damit seit etwa 1976 auf Reisen gehen konnte. Es arbeitet nach der von A.Sakuma entwickelten Methode des symmetrischen freien Falles (d.i. Wurf und Fall) und erreicht eine innere Genauigkeit von etwa 8-10 Mikrogal. Die Messungen erfolgten in Graz, Altenburg, Kremsmünster und Penk. 1981 wurde von J.Faller ein von ihm, M.A.Zumberge und R.L.Rinker entwickeltes neues Absolutgravimeter vorgestellt, das nach dem Prinzip des einfachen freien Falles arbeitet, jedoch in Hinblick auf Transportierbarkeit leichter konstruiert war und vollautomatisch arbeiten konnte.

In Kooperation einiger wissenschaftlicher Institute Österreichs (Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Wien, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Geologische Bundesanstalt, Institut für Theoretische Geodäsie und Institut für Angewandte Geodäsie und Photogrammetrie der Technischen Universität Graz, Institut für Geophysik der Montanuniversität Leoben, Institut für Weltraumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften) wurde ein von J.Faller in einer Kleinserie von sieben Stück gefertigtes Absolutgravimeter bestellt. Durch ein Verwaltungsübereinkommen ist das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen personell an der Durchführung der Messungen beteiligt.

Anfang Winter 1986 wurde das sechste Gerät dieser Serie ausgeliefert und an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik in Wien, Hohe Warte in Probetrieb genommen.

#### Funktionsweise

Kernstück der Apparatur ist ein Michelson-Interferometer in Verbindung mit einem He-Ne Laser. Als Fallkörper dient ein Prisma, das in einer kleinen Liftkabine fällt, die berührungsfrei mithilfe eines elektrooptischen Regelsystems dem Fallkörper nachgeführt

wird (Abb.1). Nach jedem erfolgten Fallversuch wird der Fallkörper wieder zur Auslöseposition zurückgebracht. Die Abkoppelung des Referenzprismas von der seismischen Bodenunruhe wird mit einem eigens hierfür konstruierten langperiodischen Federsystem, der sog. 'Superspring', erzielt.

Die Interferenzsignale werden in einem Photomultiplier verstärkt und in Rechteckimpulse umgewandelt. Zu je 2000 gezählten Interferenzimpulsen wird die Zeit mit einem Rb-Quarz-Normal bestimmt. Pro Fallversuch werden 150 Interferenzpakete (= Weg-Zeit Wertepaare) bestimmt und an ein Polynom 2. Grades der Form:

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{g}{2} t^2$$

angepaßt. Der Meßvorgang wird vollautomatisch mit einem kleinen PC der Type HP 9826 gesteuert und ausgewertet. Die Datenserien werden auf Disketten gespeichert.

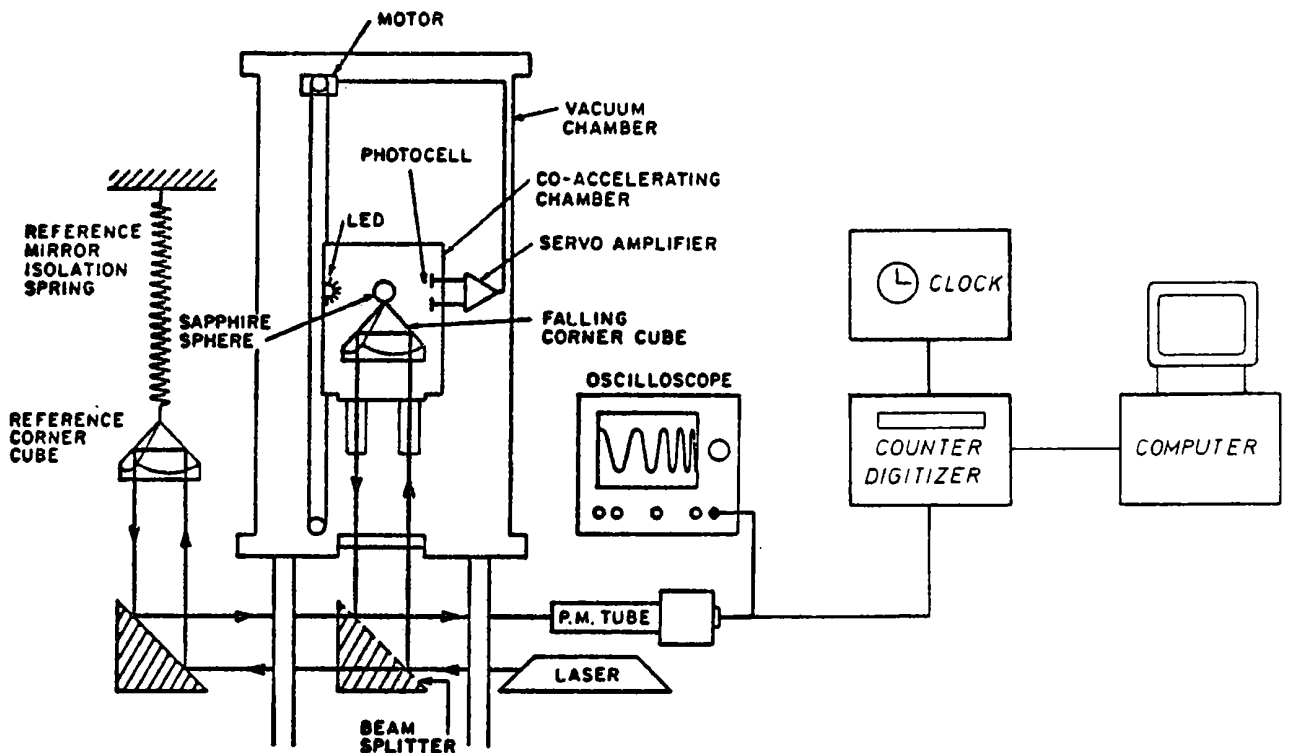


Abb.1: Funktionsschema des JILA-Absolutgravimeters

### Bisherige Meßverfahren

Die Apparatur, die einerseits aus sehr empfindlichen mechanischen Teilen besteht und andererseits aus hochempfindlichen elektronischen Komponenten, insbesondere solcher mit Rückkopplungssystemen, reagiert auf alle Arten äußerer Störungen. Die Bodenunruhe wird offensichtlich nicht zur Gänze von der 'Superspring' herausgefiltert. Jedenfalls zeigt sich immer wieder eine deutliche Verringerung der Streubreite während der Nachtstunden (siehe Beispiel Graz Abb.2).

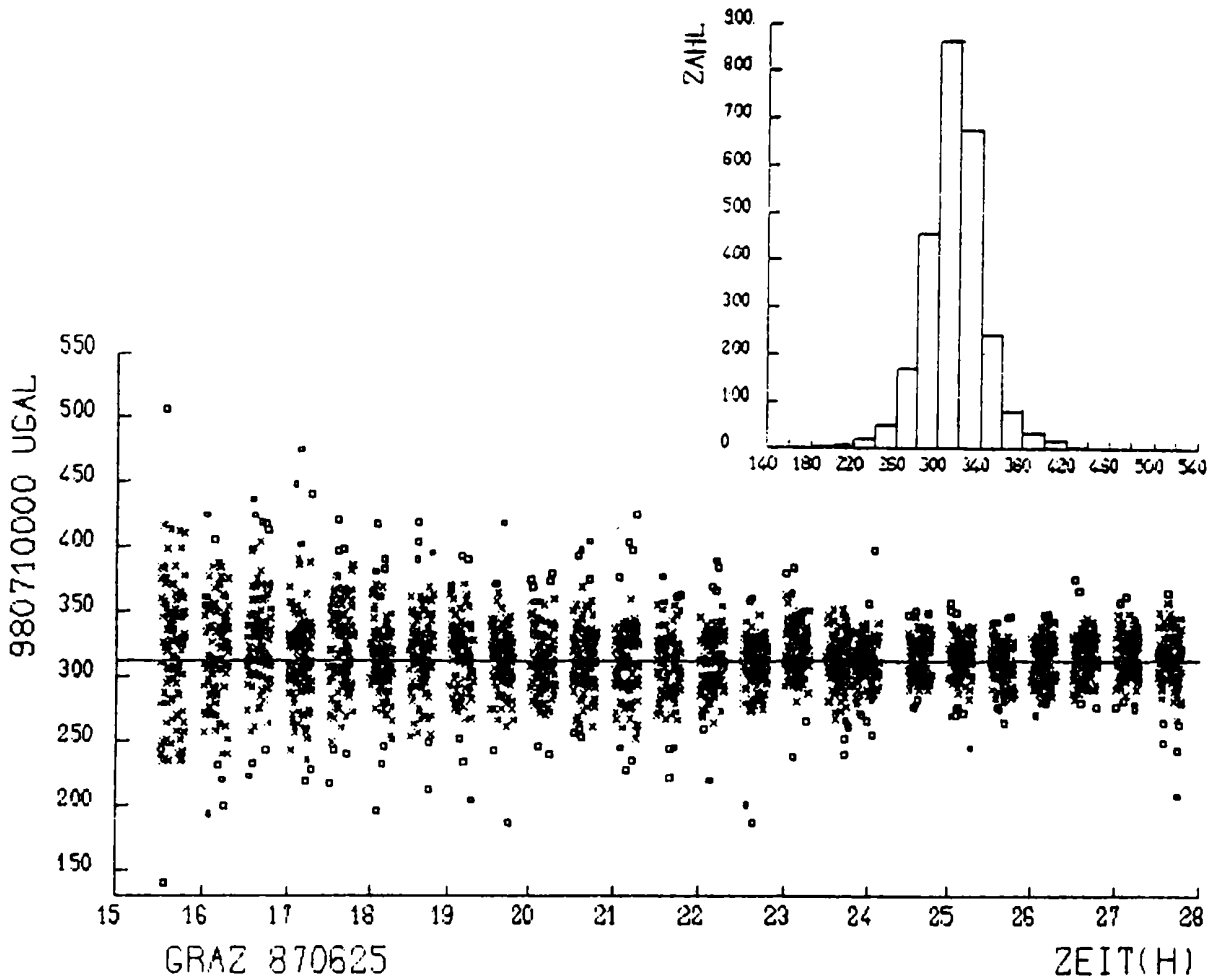


Abb. 2: Meßwertstreuung Station Graz 0-164-00

Die Elektronik ist überaus empfindlich gegenüber Netzschwankungen und Einstreuungen. Durch die Zwischenschaltung einer unterbrechungsfreien Stromversorgung (USV) konnten die netzbedingten Störungen eliminiert werden. Außerdem kann dadurch ein Netzausfall bis zu ca. 30 min überbrückt werden. Durch entsprechende Erdung der Apparatur können ebenfalls unerwartete Effekte weitgehend reduziert werden. Ein weiteres Problem dürfte die Stabilität der Raumtemperatur darstellen. So besteht der Verdacht einer merklichen Änderung der Meßergebnisse von einigen Mikrogal bei sich ändernder Temperatur der Laser-Einheit (Schnüll 1989, pers. Mitt.).

Auch wurde in Obergurgl auf 1930 m Seehöhe ein Temperaturkollaps der Elektronik beobachtet. Stieg die Raumtemperatur über 23 Grad Celsius, so wurde der Drop-Auslösepunkt nicht mehr gefunden. Grund hierfür dürfte der geringe Luftdruck sein, der eine ordentliche Wärmeabfuhr der elektronischen Bauteile nicht mehr gewährleistet.

#### Zweck des Einsatzes eines Absolutgravimeters

Die Schwerebeschleunigung hat in der Physik fundamentale Bedeutung, da mit ihr das Gewicht und somit auch der Druck definiert ist. Moderne elektronische Waagen besitzen bereits einen Meßbereich von einigen Zehnerpotenzen und sind dadurch in ihrem Anwendungsbereich auf einen bestimmten Schwerefeldbereich beschränkt. Im Bereich der Geodäsie und der Geophysik steht die Schwerebeschleunigung in engem Zusammenhang mit der Erdfigur. Da die Erde nachgewiesenermaßen dynamischen Prozessen unterworfen ist, sind demnach auch Änderungen im Erdschwerefeld zu erwarten. Dies sind erstens langsame Änderungen sowohl periodischer als auch aperiodischer Natur, die im Zusammenhang mit der Rotation der Erde stehen: Änderungen der Rotationsgeschwindigkeit und vor allem der Lage der Rotationsachse.

Langsame, aperiodische Änderungen von großräumiger Natur mit relativ kleinen Beträgen werden durch großräumige Massenverlagerungen

verursacht, wie sie bei den tektonischen Plattenbewegungen auftreten, jedoch auch durch Massenveränderungen im Untergrund, die sich durch Dichteänderungen bei geochemischen Prozessen ergeben.

Weitere Änderungen im Schwerfeld sind durch oberflächennahe, kleinräumigere Massenverlagerungen zu erwarten, wie sie etwa bei tektonischen Bewegungen im Alpenraum auftreten. Dazu zählen ebenso Prozesse von Dichteänderungen im nahen Untergrund, wie sie durch die Setzung großer Sedimentpakete wie etwa im Wiener Becken entstehen, als auch Änderungen der Dichte, die sich durch den Abbau von Kohlenwasserstoffen ergeben.

#### Durchgeführte Messungen

Seit März 1987 wurden insgesamt 36 Serien an 15 Stationen gemessen. (Siehe Tab.1). Die meisten Meßserien (12) wurden naturgemäß in Wien durchgeführt, da diese Station auch als Referenzstation herangezogen wird, und in Obergurgl mit bisher 7 Serien. In Obergurgl soll der mögliche Einfluß der winterlichen Schneelast beobachtet werden. Die Messungen werden zur Zeit zweimal jährlich Anfang April und Anfang Oktober durchgeführt. Eine Ganzjahresbeobachtung mit Messungen im 4-Wochen-Rhythmus wäre jedoch anzustreben.

In Mannswörth bei Schwechat, wo die Sedimentmächtigkeit des Wiener Beckens 5000 m erreicht, wurde ebenfalls eine Station eingerichtet, die langfristig Aufschluß über rezente Schwereänderungen und damit verbundenen Bewegungen geben soll. Bisher wurden hier zwei Meßreihen durchgeführt. Ein Problem von besonderer Natur ergeben jedoch hier die relativ großen Grundwasserspiegelschwankungen.

Drei Stationen wurden in Vorarlberg im Bereich des Rheintales errichtet, die als Grundlage tektonischer Untersuchungen der Montanuniversität Leoben dienen.

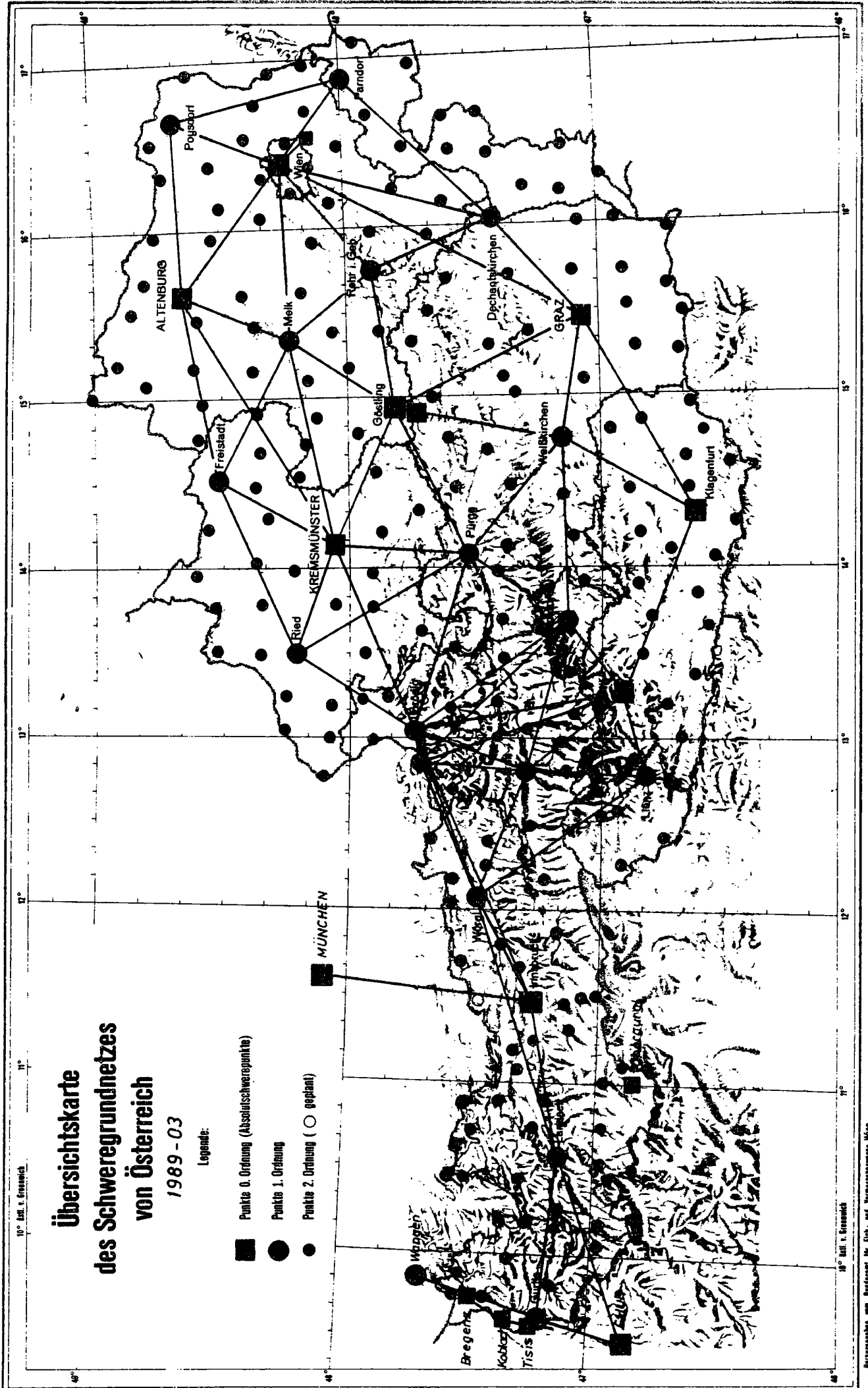
Datum	Station	Ort	Drops	Band- Breite	Schwere stat. +980E6 [Lugal] Boden	Hoehe ueber V6 Boden	Druck Pol Korr. [Lugal]	ges. Korr. [Lugal]	Schwere + Boden [Lugal]				
870316	0-059-00	Wien	2880	288	849342	1.4	0.832	261	-0.5	1.0	18	849560	6
8700506	0-059-00	Wien	6960	2800	849327	0.3	0.832	261	0.2	0.2	217	849545	6
870624	0-164-00	Graz	2640	647	715315	0.5	0.831	244	1.2	0.8	203	715518	6
870625	0-164-00	Graz	2625	366	715314	0.4	0.831	244	2.0	-0.8	204	715518	6
870720	0-059-00	Wien	1800	309	849351	0.8	0.824	261	0.3	1.2	214	849565	6
870924	0-059-10	Mannsworther	900	968	837552	5.2	0.826	269	-5.7	-2.1	215	837767	8
870928	0-118-00	Innsbruck	900	133	546388	0.7	0.829	214	3.2	2.2	179	546567	6
870929	0-173-00	Obergurgl1	450	475	239784	3.1	0.831	189	1.8	-2.2	157	239941	7
870930	0-173-00	Obergurgl1	990	644	239772	2.9	0.831	189	1.8	-2.2	157	239933	6
880329	0-059-00	Wien	660	288	849357	1.0	0.832	261	0.1	0.7	217	849575	6
880330	0-059-00	Wien	300	196	849362	1.7	0.832	261	-2.2	0.7	215	849578	6
880406	0-173-00	Obergurgl1	1800	277	239775	0.7	0.839	189	-13.6	0.8	146	239921	6
880407	0-173-00	Obergurgl1	2160	313	239776	0.7	0.837	189	-14.0	0.8	145	239921	6
880517	0-050-00	Kremsmuenst.	1440	201	740978	0.4	0.842	301	-1.6	1.8	254	741232	6
880519	0-050-00	Kremsmuenst.	600	311	741019	0.8	0.839	301	-0.1	1.8	254	741273	6
880628	0-082-10	Bregenz	2160	1505	649922	1.8	0.840	225	-0.3	2.0	191	650113	6
880629	0-111-10	Koblach	1800	333	612186	1.3	0.835	295	0.3	2.1	249	612435	6
880630	0-140-00	Tisis	1440	165	588044	0.5	0.836	343	-1.1	2.1	288	588332	6
880929	0-173-01	Obergurgl2	300	141	239739	0.9	0.830	186	1.8	-0.1	156	239895	6
880930	0-173-01	Obergurgl2	360	84	239734	0.7	0.833	186	2.3	-0.2	156	239891	6
880930	0-173-01	Obergurgl2	1080	168	239742	0.5	0.833	186	2.9	-0.2	157	239899	6
881003	0-181-00	Penk	1920	(9703)	467600	2.6	0.847	221	3.2	-0.5	190	467790	6
881004	0-202-00	Klagenfurt	1440	283	620040	0.5	0.833	247	2.8	-0.5	208	620248	6
881006	0-071-00	Goestling	1440	207	681658	0.8	0.836	235	-1.9	-0.6	194	681852	6
881007	0-101-00	Hochkar	240	121	484365	1.2	0.839	355	-2.8	-0.7	294	484659	6
881008	0-101-00	Hochkar	180	124	484363	1.8	0.839	355	-2.3	-0.8	295	484658	6
881027	0-059-00	Wien	1440	204	849329	0.6	0.831	261	3.2	-1.9	218	849547	6
881108	0-059-00	Wien	2400	233	849326	0.5	0.834	261	4.1	-2.6	217	849545	6
881115	0-021-00	Altenburg1	1980	250	867131	0.5	0.849	308	4.1	-3.0	26	867393	6
881116	0-021-01	Altenburg2	2160	192	868713	0.3	0.840	265	4.3	-3.0	224	868937	6
881117	0-059-10	Mannsworther	2880	1256	837420	3.0	0.844	269	3.0	-3.1	227	837647	6
890227	0-059-00	Wien	480	288	849337	2.1	0.844	261	-7.9	-2.	11	837547	6
890227	0-059-00	Wien	1440	364	849331	0.9	0.844	261	-7.3	-2.	1	837542	6
890228	0-059-00	Wien	1440	351	849328	1.0	0.844	261	-4.9	-2.	-13	837541	6
890301	0-059-00	Wien	1440	253	849336	0.9	0.843	261	-2.0	-2.	216	837552	6
890306	0-059-00	Wien	1800	381	849331	0.9	0.843	261	3.4	-2.	221	837552	6

Tab.1: Absolutschwere-Stationen in Oesterreich

# Übersichtskarte des Schweregrundnetzes von Österreich 1989 - 03

Legende:

- Punkte 0. Ordnung (Abschlussschwerpunkte)
- Punkte 1. Ordnung
- Punkte 2. Ordnung (○ geplant)





Weiters wurden die vier alten Absolutstationen aus dem Jahre 1980 neu gemessen. Die Stationen Göstling und Hochkar dienen als Absolutfestlegung der Gravimeter-Eichlinie, die im Jahre 1982 errichtet wurde.

Die übrigen Stationen (Innsbruck und Klagenfurt) wurden zur Abstützung des Österr. Schweregrundnetzes angelegt. Sämtliche Absolutmessungen wurden mit LCR-Gravimetern an das ÖSGN (1.Ordnung) angeschlossen (Abb.3).

#### Vergleich mit Messungen aus 1980

An den Stationen Graz, Altenburg, Kremsmünster und Penk wurde ein Vergleich zwischen den Messungen 1980 und 1987-88 durchgeführt (Abb. 4). Es zeigt sich hier ein deutlicher Zusammenhang zwischen Schwereniveau und Differenz. Die Regression läßt einen Korrekturfaktor von 1.00012 berechnen, um die beiden Meßserien anzugleichen. Interessanterweise zeigten sich bereits nach den ersten Verbindungsmessungen mit Relativgravimetern zwischen diesen vier 1980 gemessenen Stationen Korrekturfaktoren gleicher Größenordnung für die verwendeten LCR-Gravimeter.

#### Vergleich mit ÖSGN

Als Grundlage für die Berechnung des ÖSGN dienten die vier im Jahre 1980 in Österreich gemessenen Absolutstationen und die beiden Absolutstationen München und Chur (Abb.3). Aus den großräumigen Verbindungsmessungen zwischen diesen Punkten wurden die größten Schweredifferenzen für die Berechnung eines Maßstabsfaktors für die verwendeten LCR-Gravimeter herangezogen. Im Mittel ergab dies einen Maßstabsfaktor von ca. 1.00020 .

Der Vergleich zwischen den bisher verwendeten vorläufigen ÖSGN-Schwerewerten und den Absolutschweremessungen 1987-89 ist in Abb.5

Vergleich ABS 1980 / ABS 1987-88

	Schwere 1980 [mgal]	Schwere 1987/88 [mgal]	Diff. [ugal]
Altenburg	980 866.932+-10	980 866.969+-6	+37
Kremsmuenster	980 740.988+-10	980 741.011+-6	+23
Graz	980 715.342+-10	980 715.323+-6	-19
Penk	980 467.627+-10	980 467.613+-6	-14
-----			
max. Schwerediff.	399.305	399.356	

LINEARE REGRESSION Y=B\*X+A

B (Byx) = .12109 +/- 7.89E-2  
 A (Ayx) = -77.738 +/- 56.256  
 R = .735  
 N = 4

Korrekturfaktor = 1.00012

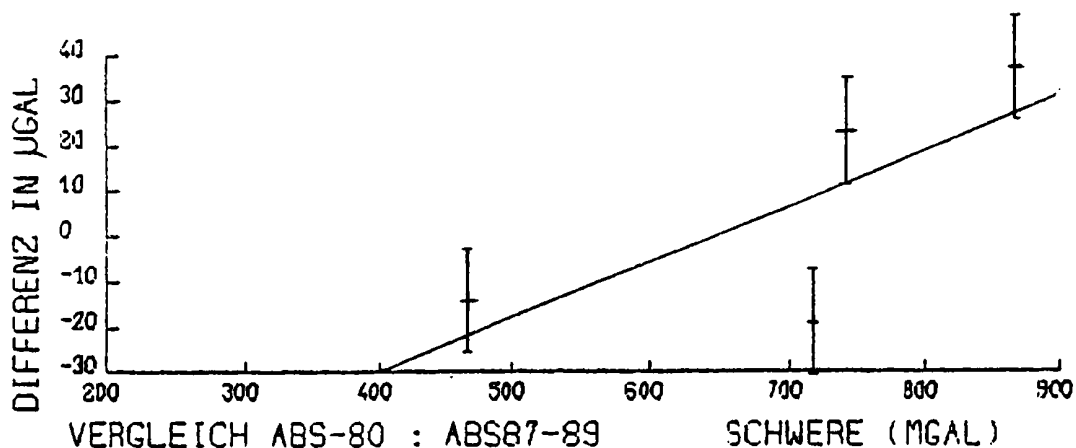


Abb.4: Vergleich der Messungen 1980/1987-88

Vergleich OESGN-80 / ABS 87-89

Punkt		g(OESGN80) [Mikrogal + 980000000]	g(abs87-89)	Diff.
0-021-00	abs 80	867346 10	867393 6	47
0-071-00		681816 11	681852 6	36
1-021-01		868907 10	868937 6	30
0-059-00		849526 10	849554 4	28
0-202-00		620235 10	620248 6	13
0-050-00	abs 80	741228 10	741239 21	10
0-111-10		612425 10	612435 6	10
0-101-00		484665 11	484659 4	-6
0-082-10		650126 12	650113 9	-13
0-181-00	abs 80	467804 10	467790 6	-14
0-164-00	abs 80	715533 10	715518 4	-15
0-140-00		588366 11	588332 6	-34
0-118-00		546614 11	546567 6	-47
0-173-00		240040 23	239924 4	-116
max. Schweredifferenz		627306	627469	

LINEARE REGRESSION  $Y=B*X+A$

B (Byx) = .20377 +/- 3.676E-2  
 A (Ayx) = -135.1 +/- 24.3  
 R = .848  
 N = 14

Korrekturfaktor = 1.00020

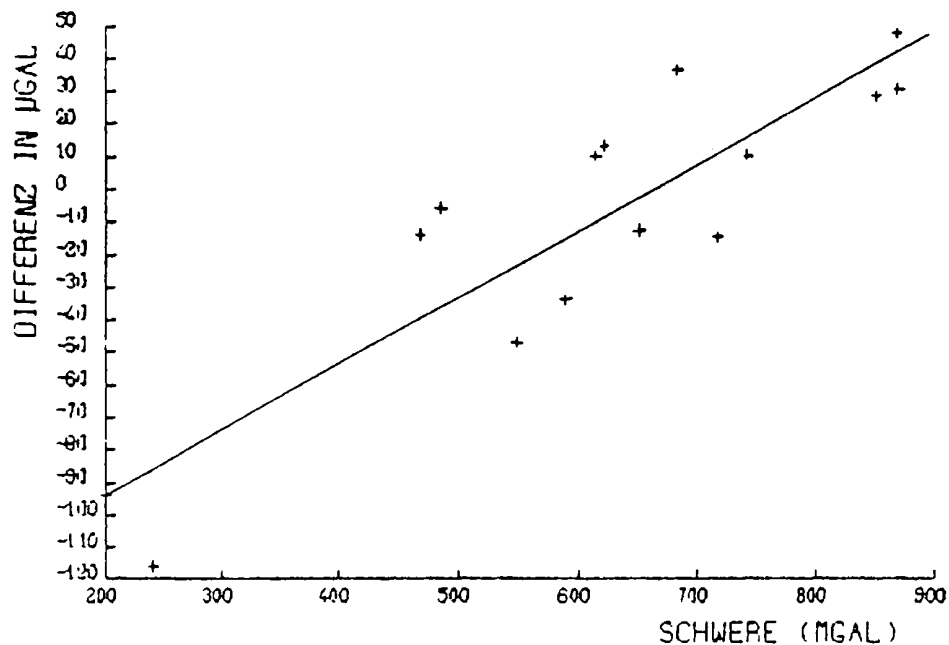


Abb.5: Vergleich ÖSGN 80 / ABS 1987-89

dargestellt. Es zeigt sich hier eine durchaus signifikante Regressionsgerade. Als Maßstabsfaktor errechnet sich ein Wert von 1.00020. Der bisher angewendete Korrekturfaktor ist somit einer sehr kritischen Betrachtung zu unterziehen.

### Luftdruck-Abhängigkeit

Nach bisherigen Erkenntnissen müßte die Wirkung der Luftmassen über einer Gravimeterstation mit 3-4  $\mu\text{Gal}/\text{hPa}$  zu Buche schlagen. Nach der IAG-Resolution Nr.9 im Jahre 1983 wäre für Absolutschweremessungen im Internationalen Absolutschwerenetz die Korrektur von -3  $\mu\text{gal}/\text{hPa}$  anzuwenden. Darüber hinaus sollten jedoch weiterhin Beobachtungen durchgeführt werden, die diese Festlegung überprüfen.

Die hohe Zahl an Meßserien in Wien erlaubt bereits einen Zusammenhang zwischen Luftdruck und Meßwert zu suchen. Die Einbeziehung aller Meßserien ist in Abb. 6 dargestellt. Am 26. Februar 1989 wurde in Wien der absolut tiefste je beobachtete Luftdruckwert registriert. Aus diesem Anlaß wurden in der Folge einige Meßserien gestartet, um eine Luftdruckabhängigkeit des Schwerewertes zu erfassen. Immerhin konnten Messungen über einen Druckbereich von 37 hPa durchgeführt werden. Der Luftdruck wurde bei diesen Messungen mit einem Digital-Barometer alle 30 Minuten registriert. Die Ergebnisse enttäuschen jedoch die gesteckten Erwartungen. Abschließend ist noch der Zusammenhang der vorangegangenen Messungen (1987-88) mit dem Luftdruck dargestellt.

### Ergebnisse aus Obergurgl

In Obergurgl wurden bisher drei Meßkampagnen durchgeführt, wobei die ersten Messungen im Sept. 1987 deutlich höhere Ergebnisse zeigen (Abb.7). Allerdings gab es bei diesen ersten Messungen Probleme mit der Einstreuung des elektrischen Feldes einer Stark-

Datum	Tag	Drops	Band-Breite	Schwere +980E6 [ugal]	stat. Fehler	Hoehe ueber 0.8m	dg	Pol Korrr. ---	Schwere +- Boden [ugal] ---	p [hPa]	dp
870316	75.0	2880	288	849342	1.4	0.032	8.4	1.0	849354 6	988.7	-1.7
870506	126.0	6960	2800	849327	0.3	0.032	8.4	0.2	849336 6	991.1	0.7
870720	201.0	1800	309	849351	0.8	0.024	8.3	-1.2	849356 6	989.3	-1.0
880329	454.0	660	288	849357	1.0	0.032	8.4	0.7	849366 6	989.9	-0.4
880330	455.0	300	196	849362	1.7	0.032	8.4	0.7	849371 6	982.9	-7.4
881027	666.0	1440	204	849329	0.6	0.031	8.1	-1.9	849335 6	1000.9	10.6
881108	678.0	2400	233	849326	0.5	0.034	8.9	-2.6	849332 6	1003.8	13.5
-----											
890227	789.0	480	288	849337	2.1	0.044	11.5	-2.	837347 6	964.	-26.
890227	789.5	1440	364	849331	0.9	0.044	11.5	-2.	837341 6	968.	-24.
890228	790.0	1440	351	849328	1.0	0.044	11.5	-2.	837338 6	974.	-16.
890301	791.0	1440	253	849336	0.9	0.043	11.2	-2.	837345 6	983.5	-6.7
890306	796.0	1800	381	849331	0.9	0.043	11.2	-2.	837340 6	1001.5	11.2

-2.5 ugal/hPa

-0.8 ugal/hPa

LINEARE REGRESSION Y=B\*X+A

Druckabhaengigkeit gesamt: -5.2 ugal/hPa

B (Byk) = -.192 +/- .32  
 A (Ayk) = 5.06 +/- 15.62  
 R = .185  
 N = 12

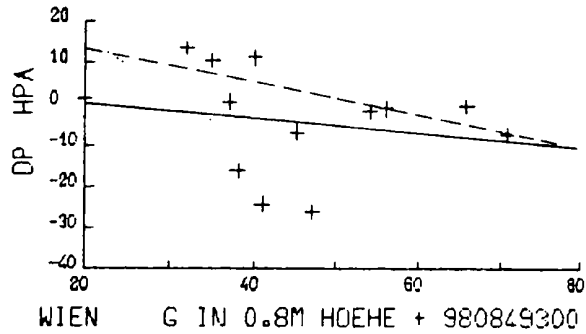


Abb.6: Luftdruck-Korrelation

Datum	Station	Drops	Band-Breite	Schwere +980E6 [ugal]	stat. Fehler	Hoehe ueber Boden	VG	Druck Korrr. [ugal]	Pol Korrr.	ges. Korrr. [ugal]	Schwere +- Boden [ugal]	Tag
870929	0-173-00	450	475	239784	3.1	0.831	189	1.8	-2.2	157	239941 7	272.
870930	0-173-00	990	644	239772	2.9	0.831	189	1.8	-2.2	157	239933 6	273.
880406	0-173-00	1800	277	239775	0.7	0.839	189	-13.6	0.8	146	239921 6	462.
880407	0-173-00	2160	313	239776	0.7	0.837	189	-14.0	0.8	145	239921 6	463.
880929	0-173-00	300	141	239764	0.9	0.830	186	1.8	-0.1	156	239920 6	638.
880930	0-173-00	360	84	239759	0.7	0.833	186	2.3	-0.2	156	239916 6	639.
880930	0-173-00	1080	168	239767	0.5	0.833	186	2.9	-0.2	157	239924 6	639.8
-----												
Mittel											239924.5	4.0

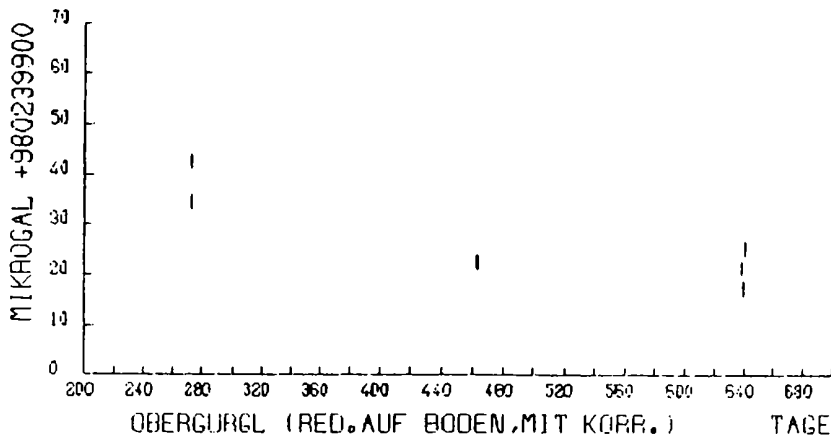


Abb.7: Ergebnisse aus Obergurgl

stromleitung. Möglicherweise wurde dadurch eine systematische Verfälschung der Daten bewirkt. Um mögliche Störungen durch Erschütterungen auszuschließen, die vom Haus übertragen werden (vor allem Schritte auf der naheliegenden Treppe), wurde im Sommer 1988 ein Sockel errichtet, der auf Fels gegründet ist und vom Haus durch eine Trennfuge im Fußboden isoliert ist.

#### Planung für 1989

- Im November 1989 ist in Sevres bei Paris eine weitere Absolutgravimeter Vergleichskampagne geplant. Zehn Länder haben ihre Teilnahme bereits zugesagt.
- Langzeitregistrierung in Obergurgl und Wien
- Jahresmessungen in Mannswörth
- Drei neue Stationen in der Steiermark
- Messungen für tektonische Bewegungen i.e. rezente Schwereänderungen.

## Literatur

- Alasia F., Cannizzo L., Cerutti G., Marson I.: Absolute Gravity Acceleration Measurements: Experiences with a transportable Gravimeter. *Metrologia* 4/82, 185-193, 1982.
- Faller J.E., Guo Y.G., Rinker R.L., Zumberge M.A.: Advanced Absolute Gravity Determination. Proceedings of the General Meeting of the IAG, 309-318, Tokyo, May 7-15, 1982.
- Meurers B., Ruess D.: Errichtung einer neuen Gravimeter-Eichlinie am Hochkar. *ÖZfVermPh.*, 73, 3, 175-183, 1985.
- Rinker R.L.: Super Spring - A New Type of Low-Frequency Vibration Isolator. PhD Thesis, University of Colorado, 1983.
- Ruess D.: The Austrian Gravity Base Net. BGI, Bull.Nr.53, Dez. 1983.
- Ruess D.: Aufbau des Österreichischen Schweregrundnetzes. *Ber.Tiefb.Ostalpen*, 12, 17-20, 1985.
- Sakuma A.: Gravitational Acceleration, Mass, and Electrical Quantities; Present Status of the Absolute Measurement of Gravitational Acceleration. Precision Measurement and Fundamental Constants II, National Bur. Stand.(U.S.), Spec.Publ. 617, 397-404, 1984.
- Steinhauser P., Ruess D.: Absolute Datum for Gravimetric Research in Austria. *Arb.Z.A.f.Met.u.Geodyn.*, 67, 75-79, 1986.
- Steinhauser P.: Absolutschweremessungen in Österreich. Vortrag Th. Oppolzer-Symposium, Wien 1987.
- Torge W., Röder R.H., Schnüll M., Wenzel H.G., Faller J.E.: First Results with the Transportable Absolute Gravity Meter Jila-3. *Bull.Geod.* 61, 161-176, 1987.
- Van Dam T.M., Wahr J.M.: Displacements of the Earth's Surface Due to Atmospheric Loading: Effects on Gravity and Baseline Measurements. *JGR* 92/B2, 1281-1286, 1987.
- Wahr J.M.: Deformation Induced by Polar Motion. *JGR* 90/B11, 9363-9368, 1985.
- Zumberge M.A.: A Portable Apparatus for Absolute Measurements of the Earth's Gravity. PhD Thesis, University of Colorado, 1981.
- Zumberge M.A., Rinker R.L., Faller J.E.: A Portable Apparatus for Absolute Measurements of Earth's Gravity. *Metrologia* 18, 145-152 (1982).

---

## Laboratory Calibration of Gravimeters

P. Varga

Budapest

---

### INTRODUCTION

Present report is a continuation of the paper on the research work carried out in Hungary for the determination of the scale values of gravimeters presented during 4. Internationale Alpengravimetrie-Kolloquium (Barta G., Hajósy A., Varga P., 1988).

The motivation of our work was:

1. for the better understanding the earth tidal parameters obtained from the gravimetric records we need an absolute calibration possibility which has an external accuracy equal (or better) to 0.1 %.
2. during last years a lot of problems arises in connection with the three hundred years old law of gravity. To investigate a part of this problems we have to compare scale determinations of gravimeters carried out on different ways. Doing this comparison we must be extremely cautious because the small magnitude gravity variations used for this study.

#### A. NEED OF THE IMPROVEMENT OF THE RELIABILITY OF THE GRAVITY EARTH TIDE OBSERVATIONS

It was mentioned by many authors (see for example Molodensky and Kramer, 1980) that gravimetric body tide anomalies can be used for the study of lateral heterogeneities within the Earth. For this purpose we must consider the realistic magnitude of the tidal number variations over the Earth's surface. For this purpose, we used the works of Woodhouse and Dziewonski (1984) and of Dziewonski (1984), which carried out the mapping of the upper and the lower mantles, respectively. The investigation of the upper mantle structure was based on the shear wave velocities ( $V_s$ ), whereas the structure of the lower mantle was inferred from the compressional wave velocity ( $V_p$ ) data. In the paper of Woodhouse and Dziewonski (1984), three-dimensional modelling of the Earth's structure was performed by inversion of seismic waveform till a depth of 670 km



( $r/a=0.90$  relative earth radius, where  $r$  is the distance from the centre of the Earth,  $a=6371$  km). The sizes of the speed anomalies of the  $V_s$  waves were  $\pm 8\%$  at a depth of 50 km,  $\pm 2.5\%$  at 250 km and  $\pm 2\%$  at 650 km. These lateral velocity anomalies are surprisingly big and they are comparable with the velocity jumps across the radial structural discontinuities in the upper mantle. For instance in PREM (Preliminary Reference Earth Model) the velocity jumps are 15% at the Mohorovicic discontinuity surface, 6% at the depth 220 km, 3% at, 400 km and 7% at 670 (the depth of the transitional zone C between the upper and the lower mantles Dziewonski (1984) carried out the three dimensional mapping of the lower mantle by means of  $V_p$  velocities. The velocity anomalies at the top of the lower mantle reach about  $\pm 3\%$ . At the core-mantle boundary (CMB) the size of the anomalies is the same. In the central parts of the lower mantle the velocity anomalies are slightly smaller ( $\pm 1\%$ ).

If we introduce a simplification and suppose the equality of the Lamé parameters in the whole mantle we have  $V_p = \sqrt{3} V_s$  and thus we can estimate lateral variations of both the compressional and shear wave velocities both in the upper and in the lower mantle. In this way we solved the sixth order differential equation system which describes elastic deformations of a spherically symmetric Earth with a liquid core to obtain the Love-Shida numbers ( $h$ ,  $k$ ,  $l$ ) and their simple combination  $l+h-3/2k$  used to describe the tidal gravity variations (Varga, 1987; Denis, Gerstenecker, Varga, 1987; Varga, Denis 1989). To evaluate the possible amount of variation of the gravity earth tidal combination  $l+h-3/2k$  with respect to the reference values obtained for the PREM ( $l+h-3/2=1.1554$ ) we used a slightly simplified version of the mapping of the Earth's mantle by Woodhouse and Dziewonski (1984) and Dziewonski (1984) (*Model A in Table 1*).

Table 1: Description of the models used for model calculations

Model A ( $V_p$  and  $V_s$  denote the original seismic speed values of PREM.

1.00 >	$r/a$	>	0.90	$V_p=1.08$	$V_p$	$V_s=1.05$	$V_s$
0.90 >	$r/a$	>	0.85	$V_p=1.03$	$V_p$	$V_s=1.02$	$V_s$
0.85 >	$r/a$	>	0.60	$V_p=1.01$	$V_p$	$V_s=1.01$	$V_s$
0.60 >	$r/a$	>	0.55	$V_p=1.03$	$V_p$	$V_s=1.02$	$V_s$

Model B The same as model A, but the density is increased by 2 % every where in the mantle.

For this model we found that the tidal gravimetric factor has an areal variation only 0.72 %.

According to Zharkov (1983) the uncertainty of the density function in the mantle ranges from 1 to 2 %. In view of this, we calculated (Model B in Table 1) the possible magnitude of areal variations and got 1.23 % (of course, while constructing Model B, we conserved the total mass and the total moment of inertia of the Earth).

It is interesting that Dehant and Ducarme (1987) got for the PREM practically the same result as we ( $1+h-3/2k=1.1564$ ) But this and also our theoretical result differs from the mean of all observations (Melchior, 1983) ( $1+h-3/2k=1.161$ ) by 0.5 %. And this deviation is very big if we remember that the possible range of variation of gravimetric factor is 0.7-1.2 %. In Table 2 we estimate the formal error of gravity earth tide observations. The error value (0.3 %) is again too big if we are going to determine geophysical variations of gravity earth tide factor.

Table 2. Formal error of gravity Earth tide observations  
(Gerstenecker, Varga, 1985)

Error sources	Amount of the error
- Theoretical tides for the solid Earth	< 0.1 %
- R.M.S. error of observations	0.2 %
- Calibration error (on the basis of instrument comparison)	0.5 %
- Temperature and barometric influences (systematical part)	0.1 %
- Indirect effect of oceanic tides	0.2 %
 The formal error value	 0.3 %

It is easy to conclude from Table 2 that the most important error source is the calibration error. If we can reach calibration accuracy 0.1 the formal error of earth tidal observations became as big as 0.15 %. If we have this error value we are able to investigate the areal distribution of the gravimetric earth tidal factor.

#### B. STUDY OF THE PROBLEMS CONNECTED WITH THE NEWTONIAN LAW OF GRAVITATION

Recently many papers deal with the law of gravitation. At the same time a lot of problems are discussed in the literature in connection with the simple equation of Newton. The not solved problems in connection with the Newtonian law are:

- The gravity constant  $G$  is not known with needed accuracy. The inner accuracy of an individual gravity constant determination is much better as the agreement between the independent determinations carried out by different authors in different laboratories (Table 3). It can be concluded that the real accuracy of laboratory  $G$  values is 0.05 % and therefore we can say that the gravitational constant is the worst determined constant of nature.

Table 3 Laboratory G measurements

	$G \times 10^{11}$	
<i>Facy, Pontikis (1972)</i>	6.6714+0.009	%
<i>Szagitov, et al.(1981)</i>	6.6744+0.012	%
<i>Luther, Towler (1982)</i>	6.6726+0.008	%
<i>The formal mean of laboratory measurements</i>	6.673	+0.045 %

- the time dependence of the gravity constant. This possibility is discussed by many authors since the publication of Dirac's work in 1937. Different cosmological models, the theory of the expanding Earth is more or less connected with a hypothesis of a decreasing constant of gravity.
- the dependence of G on the composition of acting masses. It is expected on theoretical grounds (Fischbach et al., 1986; Schwazschild, 1986 etc.) and it is recently subject for many experimental researches.
- the possible difference between Newton's law valid for macroscopic and for laboratory (or small scale) ranges. The problem can be investigated with a comparison of Cavendish type laboratory G determinations with geophysical ones. The first attempt of gravity constant measurements on scale much larger than the scale of laboratory determinations was done by G. B. Airy in the 1850 s. Similar work was done later on by Sterneck in Pribram in 1883. The principle of these so called geophysical G determinations is simple: a measurements of the gravity at the surface of the Earth is compared with the gravity determined under the surface. In this way we can eliminate from the calculations the mass of our planet and determine G separately. A collection of recent geophysical gravity constant determination are shown in Table 4 on the basis of work Stacey et al. (1987).

Table 4 Geophysical G determinations (Stacey et al., 1987)

Author	Depth (m)	Gx10
McCulloh (mine)	0 - 648.8	6.733 + 0.060 %
(1965)	57.3 - 648.8	6.739 + 0.045 %
	57.3 - 208.5	6.724 + 0.119 %
	223.0 - 389.0	6.726 + 0.178 %
	418.0 - 648.8	6.746 + 0.193 %
Hinze et al.	3712.0 - 3963.0	6.810 + 1.028 %
(borehole, 1978)		
Hussian et al.	251.0 - 590.0	6.705 + 0.239 %
(1981)		
The formal mean of geophysical values		6.740 + 0.189 %

It can be concluded on the basis of a comparison of data listed in Table 3 and 4 that the small scale determined G values are systematically smaller as the geophysical ones. The difference is 1 %.

The weak point of G values obtained from surface and underground gravity measurements is the lack of detailed knowledge of density values between the surface and the level of the underground gravity measurements.

It seems to us that this last problem which is naturally of great importance can be studied on different background too. This can be for example a comparison of different gravity influences on gravimeters in other words we can study the problem calibrating gravimeters on different ways.

#### C. ABSOLUTE AND RELATIVE CALIBRATION OF THE GRAVIMETERS

In our former paper (Barta, Hajösy, Varga, 1988) we described how to calibrate (in absolute scale) with the use of induced gravity variations produced by a vertically moved heavy homogeneous circular ring. The positive features of such a gravity scale determination are:

1. the homogeneity of the field at the extremums of the generated gravity effect
2. the raised and lowered around the instrument ring not loading the ground around the meter

3. the gravimeter remains stationary during the procedure
4. owing to technical reasons the gravity change brought by the ring is greater than that caused by other geometrically regular bodies (for example by a sphere).

We found earlier that in this way we can calibrate with absolute accuracy 0.1 % what is convenient for the solving problems connected both with the earth tides and the problem of different G values valid in macro- and microscopic ranges.

In both cases however we need two additional tools:

1. relative calibration device for the continuous monitoring the stability of the instrumental output;
2. absolute calibration device fixed to the meter to avoid the problems connected with the use of the measuring screw of the instruments.

1.) Relative calibration device was installed in our Askania type recording gravimeter in 1987 by Prof. M. Bonatz. Two parallel plates were installed at the opposite to the mass end of the gravimeter arm. Introducing a constant voltage (we are using  $(15.000 \pm 0.001)V$ ) a constant displacement appears on the output of the instrument. The rms error of a single displacement is better as 0.1 %. For the inner accuracy of 100 displacements we got  $\pm 0.02$  %. On the basis of calibrations carried out once pro day during last two years we couldn't detect any statistically determined variation of the records scale.

Using this electrostatic calibration device we were able to investigate the linearity of the instrument. In principle every instrument has defects in his optical system because the non linear scaling of the micrometer screw, because the dead points in every mechanical systems.

Introducing artificial displacements of the beam of the meter with the electrostatic calibration device we could determine the output signal's scale (in microgal/mm or microgal/mV units) for different micrometer positions. We found out that in case of earth tide recording Askania type gravimeters the magnitude of relative scale variations is (1-1.5)% at the rms error level 0.3 %. It is also possible that the nonli-

nearity of the micrometric system has a certain time variation. The studies in this direction at the moment not gave for us unambiguous answer concerning the measure of the temporal changes in the nonlinearity. Naturally there are a lot of other both external and internal sources influences the scale of the output signal. We can study them separately it is a complex and labour-consuming work.

## 2.) Absolute calibration device

Because above problems both for the gravity earth tide studies and for the investigations in connection with the law of gravity we need beside the electrostatic control of scale a device for absolute calibrations. This can be for example a specially designed tilt platform. In this case we calibrating our equipment against the gravity field of the whole Earth. Using small  $A$  angles to incline the gravimeters the instrumental response is linear:

$$g = g(1 - \cos A) = g(A^2/2! - A^4/4! + \dots) = gA^2/2 \quad (1)$$

Naturally  $A$  must be small. In case of tilt equipment we used the basis of the tilt was  $L=500$  mm and one turn of the screw of the platform ( $T$ ) gives 0.5 mm.

In our work we have combined  $T1=1.0$  and  $T2=0.3T$  revolutions.

Let us suppose: the mass of the equipment is not in zero position but there is a deviation from  $A$  and it is  $X$ . In this case tilting the equipment by  $\pm T1$  and  $\pm T2$  we shall have

$$\begin{aligned} \Delta g_1 &= 1/2g \cdot (T1+X+I1) \\ \Delta g_2 &= 1/2g \cdot (T1-X-I1) \\ \Delta g_3 &= 1/2g \cdot (T2+X+I3) \\ \Delta g_4 &= 1/2g \cdot (T2-X-I3) \end{aligned} \quad (2)$$

In (2)  $I1$  and  $I2$  are the additional tilt of the pendulum when  $T1$  and  $T2$  are used to tilt the whole gravimeter. If  $Yi$  is are output signal a combination of equations (1) and (2) gives for the record scale

$$K = \frac{T_1 - T_2}{\sum Y_{3,4} - \sum Y_{1,2}} \quad (3)$$

Using this approach we got for the record scale determined with an accuracy 0.03 % (Table 5)

Table 5

Date	K(microgal/mm)	Kmean(microgal/mm)
24.01.89	2.3526	
25.01.89	2.3522	
06.02.89	2.3520	2.3522+0.0001(0.03 %)
07.02.89	2.3523	
08.02.89	2.3519	
02.03.89	2.3520	
05.03.89	2.3521	

It seems for us that the tilting of the gravimeters is an effective way for calibrating the output scale. It can be carried out in short time and during the whole procedure we are not disturbing the equipment itself. This way allows to us to go forward in both principal problems described in Sections A and B.

To get however reliable results we have to satisfy the following conditions:

- 1.) Daily temperature variations in the laboratory must be smaller as 0.05 C
- 2.) The plate of the instrument must be parallel to the plate of the tilting device. This condition can be satisfied with the examination of levels installed on the platform and one the instrument
- 3.) The beam of the meter must be parallel to the tilt. This position can be found tilting the gravimeter in different azimuths.

#### REFERENCES

1. Barta G., Hajósy A., Varga P., 1988: Possibilities for the absolute calibration of recording gravimeters.
2. Dehant, V., Ducarme, B., 1987: Comparison between the theoretical and observed tidal gravimetric factors. Phys. of the Earth and Planet. Inter. 49, 192-212



3. Denis, C., Gerstenecker C., Varga, P., 1987: Possible lateral heterogeneities in the crust and mantle inferred from the study of Earth tides. Geophys. Rep.Publ, I.A.L., 7, 31-43, Liège (Belgium)
4. Dziewonski, A. M., 1984: Mapping the lower mantle: determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6. J. Geophys. Res., 89, 5929-5952
5. Facy, L., Pontikis, C., 1972: Determination de la constante de gravitation par la methode de resonance C. R.Acad. Sci., Ser. B. 272
6. Fischbach, E., Sudarsky, D., Szafer, A., Talniadge, C., 1986: Reanalysis of the Eötvös Experiment Phys. Rev. Lett., 56, 3
7. Gerstenecker, C., Varga, P., 1986: On the interpretation of the gravimetric earth tidal residual vectors. Proc. of the Xth Int. Symp. on Earth Tides, Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Madrid, 719-729
8. Luther, G.G., Towler, W. R., 1982: Determination of the Newtonian gravitational constant. G. Phys. Rev. Lett., 48, 121
9. Melchior, P., 1983: The Tides of the Planet Earth 2nd edition, Pergamon Press
10. Molodensky, M. S., Kramer, M. V., 1980: Vlijaniye krupnomastabnih gorizontálnih neodnorodnostej mantii na zemnije prilivi, Fizika Zemli, No. 1,2. (in Russian)
11. Sagitov, M. U., Miljukov, V. K., Monakhov, Ye. A., Nazarenko V. S. and Tadzhidinov, V. S., 1981: A new determination of the Cavendish gravitational constant. Dokl. Akad. Nauk SSSR, W.Earth Sci, 245, 20.

12. Schwarzschild, B., 1986: Reanalysis of old Eötvös data suggest 5th force ...to some, Physics Today, October
13. Stacey F. D., Tuck, G. D., Moore, G. I., Holding, S. C., Goodwin, B. D., Zhou, R., 1987: Geophysics and the law of gravity. Reviews of Modern Physics, 59, 1, 157-174
14. Varga P., 1987: Recent possible accuracy in determination of the tidal corrections. Observations of Artificial Satellites of the Earth, No 25, 257-269, FÖMI, Budapest
15. Varga, P., Denis, C., 1989: A study of the variation of tidal numbers with the structure of the Earth. Geophysical Transactions, 34, 4 (in print)
16. Woodhouse, J. H., Dziewonski, A. M., 1984: Mapping the upper mantle: three dimensional modelling of the Earth structure by inversion of seismic waveforms. J. Geophys. Res., 89, 5953-5986
17. Zharkov, V. N., 1983: Vnutrenneje strojenije Zemli i planet, Nauka, Moscow (in Russian)

---

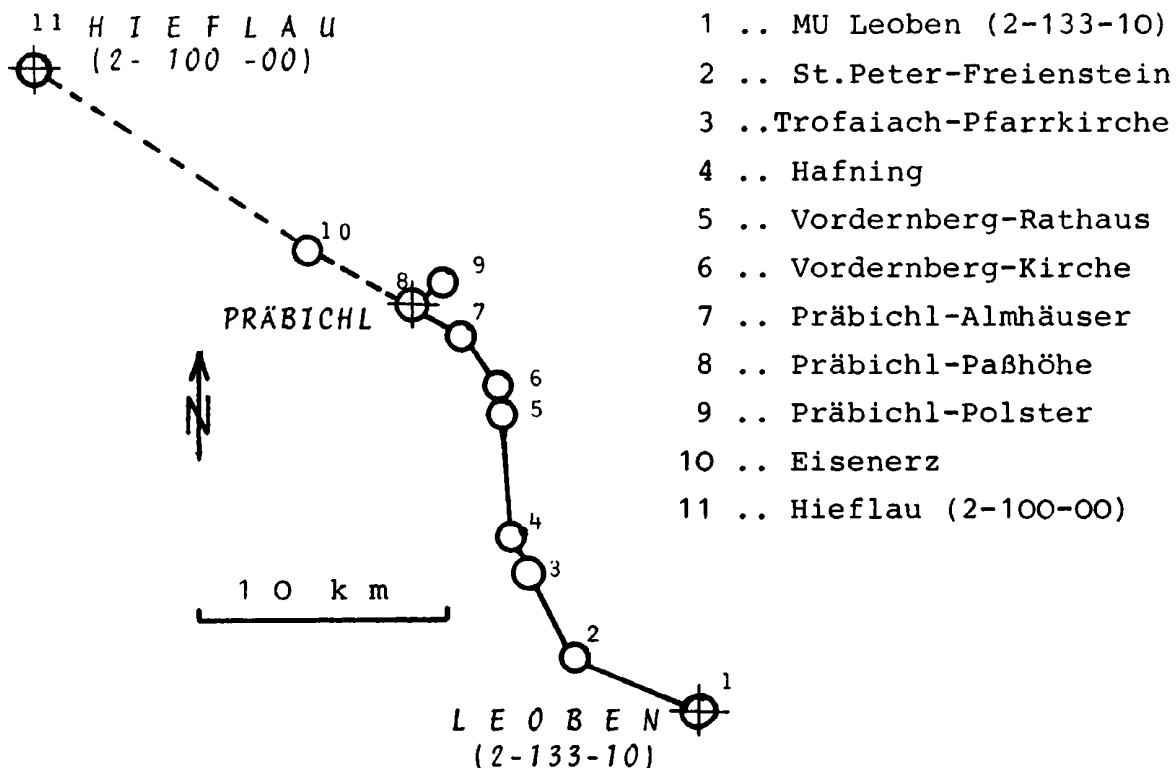
Die Gravimeteereichstrecke Leoben - Präbichl

E. Posch, St. Tengg & G. Walach

MU Leoben

---

1988 wurde im Raum Leoben mit der Errichtung einer Gravimeteereichstrecke begonnen. Wie die Lageübersicht zeigt, beginnt diese in Leoben mit dem Punkt 2-133-10 des österreichischen Schweregrundnetzes (SH 540 m) und verläuft mit genereller NNE-Richtung entlang der Eisenbundesstraße über sechs Zwischenpunkte (St.Peter-Freienstein, Trofaiach, Hafning, Vordernberg-Rathaus, Vordernberg-Pfarrkirche und Almhäuser) bis zur Paßhöhe des Präbichls (SH 1233 m). Dort ist ein Exzenterpunkt in ca. 1900 m SH geplant, der jedoch 1988 wegen eines Umbaues der Seilbahnanlage noch nicht eingemessen werden konnte. Aus praktischen Erwägungen (Messung auch vom Norden) wurde über einen Zwischenpunkt in Eisenerz eine Verbindung zu den Punkten 2-100-00, 2-100-01 des Schweregrundnetzes im Ort Hieflau hergestellt. Alle Punkte der Eichstrecke sind an Plätzen mit anzunehmender Langzeitstabilität, geringer Bodenunruhe, stabilen Untergrundsverhältnissen und guten Zufahrtsmöglichkeiten angeordnet.



Nach der Punktauswahl wurden alle Stationen zunächst geodätisch vermessen (Lagegenauigk. im cm-Bereich, max.Höhenfehler  $\pm 2$  mm). Die Urmessung der Schwere erfolgte mit den LCR-G-Gravimetern Nr. 374 und Nr. 779 des Instituts. Gemessen wurde von zwei Beobachtern parallel und in zwei voneinander unabhängigen Doppelschleifen. Pro Station und Schleife wurden von beiden Beobachtern zwei Ablesungen im Abstand von 5 bis 10 Minuten je Instrument durchgeführt. Dies ergab für jeden Eichpunkt 32 Ablesungen, die der Korrektur- und Ausgleichsrechnung unterworfen wurden. Die nachstehende Tabelle bringt eine vorläufige Punktübersicht.

Pkt. -Nr.	K o o r d i n a t e n			Vorläufiger Schwerewert	
	Geogr. Länge Dez. Grad	Geogr. Breite Dez. Grad	Seehöhe m	mgal	
1	15,09390	47,38580	540,030	647,586 $\pm$ 0,010	
2	15,03039	47,39658	609,461	630,367	17
3	15,00888	47,42811	658,755	615,929	19
4	14,99806	47,44143	693,807	613,734	18
5	14,99435	47,48812	821,064	583,253	20
6	14,99353	47,49266	841,103	578,989	18
7	14,97209	47,51751	1095,802	535,632	19
8	14,94845	47,52397	1233,614	509,308	23
9	Urmessung erfolgt erst 1989			(ca.1900	ca.360,)
10	14,88433	47,54541	703,123	611,497	20
11	14,73920	47,60820	492,276	643,546	10

Zu den angegebenen Schwerewerten: + 980.000 mgal

Damit stehen aus Richtung Leoben als auch Hieflau bei Höhenunterschieden um 1300 m, Schwereunterschiede von über 250 mgal als maximales Eichintervall zur Verfügung. Für Sommer 1989 ist die Fertigstellung der Eichstrecke unter Mitverwendung von LCR-D-Gravimeter (BEV) und Absolutschwerebestimmungen für die Punkte MU Leoben, Trofaiach und Präbichl-Paßhöhe geplant. Damit wird auch ein lokales Profil für die Langzeitbeobachtung von rezenten Erdkrustenbewegungen an der seismisch aktiven "Trofaiachlinie" zur Verfügung stehen.

Ein größerer Teil der bisherigen Untersuchungen wurde von Herrn St. Tengg als Diplomarbeit im Rahmen des FWF - Projektes P6442 durchgeführt.

---

## DIE SCHWEREFELDMISSION ARISTOTELES DER ESA

H. Sünkel

TU Graz

---

### ZUSAMMENFASSUNG

Die derzeit verfügbaren Meßverfahren zum Zwecke der Bestimmung des Erdschwerefeldes (Schweremessung, astronomische Ortsbestimmung, Trägheitsverfahren, dynamische Bahnmethoden, Satelliten-Altmetrie) waren und sind nicht imstande, das globale Erdschwerefeld mit hoher Auflösung und hoher, homogener Genauigkeit abzubilden.

Zwei Satellitenmethoden stehen als ideale Kandidaten für diese Aufgabe seit geraumer Zeit zur Diskussion: Satellite-to-Satellite-Tracking (SST) und die Satellitengradiometrie (SGG). Letzteres Verfahren hat sehr gute Chancen auf Verwirklichung im Rahmen der Satellitenmission "ARISTOTELES" der ESA, die für die Mitte des nächsten Jahrzehnts geplant ist.

Das Gradiometrie-Kerninstrument GRADIO des geplanten Satelliten "ARISTOTELES" soll in der zur Flugrichtung orthogonalen Ebene drei Komponenten des Gravitationstensors 2. Ordnung mit einer Genauigkeit von  $10^{-2}E$  messen und so im Laufe der für 6 Monate angesetzten Mission etwa 3.6 Gigabyte Erdschwerefeld-Datenmaterial liefern.

Dieses Datenmaterial wird es erlauben, zumindest  $1^\circ \times 1^\circ$  Schweremittelwerte mit einer Genauigkeit von  $< \pm 5$  mGal zu bestimmen, was einer Geoidhöhengenaugigkeit von etwa  $\pm 15$  cm entspricht, und wird die Grundlage sein für bisher undurchführbare Forschungen auf zahlreichen geowissenschaftlichen Gebieten.

# 1 Aufgaben der Geodäsie

Auf das Wesentliche reduziert lassen sich die Aufgaben der Geodäsie beschreiben als Bestimmung und Darstellung von *Raumbezug* und *Erdschwerefeld* sowie der Verwaltung diesbezüglicher Daten. Zur Lösung dieser scheinbar völlig unabhängigen Aufgaben wurden Meßverfahren nach dem Prinzip maximaler Sensibiliät auf die jeweiligen Bedürfnisse (Positionierung oder Erdschwerefeldbestimmung) maßgeschneidert. Die dabei angewandten Grundsätze sind denkbar einfach und liegen bezüglich Positionierung und Erdschwerefeldbestimmung einander diametral gegenüber:

Für *Positionierungszwecke*:

Minimierung des Erdschwerefeldeinflusses.

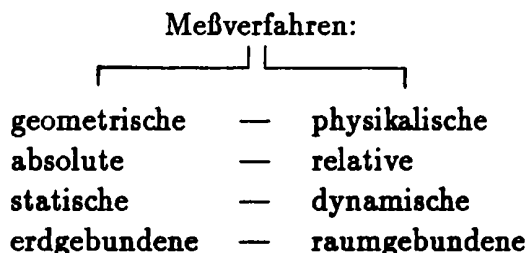
Dies bedingt die Verwendung von Meßmitteln in maximaler Erdentfernung.

Für *Erdschwerefeldbestimmung*:

Maximierung des Erdschwerefeldeinflusses.

Dies bedingt die Verwendung von Meßmitteln in minimaler Erdentfernung.

Die im Laufe der Vergangenheit entwickelten Meßverfahren lassen sich nach verschiedenen Ordnungskriterien wie folgt gegenüberstellen:



Im vorliegenden Beitrag soll vor allem auf eine zukünftige, vielversprechende Methode der Erdschwerefeldbestimmung eingegangen werden; daher beschränken wir uns in der Folge auf die Aufzählung bisher angewandter und in naher Zukunft praktizierter Methoden der Erdschwerefeldbestimmung:

- Schweremessung
- Astronomische Ortsbestimmung
- Trägheitsverfahren
- Raumdistanzen (dynamische Satellitengeodäsie)
- Satelliten-Altmetrie
- Satellite-to-Satellite-Tracking (SST)
- Satelliten-Gradiometrie (SGG)

Welche geodätischen Messungen auch immer getätigt werden, sie lassen sich formal stets in folgender Form darstellen:

$$l = f(X, V, \Phi, F, t) + n \quad (1)$$

mit	$l$	Daten,
	$X$	Parameter,
	$V$	Gravitationspotential,
	$\Phi$	Rotationspotential,
	$F$	andere physikalische Felder,
	$t$	Zeit,
	$n$	Meßrauschen.

Wie nicht anders zu erwarten, gilt auch für sämtliche Verfahren der Erdschwerefeldbestimmung das Gesetz des "Gleichgewichts der Schwierigkeiten" :

Die *klassischen terrestrischen Verfahren* der Erdschwerefeldbestimmung über Schwere- und Lotabweichungsmessung bieten die Möglichkeit, die Auflösung, und mit Einschränkung auch die Genauigkeit, beliebig hoch steigern zu können, zumal sich das Meßgerät in minimaler Erdentfernung befindet; diese Vorteile werden jedoch enorm teuer bezahlt, da punktweise terrestrische Messungen dieser Art hohe Personal- und Transportkosten zur Folge haben, und haben den gravierenden Nachteil, praktisch nur auf dem Festland mit hinreichender Genauigkeit möglich zu sein.

*Trägheitsverfahren* liefern Erdschwerefeldinformation bedeutend rascher als die klassischen terrestrischen Methoden, da die Daten entlang von Trajektorien (und nicht an einigen diskreten Punkten) geliefert werden. Diesem Vorteil stehen die hohen Kosten für das Instrumentarium

(und auch für das Personal) gegenüber sowie, wie auch im Falle terrestrischer Messungen, die Einschränkung auf Messungen auf dem Festland.

*Dynamische Satellitenmethoden* beruhen auf der Messung von Laser- Raumdistanzen zwischen Punkten auf der Erdoberfläche und Satelliten in einer Höhe zwischen etwa 1000 und 6000 km. In so großer Erdentfernung bekommt der Satellit die Energie im hochfrequenten Spektralbereich des Erdschwerefeldes in Form von Bahnveränderungen kaum mehr zu spüren; daher kann die dynamische Satellitengeodäsie, die das Erdschwerefeld aus geometrisch bestimmten Bahnänderungen ableitet, nur den langwelligen Bereich, diesen jedoch global, abdecken.

Der Wirkungsbereich der *Satellitenaltimetrie* ist naturgemäß auf die Ozeane beschränkt, deren geometrischer Zustand mit sehr hoher Genauigkeit und Auflösung durch diese Methode erfaßt wird. Da aber die Ozeanoberfläche wegen zahlreicher (auch zeitlich veränderlicher) Einflüsse wie Wind, Luftdruck, Temperatur, Strömungen, Gezeiten, etc. im allgemeinen keine Äquipotentialfläche darstellt, kann die Satellitenaltimetrie nur ihren geometrischen Zustand erfassen. Dieser weicht bis zu etwa 2 Meter vom Geoid ab. Somit liefert die Satellitenaltimetrie zwar dichte, aber nur näherungsweise Erdschwerefeldinformation.

Diese hier kurz andiskutierten und bisher in großem Stil praktizierten Verfahren der Erdschwerefeldbestimmung waren und sind nicht imstande, globale Erdschwerefeldinformation mit homogen hoher Auflösung und Genauigkeit zu liefern. Hier können nur Satellitenverfahren Abhilfe schaffen, welche bezüglich des höherfrequenten Bereiches des Erdschwerefeldes hinreichend sensibel sind: *Satellite-to-Satellite-Tracking (SST)* und *Satellitengradiometrie (SGG)*. In beiden Verfahren operieren Satelliten so nahe der Erdoberfläche wie gerade noch praktikabel (ca. 200 km), in beiden Verfahren ist die Meßgröße eine Funktion der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials  $V$ . Beide Verfahren sind in der Lage, homogen dichte Erdschwerefeldinformation mit einer Auflösung von etwa 100 km halber Wellenlänge mit einer Genauigkeit der  $1^\circ \times 1^\circ$  Schwermittelwerte im Bereich von zumindest  $\pm 5$  mGal zu liefern, was einer Geoidhöhengenaugkeit von etwa  $\pm 15$  cm entspricht. Detailinformation dieser Qualität und Dichte wird die Grundlage sein für bisher undurchführbare Forschungen auf zahlreichen geowissenschaftlichen Gebieten.

Da die Satellitengradiometrie im Rahmen eines Großprojektes der Europäischen Weltraumbehörde ESA bereits ein konkretes Stadium erreicht hat, wird in der Folge auf SGG im allgemeinen und auf die bestmögliche Bestimmung des Gravitationspotentials  $V$  aus SGG-Daten  $l$  näher eingegangen.



## 2 Satellitengradiometrie

Wie bereits eingangs erwähnt wurde, basiert die Satellitengradiometrie auf der Messung von zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials  $V$ . In der Folge seien zur Erinnerung einige wesentliche Eigenschaften von  $V$  zusammengefaßt:

$V$	...	Gravitationspotential
$\nabla V$	...	Gravitationsvektor
$\nabla \nabla^T V$	...	Gravitationstensor 2. Ordnung ( $M$ )

Eigenschaften von  $V$ :

$$\nabla \wedge \nabla V = 0 \quad M \text{ symmetrisch} \quad (2)$$

$$\nabla^T \nabla V = 0 \quad \text{tr}(M) = 0 \quad (\text{Laplace-Gleichung}) \quad (3)$$

Betrachten wir nun eine Beschleunigungsmessung im Satelliten, wobei

$P$	Position des Beschleunigungsmessers,
$S$	Schwerpunkt des Gradiometers,
$\Delta \mathbf{x}_P$	Verbindungsvektor $SP$ (fest, klein),
$\omega$	Rotationsvektor des Gradiometers

bezeichnen. Dann läßt sich der Beschleunigungsvektor  $a_P$  wie folgt darstellen, [2], [3], [6]:

$$a_P = \nabla_P V - \nabla_S V - \dot{\omega} \wedge \Delta \mathbf{x}_P - \omega \wedge (\omega \wedge \Delta \mathbf{x}_P) \quad (4)$$

(“ $\dot{\phantom{x}}$ ” bezeichnet die Zeitableitung.)

Unter der Annahme sehr geringer Entfernung zwischen Beschleunigungsmesser und Schwerpunkt des Gradiometers (im gegenständlichen Fall  $< 0.5$  m) können wir den im Punkt  $P$  gemessenen Gravitationsvektor  $\nabla_P V$  in eine Taylorreihe mit dem Schwerpunkt  $S$  des Gradiometers als Taylorpunkt entwickeln und nach dem linearen Glied abbrechen. Diese Linearisierung führt auf

$$\nabla_P V = \nabla_S V + M \Delta \mathbf{x}_P. \quad (5)$$

Betrachten wir nun die Messung des Beschleunigungsvektors an zwei benachbarten Punkten  $P$  und  $Q$  und machen wir von der Möglichkeit Gebrauch, ein Vektorprodukt durch ein Matrix-Vektor-Produkt ersetzen zu können, so erhalten wir mit der schiefsymmetrischen *Cartan-Matrix*

$$\Omega := \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

in linearer Näherung folgenden Ausdruck für die beiden Beschleunigungsvektoren  $a_P$  und  $a_Q$ :

$$a_P = M \Delta x_P - (\dot{\Omega} + \Omega\Omega)\Delta x_P, \quad (7)$$

$$a_Q = M \Delta x_Q - (\dot{\Omega} + \Omega\Omega)\Delta x_Q. \quad (8)$$

Wenn der Abstand der beiden Beschleunigungsmesser in  $P$  und  $Q$

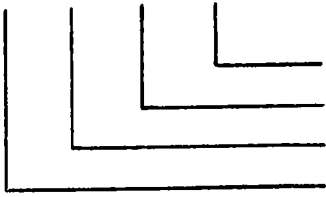
$$\delta x = \Delta x_P - \Delta x_Q \quad (9)$$

gegen Null geht, dann können wir folgenden Grenzübergang durchführen,

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \left( \frac{a_P - a_Q}{\delta x} \right) = \Lambda. \quad (10)$$

der auf die Matrix der Meßgrößen  $\Lambda$  führt, welche sich aus drei Termen zusammensetzt, dem *Gravitationsterm*, dem *Kreiseltensor* und dem *Zentrifugaltensor*:

$$\Lambda = M - \dot{\Omega} - \Omega\Omega \quad (11)$$



Zentrifugaltensor

Kreiseltensor

Gravitationstensor

Meßtensor

Offenbar enthält also die Meßgröße neben der Information über das Gravitationsfeld  $V$  (über den Gravitationstensor  $M$ ) auch noch Positions- und Orientierungsinformation (über den Kreiseltensor  $\dot{\Omega}$  und den Zentrifugaltensor  $\Omega\Omega$ ). Da unser Primärziel das Gravitationsfeld ist, müssen wir versuchen,  $M$  aus  $\Lambda$  herauszufiltern.

Beachten wir die Eigenschaften von  $M$ ,  $\Omega$  und  $\dot{\Omega}$ ,

$M$	symmetrisch,
$\Omega, \dot{\Omega}$	schiefsymmetrisch,
$\Omega\Omega$	symmetrisch,

und zerlegen wir den Meßtensor  $\Lambda$  in seinen symmetrischen und schiefsymmetrischen Anteil,

$$\frac{1}{2}(\Lambda - \Lambda^T) = \dot{\Omega}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{2}(\Lambda + \Lambda^T) = M - \Omega\Omega, \quad (13)$$

so ermöglicht uns eine Zeitintegration von  $\dot{\Omega}$  bis auf eine "Integrationskonstante", die Anfangsorientierung  $\Omega(t_0)$ , den Zugang zu  $\Omega$  und damit zum Rotationsvektor  $\omega$  des Gradiometers,

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\Omega} dt. \quad (14)$$

Da die durch Integration ermittelte Orientierung auf Grund der unvermeidbaren Meßfehler bereits nach relativ kurzer Integrationszeit völlig verfälscht wäre, wird in der Praxis die Orientierung in kurzen Zeitabständen durch einen "Star-tracker", quasi in Form eines "zero update", wiederhergestellt. Da uns nun über den Meßtensor  $\Lambda$  und der Integration seines schiefsymmetrischen Anteils zu jedem Zeitpunkt  $\dot{\Omega}$  und  $\Omega$  zur Verfügung stehen, kennen wir damit auch den symmetrischen Tensor  $\Omega\Omega$  und folglich den Gravitationstensor  $M$ :

$$M = \frac{1}{2}(\Lambda + \Lambda^T) + \Omega\Omega. \quad (15)$$

Die Gesamtheit der unabhängigen Elemente der gemessenen Gravitationstensoren  $M$  stellt nun den in (1) dargestellten Datenvektor dar. Das eigentliche Problem besteht folglich in der bestmöglichen Bestimmung des Gravitationspotentials  $V$  aus diesem Datenvektor  $l$ ,

$$l := \{M\} \rightarrow V,$$

wobei die Tatsache, daß der Ort der Messung (der Orbit des Satelliten und damit die jeweilige Position des Gradiometers) unzulänglich und daher streng genommen nicht bekannt ist, die Schwierigkeit noch erhöht.

Das Problem wird iterativ gelöst und basiert wieder auf einer Taylor- Linearisierung an einem geeigneten Entwicklungs“punkt”, repräsentiert durch einen Modell-Orbit und ein Modell-Gravitationspotential,

$$\begin{aligned} l &= l^0 + \delta l, \\ X &= X^0 + \delta X, \\ V &= V^0 + \delta V, \end{aligned} \tag{16}$$

mit

$l^0$	Modell-Daten ,
$X^0$	Modell-Orbit ,
$V^0$	Modell-Potential .

sodaß der Datenvektor  $l$  in Funktion von  $X$  und  $V$

$$l = f(X^0 + \delta X, V^0 + \delta V) + n \tag{17}$$

in linearisierter Form mit den Modell-Daten

$$l^0 := f(X^0, V^0) \tag{18}$$

wie folgt dargestellt werden kann:

$$l = l^0 + \frac{\partial f^0}{\partial X} \delta X + L^0 \delta V + n. \tag{19}$$

Die Operation

$$l - l^0 = l - f(X^0, V^0) \tag{20}$$

wird in diesem Zusammenhang auch als Datenfilterung bezeichnet.

Somit erhalten wir schließlich folgendes linearisiertes Beobachtungsmodell, das die Datenresiduen in linearer Funktion der Orbit- und Gravitationspotentialresiduen darstellt, [5]:

$$\delta l = \frac{\partial f^0}{\partial X} \delta X + L^0 \delta V + n \tag{21}$$

Meßrauschen  
Feldanteil  
Orbitanteil

Da die harmonische Funktion  $\delta V$  ein Element aus einem Hilbert-Raum mit reproduzierendem Kern ist und  $L^0$  einen linearen Operator (Vektor von linearen Funktionalen) darstellt, haben wir hier den typischen Fall eines Kollokationsproblems mit Parametern, das unter Ausnützung zahlreicher numerischer Tricks iterativ gelöst wird, [1], [7], [4]:

$$\delta \hat{X} = f_1(\delta l; X^0, V^0 + \delta \hat{V}), \tag{22}$$

$$\delta \hat{V} = f_2(\delta l; X^0 + \delta \hat{X}, V^0), \tag{23}$$

$$\hat{X} = X^0 + \delta \hat{X}, \tag{24}$$

$$\hat{V} = V^0 + \delta \hat{V}. \tag{25}$$

### 3 Die ARISTOTELES-Mission der ESA

Seit 1987 bereitet die Europäische Weltraumbehörde ESA im Rahmen des Europäischen Erdbeobachtungsprogrammes EOPP (Earth Observation Preparatory Program) ein Satellitenprojekt vor, das auf eine hochauflösende Erdschwerefeldbestimmung mit höchster Genauigkeit ausgerichtet ist und daher für Geodäsie und Geophysik, aber auch für die Ozeanographie, die Klimatologie und die Erforschung jüngster Umweltprobleme (z.B. Anstieg des Meeresspiegels zufolge des Treibhauseffektes) von fundamentaler Bedeutung ist: das Projekt ARISTOTELES (Applications and Research Involving Space Techniques Observing The Earth's field from Low Earth Satellites). Der Start von ARISTOTELES ist für 1994+ geplant, die Projektkosten liegen bei etwa 300 Mill. ECU (ca. 4.5 Mrd. ÖS).

Die konkreten Missionsziele sind nach Prioritäten wie folgt geordnet:

- Globale Erdschwerefeldbestimmung mit Hilfe eines Satellitengradiometers, das eine Genauigkeit der  $1^\circ \times 1^\circ$  Schweremittelwerte von zumindest  $< \pm 5$  mGal erwarten läßt; dies entspricht einer Geoidhöhengenaugigkeit von etwa  $\pm 15$  cm .
- Bestimmung des Erdmagnetfeldes mit Hilfe eines skalaren Magnetometers, das eine Genauigkeit der  $1^\circ \times 1^\circ$  Mittelwerte magnetischer Anomalien von zumindest  $< \pm 3$  nT erwarten läßt.
- Positionierungsmission mit Hilfe des Systems PRARE (Precise Range and Range Rate Equipment) im Anschluß an die Erdschwerefeld- und Erdmagnetfeldmission.

Die gleichzeitige Erdschwerefeld- und Erdmagnetfeldmission wird voraussichtlich 6 Monate dauern, für Positionierungszwecke soll ARISTOTELES danach mehrere Jahre zur Verfügung stehen.

Das ARISTOTELES-Kerninstrument ist zweifelsohne das Gradiometer GRADIO, das ein System aus mehreren hochpräzisen und sensiblen kapazitiven Beschleunigungsmessern darstellt und von ONERA, Frankreich, entwickelt wird. GRADIO ist eine Weiterentwicklung von Cactus, ein Experiment, das auf einer frei schwebenden Probemasse, deren Position durch elektrostatische Kräfte stabil gehalten wird, beruht und auf dem französischen Satelliten Castor D5B geflogen wurde.

Ursprünglich war an ein System von 8 Beschleunigungsmessern gedacht, welche räumlich an den Ecken eines Würfels angeordnet sein sollten und die Ableitung des vollen Gravitationstensors zweiter Ordnung  $\nabla\nabla^T V$  erlaubt hätten. Die enorm hohe Empfindlichkeit der Beschleunigungsmesser (etwa  $10^{-12}g$  bei einer Bandbreite der Meßfrequenz von 0.005 bis 0.25 Hz) hätte eine

“drag-free” Mission erforderlich gemacht (Kompensation der nicht-gravitativen Beschleunigungen — bedingt durch Bremseffekt der Restatmosphäre, Beschleunigung zufolge des Solardrucks und des Erdalbedos — durch permanenten Betrieb der Antriebsaggregate). Derzeit noch unüberwindbare technische Schwierigkeiten führten jedoch zur Entscheidung, von dieser Idee Abstand zu nehmen und eine “non-dragfree” Mission durchzuführen. Da die in Flugrichtung auftretenden atmosphärenbedingten Bremseffekte nun aber den dynamischen Bereich der Beschleunigungsmesser ( $10^7$ ) überschritten hätten, hat man sich für die einfachere Lösung eines planaren Gradiometers entschieden, das aus 4 Beschleunigungsmessern bestehen wird, welche in der zur Flugrichtung orthogonalen Ebene an den Ecken eines Quadrates angeordnet sind. Der Abstand  $\delta x$  der Beschleunigungsmesser wird etwa 90 cm betragen.

Die Auflösung wird bei ca.  $10^{-11}ms^{-2}/\sqrt{Hz}$  und damit bei  $10^{-2}E$  ( $1E = 10^{-9}s^{-2}$ ) liegen. Messungen sind im Temperaturbereich von  $20^\circ$  bis  $40^\circ C$  möglich, wobei während der Messung die Temperatur auf  $\pm 0.5^\circ C$  stabil gehalten werden muß. Die Samplingrate wird  $0.25Hz$  betragen, was bei einer Fluggeschwindigkeit von ca. 7.8 km/s einer Abtastrate von etwa 30 km entspricht. Die dabei anfallende Datenrate liegt bei ca. 2 kb/s; dies entspricht ca. 20 Megabyte/Tag; somit werden während der gesamten Missionsdauer von 6 Monaten ca. 3.6 Gigabyte an Gradiometerdaten anfallen.

Für Positionierungszwecke wird neben GRADIO und einem skalaren Magnetometer das Mikrowellen-Tracking-System PRARE und voraussichtlich ein GPS-System an Bord von ARISTOTELES sein. Die Ausstattung mit einem GPS-System hat — neben Positionierungsaufgaben — auch einen zweiten Grund: sollte GRADIO ausfallen, so bietet GPS die eingeschränkte Möglichkeit, Satellite-to-Satellite Tracking (SST) im high - low Modus (GPS-Satelliten vs. ARISTOTELES) zu betreiben. GPS-SST stellt somit ein Backup-System für GRADIO-SGG dar, das zwar nicht die hohe Auflösung und Genauigkeit des Erdschwerefeldes wie SGG liefert, aber dennoch die Mission weitgehend retten könnte.

In der Folge seien einige weitere technische Details der Mission angeführt:

Transportsystem:	Ariane 4
Bodenkontrolle:	ESOC (Darmstadt), Kiruna
Orbit:	nahezu kreisförmig, polar, Halbschattenbahn (wegen Temperaturstabilität), Höhe $200 \pm 3$ km, non-dragfree

Orbit-Erhaltung:	Höhenverlust 7 km/Tag, ⇒ 7 kg Hydrazin-Treibstoff/Tag, ⇒ 550 kg Hydrazin/6 Monate
Bahnbestimmung:	radial < 10 m, horizontal < 1500 m
Gesamtgewicht:	ca. 2000 kg, davon 125 kg GRADIO, ca. 60 % Treibstoff

Der wissenschaftliche Nutzen dieser ARISTOTELES-Mission ist mannigfaltig. Er läßt sich im wesentlichen den Gebieten Geodäsie, Geophysik, Ozeanographie, Klimatologie und somit den gesamten Umweltwissenschaften zuordnen:

#### *Geodäsie:*

Keines der bestehenden Erdschwerefeldverfahren war bisher in der Lage, das Erdschwerefeld global mit hoher, homogener Genauigkeit abzubilden, sodaß wir heute vor dem Problem stehen, in wenigen lokalen kontinentalen Bereichen hervorragende Erdschwerefelddaten zu haben, in vielen Bereichen keine oder nur unzureichende und über den Ozeanen hervorragende Altimeterinformation, die jedoch "nur" die Topographie der Meeresoberfläche abbildet, welche vom Geoid bis zu 2 Meter abweicht.

Die ARISTOTELES-Mission wird erstmals globale, hochauflösende Schwerefeldinformation hoher, homogener Genauigkeit liefern. Diese Daten sind erforderlich, um zwischen Geoid und Meeresoberfläche unterscheiden zu können und sie sind unerlässlich für eine exakte Bahnbestimmung der zahlreichen in Zukunft zu erwartenden Satelliten.

#### *Geophysik:*

Das Erdschwerefeld hat seine Ursache in der Dichteverteilung im Erdinneren. Unregelmäßigkeiten der Dichteverteilung bilden sich daher ebenso als Unregelmäßigkeiten im Erdschwerefeld ab. Detaillierte Erdschwerefeldinformation liefert somit, in Verbindung mit seismischen Daten, etc., wertvolle Information zur Erforschung der geologischen Strukturen, zum Studium der Lithosphäre an den Rändern tektonischer Platten, zum besseren Verständnis thermischer Konvektionsprozesse und allgemein zur Erforschung des Erdinneren. Das Verständnis aller im Erdinneren ablaufenden komplexen physikalisch-chemischen Prozesse ist wiederum Voraussetzung für eine zuverlässige Erdbebenvorhersage.



### *Ozeanographie:*

Die Trennung von (aktueller) Meereshöhe und Geoidhöhe, welche erst durch eine Kombination von Satelliten-Altmetrie und Satelliten-Gradiometrie (und/oder Satellite-to-Satellite Tracking) global möglich wird, erlaubt die Aufdeckung von Meeresströmungen und das Detailstudium ozeanischer Gezeiten. Diese Erkenntnisse fließen wiederum direkt in die Klimaforschung ein.

### *Klimatologie:*

Für die Klimaforschung ist die Detailkenntnis sowohl des Geoides als auch der aktuellen Meeresflächentopographie von grundlegender Bedeutung:

Die derzeit vor allem aufgrund des Verbrennens fossiler Energieträger stark im Steigen befindliche Kohlendioxidkonzentration in der Atmosphäre bedingt bekanntlich über den Treibhauseffekt eine globale Erwärmung der Erdatmosphäre. Eine Erwärmung hat ein Abschmelzen der polaren Eisbedeckung (und jener in Grönland) zur Folge, was wiederum ein Ansteigen des Meeresspiegels nach sich zieht. Die räumliche und zeitliche Änderung des Geoids als Äquipotentialfläche im mittleren Meeresniveau stellt in dieser Kausalkette daher höchst wertvolle Wirkungsinformation zur Erforschung dieser Ursachen dar.

Etwa 60 % des globalen Wärmeenergie-transportes erfolgt innerhalb der Erdatmosphäre, ca. 40 % durch die Ozeanströmungen. Die Verknüpfung von Altimetrie und Satellitengradiometrie eröffnet die Detailkenntnis dieser Meeresströmungen und liefert somit auch diesbezüglich einen entscheidenden Beitrag zur Klimaforschung.

Satelliten haben den Geowissenschaften in den vergangenen Jahren ein gewaltiges Datenmaterial geliefert, das zu weitreichenden Erkenntnissen über unseren Planeten Erde geführt hat. Wir sind uns des ungemein komplexen Musters gegenseitiger Abhängigkeiten aller Prozesse innerhalb, auf und außerhalb unseres Planeten bewußt geworden und haben uns von der in der Vergangenheit geübten Gepflogenheit fachlich isolierten Denkens endgültig verabschiedet. Die unzähligen "Sphären", in denen wir leben und welchen wir unser Dasein verdanken, bilden in Wahrheit ein gewaltiges Orchester. Wir lauschen bescheiden der überwältigenden Sphärenmusik, bewundern den Dirigenten und sind auf der Suche nach der Partitur. Die Mission ARISTOTELES wird hoffentlich ihrem Namen Ehre machen und einige Noten, nach der "Harmonia Mundi" geschrieben ist, entschlüsseln helfen.

## Literatur

- [1] COLOMBO, O.L.: Applications of an Orbiting Gravity Gradiometer. *Bulletin Géodésique* 57, 1983, S. 83 – 101.
- [2] MORITZ, H.: *Kinematical Geodesy I*. Report No. 92, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1967.
- [3] MORITZ, H.: *Kinematical Geodesy II*. Report No. 165, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1971.
- [4] MORITZ, H.: *Advanced Physical Geodesy*. Wichmann- Verlag, Karlsruhe, 1980.
- [5] RUMMEL, R.: Satellitengradiometrie. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 6, 1985, S. 242 – 257.
- [6] RUMMEL, R.: Satellite Gradiometry. In: *Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy* (Editor: H. Sünkel), Springer-Verlag, Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 7, 1986, S. 317 – 363.
- [7] RUMMEL, R. and O.L. COLOMBO: Gravity Field Determination from Satellite Gradiometry. *Bulletin Géodésique* 59, 1985, S. 233 – 246.

---

Stand und Ergebnisse der Schweremessungen in Südostösterreich

E.Posch, P.Winter & G.Walach

Montanuniversität Leoben

---

Im Rahmen des Internationalen Geodynamik-Projektes wurde 1976 durch das Institut für Geophysik der Montanuniversität Leoben eine Neuvermessung des Schwerefeldes der alpin - pannonischen Übergangszone in Österreich begonnen. Für das etwa 15.000 km<sup>2</sup> große Untersuchungsgebiet, begrenzt durch die beiden überregionalen Lineamente Pöls-Lavant-System und Norische Senke sowie die Staatsgrenzen zu Ungarn und Jugoslawien, wurde eine mittlere Stationsdichte von 1 Gravimeterpunkt pro 2 km<sup>2</sup> angestrebt. Für die Messungen kamen La Coste-Romberg, G-Gravimeter zum Einsatz. Ab 1978 wurden die Untersuchungen aus Mitteln des Hochschulschwerpunktes " Frühalpine Geschichte der Ostalpen " und ab 1981 mit Beteiligung des Instituts für Angewandte Geophysik der Forschungsgesellschaft Joanneum auch in rohstoffbezogenen Projekten der Bund-Bundesländer-Kooperation weitergeführt. Im Sommer 1989 werden die Geländearbeiten mit Hilfe des FWF - Projektes P 6442 abgeschlossen. Danach werden für ein geschlossenes Gebiet von rund 18.000 km<sup>2</sup> etwa 9000 Gravimeterpunkte mit hoher Meß- und Lagegenauigkeit für weiterführende Beschreibungen und Analysen des Schwerefeldes vorliegen. Die Abb. 1 gibt eine Übersicht über die derzeitige Meßpunktverteilung (Stand: 1.1.1989).

Der laufende Stand der Untersuchungen und Teilergebnisse wurden in einer Reihe von Forschungsberichten und Publikationen (WEBER et al, 1980, 1981, 1982; WALACH, 1981, 1983, 1986; WALACH & WEBER, 1987) dokumentiert. Schließlich wurde von einer sechsköpfigen Autorengruppe (KRÖLL et al., 1988) für das durch den Ostalpenrand (Steirisches Randgebirge) umrahmte Gebiet Steirisches Becken - Südburgenländische Schwelle, ein geologisch/geophysikalisches Themenkartenwerk im Maßstab 1:200.000 veröffentlicht. Dieses umfaßt neben Darstellungen der Struktur

und der geologischen Gliederung des präneogenen Untergrundes, auch Karten der aeromagnetisch vermessenen  $\Delta T$ -Anomalien (Bezugsniveau: + 1000 m Seehöhe) und der Bouguer-Isanomalien, kommentiert in einem umfangreichen Erläuterungsheft. Dazu zeigt beispielsweise die Abb. 2 eine vereinfachte Manuskriptfassung der Karte der Bouguer-Anomalien, die sich auf das durch eine strichlierte Linie in Abb. 1 abgegrenzte Meßpunktfeld stützt.

Übersichtsmäßig betrachtet zeigt das Schwerebild, daß in den zentralen Teilen N - NE streichende, abwechselnd positive und negative Anomalienzüge vorherrschen. Gegen NW hin ist ein allmählicher Übergang in den Trend eines überregionalen Minimums ("alpiner Schweretrog") zu beobachten, während der E- und SE-Rand von einem in sich stärker gegliederten Schwerehoch (Südburgenländische Schwelle) eingenommen wird. Der Süd- und Westrand zeigen stärker wechselnde, lokale bis regionale Anomalieelemente, wobei gegen W bis NW hin wieder zunehmend die Depressionstendenz des alpinen Schweretroges wirksam wird. Als Beispiel für ein wesentliches Teilergebnis im Hinblick auf den Tiefbau der Erdkruste, zeigt die Abb. 3 ein Schwereprofil entlang 47° nördl. Breite (Graz), zwischen dem Lavanttal und dem Westungarischen Becken. Während östlich der Mittelsteirischen Schwelle, welche im Bereich des Murtales das kleinere Weststeirische vom Oststeirischen Becken scheidet, regional gesehen flache Horizontalgradienten unter 0,3 mgal/km und oszillierende Anomalie-Amplituden vorherrschen, stellt sich westlich der Schwelle ein lateral beständiger Regionaltrend von über 1 mgal/km ein. Dieses Verhalten des Schwerefeldes zeigt gut den Übergang vom pannonen zum alpinen Erdkrustenbau bzw. trendmäßig das Anwachsen der Moho-Tiefe an.

Sowohl für die Bestimmung flächendeckender Strukturwerte, als auch von geologisch/lithologischen Informationen über den Internbau des Tertiärbeckens (z.Bsp. Vulkanismus) bzw. des prätertiären Untergrundes, waren mannigfaltige qualitative und quantitative Detailinterpretationen der Gravimetrie und Geomagnetik erforderlich. Insbesondere die Analyse des zum Teil in Form von mächtigen Stratovulkanen begrabenen Vulkanismus

und der magnetischen Leitgesteine (Serpentinit) der Südburgenländischen Schwelle, stützte sich überwiegend auf die Auswertung bodenmagnetischer Detailmessungen (LANZ, 1982; WALACH & WEBER, 1987; WALACH, 1986) - diese kamen in jüngster Zeit auch grenzüberschreitend zu Ungarn (HOFFER et al., 1989) zur Ausführung. Dazu zeigen die Abbildungen 4 bis 6 beispielsweise lokale Kartierungen und gravimetrische bzw. geomagnetische 2d - Modellrechnergebnisse. Mit deren Hilfe konnten für den in rund 800 m Tiefe begrabenen miozänen Schildvulkan von Ilzkalsdorf und einen benachbarten pliozänen Tuffschlot im Raum Fürstenfeld-Stadtbergen, quantitative Modelle der Vulkankörper erstellt und in der geologischen Untergrundskarte dargestellt werden.

Eine umfassende Auswertung und Interpretation des Schwerfeldes der alpin-pannonischen Übergangszone in Südostösterreich steht in Ausarbeitung und wird bald nach dem bevorstehenden Abschluß der Geländearbeiten vorgestellt werden.

#### Ausgewählte Literatur

- HOFFER, E., SCHÖNVISZKY, L. & WALACH, G.: Grenzüberschreitende geomagnetische Messungen im Gebiet des Günser Gebirges (Köszegi Hegység). - Jb. Geol. B.-A., Wien (im Druck)
- KRÖLL, A., FLÜGEL, H.W., SEIBERL, W., WEBER, F., WALACH, G. & ZYCH, D.: Karten über den prätertiären Untergrund des steirischen Beckens und der Südburgenländischen Schwelle, mit Erläuterungen. - Geol. Themenkarten der Republik Österreich - Geol. B.A., Wien 1988
- WALACH, G.: Der Vulkanismus am Westrand des Fürstenfelder Beckens im Lichte gravimetrischer und magnetischer Meßergebnisse. - Leobener Hefte zur Angew. Geophysik, 1, 188-199, Leoben 1986
- WALACH, G. & WEBER, F.: Contributions to the Relations between the Eastern Alps and the Pannonian Basin in the Light of Gravimetric and Magnetic Investigations. - In: H.W. FLÜGEL & P. FAUPL (Eds.): Geodynamics of the Eastern Alps, 345-360, Franz Deuticke-Verlag, Wien 1987

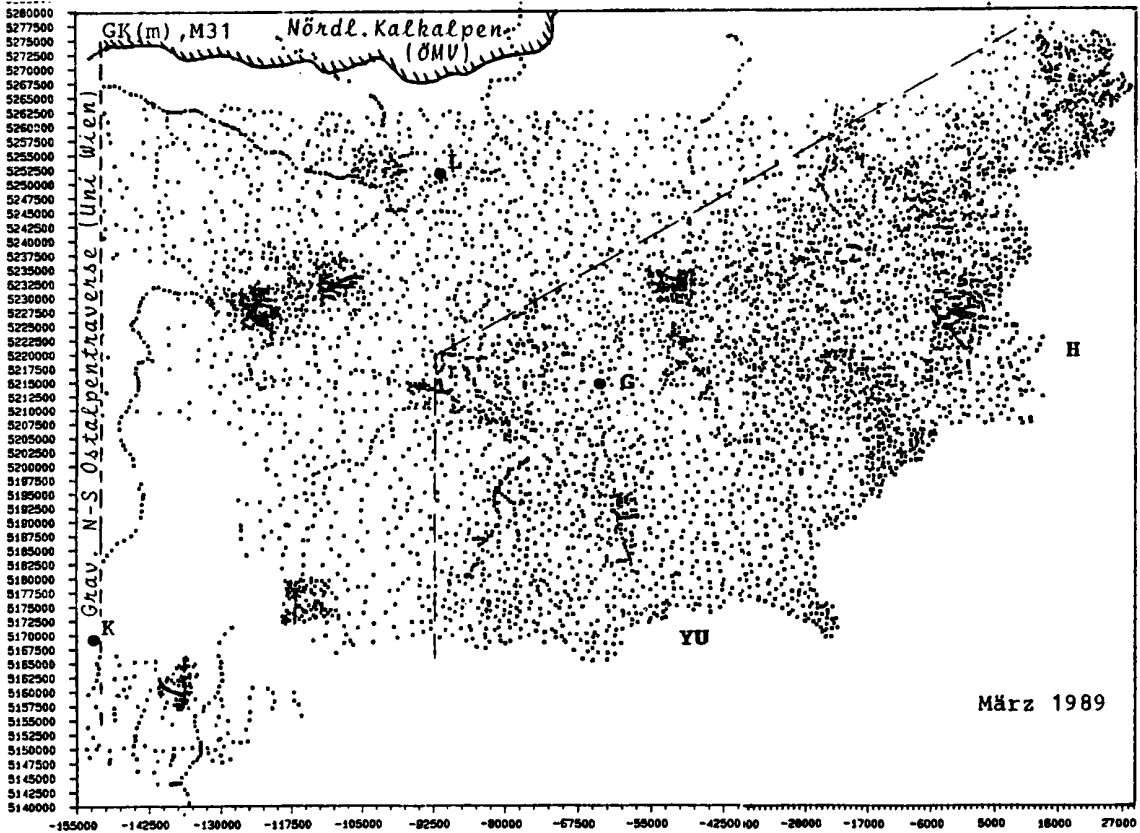


Abb. 1: Punktübersicht zur Gravimetrie Südostösterreich

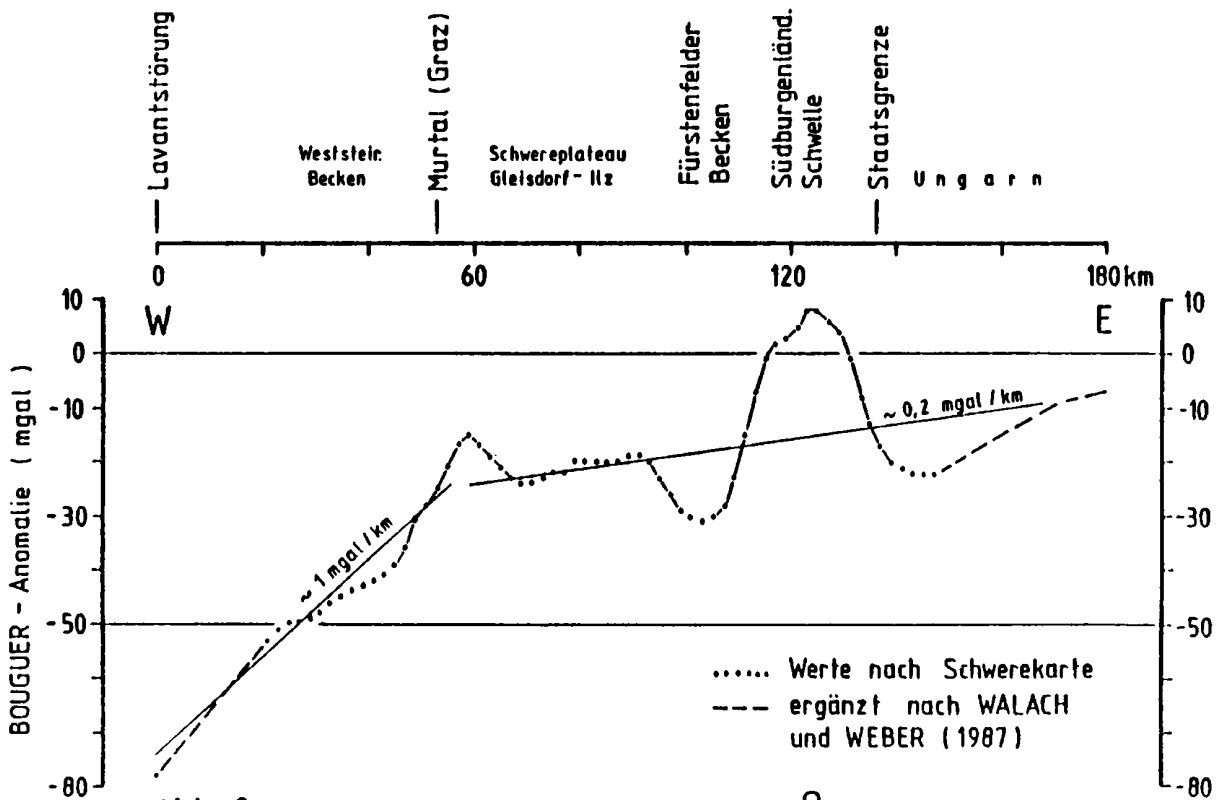
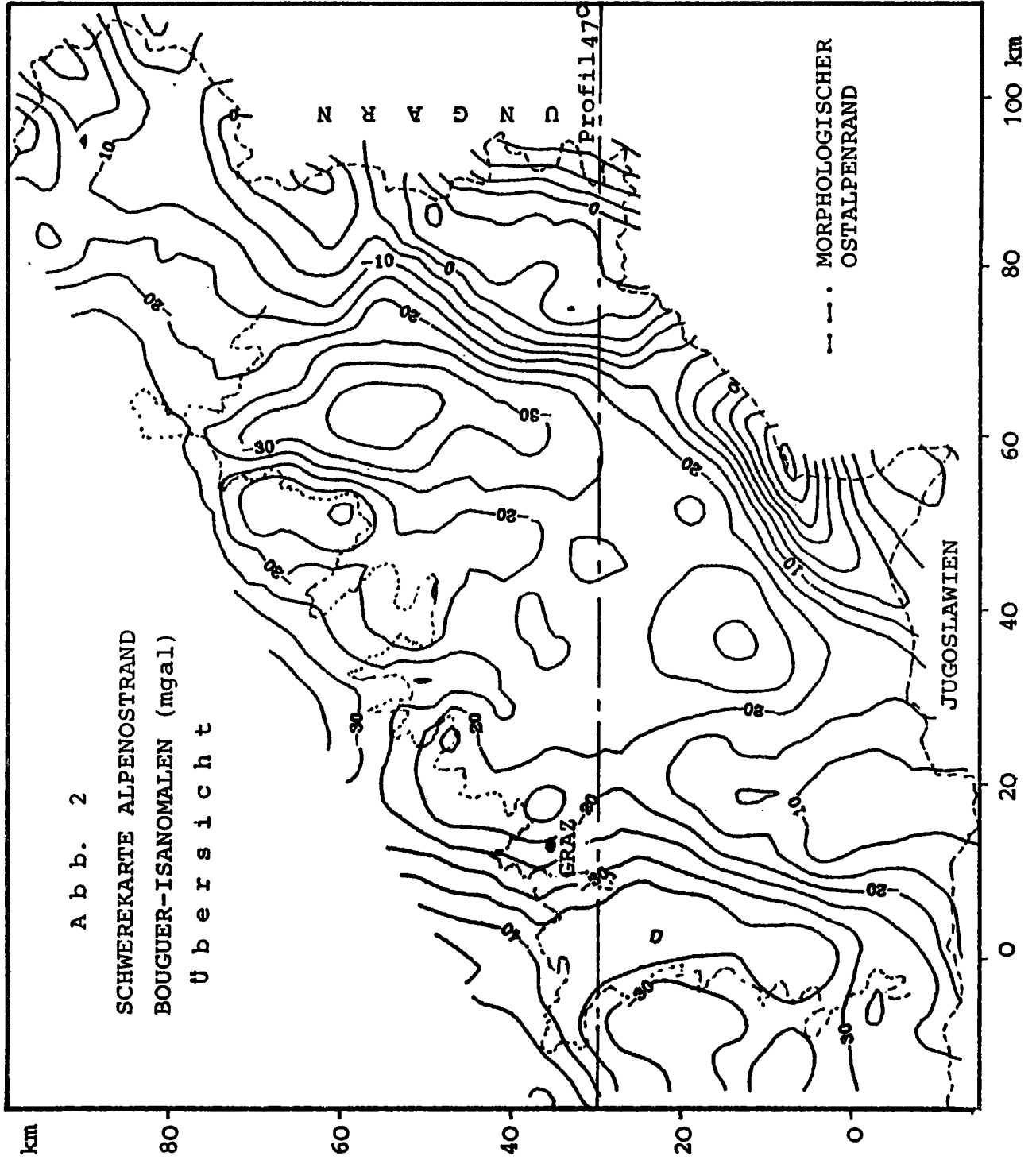


Abb. 3: BOUGUERANOMALIE entlang 47° N, Graz; (alpin - pannonische Übergangszone)



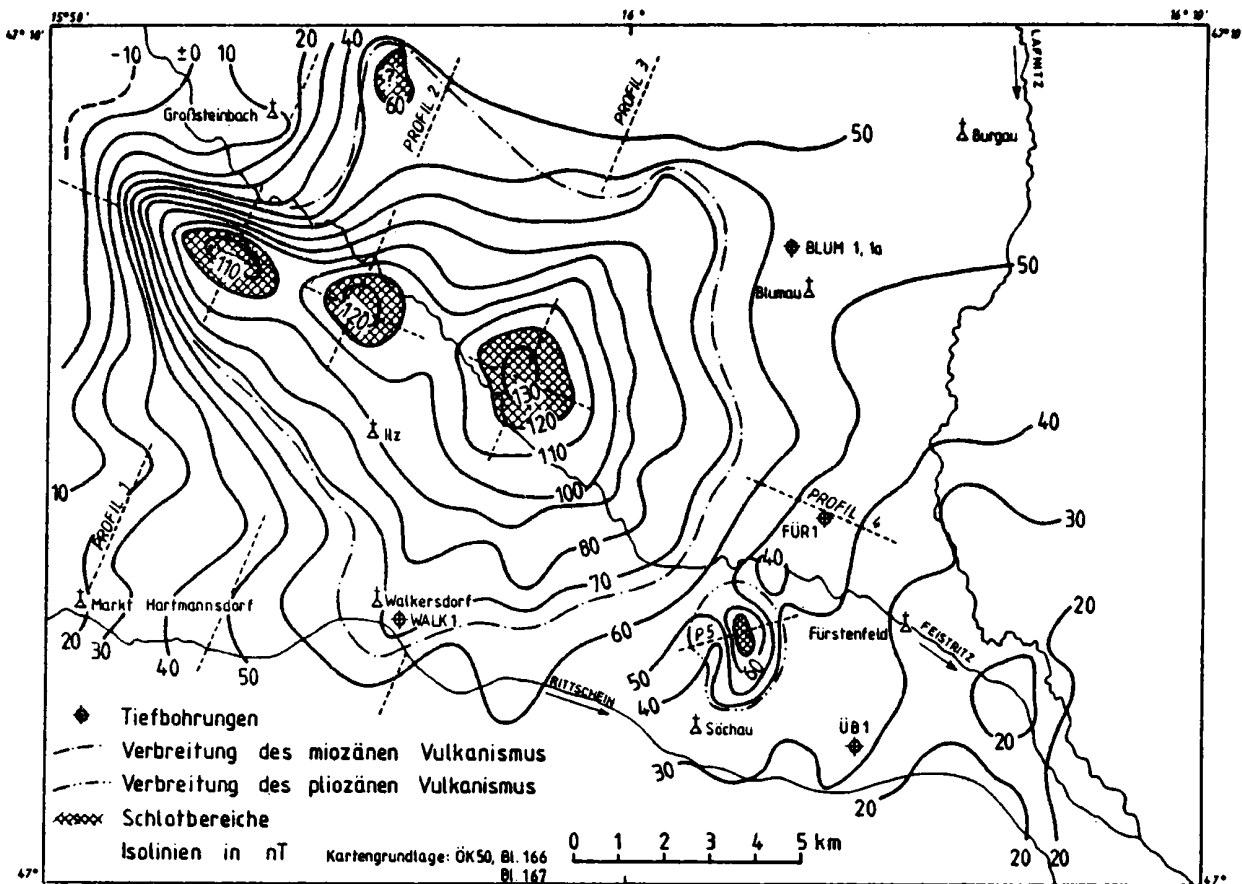
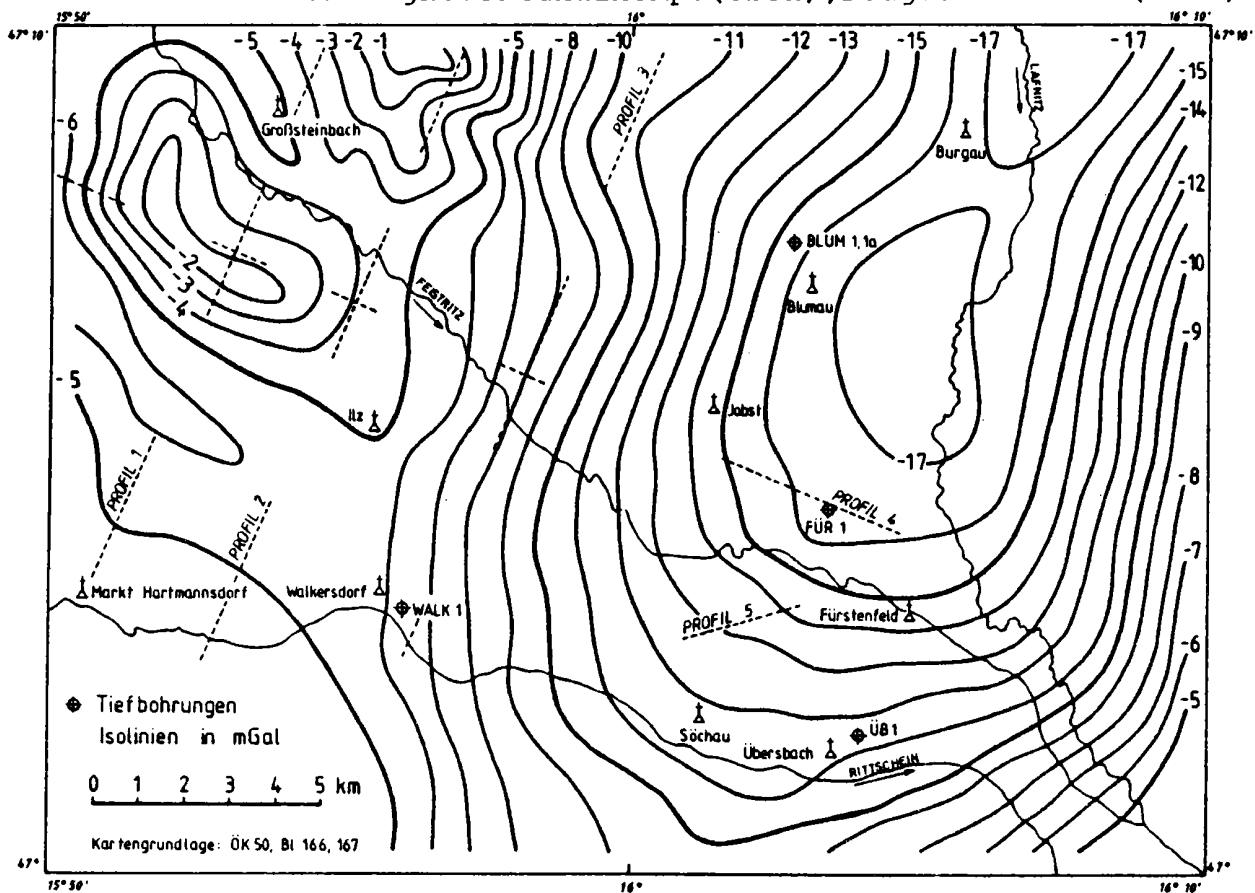


Abb.4: Geophysikalische Detailkartierung Fürstenfelder Becken; Isonomen magn. Vertikalkomp. (oben), Bougueranomalie (unt.)





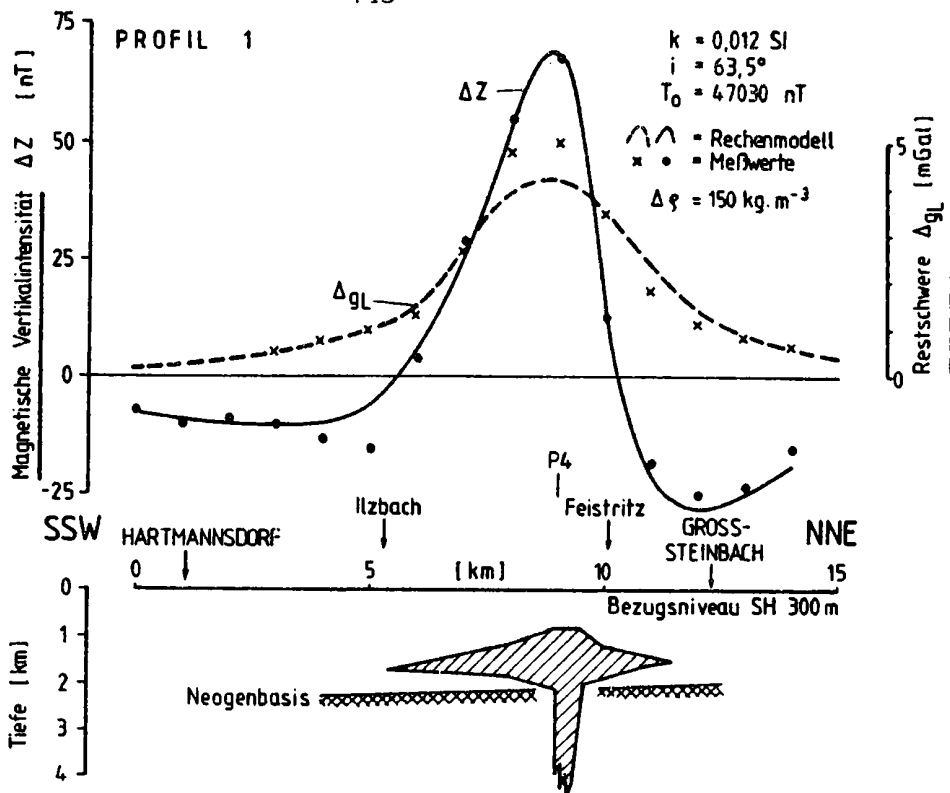


Abb.5: 2d-Modell nach Gravimetrie und Geomagnetik für den begrabenen miozänen Schildvulkan im Gebiet von Ilz - Kalsdorf (vergl. Abb.4)

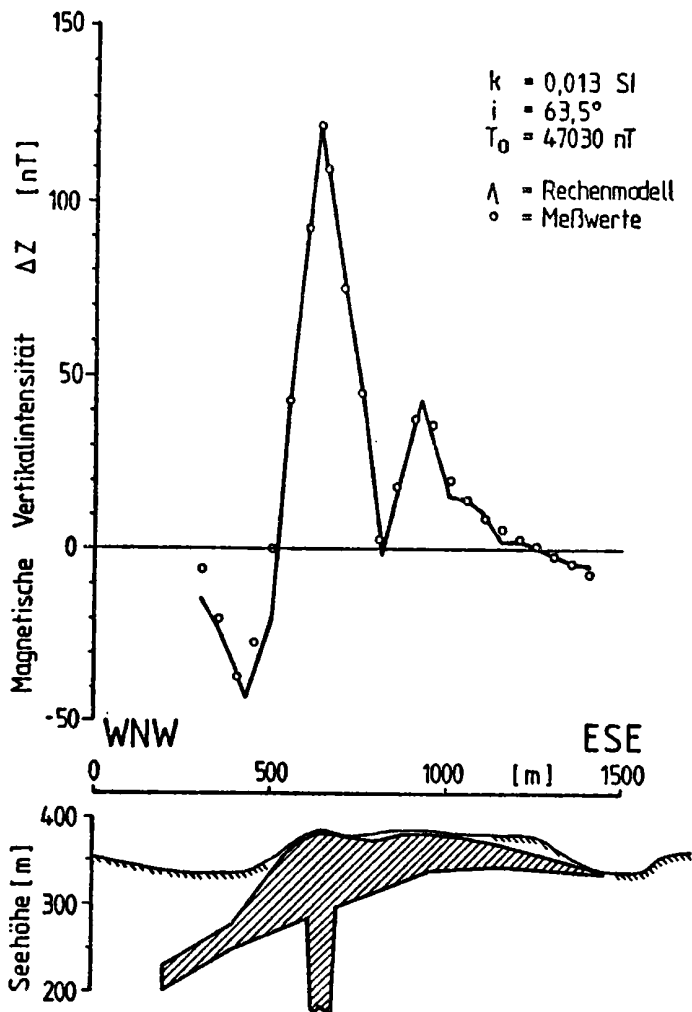
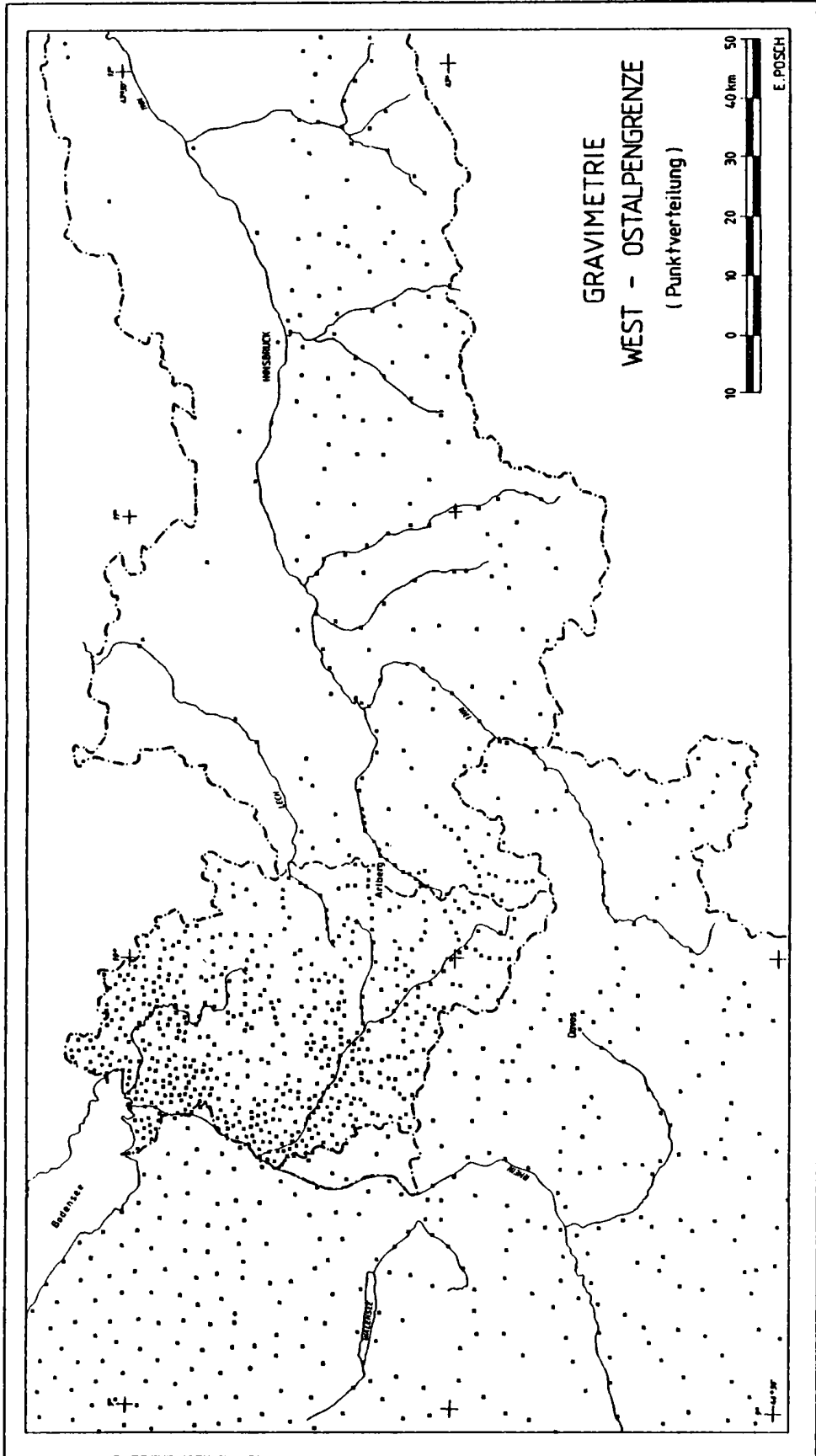
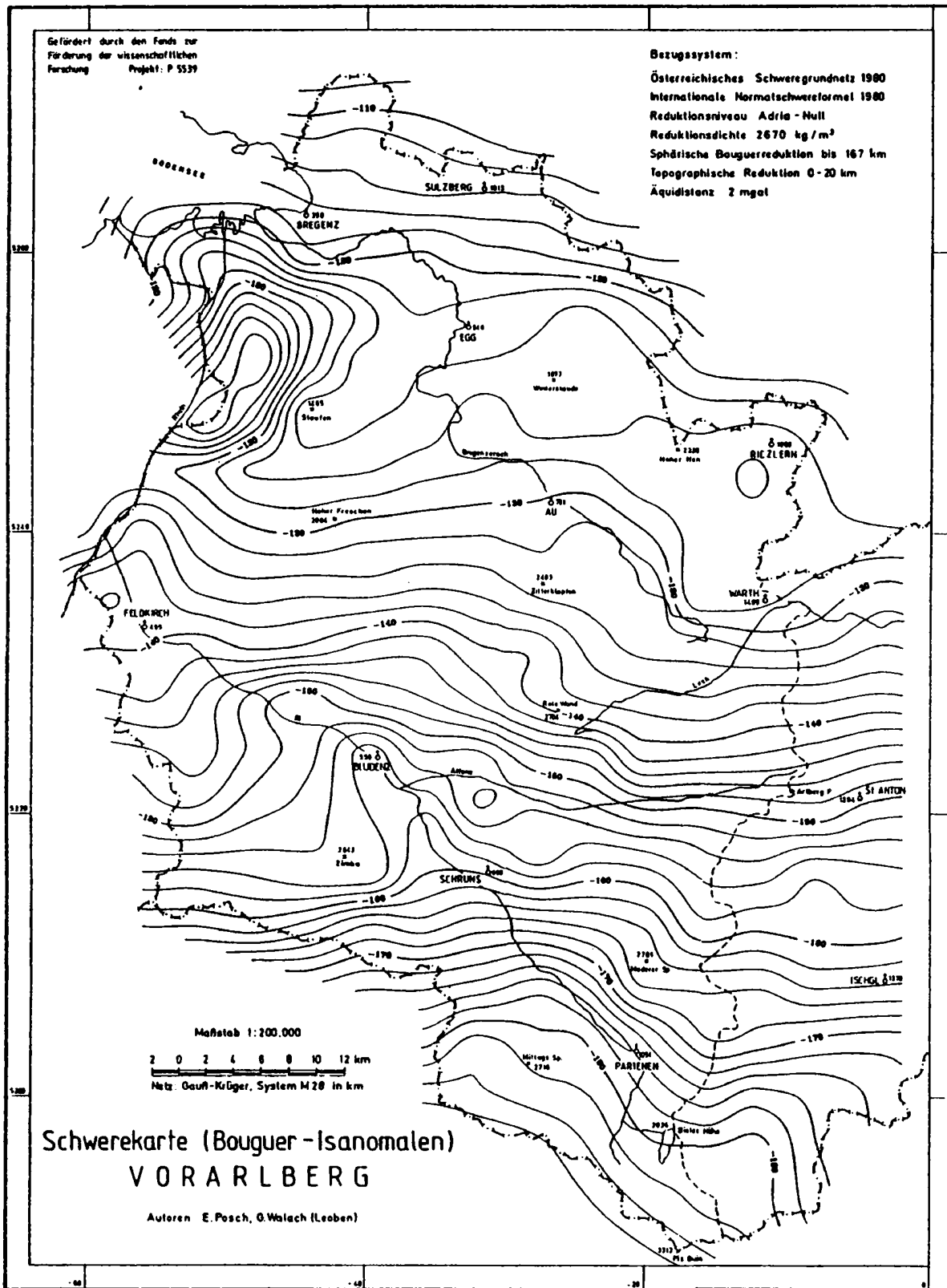


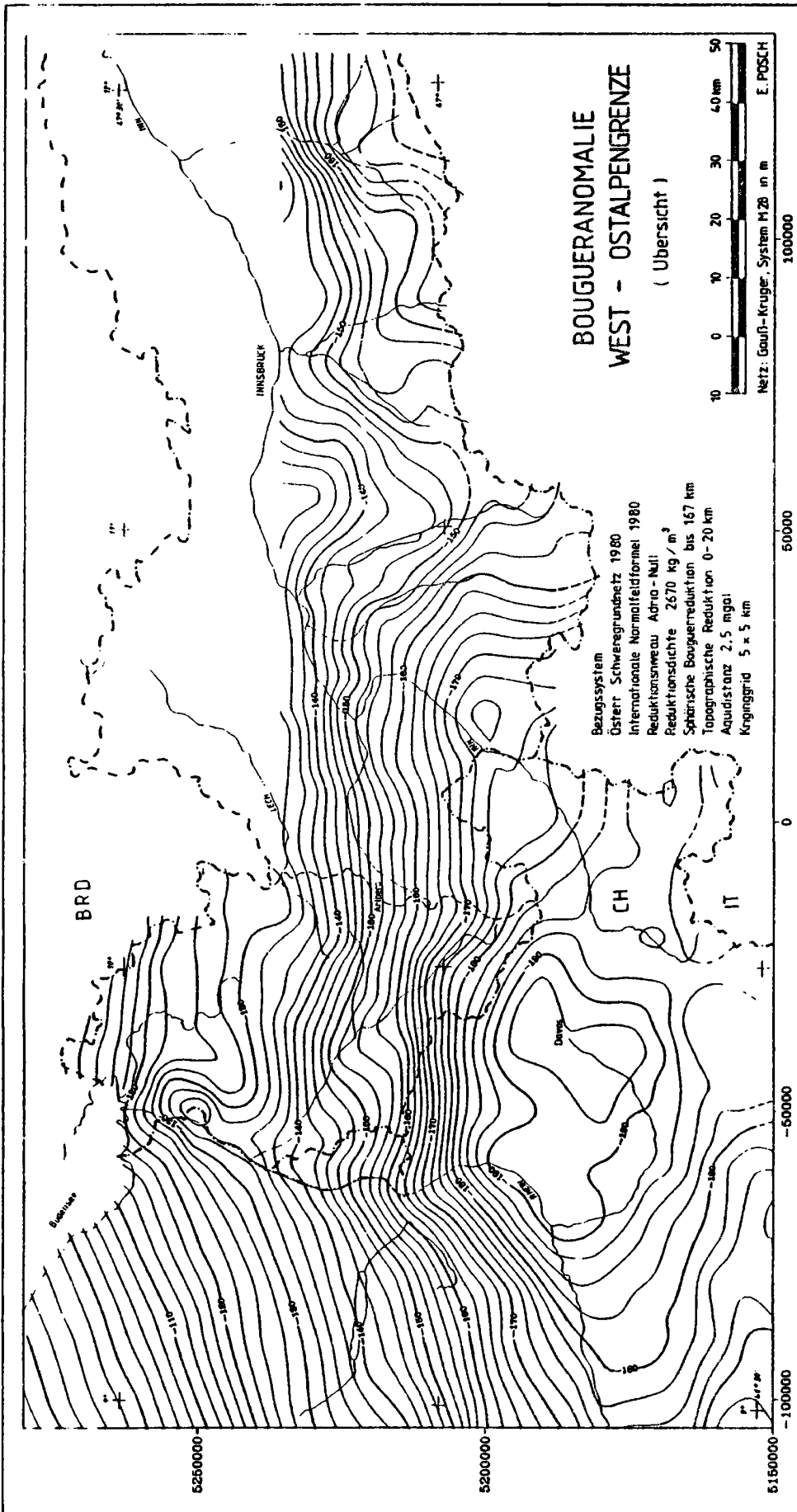
Abb.6: 2d-Modell nach geomagnetischer Vertikalintensität für den pliozänen Tuffschlot im Gebiet Fürstenfeld - Stadtbergen (vergl. Prof.5, Abb.4)



A b b . 1



A b b . 2



A b b . 3

---

Ergebnisse von Erdzeitenregistrierungen in der Station Zagreb

H. Lichtenegger

TU Graz

K. Čolić

Universität Zagreb

---

1. Vorbemerkung

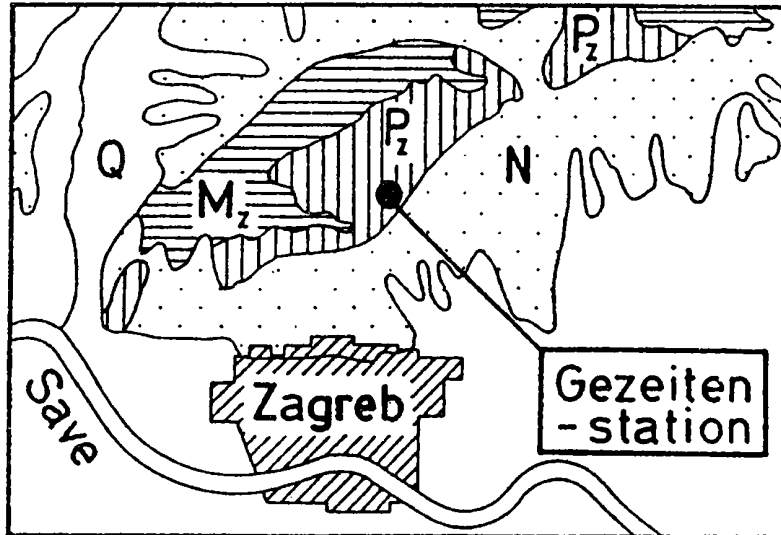
In einem Kooperationsvertrag zwischen der Geodätischen Fakultät der Universität Zagreb, dem Institut für Angewandte Geodäsie der TU Graz und dem Institut für Weltraumforschung der ÖAW in Graz wurde die Durchführung von Erdzeitenregistrierungen in der Station Zagreb vereinbart. Über die Zielsetzungen des gemeinsamen Projektes und über die Beobachtungen lag bereits beim letzten Alpgravimetrie-Kolloquium ein Kurzbericht von Lichtenegger (1986) vor. In der Zwischenzeit erfolgte die Auswertung und Analyse der Beobachtungen und die ausführliche Dokumentation der Ergebnisse durch Lichtenegger und Čolić (1988).

Der vorliegende Bericht ist daher als eine Zusammenfassung der durchgeführten Arbeiten unter besonderer Berücksichtigung der Präsentation von Ergebnissen zu werten.

2. Beobachtung und Auswertung

Zur Beobachtung der vertikalen Gezeitenkomponente wurde von der Grazer Gruppe das Gravimetersystem "Geodynamics TRG-151" samt Registriereinrichtung zur Verfügung gestellt und im Februar 1984 in der Station Zagreb installiert.

Die Gezeitenstation liegt etwa 12 km nordöstlich des Stadtzentrums und ist Teil eines unterirdischen Stollensystems im südöstlichen Teil des Berges "Medvednica". Dieser ist aus Schiefnern bzw. Karbonaten u.a.m. aus dem Paläozoikum (Pz) bzw. aus dem Mesozoikum (Mz) aufgebaut und erhebt sich horstförmig über die später abgelagerten, meist quartären (Q) und neogenen (N) Sedimente, vgl. Fig 1



Figur 1: Gezeitenstation Zagreb (Breite  $45.88^\circ$ ,  
Länge  $16.00^\circ$ , Höhe 345 m)

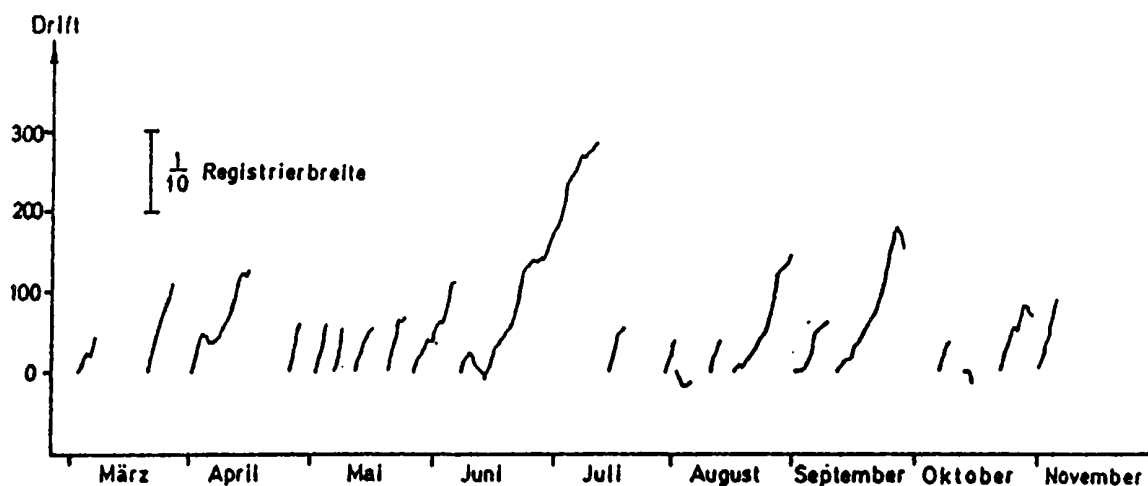
Die Betreuung der Station erfolgte durch Mitarbeiter der Geodätischen Fakultät in Zagreb. Sie beinhaltete monatlich etwa zehn Routinebesuche in der Station, bei der Zeitkontrollen, Driftkorrekturen und Eichungen des Gravimeter-Systems durchgeführt wurden. Die neunmonatige Beobachtungsperiode ist gekennzeichnet durch eine relativ große Anzahl von längeren Stromabschaltungen, welche auch durch das bereitgestellte Akku-System nicht immer überbrückt werden konnten. Dies führte zu einer Reduktion der Beobachtungsdaten, hatte aber, wie sich später zeigte, nur geringen Einfluß auf deren Qualität.

Die Auswertung der Beobachtungen, beginnend mit der Digitalisierung der Registrierstreifen bis hin zur Analyse, wurde von der Grazer Gruppe durchgeführt. Dies soll jedoch in Zukunft auch in Zagreb möglich sein. Insgesamt 204 Tage oder 75% der neunmonatigen Beobachtungen waren auswertbar. Nach der Digitalisierung wurden die Daten vor Weiterverwendung noch auf grobe Fehler geprüft. Die Berechnung der Nullpunktsgänge des verwendeten Gravimeters erfolgte mittels des Tiefpaßfilters nach Pertsev. Für die eigentliche Analyse stand in Graz ein Auswertprogramm des Erdgezeitenzentrums (ICET) in Brüssel zur Verfügung, welches auf dem Venedikov-Verfahren basiert.

### 3. Ergebnisse

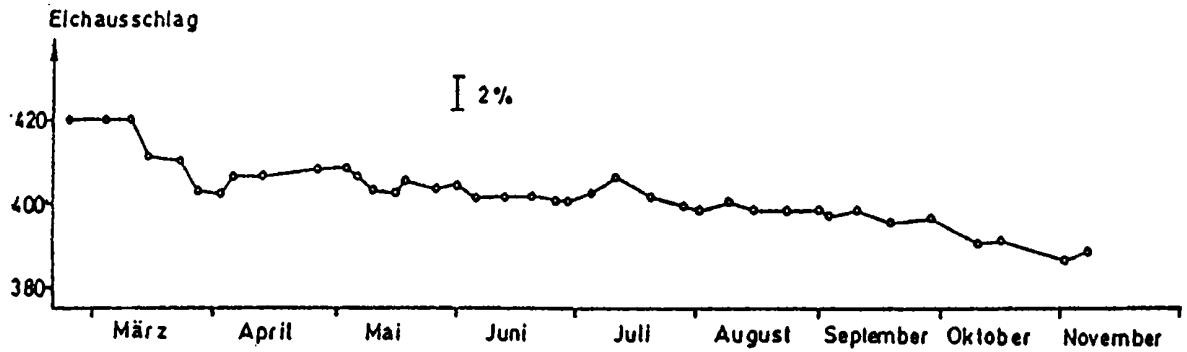
#### 3.1. Beobachtungsergebnis

Der äußerst geringe Nullpunktsgang des Gravimeters ist in Fig. 2 dargestellt. Das Driftverhalten ist über die gesamte Beobachtungsdauer nahezu gleichförmig. Auftretende Schwankungen können durch Stationsbesuche, durchgeführte Eichungen oder Nachwirkungen von Driftkorrekturen erklärt werden. Bereits aus diesem Ergebnis kann auf die Eignung der Station Zagreb für Erdzeitenregistrierungen geschlossen werden.



Figur 2: Driftverhalten des Gravimeters

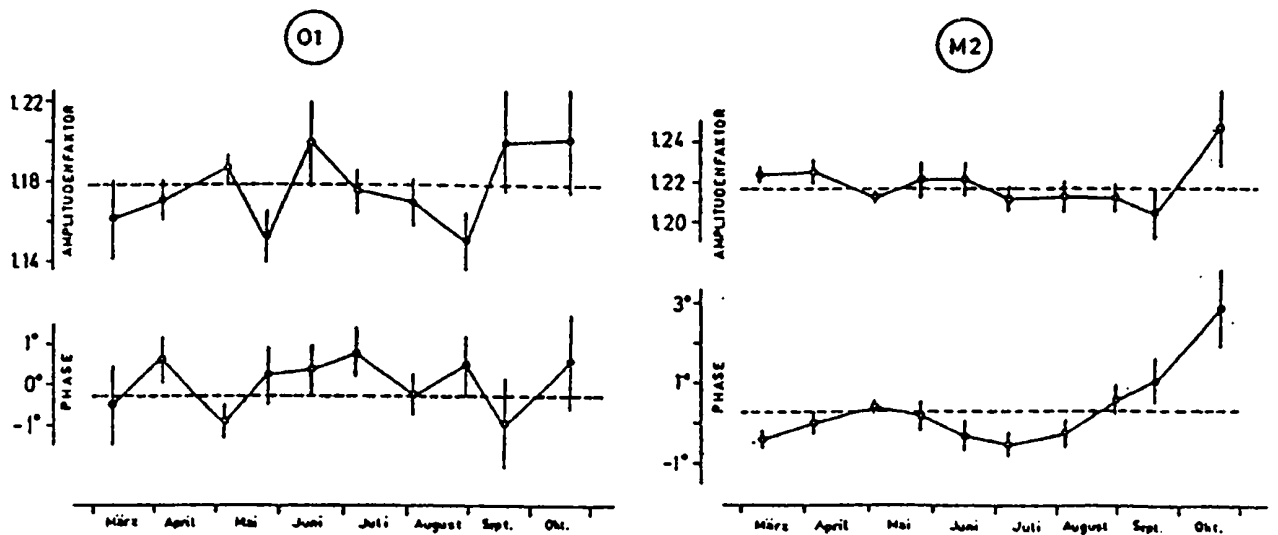
Die Eichung des Geodynamics-Gravimeters erfolgte indirekt nach der elektrostatischen Methode, wobei eine elektrische Spannung an eine oberhalb der Gravimetermasse fest angeordnete Kalibrierungsplatte gelegt wird. Dies führt zu einer Auslenkung des Massearms und damit zu einem meßbaren Eichausschlag auf der Registrierung, welcher proportional dem Quadrat der angelegten Spannung ist. Insgesamt wurden im Beobachtungszeitraum etwa 40 gleichmäßig verteilte Eichungen unter gleichzeitiger Messung der jeweiligen Eichspannung ausgeführt. Die ausgemessenen Eichausschläge sind in Fig. 3 dargestellt und zeigen trotz unverändert gebliebener Eichspannung eine lineare Empfindlichkeitsänderung um nahezu 10%. Die Korrelation dieser Änderung mit dem Driftverhalten ist evident.



Figur 3: Eichausschläge

### 3.2. Analysenergebnis

Um das zeitliche Verhalten der Analysenergebnisse zu prüfen, wurden vorerst für aufeinanderfolgende, unabhängige Intervalle von etwa 20 Tagen Teilanalysen durchgeführt. In der Fig. 4 ist das Ergebnis für Amplitudenfaktor und Phase der beiden Haupttiden O1 und M2 ausgewiesen. Wie zu erwarten sind die mittleren Fehler und die Streuungen im Fall O1 größer als im Fall M2. Hinzuweisen ist auf das quasi-zufällige Verhalten der gesuchten Größen bis zum September. Die ab diesem Zeitpunkt signifikant auftretenden Abweichungen sind durch Schwierigkeiten mit dem verwendeten Registrierschreiber erklärbar.



Figur 4: Ergebnisse von Teilanalysen



In der Tabelle 1 ist das Ergebnis der Gesamtanalyse in Form eines Computerausdruckes ausgewiesen.

STATION 0999 ZAGREB/YUGOSLAVIA																		
*****																		
LATITUDE : 45.88 DEG																		
LONGITUDE: 16.00 DEG																		
HEIGHT : 345 M																		
VERTICAL COMPONENT																		
GEODYNAMICS 151 (CALIBRATED IN BRUSSELS)																		
INSTALLATION: LICHTENEGGER H. (TECHNICAL UNIVERSITY GRAZ)																		
MAINTENANCE : COLIC K. (GEODETSKI FAKULTET ZAGREB)																		
METHODE DES MOINDRES CARRES / FILTRES VENEDIKOV / LECTURES HORAIRES																		
POTENTIEL CARTWRIGHT TAYLER EDDEN / DEVELOPPEMENT COMPLET																		
CORRECTION D INERTIE PROPORTIONNELLE AU CARRE DES VITESSES																		
CALCUL COMPUTING CENTER GRAZ (RZG)/AUSTRIA UNIVAC 1100/81																		
TRAINAGE 01 1.48 M2 1.29 01/M2 1.15																		
CORRECTION D ATTENUATION M2/01 1.01789																		
GEO 151	84	2	26	84	2	26	84	3	2	84	3	10	84	3	14	84	3	14
GEO 151	84	3	19	84	3	27	84	3	31	84	4	14	84	4	22	84	4	26
GEO 151	84	5	1	84	5	7	84	5	10	84	5	22	84	5	25	84	6	4
GEO 151	84	6	7	84	7	11	84	7	14	84	7	18	84	7	28	84	8	5
GEO 151	84	8	10	84	8	12	84	8	15	84	9	8	84	9	11	84	9	27
GEO 151	84	10	5	84	10	7	84	10	12	84	10	14	84	10	20	84	10	28
GEO 151	84	10	31	84	11	4												
NOMBRE TOTAL DE JOURS 204																		
GROUPE SYMBOLE AMPLITUDE PHASE																		
EPOQUE CENTRALE																		
FACT.AMPL. DEPHASAGE																		
EQM EQM																		
AMPLITUDE MOYENNE																		
INVERSION DU SENS DE LECTURE																		
1- 62 Q1			7.4395	154.70			1.1808	.0207				.91	1.00					6.4292
63- 88 O1			40.3924	127.29			1.1783	.0041				-.32	.20					33.7185
89-110 M1			3.0621	248.29			1.1063	.0379				-2.71	1.96					2.5212
111-120 P1			16.2003	184.85			1.1951	.0099				-.72	.48					17.7440
121-143 SLK1			52.3196	197.72			1.1569	.0030				-.04	.15					54.3089
144-165 J1			2.7363	167.50			1.1465	.0489				-2.10	2.44					3.1363
166-197 OOL			2.1434	83.07			1.1912	.0655				-.29	3.16					1.8750
ERREUR Q.M. D 6.089256																		
GROUPE SYMBOLE AMPLITUDE PHASE																		
EPOQUE CENTRALE																		
FACT.AMPL. DEPHASAGE																		
EQM EQM																		
AMPLITUDE MOYENNE																		
INVERSION DU SENS DE LECTURE																		
198-236 2N2			1.0846	141.59			1.2167	.0800				6.68	3.84					1.2220
237-260 N2			7.2939	168.43			1.1754	.0164				-.39	.81					8.3362
261-286 M2			43.7941	142.76			1.2172	.0032				-.26	.15					45.0414
287-300 L2			.4845	248.50			1.0689	.1448				4.05	7.88					.7059
301-309 S2			19.8225	213.28			1.2368	.0070				1.10	.33					21.4103
310-347 K2			6.5807	34.19			1.2463	.0224				.36	1.05					6.6628
ERREUR Q.M. SD 5.111327																		
01/K1 1.0185 1-01/1-K1 1.1364 M2/01 1.0330																		
GROUPE SYMBOLE AMPLITUDE PHASE																		
EPOQUE CENTRALE																		
FACT.AMPL. DEPHASAGE																		
EQM EQM																		
AMPLITUDE MOYENNE																		
INVERSION DU SENS DE LECTURE																		
348-363 M3			.5516	121.53			.9930	.0617				-.26	3.55					.5088
ERREUR Q.M. TD 1.322993																		
204GRAV151																		
EPOQUE DE REFERENCE TJJ- 2445883.0																		

Tabelle 1: Ergebnis der Gesamtanalyse

In der Tabelle 1 ist vorerst die hohe innere Genauigkeit des Ergebnisses erwähnenswert. Diese kann sogar noch um mehr als 25% gesteigert werden, wenn die Daten ab September unberücksichtigt bleiben. Die Werte für Amplitudenfaktoren und Phasen erfahren dadurch keine Änderungen. Bemerkenswert ist weiters, daß die Resultate mit Ausnahme der Phasen im halbtägigen Spektrum nicht signifikant von den respektiven Werten in der Station Graz abweichen. Aus den dort durchgeführten Vergleichsmessungen mit anderen Gravimetertypen folgt aber, daß die Amplitudenfaktoren mit dem Grazer Geodynamics um etwa 1.4% zu hoch erhalten werden. Deshalb sind in der Tabelle 2 die reduzierten und derzeit plausibelsten Werte für Amplitudenfaktoren und -phasen in den beiden benachbarten Stationen Zagreb und Graz ausgewiesen. Die angegebenen Parameter sollten in Zukunft bei der Berechnung theoretischer Gezeiten berücksichtigt werden.

Station	Tide	Amplitudenfaktor	Phase
Zagreb	O1	1.162 ± 0.004	-0°3 ± 0°2
	M2	1.200 ± 0.003	0°3 ± 0°2
Graz	O1	1.168 ± 0.004	-0°1 ± 0°2
	M2	1.205 ± 0.001	0°8 ± 0°1

Tabelle 2: Amplitudenfaktoren und Phasen der Hauptwellen in den Stationen Zagreb und Graz

Das von etwaigen Eichunsicherheiten freie Verhältnis der Amplitudenfaktoren im halb- und gantägigen Spektrum liefert für Zagreb den Wert 1.033. Dieser entspricht in hohem Maß dem in Graz und auch in anderen Stationen gefundenen Verhältnis für Geodynamics-Gravimeter und bestätigt somit relativ die Zuverlässigkeit der für Zagreb gefundenen Amplitudenfaktoren.

Die Ergebnisse wurden gemäß den internationalen Vereinbarungen auch dem ICET in Brüssel mitgeteilt. Dort erfolgte auch die Berechnung des indirekten Effektes nach den ozeanischen Gezeiten-

karten nach Schwiderski und die Ableitung endgültiger Residualvektoren, vgl. Melchior (1988). In den Ergebnissen scheint sich eine vermutete Korrelation mit dem "heat flow" in diesem Gebiet zu bestätigen. Diesbezügliche Detailuntersuchungen stehen aber noch aus

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß das erhaltene Ergebnis die Erwartungen bezüglich Genauigkeit erfüllt und auch die einwandfreie Eignung der Station Zagreb für Gezeitenregistrierungen nachgewiesen hat

#### 4. Abschließende Bemerkungen

Nach dem erfolgreichen Abschluß des gegenständlichen Projektes war eine Fortsetzung und Erweiterung der Zusammenarbeit geplant. Insbesondere sollten die Beobachtungen mit einem anderen Gravimetertyp wiederholt, durch Horizontalpendelregistrierungen zur Ableitung des gesamten Gezeitenbeschleunigungsvektors ergänzt und zumindest auf die Satellitenstation Hvar erweitert werden. Leider konnten diese Vorhaben bisher noch nicht realisiert werden. Sie sind aber nach wie vor aktuell und sollten bei der Planung zukünftiger Aktivitäten im Bereich der Geodynamik des südosteuropäischen Raumes Berücksichtigung finden.

#### 5. Literatur

Lichtenegger, H. (1986): Registrierung der vertikalen Erdgezeitenkomponente in der Station Zagreb. Tagungsbericht über das 4. Internationale Alpengravimetrie - Kolloquium, Wien 1986, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Publikation Nr. 323, Seiten 199-200.

Lichtenegger, H.; K. Čolić (1988): Erste Ergebnisse von Erdgezeitenregistrierungen in der Station Zagreb. Mitteilungen der Abteilung Satellitengeodäsie des Institutes für Weltraumforschung der ÖAW, Folge 7, 30 Seiten.

Melchior, P (1988): Persönliche Mitteilung.

---

REZENTE HÖHENÄNDERUNGEN IN ÖSTERREICH  
ABGELEITET AUS PRÄZISIONSNIVELLEMENT-MESSUNGEN

N.Höggerl

BEV Wien

---

EINLEITUNG

Seit 1873 werden in Österreich Präzisionsnivellements von staatlichen Institutionen zur Schaffung eines einheitlichen überregionalen Bezugshorizontes durchgeführt. Diese Messungen wurden immer nach dem jeweils letzten Stand der Technik ausgeführt und lieferten somit eine ausgezeichnete Grundlage regionale Höhenmessungen in einem einheitlichen System zu vereinen. Darüber hinaus liegt es auch nahe, die Ergebnisse von Präzisionsnivellements, die zwischen identen Höhenpunkten durchgeführt wurden, zu vergleichen und daraus auf Höhenänderungen zwischen den betroffenen Punktvermarkungen zu schließen. Um jedoch tatsächliche Höhenänderungen von scheinbaren zu trennen, die durch die Fehler der Meßmethode hervorgerufen sind, ist eine genaue Kenntnis der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Messungen erforderlich.

Da die Meßmethode des Präzisionsnivellements direkt mit dem Erdschwerefeld verknüpft ist, sind auch Änderungen des Erdschwerefeldes zu berücksichtigen. Da jedoch einerseits entlang der meisten untersuchten Nivellementlinien nur einfache Schweremessungen vorliegen, andererseits aber für jene Punkte oder Bereiche, an denen Mehrfachmessungen durchgeführt wurden, keine signifikanten Schwereänderungen ( $\Delta g < 50 \mu\text{gal}$ ) festgestellt werden konnten, werden für die weiteren Untersuchungen anstelle von Potentialdifferenzen Höhenunterschiede verwendet.

## DATENMATERIAL

Seit 1948 wurden für die Schaffung eines übergeordneten Höhen-netzes und weiters für dessen Kontrolle zwei Messungen durchge-führt. Die erste Meßepoche umfaßte den Zeitraum von 1948 bis 1962, wobei ca. 7000 km Nivellementlinien 1. Ordnung gemessen wurden. Aus den dabei entstandenen 57 Schleifen errechnete sich ein mittlerer Schleifenschlußfehler von

$$m_1^S = \pm 1,6 \text{ mm/km.}$$

Ab 1966 wurde mit der Übermessung des o.a. Netzes begonnen, wobei bis 1987 ca. 5500 km Nivellementlinien gemessen wurden. Die Gegenüberstellung der Fehlergrößen aus Schleifenschlüssen mit

$$m_2^S = \pm 0,4 \text{ mm/km}$$

und jenen aus einer Ausgleichung (Höggerl, 1986) mit

$$m_2^A = \pm 0,6 \text{ mm/km}$$

zeigt eine gute Übereinstimmung und gleichzeitig eine wesentliche Genauigkeitssteigerung gegenüber der 1. Meßperiode. Um jedoch für beide Meßepochen ein möglichst identes Netz für den Vergleich von Höhendifferenzen zu erhalten, ist es erforderlich noch Messungen des Reichshöhennetzes aus den Jahren 1939 - 1941 in einem Umfang von ca. 500 km und mit einer Genauigkeit von

$$m_1 = \pm 0,5 \text{ mm/km}$$

einzubezieh.

Für die Bildung einer netzförmigen Struktur in den westlichen Teilen Österreichs wurden auch noch bayerische und Schweizer Linien verwendet, deren Genauigkeit etwa jenen der österreichischen Messungen entspricht (verwendete Linienlänge 770 km). Für die bayerischen Linien standen dieselben Ausgangswerte wie für die österreichischen Linien zur Verfügung (Weber, 1986). Für die Schweizer Linien konnte bereits auf Vertikalgeschwindigkeiten der Knotenpunkte zurückgegriffen werden (Gubler, 1980). Die Untersuchungen erstreckten sich auf 2 Netze mit identer Linienführung und einer Länge von 5500 km mit 32 Schleifen. Die zeitliche Verteilung aller verwendeten Messungen zeigt Abb.1.

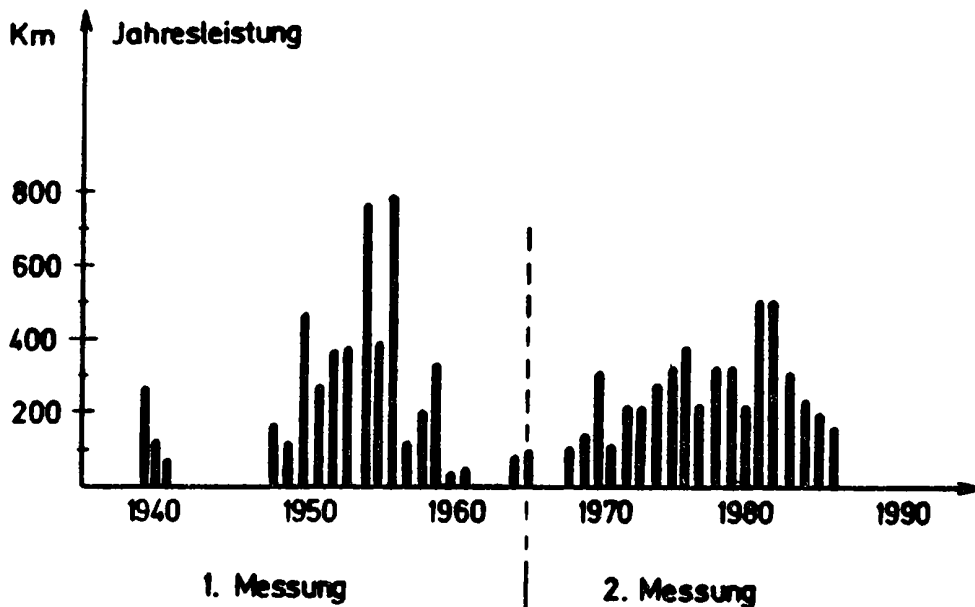


Abb.1: Zeitliche Verteilung der Nivellementmessungen

#### BEZUGSPUNKTE

In dieser Arbeit werden, abgesehen von einigen Ausnahmen, nur die Knotenpunkte des Netzes für Untersuchungen und Aussagen über rezente Höhenänderungen verwendet. Aufgrund der topografischen Beschaffenheit Österreichs liegen viele dieser Punkte in alpinen Talregionen an Schnittstellen von Störzonen. In diesen Bereichen

wurde nicht der geometrisch bestgelegene, sondern der aus lokalen Linienvergleichen stabilste Höhenpunkt in die weiterführende Ausgleichung mit einbezogen. Daß dabei keine Vermarkungen im Fels vorkommen, liegt einerseits, wie erwähnt, an der Lage der Knotenpunkte und andererseits an der Tatsache, daß bei den Messungen aus der 1. Epoche (1939 - 1962) nur ein ganz geringer Anteil von Felsvermarkungen ( $< 1\%$ ) verwendet wurde. Wie statistische Untersuchungen gezeigt haben, (Lang, 1970) sind jedoch auch Vermarkungen in sorgfältig ausgewählten künstlichen Objekten (alte Kirchen, große Häuser u.a.) genauso geeignet regionale Höhenänderungen aufzuzeigen, wie das Vermarkungen im Felsen ermöglichen.

Die Verteilung der Knotenpunktobjekte auf einzelne Qualitätsklassen ist in Abb.2 enthalten. Es ist ersichtlich, daß es in 95% der Fälle möglich war, Objekte mit einer sehr guten bis ausreichenden Qualität für die Untersuchung zu finden.

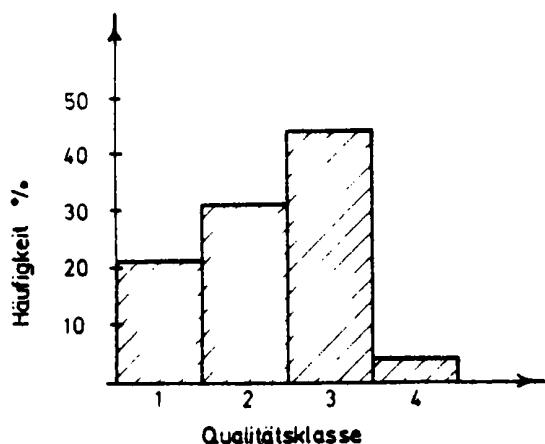


Abb.2: Qualitätsklassen der Punktvermarkungen

- 1... Kirche (alt)
- 2... Gebäude (groß)
- 3... Gebäude (klein)
- 4... sonstiges (Brücke, etc.)

Durch die Einschränkung der Untersuchung auf die Knotenpunkte des Netzes ergeben sich wesentlich geringere Höhendifferenzen als für das Gesamtnetz. Eventuell vorhandene Maßstabsdefekte zwischen den einzelnen Meßepochen treten dadurch weniger stark in Erscheinung. Die Verteilung der Knotenpunktshöhen ist in Abb.3 dargestellt. Es zeigt sich, daß 90% der Höhendifferenzen unter 300 m liegen; die durchschnittliche Höhe der Knotenpunkte liegt bei 500 m.

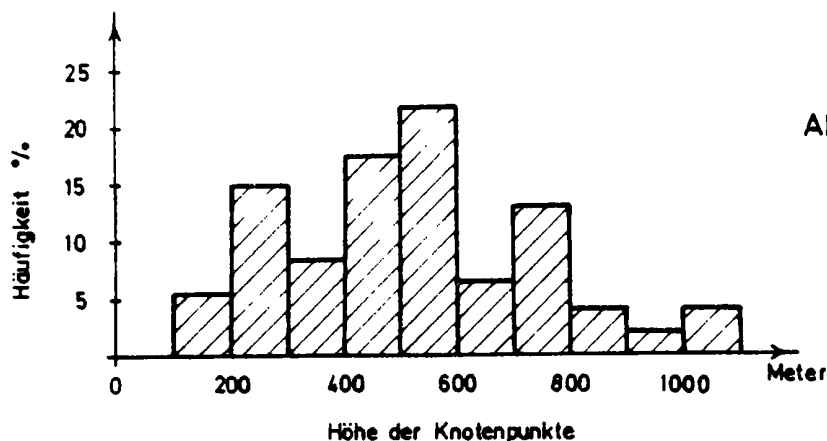


Abb. 3: Häufigkeitsverteilung der Knotenpunktshöhen

### BERECHNUNGSMODELL

Um die über einen Zeitraum von fast 40 Jahren verteilten Messungen in einer gemeinsamen Berechnung verwenden zu können, ist es erforderlich, die Höhenänderungen auf ein einheitliches Zeitintervall zu beziehen. Um der Größe der dabei auftretenden Höhenänderungen Rechnung zu tragen, ist es allgemein üblich die Ergebnisse in Punktgeschwindigkeiten (mm/Jahr) anzugeben. Für die Berechnung wurde das von Holdahl entwickelte Modell 2 (Holdahl, 1975) verwendet, da es sich für die Struktur der vorhandenen Daten am besten eignet:

- zweifache Messung eines nahezu identen Netzes,
- Aufteilung der Messungen auf zwei voneinander getrennte Meßepochen,
- Verwendung von Höhenunterschieden (möglich, da im untersuchten Gebiet keine signifikanten Schwereänderungen aufgetreten sind)
- linearer Ansatz der Höhenänderung (geeignet für die Verwendung von nur zwei Meßepochen).



Die Geschwindigkeitsdifferenzen  $\Delta v$  zwischen den Knotenpunkten werden als "Beobachtungen" verwendet:

$$v_{ij} = \frac{\Delta h^1_{ij} - \Delta h^2_{ij}}{\Delta t} \quad (1)$$

$\Delta h^1_{ij}, \Delta h^2_{ij}$  ....Höhendifferenz zwischen den Knoten i und j für die 1. und 2. Meßepoche

$\Delta t$  ....Zeitdifferenz zwischen der 1. und 2. Messung einer Linie.

Für die Festlegung der Gewichte wurde der vereinfachte, für Nivellementmessungen übliche Ansatz

$$p = \frac{1}{L} \quad (2)$$

mit L als der Länge des Meßweges, gewählt. Als Unbekannte in der Ausgleichung werden die Geschwindigkeiten der einzelnen Knotenpunkte angesetzt. Das dadurch entstehende Ausgleichungsproblem ist ident mit der Ausgleichung eines Höhennetzes, nur daß anstelle der unbekanntes Höhen die Vertikalgeschwindigkeiten und anstelle der Höhenunterschiede die Geschwindigkeitsdifferenzen treten. Die Ausgleichung erfolgte mit dem Gauß-Markov Modell zwangsfrei unter Verwendung eines Datumspunktes:

$$A'PAv - A'P\Delta v = 0 \quad (3)$$

mit der Designmatrix A, der Gewichtsmatrix P, dem Vektor v der ausgeglichenen Vertikalgeschwindigkeiten und dem Vektor  $\Delta v$  der Beobachtungen.

Um eine von einem Datumspunkt unabhängige Genauigkeitsaussage zu erhalten, wurde auch eine freie Ausgleichung mit einer Zusatzbedingung durchgeführt.

## ERGEBNISSE

Die Ergebnisse beziehen sich auf den in die Ausgleichung eingeführten Datumspunkt und lassen sich durch eine eindimensionale Transformation prinzipiell auf jeden beliebigen Netzpunkt umrechnen. Das Böhmisches Massiv, welches als die stabilste geologische Formation Österreichs angesehen wird, bietet die besten Voraussetzungen für die Lage eines entsprechenden Datumspunktes. Es wurde die Stadtpfarrkirche in Freistadt als Referenzpunkt gewählt, da dieser Ort sehr zentral innerhalb des Böhmisches Massivs liegt und die tertiäre Aufschüttung in diesem Bereich sehr gering ist.

In Abb.4 sind die Ergebnisse für die Knotenpunkte des Netzes und einige wichtige Zwischenpunkte dargestellt. Die voll ausgefüllten Balken geben die Vertikalgeschwindigkeit an, die leeren Balken den auf den Datumspunkt bezogenen mittleren Fehler der Vertikalgeschwindigkeiten. Diese Karte zeigt Hebungen für den zentralen Teil des Alpenbereiches mit durchschnittlichen Werten von +1 mm/Jahr und maximalen Werten von +2,1 mm/Jahr in Mauterndorf (Salzburg). Geringfügige Hebungen treten im östlichen Alpenbereich sowie am südlichen und östlichen Rand des Böhmisches Massivs auf. Wie zu erwarten sind die östlichen und südlichen Beckenlandschaften Österreichs durch Senkungen vertreten, die im Bereich des Wiener Beckens Maximalwerte bis zu -1 mm/Jahr (Wr. Neustadt) erreichen. Für die übrigen Bereiche, wie die Molassezone, das westliche Böhmisches Massiv sowie der östliche Alpenrand, ergeben sich entweder geringfügige Hebungen oder Senkungen.

# Vertikalgeschwindigkeiten

- ☉ Bezugspunkt Freistadt ( $v = 0$ )
- Vertikalgeschwindigkeit (mm/Jahr)
- Standardabweichung (mm/Jahr)

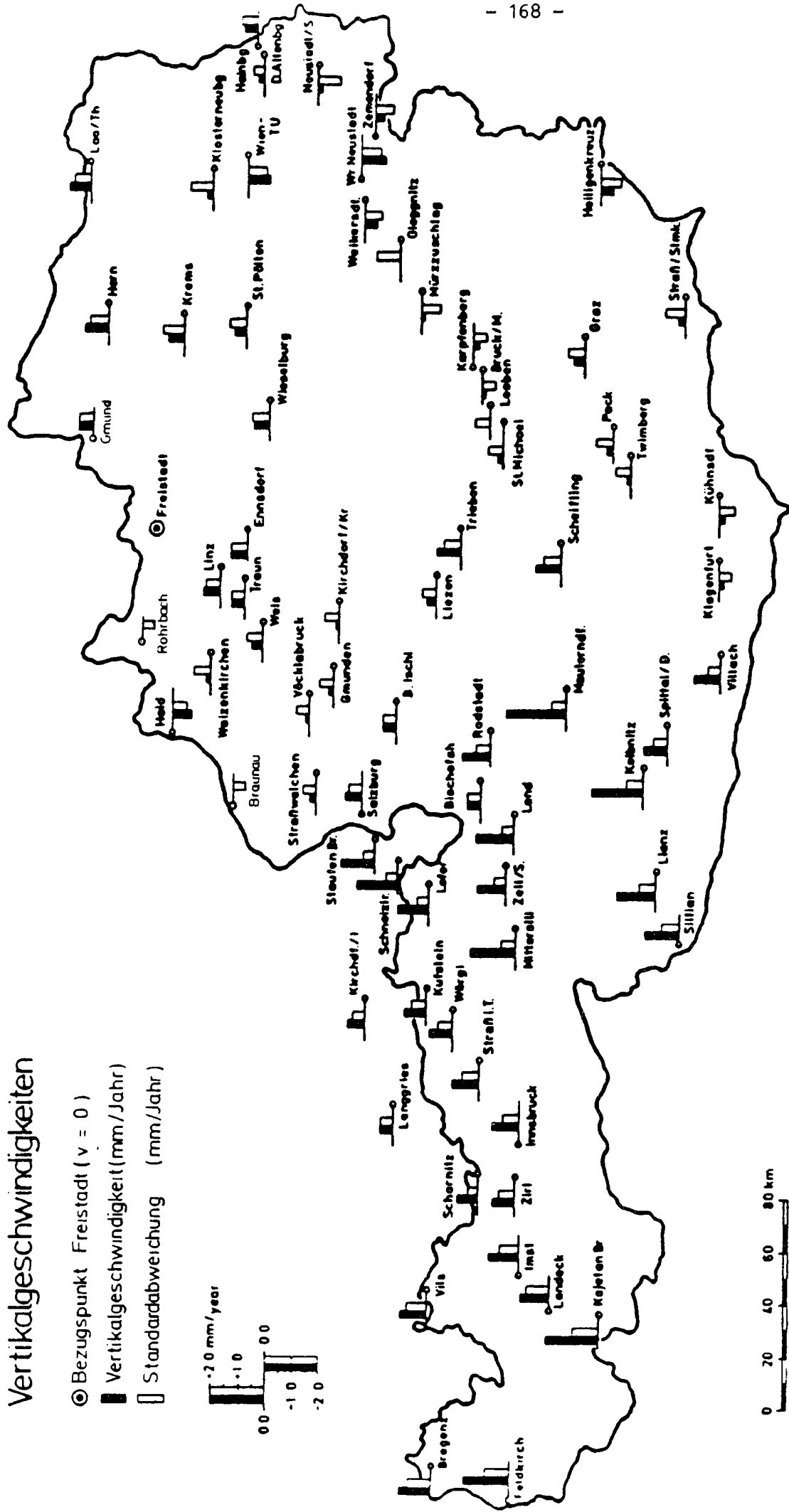
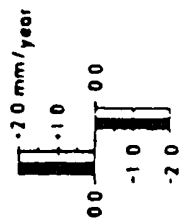


Abb 4. Rezente Höhenänderungen in Österreich

## GENAUIGKEIT UND ZUVERLÄSSIGKEIT DER ERGEBNISSE

Für die Berechnungen mit dem Datumspunkt in Freistadt ergibt sich eine Standardabweichung für die Vertikalgeschwindigkeiten von

$$m_0 = \pm 0,77 \text{ mm/Jahr}$$

und für den Ausgleich ohne Datumspunkt eine Standardabweichung von

$$m_0 = \pm 0,58 \text{ mm/Jahr.}$$

Es zeigt sich, daß nur im Bereich der Hohen Tauern (Mauterndorf, Lend, Mittersill) die Vertikalgeschwindigkeiten die doppelte mittlere Standardabweichung übersteigen und damit als signifikant angesehen werden können. Für den westlichen Netzteil liegen die Ergebnisse zwischen der einfachen und zweifachen Standardabweichung und sind daher als Trend zu betrachten. Alle übrigen Änderungen sind eher als zufällige Werte zu betrachten. Unter Verwendung der standartisierten Verbesserungen wurde ein von Pope entwickelter Ausreißertest (Pope, 1976) sowie ein Anpassungstest zur Untersuchung auf Normalverteilung durchgeführt. Der Pope-Test zeigt für eine Verbesserung einen an der Grenze zum Ausreißer liegenden Wert für den Bereich Lofer-Kufstein an, der jedoch aufgrund der schwachen Netzkonfiguration in diesem Bereich nicht entfernt wurde. Die Ergebnisse des Anpassungstests, der für eine Sicherheitswahrscheinlichkeit von 99% erfüllt wurde, sind in Abb.5 dargestellt.

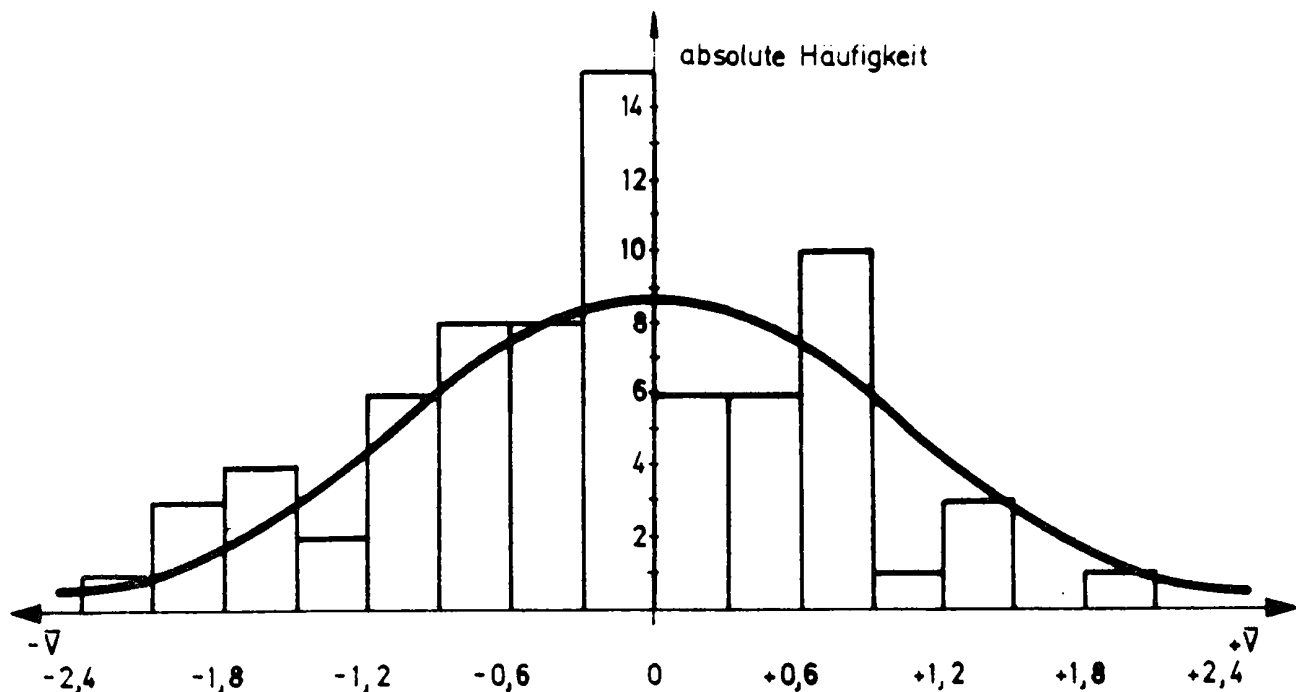


Abb.5: Histogramm der standartisierten Verbesserungen

Ein Vergleich kann auch mit früheren Berechnungen (Högerl, 1980) von vertikalen Krustenbewegungen durchgeführt werden. Bei diesen Berechnungen wurde im zentralen und östlichen Teil Österreichs ein Teilnetz des jetzt untersuchten Netzes verwendet. Im Gegensatz zu den früher untersuchten Messungen ist für das neue Netz durch zusätzliche Linien eine wesentliche Verstärkung der Netzstruktur, sowie in den nördlichen und östlichen Bereichen auch eine Erweiterung eingetreten. In Abb.6 sind die Vertikalgeschwindigkeiten aus dem Jahr 1987 denen aus 1980 in Form von Differenzen  $v_{1987}$  minus  $v_{1980}$  dargestellt. Es ergeben sich zwei Extremwerte von + 0,8 mm/Jahr für Wien und - 0,9 mm/Jahr für Klagenfurt. Diese beiden Differenzen liegen nur knapp über der Standardabweichung von  $\pm 0,77$  mm/Jahr für das neue Netz und liegen jeweils am Rand des Netzes.

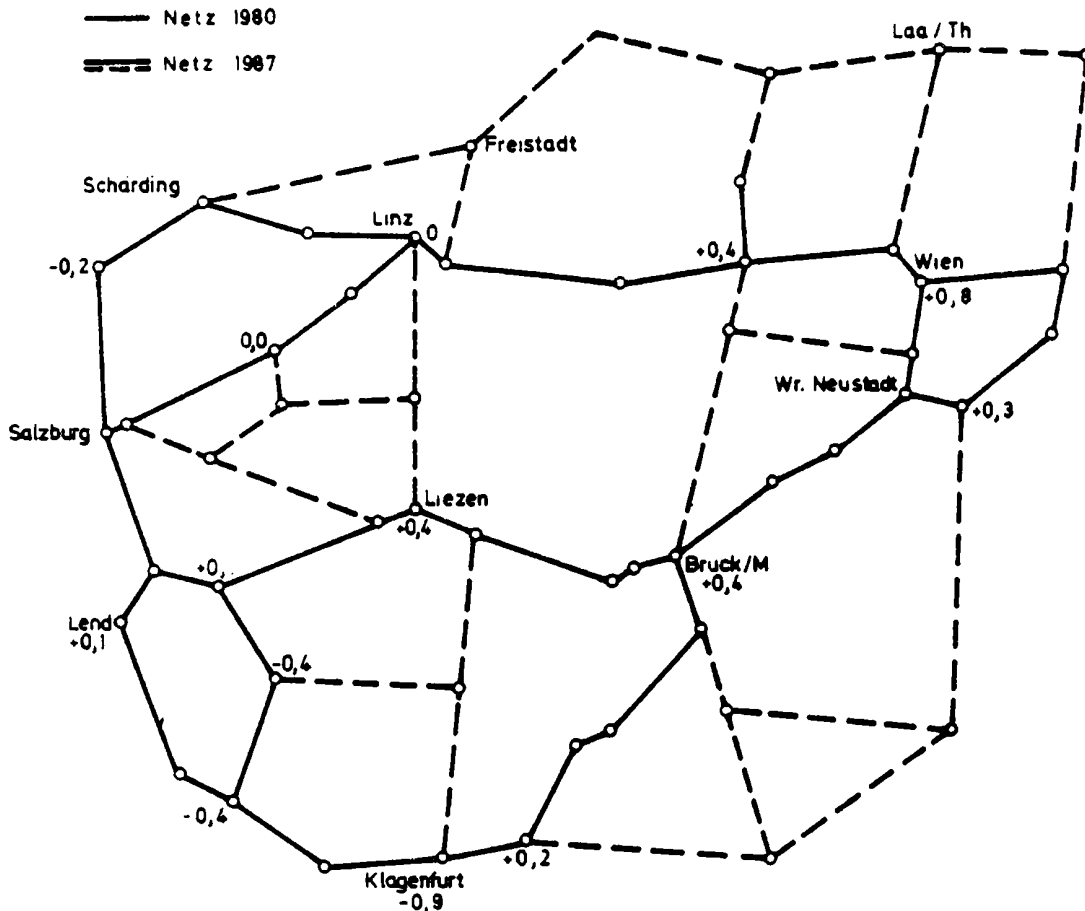


Abb.6: Differenzen der Vertikalgeschwindigkeiten in mm/Jahr

Ein Vergleich mit ähnlichen Untersuchungen benachbarter Länder zeigt jedoch gute Übereinstimmung in den Ergebnissen: Hebungen des Alpenbereiches von 1-2 mm/Jahr in Bezug auf das Böhmisches Massiv in Bayern (Weber, 1986) und ebensolche Hebungen in der Schweiz für die Alpen mit Bezug auf den Jura (Gubler, 1980).

#### AUSBLICK

Wünschenswert wäre die Einbeziehung aller zweifach gemessenen geologisch sicheren Punktvermarkungen, die zwischen den Knotenpunkten liegen. Dadurch wäre eine detaillierte Aussage auch für regionale Bereiche möglich. Bei Berücksichtigung dieser

Zwischenpunkte treten jedoch wesentlich größere Höhendifferenzen auf (bis zu 1800 m im gesamten Netz) als bei den bisherigen Untersuchungen. Ein Teil der dabei möglichen Fehler wird durch Differenzbildung eliminiert (Refraktion); für die maßstabsbedingten Einflüsse ist jedoch eine genaue Kenntnis eventueller Änderungen des Lattenmeters erforderlich. Auch ein Vergleich der Messungen aus 1948-1987 mit jenen aus 1873-1895 könnte, trotz geringerer Genauigkeit der älteren Messungen, aufgrund der großen Zeitdifferenz interessante Aufschlüsse über Höhenänderungen bringen. Eine gemeinsame Bearbeitung aller vorhandenen Messungen im alpinen Bereich könnte zu einer Verstärkung der Einzelnetze führen, wovon besonders der westliche Teil des österreichischen Netzes profitieren würde.

Die Durchführung weiterer Nivellementmessungen wird nur mehr für einzelne Linien möglich sein. Eine gesamte Übermessung des übergeordneten Höhennetzes wird aufgrund der hohen Kosten des Präzisionsnivellements, sowie neuer Meßtechnologien (Global Positioning System - GPS) höchstwahrscheinlich nicht mehr zustande kommen. Der Einsatz von GPS-Messungen für die Bestimmung von Lageänderungen (inklusive Höhenänderungen) beinhaltet jedoch noch viele ungeklärte Fragen, wie Stabilität des Referenzsystems, Refraktionseinflüsse, Verbindungsmessungen zwischen den Standpunkten des terrestrischen Netzes und dem GPS-Netz, sodaß durch GPS-Messungen kurzfristig keine wesentlichen Beiträge in Hinblick auf Größe und Lage der Vektoren von rezenten Lageänderungen der Erdoberfläche zu erwarten sind.

LITERATUR

- Gubler, E. (1980): Vertical Movements in Switzerland. Rock Mechanics Suppl. 9, Springer-Verlag 1980.
- Gubler, E. (1983): Persönliche Kommunikation.
- Höggerl, N. (1980): Repeated Levelling and Vertical Crustal Movements. Rock Mechanics Suppl. 9, Springer Verlag 1980.
- Höggerl, N. (1986): Die Ausgleichung des österreichischen Präzisionsnivelements. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft 4, 1986.
- Holdahl, S. (1975): Models and Strategies for Computing Vertical Crustal Movements in the United States. Preprint for the International Symposium on Recent Crustal Movements, Grenoble, France 1975.
- Lang, M. (1970): Lokale Beständigkeit der Höhe eines Präzisionsnivelementpunktes aus regionalen statistischen Untersuchungen. Vierte Fachtagung für Vermessungswesen in Wien, 1970.
- Pope, A. (1976): The Statistic of Residuals and the Detection of Outliers. NOAA Technical Report NOS 65 NGS 1, Rockville 1976.
- Weber, D. (1986): Persönliche Kommunikation, Oktober 1986.



---

Modellierung von Koordinaten- und Schwereänderungen im AGEDEN-Projekt

H. Lichtenegger

TU Graz

---

1. Einleitung

Die europäischen Beiträge zum globalen Krustendynamikprojekt der NASA werden im Rahmen von WEGENER (Working group of European Geo-scientists for the Establishment of Networks for Earthquake Research) koordiniert. Das Hauptaugenmerk der Studien richtet sich dabei auf den Mittelmeerraum, welcher bekanntlich das Kollisionsgebiet der Afrikanischen und Arabischen Lithosphärenplatte mit der Eurasischen Platte darstellt. In einer ersten Stufe wurde das Testgebiet mit einem Netz von festen und mobilen Stationen überzogen, in denen Laserbeobachtungen zu Satelliten durchgeführt werden und damit die Feststellung von Krustenbewegungen mit hoher Genauigkeit ermöglichen. Die Beobachtungen im großräumigen Lasernetz sollen durch Untersuchungen an geodynamisch interessanten Zonen im regionalen Bereich ergänzt werden. Als Beispiele für solche Gebiete seien Sizilien oder die Ägäis genannt.

Als österreichische Beiträge zum WEGENER-Projekt können die Beobachtungen des Institutes für Weltraumforschung (Observatorium Graz-Lustbühel) im europäischen Lasernetz und kleinräumige Untersuchungen an ausgewählten Störungslinien Österreichs unter Verwendung operativer Methoden der Satellitengeodäsie angesehen werden. Über letztere wird nachstehend berichtet. Dabei erfolgt zuerst eine generelle Darstellung des diesbezüglichen Projektes AGEDEN und auch die Beschreibung dreier ausgewählter Testgebiete. Dann werden Deformationsmodelle vorgestellt, welche als Eingangsparameter Koordinaten- und Schwereänderungen benutzen. Diese erlauben auch eine Kontrolle oder Verbesserung solcher Modelle, die auf rein physikalischen Annahmen, etwa über wirkende Kräfte oder rheologische Parameter basieren. In den abschließenden Bemerkungen sind noch Hinweise für in Zukunft wünschenswerte oder notwendige Ergänzungsmessungen enthalten.

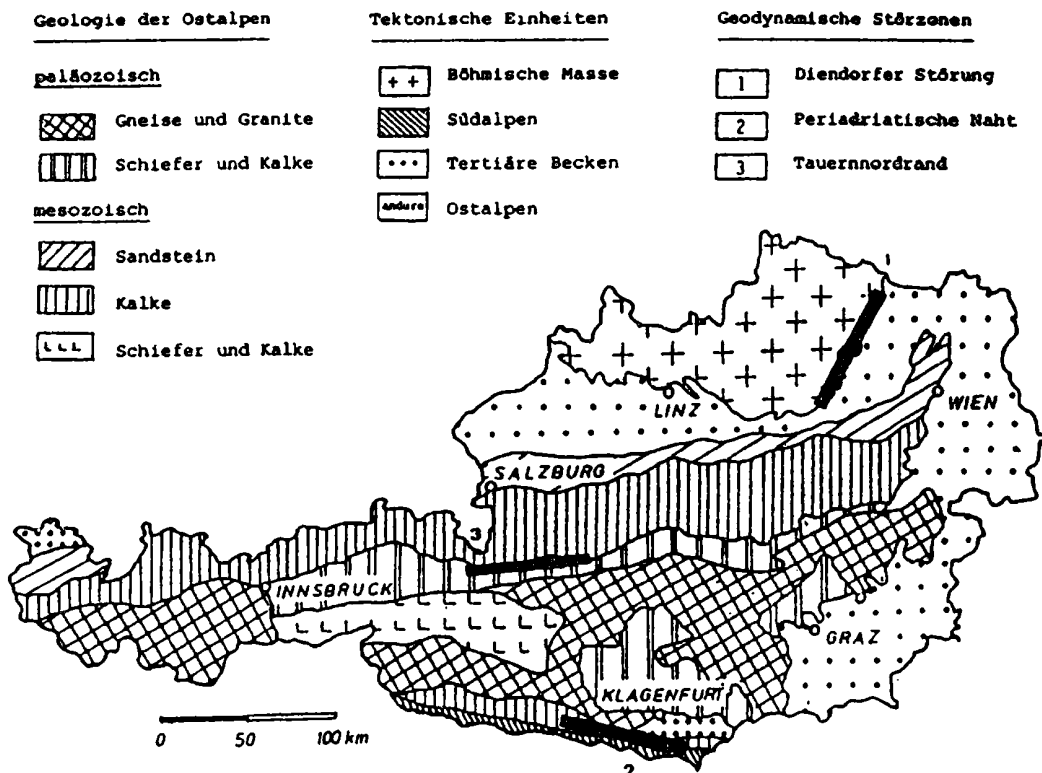
## 2. AGEDEN-Projekt

### 2.1. Projektziel

Die Zielsetzung von AGEDEN, ein Akronym für Austrian Geodynamic Deensification Network, liegt in der Schaffung regionaler Netze entlang von geodynamischen Störungszonen in Österreich. Diese Netze sollen wiederholt mit Hilfe des Globalen Positionierungssystems (GPS) ausgemessen werden. Um bei den Wiederholungsmessungen einen eindeutigen Bezug ("Datum") zu gewährleisten, sind die Netze auch in das bereits vorliegende GPS-Grundnetz von Österreich einzubinden.

### 2.2. Geodynamische Testgebiete

Da die Entwicklung der Ostalpen noch nicht abgeschlossen ist, laufen dort nach wie vor dynamische Vorgänge ab, welche sich an der Oberfläche entlang von Störungslinien abzeichnen. Von diesen wurden nach eingehender Beratung durch führende Geologen und Geophysiker drei als Testgebiete für geodynamische Studien ausgewählt. Es sind dies die Diendorfer Störung nordöstlich von Krems, die Periadriatische Naht im Bereich von Klagenfurt bis Villach, sowie der Tauernnordrand zwischen Schladming und Zell am See.

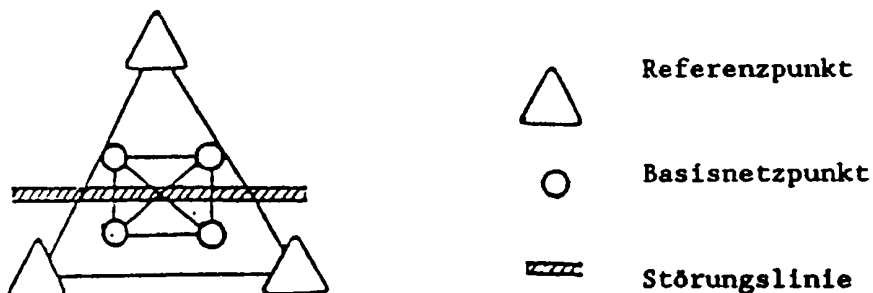


Figur 1: Geologische und tektonische Skizze Österreichs

Eine ausführliche Erläuterung der geologischen und tektonischen Situation, welche zur Wahl obiger Testgebiete führte, ist in Lichtenegger et al. (1989) zu finden. An dieser Stelle sei nur noch erwähnt, daß entlang der genannten Störzonen bereits in der Vergangenheit umfangreiche geodätische Beobachtungen in Form wiederholter Präzisionsnivellements oder wiederholter Ausmessung klassischer Netze durchgeführt wurden. Aus den bisher vorliegenden Ergebnissen sind Bewegungsraten in Lage und Höhe in der Größenordnung von Millimetern pro Jahr zu erwarten.

### 2.3. Geodätische Meßkampagne

Zur Erfassung der dynamischen Vorgänge wurden entlang der Störungslinien viereckige Basisnetze mit Seitenlängen um 50 km angelegt. Um diese Netze auch in das übergeordnete Referenzsystem einbinden zu können, waren außerhalb der Testgebiete jeweils drei weitere Punkte vorzusehen, so daß die Netzfigur schließlich die in Fig. 2 schematisch dargestellte Form erhielt.



Figur 2: Geodätische Netzfigur für geodynamische Studien

Die wiederholte Ausmessung der Netzfigur mittels GPS ermöglicht eine dreidimensionale Bestimmung der Bewegungen und weiters auch die voraussetzungslose Berechnung der Elemente einer homogenen Deformationsmatrix, vgl. Abschnitt 3.2.

Aus wirtschaftlichen Überlegungen kamen als Netzpunkte nur solche aus dem Festpunktfeld der Landesvermessung in Betracht. Bei der Punktauswahl im Gelände wurde vor allem darauf geachtet, daß lokale Bewegungen zufolge exogener Kräfte (Rutschungen, Erosionen, Frostbewegung) vermieden wurden. Außerdem kontrollierte das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (BEV) vor Beginn der Kampagne die ober- und unterirdischen Punktvermarkungen. Auf eine ausführliche Dokumentation der ausgewählten Punkte wird hier verzichtet und auf Lichtenegger et al. (1989) verwiesen.

Die Nullmessung von AGEDEEN wurde im Herbst 1987 mit insgesamt acht GPS-Empfängern des Typs TI 4100 durchgeführt, wobei an je einem Tag während etwa vier Stunden die Basisnetze entlang der drei Störungzonen samt ihren Referenzstationen ausgemessen wurden. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß an vier weiteren Tagen auch Punktbestimmungen im Interesse des BEV erfolgten.

### 3. Modelle

#### 3.1. Geometrische Eingangsparameter

Als Ergebnis der GPS-Auswertung liegen für Beobachtungspunkte dreidimensionale Koordinaten  $\underline{X} = (X, Y, Z)^T$  in einem globalen, geozentrischen Koordinatensystem vor. Durch Wiederholungsmessungen werden Koordinatenänderungen  $d\underline{X}$  bestimmt, welche nach orthogonaler Transformation in ein lokales System mit  $d\underline{x}$  bezeichnet seien. Mit den ellipsoidischen Koordinaten  $(\varphi, \lambda, h)$  gilt hierfür in sphärischer Näherung

$$d\underline{X} = \underline{R} \cdot d\underline{x} \quad (1.1)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cdot \cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\varphi \cdot \cos\lambda \\ -\sin\varphi \cdot \sin\lambda & \cos\lambda & \cos\varphi \cdot \sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

$$d\underline{x} = (a \cdot d\varphi, a \cdot \cos\varphi \cdot d\lambda, dh)^T = (dx, dy, dh)^T$$

wobei  $a$  der mittlere Erdradius ist und zur Berechnung von  $\underline{R}$  für ein Gebiet repräsentative Werte für die ellipsoidische Breite und Länge eingesetzt werden können. Die Komponenten von  $d\underline{x}$  können auch als Änderungen von ebenen, etwa Gauß-Krüger-Koordinaten  $(dx, dy)$  und der ellipsoidischen Höhe  $(dh)$  gedeutet werden. Sie können wegen der Orthogonalität der Matrix  $\underline{R}$  aus den vorgegebenen  $d\underline{X}$  sehr einfach berechnet werden:

$$d\underline{x} = \underline{R}^T \cdot d\underline{X} \quad (1.2)$$

Der Vollständigkeit halber soll noch erwähnt werden, daß ausgehend von den aus der Ausgleichung folgenden Kovarianzen für die GPS-Koordinaten  $\underline{X}$  über die Kovarianzfortpflanzung auch solche für  $d\underline{x}$  folgen, welche unter anderem auch eine Signifikanzprüfung der lokalen Koordinatenänderungen  $(dx, dy, dh)$  erlauben.

### 3.2. Modell für Lageänderung

Als geometrisches Modell zur Beschreibung von Deformationen im Zusammenhang mit regionaler oder lokaler Geodynamik bietet sich das Verfahren der Deformations- und Strainanalyse an, wobei die aus den Beobachtungen abgeleiteten Koordinatenänderungen  $d\underline{x}$  an den Netzpunkten durch ein Verzerrungsmodell beschrieben werden.

Für einen beliebig wählbaren Referenzpunkt  $\underline{x}$  im Netz werden die Koordinatenänderungen  $d\underline{x}$  ident einem ortsabhängigen Verschiebungsvektor  $\underline{u}(\underline{x})$  gesetzt. Für einen benachbarten Punkt  $\underline{x}' = \underline{x} + \Delta\underline{x}$  sei die zugehörige Koordinatenänderung mit  $d\underline{x}'$  bezeichnet. Diese kann in eine Taylorreihe entwickelt werden und für die relative Koordinatenänderung  $\Delta(d\underline{x})$  folgt schließlich, vgl. Lichtenegger und Sünkel (1989):

$$\Delta(d\underline{x}) = d\underline{x}' - d\underline{x} = \frac{\partial \underline{u}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \cdot \Delta\underline{x} = \underline{u}_{\underline{x}} \cdot \Delta\underline{x} \quad . \quad (2)$$

Die Gl. (2) ist allgemein für den dreidimensionalen Raum gültig und beinhaltet nur die Einschränkung, daß die Verschiebungsgradienten als Elemente der Jacobi-Matrix  $\underline{u}_{\underline{x}}$  im betrachteten Gebiet ortsunabhängig sind. Im homogenen Fall bleibt nämlich in der Taylorreihenentwicklung nur das lineare Glied bestehen.

Die Bestimmungsgleichung (2) ist im allgemeinen für die vertikalen Gradienten von  $\underline{u}$  wesentlich schlechter konditioniert, daher wird in der praktischen Anwendung die Deformationsanalyse getrennt nach Lage und Höhe durchgeführt. Für den zweidimensionalen Fall ergibt die Aufspaltung der Deformationsmatrix  $\underline{u}_{\underline{x}}$  in einen symmetrischen (Tensor) und schiefsymmetrischen (Axiator) Anteil folgendes System:

$$\underline{u}_{\underline{x}} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{u}_{\underline{x}} + \underline{u}_{\underline{x}}^T) + \frac{1}{2} \cdot (\underline{u}_{\underline{x}} - \underline{u}_{\underline{x}}^T) = \underline{U} + \underline{A} \quad . \quad (3)$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{12} & u_{22} \end{bmatrix} ; \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ -a_{12} & 0 \end{bmatrix}$$

Die Matrix  $\underline{U}$  wird Verzerrungs- oder Straintensor genannt. Die Diagonalglieder bedeuten Dehnungen oder Stauchungen, durch  $u_{1,2}$

wird die Scherung beschrieben. Das Element  $a_{12}$  des Axiators kann geometrisch als eine differentielle Drehung interpretiert werden, welche jedoch als Parameter einer Starrkörperbewegung die relative Lageänderung nicht beeinflusst. Werden die unbekannt Parameter im Vektor  $\underline{p}$  zusammengefaßt, dann kann Gl.(2) auch in der Form

$$\Delta(\underline{dx}) = \underline{dx}' - \underline{dx} = \underline{H} \cdot \underline{p} \quad (4)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y & 0 & \Delta y \\ 0 & \Delta x & \Delta y & -\Delta x \end{bmatrix}$$

$$\underline{p} = (u_{11}, u_{12}, u_{22}, a_{12})^T$$

geschrieben werden. Darin bedeutet  $\Delta(\underline{dx})$  die meßbare relative Lageänderung eines Netzpunktes bezogen auf den Referenzpunkt, durch  $\underline{\Delta x} = (\Delta x, \Delta y)$  wird der bekannte Vektor zwischen den beiden Punkten beschrieben. Das System (4) ergibt bei  $n$  Beobachtungspunkten  $2 \cdot (n-1)$  lineare Bestimmungsgleichungen für die vier unbekannt Elemente von  $\underline{p}$ . Diese lassen sich daher bei aus drei Punkten bestehenden Netzen direkt, bei mehr Punkten hingegen durch eine Ausgleichung bestimmen. In beiden Fällen werden die Koordinatenänderungen  $\Delta(\underline{dx})$  als Pseudo-Beobachtungen eingeführt.

Nach einer orthogonalen Transformation folgt die Diagonalform  $\underline{U}^*$  des Verzerrungstensors:

$$\underline{U}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & 0 \\ 0 & u_{22}^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

Die Elemente  $u_{11}^*$  ergeben sich aus den Beziehungen

$$\begin{aligned} u_{11}^* &= \frac{1}{2} \cdot (u_{11} + u_{22}) + \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (u_{11} - u_{22})\right]^2 + u_{12}^2} \\ u_{22}^* &= \frac{1}{2} \cdot (u_{11} + u_{22}) - \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (u_{11} - u_{22})\right]^2 + u_{12}^2} \end{aligned} \quad (6.1)$$

und stellen die Achslänge der Verzerrungsellipse dar. Die zugehörigen Achsrichtungen sind durch den Winkel  $\beta$

$$\tan(2\beta) = \frac{2 \cdot u_{12}}{(u_{11} - u_{22})} \quad (6.2)$$

definiert. Hingewiesen wird noch, daß in Gl. (6.1) der jeweils zweite Term der rechten Seite sich aus der direkten und einer indirekten Scherungskomponente zusammensetzt. Deren Verhältnis definiert in Gl. (6.2) die Achsrichtung.

Das physikalische Modell zur Beschreibung von Deformationen geht vom Spannungs- oder Stresstensor  $\underline{P}$  aus. Seine Diagonalglieder sind reine Zug- oder Druckspannungen, der Term außerhalb der Hauptdiagonale beschreibt die Scherspannung. Eine analoge Vorgangsweise wie oben führt auf die Definition der Spannungsellipse, wobei im isotropen Fall die Achsen von Spannungs- und Verzerrungsellipse zusammenfallen müssen.

Der Zusammenhang zwischen Strain- und Stresstensor und deren zeitlichen Variationen wird durch eine rheologische Funktion gegeben. Für den eine elastische Feder simulierenden Hookeschen Körper wird die rheologische Funktion mit den Laméschen Parametern  $\mu, \lambda$  durch Gl. (7.1) beschrieben. Für den Newtonschen Körper, welcher die Bewegung eines Kolbens in einer viskosen Flüssigkeit simuliert, gilt mit dem Viskositätsparameter  $\nu$  die Gl. (7.2):

$$\underline{P} = 2\mu \cdot \underline{U} + \lambda \cdot \text{Sp}(\underline{U}) \cdot \underline{I} \quad (7.1)$$

$$\underline{P} = 2\nu \cdot \dot{\underline{U}} \quad (7.2)$$

Die Deformationen im Bereich der Kruste zeigen für kurzzeitige Spannungen (z.B. zufolge Gezeiten) elastisches, für langzeitige Spannungseinwirkungen (z.B. zufolge Tektonik) hingegen viskoses Verhalten. Sie lassen sich daher gut durch einen sogenannten Maxwell'schen Körper modellieren, der sich aus einer Serienschaltung von Hookeschen und Newtonschen Körpern ergibt.

Der aus geodätischen Messungen abgeleitete Verzerrungstensor beschreibt daher nicht nur das Deformationsfeld auf direktem Weg, er erlaubt auch eine Kontrolle physikalischer Modelle und ist daher gut zur Interpretation dynamischer Vorgänge geeignet.

### 3.3. Modell für Höhen- und Schwereänderung

Zwischen der ellipsoidischen Höhe  $h$  und der orthometrischen Höhe  $H$  besteht über die Geoidhöhe oder Undulation  $N$  der einfache funktionale Zusammenhang:

$$h = H + N \quad (8)$$

Die bei der praktischen Deformationsanalyse ausgeklammerte ellipsoidische Höhenänderung  $dh$  enthält daher mit  $dH$  und  $dN$  zwei, vorerst nicht trennbare Anteile.

Die Undulation  $N$  wird bekanntlich durch die Formel von Stokes in Funktion der gemessenen und auf das Geoid reduzierten Oberflächenschwere  $g$  ausgedrückt.

$$N = N(g, H) \quad (9)$$

Eine Undulationsänderung  $dN$  wird daher durch eine Schwereänderung  $dg$  und eine Höhenänderung  $dH$  (oder  $dh$ ) verursacht. Werden für regionale Gebiete hierfür repräsentative Werte eingesetzt, kann das Stokes'sche Integral für diese gelöst werden. So folgt z.B. für ein Gebiet mit dem Radius 100 km in mittleren Breiten:

$$dN = 0.10 dg + 0.031 dh \quad (10)$$

In obiger Gleichung sind für die geometrischen Größen  $dN$  und  $dh$  die Dimension Meter, für die Schwereänderung  $dg$  die Dimension Milligal einzuführen.

Sind also Schwere- und Höhenänderung gemessen, dann folgt aus Gl. (10) die Undulationsänderung  $dN$  und die beiden Höhenänderungen  $dh$  und  $dH$  lassen sich auf sehr ökonomische Weise trennen. Wird hingegen neben  $dh$  auch die orthometrische Höhenänderung  $dH$  durch wiederholtes Nivellement gemessen, ergibt sich über die Gl. (8) die Undulationsänderung  $dN$  und damit über die Gl. (10) die Schwereänderung  $dg$ .

Die gemessene oder wie oben berechnete Schwereänderung  $dg$  kann in Verbindung mit  $dh$  oder  $dH$  unmittelbar einer geodynamischen Interpretation zugeführt werden. Mit den früher eingeführten Dimensionen gelten nämlich die folgenden Modelle:



$$dh = -3.2 dg \quad (11.1)$$

$$dh = -5.0 dg \quad (11.2)$$

$$dh = 0 \quad (11.3)$$

Die erste Gleichung stellt die inverse Freiluftkorrektur dar und entspricht daher einer Höhenänderung ohne Massenverlagerung. Die zweite Gleichung berücksichtigt neben der Höhenänderung auch eine Massenverlagerung, wobei diese durch eine ebene Bouguerplatte angenähert wurde. Die letzte Gleichung schließlich beschreibt eine Massenverlagerung ohne Höhenänderung.

Aus den Ausführungen ist klar erkennbar, daß eine Interpretation von geometrischen Höhenänderungen ohne physikalische Zusatzinformation in Form von Schwereänderungen nicht möglich ist. Damit kommt aber den Schweremessungen eine wichtige Rolle bei der Modellbildung zu, dies auch deshalb, weil mit modernen Absolutgravimetern bekanntlich bereits Genauigkeiten erzielt werden, die einer Höhenänderung im Millimeterbereich entsprechen.

#### 4. Abschließende Bemerkungen

Die bislang erzielten relativen Genauigkeiten mit GPS liegen im lokalen Bereich bei etwa  $\pm 1$ ppm. Dies wird auch aus den bereits vorliegenden Ergebnissen der Nullmessung von AGEDEN bestätigt. Das bedeutet aber auch, daß bei Basislinien um 50 km und erwarteten Bewegungsraten im Millimeterbereich pro Jahr eine gesicherte geodynamische Interpretation erst nach mehreren Jahren möglich wird. Es ist daher wünschenswert, in den Störzonen auch einzelne hochpräzise horizontale oder vertikale Basislinien nach klassischen Verfahren auszumessen. Weiters könnten durch lokale Extensometer- oder In-situ-Spannungsmessungen auf direktem Weg Elemente des Strain- oder Stresstensors bestimmt werden. Unbedingt notwendig hingegen ist die Durchführung von absoluten Schweremessungen in den drei Testgebieten, dies sollte vorrangig bei der Einsatzplanung für das österreichische Absolutgravimeter berücksichtigt werden.

## 5. Literatur

Lichtenegger, H.; P.Pesec; G.Stangl (1989): Geodynamische Verdichtungsnetz-Kampagne (AGEDEN). In: Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 65, Seiten 39-60.

Lichtenegger, H.; H.Sünkel (1989): Mathematisch-geophysikalische Modelle. In: Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 65, Seiten 61-80.

## Anmerkung

Das AGEDEN-Projekt ist Teil eines vom österreichischen Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung finanziell unterstützten Projektes mit dem Titel "Dynamik der Erdkruste im Mittelmeerraum: Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt" (P5947). Die in der Literaturliste aufgeführte Folge 65 der Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz stellt auch den vorläufigen Abschlußbericht für dieses Projekt dar.

---

## Leistungsfähige Numerische Algorithmen für Geodätisch-Geophysikalische Anwendungen

W.-D. Schuh

TU Graz

---

### Zusammenfassung

Weiterentwicklungen in der numerischen Mathematik und leistungsfähige Rechenwerkzeuge eröffnen neue Möglichkeiten der Analyse von Daten und Modellen. Somit können komplizierte und rechenintensive Modellansätze für Untersuchungen herangezogen werden. Aber auch die Verarbeitung von großen Datenmengen in einem Guß ist in immer komfortablerer Form möglich. Hier soll ein Überblick von Arbeiten auf diesem Gebiet gegeben werden.

### 1. Einführung

Immer schwierigere und umfangreichere Problemstellungen werden der automationsgestützten Berechnung übertragen, wobei nicht nur eine Berechnung der Lösung, sondern gleichzeitig eine Analyse der Eingangsdaten, die Überprüfung von Modellen und eine möglichst leicht erfaßbare Ausgabe gefordert werden. Händische Überprüfungen sind bei den vorliegenden Datenmengen ein unmögliches Unterfangen. Wenn man zum Beispiel die 60.000 Schweremessungen, die für das österreichische Bundesgebiet vorliegen und zur Geoidberechnung 1987 herangezogen wurden, betrachtet (*H. Sünkel u.a. (1987)*) und überlegt, daß dies einem Ausdruck von 6000 m (40 Zeichen ( $\approx 10\text{cm}$ ) pro Messung) entspricht, so erkennt man die Hoffungslosigkeit einer händischen Überprüfung. Man kann zwei Wege einschlagen, um diese Datenmengen zu bewältigen. Ein Weg stellt eine bestmögliche graphische Aufbereitung der Daten dar, wodurch der Bearbeiter, auf Grund der ausgeprägten Fähigkeit Bilder zu erfassen, in die Lage versetzt wird, die Überprüfung der Eingabedaten und die Interpretation der Ergebnisse durchzuführen. Ein anderer Weg ist durch die Erfassung der Überprüfungskriterien in entsprechenden mathematischen Modellen gegeben, sodaß der Datentest weitgehend automatisiert werden kann. Der Bearbeiter bekommt zusammengefaßte Ergebnisse und wird

durch Analyseprogramme auf kritische Punkte (Datenfehler, Modellinkonsistenzen) hingewiesen. Erst wenn die Berechnung entsprechend aufbereitet und in einer absehbaren Zeit wiederholbar ist, wird es für den Bearbeiter verlockend, Eingabefehlern auf die Spur zu kommen und durch genauer angepaßte Modelle seine Ergebnisse zu verbessern. Dieser Idealfall einer Bearbeitung von Meßergebnissen setzt neben einem geschulten Bearbeiter leistungsfähige Modelle und deren Umsetzung für die automatischen Berechnungen voraus.

Weiterentwicklungen in der numerischen Mathematik und der rasante Fortschritt auf dem Gebiet der Datenverarbeitungsanlagen eröffnen neue Möglichkeiten der Analyse von Daten und Modellen. Komplizierte und rechenintensive Modellansätze können für Untersuchungen herangezogen werden, aber auch die Verarbeitung von großen Datenmengen in einem Guß ist in immer komfortablerer Form möglich. Hier soll eine Überblick von Entwicklungen der letzten Jahre, von neuen und zukünftigen Forschungsarbeiten im Bereich der automationsgestützten Verarbeitung von Meßergebnissen gegeben werden. Schwerpunkt stellt dabei sowohl die Datenanalyse und Modellbildung als auch die Lösung der Systeme dar. Diese Arbeit konzentriert sich im wesentlichen auf die Auswertung bei Netzwerken und auf Feldberechnungen. Verschiedene Lösungsansätze werden herausgearbeitet, und an konkreten Anwendungen wird die Wirksamkeit der verwendeten Algorithmen demonstriert.

## 2. Modellbildungen

Netzwerke sind aus zwei Komponenten aufgebaut: Eine meist große Anzahl von Knoten wird durch Kanten miteinander verbunden. Die Kanten können dabei als gerichtete Größen (z.B. Höhen-, Schwere- oder Koordinatenunterschiede, Richtungen usw.) oder ungerichtete Größen (Strecken usw.) auftreten. Aber auch paarweise verknüpfte Kanten (Winkeln, Streckenunterschiede usw.) und verknüpfte Gruppen von Kanten (Richtungssätze, Streckensätze usw.) können im Netz enthalten sein. Wesentlich ist dabei, daß nur wenige Verknüpfungen (im statistischen Sinn) vorhanden sind, die hauptsächlich im lokalen Bereich zu örtlich benachbarten Knoten wirken. Die Aufgabenstellung bei vielen Anwendungen ist dadurch gegeben, daß Meßwerte für die Kanten vorliegen, um

daraus unbekannte Knotenparameter überbestimmt und somit kontrolliert rückzurechnen. Da keine Messung unbeeinflusst von systematischen und zufälligen Größen durchgeführt werden kann und außerdem interne Gerätefehler oder Bedienungsfehler unumgänglich sind, können die unbekannt Parameter nicht konsistent (widerspruchsfrei) aus allen Messungen rückgerechnet werden. Durch Vorgaben über das Verhalten der systematischen und zufälligen Meßanteile ermittelt man 'bestmögliche' Parameter aus dem vorhandenen Datenmaterial. Sind systematische Meßanteile durch physikalische oder elektronische Phänomene erklärbar, so kann die Berücksichtigung innerhalb der Berechnung durch deterministische Ansätze modelliert werden (konstanter und proportionaler Anteil bei Streckenmessungen, Uhrenfehler, Verzeichnungen bei Abbildungen, Ausgleichstiefe bei der topographisch-isostatischen Reduktion usw.). Erscheint eine signifikante Berechnung nicht möglich, da die Daten die Einflüsse nicht repräsentativ beschreiben, so kann man die Meßwerte durch Standardmodelle, die durch zusätzliche Informationen (Temperatur, Luftdruck, Geländemodelle usw.) gestützt werden, reduzieren (atmosphärische Reduktion, topographisch-isostatische Reduktion). Numerisch problematisch erscheint das bei den GPS-Messungen durchgeführte Verfahren, durch Differenzbildung von Messungen systematische Anteile (Ionosphäre) zu eliminieren. Die verbleibenden Pseudomessungen weisen nur einen sehr verringerten Informationsgehalt auf, da der relative Restfehler der Pseudomessungen vergrößert und durch die Korreliertheit verschleppt wird. Kann kein deterministischer Ansatz die systematischen Fehleranteile erfassen, da diese eher zufälligen Einflüssen unterliegen, so eignet sich der sehr rechenintensive Ansatz über stochastische Modelle (empirische Kovarianzfunktionen) und eine Kollokationslösung zur Ermittlung und Modellierung der systematischen Meßanteile.

Der verbleibende, rein zufällige, unkorrelierte Meßanteil (white noise) wird durch externe Genauigkeitsabschätzungen oder die Relativierung einzelner Meßgenauigkeiten untereinander abgeschätzt. Die unkorrelierten Einflüsse werden in einer Diagonalmatrix als Gewichtsansatz oder als Kovarianzansatz modelliert. Für die 'bestmögliche' Berechnung der Parameter muß noch eine zusätzliche Annahme über das statistische Verhalten der zufälligen Meßanteile vorgegeben werden. Unter der idealen

Voraussetzung, daß unendlich viele, gleich große Fehlereinflüsse den zufälligen Meßanteil hervorrufen, beschreibt die Normalverteilung das statistische Verhalten am besten. Auf Grund der Methode der maximalen Mutmaßlichkeit (maximum Likelihood-Methode) kann die 'bestmögliche' Berechnung der Parameter durch Minimierung der gewichteten Quadratsumme der Verbesserungen (Gauß'sches Minimumsprinzip, L2-Norm) erreicht werden. Empirische Untersuchungen der zufälligen Anteile zeigen jedoch, daß diese idealen Voraussetzungen und somit die Normalverteilung nur in wenigen Fällen wirklich vorhanden sind. Wie verschiedene Arbeiten (*Carosio (1979)*, *Borutta (1988)*, *Caspary (1988)*) zeigen, weist die Minimierung nach dem Gauß'schen Minimumsprinzip die unangenehme Eigenschaft auf, daß sie für nicht normalverteilte Daten kein sehr stabiles Verhalten zeigt und gegenüber robusten Verfahren bei annähernd normalverteilten Daten oder Mischverteilungen schlechte Ergebnisse erzielt. Durch Minimierung sowohl des Einflusses der Verteilung als auch der groben Datenfehler auf das Berechnungsergebnis stößt man auf robuste Berechnungsverfahren, die durch Iteration und Neugewichtung auch bei nichtidealen Voraussetzungen stabile Ergebnisse liefern (*Huber (1977)*, *Hampel (1983)*). Geodätische Anwendungen der Neugewichtungsmethode wurden durch *Krarpup u.a. (1980)* initiiert und sind inzwischen als 'Dänische Methode' weitverbreitet. Robuste Ausgleichsverfahren mit Hilfe der Minimierung der Absolutsumme der Verbesserungen (L1-Norm) und entsprechende Rechenvorschriften der linearen Programmierung haben ebenfalls einen festen Platz bei den Analysetechniken von Netzen (*Fuchs (1980),(1982)*, *Kampmann (1986),(1988)*).

### 3. Numerische Behandlung

Bei der numerischen Behandlung all dieser Ansätze stößt man auf manche Gemeinsamkeiten, aber auch auf spezielle Eigenheiten bei einzelnen Problemstellungen. Den meisten Aufgaben liegt die Lösung eines symmetrischen, positiv definiten Gleichungssystems zugrunde. Wegen des netzwerkartigen Aufbaus und der nur lokal vorhandenen Kanten sind viele Systeme extrem schwach besetzt. Durch Ausnutzung dieser Eigenschaft ist es möglich, die quadratisch anwachsende Speicheranforderung bei vollen Matrizen auf lineare Anforderungen zu senken. Entscheidend dabei ist es, während des Lösungsverfahrens diese

schwache Besetztheit bestmöglich zu bewahren.

Bei den iterativen Lösungsmethoden stellt dies keine Schwierigkeit dar, da die Matrizen nur multiplikativ verwendet werden. Die deshalb gerne verwendete Methode der konjugierten Gradienten eignet sich ausgezeichnet als schnelles Lösungsverfahren bei schwach besetzten Systemen (*Gründig (1980)*). Bedingt durch spezielle Eigenschaften von netzwerkartigen Systemen wird eine hohe Nachbarschaftsgenauigkeit schon nach wenigen Iterationen erlangt. Das Konvergenzverhalten sowie die Abschätzung von globalen Ungenauigkeiten verursachen jedoch Probleme (*Schuh (1984b)*), die auch durch verfeinerte Methoden (Vorkonditionierung (*Benciolini u.a. (1981)*) nicht gänzlich zu beseitigen sind. Bei Ausnutzung der positiven Eigenschaften (schnelle lokale Konvergenz) eignet sich diese Methode besonders für alle Neugewichtungsmethoden (*Fuchs u.a. (1983)*, *Schuh (1984a)*).

Um die schwache Besetztheit bei direkten Lösungsverfahren bestmöglich ausnützen zu können, bedient man sich eines einfachen Hilfsmittels. Durch eine Umordnung der Reihenfolge der Unbekannten (betrifft Zeilen und Spalten in gleicher Weise, um die Symmetrie zu erhalten) versucht man die Anzahl der Nullelemente während des Lösungsprozesses möglichst groß zu halten. Man erreicht damit eine Einsparung an Speicherplatz und Rechenzeit und erzielt zusätzlich ein günstigeres Verhalten der Rundungsfehler (*Meissl (1980)*). Von den drei verwendeten Methoden (Verfahren nach dem Grad der Knoten, band- oder profilorientierte Verfahren) haben sich in der geodätischen Anwendung die profilorientierten Verfahren als am leistungsfähigsten herauskristallisiert (*Benning (1986)*). An Umordnungsalgorithmen werden das weitverbreitete, einfachere Verfahren von Cuthill-McKee (reversed Cuthill-McKee) (*Cuthill (1972)*) und das leistungsfähigere Verfahren nach Snay (*Snay (1976)*, *Schuh (1981)*) verwendet. Die Lösung erfolgt durch ein speziell adaptiertes Cholesky-Verfahren, welches auf die variable Bandbreite bei der Speicherung und Berechnung Rücksicht nimmt (*Meissl (1982)*, *Poder und Tscherning (1973)*). Die Inverse innerhalb des Profils, also zumindest die Elemente zwischen allen Nachbarpunkten, kann durch ein auf *Hanson (1978)* zurückgehendes Verfahren rekursiv ermittelt werden. Wenn die dadurch erzielte Einsparung an Speicherplatz

( $n \cdot b$  anstatt  $n^2/2$ ) und Rechenzeit ( $n \cdot b^2$  anstatt  $n^3/6$ ;  $n$  = Anzahl der Unbekannten,  $b$  = mittlere Bandbreite) bei sehr großen Systemen nicht ausreicht, so kann auf die Methode der Helmert-Blockzerlegung (Nested Dissection) (George und Liu (1981)) übergegangen werden, wodurch eine parallele Berechnung mit mehreren Recheneinheiten gleichzeitig ermöglicht wird.

Bei sehr großen Gleichungssystemen, die aus Approximationsansätzen stammen, kann der Übergang auf regelmäßige Gitterstrukturen die Berechnung erleichtern oder auch erst ermöglichen. Die durch Kollokationsansätze so entstehenden Kovarianzmatrizen weisen zirkulierende oder Toeplitz-Strukturen auf und können mit sehr platzsparenden, schnellen Algorithmen gelöst werden. Toeplitz-Systeme können rekursiv mit einem Rechenaufwand von quadratischer Ordnung berechnet werden. Zirkulierende Systeme können durch Diskrete Fast Fourier Transformationen unter besten Voraussetzungen in einer Ordnung  $n \cdot \log n$  gelöst und invertiert werden. Bedingt durch Verwendung von Funktionen mit endlichen Trägern als Basisfunktionen (Finite Elemente, Splines) oder als Kovarianzfunktionen (Finite Kovarianzfunktionen (Sansó und Schuh (1987))) können auch bei Approximationsverfahren schwach besetzte, meist bandähnliche Matrizen erzeugt werden. Die sich anbietenden Lösungsmöglichkeiten sind Bandalgorithmen oder Blockbandalgorithmen bei unregelmäßigen Strukturen. Für regelmäßige Strukturen ist es gelungen, eine Rechenvorschrift zu entwickeln, die Bandtoeplitzmatrizen streng mit einem Rechenaufwand der Ordnung ( $n \cdot \log n$  bzw.  $b^2$ ) löst. Die Rechenzeiten für 30.000 Unbekannte, bei einer Bandbreite von 3000, liegen bei einem Minicomputer bei etwa 2 Minuten (institutseigener Rechner VAX 3200).

Neben der einmaligen Berechnung der Lösung von symmetrischen, positiv definiten Gleichungssystemen tritt bei den robusten Schätzverfahren ein dynamischer Aspekt in den Vordergrund. Das Gleichungssystem unterliegt Veränderungen in den Koeffizienten (Neugewichtungen, Elimination von groben Ausreißern), oder es wird auf eine andere Zusammenstellung der Unbekannten durch andere zugrundegelegte Modelle übergegangen. Ist vorweg bekannt, daß ein dynamisches Verfahren bei der Berechnung verwendet wird, kann man sich spezieller numerischer Techniken bedienen.



Die Möglichkeiten bei Änderung der Koeffizienten sind vielfältig und reichen von inversionsfreien Verfahren, um den Einfluß einzelner Beobachtungen hinzuzufügen oder zu eliminieren (Formel von *Sherman-Morrison-Woodbury*), bis zu iterativen Möglichkeiten der Berechnung der neuen Lösung oder der veränderten Inversen (*Schmitt (1985)*). Austauschverfahren eignen sich zum Übergang auf unterschiedliche Gruppen von Unbekannten. Der Austauschschritt bildet deshalb auch die Grundlage des Simplexverfahrens, des Universallösungsverfahrens der linearen Programmierung (*Danzig (1966)*). Alle Versuche, den Simplexalgorithmus bzw. das revidierte Simplexverfahren durch leistungsfähigere Methoden zu ersetzen, zeigten keinen Erfolg (*Strang (1986)*). Verbesserte Verfahren für spezielle Situationen konnten zwar gefunden werden, jedoch kein universell einsetzbares Verfahren. Zur Minimierung der Absolutsumme von Verbesserungen wurde von Barrodale und Roberts ein Verfahren vorgestellt, das wegen der gleichzeitigen und vereinfachten Behandlung mehrerer Optimierungsschritte während eines Austauschschrittes eine Speicherplatz- und Rechenzeitersparnis bringt (*Barrodale und Roberts (1983)*, *Fuchs (1980)*). Bei eindimensionalen Netzen (z.B. Höhen- und Schwerenetze) konnte durch Umformungen eine Überführung des L1-Ausgleichsproblems in ein Transportproblem verwirklicht werden, womit der mächtige Rechenapparat dieser Optimierungsverfahren für unsere Problemstellungen erschlossen werden konnte. Eindimensionale Netze können mit kapazitiven Zirkulationsflußalgorithmen gelöst werden. Der Rechenaufwand weist eine Ordnung von  $n \cdot m \cdot \log m$  (m...Anzahl der Messungen) auf, wobei nur Additionen und Subtraktionen benötigt werden, also keine Rundungsfehler entstehen. Der Speicherplatz steigt nur linear mit der Größe des Systems (*Schuh (1985)*). Die große Flexibilität, die durch die Einführung von zusätzlichen Bedingungen (Gleichungen und Ungleichungen) und durch Schlupfvariable ermöglicht wird, macht uns optimistisch, auch neue Anforderungen behandeln zu können. Die Forderungen der Meßtechnik (GPS-Messungen) erzwingen die Modellierung von gemischt-ganzzahligen Problemen, da für bestimmte Gruppen von Unbekannten Ganzzahligkeit gefordert ist. Auch das Zusammenwirken von verschiedenen Ausgleichsansätzen und die Einführung von Ungleichungen in den quadratischen Ausgleichsansatz stellen Schwerpunkte der Forschung dar. Neuen Möglichkeiten, die schwache Besetztheit bei linearen Programmen auszunützen, die durch ein

Verfahren des indischen Mathematikers *Karmarka* eröffnet wurden, werden untersucht.

	Eigenschaften	num. Verfahren
	konventionell, sehr universell und problemlos	Eliminationsverfahren (Gauß, Cholesky und Austauschverfahren)
	sehr robust, überwindet jedes Hindernis	Orthogonalisierungs- verfahren (Singular Value Decomposi- tion SVD, Spektralanalysen)
	rasch, eröffnet neue Möglichkeiten	Verfahren für schwach be- setzte Systeme (band- oder profilorien- tierte Verfahren)
	für manches ungeeignet, manchmal unüber- treffbar	Iterative Verfahren (Relaxationsmethoden, konjugierte Gradienten)
	sehr eingengt, aber enorm schnell	Regelmäßige Strukturen (Diskrete Fast Fourier Techniken DFFT, rekursive Toeplitzalgorithm, Band- Toeplitzverfahren)

Abb. 1: Gegenüberstellung numerischer Gleichungsauflösungsverfahren

#### 4. Schlußbemerkungen

Ich hoffe, Ihnen hiermit einen Eindruck vermittelt zu haben, wie die Werkzeuge eines 'rechnenden Geodäten' heute beschaffen sind. Als Zusammenfassung sei - auf Grund persönlicher Bindungen des Autors zur Fußbekleidung - eine Gegenüberstellung (Abbildung 1) erlaubt.

#### Literaturverzeichnis

- Barrodale I. und F.D.K. Roberts (1973):* An Improved Algorithm for Discrete  $L_1$  Linear Approximation. SIAM J. Numer. Anal. Vol. 10, No. 5, Seite 839-848.
- Benciolini B., L. Mussio und F. Sanso' (1981):* The Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method in Network Adjustment. Proceedings of the 6<sup>th</sup> Int. Symp. on Geodetic Network and Computation, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 258.
- Benning W. (1986):* Analyse hybrider Lageaufnahmen in Sparse-Technik. Zeitschrift für Vermessungswesen, Band 11, Seite 506-513.
- Borutta H. (1988):* Robuste Schätzverfahren für geodätische Anwendungen. Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Heft 33, Universität der Bundeswehr, München.
- Carosio A. (1979):* Robuste Ausgleichung. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, Band 11, Seite 293-297.
- Caspary W. (1988):* Fehlerverteilung, Methode der kleinsten Quadrate und robuste Alternativen. Zeitschrift für Vermessungswesen, Band 3, Seite 123-133.
- Cuthill E. (1972):* Several Strategies for Reducing the Bandwidth of Matrices. In 'Sparse Matrices and their Application' D. Rose and R. Willoughby (Edit.). Plenum Press, New York-London.
- Dantzig G. (1966):* Lineare Programmierung und Erweiterungen. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Fuchs H. (1980):* Untersuchung zur Ausgleichung durch Minimierung der Absolutsumme der Verbesserungen. Dissertation an der TU Graz.
- Fuchs H., B. Hofmann-Wellenhof und W.D. Schuh (1983):* Adjustment and Gross Error Detection of Leveling Networks. In 'Precise Leveling', H. Pelzer und W. Niemeier (Hrsg.), Dümmler Verlag, Bonn.
- George A. and J. Liu (1981):* Computer Solution of Large Sparse Positiv Definite Systems. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Gründig L. (1980):* Feasibility Study of the Conjugate Gradient Method for Solving Large Sparse Equation Sets. NOAA Technical Report, NOS 82 NGS 13.
- Hanson R. (1978):* A Posteriori Error Propagation. Second International Symposium on Problems related to the Redefinition of the North American Geodetic Network. Proceedings.
- Hampel F. (1973):* Robust Estimation: A Condensed Partial Survey. Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verw. Gebiete, 27, Seite 87-104, Springer Verlag.
- Huber P. (1977):* Robust Statistical Procedures. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, Pennsylvania.

- Kampmann G. (1986):* Robuste Ausreißertest mit Hilfe der  $L_1$ -Norm Methode. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Heft 4, Seite 139-147.
- Kampmann G. (1988):* Zur Kombinativen Norm Schätzung mit Hilfe der  $L_1$ -, der  $L_2$ - oder der Boškovic-Laplace-Methode mit den Mitteln der Linearen Programmierung. Veröffentlichung des Geodätischen Institutes der Rheinisch-Westfälischen TH Aachen, Heft 43.
- Krarup T., J. Juhl und K. Kubik (1980):* Götterdämmerung over Least Squares Adjustment. ISP Congress Hamburg. Comm. III, Seite 369-378.
- Meissl P. (1980):* A Priori Prediction of Roundoff Error Accumulation in the Solution of a Super-Large Geodetic Normal Equation System. NGS, NOS, Rockville Md. 20852.
- Meissl P. (1982):* Least Squares Adjustment: A Modern Approach. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 43.
- Poder K. and C. Tscherning (1979):* Cholesky's Method on a Computer. The Danish Geodetic Institute, Internal Report No. 8.
- Sansò F. and W. Schuh (1987):* Finite Covariance Functions. Bulletin Geodesique 61, Seite 331-347.
- Schmitt G. (1985):* Third Order Design. In 'Optimization and Design of Geodetic Networks', E. Grafarend and F. Sansò (Edit.), Springer-Verlag, Heidelberg-New York-Tokyo.
- Schuh W. (1981):* Programmierung rationeller Algorithmen zur Umordnung, Auflösung und Inversion der Normalgleichungen geodätischer Netze. TU Graz, Diplomarbeit.
- Schuh W. (1984a):* Rasche und einfache automatische Fehlererkennung bei großen Datenmengen. Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, Band 4, Seite 137-147.
- Schuh W. (1984b):* Analyse und Konvergenzbeschleunigung der Methode der konjugierten Gradienten bei geodätischen Netzen. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 49.
- Schuh W. (1985):* Transforming the  $L_1$ -Norm Adjustment of a Leveling Network into a Flow Problem. Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Geodetic Computations, Cracow, Poland, pp. 385-409.
- Snay A. (1976):* Reducing the Profile of Sparse Symmetric Matrices. NOAA Technical Memorandum NOS NGS-4.
- Strang G. (1986):* Introduction to Applied Mathematics. Wellesley-Cambridge-Press, Massachusetts.
- Sünkel H., N. Bartelme, H. Fuchs, M. Hanafy, W. Schuh, M. Wieser (1987):* The Gravity Field in Austria. In 'The Gravity Field in Austria', Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band IV, Seite 47-77.

---

Dichteberechnung aus Gravimetermessungen

E. Hoffer, L. Schönviszky

ELGI Budapest

---

Bei allen gravimetrischen Bearbeitungen und Interpretationen tritt das Problem der möglichst genauen Bestimmung der Dichte der Gesteine unter der Oberfläche auf. Da in den meisten Fällen keine Bohrkerne zur Verfügung stehen, wodurch die Gesteinsdichten mit einfachen physikalischen Messungen bestimmt werden könnten, bleibt die Berechnung aus den gravimetrischen Meßergebnissen. Diese Berechnung kann theoretisch in all jenen Fällen durchgeführt werden, in denen zwischen zwei gravimetrischen Stationen Höhenunterschiede auftreten, und wenn man annehmen kann, daß die Gesteinsdichten unter beiden Stationen annähernd gleich sind. Unter dieser Annahme folgt aber auch, daß die Werte der entsprechenden Bouguer-Anomalien gleich und somit unabhängig von der Meereshöhe sind.

Für die Berechnung der Bouguer-Anomalie gilt bekanntlich:

$$g_B = g + (0,3086 - 0,0419 \sigma) h - g_0 + \sigma T \quad .$$

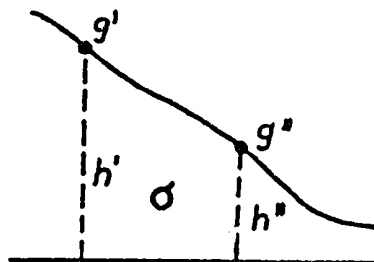


Abbildung 1: Schwereprofilausschnitt

Darin bedeuten:

$\xi_B$	berechnete Bougueranomalie (mGal)
$g$	gemessener und korrigierter Schwerewert (mGal)
$g_0$	Normalschwere (mGal)
$h$	Stationshöhe über dem Meeresspiegel (m)
$\sigma$	Gesteinsdichte ( $t/m^3$ )
$\sigma T$	topographische Reduktion (mGal)

Werden zwei benachbarte Stationen (Abb. 1) betrachtet, so folgt vorerst aus der Bedingung  $\xi'_B = \xi''_B$

$$g' + (0,3086 - 0,0419 \sigma) h' - g'_0 + \sigma T' = g'' + (0,3086 - 0,0419 \sigma) h'' - g''_0 + \sigma T''$$

und weiters die explizite Form:

$$\sigma = \frac{\Delta g - \Delta g_0 + 0,3086 \Delta h}{0,0419 \Delta h - \Delta T},$$

wobei die jeweiligen Differenzen  $\Delta j$  in der Form  $(j' - j'')$  einzuführen sind.

Mit Hilfe obiger Gleichung kann zwischen jeweils zwei Profilpunkte die Dichte einfach berechnet werden. Tritt im Laufe der Berechnung ein irreales Ergebnis, etwa eine negative Dichte auf, dann wurden für eine Meßstation höchstwahrscheinlich fehlerhafte Grunddaten eingeführt. Dies können

- fehlerhaft gemessene oder korrigierte Schwerewerte
- fehlerhafte Normalschweren
- fehlerhafte Stationshöhen
- fehlerhafte topographische Reduktionen

sein.

In der Praxis in Ungarn betrachten wir die berechneten Dichten bereits als unwahrscheinlich, wenn sie kleiner als 1 und größer als 4 t/m<sup>3</sup> sind. Auf diese Weise können fehlerhafte Meßpunkte eliminiert werden. Diese Methode ist besonders gut bei solchen gravimetrischen Messungen anwendbar, welche in einem regelmäßigem Netz durchgeführt werden.

In diesem Fall kann man nämlich die Dichte über vier Nachbarpunkte rechnen und daraus einen Mittelwert bilden. Weicht ein Ergebnis vom berechneten Mittelwert wesentlich ( $\pm 1,0$  t/m<sup>3</sup>) ab, so wird es verworfen. Wenn alle vier berechneten Dichten stark variieren, dann läßt dies auf fehlerhafte Daten der Meßstation selbst schließen. Aus den Durchschnittswerten kann man eine Isodichtenkarte konstruieren. Diese Dichtenkarte muß nicht unbedingt mit der auf die Oberfläche bezogenen geologischen Karte übereinstimmen, weil sich die Dichten im Falle stark gegliederter Topographie auf unterschiedliche Tiefen beziehen.

Die Methode der gravimetrischen Dichteberechnung wurde zum erstenmal im Rahmen eines Kohlenforschungsprogrammes in Nordungarn angewendet. Aus den gravimetrischen Messungen wurde die Bouguer-Anomalien-Karte mit dem für das Gebiet charakteristischen Dichtewert  $\sigma = 2,0$  (t/m<sup>3</sup>) gerechnet. Die Bouguer-Anomalien-Karte kann allerdings für die Interpretation nur in beschränktem Maße angewendet werden (Abb. 2). Sie zeigt nämlich vor allem die topographischen Verhältnisse des Grundgebirges mit größerer Dichte, wenn man annimmt, daß die Dichte des Grundgebirges und der aufgelagerten Sedimente annähernd konstant ist.

Am westlichen Rand des Geländes ist eine Bruchlinie in Richtung NNO-SSW sehr auffallend. Diese Verwerfung ruft eine Anomalie in einer Größe von 14 - 16 mGal hervor. Nach den Modellberechnungen sinkt das Grundgebirge nach Westen von 300 m bis 1000 m unter der Annahme, daß die Dichtedifferenz zwischen dem Grundgebirge und den Sedimenten 0,4 - 0,5 (t/m<sup>3</sup>) ist. Die Bouguer-Anomalien-Karte zeigt ein wechselvolles Bild östlich von der Verwerfung. Auf Grund der Bohrungen und anderer geophysikalischer Daten zeigen die Änderungen wahrscheinlich nicht nur die Tiefenveränderung des Grundgebirges sondern auch die Wirkung des Deckengebirges von veränderlicher Dichte. Deswegen wurde über einen Teil des

Geländes mit stark wechselnder Topographie auch eine Dichtekarte nach der obigen Methode berechnet, um vor allem die Dichteverhältnisse der Formation in der Oberflächennähe zu bestimmen. Zwischen den Dichtewerten und den spezifischen Widerstandswerten der geoelektrischen Messungen wurde keine Korrelation gefunden. Dagegen kann eine Korrelation zwischen den aus Bohrungen abgeleiteten Gesteinsdichten bzw. den geologischen Formationen an der Oberfläche und den Anomalien der Dichtekarte nachgewiesen werden. So kann z.B. (Abb. 3) eine Korrelation zwischen dem Andesittuff und den kleinen Dichtewerten bzw. dem Ton und Silt und den großen Dichtewerten festgestellt werden. Die Dichtenverteilungskarte kann daher unter gewissen Bedingungen für den Nachweis des vermutlichen Kohlenvorkommens benutzt werden. Die negative Zone in dem nordöstlichen Teil befindet sich mehr oder weniger an der Stelle des Vorkommens der abgebauten Kohleflöze. Die in den südlichen Teilen des Geländes befindlichen Bohrungen fallen in eine negative Zone und durchquerten verhältnismäßig dicke Kohleflöze.

Ein anderes Forschungsgebiet befindet sich im Matra-Gebirge. Die gravimetrischen Messungen führten zu einer Bouguer-Anomalien-Karte, in der die Wirkung der Tiefformationen und die Störung der Topographie gemeinsam auftraten. Deshalb mußten wir unsere Ergebnisse durch eine nachträgliche Berechnung auf eine gemeinsame Ebene beziehen. Die Transformation wurde mit der Methode "Analytische Fortsetzung nach oben" durchgeführt. Mit Hilfe dieser Methode wurde die Anomalien-Karte auf eine horizontale Ebene in einer Meereshöhe von 1100 m durchgerechnet. So haben wir eine Karte bekommen, welche durch die herkömmliche Betrachtung interpretierbar ist. Diese Karte enthält aber noch immer die Einwirkung der Inhomogenität der Dichte in der Oberflächennähe. Die scheinbaren Dichtewerte wurden mit Hilfe der angegebenen Methode berechnet und auf einer Karte die Abweichung vom Durchschnittswert  $\sigma = 2,4 \text{ (t/m}^3\text{)}$  dargestellt. Die positiven Anomalien zeigen daher die Lage von oberflächennahen Gestein mit einem scheinbaren Dichtewert größer als  $2,4 \text{ t/m}^3$ .

Geeignete Software steht für die Dichteberechnung zu unserer Verfügung. Damit und durch die Anwendung der gravimetrischen Datenbank und durch ihren ständigen Ausbau ist die Dichteberechnung und die Darstellung der Ergebnisse mit Rechenmaschinen möglich



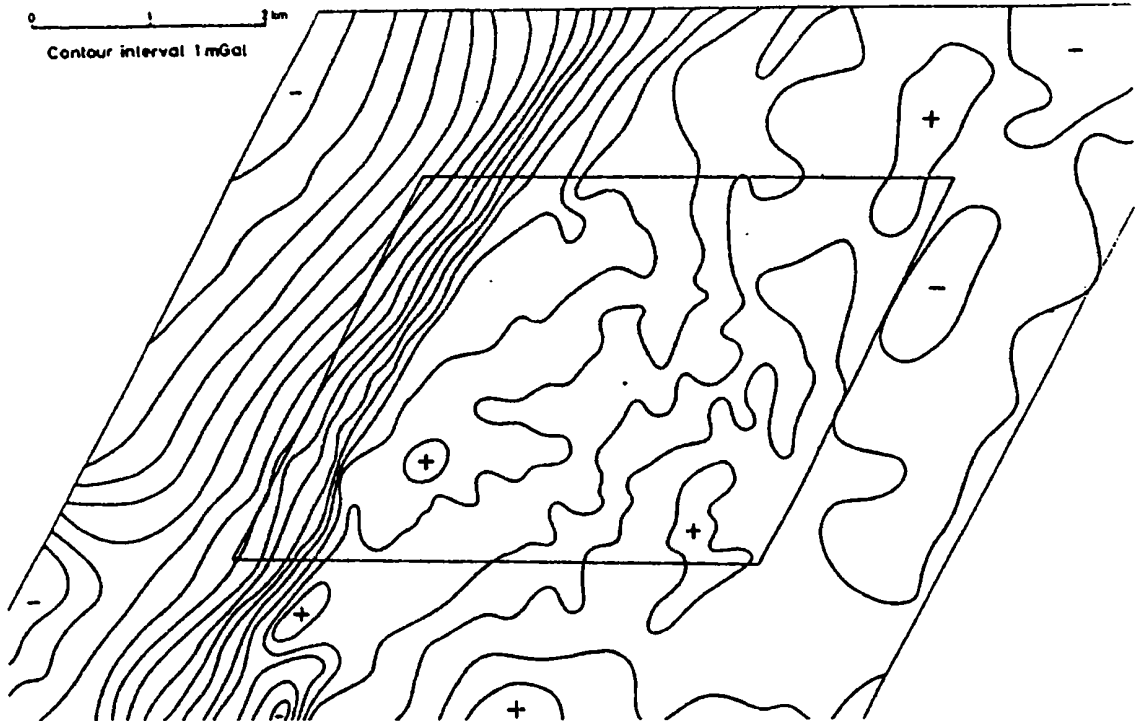


Abbildung 2: Bougueranomalienkarte

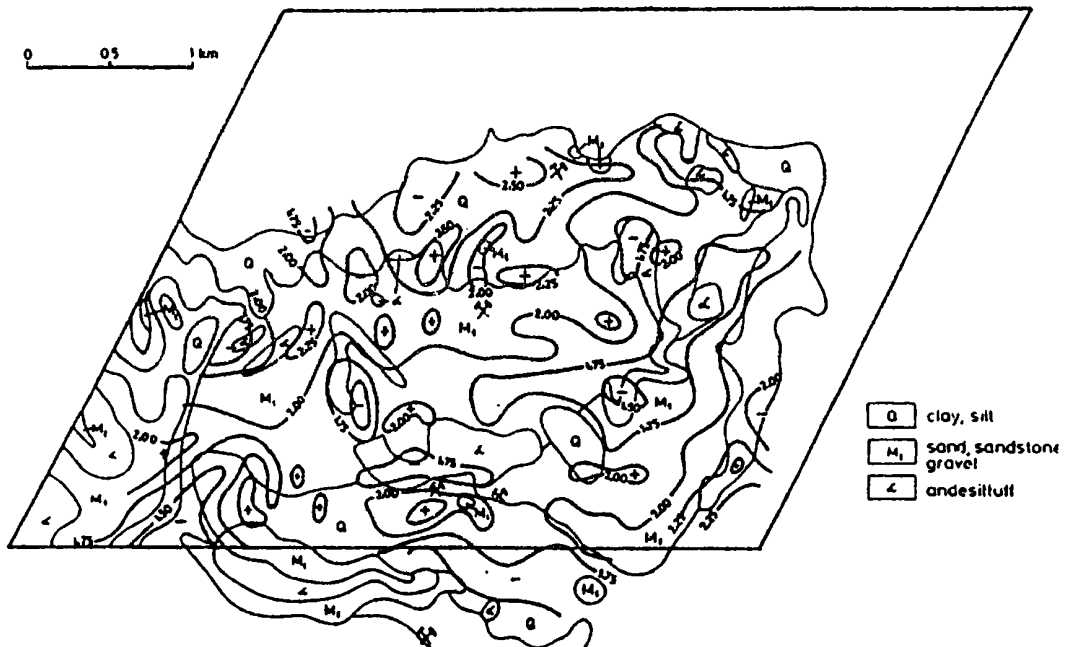


Abbildung 3: Isodichtenkarte mit Oberflächengeologie

---

Untersuchungen des vertikalen Dichteverlaufs  
im Wiener Becken aus Lotabweichungen

G. Gerstbach

TU Wien

---

### ZUSAMMENFASSUNG

Die geophysikalische Interpretation von Lotabweichungen ist wegen ihrer Vektornatur aussagekräftiger als jene von Schwereanomalien, aber auch etwas aufwendiger. Sie eignet sich gut zur Bestimmung unterirdischer Dichtetrennflächen nach Richtung, Neigung oder Dichtesprung. Auf früheren Untersuchungen aufbauend, werden vertikale Dichtegesetze für verschiedene Teile des Wiener Beckens auf etwa  $\pm 0.02 \text{ g/cm}^3$  abgeleitet. Durch zusätzliche Tiefenmodellierungen liegen die Residuen nur wenig über der Meßgenauigkeit (0.2 - 0.3").

Den Schluß der Arbeit bilden zwei Anregungen, bei alpiner Gravimetrie den meist symmetrischen Gebirgsaufbau für Methodenvereinfachungen auszunützen.

### 1. EINLEITUNG

Seit langem liefern gravimetrische Verfahren wichtige Beiträge zur Erforschung der Erdkruste. Sie stützen sich fast ausschließlich auf den Betrag des Schwerevektors, während seine Richtung bzw. die Lotabweichung (Winkel zwischen Lot und Ellipsoidnormale) erst vereinzelt zur geophysikalischen Interpretation benutzt wird. Solche Untersuchungen erfordern zunächst - ebenso wie in der Gravimetrie - die topografische Reduktion der gemessenen Lotrichtungen, die 6" pro km relativer Geländehöhe erreichen kann /7/. Die Messungen erfolgen astronomisch (Genauigkeit mit automatischen Prismennivellieren etwa 0.2") bzw. in Zukunft mit Kreiselsensoren oder CCD-Kameras.

Im Gegensatz zu Schwereanomalien haben Lotabweichungen zwei interpretierbare Komponenten ( $\xi, \eta$ ), sodaß sich Richtung und Neigung von Dichtetrennflächen im Untergrund ermitteln lassen. Sie eignen sich daher besonders für tektonische Bruch- oder Überschiebungszonen. Als Testfeld hat der Verfasser das Wiener Becken gewählt, welches wegen seiner Erdöl- und Erdgas-

vorkommen in den meisten Teilen gut erforscht ist (siehe Abbildungen 1 - 3).

Im Rahmen zweier Forschungsprojekte /2/ wurde hier im letzten Jahrzehnt ein 7 km - Quadratraster von etwa 100 Meßpunkten aufgebaut, der lokal auf 5 km verdichtet ist und auch zur präzisen Geoidbestimmung dient (s.a. Referat von T. Bašić). Das Wiener Becken ist ein mit Meeressedimenten des Neogen aufgefülltes Einbruchsbecken im Grenzbereich der Alpen und Karpaten und begann sich vor etwa 20 Millionen Jahren abzusenken. Der Beckenuntergrund hat ein starkes Relief mit mehreren Hochschollen und besteht - von Südost nach Nordwest - aus Kristallin, Grauwacke, Kalkalpendecken und Flysch (Abb. 1). Die Tiefe des Beckens erreicht bei Schwechat und bei Zistersdorf 6 km, die Dichte der Sedimente nimmt von der Oberfläche bis in diese Tiefen von rund 2.0 auf 2.6 g/cm<sup>3</sup> zu (siehe Abb. 6).

## 2. PROBLEMATIK EINFACHER LOTSTÖRUNGSMODELLE

Die geophysikalische Interpretation von Lotabweichungen beruht auf sogenannten "Lotstörungen", welche vom regionalen Trend befreit sind. Der Trend (hier in beiden Komponenten  $\xi, \eta$ ) wird, wie auch bei Schwereanomalien üblich, aus den Messungen selbst ermittelt, welche daher flächenhaft angelegt und topografisch reduziert sein müssen.

Wegen des Umkehrproblems der Potentialtheorie ist die innere Massenverteilung der Erde aus äußeren Schwerefeldmessungen allein nicht bestimmbar: entweder muß die Lage der Dichtentrennflächen unter dem Meßgebiet bekannt sein, oder die Abfolge ihrer Dichtewerte. Hinzu kommen Randwerte wie etwa der Verlauf von Brüchen am Beckenrand, der in der Natur meistens direkt erkennbar ist.

Die wenigen Lotstörungsmodelle, die bisher erfolgreich waren - vor allem /3, 5, 8 und 9/ - arbeiteten mit "Trial and Error" und näherten die geologischen Schichten durch prismatische Säulen an, deren Begrenzungsflächen bzw. Dichten planmäßig so lange variiert wurden, bis sie die gemessenen Anomalien

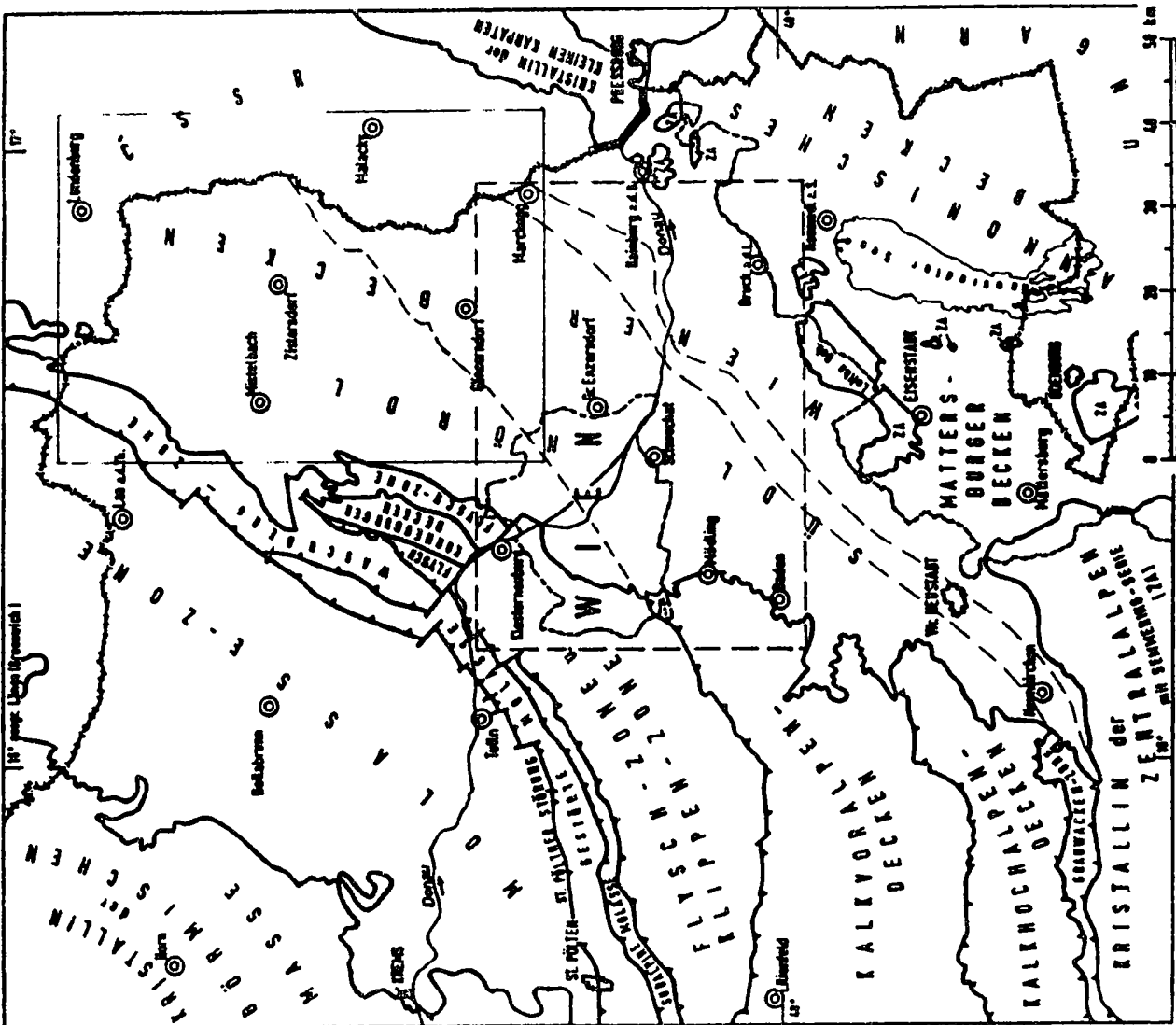


Abb. 1: Übersichtskarte des Wiener Beckens nach F. Brix 1970. Rechts oben die Grenzen der Abb. 2, strichliert jene von /6/ bzw. Gesteinsgrenzen des Beckengrundes.

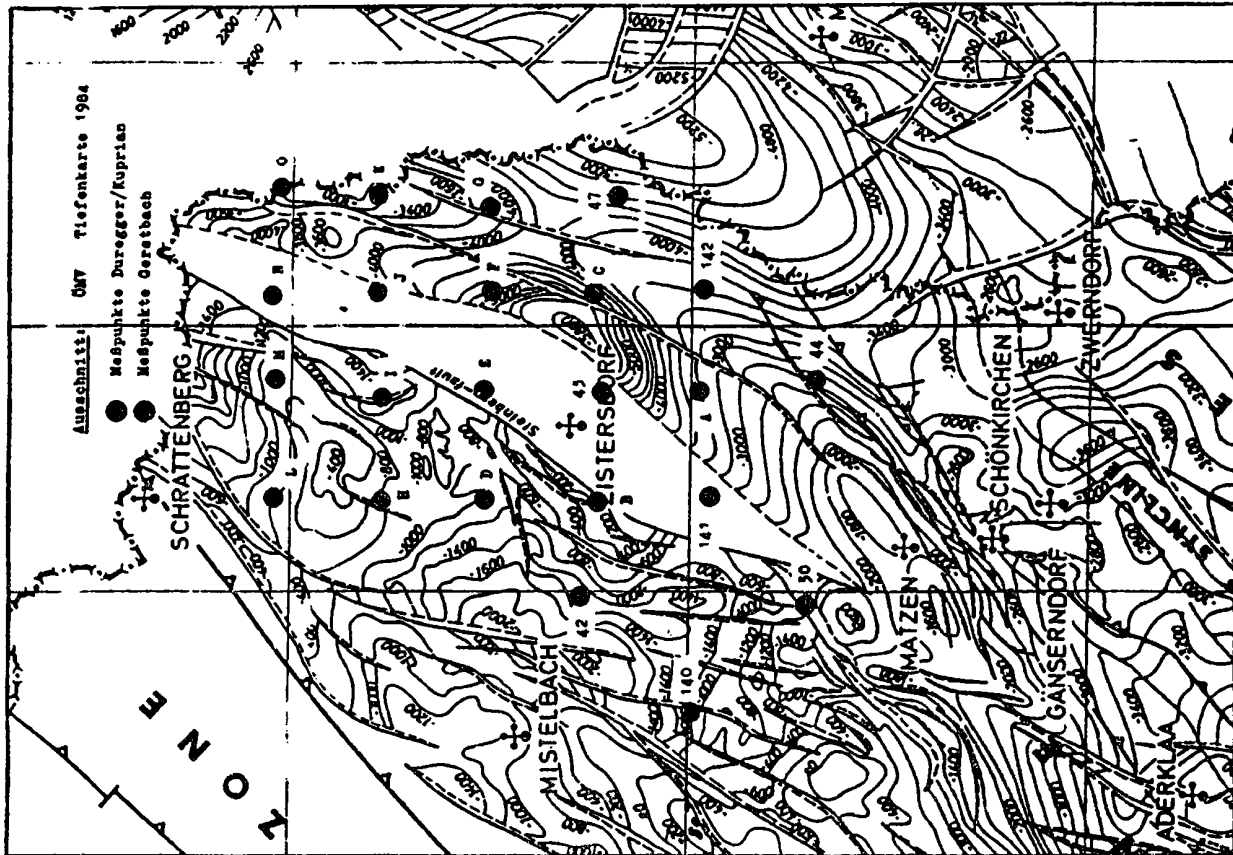


Abb. 2: Tiefenkarte und tektonische Einheiten des vortertiären Beckengrundes nach G. Wessely et al., ÖMV-AG 1984. Nordöstlicher Ausschnitt, ca. 1:300000, Äquidistanz 200 m, Koord.ergänzt.

hinreichend darstellten. Bei unregelmäßigen Strukturen oder bei Vorliegen von mehr als zwei Schichten stößt diese Methode aber auf Schwierigkeiten, die sich auch mit individuellen Prismenpositionen /z.B. 1/ nicht gänzlich beheben lassen. Der Verfasser hat daher flexiblere Verfahren entwickelt und hierüber bei den zwei letzten Alpengravimetrie-Kolloquien referiert:

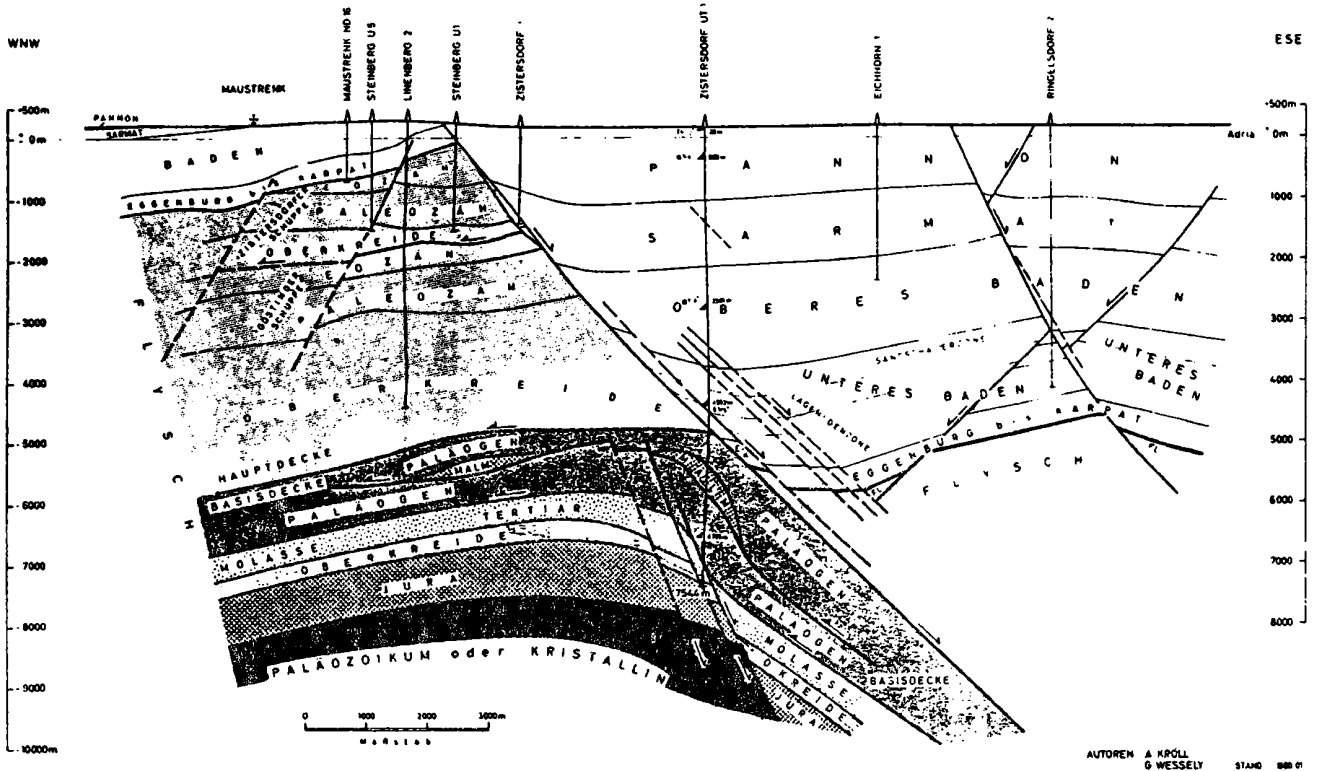
Oft ist der Verlauf der wichtigsten Dichtentrennfläche genähert bekannt, bei erdöhlöffigen Sedimentbecken meist aus der seismischen Exploration /10/. Auf solcher Grundlage läßt sich die mittlere Dichte dazwischenliegender Schichten durch spezielle Ausgleichungsverfahren ermitteln, wenn die Schichten großteils geneigt und der Anzahl nach bekannt sind. Die Beckentiefen eines Gebiets mit 48 Lotabweichungspunkten im Osten Wiens (Abb. 1, strichliertes Rechteck) wurden im 1.5 km - Raster nach einer ÖMV-Karte von 1980 digitalisiert. Für die Säulen unter den Meßpunkten ergaben sich mittlere Sedimentdichten zwischen 1.8 und 2.6 g/cm<sup>3</sup>, je nach örtlicher Beckentiefe (Abb. 4 aus /2/). Die Regressionsgerade spiegelt die Kompaktion durch den mit der Tiefe z zunehmenden Druck wider,

$$D = 2.15 + 0.122 z_{\text{km}} \pm 0.02 \quad (\text{g/cm}^3). \quad (1)$$

Diese Dichtebestimmung ist zwar nicht überall geologisch plausibel, senkt aber die Residuen der Lotstörungen im Mittel von  $\pm 0.6''$  auf  $0.32''$  (Meßgenauigkeit  $\pm 0.25''$ ) und wird im Großen durch neuere Untersuchungen (Formel 2) bestätigt.

Über den zweiten Fall - Tiefenbestimmung bei bekannten Dichtewerten - wurde 1986 referiert /6/. Durch eine Kombination von Rasterinterpolation und Ausgleichung werden die Tiefen der geologischen Schichten in Hauptrasterpunkten ermittelt, können aber dennoch dazwischenliegende Strukturen erfassen. Im oben erwähnten Gebiet (48 Meßpunkte) sanken die Residuen im Mittel auf  $\pm 0.27''$  - somit fast auf die Meßgenauigkeit - jedoch waren manche Tiefenänderungen des Startmodells (Nordteil = unterer Bereich von Abb. 2) größer als 1 km, was der seismischen Genauigkeit von ca.  $\pm 400$  m widersprach. Offenbar gilt die vertikale Dichtefunktion, für welche ein aus Tiefbohrungen ermitteltes, (1) ähnliches Gesetz dreifach abgestuft wurde, nicht im gesam-

### SCHNITT ZISTERSDORF



AUTOREN A. KRÖLL  
G. WESSELY  
STABD. 1983/84

Abb. 3: geologischer Schnitt durch das Wiener Becken bei Zistersdorf u. den Steinbergbruch. Aus A. Kröll, Erdöl und Erdgas 3.1 S.169, Wien 1984.

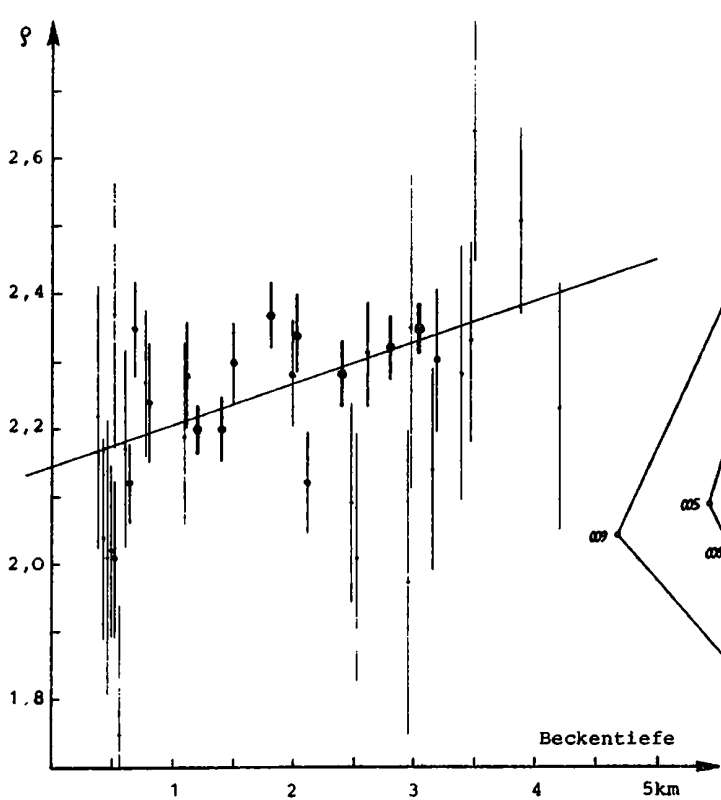


Abb. 4: Ausgeglichene Sedimentdichten unter 36 Lotabw. Punkten nach /2/, mit mittl. Fehlern und Regressionsgerade.

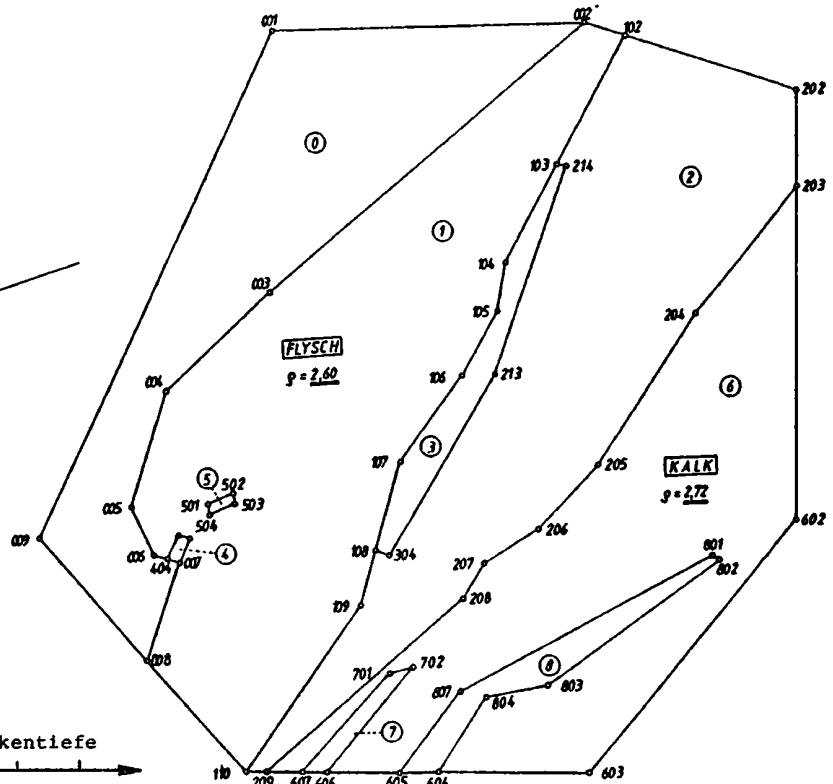


Abb. 5: Dichtebezirke beidseits des Steinbergbruches ③, nach Duregger /3/.

ten Arbeitsgebiet.

### 3. KOMBINIERTE DICHTE- UND TIEFENMODELLIERUNG

Um die Dichtebestimmung auf einige Bohrungen stützen und mehrere Zwischenschichten einführen zu können, wurde das Arbeitsgebiet in den letzten Jahren vom Verfasser und von Diplomanden um 23 Punkte nach Nordosten bis an die tschechische Grenze erweitert (Abb. 1 und 2). In diesem Bereich stellte uns die ÖMV Daten von 5 Tiefbohrungen zur Verfügung, die in Abb. 6 zusammengefaßt sind. Leider wurden nur wenige der Bohrkerne im "bergfeuchten" Zustand gemessen, sodaß die natürliche Dichte aus der Trockendichte, dem Porenanteil und der vermutlichen Wassersättigung geschätzt werden mußte. Die Erarbeitung eines Dichtegesetzes und die Programmierung der Dichte- und Tiefenvariation von Mehrschichtmodellen wurde einem Diplomanden übertragen /3/, siehe auch Abb. 5 und 7.

Wie Abbildung 3 zeigt, ist der Beckenuntergrund stark zerklüftet und auch die Schichtung der Neogen-Sedimente (Pannon, Sarmat, Baden, Karpat) durch Brüche gestört. Um aber zuviele Variationsparameter zu vermeiden, wurde ein lineares Dichtegesetz angenommen und alle 500 m, 1000 m bzw. 2000 m abgestuft. Westlich des Steinbergbruchs (Sprunghöhe 5000 m!) wurde das in Abb. 6 strichlierte Dichtegesetz gewählt, da hier schwerere Schichten (Sarmat, Baden) an die Oberfläche treten. Obwohl durch keine flacheren Bohrungen gestützt, bestätigte sich dieser Ansatz im nachhinein (siehe unten). Als unabhängige, nachträgliche Kontrolle diente auch der unterste Neogenwert (4.6 km) der "Zistersdorfer Übertief"-Bohrung.

Die Gesteine der Beckenbasis sind nach Abb. 1 nicht einheitlich, sondern in ihrer Dichte zwischen knapp 2.5 (Gießhübler Schichten), 2.6 (Flysch) und 2.7 - 2.75 (Kalk, Kristallin). Das Gebiet wurde daher in "Dichtebezirke" (Abb. 5) eingeteilt, wobei 0 für die westlichen Randberge (Flysch- und Waschbergzone) mit konstanter Dichte 2.5 steht. Alle diese Werte verdanken wir Dr. Zych und Dr. Wessely von der ÖMV-AG.

Es wurden nun 10 Alternativmodelle berechnet, wobei die

Abbildung 6:  
lineare Dichte-  
gesetze im nord-  
östlichen Wiener  
Becken bis 5 km  
Tiefe.

- östl. Bohrung,
- westl. Bohrung,
- Zistersdorfer  
Übertief (zur  
Kontrolle).

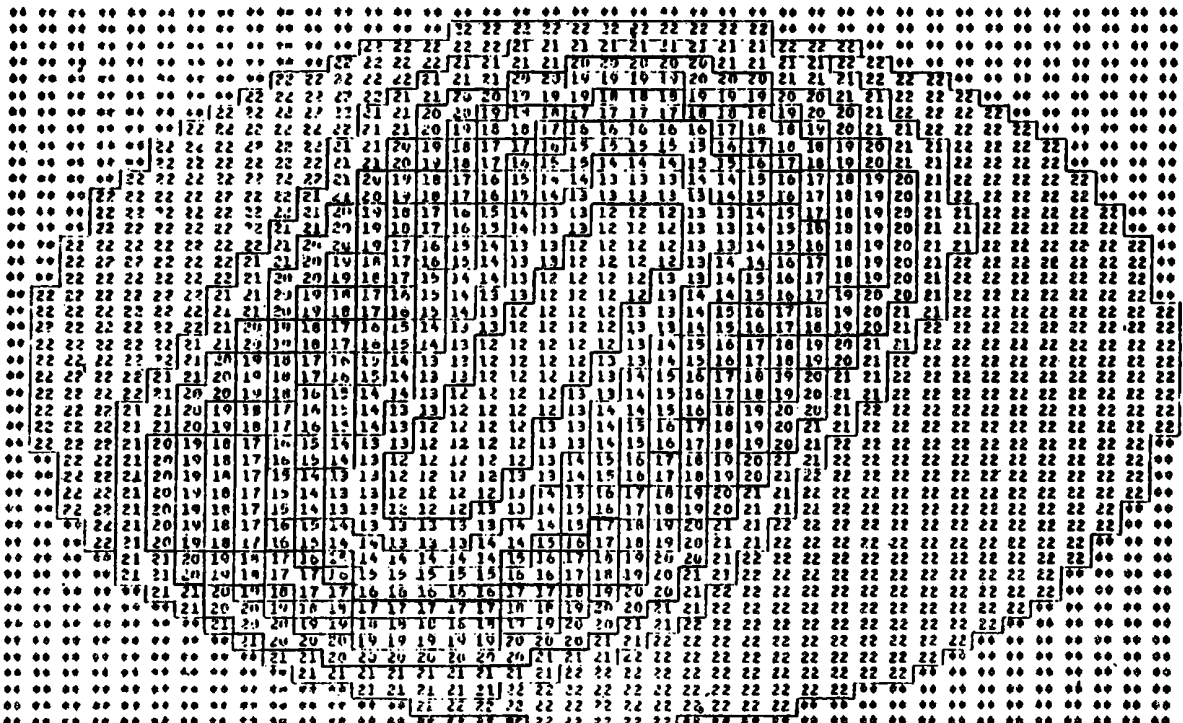
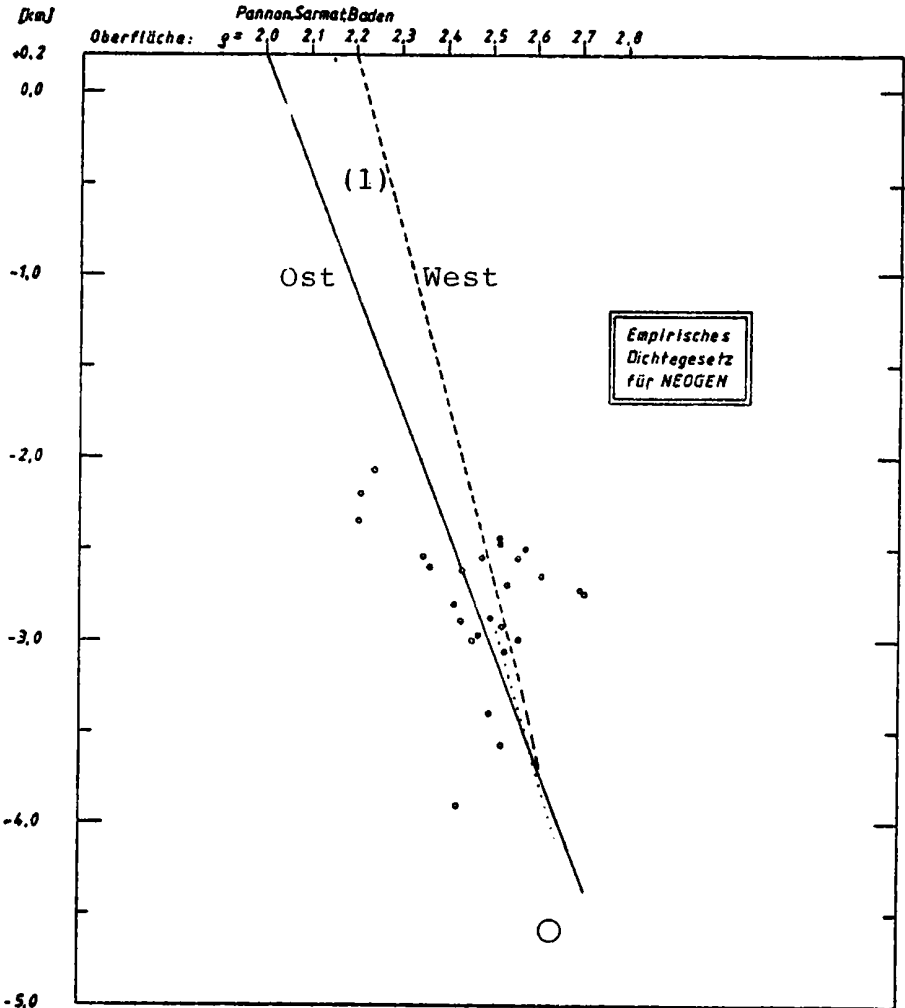


Abb. 7: Tiefenvariation im Umkreis einer Strecke. Programm GEMRED / 3/, -1 km, Variationsradius 10 km, Maßstab nur 60%!



Residuen empirisch zu minimieren waren ("trial and error"). Dabei zeigte sich, daß

- o ein lineares Dichtegesetz der Natur eher entspricht als ein parabolisches,
- o der Steinbergbruch der östlichen Zone zuzurechnen ist, also eine Oberflächendichte von  $2.0 \text{ g/cm}^3$  hat /3/,  
$$D_{\text{Ost}} = 2.0 + 0.16 z_{\text{km}} , \quad D_{\text{West}} = 2.2 + 0.11 z_{\text{km}} , \quad (2)$$
- o die Waschbergzone "0" (Westrand) auf eine Tiefe von 2 km zu beschränken ist, was mit geologischen Modellen übereinstimmt,
- o eine Vertikalabstufung der Dichte in 1000m-Schritten bessere Resultate als bei 500m oder 2000m-Schichten ergibt, was aus Abb. 3 (rechter Teil) plausibel wird,
- o laterale Dichteanomalien bis etwa  $0.1 \text{ g/cm}^3$  existieren, die allerdings durch die Meßdaten nicht genau erfaßbar sind,
- o die Beckentiefe zwischen den östlichen Punkten C und G (Abb.2) um einige hundert Meter zu vergrößern wäre oder der Dichtesprung zum Untergrund (nur mehr 0.06) dort zu klein angenommen ist.

Das letztlich gewählte Modell wies mittlere Residuen von  $+0.38''$  auf, also etwas mehr als die automatisiert berechneten, aber einfacheren Modelle des Südbereichs (voriges Kapitel). Allerdings steht es mit geologischen bzw. seismischen Befunden in keinerlei Widerspruch und beinhaltet extreme Bruchzonen, über deren grenznahen Aufbau die ÖMV erst vor wenigen Jahren Kenntnisse gewinnen konnte.

Die topografisch - geologisch reduzierten Lotabweichungen (incl. Trendanteile) und die Residuen dieses Modells sind aus den Abbildungen 8 und 9 zu ersehen. Der regionale Trend beträgt

$$\begin{aligned} & - 0.194'' x + 0.119'' y - 0.44'' \text{ in Nord-Süd-Richtung } (\xi), \\ & + 0.127'' x - 0.306'' y + 1.89'' \text{ in Ost-West-Richtung } (\eta). \end{aligned} \quad (3)$$

Künftige Verbesserungsmöglichkeiten bestehen in Dichtebezirken unabhängig vom Beckengrund, in nichtlinearem Trendansatz (erst bei etwas größerem Gebiet sinnvoll) und in der Berücksichtigung von tieferen (mesozoischen) Schichtungen.

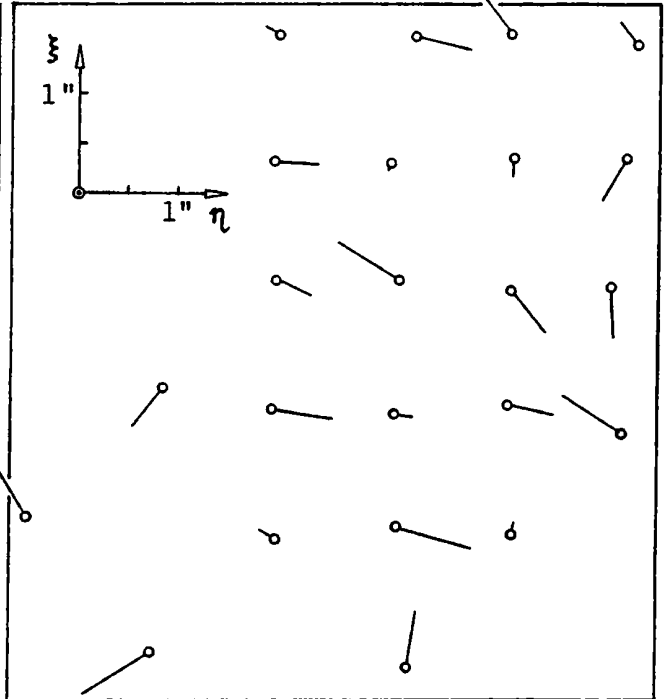
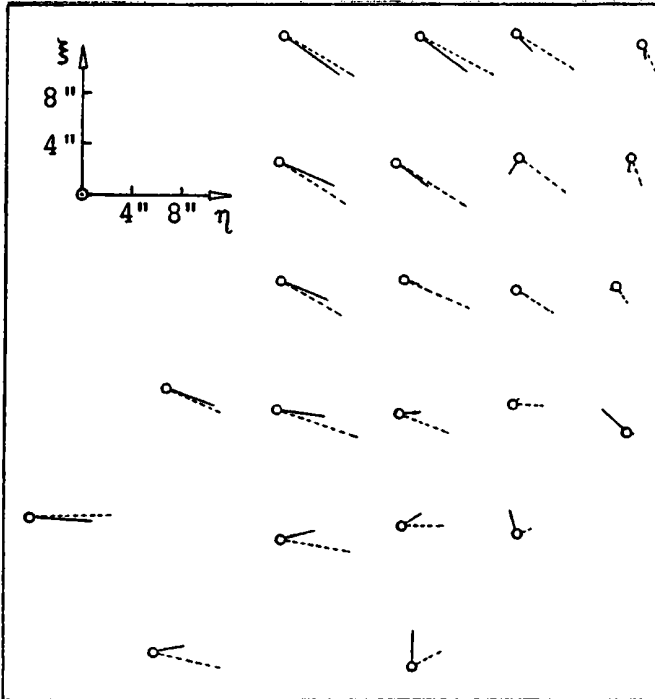


Abb. 8: topografisch-geologisch reduzierte Lotabweichungen der endgültigen Modellvariante.

Abb. 9: Residuen zu Abb.8 bei Abzug des linearen Trends (3), Punktlage siehe Abb.2.

Auf Seiten der Meßgenauigkeit wird an einem vernetzten Ausgleich der  $\eta$ -Lotabweichungskomponente gearbeitet, um kleinste Änderungen der Reaktionszeit des Beobachters zu erfassen /4/. Dadurch dürften die Genauigkeiten um etwa 30 % steigen und gewisse systematische Fehleranteile, die aus Abb.9 zu vermuten sind, verschwinden. Die in Entwicklung befindlichen automatisierten Meßverfahren werden zu weiterer Genauigkeitssteigerung und beschleunigter, leichterer Messung beitragen.

In naher Zukunft wird daher die geophysikalische Interpretation von Lotabweichungen gleichberechtigt neben die klassischen gravimetrischen Verfahren treten können.

#### 4. ZWEI ANREGUNGEN ZUR GRAVIMETRIE IM GEBIRGE

Im Zuge dieser und ähnlicher Untersuchungen des Verfassers ergaben sich interessante "Nebenprodukte". Die im Gebirge so aufwendige topografische Reduktion und Lotkrümmungsberechnung kann wesentlich vereinfacht werden, weil die Gebirgsketten meist genähert symmetrisch sind und sich die Wirkung einzelner

Prismenteile aufhebt (Abb. 10). Daher ist die Lotabweichung in P und P' (Symmetrie zur Hangmitte) fast gleich und hat entlang jedes Hanges einen parabelähnlichen Verlauf. Auch in sehr asymmetrischen Gebirgen kann sie in Minutenschnelle aus einer groben Karte - ohne digitale Geländemodelle - auf  $\pm 5 - 10 \%$  berechnet werden /7/.

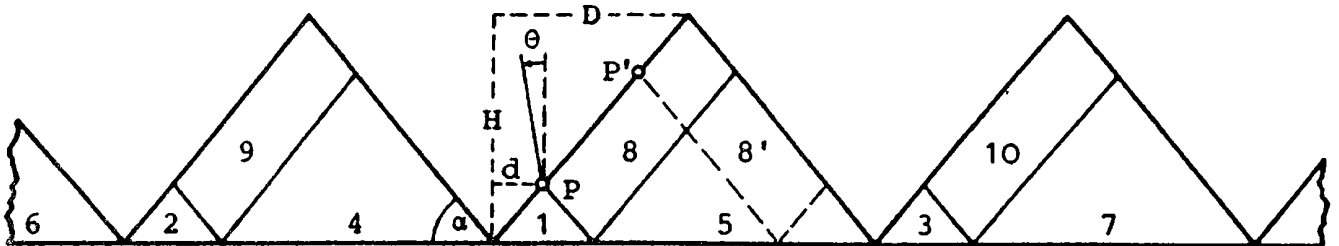


Abb. 10: Symmetrie der Lotabweichung in regelmäßigen Bergketten

Ähnliches ist für den Betrag der Schwere bzw. ihre Geländekorrektur zu vermuten und wäre diesbezügliche Untersuchungen wert. Damit wären die nächsten 10 - 20 Jahre zu überbrücken, bis weltweit genaue Geländemodelle vorliegen, und auch rasche gravimetrische Auswertungen im Felde möglich.

Eine zweite Anregung betrifft die Bouguer-Anomalie  $\Delta g_B$ . Sie ist bekanntlich im lokalen Bereich fast konstant, aber mit einer "mittleren Geländehöhe"  $\bar{h}$  negativ korreliert. Im Zuge der obigen Untersuchungen zeigte sich, daß  $\bar{h}$  innerhalb eines Radius  $\bar{r}$  zu mitteln wäre, der dem durchschnittlichen Horizontalabstand der Hauptkämme vom Tal (D in Abb. 10) entspricht. Für die Alpenländer ergab sich

$$\Delta g_B \approx -0.080 \bar{h}(\bar{r}) \quad (\text{in mGal und m}), \quad (4)$$

wobei  $\bar{r}$  in den Ostalpen durchschnittlich 6 km beträgt. Die "Konstante" ist selbstverständlich nur ein Mittelwert, aber (4) eignet sich gut zur lokalen Extrapolation von  $\Delta g_B$ . Ähnliche Schnellmethoden gibt es für die Lotkrümmungs- und orthometrische Korrektur /7/ und vermutlich auch für die Schweregradienten.

Ich hoffe, daß ein junger Kollege die Anregung aufgreift!

L I T E R A T U R

- /1/ I. BERNAUER, A. GEIGER: Lokale Schwerefeldbestimmung und gravimetrische Modellrechnungen im Satelliten - Testnetz "Turtmann", Wallis. Geod.-geophys. Arb. Schweiz, Band 38, 1986.
- /2/ K. BRETTERBAUER, G. GERSTBACH: Die astro-geodätischen Arbeiten der TU Wien. Ö.K.I.E. Band III, Das Geoid in Österreich, S. 61 - 72, Graz 1983.
- /3/ J. DUREGGER: Tiefenbestimmung im nördlichen Wiener Becken aus Lotabweichungen durch Variation von Mehrschichtmodellen. Diplomarbeit an der Abt. Theoret. Geodäsie, TU Wien 1986.
- /4/ H. FROTSCHNIG: Weiterentwicklung des Programms LAMAUS zur Ermittlung der persönlichen Gleichung aus astron. Längenbestimmungen. Diplomarbeit Abt. Theoret. Geodäsie, TU Wien 1989
- /5/ G. GERSTBACH: Bestimmung der Sedimentdicke aus Lotabweichungen im Testfeld "Wiener Becken". Zeitschr. für Vermess.Wesen 107/8, S. 346 - 357, Stuttgart 1982.
- /6/ G. GERSTBACH: Interpretation von Lot- und Schwerestörungen durch Ausgleichung flexibler Tiefenmodelle. Berichte ü. den Tiefbau der Ostalpen Band 13, S. 191 - 198, Zentralanstalt f. Met. u. Geodyn., Alpengrav.Kolloquium 1986.
- /7/ G. GERSTBACH: Precise Alpine Geoid Determination without Digital Terrain Models. Bulletin Géodésique 62, S. 541-563, Paris 1988.
- /8/ H.J. MÖNICKE: Interpretation astronomisch-geodätischer Lotabweichungen im Oberrheingraben. Deutsche Geod. Komm., Heft C 265, München 1981.
- /9/ P. SOLLEREDER: Astronomisches Flächennivellement zur Untersuchung der Beckenstruktur im Süden Wiens, Teil II. Diplomarbeit Abt. Theoret. Geodäsie, TU Wien 1981.
- /10/ G. WESSELY, G. GOHS: Vienna Basin, Floor and Subcrop of Alpine Tectonic Units. ÖMV-Tiefenkarte, Wien 1984.

---

BERECHNUNG VON BOUGUERANOMALIEN MIT VARIABLEM DICHTEANSATZ

B.Meurers, P.Steinhauser, D.Zych

Uni Wien

---

## 1. Einleitung

Bei gravimetrischen Untersuchungen im Hochgebirge stellen die extremen topographischen Gegebenheiten in mehrfacher Hinsicht hohe Anforderungen hinsichtlich der korrekten Reduktion der Messdaten. Dies gilt insbesondere für die adäquate Approximation sowohl der Topographie als auch der Dichteverteilung durch mathematische Modelle. Hinsichtlich der topographischen Reduktion macht das extrem variable Hochgebirgsrelief die Verwendung eines hochauflösenden Verfahrens (Steinhauser et al., 1989) erforderlich. Dabei hat es sich von vornherein als zweckmäßig erwiesen, Seen und Gletscher in der näheren Umgebung von Schwerestationen wegen ihres extrem großen Dichtekontrastes zu den anderen Gesteinskörpern gesondert im Reduktionsmodell zu berücksichtigen (Ruess, 1985). Hierbei ist die Wassertiefe einfach bestimmbar, aber auch die Eismächtigkeit der Gletscher kann mit geringem Aufwand mittels empirischer Formeln abgeschätzt werden, sofern sie nicht direkt aus seismischen Messungen resultiert (Steinhauser et al., 1984).

Im folgenden soll nun die Auswirkung der unterschiedlichen Oberflächendichte der geologischen Strukturen auf die Massenreduktion untersucht werden. Dabei ist die Dichteverteilung auch im Hinblick auf topographisch bedingte Effekte, die infolge großer Stationshöhenunterschiede das Anomalienbild systematisch verzerren, zu diskutieren.

## 2. Problemstellung

Für den Fall einer einheitlichen, von den Ortskoordinaten unabhängigen Dichteverteilung gilt für die Bougueranomalie  $\delta g''$  der bekannte Ausdruck:

$$(1) \quad \delta g''(x, y, z) = g(x, y, z) - \Gamma(x, y) + \delta g_{\text{niv}}(x, y, z) - \delta g_{\text{M}}(x, y, z)$$

mit

$$(2) \quad \delta g_{\text{M}}(x, y, z) = \delta g_{\text{BPL}}(z) - \delta g_{\text{top}}(x, y, z) \quad \text{Massenreduktion}$$

In Gl. (2) ist der sogenannte Bouguerplattenterm

$$\delta g_{\text{BPL}} = 2\pi f \sigma z \quad (+ \dots)$$

enthalten, der im Falle einer unendlich ausgedehnten, ebenen Bouguerplatte exakt, bei der sphärische Platte in erster Näherung durch eine lineare Funktion der Stationshöhe  $z$  definiert wird. Im allgemeinen hängt aber auch die topographische Korrektur  $\delta g_{\text{top}}$  von der Höhe ab, wobei sich jedoch keine funktionalen Beziehungen angeben lassen. In jedem Fall wird durch sie der Betrag der gesamten Massenreduktion systematisch vermindert, sodaß über den Bouguerplattenterm die maximal möglichen Reduktionsanomalien abgeschätzt werden können, die bei Annahme eines konstanten Dichtefehlers entstehen. Sie erreichen bzw. überschreiten die Größenordnung lokaler Bougueranomalien, weshalb ein korrektes Modell für die Verteilung der Oberflächendichten vor allem in Gebieten mit ausgeprägtem topographischen Relief und großen Stationshöhendifferenzen notwendig ist.

Üblicherweise wird dieser Fehler in erster Näherung dadurch vermieden, daß die Massenreduktionen mit der im Untersuchungsgebiet herrschenden Durchschnittsdichte durchgeführt werden. Dabei hat sich gezeigt, daß die Krusten-Standarddichte von  $2.67 \text{ g/cm}^3$  im Be-

reich der Ostalpen für die Oberflächengesteine als repräsentativ angesehen werden kann (Steinhauser, Pustisek, 1987). Dieser Ansatz einer Durchschnitts-Reduktionsdichte hat sich bei regionalen Schwereuntersuchungen bestens bewährt. Für Fragestellungen der angewandten Gravimetrie, wo auch kleinräumige lokale Anomalien richtig erfaßt werden müssen, besitzt dieses Verfahren im Hochgebirge jedoch nicht das erforderliche Auflösungsvermögen. In diesem Fall ist es erforderlich, die Dichteverteilung der geologischen Körper oberhalb des Reduktionsniveaus im einzelnen zu berücksichtigen.

Abb. 1 zeigt schematisch die zu erwartende Auswirkung eines gegenüber der wahren Dichte um den Dichtefehler  $\pm\delta\sigma$  veränderten Dichteansatzes. Bei der Massenreduktion  $M$  und der Bougueranomalie  $BA$  werden für extreme Stationslagen (Berggipfel, Tallage) entsprechende Fehler  $\delta M$  und  $\delta BA$  hervorgerufen. Bei positiver Dichtedifferenz tendieren die Bougueranomalien der hoch gelegenen Gravimeterstationen zu negativen, die Talstationen zu positiven Fehlern und umgekehrt.

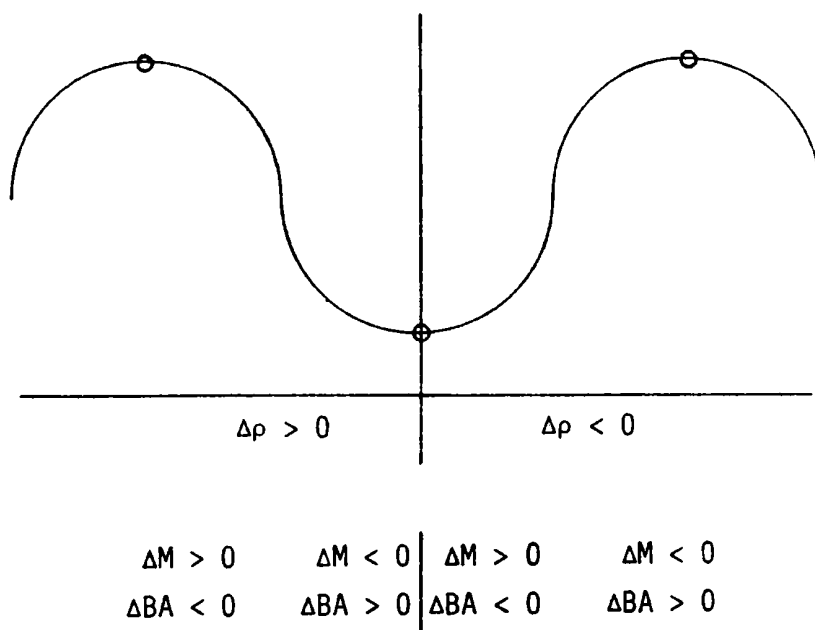


Abb. 1: Auswirkung von Dichtefehlern auf die Massenreduktion

### 3. Fallstudie

An Hand eines Beispiels soll in der Folge die Auswirkung eines der Oberflächengeologie entsprechenden variablen Dichteansatzes auf das Bougueranomalienbild diskutiert werden. Das verwendete Datenmaterial stammt aus einer gravimetrischen Detailuntersuchung im Bereich der Nördlichen Kalkalpen Österreichs (Zych, 1988), in dem auf etwa 4200 km<sup>2</sup> insgesamt 3300 Schwerestationen unter extremen Gebirgsverhältnissen flächenhaft verteilt sind. Der besseren Übersicht wegen wurde hieraus ein besonders charakteristisches Testgebiet ausgewählt, auf das ungefähr 150 Schwerestationen entfallen. Abb. 2 zeigt die aufgrund der Stationshöhen interpolierte Höhenverteilung des 210 km<sup>2</sup> großen Testgebietes. Die Schwerestationen liegen demnach in einem Höhenintervall von 700 bis 2400 m, womit die Bandbreite der Stationshöhen wohl als extrem groß klassifiziert werden kann.

Die topographische Korrektur wurde durch Quaderapproximation des Geländes mit entfernungsabhängigen Grundflächen unter Verwendung eines speziell auf die Erfordernisse in hochalpinem Gelände abgestimmten Höhenmodells (Ehrismann, Lettau, 1971; Götze et al., 1980; Ruess, 1985) berechnet. Zur Vermeidung von systematischen Approximationsfehlern bei extrem rauhem Relief in unmittelbarer Stationsumgebung wurden geeignete numerische Verfahren eingesetzt (Granser, 1987; Meurers, 1986).

### 4. Geländemodell

Die Basis für den Ansatz der Reduktionsdichte bildet ein digitales Dichtemodell für die Oberflächengesteine in Österreich (Granser et al., 1983; Steinhauser et al., 1984), dem vorwiegend direkte (ca. 6000 Gesteinsproben), aber auch indirekte Methoden (Nettletonverfahren, Seismik) zur Dichtebestimmung zugrunde liegen. Die Detailauflösung im Untersuchungsgebiet erfolgte durch zusätzliche, systematische Probenentnahme während der gravimetrischen Feld-



messungen. Abb. 3 zeigt den der Abb. 2 entsprechenden Ausschnitt des Dichtemodells . Die Rastergröße beträgt analog zum Geländehöhenmodell der Ostalpen 370 m x 390 m. Im gewählten Ausschnitt treten hauptsächlich drei Dichteprovinzen auf, die den Dolomitgesteinen ( $\sigma=2.82 \text{ g/cm}^3$ ), den Kalken ( $\sigma=2.70 \text{ g/cm}^3$ ) sowie den niedrigen Dichtewerten der Talfüllungen ( $\sigma=2.30 \text{ g/cm}^3$ ) zuzuordnen sind.

Da die Talfüllungen im allgemeinen nicht bis zum Reduktionsniveau reichen, muß zusätzlich eine Modellannahme über die Tiefenstruktur dieser Sedimente getroffen werden. Entsprechende Mächtigkeitsangaben können dabei zusätzlich mit Hilfe einzelner seismischer Profile und aus Bohrungen gewonnen werden.

Aufgrund von Überschlagsrechnungen erweist es sich als ausreichend, nur jene Talfüllungen zu erfassen, deren Sedimentmächtigkeit 25 m übersteigt. Über die Dichte der unterhalb der Talsedimente liegenden Gesteine existieren naturgemäß keine Informationen. Diese Grundgebirgsdichte muß daher aus den an den seitlich unmittelbar anschließenden Dichteprovinzen extrapoliert werden. Um diese Abschätzung zu objektivieren, erfolgt sie durch kreisförmige Mittelbildung über die von der Talfüllungsdichte abweichenden Werte, die schrittweise solange auf den jeweils nächsten Ring von Rasterelementen erweitert wird, bis mindestens 5 Elemente für die Mittelwertbildung der Grundgebirgsdichte verfügbar sind.

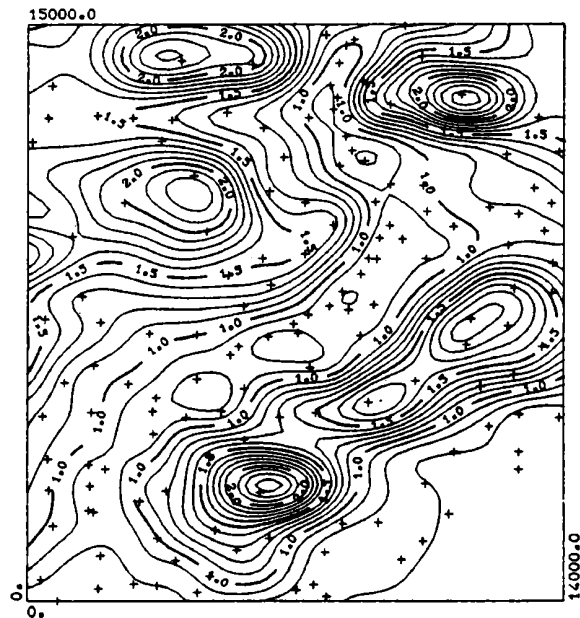


Abb. 2: Stationshöhenverteilung des Testgebietes

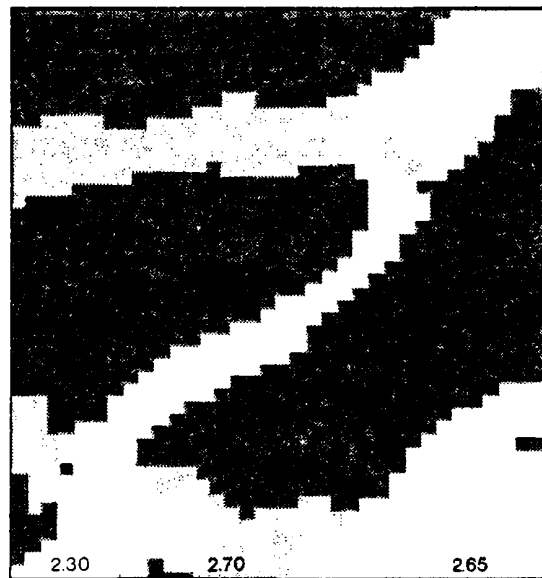


Abb. 3: Verteilung der Oberflächendichte im Testgebiet

## 5. Berechnungsverfahren

Da die Dichteverteilung digital im selben Raster wie das Höhenmodell vorliegt, kann die Berechnung der Bougueranomale mit variabler Dichte mit dem gleichen Verfahren erfolgen, das auch zur Bestimmung der topographischen Korrektur für die Standardbougueranomale herangezogen wird. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Massenkorrektur in einem Zug durch Abtragung aller topographischen Massen bis zum Reduktionsniveau berechnet wird, wobei jeder Reduktionssäule der zugehörige Dichtewert zugeordnet wird. In Bereichen, wo Talfüllungen oder Seen existieren, werden dreidimensionale Dichtemodelle verwendet, in dem die Rastersäulen entsprechend unterteilt werden. Im Sinne einer geologischen Korrektur werden gegebenenfalls stets auch jene Anteile der Talfüllungen berücksichtigt, die unterhalb des Reduktionsniveaus liegen.

Grundsätzlich ist zu betonen, daß die Berechnung der dichtekorrigierten Bouguerschwere bereits einen Interpretationsschritt darstellt, da über die Dichteverteilung im Untergrund bis zum Reduktionsniveau Annahmen getroffen werden müssen, die zweifellos Modellcharakter besitzen, und nur teilweise aus Oberflächenaufschlüssen abgeleitet werden können. Das hier verwendete Modell sieht mit Ausnahme der Talfüllungen und Seen vor, daß in jeder Dichteprovinz von der Oberfläche bis zum Reduktionsniveau die Dichte einen einheitlichen, konstanten Betrag aufweist und daß die seitlichen Dichtegrenzen, die durch die Massensäulen des Reduktionsrasters definiert sind, vertikal verlaufen. Dies stellt selbstverständlich nur eine erste Approximation der tatsächlichen Verhältnisse dar. Praktische Versuche haben aber mehrfach die Brauchbarkeit dieses Ansatzes bewiesen, insbesondere im nordalpinen Überschiebungsgebiet (Zych, 1969; Granser, 1982). Um entstehende Approximationsfehler möglichst klein zu halten, kann es zweckmäßig sein, das Reduktionsniveau in Hochlage zu bringen.

## 6. Diskussion der Ergebnisse

In der Bouguerschwereverteilung der nördlichen Kalkalpen ist in vielen Talbereichen eine enge Korrelation mit der Topographie zu erkennen. Dies ist einerseits durch die in diesen Tälern abgelagerten quartären, teils auch tertiären Sedimente, andererseits durch mit dem Talverlauf zumindest teilweise übereinstimmende Störungszonen interpretierbar.

Der Vergleich der mit variablem Dichteansatz berechneten Daten mit den Werten der Standardbougueranomalie zeigt, daß die durch die Talfüllungen verursachten Anomalien in ihrer Amplitude deutlich reduziert werden. Daneben ergeben sich im gesamten Untersuchungsgebiet eine beträchtliche Niveauverschiebung und Glättung des Isanomalenbildes. Die Bandbreite der in den Tiroler Kalkalpen auftretenden Bougueranomalie-Differenzen ist mit etwa 22 mGal außerordentlich hoch. Die flächenhafte Verteilung dieser Differenzen im Testgebiet stellt Abb. 4 dar. Der Vergleich mit Abb. 3 zeigt die erwartungsgemäß enge Korrelation mit den Dichteprovinzen.

Außerdem wurde die Bougueranomalie mit zwar konstanter Standarddichte von  $\sigma=2.67 \text{ g/cm}^3$ , jedoch zusätzlicher geologischer Korrektur der Talfüllungen bestimmt. Die Amplituden der mit den Tälern zusammenfallenden lokalen Anomalien sind dementsprechend deutlich reduziert, es bleiben allerdings größere Restanomalien als bei der vorher diskutierten umfassenden Dichtereduktion bestehen. Die Verbesserungen gegenüber dem Standardverfahren betragen immer noch bis zu 6 mGal und werden in Abb. 5 dargestellt. Erwartungsgemäß sind nur innerhalb der Bereiche mit großen Sedimentmächtigkeiten signifikante Differenzen vorhanden. Außerhalb der Talbereiche sind statistische Schwankungen zu beobachten, die auf Unterschiede im Berechnungsverfahren für die Massenkorrekturen bei der Bestimmung der Standardbougueranomalie zurückzuführen sind. Die Beschränkung der Talfüllungskorrekturen auf Talbereiche mit Sedimentmächtigkeiten von mehr als 25 m wird durch dieses Resultat gerechtfertigt.

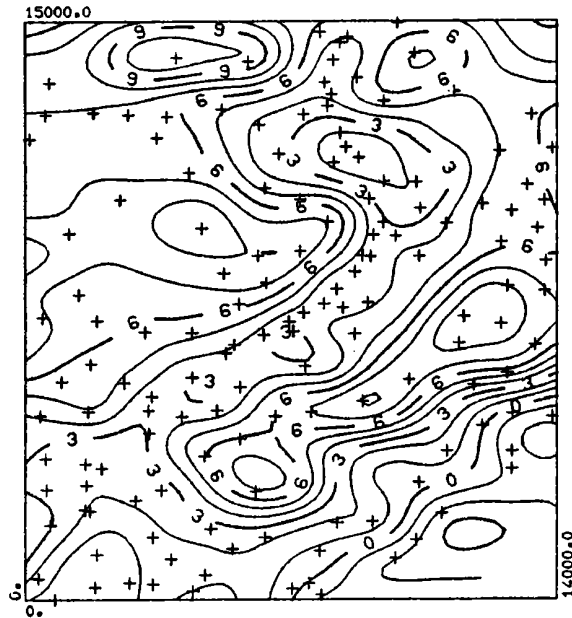


Abb. 4: Differenz zwischen der Standard- und der mit variablem Dichteansatz (Niveau: 0 m) berechneten Bougueranomalie

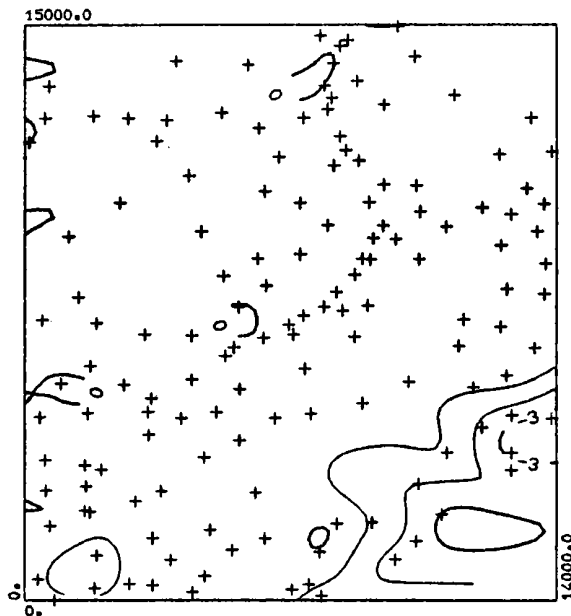


Abb. 5: Differenz zwischen der Standard- und der ausschließlich bezüglich der Talfüllungen geologisch reduzierten Bougueranomalie

Abb. 6 zeigt schließlich die Differenz zwischen der Bouguerschwere mit variablem Dichteansatz und der nur bezüglich der Talfüllungen geologisch reduzierten Standardbougueranomalie. Obwohl in beiden Berechnungen die Wirkung der Talsedimente in völlig gleicher Weise korrigiert wurde, zeichnen sich in dieser Darstellung deutlich mit der Stationshöhenverteilung gekoppelte Strukturen ab. Dieser Effekt ist daher ausschließlich auf die stark unterschiedlichen Höhen der Schwerestationen (400-2600 m) zurückzuführen und übertrifft an vielen Stellen die Gravitationswirkung der Talfüllungen bei weitem. In Abb.7 werden die Unterschiede zwischen beiden Reduktionsverfahren für das gesamte Datenmaterial dargestellt. Deutlich lassen sich hier die dominierenden Dichteprovinzen und bestehende Höhenabhängigkeiten an den linienförmigen Verdichtungen der Punktwolke entlang jener Bouguerplattenterme erkennen, die den entsprechenden Dichtewerten zuzuordnen sind.

Die Beseitigung der Reduktionsanomalien, die wegen ihrer Höhenabhängigkeit eine Verstärkung ausgeprägt hochfrequenter Anteile im Spektrum der Schwereanomalie erwarten lassen, sollte daher zu einer Glättung des Schwerebildes führen. Die Verbesserung durch das gewählte Dichtemodell kann daher durch Anwendung von Feldtransformationen überprüft werden, deren Filteroperatoren Hochpasseigenschaften aufweisen, wie dies für die Vertikalgradientenfelder gilt (Abb. 8). Lokale Vertikalgradientenanomalien werden in ihrer Amplitude wesentlich reduziert, wenn die Bougueranomalie mit einem variablen Dichteansatz berechnet wird (Abb. 8b). Insbesondere ist die räumliche Koinzidenz von lokalen Extrema des Vertikalgradienten der Standardbougueranomalie (Abb. 8a) mit topographischen Strukturen auffällig, während der regionale Trend der Isanomalien vom Dichteansatz weitgehend unabhängig ist. Dieser Vergleich kann daher als Hinweis auf die Brauchbarkeit des verwendeten Dichtemodells gesehen werden.

Zur Untersuchung langwelliger Schwerefeldkomponenten, die dem regionalen Trend zugeordnet werden können, wurden beide Bouguer-anomaliefelder einer Tiefpassfilterung (Wellenlängenfilter) mit

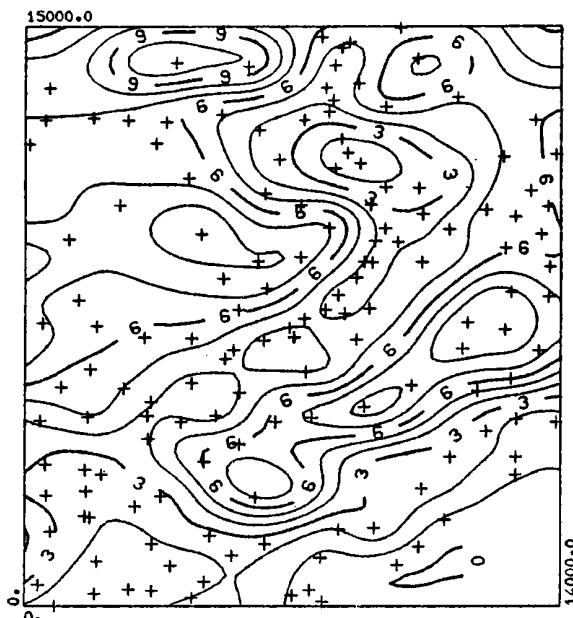


Abb. 6: Differenz zwischen Bougueranomalie mit variablem Dichteansatz und der ausschließlich bezügl. der Talfüllungen reduzierten Schwereverteilung

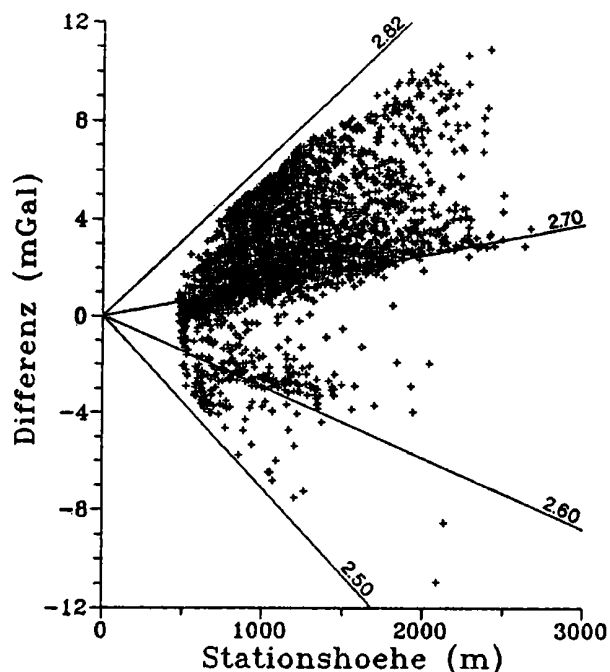


Abb. 7: Differenz zwischen Bougueranomalie mit variablem Dichteansatz und der ausschließlich bezügl. der Talfüllungen reduzierten Schwereverteilung in den Tiroler Kalkalpen

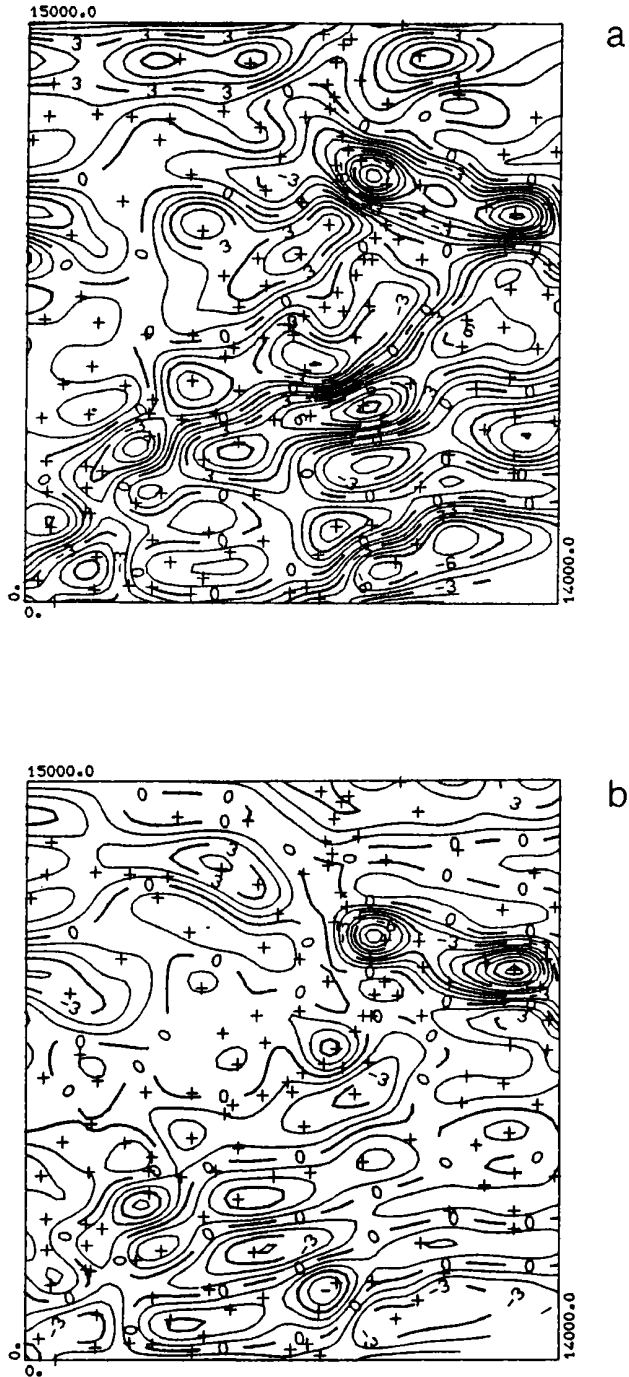


Abb. 8: Vertikalgradientenfeld  
a Standardbougueranomalie  
b Bougueranomalie mit  
variablem Dichteansatz



einer Grenzwellenlänge von 5 km unterzogen. Der Vergleich wird in Abb. 9a (Standardbougueranomalie) und Abb. 9b (Bougueranomalie mit variablem Dichteansatz) dargestellt. Im ersten Fall sind deutlich höherfrequente Anteile zu beobachten. Dies entspricht dem oben konstatierten Resultat. Darüberhinaus zeigen sich allerdings beträchtliche Unterschiede in der Amplitude des Regionalfeldes, dessen Bandbreite von 20 mGal bei der Standardbougueranomalie auf etwa 30 mGal, d.h. um 50%, anwächst. Hieraus erwachsen wesentliche Konsequenzen für die Erstellung von Modellen in tieferen Krustengebieten bei der quantitativen Interpretation des Trendfeldes.

## 7. Schlußfolgerungen

Das hier diskutierte Beispiel zeigt, daß die extremen topographischen Verhältnisse im Hochgebirge hohe Anforderungen hinsichtlich einer den tatsächlichen Gegebenheiten entsprechenden Reduktion von Schweredaten stellen. Es ist daher nicht ausreichend, für die Massenreduktionen die Krusten-Standarddichte von  $2.67 \text{ g/cm}^3$  zu verwenden. Bei der topographischen Korrektur werden dadurch wegen der großen Höhenunterschiede verstärkt Reduktionsanomalien hervorgerufen, wenn die wahre Gesteinsdichte von der Standarddichte stärker abweicht.

Das an dem Testbeispiel demonstrierte Verfahren gestattet es, Talfüllungen, Seen und Gletschermassen, also unmittelbar an der Oberfläche befindliche Strukturen mit einem großen Dichtekontrast zu ihrer Umgebung, durch Quader mit einer Grundfläche von etwa  $370 \times 390 \text{ m}$  dreidimensional zu modellieren, während die seitlichen Begrenzungen der Dichteprovinzen gebirgsbildender Strukturen entlang den Massensäulen des Reduktionsrasters bis zum Bezugsniveau vertikal verlaufen. Das Testbeispiel beweist, daß es nicht ausreicht, nur die Talfüllungen mit der wahren Dichte zu korrigieren.

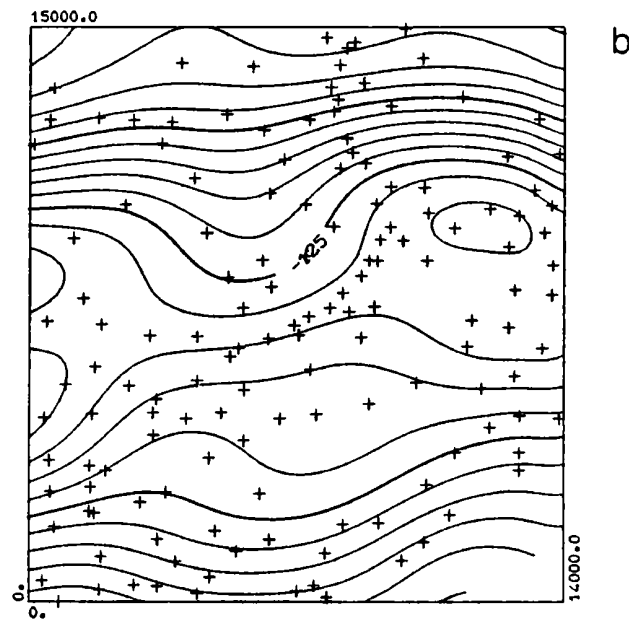
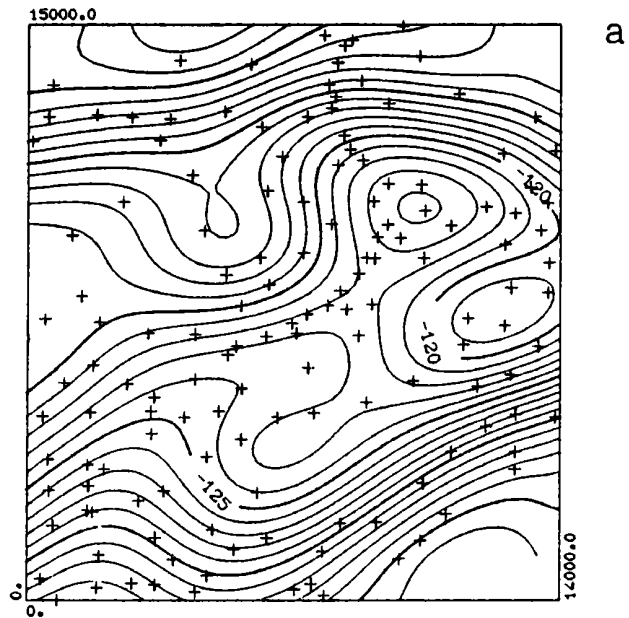


Abb. 9: Regionalfeld (Wellenlängenfilterung)  
a Standardbougueranomalie  
b Bougueranomalie mit  
variablem Dichteansatz

Wegen ihrer großen Volumina können auch die gebirgsbildenden Gesteine trotz der vergleichsweise geringen Dichtekontraste beträchtliche Reduktionsanomalien hervorrufen.

Um ein korrektes Dichtemodell zu erhalten, ist es erforderlich, sämtliche verfügbaren Informationen (Seismische Angaben, Bohrlochdaten, Inversion von Schweredaten) zu verwerten, und vor allem eine möglichst systematische und umfassende Probenentnahme unabhängig von den geologischen Verhältnissen vorzunehmen.

Die Berechnung der Massenreduktionen unter Berücksichtigung der Dichteverteilung der Oberflächengesteine verhindert die bei konventionellen Reduktionsverfahren infolge der Oberflächengeologie auftretenden Reduktionsanomalien, die von Strukturen unterhalb des Reduktionsniveaus hervorgerufene Schwerestörungen bis zur Unkenntlichkeit maskieren können.

## 8. Literatur

Ehrismann, W., Lettau, O.: Topographische Reduktion von Schwere-messungen in der näheren und weiteren Stationsumgebung. Arch. Met. Geoph. Biokl., Ser. A, 20, 383-396, 1971.

Götze, H.J., Steinhauser, P., Rosenbach, O.: Die Bestimmung der mittleren Geländehöhen im Hochgebirge für die topographische Reduktion von Schweremessungen. Ber. Tiefb. Ostalp., 9, 1980.

Granser, H.: Allgemeine Feldfortsetzung und Verfahren zur Dichte-bestimmung angewandt auf gravimetrische Untersuchungen im Hochgebirge. Unveröff. Dissertation, Univ. Wien, 1982.

Granser, H.: Topographic reduction of gravity measurements by numerical integration of boundary integrals. Geoph. prosp., 35, 71-82, 1987.

Granser, H., Hösch, K., Steinhauser, P., Zych, D.: Über das Dichte-modell in Österreich. in: Geod. Arb. Österreichs f. d. int. Erdmessung, III, 159-182, 1983.

Meurers, B.: Improvement of terrain corrections by applying numerical integration techniques and bicubic spline interpolation. Boll. Geof. Teor. Appl., 28, 111/112, 227-234, 1986.

- Ruess, D. : Berücksichtigung von Wasser- und Eismassen bei der topographischen Reduktion.  
Ber. Tiefb. Ostalp., 12, 175-177, 1985.
- Steinhauser, P., Meurers, B., Ruess, D.: Gravity investigations under extreme mountainous conditions. Zum Druck eingereicht, 1989.
- Steinhauser, P., Pustisek, A.: Estimation of the mass deficit of the Eastern Alps. Geod. Arb. Österreichs f. d. int. Erdmessung, Neue Folge, IV, 111-125, 1987.
- Steinhauser, P., Ruess, D., Zych, D., Haitzmann, H., Walach, G.: The geoid in Austria: Digital models of mean topographic heights and rock densities. Proc. XVIIIth Gen.Ass. IUGG, IAG, Vol. 1, 322-338, 1984.
- Zych, D.: Korrekturprobleme bei Schweremessungen im Alpenbereich. Erdöl u. Erdgas, 85, 3, 70-80, 1969.
- Zych, D.: 30 Jahre Gravimetermessungen der ÖMV Aktiengesellschaft in Österreich und ihre geologisch-geophysikalische Interpretation. Arch.f.Lagerst.forsch.Geol.B.-A., 9, 155-175, 1988.

---

## Berechnung der topographischen Reduktion mit der Fast Fourier Transformation

G. Goltz

FU Berlin

---

### 1. Einleitung

Mit der zunehmenden Verbreitung digital vorliegender Höhenfiles ist die Bestimmung der gravimetrischen Geländereduktion wesentlich vereinfacht worden, weil auf die mühselige Schätzung mittlerer Geländehöhen weitgehend verzichtet werden kann. Gleichzeitig wäre es aber wünschenswert, ein Berechnungsverfahren zu verwenden, das den in den Höhenfiles steckenden Informationsgehalt - bei vertretbarem Rechenzeitaufwand - voll ausnutzt. Herkömmliche Verfahren, die Quader als Elementarkörper verwenden, wie das von Ehrismann und Lettau (1971), sind wegen der Vielzahl der durchzuführenden Rechenoperationen, insbesondere wenn die Reduktion für viele Stationen berechnet werden soll, hierzu meist nur bedingt verwendungsfähig.

Ein von Sideris (1984, 1985) entwickeltes Verfahren benutzt die Fast Fourier Transformation und benötigt wesentlich weniger Rechenzeit als konventionelle Verfahren. In umfangreichen Testrechnungen ist untersucht worden, ob es das bislang in der Arbeitsgruppe Gravimetrie (FU Berlin) verwendete Verfahren nach Ehrismann und Lettau ersetzen kann.

### 2. Beschreibung des Sideris-Verfahrens

Ausgangsbasis für das Sideris-Verfahren ist die aus der Massenlinien-Formel (Bott, 1959)

$$\Delta g(x_s, y_s) = f \cdot \Delta \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \left[ \frac{1}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (h - h_s)^2}} \right] \quad (1)$$

durch Entwicklung des zweiten Bruchs in eine Taylorreihe gewonnene Näherungslösung

$$\Delta g(x_s, y_s) = \frac{f \cdot \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3}, \quad (2)$$

die eine ausreichende Approximation der Schwerewirkung eines Quaders mit ebener Deckfläche

gewährleistet, wenn die Bedingung

$$\left| \frac{h - h_s}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}} \right| \ll 1 \quad (3)$$

erfüllt ist. Die Taylorreihen-Entwicklung wird hier bereits nach dem linearen Glied abgebrochen.

Es gelten dabei die Bezeichnungen:

- $\Delta g(x_s, y_s)$  : Geländereduktion im Punkt  $(x_s, y_s)$ ,
- $f$  : Gravitationskonstante,
- $\Delta \rho$  : Reduktionsdichte,
- $\Delta x, \Delta y$  : Kantenlänge der Quadergrundfläche,
- $x_s, y_s$  : x- und y-Koordinaten des Aufpunkt,
- $x, y$  : x- und y-Koordinaten des Quellpunkts,
- $h, h_s$  : Höhe der Massenlinie und des Aufpunkts.

Liegen mittlere Höhen auf einem regelmäßigen Gitter vor, kann die topographische Reduktion unter Verwendung der grundlegenden Beziehung (2) einfach berechnet werden:

$$\Delta g(x_s, y_s) = \frac{f \cdot \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{[h(x, y) - h(x_s, y_s)]^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3}, \quad (4)$$

wobei für die Koordinaten  $x$  und  $y$  bzw.  $x_s$  und  $y_s$  des Höhenrasters die Beziehungen

$$\begin{aligned} x &= i \cdot \Delta x \quad , \quad i = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \\ y &= j \cdot \Delta y \quad , \quad j = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \end{aligned}$$

gelten. Der Gitterabstand beträgt in  $x$ -Richtung  $\Delta x$  und in  $y$ -Richtung  $\Delta y$ .

Da angenommen wird, daß Stationshöhen und mittlere Geländehöhen an den Gitterpunkten identisch sind, muß ausgeschlossen werden, daß der Nenner in Gleichung (4) gleich *Null* wird, weshalb jetzt folgende Definition eingeführt wird:

$$r^{-3}(x - x_s, y - y_s) = \begin{cases} [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2]^{-\frac{3}{2}} & : \quad \text{sonst} \\ 0 & : \quad x = x_s, y = y_s \end{cases} \quad (5)$$

Nach Ausmultiplizieren des Zählers und Zusammenfassen nimmt Gleichung (4) folgende Form an

$$\begin{aligned} \Delta g(x_s, y_s) = & \frac{f \cdot \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \\ & \left[ \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} r^{-3}(x - x_s, y - y_s) \cdot h^2(x - x_s, y - y_s) \right. \\ & - 2h(x_s, y_s) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} r^{-3}(x - x_s, y - y_s) \cdot h(x - x_s, y - y_s) \\ & \left. + h^2(x_s, y_s) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} r^{-3}(x - x_s, y - y_s) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Die ersten beiden Terme in der eckigen Klammer aus Gleichung (6) sind diskrete Faltungen, die auf einfache Weise mit der FFT unter Ausnutzung des Faltungstheorems berechnet werden können. Die dritte Doppelsumme entspricht dem Mittelwert des Abstands aller Gitterpunkte vom Mittelpunkt des Rasters.

Als endgültige Formel für die Geländereduktion erhält man schließlich

$$\Delta g = \frac{f \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \left[ \mathcal{F}^{-1} (\mathcal{F}(r^{-3})\mathcal{F}(h^2)) - 2h \mathcal{F}^{-1} (\mathcal{F}(r^{-3})\mathcal{F}(h)) + h^2 \langle r^{-3} \rangle \right]. \quad (7)$$

Hierbei ist  $\mathcal{F}$  der Operator der Fourier-Transformation und  $\mathcal{F}^{-1}$  der Operator der inversen Fourier-Transformation. Für die Mittelwertbildung wird das Symbol  $\langle \rangle$  verwendet.

Das Verfahren liefert die topographische Reduktion gleichzeitig für *alle* Gitterpunkte, wobei die Reduktion im Nahbereich, d. h. innerhalb des Rasterelements mit Kantenlängen  $\Delta x$  und  $\Delta y$ , in dessen Mittelpunkt sich jeweils der Stationspunkt befindet, gesondert berechnet werden muß (z. B. nach Schöler, 1976 oder Klingelé, 1980/81), weil nach der Definition (5) für verschwindenden Abstand  $r^{-3}$  dieses Rasterelement keinen Beitrag zur Reduktion liefert.

Wegen FFT-spezifischer Randeffekte nehmen die auftretenden Fehler vom Zentrum des Rasters nach außen hin zu, weshalb die für die randlichen Bereiche berechneten Geländereduktion keine Aussagekraft besitzen. Da aber das Gebiet, für das Reduktionen bestimmt werden sollen, von vorneherein um weitere Punkte –in Abhängigkeit des Reduktionradius– zu ergänzen ist, spielt diese Einschränkung keine wesentliche Rolle.

Die durchgeführten Rechnungen zeigen, daß brauchbare Ergebnisse für ein zentrales Gebiet, das ungefähr 40% × 40% des gesamten Rasters umfaßt, erzielt werden.

Zwei Einschränkungen bei der Anwendung des Verfahrens müssen stets bedacht werden:

- (a) Da die angegebenen Formeln nur für den ebenen Fall gelten, ist das Verfahren bei großräumigen Gebieten, bei denen die Sphärizität der Erde nicht vernachlässigt werden darf (Jung, 1961), nicht mehr uneingeschränkt zu verwenden.
- (b) Liegen die Stationspunkte nicht auf einem regelmäßigen Gitter vor, muß zusätzlich auf die wahren Stationslagen und Stationshöhen interpoliert werden. Dafür kommen Splinefunktionen oder bilineare Interpolationsformeln in Frage (Forsberg, 1985).

### 3. Modifikation des Sideris-Verfahrens

Vor Berechnung der topographischen Reduktion mit dem FFT-Verfahren müßte stets geklärt werden, ob die Bedingung (3) für alle Rasterpunkte erfüllt ist, weil sonst unakkzeptal große Fehler, die sich bis zu einigen *mgal* summieren können, auftreten. Weil diese Überprüfung zeitaufwendig und nicht ganz unkritisch ist, wurde ein anderer Weg eingeschlagen, um das Verfahren trotzdem verwenden zu können.

Zur Verringerung der wegen der verwendeten Näherungsformel auftretenden Fehler sind prinzipiell zwei Verfahrensweisen denkbar

- Berücksichtigung des quadratischen Terms der Taylorreihen-Entwicklung in Gleichung (1) oder
- Modifikation der Filterfunktion  $r^{-3}$  in Definition (5).

Im ersten Fall lautet die Berechnungsformel der Geländereduktion

$$\Delta g(x_s, y_s) = f \cdot \Delta \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \left[ \frac{1}{2} \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3} - \frac{3}{8} \frac{(h - h_s)^4}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^5} \right]. \quad (8)$$

Der quadratische Term der Taylorreihen-Entwicklung kann ebenfalls mit Hilfe der FFT bestimmt werden; insgesamt sind statt der ursprünglichen zwei Faltungen zusätzlich weitere vier zu berechnen:

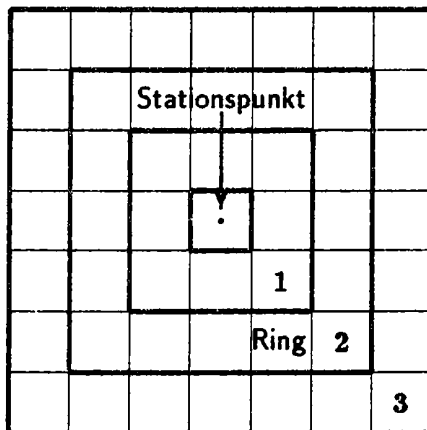
$$\begin{aligned} \Delta g = f \cdot \Delta \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y & \left[ \frac{1}{2} \left( \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-3}) \mathcal{F}(h^2) \right) - 2h_s \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-3}) \mathcal{F}(h) \right) + h_s^2 \langle r^{-3} \rangle \right) - \right. \\ & \frac{3}{8} \left( \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h^4) \right) - 4h_s \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h^3) \right) + \right. \\ & 6h_s^2 \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h^2) \right) - 4h_s^3 \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h) \right) - \\ & \left. \left. h_s^4 \langle r^{-5} \rangle \right) \right]. \quad (9) \end{aligned}$$



Die Modifikation der Filterfunktion  $r^{-3}$  greift einen schon von Bott (1959) gemachten Vorschlag auf, in dem es heißt

*"The errors from all sources are the largest for small values of  $r$ , and thus it is desirable for the programme to include a facility for ignoring the squares in the immediate vicinity of the station concerned."*

Jeder Rasterpunkt wird "ringförmig" von weiteren Gitterpunkten umgeben, wobei die Einteilung nach der in Abbildung 1 dargestellten vorgenommen wird. Die acht direkten Nachbarpunkte gehören zu Ring 1, die nächsten sechzehn zu Ring 2 usw.



**Abbildung 1:** Einteilung des Reduktionsgebiets in verschiedene Ringe um den jeweiligen Stationspunkt.

In Definition (5) wird jetzt nicht nur für  $x_s = x$  und  $y_s = y$ , sondern auch für diejenigen Punkte, die sich innerhalb der vorzugebenden Ringe befinden,  $r^{-3} = 0$  gesetzt. Damit wird eine Ausblendung des Bereichs, durch den die größten Fehler bei der Reduktion entstehen, erreicht. Für die nicht berücksichtigten Punkte muß die Reduktion allerdings mit herkömmlichen Methoden bestimmt werden.

Durch diese mehrstufige Berechnung können einerseits die Vorteile der enorm schnellen Bestimmung der Geländereduktion mit der FFT ausgenutzt und andererseits eine ausreichende Genauigkeit erreicht werden.

Testrechnungen haben ergeben, daß die FFT-Methode schon bei kleinen ( $32 \times 32$ ) Rastern erhebliche Rechenzeiteinsparung gegenüber der Quader-Methode bietet (ungefähr Faktor 50). Der Zeitvorteil vergrößert sich bei sehr umfangreichen Höhenfiles ( $1000 \times 1000$ ) um ein Vielfaches, so daß es z. B. ohne weiteres möglich wäre, Daten des Raster 1 des digitalen Geländemodells Österreichs auch zur Berechnung der Fernreduktion zu verwenden.

#### 4. Testrechnungen

Zum Test des Verfahrens wird ein  $90 \times 60$  Punkte umfassendes Gebiet verwendet, das von den Koordinaten

$$\begin{array}{l} 12^{\circ} \quad 5' \quad 37.5'' \leq \lambda \leq 13^{\circ} \quad 19' \quad 22.5'' \quad \text{Östliche Länge} \\ 46^{\circ} \quad 46' \quad 7.5'' \leq \phi \leq 47^{\circ} \quad 52' \quad 52.5'' \quad \text{Nördliche Breite} \end{array}$$

umschlossen wird. Der Punktabstand beträgt in  $x$ -Richtung  $1392 \text{ m}$  ( $11.25''$ ) und in  $y$ -Richtung  $1552 \text{ m}$  ( $18.75''$ ) (Raster 3 des digitalen Geländemodells Österreichs).

Die Geländereduktion wird für einen  $30 \times 20$  Punkte umfassenden Ausschnitt im Zentrum des Gesamttrasters berechnet. Hier betragen die Geländehöhen zwischen  $724 \text{ m}$  und  $3085 \text{ m}$ . Die Höhenunterschiede zwischen den einzelnen Punkten sind wegen des hochalpinen Geländes recht beträchtlich und betragen teilweise über  $1000 \text{ m}$ . Als Reduktionsdichte wird einheitlich  $2.67 \text{ g cm}^{-3}$  verwendet.

Bleibt bei der Berechnung jeweils das Rasterelement ausgespart, in dessen Mittelpunkt sich der Stationspunkt befindet, betragen die Unterschiede zwischen FFT-Verfahren und der Quader-Methode zwischen  $-0.2$  und  $1.6 \text{ mgal}$  (Tabelle 2, 2. Spalte). Die größten Abweichungen treten an den Punkten auf, an denen die Höhenunterschiede zu den umliegenden Punkten sehr groß, teilweise in der Größenordnung der Rasterabstände, sind. Dort gilt die für Gleichung (2) angenommene Voraussetzung nicht mehr, wodurch die Abweichungen zu erklären sind.

Bei Vernachlässigung der den Stationspunkts umgebenden acht Nachbarpunkte ergibt sich eine erhebliche Verringerung der Abweichung beider Methoden voneinander, so daß für fast 100% aller Punkte die Abweichungen kleiner als  $0.5 \text{ mgal}$  bleiben. Werden nicht nur die direkten Nachbarpunkte (1. Ring) bei der Rechnung nicht mitherangezogen, sondern auch die Punkte des 2., 3. und 4. Rings, verbessert sich das Resultat kontinuierlich (Tabelle 2, 3. - 6. Spalte). Schließlich differieren beide Methoden nur noch um maximal  $0.3 \text{ mgal}$ . Natürlich nimmt gleichzeitig der Gesamtbetrag der Reduktion ab (Tabelle 1).

Die Resultate sollten noch besser werden, wenn, wie weiter oben beschrieben, auch der quadratische Term der Reihenentwicklung in Gleichung (1) berücksichtigt wird. Erstaunlicherweise ist genau das Gegenteil der Fall! Die maximale Abweichung beträgt fast  $3.4 \text{ mgal}$  (Tabelle 3, 2. Spalte) im Gegensatz zu  $1.6 \text{ mgal}$  beim nicht modifizierten Sideris-Verfahren. Diese Tendenz schwächt sich ab, wenn der "Nahreduktionsradius" nach außen verlagert wird (Tabelle 3, 3. - 6. Spalte).

Dieses Ergebnis kann nur so gedeutet werden, daß in diesem Beispiel die Näherungsformel (2) die Schwerewirkung des Quaders besser approximiert als Gleichung (1) bzw. die daraus abgeleiteten

Formeln, die auch Glieder höherer Ordnung der Reihenentwicklung dieser Gleichung enthalten.

Sich daran anschließende Untersuchungen, bei denen auch die von Jung (1961) angegebene Formel

$$\Delta g(x_s, y_s) = f \cdot \Delta \rho \cdot (\Delta x)^2 \left[ \frac{1}{2} \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3} - \frac{3}{4} \left( \frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^5} \right],$$

mit der FFT ausgewertet wurde, haben gezeigt, daß die mit Formel (2) berechneten Reduktionen in Gebieten mit großen Höhenunterschieden die geringsten Unterschiede zur Quader-Methode aufweisen, während bei ruhiger Topographie die Formel von Jung die genauesten Ergebnisse liefert. Letztere Formel gilt jedoch nur, wenn die Gitterabstände in  $x$ - und  $y$ -Richtung gleich groß sind.

## 5. Zusammenfassung

Das Sideris-Verfahren ist eine elegante Methode zur Berechnung der gravimetrischen Geländereduktion, die besonders für die Verarbeitung umfangreicher Höhenfiles geeignet ist. Da allerdings als Ausgangsformel die Massenlinien-Formel verwendet wird, ist die Anwendung nur zur Berechnung der Fernreduktion empfehlenswert, wobei wegen der Nichtberücksichtigung der Sphärizität der Erde, der Reduktionsradius nicht beliebig groß gewählt werden darf. Generell sind umso bessere Ergebnisse zu erwarten, je geringer die Höhenunterschiede zwischen den einzelnen Rasterpunkten sind.

Insgesamt kann mit dem Sideris-Verfahren ein schneller Überblick über die zu erwartende Größenordnung der Geländereduktion erhalten werden. Bestehende Verfahren kann es zwar ergänzen, aber nicht in ihrer ganzen Anwendungsbreite ersetzen.

## Anmerkung

Ganz herzlich danken möchte ich Herrn Dr. Bruno Meurers (Universität Wien) für die Bereitstellung der verwendeten Höhendaten und die anregende Diskussion über die hier behandelte Thematik sowie Herrn Prof. Dr. H.-J. Götze (FU Berlin), der der Initiator dieser Arbeit war.

**Literatur:**

**Bott, M.P.H.**, 1959: The Use of Electronic Digital Computers for the Evaluation of Gravimetric Terrain Corrections. *Geophysical Prospecting* 7, 45-54

**Ehrismann, W., Lettau, O.**, 1971: Topographische Reduktion von Schweremessungen in der näheren und weiteren Stations-Umgebung mit Digitalrechnern. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A*, 20, 383-396

**Forsberg, René**, 1985: Gravity Field Terrain Effect Computations by FFT. *Bulletin Géodésique* 59, 342-360

**Jung, Karl**, 1961: *Schwerkraftverfahren in der angewandten Geophysik*. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig

**Klingelé, E.**, 1980/81: A New Method for Near-Topographic Corrections in Gravity Surveys. *Pure and Applied Geophysics, Vol. 119*, 273 - 279

**Lettau, Olaf**, 1970: *Ein ALGOL-Programm-System zur Reduktion gravimetrischer Messungen*. Diplomarbeit (unveröffentlicht), TU Clausthal

**Schöler, Werner**, 1976: Die Beeinflussung der Schwere und des Vertikalgradienten durch das Gelände in Stationsnähe. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A*, 25, 79-88

**Sideris, M.G.**, 1984: *Computation of Gravimetric Terrain Corrections Using Fast Fourier Transform Techniques*. Department of Surveying Engineering, UCSE Reports 20007, University of Calgary, Canada

**Sideris, M.G.**, 1985: A fast Fourier Transform method for computing terrain corrections. *Manuscripta Geodaetica* 10, 66-73

**Tabellenanhang:**

Geländereduktion [mGal]	Aussparung bis Ring				
	0	1	2	3	4
Minimum	2.5	2.2	1.6	1.3	1.0
Maximum	33.9	28.3	19.3	12.9	10.3

**Tabelle 1:** Geländereduktion bei Variation des "Nahreduktionsradius" (Sideris-Verfahren).

Abweichung [mGal]	Anteil von 600 Punkten				
	0	1	2	3	4
-1.0 - -0.9	.	1	.	.	.
-0.9 - -0.8	.	.	.	.	.
-0.8 - -0.7	.	.	.	.	.
-0.7 - -0.6	.	.	.	.	.
-0.6 - -0.5	.	.	.	.	.
-0.5 - -0.4	.	.	2	.	.
-0.4 - -0.3	.	.	2	1	1
-0.3 - -0.2	1	.	9	11	11
-0.2 - -0.1	.	5	30	37	35
-0.1 - 0.0	.	11	308	477	517
0.0 - 0.1	5	97	249	74	36
0.1 - 0.2	16	184	.	.	.
0.2 - 0.3	29	191	.	.	.
0.3 - 0.4	45	93	.	.	.
0.4 - 0.5	45	16	.	.	.
0.5 - 0.6	60	.	.	.	.
0.6 - 0.7	73	.	.	.	.
0.7 - 0.8	65	.	.	.	.
0.8 - 0.9	63	.	.	.	.
0.9 - 1.0	56	.	.	.	.
1.0 - 1.1	45	.	.	.	.
1.1 - 1.2	42	.	.	.	.
1.2 - 1.3	28	.	.	.	.
1.3 - 1.4	15	.	.	.	.
1.4 - 1.5	9	.	.	.	.
1.5 - 1.6	2	.	.	.	.
1.6 - 1.7	1	.	.	.	.
Mittelwert [mGal]	0.75	0.20	-0.02	-0.04	-0.04

**Tabelle 2:** Verteilung der Abweichung der Geländereduktion berechnet mit dem FFT-Verfahren vom Quader-Verfahren für unterschiedliche "Radien" des Nahreduktionsbereichs.

Geländerreduktion [mGal]	Aussparung bis Ring				
	0	1	2	3	4
Minimum	2.5	2.2	1.6	1.3	1.0
Maximum	30.7	26.0	18.7	12.7	10.2

**Tabelle 3:** Geländerreduktion bei Variation des "Nahreduktionsradius" (modifiziertes Sideris-Verfahren).

Abweichung [mGal]	Anteil von 600 Punkten				
	0	1	2	3	4
-0.3 - -0.2	-	-	-	5	5
-0.2 - -0.1	-	-	13	24	29
-0.1 - 0.0	-	-	85	334	447
0.0 - 0.1	2	248	401	237	119
0.1 - 0.2	14	168	58	-	-
0.2 - 0.3	13	77	2	-	-
0.3 - 0.4	32	31	1	-	-
0.4 - 0.5	34	22	-	-	-
0.5 - 0.6	34	15	-	-	-
0.6 - 0.7	49	13	-	-	-
0.7 - 0.8	49	10	-	-	-
0.8 - 0.9	53	6	-	-	-
0.9 - 1.0	39	-	-	-	-
1.0 - 1.1	37	3	-	-	-
1.1 - 1.2	31	-	-	-	-
1.2 - 1.3	27	5	-	-	-
1.3 - 1.4	29	-	-	-	-
1.4 - 1.5	22	-	-	-	-
1.5 - 1.6	19	1	-	-	-
1.6 - 1.7	18	-	-	-	-
1.7 - 1.8	21	-	-	-	-
1.8 - 1.9	9	-	-	-	-
1.9 - 2.0	16	-	-	-	-
2.0 - 2.1	13	-	-	-	-
2.1 - 2.2	7	-	-	-	-
2.2 - 2.3	11	-	-	-	-
2.3 - 2.4	3	-	-	-	-
2.4 - 2.5	5	1	-	-	-
> 2.6	13	-	-	-	-
Mittelwert [mGal]	1.08	0.20	0.04	-0.01	-0.03

**Tabelle 4:** Verteilung der Abweichung der Geländerreduktion berechnet mit dem modifizierten FFT-Verfahren vom Quader-Verfahren für unterschiedliche "Radien" des Nahreduktionsbereichs.

---

Programmsystem zur Berechnung des Schwerfeldes von Massen in  
in Isolinien-Darstellung

H. Lichtenegger, W. Klostius

TU Graz

---

1. Einleitung

Die klassischen geodätischen Meßverfahren werden bekanntlich im Schwerfeld der Erde ausgeführt und sind daher von diesem beeinflusst. Aber auch bei den modernen Methoden der operativen Satellitengeodäsie, etwa dem Globalen Positionierungssystem (GPS), welche vom Erdschwerfeld nahezu unabhängig sind, werden Informationen über dieses benötigt. Erst diese Kenntnis ermöglicht nämlich die strenge Verknüpfung von Ergebnissen, welche einerseits über satellitentechnische und andererseits nach klassischen terrestrischen Verfahren gewonnen wurden.

Die Bedeutung der Schwerfeldinformationen wird durch die gesteigerten Genauigkeiten in Zukunft auch für ingenieurgeodätische Anwendungen zunehmen. Dabei spielen vor allem relative Änderungen des Schwerfeldes im Meßgebiet zufolge topographischer Massen oder auch künstlicher Bauwerke eine Rolle.

Die Bestimmung des lokalen Schwerfeldes kann indirekt über astro-geodätische oder gravimetrische Beobachtungen erfolgen. Diese Methodik ist allerdings zeitaufwendig und kostenintensiv, sie scheidet daher aus ökonomischen Gründen für ingenieurgeodätische Projekte aus. Das lokale Schwerfeld kann aber auch direkt aus Informationen über die Höhen- und Dichteverhältnisse der Störmassen berechnet werden. Hiefür sind mehrere Verfahren bekannt. Das in dieser Arbeit vorgestellte Programmsystem basiert auf einem Verfahren von Talwani und Ewing (1960) und erlaubt die Berechnung des Schwerfeldes von schichtweise vorgegebenen Modellkörpern.

Der vorliegende Bericht gibt vorerst - gestützt auf Ausführungen von Sünkel (1988) - einen allgemeinen Überblick über den Einfluß von Schwerfeldparametern auf geodätische Meßgrößen. Anschließend wird das Prinzip der Berechnung des Schwerepotentials und seiner Gradienten für den Fall dargestellt, daß die Störmassen durch

Isolinien modelliert sind. Die praxisnahe Realisierung des Verfahrens wurde in einer Diplomarbeit von Stäuble (1988) unter Betreuung durch die Verfasser versucht. Die Darstellung der Grundzüge des entwickelten Programmsystems bildet den Schwerpunkt der Ausführungen im vierten Abschnitt, wobei auch auf noch bestehende Mängel des Systems hingewiesen wird.

## 2. Schwerefeld und Ingenieurvermessung

### 2.1. Parameter des Schwerefeldes

Das Schwerepotential einer lokalen Störmasse bezogen auf einen Aufpunkt im Meßgebiet sei mit  $U$  bezeichnet. Die Komponenten des Potentialgradienten  $\underline{u}$

$$\underline{u} = \text{grad}(U) = (U_x, U_y, U_z)^T \quad (1)$$

sind wie üblich entlang der Achsen eines lokalen Horizontsystems definiert. Die zweiten Ableitungen des Potentials seien im Gradiententensor  $\underline{G}$  zusammengefaßt:

$$\underline{G} = \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} U_{xx} & U_{xy} & U_{xz} \\ U_{xy} & U_{yy} & U_{yz} \\ U_{xz} & U_{yz} & U_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 2.2. Transformation der Schwerefeldparameter

Die "physikalischen" Schwerefeldparameter lassen sich mit dem Schwerewert  $g$  als Transformationsparameter in "geometrische" Größen umwandeln.

Das Störpotential  $U$  kann gemäß der Bruns'schen Formel in eine Geoidhöhe  $N$  transformiert werden:

$$N = \frac{U}{g} \quad (3)$$

Die Horizontalgradienten des Störpotentials führen zu den meridionalen und longitudinalen Lotabweichungskomponenten  $\xi, \eta$

$$\xi \approx \frac{U_x}{g} \quad ; \quad \eta \approx \frac{U_y}{g} \quad (4.1)$$



welche auch zur totalen Lotabweichung  $\delta$  im Azimut  $\alpha$  zusammengefaßt werden können:

$$\delta = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2} \quad ; \quad \tan(\alpha) = (\eta/\xi) \quad (4.2)$$

Die Elemente des Gradiententensors  $\underline{G}$  schließlich lassen Aussagen über die Krümmungsverhältnisse des lokalen Geoides zu und erlauben auch die Interpolation der Elemente von  $\underline{u}$  und damit der Lotabweichungen in Beobachtungspunkten, welche zum betrachteten Aufpunkt benachbart sind.

### 2.3. Schwerefeld und geodätische Meßgrößen

Die "geometrischen" Schwerefeldgrößen  $N, \xi, \eta$  beschreiben die Wirkung lokaler Störmassen und beeinflussen geodätische Messungen oder daraus abgeleitete Größen. Für die in der Ingenieurgeodäsie bedeutsamen Relativgenauigkeiten sind relative Änderungen der genannten Parameter von Bedeutung. Werden diese in den geodätischen Auswertungen nicht beachtet, so äußern sie sich als stochastisches Rauschen, sie können aber auch, vor allem in steilem Gelände, die Ergebnisse signifikant verfälschen.

Besondere Beachtung verdienen neben den Lagekoordinaten die Höhen. Der Zusammenhang zwischen der ellipsoidischen Höhe  $h$  und der orthometrischen Höhe  $H$  ist bekanntlich über die (absolute) Geoidhöhe  $N^*$  gegeben:

$$h = H + N^* \quad . \quad (5)$$

Für Höhenänderungen sind daher Änderungen  $\Delta N^*$  von Bedeutung, die jedoch bei Unkenntnis eines absoluten Geoides im lokalen Bereich durch die relative Undulationsänderung  $\Delta N$  ersetzt werden können.

Die gemessenen Raumsehnen  $s$  müssen unter Verwendung ellipsoidischer Höhen  $h$  auf ein Bezugsellipsoid reduziert werden. Erfolgt die Reduktion fälschlicherweise mit den orthometrischen Höhen  $H$ , dann ist am Ergebnis eine Korrektur  $ds$  anzubringen:

$$ds = - \frac{\Delta H}{s} \cdot \Delta N - \frac{s}{R_E} \cdot N^* \quad . \quad (6)$$

Der erste Term der rechten Seite von Gl. (6) beschreibt den Einfluß der Undulationsänderung  $\Delta N$  bei der Reduktion der schräg gemessenen Raumsehnen in die Horizontale mittels des orthometrischen Höhenunterschiedes  $\Delta H$ . Eine einfache Abschätzung zeigt, daß der Term im steilen oder stark gegliederten Gelände beachtliche Werte annehmen kann. Durch das zweite Glied der rechten Seite von Gl. (6) wird der Einfluß der absoluten Undulation bei der Reduktion der horizontalen Raumsehne in das Nullniveau beschrieben. Wegen des Erdradius  $R_E$  im Nenner ist der Betrag dieses Terms üblicherweise klein, er ist überdies im lokalen Bereich nahezu konstant und kann daher auch durch einen Maßstabsfaktor berücksichtigt werden.

Die Lotabweichung  $\delta$  nach Gl. (4.2) wirkt sich auf Richtungs- und Zenitdistanzbeobachtungen wie ein Stehachsenfehler bezüglich des ellipsoidischen Lotes aus. Bei der Reduktion auf das Bezugsellipsoid sind daher die aus der Theorie der Instrumentalfehler folgenden Korrekturen an die beobachteten Richtungen  $R$  und Zenitdistanzen  $z$  anzubringen:

$$dR = -\delta \cdot \sin(\alpha_b - \alpha) \cdot \cot z = (-\xi \cdot \sin \alpha_b + \eta \cdot \cos \alpha_b) \cdot \cot z \quad (7.1)$$

$$dz = \delta \cdot \cos(\alpha_b - \alpha) = (\xi \cdot \cos \alpha_b + \eta \cdot \sin \alpha_b) \quad , \quad (7.2)$$

wobei  $\alpha_b$  das Azimut des jeweiligen Beobachtungsvertikals bezeichnet.

Aus den Gln. (7) folgt, daß Lotabweichungen die Richtungsbeobachtungen maximal quer zur Störmasse und die Zenitdistanzen maximal in Richtung zur Störmasse beeinflussen. Wegen der Richtungs- und Zenitdistanzabhängigkeit der Korrekturen, wirken sich - auch im Meßgebiet konstante - Lotabweichungen verschieden auf die einzelnen Meßgrößen aus.

Zur Abschätzung der Korrekturwerte sei noch die Faustregel vermerkt, daß Horizontalbeschleunigungen von 5 mgal zu Lotabweichungen von 1" führen und damit die beobachteten Richtungen und Zenitdistanzen erheblich verfälscht sein können. Eindrucksvolle Zahlenwerte sind in Sünkel (1988) für das Netz des in Bau befindlichen Karawankentunnels und des geplanten Semmering-Basis-tunnels angegeben.

### 3. Modellrechnung

#### 3.1. Allgemeines

Die Berechnung des Potentials und dessen Gradienten von topographischen Massen erfolgt üblicherweise mit Hilfe von digitalen Höhen- und Dichtemodellen, wobei zur Einsparung von Rechenzeiten auch spektrale Methoden zur Anwendung kommen. Für ingenieurgeodätische Anwendungen ist allerdings zu beachten, daß solche Modelle oft entweder nicht verfügbar oder - vor allem bei sehr rauher Topographie - nicht genügend genau sind. Andererseits sind bei Ingenieurprojekten immer Karten- oder Planunterlagen vorhanden, in denen topographische oder auch künstliche Massen (Staumauern, Stauseen) durch Schichtenlinien dargestellt werden. Die Schichtenlinien lassen sich verhältnismäßig einfach mittels Digitalisierer in geschlossene Schichtenpolygone überführen. Die Modellrechnung für solche kann computergerecht nach dem Verfahren von Talwani und Ewing (1960) erfolgen, welches in modifizierter Form vor allem für zweidimensionale Massen mit polygonalen Querschnitten bekannt geworden ist.

#### 3.2. Prinzip der Talwani-Methode

An dieser Stelle wird am Beispiel des Potentials  $U$  nur das Prinzip der Methode erläutert, hinsichtlich Details wird auf die oben angegebene Originalliteratur verwiesen. In Stäuble (1988), Seite 32 ff., sind außerdem sämtliche Formelsysteme für die Berechnung der Schwerefeldparameter inklusive  $U_{zz}$  tabellarisch zusammengestellt.

Bekanntlich gilt für das Potential einer dreidimensionalen Masse in kartesischen Koordinaten bezogen auf den Aufpunkt

$$U = k \cdot \sigma \cdot \iiint \frac{1}{r} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \int U(z) \cdot dz \quad , \quad (8)$$

wobei  $k$  die Attraktionskonstante und  $\sigma$  die Dichte bedeuten. Mit  $r$  ist wie üblich der Abstand des Aufpunktes vom betrachteten Volumenelement  $dV=dx \cdot dy \cdot dz$  bezeichnet. Der Potentialanteil  $U(z)$  einer Schichtfläche  $z=\text{const.}$  ist durch

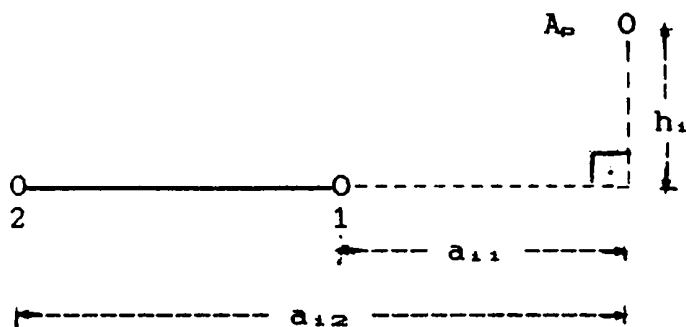
$$U(z) = k \cdot \sigma \cdot \iint \frac{1}{r} \cdot dx \cdot dy \quad (9)$$

definiert und die Gesamtwirkung ergibt sich gemäß Gl. (8) durch Summation über sämtliche Schichtflächen. Zur analytischen Auswertung des geschlossenen Flächenintegrals in Gl. (9) wird dieses noch in ein Randintegral transformiert und damit  $U(z)$  selbst wieder als eine Summe von Anteilen der einzelnen Schichtpolygonseiten dargestellt.

Nach analytischer Integration lautet das Ergebnis für den Potentialanteil einer Schichtfläche schließlich:

$$U(z) = k \cdot \sigma \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (-1)^j \cdot [h_i \cdot \ln(r_{i,j} + a_{i,j}) + z \cdot \arctan\left(\frac{a_{i,j} \cdot z}{r_{i,j} \cdot h_i}\right)] \dots \dots \dots (10)$$

wobei noch zu unterscheiden ist, ob die Projektion  $A_p$  des Aufpunktes entlang der  $z$ -Achse innerhalb oder außerhalb des aus  $n$  Seiten gebildeten, geschlossenen Schichtpolygons liegt. Im ersten Fall ist von Gl. (10) noch der Wert  $2\pi \cdot |z|$  in Abzug zu bringen. Die in Gl. (10) auftretenden Größen  $a_{i,j}$  und  $h_i$  lassen sich laut nachstehender Figur geometrisch deuten und sind aus den vorliegenden Koordinaten des Aufpunktes und der Punkte 1 und 2 berechenbar, welche die  $i$ -te Seite des Schichtenpolygons für die Höhe  $z$  begrenzen. Mit  $r_{i,j} = (a_{i,j}^2 + h_i^2 + z^2)^{1/2}$  ist wiederum der Abstand des Aufpunktes von den Polygonpunkten bezeichnet.



Figur: Geometrische Deutung von Hilfsgrößen

## 4. Programmsystem

### 4.1. Leistungsumfang

Das entwickelte Programmsystem trägt den Namen "Talwani" und besteht aus zwei Hauptteilen.

Der erste Teil dient der Erfassung der geometrischen Daten von Modellkörpern durch Digitalisierung der Schichtenlinien. Dies kann wahlweise durch händische Eingabe oder mittels Digitizer erfolgen. Einzelne Funktions-Module des ersten Hauptteiles ermöglichen die Initialisierung des Digitizers und weiters die Überprüfung, Darstellung und Editierung sowie die Verwaltung und Archivierung aller geometrischen Daten.

Im zweiten Teil des Programmsystems wird die eigentliche numerische Berechnung des Potentials und seiner Ableitungen für wählbare Aufpunkte sowie die Anzeige und Abspeicherung diverser Zwischenergebnisse durchgeführt.

### 4.2. Hardware

Für die Installation des Programmsystems müssen mehrere Hardware-Voraussetzungen erfüllt sein. Es wird ein IBM-kompatibler PC mit einer CPU i80XXX und dem Betriebssystem MSDOS 3.XX vorausgesetzt. Wegen der intensiven Nutzung des Heap-Bereichs müssen zumindest 512 kByte RAM installiert sein. Eine Festplatte beliebiger Kapazität wird zwar als vorhanden angenommen, ist jedoch nicht unbedingt erforderlich. Für die Kommunikation mit dem Digitizer muß eine serielle Schnittstelle (COM1:) vorhanden sein, der Drucker wird wie üblich über die parallele Schnittstelle angesprochen. Weiters muß für die graphischen Darstellungen eine CGA-Karte oder eine höherwertige Graphikkarte (EGA, VGA, etc.) mit einer entsprechenden Emulation installiert sein. Zur besseren Performance wird ein mathematischer Coprozessor i80X87 empfohlen, ist aber nicht unbedingt erforderlich.

Bei der Entwicklung von "Talwani" wurde ein NUMONICS (Modell 2200) Digitizer im A3-Format verwendet. Daraus resultiert ein vorgegebenes Datenformat für die Übernahme der digitalisierten Daten. Ansonsten steht der Verwendung eines Digitizers anderen Fabrikates nichts im Wege.

### 4.3. Software

Das Programmsystem "Talwani" wurde zur Gänze unter TURBO-PASCAL 3.0 entwickelt, compiliert und getestet. Eine Compilierung unter TURBO-PASCAL 5.0 ist nach Anpassung an das Unit-Konzept, sowie nach Hinzufügung eines eigenen Units für die Kommunikation mit der seriellen Schnittstelle - in TURBO-PASCAL 3.0 als Device AUX: realisiert - jederzeit möglich. Als Resultat ergäbe sich ein noch kompakterer EXE-Code. Der Zuwachs an Performance hingegen wäre unwesentlich.

Der Source-Code umfaßt ca. 270 kByte und verteilt sich auf insgesamt 22 Include-Files. Der EXE-Code verteilt sich auf insgesamt 3 Files mit einer Gesamtgröße von ca. 80 kByte, wobei 2 Files alle Overlays enthalten.

Erwähnenswert ist noch, daß zur Unterstützung der Bedienungsführung mit Hilfe einer externen Library auch Funktionen implementiert wurden, welche in TURBO-PASCAL 3.0 nicht enthalten sind.

### 4.4. Sonstiges

Da die Benutzeroberfläche von "Talwani" durch Menü- und Window-Techniken bedienerfreundlich gestaltet wurde, wird auf eine detaillierte Programmbeschreibung verzichtet und auf die diesbezüglichen Ausführungen in Stäuble (1988) verwiesen. Angefügt soll noch werden, daß zwar Bedienungsfehler weitgehend abgefangen werden, die Art und Weise der Datensicherung hingegen dem Benutzer überlassen wird.

## 5. Abschließende Bemerkungen

Das vorgestellte Programmsystem wurde an einigen praktischen Anwendungsbeispielen, wenn auch nicht durchgreifend getestet. Insbesondere sind noch Untersuchungen über die erforderliche Digitalisierungsdichte und die Anzahl notwendiger Schichtenlinien anzustellen. Weiters sind noch Schwachstellen der Methode, zum Beispiel bei Aufpunktlage in der Nähe einer Schichtenlinie und anderes mehr zu überprüfen.

Aus den bisher vorliegenden Ergebnissen kann trotzdem auf die Eignung des Verfahrens für ingenieurgeodätische aber auch geophysikalische Anwendungen geschlossen werden. Es ist überall dort vorteilhaft anzuwenden, wo digitale Höhenmodelle oder sonstige Informationen über das lokale Schwerfeld nicht verfügbar sind. Das Verfahren soll aber auch als eine wertvolle Ergänzung in solchen Fällen verstanden werden, wo Schwerfeldparameter bereits in Rasterform vorliegen, vgl. Sünkel (1989).

## 6. Literatur

Stäuble, C. (1988): Interaktive Berechnung des Schwerepotentials und dessen Gradienten für beliebig geformte Massen. Diplomarbeit an der Abteilung für Landesvermessung der TU Graz, 60 Seiten plus Programmlisting.

Sünkel, H. (1988): Das Schwerfeld als Bindeglied bei Ingenieurvermessungen. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, 76. Jg., Heft 3, Seiten 343-355.

Sünkel, H. (1989): Das Schwerfeld in Österreich. Beitrag für das 5. Internationale Alpengravimetrie-Kolloquium, Graz.

Talwani, M.; M. Ewing (1960): Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape. *Geophysics*, Vol. XXV, No. 1, Seiten 203-225.

TEILNEHMER

ABD-ELMOTAAL Hussein, M.Sc.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

BAŠIĆ Tomislav, Dr.-Ing.  
Geodätische Fakultät, Univ. Zagreb  
YU-41000 Zagreb, Kačićeva 26

CAR Adrijana, cand -ing.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

ČOLIĆ Krešimir, Univ.-Prof. Dr.-Ing.  
Geodätische Fakultät, Univ. Zagreb  
YU-41000 Zagreb, Kačićeva 26

FRITZER Johannes Maria, Dr.phil.  
Institut für Meteorologie und Geophysik, Univ. Wien  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

GOLLMAYER Sergio, Dipl.-Ing.  
Ingenieurkonsulent für Vermessungswesen  
A-7400 Oberwart, Bahnhofstraße 1

GRAF Josef, Dipl Ing.  
Institut für Meteorologie und Geophysik, Univ. Wien  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

GRUBER Leo, cand -ing.  
Mandellstraße 41  
A-8010 Graz

HÖGGERL Norbert, Dipl.-Ing., Oberrat  
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
A-1025 Wien, Schiffamtsgasse 1 - 3

HOFFER Egon, Dipl.-Ing., Abteilungsleiter  
Geophysikalisches Institut "Lorand Eötvös"  
H-1145 Budapest, Columbus u. 17 - 23

KODOLITSCH Markus, cand.-ing.  
Langegasse 31  
A-8010 Graz

KRAIGER Gerhard, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

KÜHTREIBER Norbert, Dipl.-Ing.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

LICHTENEGGER Herbert, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Landesvermessung, TU Graz  
A-8010 Graz, Rechbauerstraße 12



MEURERS Bruno, Dr.  
Institut für Meteorologie und Geophysik, Univ. Wien  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

MILITZER Heinz, em.Univ.-Prof. Dr.habil.  
Bertolt-Brecht-Straße 9  
DDR-9200 Freiberg

MORITZ Helmut, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. DDr.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

PETROVIĆ Svetozar, Dipl.-Ing.  
Geodätische Fakultät, Univ. Zagreb  
YU-41000 Zagreb, Kačićeva 26

PODLIPNIG Reinhold, cand.-ing.  
Körösisstraße 178  
A-8010 Graz

POSCH Elmar, Dipl.-Ing.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

PRIMOSCHITZ Ewald, cand.-ing.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

RAPATZ Erwin, Dipl.-Ing.  
Schubertstraße 28  
A-8010 Graz

RAUTZ Konrad, Dipl.-Ing.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

RINNER Karl, em.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. DDDr.  
Institut für Weltraumforschung, Abteilung Satellitengeodäsie  
A-8042 Graz, Lustbühelstraße 46

RUESS Diethard, Dr., Rat  
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
A-1025 Wien, Schiffamtsgasse 1 - 3

SCHÖN Jürgen, Univ.-Prof. Dr.sc.nat.  
Bergakademie Freiberg  
DDR-9200 Freiberg

SCHÖNVISZKY László, Dipl.-Ing.  
Geophysikalisches Institut "Lorand Eötvös"  
H-1145 Budapest, Columbus u. 17 - 23

SCHUH Wolf-Dieter, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

STADLOBER Kurt cand.-Ing.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

STANGL Gunter Dipl.-Ing.  
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (Observatorium Lustbühl)  
A-8042 Graz, Lustbühlstraße 46

STEINHAUSER Peter, Univ.-Prof. Dr., Direktor  
Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

SÜNKELE Hans, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

VARGA Peter, Dr.  
Központi Foldtani Hivatal  
H-1371 Budapest V, Arany János u. 25

WALACH Georg, Univ.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

WEBER Franz, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. DDr.  
Institut für Angewandte Geophysik  
A-8700 Leoben, Roseggerstraße 17

WIESER Manfred, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

WINTER Peter, Mag.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

AUTORENVERZEICHNIS

Čolić K.	153
Faller J.	95
Gerstbach G.	201
Goltz G.	229
Höggerl N.	161
Hoffer E.	195
Jeram G.	95
Klostius W.	239
Kraiger G.	51, 73
Kühtreiber N.	51, 73
Lichtenegger H.	153, 175, 239
Meurers B.	51, 213
Posch E.	123, 139, 147
Rinner K.	3
Ruess D.	95
Schönviszky L.	195
Schuh W.D.	185
Steinhauser P.	39, 95, 213
Sünkel H.	5, 125
Tengg St.	123
Varga P.	111
Walach G.	123, 139, 147
Winter P.	139
Zych D.	213

Bisher erschienene Hefte der  
"ARBEITEN AUS DER ZENTRALANSTALT FÜR METEOROLOGIE UND GEODYNAMIK"

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
1	184	Geophysik	ECKEL, O.:	Über die vertikale Temperaturverteilung im Traunsee. Wien 1967, 42 Seiten, 4 Tabellen, 24 Abbildungen.	80,-
2	186	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Ergebnisse von Pilotballon-Höhenwindmessungen in Österreich, Wien 1967, 44 Seiten, 16 Seiten Tabellen und 28 Abbildungen.	70,-
3	187	Geophysik	TOPERCZER, M.:	Die Verteilung der erdmagnetischen Elemente in Österreich zur Epoche 1960,0. Wien 1968, 18 Seiten, 3 Tabellen, 10 Kartenbeilagen.	vergriffen
4	190	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL und P. STEINHAUSER:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Dachstein im Jahre 1967. Wien 1969, 24 Seiten, 11 Abbildungen.	50,-
5	191	Meteorologie	HADER, F.:	Durchschnittliche extreme Niederschlagshöhen in Österreich, Wien 1969, 19 Seiten, 6 Tabellen, 1 Kartenbeilage.	50,-
6	192	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Der Tagesgang der Bewölkung und Nebelhäufigkeit in Österreich. Wien 1969, 22 Seiten, 4 Tabellen, 16 Abbildungen.	50,-
7	193	Geophysik	GANGL, G.:	Die Erdbebenaktivität in Österreich 1901-1968. Wien 1970, 36 Seiten, 11 Abbildungen, 1 Kartenbeilage.	vergriffen
8	195	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Die Windverhältnisse im Stadtgebiet von Wien. Wien 1970, 17 Seiten Text, 52 Tabellen, 47 Abbildg.	120,-
9	196	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL und P. STEINHAUSER:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Dachstein im Jahre 1968. Wien 1971, 31 Seiten, 7 Tabellen, 13 Abbildg.	vergriffen
10	198	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Gefrorene Wand Kees im Jahre 1969. Wien 1972, 13 Seiten, 8 Abbildungen, 3 Karten.	50,-
11	201	Geophysik	BITTMANN, O., E. BRÜCKL, G. GANGL und F.J. WALLNER:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Obersten Pasterzenboden (Glocknergruppe) im Jahre 1970. Wien 1973, 21 Seiten, 9 Abbildungen, 3 Karten.	60,-
12	202	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Tages- und Jahresgang der Sonnenscheindauer in Österreich (1929-1968). Wien 1973, 12 Seiten Text, 98 Tabellen, 5 Abbildungen.	110,-
13	203	Meteorologie		Klimadaten des Neusiedlerseegebietes, I. Teil. Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperaturen, 1966 - 1970, 105 Tabellen.	90,-
14	205	Geophysik	PÜHRINGER, A., W. SEIBERL, E. TRAPP und F. PAUSWEG:	Die Verteilung der erdmagnetischen Elemente in Österreich zur Epoche 1970,0. Wien 1975, 18 Seiten, 3 Tabellen, 9 Kartenbeilagen.	140,-
15	206	Meteorologie		Klimadaten des Neusiedlerseegebietes, II. Teil. Tabellen der Stundenwerte der Relativen Feuchte, 1966 - 1970, 105 Tabellen.	100,-

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S
16	207	Meteorologie		Hundert Jahre Meteorologische Weltorganisation und die Entwicklung der Meteorologie in Österreich. Wien 1975, 50 Seiten.	100.-
17	208	Geophysik	TOPERCZER, M.:	Die Geschichte der Geophysik an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien 1975, 24 Seiten.	50.-
18	209	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien, Hohe Warte, Okt. 1967 - Dez. 1974. Wien 1976, 62 Seiten, mit 19 Tabellen u. 24 Abbildungen	80.-
19	210	Geophysik	GUTDEUTSCH, R. und K. ARIC:	Erdbeben im ostalpinen Raum. Wien 1976, 23 Seiten, 3 Karten.	80.-
20	211	Meteorologie	TOLLNER, H., W. MAHRINGER und F. SÖBERL:	Klima und Witterung der Stadt Salzburg. Wien 1976, 176 Seiten, 29 Abbildungen.	220.-
21	214	Geophysik	SEIBERL, W.:	Das Restfeld der erdmagnetischen Totalintensität in Österreich zur Epoche 1970.0. Wien 1977, 8 Seiten, 1 Kartenbeilage.	vergriffen
22	216	Meteorologie	SABO, P.:	Ein Vergleich deutscher und amerikanischer Höhenvorhersagekarten für den Alpenraum. Wien 1977, 34 Seiten, 11 Tabellen, 5 Abbildungen.	60.-
23	217	Meteorologie	CEHAK, K.:	Die Zahl der Tage mit Tau und Reif in Österreich. Wien 1977, 17 Seiten, 6 Tabellen, 1 Abbildung, 6 Karten.	80.-
24	218	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid- und Summenkohlenwasserstoff - Immission in Wien, Hohe Warte 1975. Wien 1977, 40 Seiten, 13 Tabellen, 12 Abbildg.	70.-
25	219	Geophysik	BRÜCKL, E. und O. BITTMANN:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen im Bereich der Goldberggruppe (Hohe Tauern) in den Jahren 1971 und 1972. Wien 1977, 30 Seiten, 2 Tabellen, 34 Abbildungen, 2 Karten.	80.-
26	222	Geophysik	FIEGWEL, E.:	Die Nachbebenreihen der Friauler Beben vom 6. Mai und 15. September 1976. Wien 1977, 20 Seiten, 7 Tabellen, 5 Abbildungen.	60.-
27	223	Meteorologie	MACHALEK, A.:	Prognosenprüfung im Österreichischen Wetterdienst. Wien 1977, 55 Seiten, 4 Tabellen, 5 Abbildungen.	80.-
28	224	Meteorologie	SKODA, G.:	Kinematisch - Klimatologische Verlagerung von Kaltfronten und Troglinien. Wien 1977, 32 Seiten, 7 Tabellen, 10 Abbildungen.	70.-
29	225	Geophysik	TRAPP, E. und D. ZYCH:	Verteilung der Vertikalintensität im Raum Wien - Salzburg nach Meßergebnissen der Zentralanstalt und der ÖMV - Aktiengesellschaft, Wien 1977, 15 Seiten, 3 Tabellen, 1 Karte, 2 Kartenbeilagen.	50.-
30	226	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, I. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte 1974 - 1976 (Wallack - Haus, Hochtor - Süd, Hochtor - Nord, Fuscher - Lacke). 117 Tabellen.	150.-
31	227	Meteorologie		Bericht über die 14. Internationale Tagung für Alpine Meteorologie vom 15. - 17. September 1976 in Rauris, Salzburg, 1. Teil. Wien 1978, 323 Seiten.	250.-
32	228	Meteorologie		Bericht über die 14. Internationale Tagung für Alpine Meteorologie vom 15. - 17. September 1976 in Rauris, Salzburg, 2. Teil. Wien 1978, 347 Seiten.	250.-

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
33	229	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid-, Summenkohlenwasserstoff- und Ozon - Immission in Wien, Hohe Warte, 1976. Wien 1978, 53 Seiten, 20 Tabellen, 17 Abbildungen.	90.-
34	231	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, II. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte 1974 - 1976 (Fusch, Ferleiten, Piffkaralm). Wien 1978, 62 Tabellen.	80.-
35	233	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, III. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte 1974 - 1976 (Guttal, Seppenbauer, Margaritze, Glocknerhaus, Schneetälchen, Polsterpflanzenstufe). Wien 1978, 100 Tabellen.	130.-
36	234	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Immission von Stickoxiden, Summenkohlenwasserstoffen, Ozon und Schwefeldioxid in Wien - Hohe Warte, 1977. Wien 1979, 74 Seiten, 31 Tabellen, 24 Abbildungen.	115.-
37	235	Meteorologie	MACHALEK, A.:	Analyse von Fehlprognosen im Österreichischen Wetterdienst und Diskussion ihrer potentiellen Entstehungskriterien. Wien 1979, 45 Seiten, 2 Tabellen, 35 Abbildungen.	100.-
38	236	Geophysik	DRIMMEL, J., FIEGWEIL, E., G. LUKESCHITZ:	Die Auswirkung der Friauler Beben in Österreich. Makroseismische Bearbeitung der Starkbeben der Jahre 1976/77 samt historischem Rückblick. Wien 1979, 83 Seiten, 47 Abbildungen, 3 Karten.	150.-
39	238	Geophysik	FIEGWEIL, E.:	Über das Vorkommen von Wiederholungsbeben in Mitteleuropa. Wien 1979, 20 Seiten, 9 Abbildungen.	50.-
40	239	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, IV. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung 1973 - 1976 (Fusch, Wallack-Haus, Guttal, Glocknerhaus, Margaritze, Fuscher-Lacke). Wien 1979, 94 Tabellen.	120.-
41	242	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Immission von Stickoxiden, Ozon und Schwefeldioxid in Wien - Hohe Warte, 1978. Wien 1980, 58 Seiten, 30 Tabellen, 15 Abbildungen.	130.-
42	241	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Immission von Stickoxiden, Ozon und Schwefeldioxid in Wien - Hohe Warte, 1979. Wien 1980, 65 Seiten, 32 Tabellen, 20 Abbildungen.	130.-
43	246	Meteorologie	RAGETTE, G.:	Methoden zur Berechnung großräumigen Niederschlages. Wien 1980, 47 Seiten, 1 Tabelle, 2 Abbildungen.	70.-
44	247	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, V. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte, 1977 - 1979 (Wallack-Haus, Hochtör - Süd, Hochtör - Nord, Fuscher-Lacke). Wien 1980, 135 Tabellen.	vergriffen

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
45	248	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL, W. SEIBERL und Chr. GNAM:	Seismische Eisdickenmessungen auf dem Ober- und Untersulzbachkees in den Sommern der Jahre 1973 und 1974. Wien 1980, 23 Seiten, 2 Tabellen, 18 Abbildungen.	50,-
46	249	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, VI. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte, 1977 - 1979 (Fusch, Piffkaralm, Guttal, Seppenbauer, Margaritze, Glocknerhaus, Schneetälchen, Obere Grasheide, Polsterpflanzenstufe). Wien 1981, 110 Tabellen.		120,-
47	251	Meteorologie	CHALUPA, K.: Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Stephansplatz, 1975 - 1979. Wien 1981, 50 Seiten, 13 Tabellen, 21 Abbildungen.		vergriffen
48	252	Meteorologie	LAUSCHER, F.: Säkulare Schwankungen der Dezennienmittel und extreme Jahreswerte der Temperatur in allen Erdteilen. Wien 1981, 42 Seiten, 8 Tabellen.		50,-
49	254	Meteorologie	CHALUPA, K.: Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Hohe Warte und in Wien - Stephansplatz, 1980. Wien 1981, 46 Seiten, 24 Tabellen, 13 Abbildungen.		100,-
50	255	Geophysik	MELICHAR, P.: Ergebnisse der vergleichenden geomagnetischen Absolutmessungen an den Observatorien Tihany - Ungarn und Wien - Kobenzl. Wien 1981, 35 Seiten.		50,-
51	256	Geophysik	BRÜCKL, E. und K. ARIC: Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Hornkees in den Zillertaler Alpen im Jahre 1975. Wien 1981, 20 Seiten, 5 Tabellen, 5 Abbildungen, 1 Karte.		vergriffen
52	257	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, VII. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung 1977 - 1979 (Fusch, Füscher Lacke, Wallackhaus, Guttal). Wien 1982, 82 Tabellen.		120,-
53	260	Meteorologie	STEINHAUSER, F.: Verteilung der Häufigkeiten der Windrichtungen und der Windstärken in Österreich zu verschiedenen Tages- und Jahreszeiten. Wien 1982, 140 Seiten, 131 Tabellen und 4 Kartenbeilagen.		120,-
54	261	Meteorologie	DOBESCH, H. und F. NEUWIRTH: Wind in Niederösterreich, insbesondere im Wiener Becken und im Donautal. Wien 1982, 212 Seiten, 183 Abbildungen.		vergriffen
55	266	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, VIII. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Globalstrahlung 1975 - 1980 (Füscher - Lacke und Wallack - Haus). Wien 1983, 39 Seiten.		50,-
56	268	Geophysik	WEBER, F. und R. WÜSTRICH: Ergebnisse der refraktionsseismischen Messungen am Hochkönigsgletscher. Wien 1983, 50 Seiten, 3 Tabellen, 7 Abbildungen, 11 Beilagen.		100,-
57	278	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, IX. Teil: Tabellen der Niederschlagsmeßergebnisse 1974 - 1980. 48 Seiten, 41 Tabellen.		70,-

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
59	283	Meteorologie	KAISER, A.:	Inversionen in der bodennahen Atmosphäre über Klagenfurt. Wien 1984, 79 Seiten, 13 Tabellen, 22 Abbildungen.	80.-
60	284	Meteorologie	LAUSCHER, F.:	Ozonbeobachtungen in Wien von 1853 bis 1981. Zusammenhänge zwischen Ozon und Wetterlagen. Wien 1984, 29 Seiten, 13 Tabellen, 3 Abbildungen.	40.-
61	289	Meteorologie		Klimadaten von Österreich Mittelwerte 1971 - 1980. Teil I (Vorarlberg) und Teil II (Tirol). 71 Seiten.	60.-
62	299	Geophysik	DRIMMEL, J.:	Seismische Intensitätsskala 1985 (SIS - 85). Vorschlag einer Neufassung der Intensitätsskala MSK-64. 28 Seiten, 8 Tabellen, 2 Abbildungen.	40.-
63	300	Meteorologie		Klimadaten von Österreich Mittelwerte 1971 - 1980. Teil III (Salzburg) und Teil IV (Oberösterreich). 107 Seiten.	80.-
64	302	Meteorologie	LAUSCHER, F.:	Klimatologische Synoptik Österreichs mittels der ostalpinen Wetterlagenklassifikation. Wien 1985, 65 Seiten, 32 Tabellen, 5 Abbildungen.	90.-
65	303	Geophysik	ZYCH, D.:	Messungen der erdmagnetischen Vertikalintensität und Suszeptibilitätsuntersuchungen durch die ÖMV AG als Beitrag zur Kohlenwasserstoffexploration in Österreich. Wien 1985, 14 Seiten, 2 Tabellen, 2 Abbildungen und 3 Kartenbeilagen.	60.-
66	304	Meteorologie	HOJESKY, H.:	Langjährige Radiosonden- und Höhenwindmessungen über Wien (1952 - 1984). Wien 1985, 219 Seiten, 64 Tabellen und 13 Abbildungen.	120.-
69	309	Meteorologie	KOLB, H., G. MAHRINGER, P. SEIBERT, W. SOBITSCHKA, P. STEINHAUSER und V. ZWATZ - MEISE:	Diskussion meteorologischer Aspekte der radioaktiven Belastung in Österreich durch den Reaktorunfall in Tschernobyl. Wien 1986, 63 Seiten, 4 Tabellen und 20 Abbildungen.	vergriffen
70	312	Geophysik	ARIC, K., E. BRÜCKL:	Ergebnisse der seismischen Eisdickenmessungen im Gebiet der Stubai-er Alpen (Daunkogelferner), der Venedigergruppe (Schlatenkees und Untersulzbachkees) und der Silvrettagruppe (Vermunt - Gletscher). Wien 1987, 18 Seiten, 4 Tabellen, 10 Abbildungen u. 4 Kartenbeilagen.	80.-
71	314	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Hohe Warte und in Wien - Stephansplatz, 1981. Wien 1987, 67 Seiten, 41 Tabellen, 11 Abbildungen.	100.-
72	315	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Hohe Warte und in Wien - Stephansplatz, 1982 - 1985. Wien 1987, 76 Seiten, 27 Tabellen, 15 Abbildungen.	100.-
73	317	Geophysik	ARIC, K. et al:	Structure of the lithosphere in the Eastern Alps derived from P-residual analysis. Wien 1988, 35 Seiten, 3 Tabellen, 17 Abbildungen.	60.-



BERICHTE ÜBER DEN TIEFBAU DER OSTALPEN

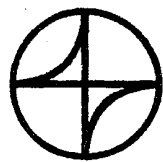
Herausgegeben von H. W. FLÜGEL und P. STEINHAUSER

Heft	Publ. Nr.	Autor	Titel und Umfang	Preis öS
1			Jahresbericht 1973. Verhandlungen der Geologischen Bundesanstalt, Jahrgang 1974, Heft 4, Seite A 138 - A 148.	
2			Jahresbericht 1974. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 21 Seiten, 5 Abbildungen, Wien 1975.	vergr.
3	212		Jahresbericht 1975. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 74 Seiten, 14 Abbildungen, Wien 1976.	115.--
4	215	WALACH G.:	Geophysikalische Arbeiten im Gebiet des Nordsporns der Zentralalpen I: Magnetische Traverse 1 (Neun- kirchen - Hochwechsel - Pöllauer Bucht). Zentral- anstalt für Meteorologie und Geodynamik, 22 Seiten, 5 Abbildungen, 4 Beilagen.	40.--
5	221		Jahresbericht 1976. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 101 Seiten, 21 Abbildungen, Wien 1977.	130.--
6	230		Jahresbericht 1977, Teil 1. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 54 Seiten, 9 Abbildungen, Wien 1978.	85.--
7	240		Jahresbericht 1977, Teil 2. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 60 Seiten, 19 Abbildungen, Wien 1979.	90.--
8	244		Tagungsbericht über das 1. Alpengravimetrie Kolloquium - Wien 1977. Herausgegeben von Peter STEINHAUSER, Zentral- anstalt für Meteorologie und Geodynamik, 129 Seiten, 35 Abbildungen, Wien 1980.	90.--
	255	GÖTZE, H.J., O. ROSENBACH und P. STEINHAUSER:	Die Bestimmung der mittleren Geländehöhen im Hochgebirge für die topographische Reduktion von Schweremessungen. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 16 Seiten, 2 Tabellen, 5 Abbildungen, Wien 1980.	25.--
10-1	264	ROSENBACH, O., P. STEINHAUSER, W. EHRISMANN, H.J. GÖTZE, O. LETTAU, D. RUESS und W. SCHÖLER:	Tabellen der mittleren Geländehöhen der Ostalpen und ihrer Umgebung für Rasterelemente = 0,75, = 1,25, 1. Lieferung, Zentralanstalt für Meteo- rologie und Geodynamik, 23 Seiten, 20 Tabellen, Wien 1982.	100.--
11	273		Tagungsbericht über das 2. Internationale Alpengravi- metrie Kolloquium - Wien 1980. Herausgegeben von B. MEURERS und P. STEINHAUSER. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 168 Seiten, 85 Abbildungen, Wien 1983	200.--

Heft	Publ. Nr.	Autor	Titel und Umfang	Preis öS
12	288		<b>Tagungsbericht über das 3. Internationale Alpengravimetrie Kolloquium - Leoben 1983.</b> Herausgegeben von B. MEURERS, P. STEINHAUSER und G. WALACH, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 222 Seiten, Wien 1985.	270.--
13	323		<b>Tagungsbericht über das 4. Internationale Alpengravimetrie Kolloquium - Wien 1986.</b> Herausgegeben von B. MEURERS und P. STEINHAUSER, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 200 Seiten, 77 Abbildungen, Wien 1988.	250.--

# "Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik"

<b>Heft</b>	<b>Publ. Nr.</b>	<b>Fachgebiet</b>	<b>Autor</b>	<b>Titel und Umfang</b>	<b>Preis</b>
1	329	Meteorologie		Tagungsbericht EURASAP, Wien, 14-16 Nov, 1988 "Evaluation of Atmospheric Dispersion Models Applied to the Release from Chernobyl", 20 Beiträge, 198 Seiten, 100 Abbildungen, 17 Tabellen, Wien 1989	<b>200.-</b>
2	332	Geophysik		Tagungsbericht über das 5. Internationale Alpgravimetriekolloquium - Graz 1989, Herausgegeben von H. Lichtenegger, P. Steinhauser und H. Sünkel. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 256 Seiten, 100 Abbildungen, 17 Tabellen, Wien 1989	<b>250.-</b>



XX GENERAL ASSEMBLY

# IUGG VIENNA

11 - 24 AUGUST 1991

International Union of Geodesy  
and Geophysics

Geodesy \* Seismology \* Physics  
of the Earth's Interior \* Geo-  
magnetism \* Meteorology  
Aeronomy \* Atmospheric  
Physics \* Physical Sci-  
ences of the Ocean  
Hydrological Scienc-  
es \* Vulcanology  
Chemistry of the  
Earth's Interior  
Interunion

Programs:

STEP \* ILP

IDNDR

IGBP

**Contact address:**

Local Organizing Committee - IUGG'91

Prof. Peter Steinhauser

ZAMG, Hebe-Warte 38

A-1190 Vienna, Austria

Telephone +43-222-3691253 ext. 2001

Telex 131837 meteor

Telefax +43-222-3691233

Telex: 131837 meteor  
Telephone: +43-222-3691253  
Photo: 385233  
Telex: 131837 meteor



---

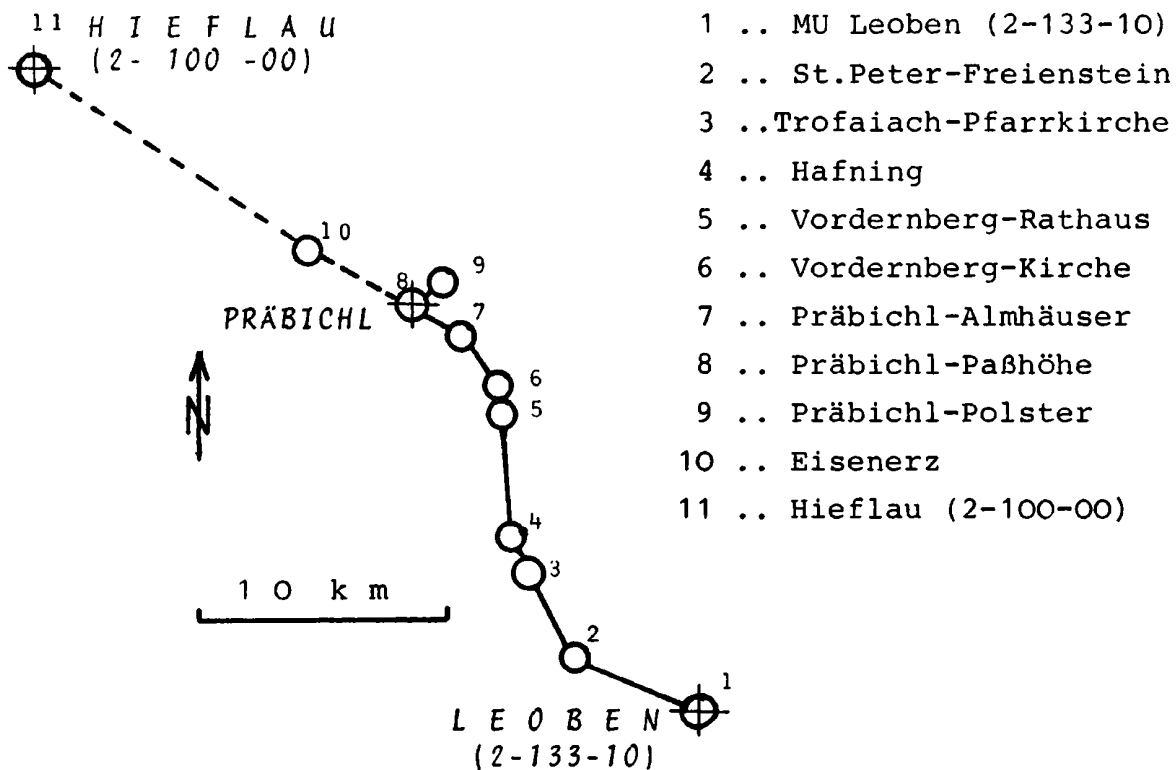
Die Gravimeteereichstrecke Leoben - Präbichl

E. Posch, St. Tengg & G. Walach

MU Leoben

---

1988 wurde im Raum Leoben mit der Errichtung einer Gravimeteereichstrecke begonnen. Wie die Lageübersicht zeigt, beginnt diese in Leoben mit dem Punkt 2-133-10 des österreichischen Schweregrundnetzes (SH 540 m) und verläuft mit genereller NNE-Richtung entlang der Eisenbundesstraße über sechs Zwischenpunkte (St.Peter-Freienstein, Trofaiach, Hafning, Vordernberg-Rathaus, Vordernberg-Pfarrkirche und Almhäuser) bis zur Paßhöhe des Präbichls (SH 1233 m). Dort ist ein Exzenterpunkt in ca. 1900 m SH geplant, der jedoch 1988 wegen eines Umbaues der Seilbahnanlage noch nicht eingemessen werden konnte. Aus praktischen Erwägungen (Messung auch vom Norden) wurde über einen Zwischenpunkt in Eisenerz eine Verbindung zu den Punkten 2-100-00, 2-100-01 des Schweregrundnetzes im Ort Hieflau hergestellt. Alle Punkte der Eichstrecke sind an Plätzen mit anzunehmender Langzeitstabilität, geringer Bodenunruhe, stabilen Untergrundsverhältnissen und guten Zufahrtsmöglichkeiten angeordnet.



Nach der Punktauswahl wurden alle Stationen zunächst geodätisch vermessen (Lagegenauigk. im cm-Bereich, max.Höhenfehler  $\pm 2$  mm). Die Urmessung der Schwere erfolgte mit den LCR-G-Gravimetern Nr. 374 und Nr. 779 des Instituts. Gemessen wurde von zwei Beobachtern parallel und in zwei voneinander unabhängigen Doppelschleifen. Pro Station und Schleife wurden von beiden Beobachtern zwei Ablesungen im Abstand von 5 bis 10 Minuten je Instrument durchgeführt. Dies ergab für jeden Eichpunkt 32 Ablesungen, die der Korrektur- und Ausgleichsrechnung unterworfen wurden. Die nachstehende Tabelle bringt eine vorläufige Punktübersicht.

Pkt. -Nr.	K o o r d i n a t e n			Vorläufiger Schwerewert	
	Geogr. Länge Dez. Grad	Geogr. Breite Dez. Grad	Seehöhe m	mgal	
1	15,09390	47,38580	540,030	647,586 $\pm$ 0,010	
2	15,03039	47,39658	609,461	630,367	17
3	15,00888	47,42811	658,755	615,929	19
4	14,99806	47,44143	693,807	613,734	18
5	14,99435	47,48812	821,064	583,253	20
6	14,99353	47,49266	841,103	578,989	18
7	14,97209	47,51751	1095,802	535,632	19
8	14,94845	47,52397	1233,614	509,308	23
9	Urmessung erfolgt erst 1989			(ca.1900	ca.360,)
10	14,88433	47,54541	703,123	611,497	20
11	14,73920	47,60820	492,276	643,546	10

Zu den angegebenen Schwerewerten: + 980.000 mgal

Damit stehen aus Richtung Leoben als auch Hieflau bei Höhenunterschieden um 1300 m, Schwereunterschiede von über 250 mgal als maximales Eichintervall zur Verfügung. Für Sommer 1989 ist die Fertigstellung der Eichstrecke unter Mitverwendung von LCR-D-Gravimeter (BEV) und Absolutschwerebestimmungen für die Punkte MU Leoben, Trofaiach und Präbichl-Paßhöhe geplant. Damit wird auch ein lokales Profil für die Langzeitbeobachtung von rezenten Erdkrustenbewegungen an der seismisch aktiven "Trofaiachlinie" zur Verfügung stehen.

Ein größerer Teil der bisherigen Untersuchungen wurde von Herrn St.Tengg als Diplomarbeit im Rahmen des FWF - Projektes P6442 durchgeführt.

---

## DIE SCHWEREFELDMISSION ARISTOTELES DER ESA

H. Sünkel

TU Graz

---

### ZUSAMMENFASSUNG

Die derzeit verfügbaren Meßverfahren zum Zwecke der Bestimmung des Erdschwerefeldes (Schweremessung, astronomische Ortsbestimmung, Trägheitsverfahren, dynamische Bahnmethoden, Satelliten-Altmetrie) waren und sind nicht imstande, das globale Erdschwerefeld mit hoher Auflösung und hoher, homogener Genauigkeit abzubilden.

Zwei Satellitenmethoden stehen als ideale Kandidaten für diese Aufgabe seit geraumer Zeit zur Diskussion: Satellite-to-Satellite-Tracking (SST) und die Satellitengradiometrie (SGG). Letzteres Verfahren hat sehr gute Chancen auf Verwirklichung im Rahmen der Satellitenmission "ARISTOTELES" der ESA, die für die Mitte des nächsten Jahrzehnts geplant ist.

Das Gradiometrie-Kerninstrument GRADIO des geplanten Satelliten "ARISTOTELES" soll in der zur Flugrichtung orthogonalen Ebene drei Komponenten des Gravitationstensors 2. Ordnung mit einer Genauigkeit von  $10^{-2}E$  messen und so im Laufe der für 6 Monate angesetzten Mission etwa 3.6 Gigabyte Erdschwerefeld-Datenmaterial liefern.

Dieses Datenmaterial wird es erlauben, zumindest  $1^\circ \times 1^\circ$  Schweremittelwerte mit einer Genauigkeit von  $< \pm 5$  mGal zu bestimmen, was einer Geoidhöhenauflösung von etwa  $\pm 15$  cm entspricht, und wird die Grundlage sein für bisher undurchführbare Forschungen auf zahlreichen geowissenschaftlichen Gebieten.



# 1 Aufgaben der Geodäsie

Auf das Wesentliche reduziert lassen sich die Aufgaben der Geodäsie beschreiben als Bestimmung und Darstellung von *Raumbezug* und *Erdschwerefeld* sowie der Verwaltung diesbezüglicher Daten. Zur Lösung dieser scheinbar völlig unabhängigen Aufgaben wurden Meßverfahren nach dem Prinzip maximaler Sensibilität auf die jeweiligen Bedürfnisse (Positionierung oder Erdschwerefeldbestimmung) maßgeschneidert. Die dabei angewandten Grundsätze sind denkbar einfach und liegen bezüglich Positionierung und Erdschwerefeldbestimmung einander diametral gegenüber:

Für *Positionierungszwecke*:

Minimierung des Erdschwerefeldeinflusses.

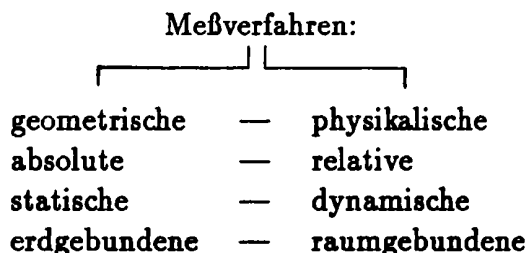
Dies bedingt die Verwendung von Meßmitteln in maximaler Erdentfernung.

Für *Erdschwerefeldbestimmung*:

Maximierung des Erdschwerefeldeinflusses.

Dies bedingt die Verwendung von Meßmitteln in minimaler Erdentfernung.

Die im Laufe der Vergangenheit entwickelten Meßverfahren lassen sich nach verschiedenen Ordnungskriterien wie folgt gegenüberstellen:



Im vorliegenden Beitrag soll vor allem auf eine zukünftige, vielversprechende Methode der Erdschwerefeldbestimmung eingegangen werden; daher beschränken wir uns in der Folge auf die Aufzählung bisher angewandter und in naher Zukunft praktizierter Methoden der Erdschwerefeldbestimmung:

- Schweremessung
- Astronomische Ortsbestimmung
- Trägheitsverfahren
- Raumdistanzen (dynamische Satellitengeodäsie)
- Satelliten-Altmetrie
- Satellite-to-Satellite-Tracking (SST)
- Satelliten-Gradiometrie (SGG)

Welche geodätischen Messungen auch immer getätigt werden, sie lassen sich formal stets in folgender Form darstellen:

$$l = f(X, V, \Phi, F, t) + n \quad (1)$$

mit	$l$	Daten,
	$X$	Parameter,
	$V$	Gravitationspotential,
	$\Phi$	Rotationspotential,
	$F$	andere physikalische Felder,
	$t$	Zeit,
	$n$	Meßrauschen.

Wie nicht anders zu erwarten, gilt auch für sämtliche Verfahren der Erdschwerefeldbestimmung das Gesetz des "Gleichgewichts der Schwierigkeiten" :

Die *klassischen terrestrischen Verfahren* der Erdschwerefeldbestimmung über Schwere- und Lotabweichungsmessung bieten die Möglichkeit, die Auflösung, und mit Einschränkung auch die Genauigkeit, beliebig hoch steigern zu können, zumal sich das Meßgerät in minimaler Erdentfernung befindet; diese Vorteile werden jedoch enorm teuer bezahlt, da punktweise terrestrische Messungen dieser Art hohe Personal- und Transportkosten zur Folge haben, und haben den gravierenden Nachteil, praktisch nur auf dem Festland mit hinreichender Genauigkeit möglich zu sein.

*Trägheitsverfahren* liefern Erdschwerefeldinformation bedeutend rascher als die klassischen terrestrischen Methoden, da die Daten entlang von Trajektorien (und nicht an einigen diskreten Punkten) geliefert werden. Diesem Vorteil stehen die hohen Kosten für das Instrumentarium

(und auch für das Personal) gegenüber sowie, wie auch im Falle terrestrischer Messungen, die Einschränkung auf Messungen auf dem Festland.

*Dynamische Satellitenmethoden* beruhen auf der Messung von Laser- Raumdistanzen zwischen Punkten auf der Erdoberfläche und Satelliten in einer Höhe zwischen etwa 1000 und 6000 km. In so großer Erdentfernung bekommt der Satellit die Energie im hochfrequenten Spektralbereich des Erdschwerefeldes in Form von Bahnveränderungen kaum mehr zu spüren; daher kann die dynamische Satellitengeodäsie, die das Erdschwerefeld aus geometrisch bestimmten Bahnänderungen ableitet, nur den langwelligen Bereich, diesen jedoch global, abdecken.

Der Wirkungsbereich der *Satellitenaltimetrie* ist naturgemäß auf die Ozeane beschränkt, deren geometrischer Zustand mit sehr hoher Genauigkeit und Auflösung durch diese Methode erfaßt wird. Da aber die Ozeanoberfläche wegen zahlreicher (auch zeitlich veränderlicher) Einflüsse wie Wind, Luftdruck, Temperatur, Strömungen, Gezeiten, etc. im allgemeinen keine Äquipotentialfläche darstellt, kann die Satellitenaltimetrie nur ihren geometrischen Zustand erfassen. Dieser weicht bis zu etwa 2 Meter vom Geoid ab. Somit liefert die Satellitenaltimetrie zwar dichte, aber nur näherungsweise Erdschwerefeldinformation.

Diese hier kurz andiskutierten und bisher in großem Stil praktizierten Verfahren der Erdschwerefeldbestimmung waren und sind nicht imstande, globale Erdschwerefeldinformation mit homogen hoher Auflösung und Genauigkeit zu liefern. Hier können nur Satellitenverfahren Abhilfe schaffen, welche bezüglich des höherfrequenten Bereiches des Erdschwerefeldes hinreichend sensibel sind: *Satellite-to-Satellite-Tracking (SST)* und *Satellitengradiometrie (SGG)*. In beiden Verfahren operieren Satelliten so nahe der Erdoberfläche wie gerade noch praktikabel (ca. 200 km), in beiden Verfahren ist die Meßgröße eine Funktion der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials  $V$ . Beide Verfahren sind in der Lage, homogen dichte Erdschwerefeldinformation mit einer Auflösung von etwa 100 km halber Wellenlänge mit einer Genauigkeit der  $1^\circ \times 1^\circ$  Schwermittelwerte im Bereich von zumindest  $\pm 5$  mGal zu liefern, was einer Geoidhöhengenaugkeit von etwa  $\pm 15$  cm entspricht. Detailinformation dieser Qualität und Dichte wird die Grundlage sein für bisher undurchführbare Forschungen auf zahlreichen geowissenschaftlichen Gebieten.

Da die Satellitengradiometrie im Rahmen eines Großprojektes der Europäischen Weltraumbehörde ESA bereits ein konkretes Stadium erreicht hat, wird in der Folge auf SGG im allgemeinen und auf die bestmögliche Bestimmung des Gravitationspotentials  $V$  aus SGG-Daten  $l$  näher eingegangen.

## 2 Satellitengradiometrie

Wie bereits eingangs erwähnt wurde, basiert die Satellitengradiometrie auf der Messung von zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials  $V$ . In der Folge seien zur Erinnerung einige wesentliche Eigenschaften von  $V$  zusammengefaßt:

$V$	...	Gravitationspotential
$\nabla V$	...	Gravitationsvektor
$\nabla \nabla^T V$	...	Gravitationstensor 2. Ordnung ( $M$ )

Eigenschaften von  $V$ :

$$\nabla \wedge \nabla V = 0 \quad M \text{ symmetrisch} \quad (2)$$

$$\nabla^T \nabla V = 0 \quad \text{tr}(M) = 0 \quad (\text{Laplace-Gleichung}) \quad (3)$$

Betrachten wir nun eine Beschleunigungsmessung im Satelliten, wobei

$P$	Position des Beschleunigungsmessers,
$S$	Schwerpunkt des Gradiometers,
$\Delta \mathbf{x}_P$	Verbindungsvektor $SP$ (fest, klein),
$\omega$	Rotationsvektor des Gradiometers

bezeichnen. Dann läßt sich der Beschleunigungsvektor  $a_P$  wie folgt darstellen, [2], [3], [6]:

$$a_P = \nabla_P V - \nabla_S V - \dot{\omega} \wedge \Delta \mathbf{x}_P - \omega \wedge (\omega \wedge \Delta \mathbf{x}_P) \quad (4)$$

(“ $\dot{\phantom{x}}$ ” bezeichnet die Zeitableitung.)

Unter der Annahme sehr geringer Entfernung zwischen Beschleunigungsmesser und Schwerpunkt des Gradiometers (im gegenständlichen Fall  $< 0.5$  m) können wir den im Punkt  $P$  gemessenen Gravitationsvektor  $\nabla_P V$  in eine Taylorreihe mit dem Schwerpunkt  $S$  des Gradiometers als Taylorpunkt entwickeln und nach dem linearen Glied abbrechen. Diese Linearisierung führt auf

$$\nabla_P V = \nabla_S V + M \Delta \mathbf{x}_P. \quad (5)$$

Betrachten wir nun die Messung des Beschleunigungsvektors an zwei benachbarten Punkten  $P$  und  $Q$  und machen wir von der Möglichkeit Gebrauch, ein Vektorprodukt durch ein Matrix-Vektor-Produkt ersetzen zu können, so erhalten wir mit der schiefsymmetrischen *Cartan-Matrix*

$$\Omega := \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

in linearer Näherung folgenden Ausdruck für die beiden Beschleunigungsvektoren  $a_P$  und  $a_Q$ :

$$a_P = M \Delta x_P - (\dot{\Omega} + \Omega\Omega)\Delta x_P, \quad (7)$$

$$a_Q = M \Delta x_Q - (\dot{\Omega} + \Omega\Omega)\Delta x_Q. \quad (8)$$

Wenn der Abstand der beiden Beschleunigungsmesser in  $P$  und  $Q$

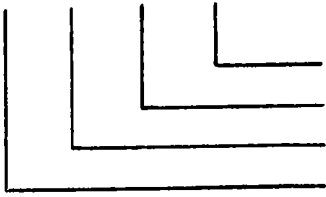
$$\delta x = \Delta x_P - \Delta x_Q \quad (9)$$

gegen Null geht, dann können wir folgenden Grenzübergang durchführen,

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \left( \frac{a_P - a_Q}{\delta x} \right) = \Lambda. \quad (10)$$

der auf die Matrix der Meßgrößen  $\Lambda$  führt, welche sich aus drei Termen zusammensetzt, dem *Gravitationsterm*, dem *Kreiselterm* und dem *Zentrifugalterm*:

$$\Lambda = M - \dot{\Omega} - \Omega\Omega \quad (11)$$



Zentrifugaltensor

Kreiselterm

Gravitationstensor

Meßtensor

Offenbar enthält also die Meßgröße neben der Information über das Gravitationsfeld  $V$  (über den Gravitationstensor  $M$ ) auch noch Positions- und Orientierungsinformation (über den Kreiselterm  $\dot{\Omega}$  und den Zentrifugaltensor  $\Omega\Omega$ ). Da unser Primärziel das Gravitationsfeld ist, müssen wir versuchen,  $M$  aus  $\Lambda$  herauszufiltern.

Beachten wir die Eigenschaften von  $M$ ,  $\Omega$  und  $\dot{\Omega}$ ,

$M$	symmetrisch,
$\Omega, \dot{\Omega}$	schiefsymmetrisch,
$\Omega\Omega$	symmetrisch,

und zerlegen wir den Meßtensor  $\Lambda$  in seinen symmetrischen und schiefsymmetrischen Anteil,

$$\frac{1}{2}(\Lambda - \Lambda^T) = \dot{\Omega}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{2}(\Lambda + \Lambda^T) = M - \Omega\Omega, \quad (13)$$

so ermöglicht uns eine Zeitintegration von  $\dot{\Omega}$  bis auf eine "Integrationskonstante", die Anfangsorientierung  $\Omega(t_0)$ , den Zugang zu  $\Omega$  und damit zum Rotationsvektor  $\omega$  des Gradiometers,

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \int_{t_0}^t \dot{\Omega} dt. \quad (14)$$

Da die durch Integration ermittelte Orientierung auf Grund der unvermeidbaren Meßfehler bereits nach relativ kurzer Integrationszeit völlig verfälscht wäre, wird in der Praxis die Orientierung in kurzen Zeitabständen durch einen "Star-tracker", quasi in Form eines "zero update", wiederhergestellt. Da uns nun über den Meßtensor  $\Lambda$  und der Integration seines schiefsymmetrischen Anteils zu jedem Zeitpunkt  $\dot{\Omega}$  und  $\Omega$  zur Verfügung stehen, kennen wir damit auch den symmetrischen Tensor  $\Omega\Omega$  und folglich den Gravitationstensor  $M$ :

$$M = \frac{1}{2}(\Lambda + \Lambda^T) + \Omega\Omega. \quad (15)$$

Die Gesamtheit der unabhängigen Elemente der gemessenen Gravitationstensoren  $M$  stellt nun den in (1) dargestellten Datenvektor dar. Das eigentliche Problem besteht folglich in der bestmöglichen Bestimmung des Gravitationspotentials  $V$  aus diesem Datenvektor  $l$ ,

$$l := \{M\} \rightarrow V,$$

wobei die Tatsache, daß der Ort der Messung (der Orbit des Satelliten und damit die jeweilige Position des Gradiometers) unzulänglich und daher streng genommen nicht bekannt ist, die Schwierigkeit noch erhöht.

Das Problem wird iterativ gelöst und basiert wieder auf einer Taylor- Linearisierung an einem geeigneten Entwicklungs“punkt”, repräsentiert durch einen Modell-Orbit und ein Modell-Gravitationspotential,

$$\begin{aligned} l &= l^0 + \delta l, \\ X &= X^0 + \delta X, \\ V &= V^0 + \delta V, \end{aligned} \tag{16}$$

mit

$l^0$	Modell-Daten ,
$X^0$	Modell-Orbit ,
$V^0$	Modell-Potential .

sodaß der Datenvektor  $l$  in Funktion von  $X$  und  $V$

$$l = f(X^0 + \delta X, V^0 + \delta V) + n \tag{17}$$

in linearisierter Form mit den Modell-Daten

$$l^0 := f(X^0, V^0) \tag{18}$$

wie folgt dargestellt werden kann:

$$l = l^0 + \frac{\partial f^0}{\partial X} \delta X + L^0 \delta V + n. \tag{19}$$

Die Operation

$$l - l^0 = l - f(X^0, V^0) \tag{20}$$

wird in diesem Zusammenhang auch als Datenfilterung bezeichnet.

Somit erhalten wir schließlich folgendes linearisiertes Beobachtungsmodell, das die Datenresiduen in linearer Funktion der Orbit- und Gravitationspotentialresiduen darstellt, [5]:

$$\delta l = \frac{\partial f^0}{\partial X} \delta X + L^0 \delta V + n \tag{21}$$

Meßrauschen  
Feldanteil  
Orbitanteil

Da die harmonische Funktion  $\delta V$  ein Element aus einem Hilbert-Raum mit reproduzierendem Kern ist und  $L^0$  einen linearen Operator (Vektor von linearen Funktionalen) darstellt, haben wir hier den typischen Fall eines Kollokationsproblems mit Parametern, das unter Ausnützung zahlreicher numerischer Tricks iterativ gelöst wird, [1], [7], [4]:

$$\delta \hat{X} = f_1(\delta l; X^0, V^0 + \delta \hat{V}), \tag{22}$$

$$\delta \hat{V} = f_2(\delta l; X^0 + \delta \hat{X}, V^0), \tag{23}$$

$$\hat{X} = X^0 + \delta \hat{X}, \tag{24}$$

$$\hat{V} = V^0 + \delta \hat{V}. \tag{25}$$



### 3 Die ARISTOTELES-Mission der ESA

Seit 1987 bereitet die Europäische Weltraumbehörde ESA im Rahmen des Europäischen Erdbeobachtungsprogrammes EOPP (Earth Observation Preparatory Program) ein Satellitenprojekt vor, das auf eine hochauflösende Erdschwerefeldbestimmung mit höchster Genauigkeit ausgerichtet ist und daher für Geodäsie und Geophysik, aber auch für die Ozeanographie, die Klimatologie und die Erforschung jüngster Umweltprobleme (z.B. Anstieg des Meeresspiegels zufolge des Treibhauseffektes) von fundamentaler Bedeutung ist: das Projekt ARISTOTELES (Applications and Research Involving Space Techniques Observing The Earth's field from Low Earth Satellites). Der Start von ARISTOTELES ist für 1994+ geplant, die Projektkosten liegen bei etwa 300 Mill. ECU (ca. 4.5 Mrd. ÖS).

Die konkreten Missionsziele sind nach Prioritäten wie folgt geordnet:

- Globale Erdschwerefeldbestimmung mit Hilfe eines Satellitengradiometers, das eine Genauigkeit der  $1^\circ \times 1^\circ$  Schweremittelwerte von zumindest  $< \pm 5$  mGal erwarten läßt; dies entspricht einer Geoidhöhen Genauigkeit von etwa  $\pm 15$  cm .
- Bestimmung des Erdmagnetfeldes mit Hilfe eines skalaren Magnetometers, das eine Genauigkeit der  $1^\circ \times 1^\circ$  Mittelwerte magnetischer Anomalien von zumindest  $< \pm 3$  nT erwarten läßt.
- Positionierungsmission mit Hilfe des Systems PRARE (Precise Range and Range Rate Equipment) im Anschluß an die Erdschwerefeld- und Erdmagnetfeldmission.

Die gleichzeitige Erdschwerefeld- und Erdmagnetfeldmission wird voraussichtlich 6 Monate dauern, für Positionierungszwecke soll ARISTOTELES danach mehrere Jahre zur Verfügung stehen.

Das ARISTOTELES-Kerninstrument ist zweifelsohne das Gradiometer GRADIO, das ein System aus mehreren hochpräzisen und sensiblen kapazitiven Beschleunigungsmessern darstellt und von ONERA, Frankreich, entwickelt wird. GRADIO ist eine Weiterentwicklung von Cactus, ein Experiment, das auf einer frei schwebenden Probemasse, deren Position durch elektrostatische Kräfte stabil gehalten wird, beruht und auf dem französischen Satelliten Castor D5B geflogen wurde.

Ursprünglich war an ein System von 8 Beschleunigungsmessern gedacht, welche räumlich an den Ecken eines Würfels angeordnet sein sollten und die Ableitung des vollen Gravitationstensors zweiter Ordnung  $\nabla\nabla^T V$  erlaubt hätten. Die enorm hohe Empfindlichkeit der Beschleunigungsmesser (etwa  $10^{-12}g$  bei einer Bandbreite der Meßfrequenz von 0.005 bis 0.25 Hz) hätte eine

“drag-free” Mission erforderlich gemacht (Kompensation der nicht-gravitativen Beschleunigungen — bedingt durch Bremseffekt der Restatmosphäre, Beschleunigung zufolge des Solardrucks und des Erdalbedos — durch permanenten Betrieb der Antriebsaggregate). Derzeit noch unüberwindbare technische Schwierigkeiten führten jedoch zur Entscheidung, von dieser Idee Abstand zu nehmen und eine “non-dragfree” Mission durchzuführen. Da die in Flugrichtung auftretenden atmosphärenbedingten Bremseffekte nun aber den dynamischen Bereich der Beschleunigungsmesser ( $10^7$ ) überschritten hätten, hat man sich für die einfachere Lösung eines planaren Gradiometers entschieden, das aus 4 Beschleunigungsmessern bestehen wird, welche in der zur Flugrichtung orthogonalen Ebene an den Ecken eines Quadrates angeordnet sind. Der Abstand  $\delta x$  der Beschleunigungsmesser wird etwa 90 cm betragen.

Die Auflösung wird bei ca.  $10^{-11}ms^{-2}/\sqrt{Hz}$  und damit bei  $10^{-2}E$  ( $1E = 10^{-9}s^{-2}$ ) liegen. Messungen sind im Temperaturbereich von  $20^\circ$  bis  $40^\circ C$  möglich, wobei während der Messung die Temperatur auf  $\pm 0.5^\circ C$  stabil gehalten werden muß. Die Samplingrate wird  $0.25Hz$  betragen, was bei einer Fluggeschwindigkeit von ca. 7.8 km/s einer Abtastrate von etwa 30 km entspricht. Die dabei anfallende Datenrate liegt bei ca. 2 kb/s; dies entspricht ca. 20 Megabyte/Tag; somit werden während der gesamten Missionsdauer von 6 Monaten ca. 3.6 Gigabyte an Gradiometerdaten anfallen.

Für Positionierungszwecke wird neben GRADIO und einem skalaren Magnetometer das Mikrowellen-Tracking-System PRARE und voraussichtlich ein GPS-System an Bord von ARISTOTELES sein. Die Ausstattung mit einem GPS-System hat — neben Positionierungsaufgaben — auch einen zweiten Grund: sollte GRADIO ausfallen, so bietet GPS die eingeschränkte Möglichkeit, Satellite-to-Satellite Tracking (SST) im high - low Modus (GPS-Satelliten vs. ARISTOTELES) zu betreiben. GPS-SST stellt somit ein Backup-System für GRADIO-SGG dar, das zwar nicht die hohe Auflösung und Genauigkeit des Erdschwerefeldes wie SGG liefert, aber dennoch die Mission weitgehend retten könnte.

In der Folge seien einige weitere technische Details der Mission angeführt:

Transportsystem:	Ariane 4
Bodenkontrolle:	ESOC (Darmstadt), Kiruna
Orbit:	nahezu kreisförmig, polar, Halbschattenbahn (wegen Temperaturstabilität), Höhe $200 \pm 3$ km, non-dragfree

Orbit-Erhaltung:	Höhenverlust 7 km/Tag, ⇒ 7 kg Hydrazin-Treibstoff/Tag, ⇒ 550 kg Hydrazin/6 Monate
Bahnbestimmung:	radial < 10 m, horizontal < 1500 m
Gesamtgewicht:	ca. 2000 kg, davon 125 kg GRADIO, ca. 60 % Treibstoff

Der wissenschaftliche Nutzen dieser ARISTOTELES-Mission ist mannigfaltig. Er läßt sich im wesentlichen den Gebieten Geodäsie, Geophysik, Ozeanographie, Klimatologie und somit den gesamten Umweltwissenschaften zuordnen:

#### *Geodäsie:*

Keines der bestehenden Erdschwerefeldverfahren war bisher in der Lage, das Erdschwerefeld global mit hoher, homogener Genauigkeit abzubilden, sodaß wir heute vor dem Problem stehen, in wenigen lokalen kontinentalen Bereichen hervorragende Erdschwerefelddaten zu haben, in vielen Bereichen keine oder nur unzureichende und über den Ozeanen hervorragende Altimeterinformation, die jedoch "nur" die Topographie der Meeresoberfläche abbildet, welche vom Geoid bis zu 2 Meter abweicht.

Die ARISTOTELES-Mission wird erstmals globale, hochauflösende Schwerefeldinformation hoher, homogener Genauigkeit liefern. Diese Daten sind erforderlich, um zwischen Geoid und Meeresoberfläche unterscheiden zu können und sie sind unerlässlich für eine exakte Bahnbestimmung der zahlreichen in Zukunft zu erwartenden Satelliten.

#### *Geophysik:*

Das Erdschwerefeld hat seine Ursache in der Dichteverteilung im Erdinneren. Unregelmäßigkeiten der Dichteverteilung bilden sich daher ebenso als Unregelmäßigkeiten im Erdschwerefeld ab. Detaillierte Erdschwerefeldinformation liefert somit, in Verbindung mit seismischen Daten, etc., wertvolle Information zur Erforschung der geologischen Strukturen, zum Studium der Lithosphäre an den Rändern tektonischer Platten, zum besseren Verständnis thermischer Konvektionsprozesse und allgemein zur Erforschung des Erdinneren. Das Verständnis aller im Erdinneren ablaufenden komplexen physikalisch-chemischen Prozesse ist wiederum Voraussetzung für eine zuverlässige Erdbebenvorhersage.

### *Ozeanographie:*

Die Trennung von (aktueller) Meereshöhe und Geoidhöhe, welche erst durch eine Kombination von Satelliten-Altmetrie und Satelliten-Gradiometrie (und/oder Satellite-to-Satellite Tracking) global möglich wird, erlaubt die Aufdeckung von Meeresströmungen und das Detailstudium ozeanischer Gezeiten. Diese Erkenntnisse fließen wiederum direkt in die Klimaforschung ein.

### *Klimatologie:*

Für die Klimaforschung ist die Detailkenntnis sowohl des Geoides als auch der aktuellen Meeresflächentopographie von grundlegender Bedeutung:

Die derzeit vor allem aufgrund des Verbrennens fossiler Energieträger stark im Steigen befindliche Kohlendioxidkonzentration in der Atmosphäre bedingt bekanntlich über den Treibhauseffekt eine globale Erwärmung der Erdatmosphäre. Eine Erwärmung hat ein Abschmelzen der polaren Eisbedeckung (und jener in Grönland) zur Folge, was wiederum ein Ansteigen des Meeresspiegels nach sich zieht. Die räumliche und zeitliche Änderung des Geoids als Äquipotentialfläche im mittleren Meeresniveau stellt in dieser Kausalkette daher höchst wertvolle Wirkungsinformation zur Erforschung dieser Ursachen dar.

Etwa 60 % des globalen Wärmeenergie transports erfolgt innerhalb der Erdatmosphäre, ca. 40 % durch die Ozeanströmungen. Die Verknüpfung von Altmetrie und Satellitengradiometrie eröffnet die Detailkenntnis dieser Meeresströmungen und liefert somit auch diesbezüglich einen entscheidenden Beitrag zur Klimaforschung.

Satelliten haben den Geowissenschaften in den vergangenen Jahren ein gewaltiges Datenmaterial geliefert, das zu weitreichenden Erkenntnissen über unseren Planeten Erde geführt hat. Wir sind uns des ungemein komplexen Musters gegenseitiger Abhängigkeiten aller Prozesse innerhalb, auf und außerhalb unseres Planeten bewußt geworden und haben uns von der in der Vergangenheit geübten Gepflogenheit fachlich isolierten Denkens endgültig verabschiedet. Die unzähligen "Sphären", in denen wir leben und welchen wir unser Dasein verdanken, bilden in Wahrheit ein gewaltiges Orchester. Wir lauschen bescheiden der überwältigenden Sphärenmusik, bewundern den Dirigenten und sind auf der Suche nach der Partitur. Die Mission ARISTOTELES wird hoffentlich ihrem Namen Ehre machen und einige Noten, nach der "Harmonia Mundi" geschrieben ist, entschlüsseln helfen.

## Literatur

- [1] COLOMBO, O.L.: Applications of an Orbiting Gravity Gradiometer. *Bulletin Géodésique* 57, 1983, S. 83 – 101.
- [2] MORITZ, H.: *Kinematical Geodesy I*. Report No. 92, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1967.
- [3] MORITZ, H.: *Kinematical Geodesy II*. Report No. 165, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1971.
- [4] MORITZ, H.: *Advanced Physical Geodesy*. Wichmann- Verlag, Karlsruhe, 1980.
- [5] RUMMEL, R.: Satellitengradiometrie. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 6, 1985, S. 242 – 257.
- [6] RUMMEL, R.: Satellite Gradiometry. In: *Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy* (Editor: H. Sünnkel), Springer-Verlag, Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 7, 1986, S. 317 – 363.
- [7] RUMMEL, R. and O.L. COLOMBO: Gravity Field Determination from Satellite Gradiometry. *Bulletin Géodésique* 59, 1985, S. 233 – 246.

---

Stand und Ergebnisse der Schweremessungen in Südostösterreich

E.Posch, P.Winter & G.Walach

Montanuniversität Leoben

---

Im Rahmen des Internationalen Geodynamik-Projektes wurde 1976 durch das Institut für Geophysik der Montanuniversität Leoben eine Neuvermessung des Schwerefeldes der alpin - pannonischen Übergangszone in Österreich begonnen. Für das etwa 15.000 km<sup>2</sup> große Untersuchungsgebiet, begrenzt durch die beiden überregionalen Lineamente Pöls-Lavant-System und Norische Senke sowie die Staatsgrenzen zu Ungarn und Jugoslawien, wurde eine mittlere Stationsdichte von 1 Gravimeterpunkt pro 2 km<sup>2</sup> angestrebt. Für die Messungen kamen La Coste-Romberg, G-Gravimeter zum Einsatz. Ab 1978 wurden die Untersuchungen aus Mitteln des Hochschulschwerpunktes " Frühalpine Geschichte der Ostalpen " und ab 1981 mit Beteiligung des Instituts für Angewandte Geophysik der Forschungsgesellschaft Joanneum auch in rohstoffbezogenen Projekten der Bund-Bundesländer-Kooperation weitergeführt. Im Sommer 1989 werden die Geländearbeiten mit Hilfe des FWF - Projektes P 6442 abgeschlossen. Danach werden für ein geschlossenes Gebiet von rund 18.000 km<sup>2</sup> etwa 9000 Gravimeterpunkte mit hoher Meß- und Lagegenauigkeit für weiterführende Beschreibungen und Analysen des Schwerefeldes vorliegen. Die Abb. 1 gibt eine Übersicht über die derzeitige Meßpunktverteilung (Stand: 1.1.1989).

Der laufende Stand der Untersuchungen und Teilergebnisse wurden in einer Reihe von Forschungsberichten und Publikationen (WEBER et al, 1980, 1981, 1982; WALACH, 1981, 1983, 1986; WALACH & WEBER, 1987) dokumentiert. Schließlich wurde von einer sechsköpfigen Autorengruppe (KRÖLL et al., 1988) für das durch den Ostalpenrand (Steirisches Randgebirge) umrahmte Gebiet Steirisches Becken - Südburgenländische Schwelle, ein geologisch/geophysikalisches Themenkartenwerk im Maßstab 1:200.000 veröffentlicht. Dieses umfaßt neben Darstellungen der Struktur

und der geologischen Gliederung des präneogenen Untergrundes, auch Karten der aeromagnetisch vermessenen  $\Delta T$ -Anomalien (Bezugsniveau: + 1000 m Seehöhe) und der Bouguer-Isanomalien, kommentiert in einem umfangreichen Erläuterungsheft. Dazu zeigt beispielsweise die Abb. 2 eine vereinfachte Manuskriptfassung der Karte der Bouguer-Anomalien, die sich auf das durch eine strichlierte Linie in Abb. 1 abgegrenzte Meßpunktfeld stützt.

Übersichtsmäßig betrachtet zeigt das Schwerebild, daß in den zentralen Teilen N - NE streichende, abwechselnd positive und negative Anomalienzüge vorherrschen. Gegen NW hin ist ein allmählicher Übergang in den Trend eines überregionalen Minimums ("alpiner Schweretrog") zu beobachten, während der E- und SE-Rand von einem in sich stärker gegliederten Schwerehoch (Südburgenländische Schwelle) eingenommen wird. Der Süd- und Westrand zeigen stärker wechselnde, lokale bis regionale Anomalieelemente, wobei gegen W bis NW hin wieder zunehmend die Depressionstendenz des alpinen Schweretroges wirksam wird. Als Beispiel für ein wesentliches Teilergebnis im Hinblick auf den Tiefbau der Erdkruste, zeigt die Abb. 3 ein Schwereprofil entlang 47° nördl. Breite (Graz), zwischen dem Lavanttal und dem Westungarischen Becken. Während östlich der Mittelsteirischen Schwelle, welche im Bereich des Murtales das kleinere Weststeirische vom Oststeirischen Becken scheidet, regional gesehen flache Horizontalgradienten unter 0,3 mgal/km und oszillierende Anomalie-Amplituden vorherrschen, stellt sich westlich der Schwelle ein lateral beständiger Regionaltrend von über 1 mgal/km ein. Dieses Verhalten des Schwerefeldes zeigt gut den Übergang vom pannonen zum alpinen Erdkrustenbau bzw. trendmäßig das Anwachsen der Moho-Tiefe an.

Sowohl für die Bestimmung flächendeckender Strukturwerte, als auch von geologisch/lithologischen Informationen über den Internbau des Tertiärbeckens (z.Bsp. Vulkanismus) bzw. des prätertiären Untergrundes, waren mannigfaltige qualitative und quantitative Detailinterpretationen der Gravimetrie und Geomagnetik erforderlich. Insbesondere die Analyse des zum Teil in Form von mächtigen Stratovulkanen begrabenen Vulkanismus

und der magnetischen Leitgesteine (Serpentinit) der Südburgenländischen Schwelle, stützte sich überwiegend auf die Auswertung bodenmagnetischer Detailmessungen (LANZ, 1982; WALACH & WEBER, 1987; WALACH, 1986) - diese kamen in jüngster Zeit auch grenzüberschreitend zu Ungarn (HOFFER et al., 1989) zur Ausführung. Dazu zeigen die Abbildungen 4 bis 6 beispielsweise lokale Kartierungen und gravimetrische bzw. geomagnetische 2d - Modellrechnergebnisse. Mit deren Hilfe konnten für den in rund 800 m Tiefe begrabenen miozänen Schildvulkan von Ilzkalsdorf und einen benachbarten pliozänen Tuffschlot im Raum Fürstenfeld-Stadtbergen, quantitative Modelle der Vulkankörper erstellt und in der geologischen Untergrundkarte dargestellt werden.

Eine umfassende Auswertung und Interpretation des Schwerfeldes der alpin-pannonischen Übergangszone in Südostösterreich steht in Ausarbeitung und wird bald nach dem bevorstehenden Abschluß der Geländearbeiten vorgestellt werden.

#### Ausgewählte Literatur

- HOFFER, E., SCHÖNVISZKY, L. & WALACH, G.: Grenzüberschreitende geomagnetische Messungen im Gebiet des Günser Gebirges (Köszegi Hegység). - Jb. Geol. B.-A., Wien (im Druck)
- KRÖLL, A., FLÜGEL, H.W., SEIBERL, W., WEBER, F., WALACH, G. & ZYCH, D.: Karten über den prätertiären Untergrund des steirischen Beckens und der Südburgenländischen Schwelle, mit Erläuterungen. - Geol. Themenkarten der Republik Österreich - Geol. B.A., Wien 1988
- WALACH, G.: Der Vulkanismus am Westrand des Fürstenfelder Beckens im Lichte gravimetrischer und magnetischer Meßergebnisse. - Leobener Hefte zur Angew. Geophysik, 1, 188-199, Leoben 1986
- WALACH, G. & WEBER, F.: Contributions to the Relations between the Eastern Alps and the Pannonian Basin in the Light of Gravimetric and Magnetic Investigations. - In: H.W. FLÜGEL & P. FAUPL (Eds.): Geodynamics of the Eastern Alps, 345-360, Franz Deuticke-Verlag, Wien 1987



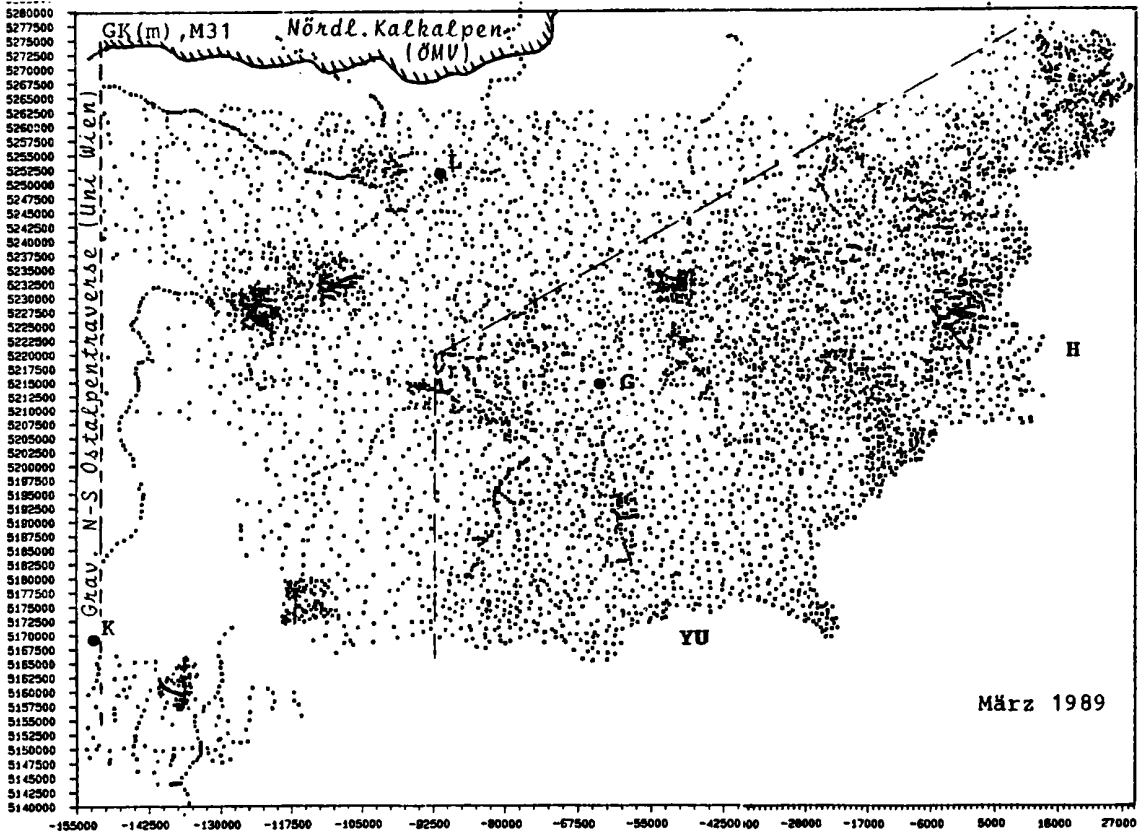


Abb. 1: Punktübersicht zur Gravimetrie Südostösterreich

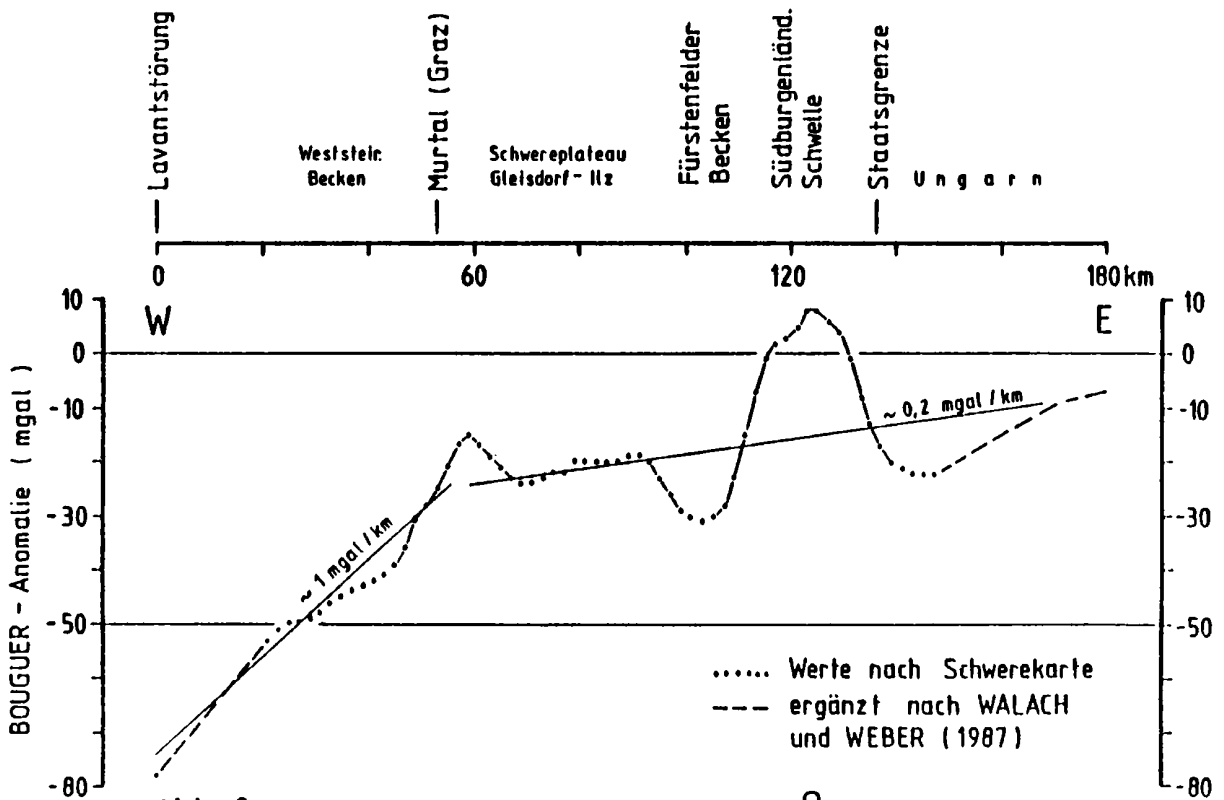
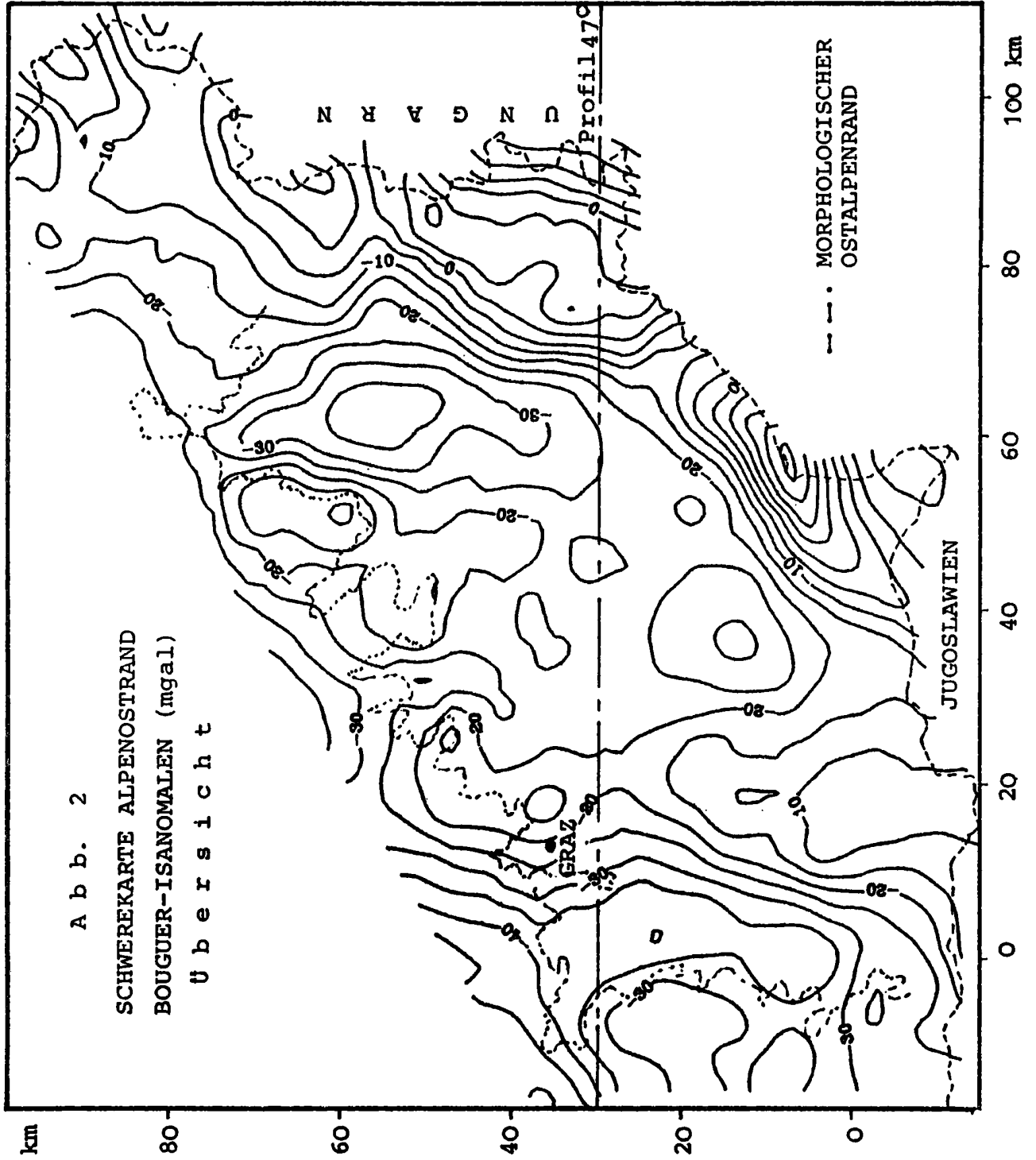


Abb. 3: BOUGUERANOMALIE entlang  $47^{\circ}$  N, Graz; (alpin - pannonische Übergangszone)



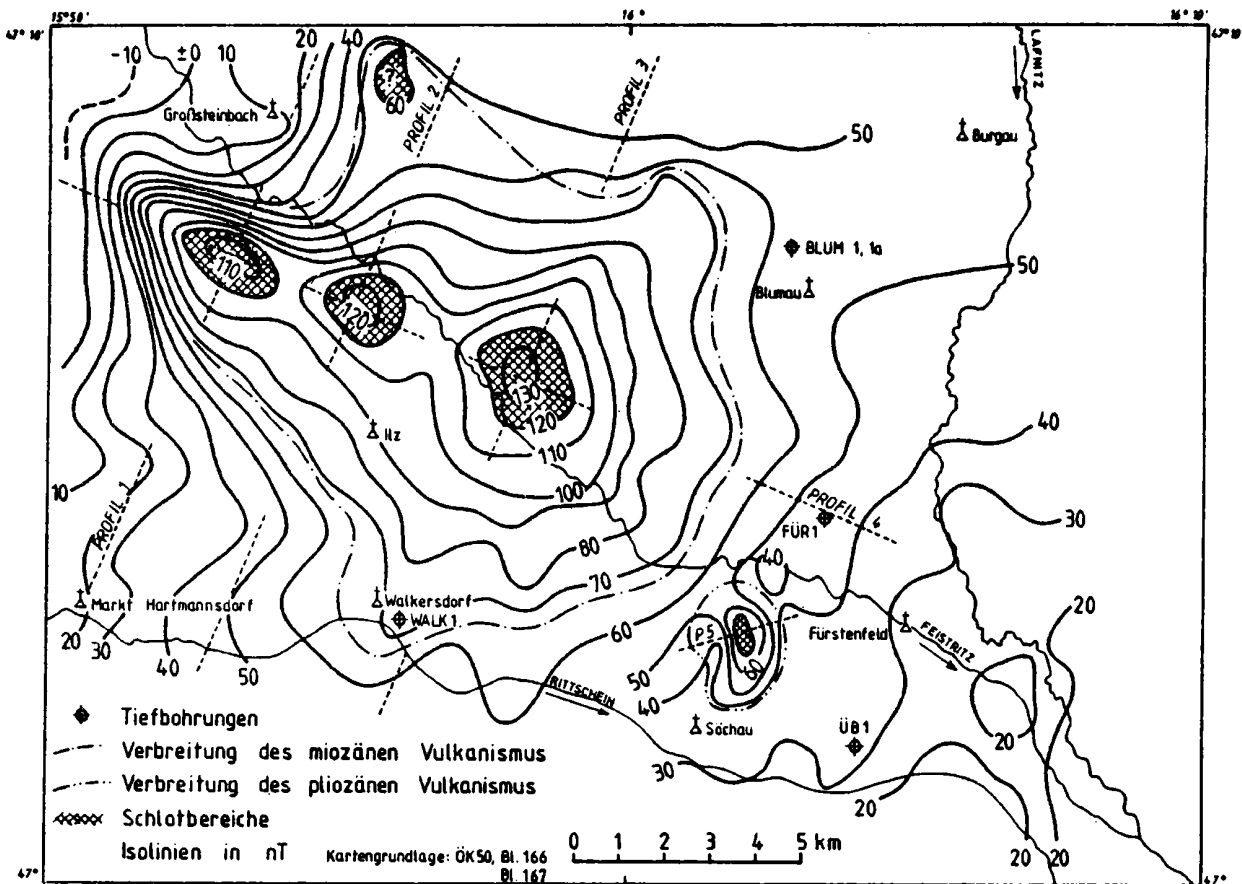
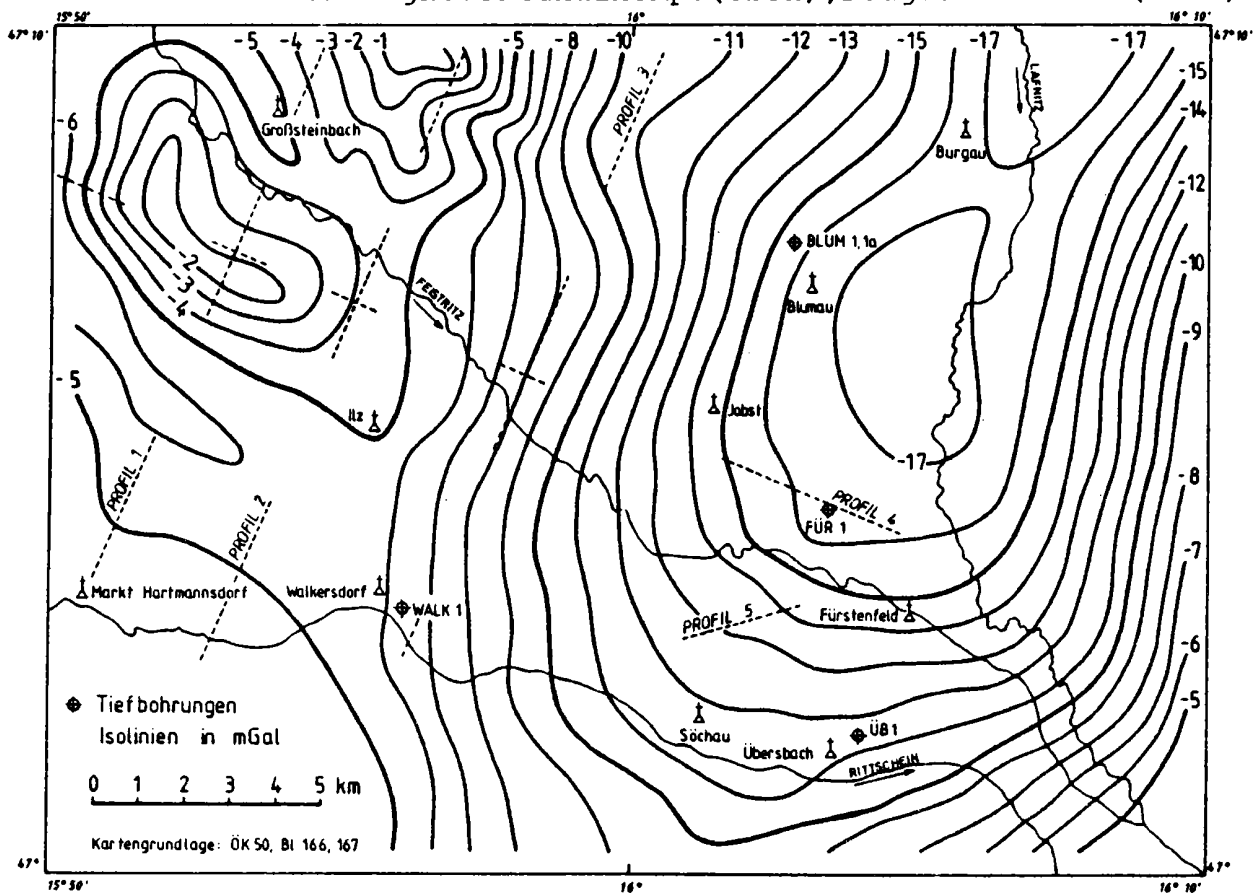


Abb.4: Geophysikalische Detailkartierung Fürstenfelder Becken; Isonomen magn. Vertikalkomp. (oben), Bougueranomalie (unt.)



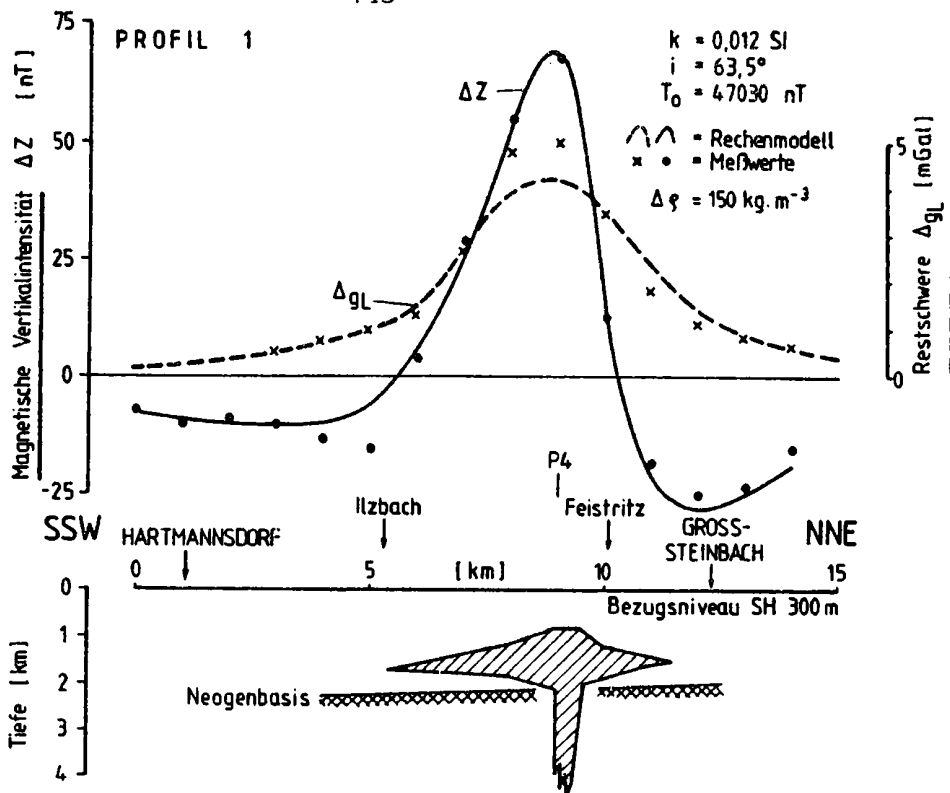


Abb.5: 2d-Modell nach Gravimetrie und Geomagnetik für den begrabenen miozänen Schildvulkan im Gebiet von Ilz - Kalsdorf (vergl. Abb.4)

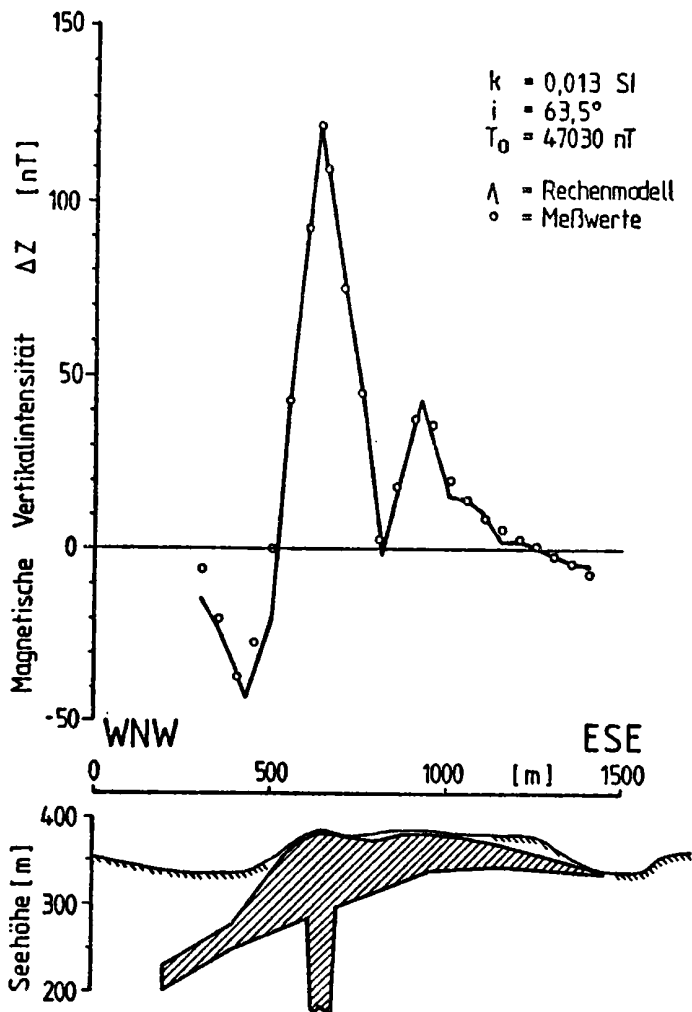
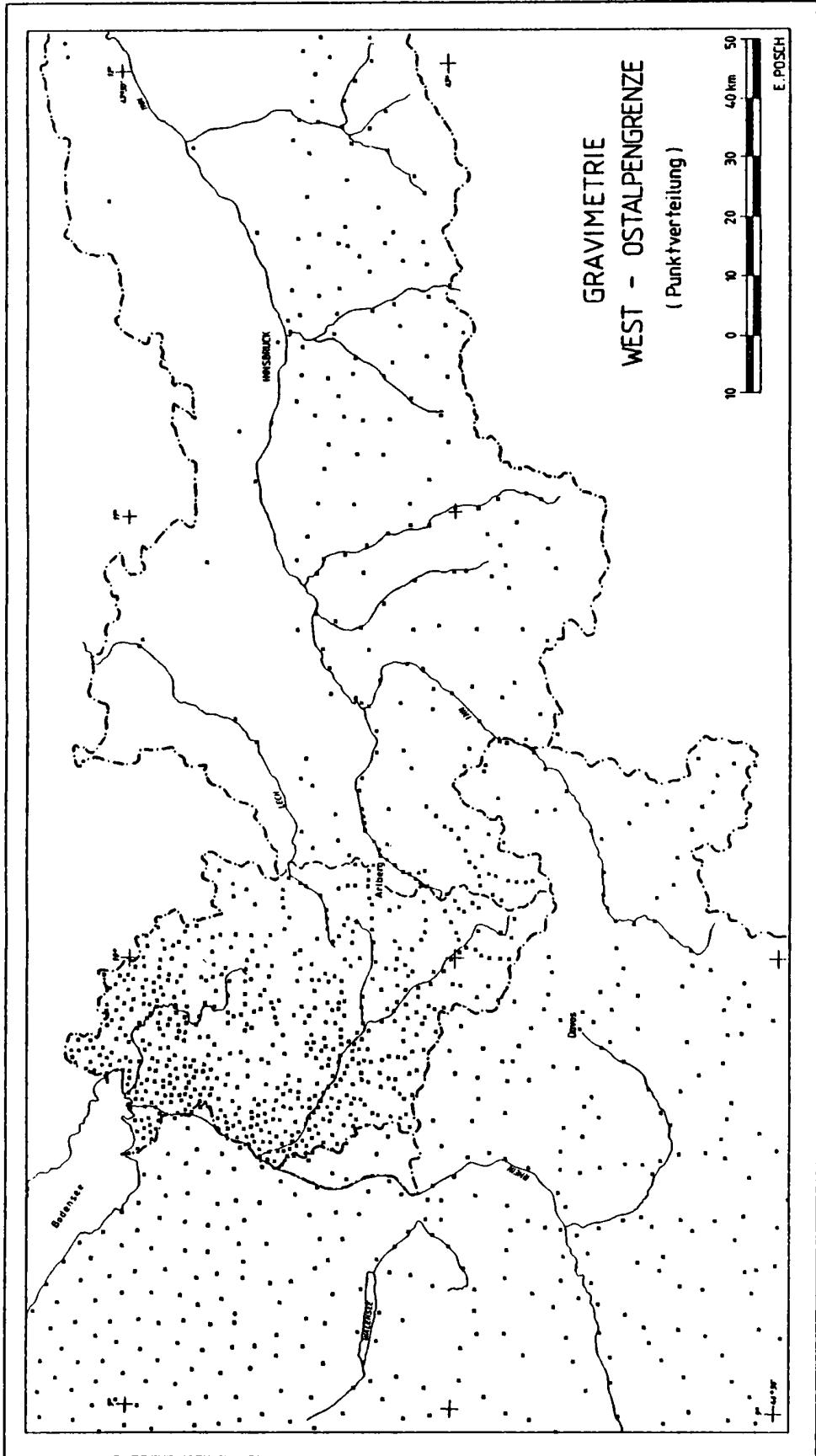
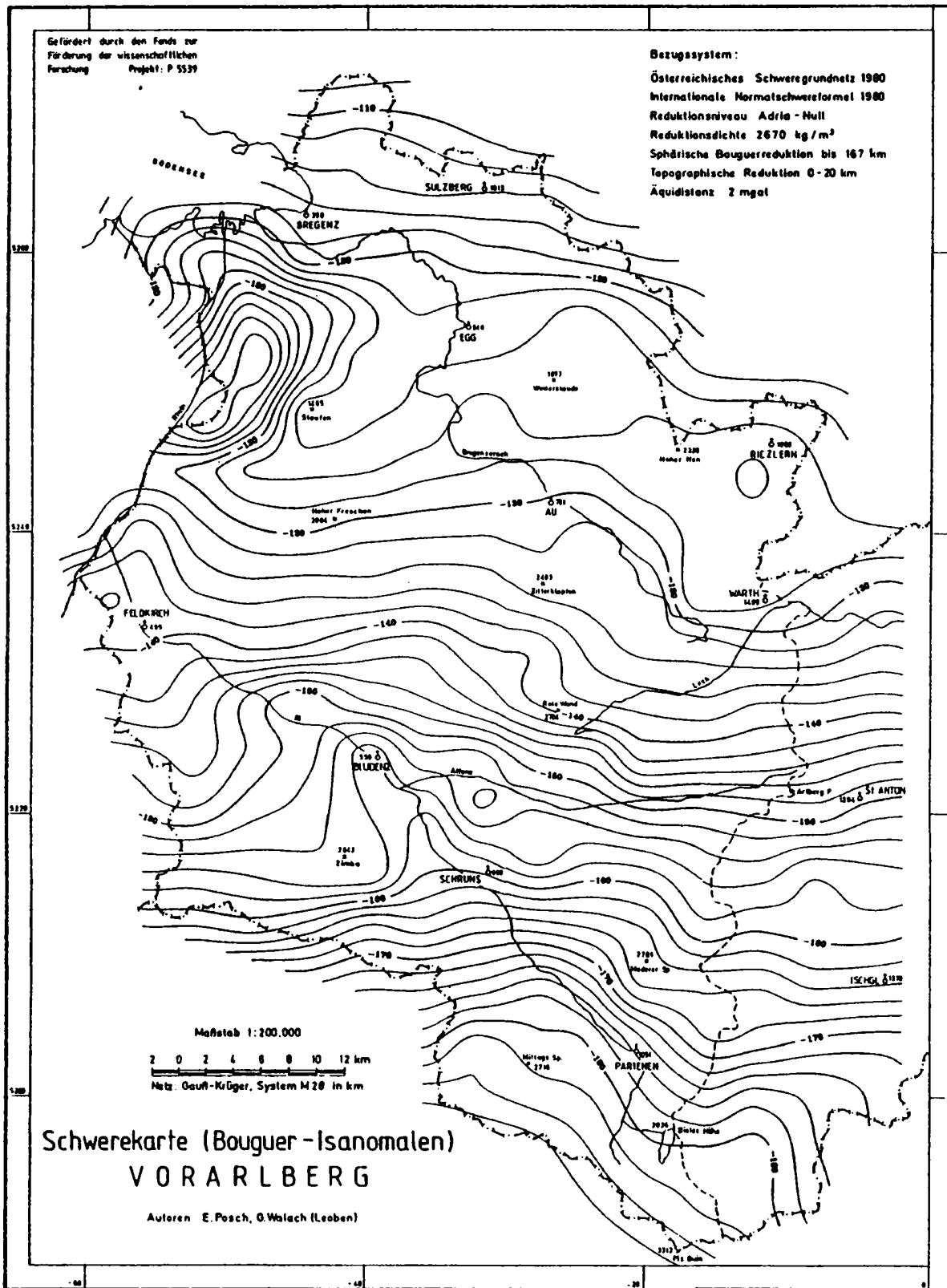


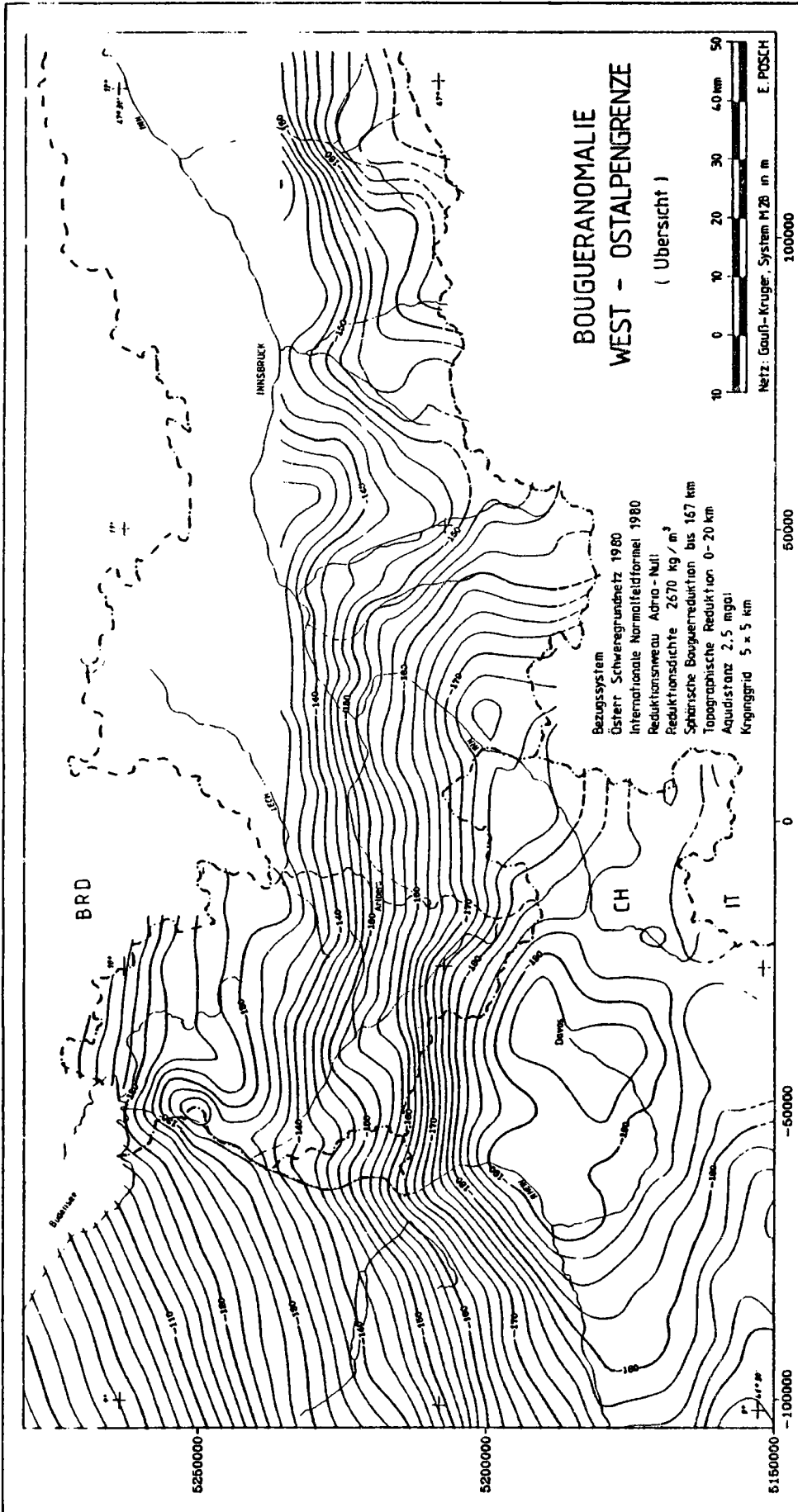
Abb.6: 2d-Modell nach geomagnetischer Vertikalintensität für den pliozänen Tuffschlot im Gebiet Fürstenfeld - Stadtbergen (vergl. Prof.5, Abb.4)



A b b . 1



A b b . 2



A b b . 3

---

Ergebnisse von Erdzeitenregistrierungen in der Station Zagreb

H. Lichtenegger

TU Graz

K. Čolić

Universität Zagreb

---

1. Vorbemerkung

In einem Kooperationsvertrag zwischen der Geodätischen Fakultät der Universität Zagreb, dem Institut für Angewandte Geodäsie der TU Graz und dem Institut für Weltraumforschung der ÖAW in Graz wurde die Durchführung von Erdzeitenregistrierungen in der Station Zagreb vereinbart. Über die Zielsetzungen des gemeinsamen Projektes und über die Beobachtungen lag bereits beim letzten Alpgravimetrie-Kolloquium ein Kurzbericht von Lichtenegger (1986) vor. In der Zwischenzeit erfolgte die Auswertung und Analyse der Beobachtungen und die ausführliche Dokumentation der Ergebnisse durch Lichtenegger und Čolić (1988).

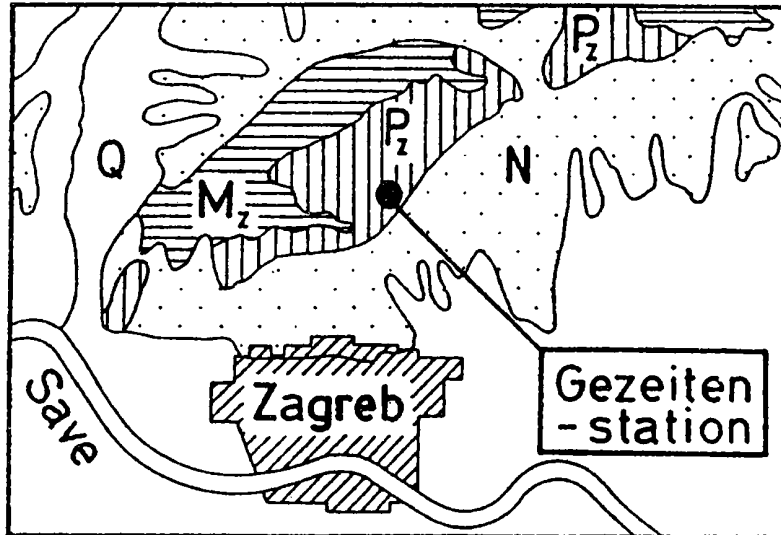
Der vorliegende Bericht ist daher als eine Zusammenfassung der durchgeführten Arbeiten unter besonderer Berücksichtigung der Präsentation von Ergebnissen zu werten.

2. Beobachtung und Auswertung

Zur Beobachtung der vertikalen Gezeitenkomponente wurde von der Grazer Gruppe das Gravimetersystem "Geodynamics TRG-151" samt Registriereinrichtung zur Verfügung gestellt und im Februar 1984 in der Station Zagreb installiert.

Die Gezeitenstation liegt etwa 12 km nordöstlich des Stadtzentrums und ist Teil eines unterirdischen Stollensystems im südöstlichen Teil des Berges "Medvednica". Dieser ist aus Schiefen bzw. Karbonaten u.a.m. aus dem Paläozoikum (Pz) bzw. aus dem Mesozoikum (Mz) aufgebaut und erhebt sich horstförmig über die später abgelagerten, meist quartären (Q) und neogenen (N) Sedimente, vgl. Fig 1





Figur 1: Gezeitenstation Zagreb (Breite  $45.88^\circ$ ,  
Länge  $16.00^\circ$ , Höhe 345 m)

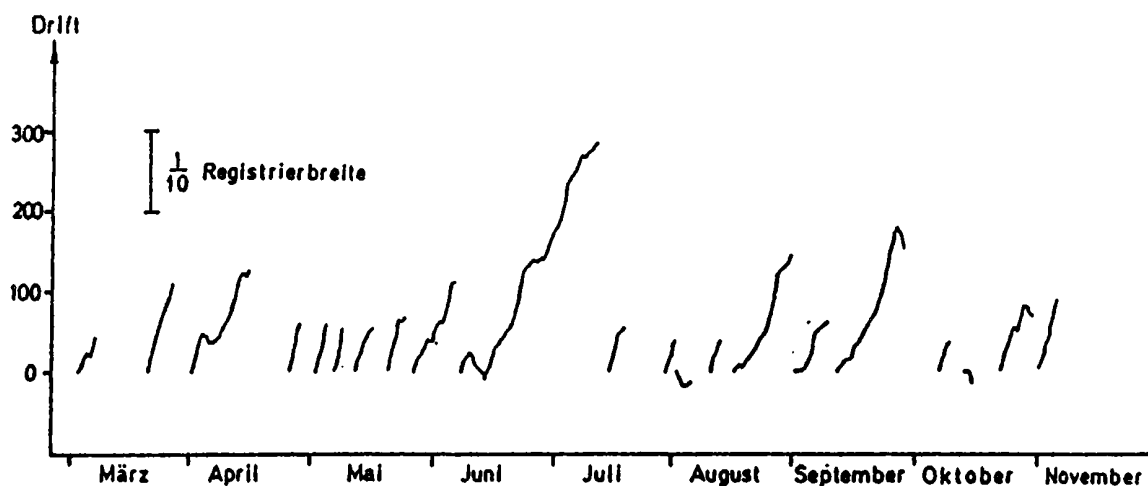
Die Betreuung der Station erfolgte durch Mitarbeiter der Geodätischen Fakultät in Zagreb. Sie beinhaltete monatlich etwa zehn Routinebesuche in der Station, bei der Zeitkontrollen, Driftkorrekturen und Eichungen des Gravimeter-Systems durchgeführt wurden. Die neunmonatige Beobachtungsperiode ist gekennzeichnet durch eine relativ große Anzahl von längeren Stromabschaltungen, welche auch durch das bereitgestellte Akku-System nicht immer überbrückt werden konnten. Dies führte zu einer Reduktion der Beobachtungsdaten, hatte aber, wie sich später zeigte, nur geringen Einfluß auf deren Qualität.

Die Auswertung der Beobachtungen, beginnend mit der Digitalisierung der Registrierstreifen bis hin zur Analyse, wurde von der Grazer Gruppe durchgeführt. Dies soll jedoch in Zukunft auch in Zagreb möglich sein. Insgesamt 204 Tage oder 75% der neunmonatigen Beobachtungen waren auswertbar. Nach der Digitalisierung wurden die Daten vor Weiterverwendung noch auf grobe Fehler geprüft. Die Berechnung der Nullpunktsgänge des verwendeten Gravimeters erfolgte mittels des Tiefpaßfilters nach Pertsev. Für die eigentliche Analyse stand in Graz ein Auswerteprogramm des Erdgezeitenzentrums (ICET) in Brüssel zur Verfügung, welches auf dem Venedikov-Verfahren basiert.

### 3. Ergebnisse

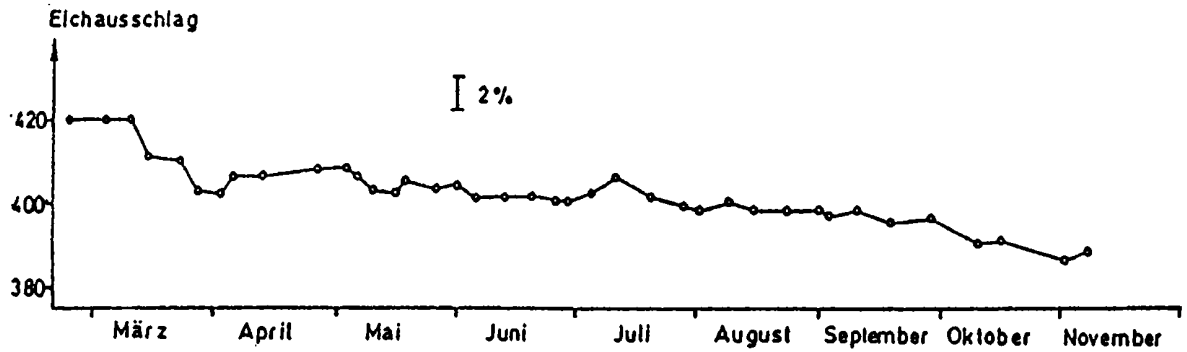
#### 3.1. Beobachtungsergebnis

Der äußerst geringe Nullpunktsgang des Gravimeters ist in Fig. 2 dargestellt. Das Driftverhalten ist über die gesamte Beobachtungsdauer nahezu gleichförmig. Auftretende Schwankungen können durch Stationsbesuche, durchgeführte Eichungen oder Nachwirkungen von Driftkorrekturen erklärt werden. Bereits aus diesem Ergebnis kann auf die Eignung der Station Zagreb für Erdzeitenregistrierungen geschlossen werden.



Figur 2: Driftverhalten des Gravimeters

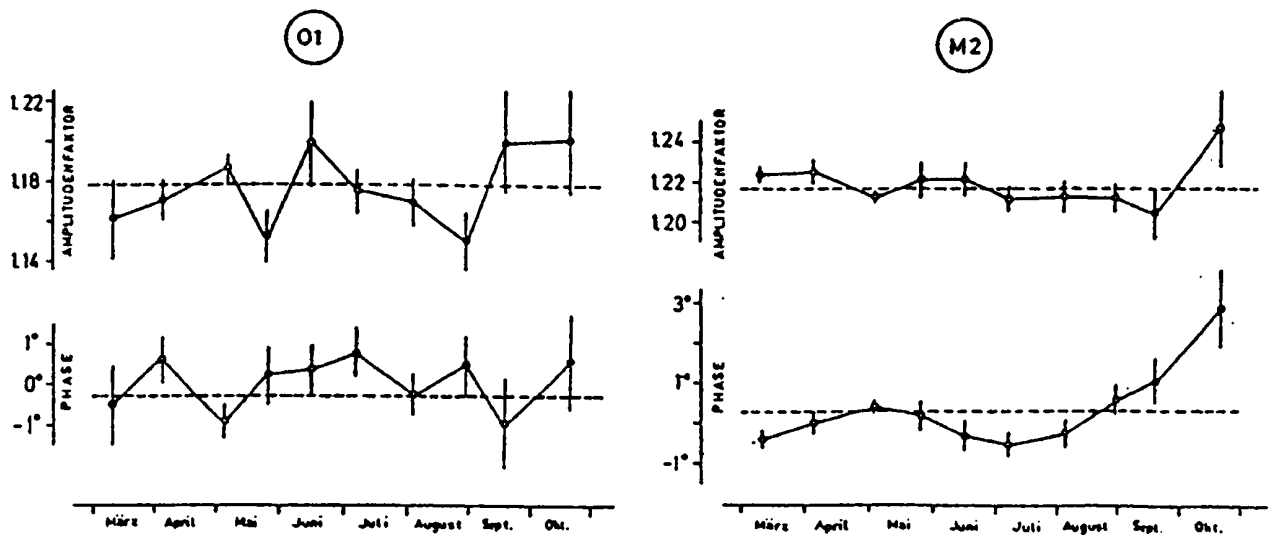
Die Eichung des Geodynamics-Gravimeters erfolgte indirekt nach der elektrostatischen Methode, wobei eine elektrische Spannung an eine oberhalb der Gravimetermasse fest angeordnete Kalibrierungsplatte gelegt wird. Dies führt zu einer Auslenkung des Massearms und damit zu einem meßbaren Eichausschlag auf der Registrierung, welcher proportional dem Quadrat der angelegten Spannung ist. Insgesamt wurden im Beobachtungszeitraum etwa 40 gleichmäßig verteilte Eichungen unter gleichzeitiger Messung der jeweiligen Eichspannung ausgeführt. Die ausgemessenen Eichausschläge sind in Fig. 3 dargestellt und zeigen trotz unverändert gebliebener Eichspannung eine lineare Empfindlichkeitsänderung um nahezu 10%. Die Korrelation dieser Änderung mit dem Driftverhalten ist evident.



Figur 3: Eichausschläge

### 3.2. Analysenergebnis

Um das zeitliche Verhalten der Analysenergebnisse zu prüfen, wurden vorerst für aufeinanderfolgende, unabhängige Intervalle von etwa 20 Tagen Teilanalysen durchgeführt. In der Fig. 4 ist das Ergebnis für Amplitudenfaktor und Phase der beiden Haupttiden O1 und M2 ausgewiesen. Wie zu erwarten sind die mittleren Fehler und die Streuungen im Fall O1 größer als im Fall M2. Hinzuweisen ist auf das quasi-zufällige Verhalten der gesuchten Größen bis zum September. Die ab diesem Zeitpunkt signifikant auftretenden Abweichungen sind durch Schwierigkeiten mit dem verwendeten Registrierschreiber erklärbar.



Figur 4: Ergebnisse von Teilanalysen

In der Tabelle 1 ist das Ergebnis der Gesamtanalyse in Form eines Computerausdruckes ausgewiesen.

STATION 0999 ZAGREB/YUGOSLAVIA																		
*****																		
LATITUDE : 45.88 DEG																		
LONGITUDE: 16.00 DEG																		
HEIGHT : 345 M																		
VERTICAL COMPONENT																		
GEODYNAMICS 151 (CALIBRATED IN BRUSSELS)																		
INSTALLATION: LICHTENEGGER H. (TECHNICAL UNIVERSITY GRAZ)																		
MAINTENANCE : COLIC K. (GEODETSKI FAKULTET ZAGREB)																		
METHODE DES MOINDRES CARRES / FILTRES VENEDIKOV / LECTURES HORAIRES																		
POTENTIEL CARTWRIGHT TAYLER EDDEN / DEVELOPPEMENT COMPLET																		
CORRECTION D INERTIE PROPORTIONNELLE AU CARRE DES VITESSES																		
CALCUL COMPUTING CENTER GRAZ (RZG)/AUSTRIA UNIVAC 1100/81																		
TRAINAGE 01 1.48 M2 1.29 01/M2 1.15																		
CORRECTION D ATTENUATION M2/01 1.01789																		
GEO 151	84	2	26	84	2	26	84	3	2	84	3	10	84	3	14	84	3	14
GEO 151	84	3	19	84	3	27	84	3	31	84	4	14	84	4	22	84	4	26
GEO 151	84	5	1	84	5	7	84	5	10	84	5	22	84	5	25	84	6	4
GEO 151	84	6	7	84	7	11	84	7	14	84	7	18	84	7	28	84	8	5
GEO 151	84	8	10	84	8	12	84	8	15	84	9	8	84	9	11	84	9	27
GEO 151	84	10	5	84	10	7	84	10	12	84	10	14	84	10	20	84	10	28
GEO 151	84	10	31	84	11	4												
NOMBRE TOTAL DE JOURS 204																		
GROUPE SYMBOLE AMPLITUDE PHASE																		
EPOQUE CENTRALE																		
FACT.AMPL. DEPHASAGE																		
EQM EQM																		
AMPLITUDE MOYENNE																		
INVERSION DU SENS DE LECTURE																		
1- 62 Q1			7.4395	154.70			1.1808	.0207				.91	1.00					6.4292
63- 88 O1			40.3924	127.29			1.1783	.0041				-.32	.20					33.7185
89-110 M1			3.0621	248.29			1.1063	.0379				-2.71	1.96					2.5212
111-120 P1			16.2003	184.85			1.1951	.0099				-.72	.48					17.7440
121-143 SLK1			52.3196	197.72			1.1569	.0030				-.04	.15					54.3089
144-165 J1			2.7363	167.50			1.1465	.0489				-2.10	2.44					3.1363
166-197 OOL			2.1434	83.07			1.1912	.0655				-.29	3.16					1.8750
ERREUR Q.M. D 6.089256																		
GROUPE SYMBOLE AMPLITUDE PHASE																		
EPOQUE CENTRALE																		
FACT.AMPL. DEPHASAGE																		
EQM EQM																		
AMPLITUDE MOYENNE																		
INVERSION DU SENS DE LECTURE																		
198-236 2N2			1.0846	141.59			1.2167	.0800				6.68	3.84					1.2220
237-260 N2			7.2939	168.43			1.1754	.0164				-.39	.81					8.3362
261-286 M2			43.7941	142.76			1.2172	.0032				-.26	.15					45.0414
287-300 L2			.4845	248.50			1.0689	.1448				4.05	7.88					.7059
301-309 S2			19.8225	213.28			1.2368	.0070				1.10	.33					21.4103
310-347 K2			6.5807	34.19			1.2463	.0224				.36	1.05					6.6628
ERREUR Q.M. SD 5.111327																		
01/K1 1.0185 1-01/1-K1 1.1364 M2/01 1.0330																		
GROUPE SYMBOLE AMPLITUDE PHASE																		
EPOQUE CENTRALE																		
FACT.AMPL. DEPHASAGE																		
EQM EQM																		
AMPLITUDE MOYENNE																		
INVERSION DU SENS DE LECTURE																		
348-363 M3			.5516	121.53			.9930	.0617				-.26	3.55					.5088
ERREUR Q.M. TD 1.322993																		
204GRAV151																		
EPOQUE DE REFERENCE TJJ- 2445883.0																		

Tabelle 1: Ergebnis der Gesamtanalyse

In der Tabelle 1 ist vorerst die hohe innere Genauigkeit des Ergebnisses erwähnenswert. Diese kann sogar noch um mehr als 25% gesteigert werden, wenn die Daten ab September unberücksichtigt bleiben. Die Werte für Amplitudenfaktoren und Phasen erfahren dadurch keine Änderungen. Bemerkenswert ist weiters, daß die Resultate mit Ausnahme der Phasen im halbtägigen Spektrum nicht signifikant von den respektiven Werten in der Station Graz abweichen. Aus den dort durchgeführten Vergleichsmessungen mit anderen Gravimetertypen folgt aber, daß die Amplitudenfaktoren mit dem Grazer Geodynamics um etwa 1.4% zu hoch erhalten werden. Deshalb sind in der Tabelle 2 die reduzierten und derzeit plausibelsten Werte für Amplitudenfaktoren und -phasen in den beiden benachbarten Stationen Zagreb und Graz ausgewiesen. Die angegebenen Parameter sollten in Zukunft bei der Berechnung theoretischer Gezeiten berücksichtigt werden.

Station	Tide	Amplitudenfaktor	Phase
Zagreb	O1	1.162 ± 0.004	-0°3 ± 0°2
	M2	1.200 ± 0.003	0°3 ± 0°2
Graz	O1	1.168 ± 0.004	-0°1 ± 0°2
	M2	1.205 ± 0.001	0°8 ± 0°1

Tabelle 2: Amplitudenfaktoren und Phasen der Hauptwellen in den Stationen Zagreb und Graz

Das von etwaigen Eichunsicherheiten freie Verhältnis der Amplitudenfaktoren im halb- und gantägigen Spektrum liefert für Zagreb den Wert 1.033. Dieser entspricht in hohem Maß dem in Graz und auch in anderen Stationen gefundenen Verhältnis für Geodynamics-Gravimeter und bestätigt somit relativ die Zuverlässigkeit der für Zagreb gefundenen Amplitudenfaktoren.

Die Ergebnisse wurden gemäß den internationalen Vereinbarungen auch dem ICET in Brüssel mitgeteilt. Dort erfolgte auch die Berechnung des indirekten Effektes nach den ozeanischen Gezeiten-

karten nach Schwiderski und die Ableitung endgültiger Residualvektoren, vgl. Melchior (1988). In den Ergebnissen scheint sich eine vermutete Korrelation mit dem "heat flow" in diesem Gebiet zu bestätigen. Diesbezügliche Detailuntersuchungen stehen aber noch aus

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß das erhaltene Ergebnis die Erwartungen bezüglich Genauigkeit erfüllt und auch die einwandfreie Eignung der Station Zagreb für Gezeitenregistrierungen nachgewiesen hat

#### 4. Abschließende Bemerkungen

Nach dem erfolgreichen Abschluß des gegenständlichen Projektes war eine Fortsetzung und Erweiterung der Zusammenarbeit geplant. Insbesondere sollten die Beobachtungen mit einem anderen Gravimetertyp wiederholt, durch Horizontalpendelregistrierungen zur Ableitung des gesamten Gezeitenbeschleunigungsvektors ergänzt und zumindest auf die Satellitenstation Hvar erweitert werden. Leider konnten diese Vorhaben bisher noch nicht realisiert werden. Sie sind aber nach wie vor aktuell und sollten bei der Planung zukünftiger Aktivitäten im Bereich der Geodynamik des südosteuropäischen Raumes Berücksichtigung finden.

#### 5. Literatur

Lichtenegger, H. (1986): Registrierung der vertikalen Erdgezeitenkomponente in der Station Zagreb. Tagungsbericht über das 4. Internationale Alpengravimetrie - Kolloquium, Wien 1986, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Publikation Nr. 323, Seiten 199-200.

Lichtenegger, H.; K. Čolić (1988): Erste Ergebnisse von Erdgezeitenregistrierungen in der Station Zagreb. Mitteilungen der Abteilung Satellitengeodäsie des Institutes für Weltraumforschung der ÖAW, Folge 7, 30 Seiten.

Melchior, P (1988): Persönliche Mitteilung.

---

REZENTE HÖHENÄNDERUNGEN IN ÖSTERREICH  
ABGELEITET AUS PRÄZISIONSNIVELLEMENT-MESSUNGEN

N.Höggerl

BEV Wien

---

EINLEITUNG

Seit 1873 werden in Österreich Präzisionsnivellements von staatlichen Institutionen zur Schaffung eines einheitlichen überregionalen Bezugshorizontes durchgeführt. Diese Messungen wurden immer nach dem jeweils letzten Stand der Technik ausgeführt und lieferten somit eine ausgezeichnete Grundlage regionale Höhenmessungen in einem einheitlichen System zu vereinen. Darüber hinaus liegt es auch nahe, die Ergebnisse von Präzisionsnivellements, die zwischen identen Höhenpunkten durchgeführt wurden, zu vergleichen und daraus auf Höhenänderungen zwischen den betroffenen Punktvermarkungen zu schließen. Um jedoch tatsächliche Höhenänderungen von scheinbaren zu trennen, die durch die Fehler der Meßmethode hervorgerufen sind, ist eine genaue Kenntnis der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Messungen erforderlich.

Da die Meßmethode des Präzisionsnivellements direkt mit dem Erdschwerefeld verknüpft ist, sind auch Änderungen des Erdschwerefeldes zu berücksichtigen. Da jedoch einerseits entlang der meisten untersuchten Nivellementlinien nur einfache Schweremessungen vorliegen, andererseits aber für jene Punkte oder Bereiche, an denen Mehrfachmessungen durchgeführt wurden, keine signifikanten Schwereänderungen ( $\Delta g < 50 \mu\text{gal}$ ) festgestellt werden konnten, werden für die weiteren Untersuchungen anstelle von Potentialdifferenzen Höhenunterschiede verwendet.

## DATENMATERIAL

Seit 1948 wurden für die Schaffung eines übergeordneten Höhen-netzes und weiters für dessen Kontrolle zwei Messungen durchge-führt. Die erste Meßepoche umfaßte den Zeitraum von 1948 bis 1962, wobei ca. 7000 km Nivellementlinien 1. Ordnung gemessen wurden. Aus den dabei entstandenen 57 Schleifen errechnete sich ein mittlerer Schleifenschlußfehler von

$$m_1^S = \pm 1,6 \text{ mm/km.}$$

Ab 1966 wurde mit der Übermessung des o.a. Netzes begonnen, wobei bis 1987 ca. 5500 km Nivellementlinien gemessen wurden. Die Gegenüberstellung der Fehlergrößen aus Schleifenschlüssen mit

$$m_2^S = \pm 0,4 \text{ mm/km}$$

und jenen aus einer Ausgleichung (Höggerl, 1986) mit

$$m_2^A = \pm 0,6 \text{ mm/km}$$

zeigt eine gute Übereinstimmung und gleichzeitig eine wesentliche Genauigkeitssteigerung gegenüber der 1. Meßperiode. Um jedoch für beide Meßepochen ein möglichst identes Netz für den Vergleich von Höhendifferenzen zu erhalten, ist es erforderlich noch Messungen des Reichshöhennetzes aus den Jahren 1939 - 1941 in einem Umfang von ca. 500 km und mit einer Genauigkeit von

$$m_1 = \pm 0,5 \text{ mm/km}$$

einzubeziehnen.



Für die Bildung einer netzförmigen Struktur in den westlichen Teilen Österreichs wurden auch noch bayerische und Schweizer Linien verwendet, deren Genauigkeit etwa jenen der österreichischen Messungen entspricht (verwendete Linienlänge 770 km). Für die bayerischen Linien standen dieselben Ausgangswerte wie für die österreichischen Linien zur Verfügung (Weber, 1986). Für die Schweizer Linien konnte bereits auf Vertikalgeschwindigkeiten der Knotenpunkte zurückgegriffen werden (Gubler, 1980). Die Untersuchungen erstreckten sich auf 2 Netze mit identer Linienführung und einer Länge von 5500 km mit 32 Schleifen. Die zeitliche Verteilung aller verwendeten Messungen zeigt Abb.1.

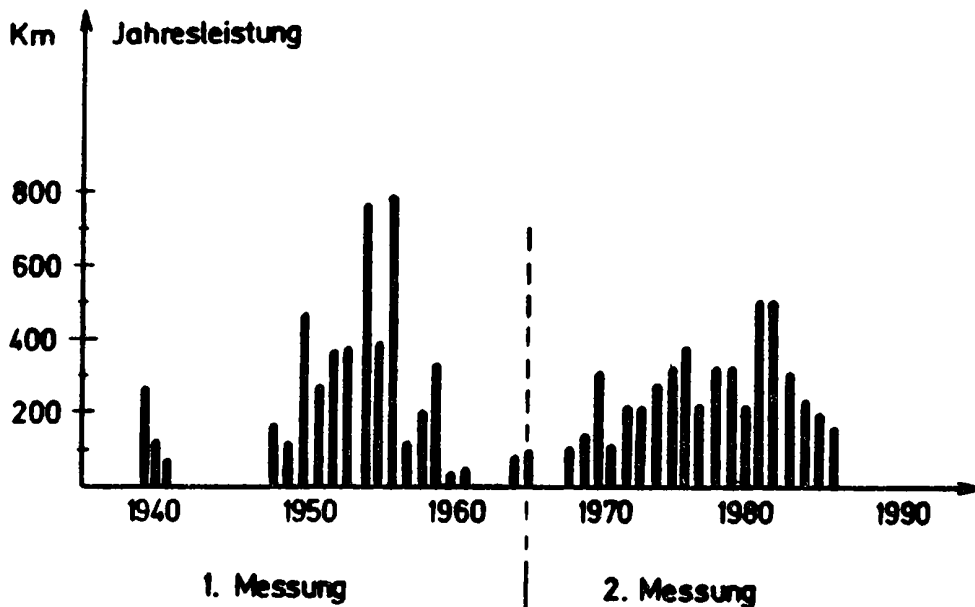


Abb.1: Zeitliche Verteilung der Nivellementmessungen

#### BEZUGSPUNKTE

In dieser Arbeit werden, abgesehen von einigen Ausnahmen, nur die Knotenpunkte des Netzes für Untersuchungen und Aussagen über rezente Höhenänderungen verwendet. Aufgrund der topografischen Beschaffenheit Österreichs liegen viele dieser Punkte in alpinen Talregionen an Schnittstellen von Störzonen. In diesen Bereichen

wurde nicht der geometrisch bestgelegene, sondern der aus lokalen Linienvergleichen stabilste Höhenpunkt in die weiterführende Ausgleichung mit einbezogen. Daß dabei keine Vermarkungen im Fels vorkommen, liegt einerseits, wie erwähnt, an der Lage der Knotenpunkte und andererseits an der Tatsache, daß bei den Messungen aus der 1. Epoche (1939 - 1962) nur ein ganz geringer Anteil von Felsvermarkungen ( $< 1\%$ ) verwendet wurde. Wie statistische Untersuchungen gezeigt haben, (Lang, 1970) sind jedoch auch Vermarkungen in sorgfältig ausgewählten künstlichen Objekten (alte Kirchen, große Häuser u.a.) genauso geeignet regionale Höhenänderungen aufzuzeigen, wie das Vermarkungen im Felsen ermöglichen.

Die Verteilung der Knotenpunktobjekte auf einzelne Qualitätsklassen ist in Abb.2 enthalten. Es ist ersichtlich, daß es in 95% der Fälle möglich war, Objekte mit einer sehr guten bis ausreichenden Qualität für die Untersuchung zu finden.

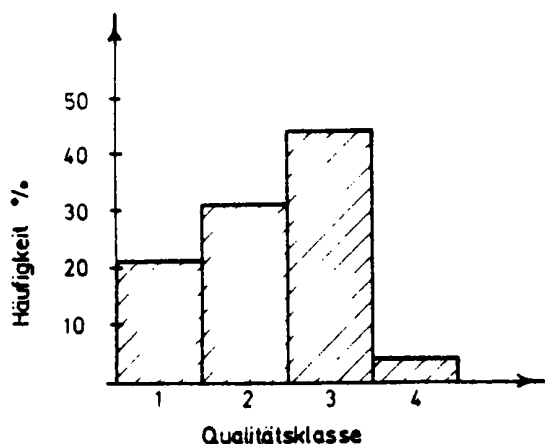


Abb.2: Qualitätsklassen der Punktvermarkungen

- 1... Kirche (alt)
- 2... Gebäude (groß)
- 3... Gebäude (klein)
- 4... sonstiges (Brücke, etc.)

Durch die Einschränkung der Untersuchung auf die Knotenpunkte des Netzes ergeben sich wesentlich geringere Höhendifferenzen als für das Gesamtnetz. Eventuell vorhandene Maßstabsdefekte zwischen den einzelnen Meßepochen treten dadurch weniger stark in Erscheinung. Die Verteilung der Knotenpunktshöhen ist in Abb.3 dargestellt. Es zeigt sich, daß 90% der Höhendifferenzen unter 300 m liegen; die durchschnittliche Höhe der Knotenpunkte liegt bei 500 m.

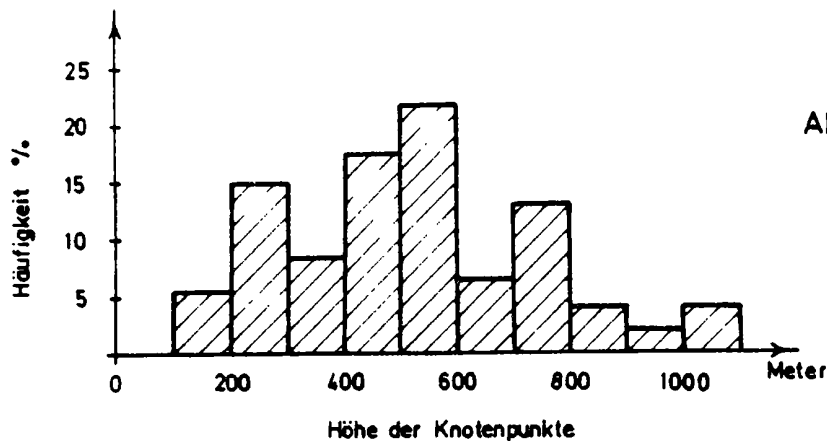


Abb. 3: Häufigkeitsverteilung der Knotenpunktshöhen

### BERECHNUNGSMODELL

Um die über einen Zeitraum von fast 40 Jahren verteilten Messungen in einer gemeinsamen Berechnung verwenden zu können, ist es erforderlich, die Höhenänderungen auf ein einheitliches Zeitintervall zu beziehen. Um der Größe der dabei auftretenden Höhenänderungen Rechnung zu tragen, ist es allgemein üblich die Ergebnisse in Punktgeschwindigkeiten (mm/Jahr) anzugeben. Für die Berechnung wurde das von Holdahl entwickelte Modell 2 (Holdahl, 1975) verwendet, da es sich für die Struktur der vorhandenen Daten am besten eignet:

- zweifache Messung eines nahezu identen Netzes,
- Aufteilung der Messungen auf zwei voneinander getrennte Meßepochen,
- Verwendung von Höhenunterschieden (möglich, da im untersuchten Gebiet keine signifikanten Schwereänderungen aufgetreten sind)
- linearer Ansatz der Höhenänderung (geeignet für die Verwendung von nur zwei Meßepochen).

Die Geschwindigkeitsdifferenzen  $\Delta v$  zwischen den Knotenpunkten werden als "Beobachtungen" verwendet:

$$v_{ij} = \frac{\Delta h^1_{ij} - \Delta h^2_{ij}}{\Delta t} \quad (1)$$

$\Delta h^1_{ij}, \Delta h^2_{ij}$  ....Höhendifferenz zwischen den Knoten i und j für die 1. und 2. Meßepoche

$\Delta t$  ....Zeitdifferenz zwischen der 1. und 2. Messung einer Linie.

Für die Festlegung der Gewichte wurde der vereinfachte, für Nivellementmessungen übliche Ansatz

$$p = \frac{1}{L} \quad (2)$$

mit L als der Länge des Meßweges, gewählt. Als Unbekannte in der Ausgleichung werden die Geschwindigkeiten der einzelnen Knotenpunkte angesetzt. Das dadurch entstehende Ausgleichungsproblem ist ident mit der Ausgleichung eines Höhennetzes, nur daß anstelle der unbekanntenen Höhen die Vertikalgeschwindigkeiten und anstelle der Höhenunterschiede die Geschwindigkeitsdifferenzen treten. Die Ausgleichung erfolgte mit dem Gauß-Markov Modell zwangsfrei unter Verwendung eines Datumspunktes:

$$A'PAv - A'P\Delta v = 0 \quad (3)$$

mit der Designmatrix A, der Gewichtsmatrix P, dem Vektor v der ausgeglichenen Vertikalgeschwindigkeiten und dem Vektor  $\Delta v$  der Beobachtungen.

Um eine von einem Datumspunkt unabhängige Genauigkeitsaussage zu erhalten, wurde auch eine freie Ausgleichung mit einer Zusatzbedingung durchgeführt.

## ERGEBNISSE

Die Ergebnisse beziehen sich auf den in die Ausgleichung eingeführten Datumspunkt und lassen sich durch eine eindimensionale Transformation prinzipiell auf jeden beliebigen Netzpunkt umrechnen. Das Böhmisches Massiv, welches als die stabilste geologische Formation Österreichs angesehen wird, bietet die besten Voraussetzungen für die Lage eines entsprechenden Datumspunktes. Es wurde die Stadtpfarrkirche in Freistadt als Referenzpunkt gewählt, da dieser Ort sehr zentral innerhalb des Böhmisches Massivs liegt und die tertiäre Aufschüttung in diesem Bereich sehr gering ist.

In Abb.4 sind die Ergebnisse für die Knotenpunkte des Netzes und einige wichtige Zwischenpunkte dargestellt. Die voll ausgefüllten Balken geben die Vertikalgeschwindigkeit an, die leeren Balken den auf den Datumspunkt bezogenen mittleren Fehler der Vertikalgeschwindigkeiten. Diese Karte zeigt Hebungen für den zentralen Teil des Alpenbereiches mit durchschnittlichen Werten von +1 mm/Jahr und maximalen Werten von +2,1 mm/Jahr in Mauterndorf (Salzburg). Geringfügige Hebungen treten im östlichen Alpenbereich sowie am südlichen und östlichen Rand des Böhmisches Massivs auf. Wie zu erwarten sind die östlichen und südlichen Beckenlandschaften Österreichs durch Senkungen vertreten, die im Bereich des Wiener Beckens Maximalwerte bis zu -1 mm/Jahr (Wr. Neustadt) erreichen. Für die übrigen Bereiche, wie die Molassezone, das westliche Böhmisches Massiv sowie der östliche Alpenrand, ergeben sich entweder geringfügige Hebungen oder Senkungen.



## GENAUIGKEIT UND ZUVERLÄSSIGKEIT DER ERGEBNISSE

Für die Berechnungen mit dem Datumspunkt in Freistadt ergibt sich eine Standardabweichung für die Vertikalgeschwindigkeiten von

$$m_0 = \pm 0,77 \text{ mm/Jahr}$$

und für den Ausgleich ohne Datumspunkt eine Standardabweichung von

$$m_0 = \pm 0,58 \text{ mm/Jahr.}$$

Es zeigt sich, daß nur im Bereich der Hohen Tauern (Mauterndorf, Lend, Mittersill) die Vertikalgeschwindigkeiten die doppelte mittlere Standardabweichung übersteigen und damit als signifikant angesehen werden können. Für den westlichen Netzteil liegen die Ergebnisse zwischen der einfachen und zweifachen Standardabweichung und sind daher als Trend zu betrachten. Alle übrigen Änderungen sind eher als zufällige Werte zu betrachten. Unter Verwendung der standartisierten Verbesserungen wurde ein von Pope entwickelter Ausreißertest (Pope, 1976) sowie ein Anpassungstest zur Untersuchung auf Normalverteilung durchgeführt. Der Pope-Test zeigt für eine Verbesserung einen an der Grenze zum Ausreißer liegenden Wert für den Bereich Lofer-Kufstein an, der jedoch aufgrund der schwachen Netzkonfiguration in diesem Bereich nicht entfernt wurde. Die Ergebnisse des Anpassungstests, der für eine Sicherheitswahrscheinlichkeit von 99% erfüllt wurde, sind in Abb.5 dargestellt.

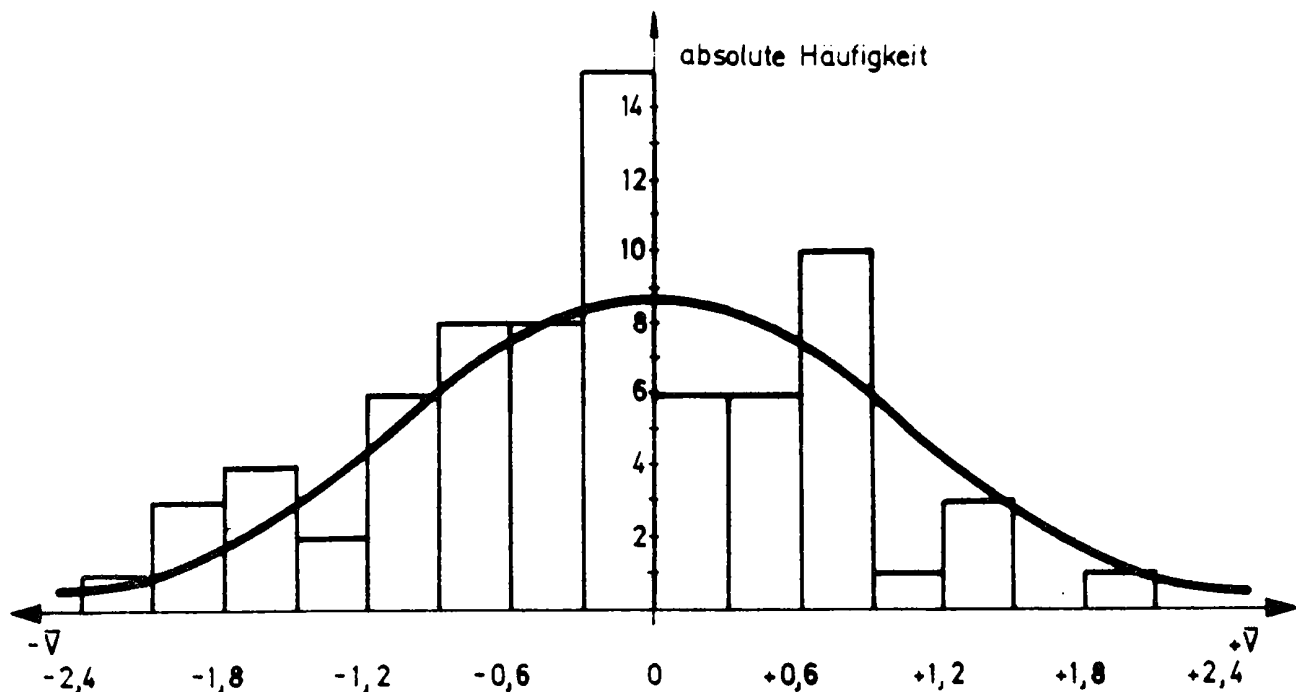


Abb.5: Histogramm der standartisierten Verbesserungen

Ein Vergleich kann auch mit früheren Berechnungen (Högerl, 1980) von vertikalen Krustenbewegungen durchgeführt werden. Bei diesen Berechnungen wurde im zentralen und östlichen Teil Österreichs ein Teilnetz des jetzt untersuchten Netzes verwendet. Im Gegensatz zu den früher untersuchten Messungen ist für das neue Netz durch zusätzliche Linien eine wesentliche Verstärkung der Netzstruktur, sowie in den nördlichen und östlichen Bereichen auch eine Erweiterung eingetreten. In Abb.6 sind die Vertikalgeschwindigkeiten aus dem Jahr 1987 denen aus 1980 in Form von Differenzen  $v_{1987}$  minus  $v_{1980}$  dargestellt. Es ergeben sich zwei Extremwerte von + 0,8 mm/Jahr für Wien und - 0,9 mm/Jahr für Klagenfurt. Diese beiden Differenzen liegen nur knapp über der Standardabweichung von  $\pm 0,77$  mm/Jahr für das neue Netz und liegen jeweils am Rand des Netzes.



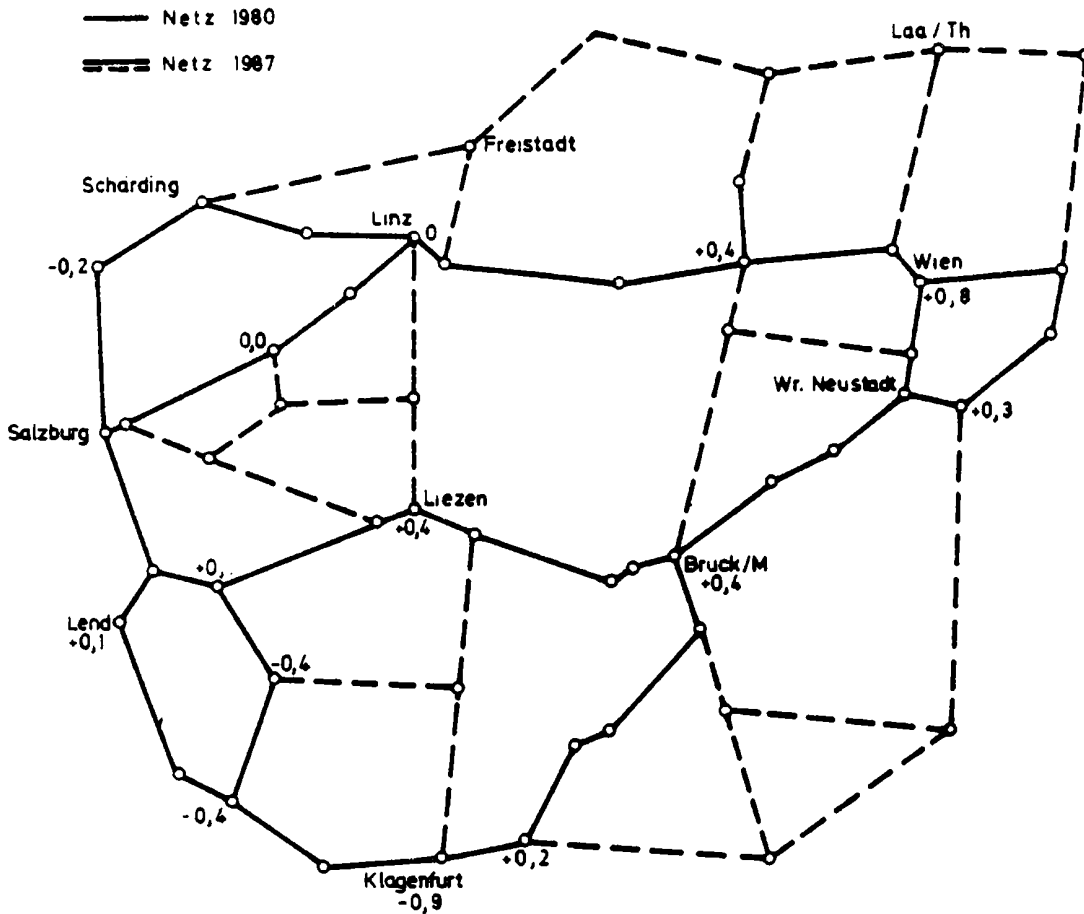


Abb.6: Differenzen der Vertikalgeschwindigkeiten in mm/Jahr

Ein Vergleich mit ähnlichen Untersuchungen benachbarter Länder zeigt jedoch gute Übereinstimmung in den Ergebnissen: Hebungen des Alpenbereiches von 1-2 mm/Jahr in Bezug auf das Böhmisches Massiv in Bayern (Weber, 1986) und ebensolche Hebungen in der Schweiz für die Alpen mit Bezug auf den Jura (Gubler, 1980).

#### AUSBLICK

Wünschenswert wäre die Einbeziehung aller zweifach gemessenen geologisch sicheren Punktvermarkungen, die zwischen den Knotenpunkten liegen. Dadurch wäre eine detaillierte Aussage auch für regionale Bereiche möglich. Bei Berücksichtigung dieser

Zwischenpunkte treten jedoch wesentlich größere Höhendifferenzen auf (bis zu 1800 m im gesamten Netz) als bei den bisherigen Untersuchungen. Ein Teil der dabei möglichen Fehler wird durch Differenzbildung eliminiert (Refraktion); für die maßstabsbedingten Einflüsse ist jedoch eine genaue Kenntnis eventueller Änderungen des Lattenmeters erforderlich. Auch ein Vergleich der Messungen aus 1948-1987 mit jenen aus 1873-1895 könnte, trotz geringerer Genauigkeit der älteren Messungen, aufgrund der großen Zeitdifferenz interessante Aufschlüsse über Höhenänderungen bringen. Eine gemeinsame Bearbeitung aller vorhandenen Messungen im alpinen Bereich könnte zu einer Verstärkung der Einzelnetze führen, wovon besonders der westliche Teil des österreichischen Netzes profitieren würde.

Die Durchführung weiterer Nivellementmessungen wird nur mehr für einzelne Linien möglich sein. Eine gesamte Übermessung des übergeordneten Höhennetzes wird aufgrund der hohen Kosten des Präzisionsnivellements, sowie neuer Meßtechnologien (Global Positioning System - GPS) höchstwahrscheinlich nicht mehr zustande kommen. Der Einsatz von GPS-Messungen für die Bestimmung von Lageänderungen (inklusive Höhenänderungen) beinhaltet jedoch noch viele ungeklärte Fragen, wie Stabilität des Referenzsystems, Refraktionseinflüsse, Verbindungsmessungen zwischen den Standpunkten des terrestrischen Netzes und dem GPS-Netz, sodaß durch GPS-Messungen kurzfristig keine wesentlichen Beiträge in Hinblick auf Größe und Lage der Vektoren von rezenten Lageänderungen der Erdoberfläche zu erwarten sind.

LITERATUR

- Gubler, E. (1980): Vertical Movements in Switzerland. Rock Mechanics Suppl. 9, Springer-Verlag 1980.
- Gubler, E. (1983): Persönliche Kommunikation.
- Höggerl, N. (1980): Repeated Levelling and Vertical Crustal Movements. Rock Mechanics Suppl. 9, Springer Verlag 1980.
- Höggerl, N. (1986): Die Ausgleichung des österreichischen Präzisionsnivelements. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft 4, 1986.
- Holdahl, S. (1975): Models and Strategies for Computing Vertical Crustal Movements in the United States. Preprint for the International Symposium on Recent Crustal Movements, Grenoble, France 1975.
- Lang, M. (1970): Lokale Beständigkeit der Höhe eines Präzisionsnivelementpunktes aus regionalen statistischen Untersuchungen. Vierte Fachtagung für Vermessungswesen in Wien, 1970.
- Pope, A. (1976): The Statistic of Residuals and the Detection of Outliers. NOAA Technical Report NOS 65 NGS 1, Rockville 1976.
- Weber, D. (1986): Persönliche Kommunikation, Oktober 1986.

---

Modellierung von Koordinaten- und Schwereänderungen im AGEDEN-Projekt

H. Lichtenegger

TU Graz

---

1. Einleitung

Die europäischen Beiträge zum globalen Krustendynamikprojekt der NASA werden im Rahmen von WEGENER (Working group of European Geoscientists for the Establishment of Networks for Earthquake Research) koordiniert. Das Hauptaugenmerk der Studien richtet sich dabei auf den Mittelmeerraum, welcher bekanntlich das Kollisionsgebiet der Afrikanischen und Arabischen Lithosphärenplatte mit der Eurasischen Platte darstellt. In einer ersten Stufe wurde das Testgebiet mit einem Netz von festen und mobilen Stationen überzogen, in denen Laserbeobachtungen zu Satelliten durchgeführt werden und damit die Feststellung von Krustenbewegungen mit hoher Genauigkeit ermöglichen. Die Beobachtungen im großräumigen Lasernetz sollen durch Untersuchungen an geodynamisch interessanten Zonen im regionalen Bereich ergänzt werden. Als Beispiele für solche Gebiete seien Sizilien oder die Ägäis genannt.

Als österreichische Beiträge zum WEGENER-Projekt können die Beobachtungen des Institutes für Weltraumforschung (Observatorium Graz-Lustbühel) im europäischen Lasernetz und kleinräumige Untersuchungen an ausgewählten Störungslinien Österreichs unter Verwendung operativer Methoden der Satellitengeodäsie angesehen werden. Über letztere wird nachstehend berichtet. Dabei erfolgt zuerst eine generelle Darstellung des diesbezüglichen Projektes AGEDEN und auch die Beschreibung dreier ausgewählter Testgebiete. Dann werden Deformationsmodelle vorgestellt, welche als Eingangsparameter Koordinaten- und Schwereänderungen benutzen. Diese erlauben auch eine Kontrolle oder Verbesserung solcher Modelle, die auf rein physikalischen Annahmen, etwa über wirkende Kräfte oder rheologische Parameter basieren. In den abschließenden Bemerkungen sind noch Hinweise für in Zukunft wünschenswerte oder notwendige Ergänzungsmessungen enthalten.

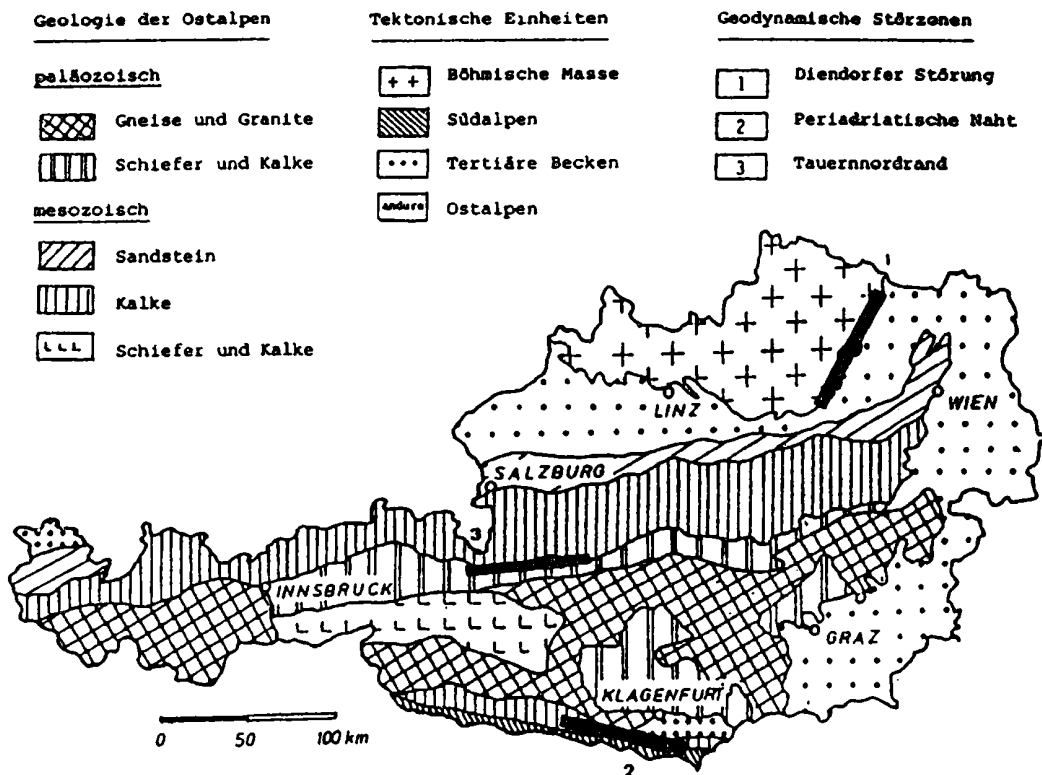
## 2. AGEDEN-Projekt

### 2.1. Projektziel

Die Zielsetzung von AGEDEN, ein Akronym für Austrian Geodynamic Deensification Network, liegt in der Schaffung regionaler Netze entlang von geodynamischen Störungszonen in Österreich. Diese Netze sollen wiederholt mit Hilfe des Globalen Positionierungssystems (GPS) ausgemessen werden. Um bei den Wiederholungsmessungen einen eindeutigen Bezug ("Datum") zu gewährleisten, sind die Netze auch in das bereits vorliegende GPS-Grundnetz von Österreich einzubinden.

### 2.2. Geodynamische Testgebiete

Da die Entwicklung der Ostalpen noch nicht abgeschlossen ist, laufen dort nach wie vor dynamische Vorgänge ab, welche sich an der Oberfläche entlang von Störungslinien abzeichnen. Von diesen wurden nach eingehender Beratung durch führende Geologen und Geophysiker drei als Testgebiete für geodynamische Studien ausgewählt. Es sind dies die Diendorfer Störung nordöstlich von Krems, die Periadriatische Naht im Bereich von Klagenfurt bis Villach, sowie der Tauernnordrand zwischen Schladming und Zell am See.

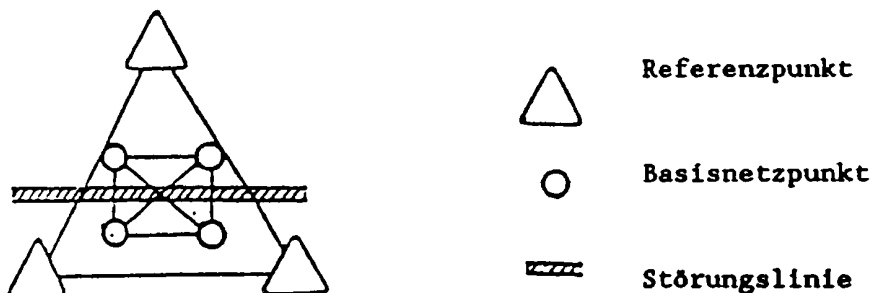


Figur 1: Geologische und tektonische Skizze Österreichs

Eine ausführliche Erläuterung der geologischen und tektonischen Situation, welche zur Wahl obiger Testgebiete führte, ist in Lichtenegger et al. (1989) zu finden. An dieser Stelle sei nur noch erwähnt, daß entlang der genannten Störzonen bereits in der Vergangenheit umfangreiche geodätische Beobachtungen in Form wiederholter Präzisionsnivellements oder wiederholter Ausmessung klassischer Netze durchgeführt wurden. Aus den bisher vorliegenden Ergebnissen sind Bewegungsraten in Lage und Höhe in der Größenordnung von Millimetern pro Jahr zu erwarten.

### 2.3. Geodätische Meßkampagne

Zur Erfassung der dynamischen Vorgänge wurden entlang der Störungslinien viereckige Basisnetze mit Seitenlängen um 50 km angelegt. Um diese Netze auch in das übergeordnete Referenzsystem einbinden zu können, waren außerhalb der Testgebiete jeweils drei weitere Punkte vorzusehen, so daß die Netzfigur schließlich die in Fig. 2 schematisch dargestellte Form erhielt.



Figur 2: Geodätische Netzfigur für geodynamische Studien

Die wiederholte Ausmessung der Netzfigur mittels GPS ermöglicht eine dreidimensionale Bestimmung der Bewegungen und weiters auch die voraussetzungslose Berechnung der Elemente einer homogenen Deformationsmatrix, vgl. Abschnitt 3.2.

Aus wirtschaftlichen Überlegungen kamen als Netzpunkte nur solche aus dem Festpunktfeld der Landesvermessung in Betracht. Bei der Punktauswahl im Gelände wurde vor allem darauf geachtet, daß lokale Bewegungen zufolge exogener Kräfte (Rutschungen, Erosionen, Frostbewegung) vermieden wurden. Außerdem kontrollierte das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (BEV) vor Beginn der Kampagne die ober- und unterirdischen Punktvermarkungen. Auf eine ausführliche Dokumentation der ausgewählten Punkte wird hier verzichtet und auf Lichtenegger et al. (1989) verwiesen.

Die Nullmessung von AGEDEX wurde im Herbst 1987 mit insgesamt acht GPS-Empfängern des Typs TI 4100 durchgeführt, wobei an je einem Tag während etwa vier Stunden die Basisnetze entlang der drei Störungzonen samt ihren Referenzstationen ausgemessen wurden. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß an vier weiteren Tagen auch Punktbestimmungen im Interesse des BEV erfolgten.

### 3. Modelle

#### 3.1. Geometrische Eingangsparameter

Als Ergebnis der GPS-Auswertung liegen für Beobachtungspunkte dreidimensionale Koordinaten  $\underline{X} = (X, Y, Z)^T$  in einem globalen, geozentrischen Koordinatensystem vor. Durch Wiederholungsmessungen werden Koordinatenänderungen  $d\underline{X}$  bestimmt, welche nach orthogonaler Transformation in ein lokales System mit  $d\underline{x}$  bezeichnet seien. Mit den ellipsoidischen Koordinaten  $(\varphi, \lambda, h)$  gilt hierfür in sphärischer Näherung

$$d\underline{X} = \underline{R} \cdot d\underline{x} \quad (1.1)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi \cdot \cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\varphi \cdot \cos\lambda \\ -\sin\varphi \cdot \sin\lambda & \cos\lambda & \cos\varphi \cdot \sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix}$$

$$d\underline{x} = (a \cdot d\varphi, a \cdot \cos\varphi \cdot d\lambda, dh)^T = (dx, dy, dh)^T$$

wobei  $a$  der mittlere Erdradius ist und zur Berechnung von  $\underline{R}$  für ein Gebiet repräsentative Werte für die ellipsoidische Breite und Länge eingesetzt werden können. Die Komponenten von  $d\underline{x}$  können auch als Änderungen von ebenen, etwa Gauß-Krüger-Koordinaten  $(dx, dy)$  und der ellipsoidischen Höhe  $(dh)$  gedeutet werden. Sie können wegen der Orthogonalität der Matrix  $\underline{R}$  aus den vorgegebenen  $d\underline{X}$  sehr einfach berechnet werden:

$$d\underline{x} = \underline{R}^T \cdot d\underline{X} \quad (1.2)$$

Der Vollständigkeit halber soll noch erwähnt werden, daß ausgehend von den aus der Ausgleichung folgenden Kovarianzen für die GPS-Koordinaten  $\underline{X}$  über die Kovarianzfortpflanzung auch solche für  $d\underline{x}$  folgen, welche unter anderem auch eine Signifikanzprüfung der lokalen Koordinatenänderungen  $(dx, dy, dh)$  erlauben.

### 3.2. Modell für Lageänderung

Als geometrisches Modell zur Beschreibung von Deformationen im Zusammenhang mit regionaler oder lokaler Geodynamik bietet sich das Verfahren der Deformations- und Strainanalyse an, wobei die aus den Beobachtungen abgeleiteten Koordinatenänderungen  $d\underline{x}$  an den Netzpunkten durch ein Verzerrungsmodell beschrieben werden.

Für einen beliebig wählbaren Referenzpunkt  $\underline{x}$  im Netz werden die Koordinatenänderungen  $d\underline{x}$  ident einem ortsabhängigen Verschiebungsvektor  $\underline{u}(\underline{x})$  gesetzt. Für einen benachbarten Punkt  $\underline{x}' = \underline{x} + \Delta\underline{x}$  sei die zugehörige Koordinatenänderung mit  $d\underline{x}'$  bezeichnet. Diese kann in eine Taylorreihe entwickelt werden und für die relative Koordinatenänderung  $\Delta(d\underline{x})$  folgt schließlich, vgl. Lichtenegger und Sünkel (1989):

$$\Delta(d\underline{x}) = d\underline{x}' - d\underline{x} = \frac{\partial \underline{u}(\underline{x})}{\partial \underline{x}} \cdot \Delta\underline{x} = \underline{u}_{\underline{x}} \cdot \Delta\underline{x} \quad . \quad (2)$$

Die Gl. (2) ist allgemein für den dreidimensionalen Raum gültig und beinhaltet nur die Einschränkung, daß die Verschiebungsgradienten als Elemente der Jacobi-Matrix  $\underline{u}_{\underline{x}}$  im betrachteten Gebiet ortsunabhängig sind. Im homogenen Fall bleibt nämlich in der Taylorreihenentwicklung nur das lineare Glied bestehen.

Die Bestimmungsgleichung (2) ist im allgemeinen für die vertikalen Gradienten von  $\underline{u}$  wesentlich schlechter konditioniert, daher wird in der praktischen Anwendung die Deformationsanalyse getrennt nach Lage und Höhe durchgeführt. Für den zweidimensionalen Fall ergibt die Aufspaltung der Deformationsmatrix  $\underline{u}_{\underline{x}}$  in einen symmetrischen (Tensor) und schiefssymmetrischen (Axiator) Anteil folgendes System:

$$\underline{u}_{\underline{x}} = \frac{1}{2} \cdot (\underline{u}_{\underline{x}} + \underline{u}_{\underline{x}}^T) + \frac{1}{2} \cdot (\underline{u}_{\underline{x}} - \underline{u}_{\underline{x}}^T) = \underline{U} + \underline{A} \quad . \quad (3)$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{12} & u_{22} \end{bmatrix} ; \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ -a_{12} & 0 \end{bmatrix}$$

Die Matrix  $\underline{U}$  wird Verzerrungs- oder Straintensor genannt. Die Diagonalglieder bedeuten Dehnungen oder Stauchungen, durch  $u_{1,2}$



wird die Scherung beschrieben. Das Element  $a_{12}$  des Axiators kann geometrisch als eine differentielle Drehung interpretiert werden, welche jedoch als Parameter einer Starrkörperbewegung die relative Lageänderung nicht beeinflusst. Werden die unbekannt Parameter im Vektor  $\underline{p}$  zusammengefaßt, dann kann Gl.(2) auch in der Form

$$\Delta(\underline{dx}) = \underline{dx}' - \underline{dx} = \underline{H} \cdot \underline{p} \quad (4)$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y & 0 & \Delta y \\ 0 & \Delta x & \Delta y & -\Delta x \end{bmatrix}$$

$$\underline{p} = (u_{11}, u_{12}, u_{22}, a_{12})^T$$

geschrieben werden. Darin bedeutet  $\Delta(\underline{dx})$  die meßbare relative Lageänderung eines Netzpunktes bezogen auf den Referenzpunkt, durch  $\underline{\Delta x} = (\Delta x, \Delta y)$  wird der bekannte Vektor zwischen den beiden Punkten beschrieben. Das System (4) ergibt bei  $n$  Beobachtungspunkten  $2 \cdot (n-1)$  lineare Bestimmungsgleichungen für die vier unbekannt Elemente von  $\underline{p}$ . Diese lassen sich daher bei aus drei Punkten bestehenden Netzen direkt, bei mehr Punkten hingegen durch eine Ausgleichung bestimmen. In beiden Fällen werden die Koordinatenänderungen  $\Delta(\underline{dx})$  als Pseudo-Beobachtungen eingeführt.

Nach einer orthogonalen Transformation folgt die Diagonalform  $\underline{U}^*$  des Verzerrungstensors:

$$\underline{U}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & 0 \\ 0 & u_{22}^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

Die Elemente  $u_{11}^*$  ergeben sich aus den Beziehungen

$$\begin{aligned} u_{11}^* &= \frac{1}{2} \cdot (u_{11} + u_{22}) + \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (u_{11} - u_{22})\right]^2 + u_{12}^2} \\ u_{22}^* &= \frac{1}{2} \cdot (u_{11} + u_{22}) - \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (u_{11} - u_{22})\right]^2 + u_{12}^2} \end{aligned} \quad (6.1)$$

und stellen die Achslänge der Verzerrungsellipse dar. Die zugehörigen Achsrichtungen sind durch den Winkel  $\beta$

$$\tan(2\beta) = \frac{2 \cdot u_{12}}{(u_{11} - u_{22})} \quad (6.2)$$

definiert. Hingewiesen wird noch, daß in Gl. (6.1) der jeweils zweite Term der rechten Seite sich aus der direkten und einer indirekten Scherungskomponente zusammensetzt. Deren Verhältnis definiert in Gl. (6.2) die Achsrichtung.

Das physikalische Modell zur Beschreibung von Deformationen geht vom Spannungs- oder Stresstensor  $\underline{P}$  aus. Seine Diagonalglieder sind reine Zug- oder Druckspannungen, der Term außerhalb der Hauptdiagonale beschreibt die Scherspannung. Eine analoge Vorgangsweise wie oben führt auf die Definition der Spannungsellipse, wobei im isotropen Fall die Achsen von Spannungs- und Verzerrungsellipse zusammenfallen müssen.

Der Zusammenhang zwischen Strain- und Stresstensor und deren zeitlichen Variationen wird durch eine rheologische Funktion gegeben. Für den eine elastische Feder simulierenden Hookeschen Körper wird die rheologische Funktion mit den Laméschen Parametern  $\mu, \lambda$  durch Gl. (7.1) beschrieben. Für den Newtonschen Körper, welcher die Bewegung eines Kolbens in einer viskosen Flüssigkeit simuliert, gilt mit dem Viskositätsparameter  $\nu$  die Gl. (7.2):

$$\underline{P} = 2\mu \cdot \underline{U} + \lambda \cdot \text{Sp}(\underline{U}) \cdot \underline{I} \quad (7.1)$$

$$\underline{P} = 2\nu \cdot \dot{\underline{U}} \quad (7.2)$$

Die Deformationen im Bereich der Kruste zeigen für kurzzeitige Spannungen (z.B. zufolge Gezeiten) elastisches, für langzeitige Spannungseinwirkungen (z.B. zufolge Tektonik) hingegen viskoses Verhalten. Sie lassen sich daher gut durch einen sogenannten Maxwell'schen Körper modellieren, der sich aus einer Serienschaltung von Hookeschen und Newtonschen Körpern ergibt.

Der aus geodätischen Messungen abgeleitete Verzerrungstensor beschreibt daher nicht nur das Deformationsfeld auf direktem Weg, er erlaubt auch eine Kontrolle physikalischer Modelle und ist daher gut zur Interpretation dynamischer Vorgänge geeignet.

### 3.3. Modell für Höhen- und Schwereänderung

Zwischen der ellipsoidischen Höhe  $h$  und der orthometrischen Höhe  $H$  besteht über die Geoidhöhe oder Undulation  $N$  der einfache funktionale Zusammenhang:

$$h = H + N \quad (8)$$

Die bei der praktischen Deformationsanalyse ausgeklammerte ellipsoidische Höhenänderung  $dh$  enthält daher mit  $dH$  und  $dN$  zwei, vorerst nicht trennbare Anteile.

Die Undulation  $N$  wird bekanntlich durch die Formel von Stokes in Funktion der gemessenen und auf das Geoid reduzierten Oberflächenschwere  $g$  ausgedrückt:

$$N = N(g, H) \quad (9)$$

Eine Undulationsänderung  $dN$  wird daher durch eine Schwereänderung  $dg$  und eine Höhenänderung  $dH$  (oder  $dh$ ) verursacht. Werden für regionale Gebiete hierfür repräsentative Werte eingesetzt, kann das Stokes'sche Integral für diese gelöst werden. So folgt z.B. für ein Gebiet mit dem Radius 100 km in mittleren Breiten:

$$dN = 0.10 dg + 0.031 dh \quad (10)$$

In obiger Gleichung sind für die geometrischen Größen  $dN$  und  $dh$  die Dimension Meter, für die Schwereänderung  $dg$  die Dimension Milligal einzuführen.

Sind also Schwere- und Höhenänderung gemessen, dann folgt aus Gl. (10) die Undulationsänderung  $dN$  und die beiden Höhenänderungen  $dh$  und  $dH$  lassen sich auf sehr ökonomische Weise trennen. Wird hingegen neben  $dh$  auch die orthometrische Höhenänderung  $dH$  durch wiederholtes Nivellement gemessen, ergibt sich über die Gl. (8) die Undulationsänderung  $dN$  und damit über die Gl. (10) die Schwereänderung  $dg$ .

Die gemessene oder wie oben berechnete Schwereänderung  $dg$  kann in Verbindung mit  $dh$  oder  $dH$  unmittelbar einer geodynamischen Interpretation zugeführt werden. Mit den früher eingeführten Dimensionen gelten nämlich die folgenden Modelle:

$$dh = -3.2 dg \quad (11.1)$$

$$dh = -5.0 dg \quad (11.2)$$

$$dh = 0 \quad (11.3)$$

Die erste Gleichung stellt die inverse Freiluftkorrektur dar und entspricht daher einer Höhenänderung ohne Massenverlagerung. Die zweite Gleichung berücksichtigt neben der Höhenänderung auch eine Massenverlagerung, wobei diese durch eine ebene Bouguerplatte angenähert wurde. Die letzte Gleichung schließlich beschreibt eine Massenverlagerung ohne Höhenänderung.

Aus den Ausführungen ist klar erkennbar, daß eine Interpretation von geometrischen Höhenänderungen ohne physikalische Zusatzinformation in Form von Schwereänderungen nicht möglich ist. Damit kommt aber den Schweremessungen eine wichtige Rolle bei der Modellbildung zu, dies auch deshalb, weil mit modernen Absolutgravimetern bekanntlich bereits Genauigkeiten erzielt werden, die einer Höhenänderung im Millimeterbereich entsprechen.

#### 4. Abschließende Bemerkungen

Die bislang erzielten relativen Genauigkeiten mit GPS liegen im lokalen Bereich bei etwa  $\pm 1$ ppm. Dies wird auch aus den bereits vorliegenden Ergebnissen der Nullmessung von AGEDEN bestätigt. Das bedeutet aber auch, daß bei Basislinien um 50 km und erwarteten Bewegungsraten im Millimeterbereich pro Jahr eine gesicherte geodynamische Interpretation erst nach mehreren Jahren möglich wird. Es ist daher wünschenswert, in den Störzonen auch einzelne hochpräzise horizontale oder vertikale Basislinien nach klassischen Verfahren auszumessen. Weiters könnten durch lokale Extensometer- oder In-situ-Spannungsmessungen auf direktem Weg Elemente des Strain- oder Stresstensors bestimmt werden. Unbedingt notwendig hingegen ist die Durchführung von absoluten Schweremessungen in den drei Testgebieten, dies sollte vorrangig bei der Einsatzplanung für das österreichische Absolutgravimeter berücksichtigt werden.

## 5. Literatur

Lichtenegger, H.; P.Pesec; G.Stangl (1989): Geodynamische Verdichtungsnetz-Kampagne (AGEDEN). In: Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 65, Seiten 39-60.

Lichtenegger, H.; H.Sünkel (1989): Mathematisch-geophysikalische Modelle. In: Österreichische Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 65, Seiten 61-80.

## Anmerkung

Das AGEDEN-Projekt ist Teil eines vom österreichischen Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung finanziell unterstützten Projektes mit dem Titel "Dynamik der Erdkruste im Mittelmeerraum: Beiträge zum WEGENER-MEDLAS-Projekt" (P5947). Die in der Literaturliste aufgeführte Folge 65 der Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz stellt auch den vorläufigen Abschlußbericht für dieses Projekt dar.

---

## Leistungsfähige Numerische Algorithmen für Geodätisch-Geophysikalische Anwendungen

W.-D. Schuh

TU Graz

---

### Zusammenfassung

Weiterentwicklungen in der numerischen Mathematik und leistungsfähige Rechenwerkzeuge eröffnen neue Möglichkeiten der Analyse von Daten und Modellen. Somit können komplizierte und rechenintensive Modellansätze für Untersuchungen herangezogen werden. Aber auch die Verarbeitung von großen Datenmengen in einem Guß ist in immer komfortablerer Form möglich. Hier soll ein Überblick von Arbeiten auf diesem Gebiet gegeben werden.

### 1. Einführung

Immer schwierigere und umfangreichere Problemstellungen werden der automationsgestützten Berechnung übertragen, wobei nicht nur eine Berechnung der Lösung, sondern gleichzeitig eine Analyse der Eingangsdaten, die Überprüfung von Modellen und eine möglichst leicht erfaßbare Ausgabe gefordert werden. Händische Überprüfungen sind bei den vorliegenden Datenmengen ein unmögliches Unterfangen. Wenn man zum Beispiel die 60.000 Schweremessungen, die für das österreichische Bundesgebiet vorliegen und zur Geoidberechnung 1987 herangezogen wurden, betrachtet (*H. Sünkel u.a. (1987)*) und überlegt, daß dies einem Ausdruck von 6000 m (40 Zeichen ( $\approx 10\text{cm}$ ) pro Messung) entspricht, so erkennt man die Hoffungslosigkeit einer händischen Überprüfung. Man kann zwei Wege einschlagen, um diese Datenmengen zu bewältigen. Ein Weg stellt eine bestmögliche graphische Aufbereitung der Daten dar, wodurch der Bearbeiter, auf Grund der ausgeprägten Fähigkeit Bilder zu erfassen, in die Lage versetzt wird, die Überprüfung der Eingabedaten und die Interpretation der Ergebnisse durchzuführen. Ein anderer Weg ist durch die Erfassung der Überprüfungskriterien in entsprechenden mathematischen Modellen gegeben, sodaß der Datentest weitgehend automatisiert werden kann. Der Bearbeiter bekommt zusammengefaßte Ergebnisse und wird

durch Analyseprogramme auf kritische Punkte (Datenfehler, Modellinkonsistenzen) hingewiesen. Erst wenn die Berechnung entsprechend aufbereitet und in einer absehbaren Zeit wiederholbar ist, wird es für den Bearbeiter verlockend, Eingabefehlern auf die Spur zu kommen und durch genauer angepaßte Modelle seine Ergebnisse zu verbessern. Dieser Idealfall einer Bearbeitung von Meßergebnissen setzt neben einem geschulten Bearbeiter leistungsfähige Modelle und deren Umsetzung für die automatischen Berechnungen voraus.

Weiterentwicklungen in der numerischen Mathematik und der rasante Fortschritt auf dem Gebiet der Datenverarbeitungsanlagen eröffnen neue Möglichkeiten der Analyse von Daten und Modellen. Komplizierte und rechenintensive Modellansätze können für Untersuchungen herangezogen werden, aber auch die Verarbeitung von großen Datenmengen in einem Guß ist in immer komfortablerer Form möglich. Hier soll eine Überblick von Entwicklungen der letzten Jahre, von neuen und zukünftigen Forschungsarbeiten im Bereich der automationsgestützten Verarbeitung von Meßergebnissen gegeben werden. Schwerpunkt stellt dabei sowohl die Datenanalyse und Modellbildung als auch die Lösung der Systeme dar. Diese Arbeit konzentriert sich im wesentlichen auf die Auswertung bei Netzwerken und auf Feldberechnungen. Verschiedene Lösungsansätze werden herausgearbeitet, und an konkreten Anwendungen wird die Wirksamkeit der verwendeten Algorithmen demonstriert.

## 2. Modellbildungen

Netzwerke sind aus zwei Komponenten aufgebaut: Eine meist große Anzahl von Knoten wird durch Kanten miteinander verbunden. Die Kanten können dabei als gerichtete Größen (z.B. Höhen-, Schwere- oder Koordinatenunterschiede, Richtungen usw.) oder ungerichtete Größen (Strecken usw.) auftreten. Aber auch paarweise verknüpfte Kanten (Winkeln, Streckenunterschiede usw.) und verknüpfte Gruppen von Kanten (Richtungssätze, Streckensätze usw.) können im Netz enthalten sein. Wesentlich ist dabei, daß nur wenige Verknüpfungen (im statistischen Sinn) vorhanden sind, die hauptsächlich im lokalen Bereich zu örtlich benachbarten Knoten wirken. Die Aufgabenstellung bei vielen Anwendungen ist dadurch gegeben, daß Meßwerte für die Kanten vorliegen, um

daraus unbekannte Knotenparameter überbestimmt und somit kontrolliert rückzurechnen. Da keine Messung unbeeinflusst von systematischen und zufälligen Größen durchgeführt werden kann und außerdem interne Gerätefehler oder Bedienungsfehler unumgänglich sind, können die unbekannt Parameter nicht konsistent (widerspruchsfrei) aus allen Messungen rückgerechnet werden. Durch Vorgaben über das Verhalten der systematischen und zufälligen Meßanteile ermittelt man 'bestmögliche' Parameter aus dem vorhandenen Datenmaterial. Sind systematische Meßanteile durch physikalische oder elektronische Phänomene erklärbar, so kann die Berücksichtigung innerhalb der Berechnung durch deterministische Ansätze modelliert werden (konstanter und proportionaler Anteil bei Streckenmessungen, Uhrenfehler, Verzeichnungen bei Abbildungen, Ausgleichstiefe bei der topographisch-isostatischen Reduktion usw.). Erscheint eine signifikante Berechnung nicht möglich, da die Daten die Einflüsse nicht repräsentativ beschreiben, so kann man die Meßwerte durch Standardmodelle, die durch zusätzliche Informationen (Temperatur, Luftdruck, Geländemodelle usw.) gestützt werden, reduzieren (atmosphärische Reduktion, topographisch-isostatische Reduktion). Numerisch problematisch erscheint das bei den GPS-Messungen durchgeführte Verfahren, durch Differenzbildung von Messungen systematische Anteile (Ionosphäre) zu eliminieren. Die verbleibenden Pseudomessungen weisen nur einen sehr verringerten Informationsgehalt auf, da der relative Restfehler der Pseudomessungen vergrößert und durch die Korreliertheit verschleppt wird. Kann kein deterministischer Ansatz die systematischen Fehleranteile erfassen, da diese eher zufälligen Einflüssen unterliegen, so eignet sich der sehr rechenintensive Ansatz über stochastische Modelle (empirische Kovarianzfunktionen) und eine Kollokationslösung zur Ermittlung und Modellierung der systematischen Meßanteile.

Der verbleibende, rein zufällige, unkorrelierte Meßanteil (white noise) wird durch externe Genauigkeitsabschätzungen oder die Relativierung einzelner Meßgenauigkeiten untereinander abgeschätzt. Die unkorrelierten Einflüsse werden in einer Diagonalmatrix als Gewichtsansatz oder als Kovarianzansatz modelliert. Für die 'bestmögliche' Berechnung der Parameter muß noch eine zusätzliche Annahme über das statistische Verhalten der zufälligen Meßanteile vorgegeben werden. Unter der idealen



Voraussetzung, daß unendlich viele, gleich große Fehlereinflüsse den zufälligen Meßanteil hervorrufen, beschreibt die Normalverteilung das statistische Verhalten am besten. Auf Grund der Methode der maximalen Mutmaßlichkeit (maximum Likelihood-Methode) kann die 'bestmögliche' Berechnung der Parameter durch Minimierung der gewichteten Quadratsumme der Verbesserungen (Gauß'sches Minimumsprinzip, L2-Norm) erreicht werden. Empirische Untersuchungen der zufälligen Anteile zeigen jedoch, daß diese idealen Voraussetzungen und somit die Normalverteilung nur in wenigen Fällen wirklich vorhanden sind. Wie verschiedene Arbeiten (*Carosio (1979)*, *Borutta (1988)*, *Caspary (1988)*) zeigen, weist die Minimierung nach dem Gauß'schen Minimumsprinzip die unangenehme Eigenschaft auf, daß sie für nicht normalverteilte Daten kein sehr stabiles Verhalten zeigt und gegenüber robusten Verfahren bei annähernd normalverteilten Daten oder Mischverteilungen schlechte Ergebnisse erzielt. Durch Minimierung sowohl des Einflusses der Verteilung als auch der groben Datenfehler auf das Berechnungsergebnis stößt man auf robuste Berechnungsverfahren, die durch Iteration und Neugewichtung auch bei nichtidealen Voraussetzungen stabile Ergebnisse liefern (*Huber (1977)*, *Hampel (1983)*). Geodätische Anwendungen der Neugewichtungsmethode wurden durch *Krarpup u.a. (1980)* initiiert und sind inzwischen als 'Dänische Methode' weitverbreitet. Robuste Ausgleichsverfahren mit Hilfe der Minimierung der Absolutsumme der Verbesserungen (L1-Norm) und entsprechende Rechenvorschriften der linearen Programmierung haben ebenfalls einen festen Platz bei den Analysetechniken von Netzen (*Fuchs (1980),(1982)*, *Kampmann (1986),(1988)*).

### 3. Numerische Behandlung

Bei der numerischen Behandlung all dieser Ansätze stößt man auf manche Gemeinsamkeiten, aber auch auf spezielle Eigenheiten bei einzelnen Problemstellungen. Den meisten Aufgaben liegt die Lösung eines symmetrischen, positiv definiten Gleichungssystems zugrunde. Wegen des netzwerkartigen Aufbaus und der nur lokal vorhandenen Kanten sind viele Systeme extrem schwach besetzt. Durch Ausnutzung dieser Eigenschaft ist es möglich, die quadratisch anwachsende Speicheranforderung bei vollen Matrizen auf lineare Anforderungen zu senken. Entscheidend dabei ist es, während des Lösungsverfahrens diese

schwache Besetztheit bestmöglich zu bewahren.

Bei den iterativen Lösungsmethoden stellt dies keine Schwierigkeit dar, da die Matrizen nur multiplikativ verwendet werden. Die deshalb gerne verwendete Methode der konjugierten Gradienten eignet sich ausgezeichnet als schnelles Lösungsverfahren bei schwach besetzten Systemen (*Gründig (1980)*). Bedingt durch spezielle Eigenschaften von netzwerkartigen Systemen wird eine hohe Nachbarschaftsgenauigkeit schon nach wenigen Iterationen erlangt. Das Konvergenzverhalten sowie die Abschätzung von globalen Ungenauigkeiten verursachen jedoch Probleme (*Schuh (1984b)*), die auch durch verfeinerte Methoden (Vorkonditionierung (*Benciolini u.a. (1981)*) nicht gänzlich zu beseitigen sind. Bei Ausnutzung der positiven Eigenschaften (schnelle lokale Konvergenz) eignet sich diese Methode besonders für alle Neugewichtungsmethoden (*Fuchs u.a. (1983)*, *Schuh (1984a)*).

Um die schwache Besetztheit bei direkten Lösungsverfahren bestmöglich ausnützen zu können, bedient man sich eines einfachen Hilfsmittels. Durch eine Umordnung der Reihenfolge der Unbekannten (betrifft Zeilen und Spalten in gleicher Weise, um die Symmetrie zu erhalten) versucht man die Anzahl der Nullelemente während des Lösungsprozesses möglichst groß zu halten. Man erreicht damit eine Einsparung an Speicherplatz und Rechenzeit und erzielt zusätzlich ein günstigeres Verhalten der Rundungsfehler (*Meissl (1980)*). Von den drei verwendeten Methoden (Verfahren nach dem Grad der Knoten, band- oder profilorientierte Verfahren) haben sich in der geodätischen Anwendung die profilorientierten Verfahren als am leistungsfähigsten herauskristallisiert (*Benning (1986)*). An Umordnungsalgorithmen werden das weitverbreitete, einfachere Verfahren von Cuthill-McKee (reversed Cuthill-McKee) (*Cuthill (1972)*) und das leistungsfähigere Verfahren nach Snay (*Snay (1976)*, *Schuh (1981)*) verwendet. Die Lösung erfolgt durch ein speziell adaptiertes Cholesky-Verfahren, welches auf die variable Bandbreite bei der Speicherung und Berechnung Rücksicht nimmt (*Meissl (1982)*, *Poder und Tscherning (1973)*). Die Inverse innerhalb des Profils, also zumindest die Elemente zwischen allen Nachbarpunkten, kann durch ein auf *Hanson (1978)* zurückgehendes Verfahren rekursiv ermittelt werden. Wenn die dadurch erzielte Einsparung an Speicherplatz

( $n \cdot b$  anstatt  $n^2/2$ ) und Rechenzeit ( $n \cdot b^2$  anstatt  $n^3/6$ ;  $n$ : Anzahl der Unbekannten,  $b$ : mittlere Bandbreite) bei sehr großen Systemen nicht ausreicht, so kann auf die Methode der Helmert-Blockzerlegung (Nested Dissection) (*George und Liu (1981)*) übergegangen werden, wodurch eine parallele Berechnung mit mehreren Recheneinheiten gleichzeitig ermöglicht wird.

Bei sehr großen Gleichungssystemen, die aus Approximationsansätzen stammen, kann der Übergang auf regelmäßige Gitterstrukturen die Berechnung erleichtern oder auch erst ermöglichen. Die durch Kollokationsansätze so entstehenden Kovarianzmatrizen weisen zirkulierende oder Toeplitz-Strukturen auf und können mit sehr platzsparenden, schnellen Algorithmen gelöst werden. Toeplitz-Systeme können rekursiv mit einem Rechenaufwand von quadratischer Ordnung berechnet werden. Zirkulierende Systeme können durch Diskrete Fast Fourier Transformationen unter besten Voraussetzungen in einer Ordnung  $n \cdot \log n$  gelöst und invertiert werden. Bedingt durch Verwendung von Funktionen mit endlichen Trägern als Basisfunktionen (Finite Elemente, Splines) oder als Kovarianzfunktionen (Finite Kovarianzfunktionen (*Sansó und Schuh (1987)*)) können auch bei Approximationsverfahren schwach besetzte, meist bandähnliche Matrizen erzeugt werden. Die sich anbietenden Lösungsmöglichkeiten sind Bandalgorithmen oder Blockbandalgorithmen bei unregelmäßigen Strukturen. Für regelmäßige Strukturen ist es gelungen, eine Rechenvorschrift zu entwickeln, die Bandtoeplitzmatrizen streng mit einem Rechenaufwand der Ordnung ( $n \cdot \log n$  bzw.  $b^2$ ) löst. Die Rechenzeiten für 30.000 Unbekannte, bei einer Bandbreite von 3000, liegen bei einem Minicomputer bei etwa 2 Minuten (institutseigener Rechner VAX 3200).

Neben der einmaligen Berechnung der Lösung von symmetrischen, positiv definiten Gleichungssystemen tritt bei den robusten Schätzverfahren ein dynamischer Aspekt in den Vordergrund. Das Gleichungssystem unterliegt Veränderungen in den Koeffizienten (Neugewichtungen, Elimination von groben Ausreißern), oder es wird auf eine andere Zusammenstellung der Unbekannten durch andere zugrundegelegte Modelle übergegangen. Ist vorweg bekannt, daß ein dynamisches Verfahren bei der Berechnung verwendet wird, kann man sich spezieller numerischer Techniken bedienen.

Die Möglichkeiten bei Änderung der Koeffizienten sind vielfältig und reichen von inversionsfreien Verfahren, um den Einfluß einzelner Beobachtungen hinzuzufügen oder zu eliminieren (Formel von *Sherman-Morrison-Woodbury*), bis zu iterativen Möglichkeiten der Berechnung der neuen Lösung oder der veränderten Inversen (*Schmitt (1985)*). Austauschverfahren eignen sich zum Übergang auf unterschiedliche Gruppen von Unbekannten. Der Austauschschritt bildet deshalb auch die Grundlage des Simplexverfahrens, des Universallösungsverfahrens der linearen Programmierung (*Danzig (1966)*). Alle Versuche, den Simplexalgorithmus bzw. das revidierte Simplexverfahren durch leistungsfähigere Methoden zu ersetzen, zeigten keinen Erfolg (*Strang (1986)*). Verbesserte Verfahren für spezielle Situationen konnten zwar gefunden werden, jedoch kein universell einsetzbares Verfahren. Zur Minimierung der Absolutsumme von Verbesserungen wurde von Barrodale und Roberts ein Verfahren vorgestellt, das wegen der gleichzeitigen und vereinfachten Behandlung mehrerer Optimierungsschritte während eines Austauschschrittes eine Speicherplatz- und Rechenzeitersparnis bringt (*Barrodale und Roberts (1983)*, *Fuchs (1980)*). Bei eindimensionalen Netzen (z.B. Höhen- und Schwerenetze) konnte durch Umformungen eine Überführung des L1-Ausgleichsproblems in ein Transportproblem verwirklicht werden, womit der mächtige Rechenapparat dieser Optimierungsverfahren für unsere Problemstellungen erschlossen werden konnte. Eindimensionale Netze können mit kapazitiven Zirkulationsflußalgorithmen gelöst werden. Der Rechenaufwand weist eine Ordnung von  $n \cdot m \cdot \log m$  (m...Anzahl der Messungen) auf, wobei nur Additionen und Subtraktionen benötigt werden, also keine Rundungsfehler entstehen. Der Speicherplatz steigt nur linear mit der Größe des Systems (*Schuh (1985)*). Die große Flexibilität, die durch die Einführung von zusätzlichen Bedingungen (Gleichungen und Ungleichungen) und durch Schlupfvariable ermöglicht wird, macht uns optimistisch, auch neue Anforderungen behandeln zu können. Die Forderungen der Meßtechnik (GPS-Messungen) erzwingen die Modellierung von gemischt-ganzzahligen Problemen, da für bestimmte Gruppen von Unbekannten Ganzzahligkeit gefordert ist. Auch das Zusammenwirken von verschiedenen Ausgleichsansätzen und die Einführung von Ungleichungen in den quadratischen Ausgleichsansatz stellen Schwerpunkte der Forschung dar. Neuen Möglichkeiten, die schwache Besetztheit bei linearen Programmen auszunützen, die durch ein

Verfahren des indischen Mathematikers *Karmarka* eröffnet wurden, werden untersucht.

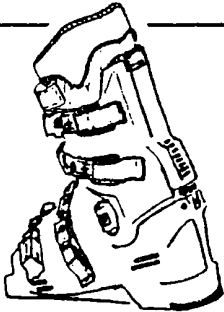
	Eigenschaften	num. Verfahren
	konventionell, sehr universell und problemlos	Eliminationsverfahren (Gauß, Cholesky und Austauschverfahren)
	sehr robust, überwindet jedes Hindernis	Orthogonalisierungs- verfahren (Singular Value Decomposi- tion SVD, Spektralanalysen)
	rasch, eröffnet neue Möglichkeiten	Verfahren für schwach be- setzte Systeme (band- oder profilorien- tierte Verfahren)
	für manches ungeeignet, manchmal unüber- treffbar	Iterative Verfahren (Relaxationsmethoden, konjugierte Gradienten)
	sehr eingeengt, aber enorm schnell	Regelmäßige Strukturen (Diskrete Fast Fourier Techniken DFFT, rekursive Toeplitzalgorithm, Band- Toeplitzverfahren)

Abb. 1: Gegenüberstellung numerischer Gleichungsauflösungsverfahren

#### 4. Schlußbemerkungen

Ich hoffe, Ihnen hiermit einen Eindruck vermittelt zu haben, wie die Werkzeuge eines 'rechnenden Geodäten' heute beschaffen sind. Als Zusammenfassung sei - auf Grund persönlicher Bindungen des Autors zur Fußbekleidung - eine Gegenüberstellung (Abbildung 1) erlaubt.

#### Literaturverzeichnis

- Barrodale I. und F.D.K. Roberts (1973):* An Improved Algorithm for Discrete  $L_1$  Linear Approximation. SIAM J. Numer. Anal. Vol. 10, No. 5, Seite 839-848.
- Benciolini B., L. Mussio und F. Sanso' (1981):* The Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method in Network Adjustment. Proceedings of the 6<sup>th</sup> Int. Symp. on Geodetic Network and Computation, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 258.
- Benning W. (1986):* Analyse hybrider Lageaufnahmen in Sparse-Technik. Zeitschrift für Vermessungswesen, Band 11, Seite 506-513.
- Borutta H. (1988):* Robuste Schätzverfahren für geodätische Anwendungen. Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Heft 33, Universität der Bundeswehr, München.
- Carosio A. (1979):* Robuste Ausgleichung. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, Band 11, Seite 293-297.
- Caspary W. (1988):* Fehlerverteilung, Methode der kleinsten Quadrate und robuste Alternativen. Zeitschrift für Vermessungswesen, Band 3, Seite 123-133.
- Cuthill E. (1972):* Several Strategies for Reducing the Bandwidth of Matrices. In 'Sparse Matrices and their Application' D. Rose and R. Willoughby (Edit.). Plenum Press, New York-London.
- Dantzig G. (1966):* Lineare Programmierung und Erweiterungen. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Fuchs H. (1980):* Untersuchung zur Ausgleichung durch Minimierung der Absolutsumme der Verbesserungen. Dissertation an der TU Graz.
- Fuchs H., B. Hofmann-Wellenhof und W.D. Schuh (1983):* Adjustment and Gross Error Detection of Leveling Networks. In 'Precise Leveling', H. Pelzer und W. Niemeier (Hrsg.), Dümmler Verlag, Bonn.
- George A. and J. Liu (1981):* Computer Solution of Large Sparse Positiv Definite Systems. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Gründig L. (1980):* Feasibility Study of the Conjugate Gradient Method for Solving Large Sparse Equation Sets. NOAA Technical Report, NOS 82 NGS 13.
- Hanson R. (1978):* A Posteriori Error Propagation. Second International Symposium on Problems related to the Redefinition of the North American Geodetic Network. Proceedings.
- Hampel F. (1973):* Robust Estimation: A Condensed Partial Survey. Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verw. Gebiete, 27, Seite 87-104, Springer Verlag.
- Huber P. (1977):* Robust Statistical Procedures. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, Pennsylvania.

- Kampmann G. (1986):* Robuste Ausreißertest mit Hilfe der  $L_1$ -Norm Methode. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, Heft 4, Seite 139-147.
- Kampmann G. (1988):* Zur Kombinativen Norm Schätzung mit Hilfe der  $L_1$ -, der  $L_2$ - oder der Boškovic-Laplace-Methode mit den Mitteln der Linearen Programmierung. Veröffentlichung des Geodätischen Institutes der Rheinisch-Westfälischen TH Aachen, Heft 43.
- Krarup T., J. Juhl und K. Kubik (1980):* Götterdämmerung over Least Squares Adjustment. ISP Congress Hamburg. Comm. III, Seite 369-378.
- Meissl P. (1980):* A Priori Prediction of Roundoff Error Accumulation in the Solution of a Super-Large Geodetic Normal Equation System. NGS, NOS, Rockville Md. 20852.
- Meissl P. (1982):* Least Squares Adjustment: A Modern Approach. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 43.
- Poder K. and C. Tscherning (1979):* Cholesky's Method on a Computer. The Danish Geodetic Institute, Internal Report No. 8.
- Sansò F. and W. Schuh (1987):* Finite Covariance Functions. Bulletin Geodesique 61, Seite 331-347.
- Schmitt G. (1985):* Third Order Design. In 'Optimization and Design of Geodetic Networks', E. Grafarend and F. Sansò (Edit.), Springer-Verlag, Heidelberg-New York-Tokyo.
- Schuh W. (1981):* Programmierung rationeller Algorithmen zur Umordnung, Auflösung und Inversion der Normalgleichungen geodätischer Netze. TU Graz, Diplomarbeit.
- Schuh W. (1984a):* Rasche und einfache automatische Fehlererkennung bei großen Datenmengen. Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, Band 4, Seite 137-147.
- Schuh W. (1984b):* Analyse und Konvergenzbeschleunigung der Methode der konjugierten Gradienten bei geodätischen Netzen. Mitteilungen der geodätischen Institute der TU Graz, Folge 49.
- Schuh W. (1985):* Transforming the  $L_1$ -Norm Adjustment of a Leveling Network into a Flow Problem. Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Geodetic Computations, Cracow, Poland, pp. 385-409.
- Snay A. (1976):* Reducing the Profile of Sparse Symmetric Matrices. NOAA Technical Memorandum NOS NGS-4.
- Strang G. (1986):* Introduction to Applied Mathematics. Wellesley-Cambridge-Press, Massachusetts.
- Sünkel H., N. Bartelme, H. Fuchs, M. Hanafy, W. Schuh, M. Wieser (1987):* The Gravity Field in Austria. In 'The Gravity Field in Austria', Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Neue Folge, Band IV, Seite 47-77.

---

Dichteberechnung aus Gravimetermessungen

E. Hoffer, L. Schönviszky

ELGI Budapest

---

Bei allen gravimetrischen Bearbeitungen und Interpretationen tritt das Problem der möglichst genauen Bestimmung der Dichte der Gesteine unter der Oberfläche auf. Da in den meisten Fällen keine Bohrkerne zur Verfügung stehen, wodurch die Gesteinsdichten mit einfachen physikalischen Messungen bestimmt werden könnten, bleibt die Berechnung aus den gravimetrischen Meßergebnissen. Diese Berechnung kann theoretisch in all jenen Fällen durchgeführt werden, in denen zwischen zwei gravimetrischen Stationen Höhenunterschiede auftreten, und wenn man annehmen kann, daß die Gesteinsdichten unter beiden Stationen annähernd gleich sind. Unter dieser Annahme folgt aber auch, daß die Werte der entsprechenden Bouguer-Anomalien gleich und somit unabhängig von der Meereshöhe sind.

Für die Berechnung der Bouguer-Anomalie gilt bekanntlich:

$$g_B = g + (0,3086 - 0,0419 \sigma) h - g_0 + \sigma T \quad .$$

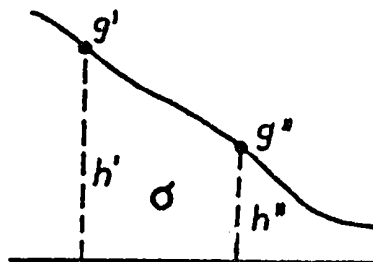


Abbildung 1: Schwereprofilausschnitt



Darin bedeuten:

$\xi_B$	berechnete Bougueranomalie (mGal)
$g$	gemessener und korrigierter Schwerewert (mGal)
$g_0$	Normalschwere (mGal)
$h$	Stationshöhe über dem Meeresspiegel (m)
$\sigma$	Gesteinsdichte ( $t/m^3$ )
$\sigma T$	topographische Reduktion (mGal)

Werden zwei benachbarte Stationen (Abb. 1) betrachtet, so folgt vorerst aus der Bedingung  $\xi'_B = \xi''_B$

$$g' + (0,3086 - 0,0419 \sigma) h' - g'_0 + \sigma T' = g'' + (0,3086 - 0,0419 \sigma) h'' - g''_0 + \sigma T''$$

und weiters die explizite Form:

$$\sigma = \frac{\Delta g - \Delta g_0 + 0,3086 \Delta h}{0,0419 \Delta h - \Delta T},$$

wobei die jeweiligen Differenzen  $\Delta j$  in der Form  $(j' - j'')$  einzuführen sind.

Mit Hilfe obiger Gleichung kann zwischen jeweils zwei Profilpunkte die Dichte einfach berechnet werden. Tritt im Laufe der Berechnung ein irreales Ergebnis, etwa eine negative Dichte auf, dann wurden für eine Meßstation höchstwahrscheinlich fehlerhafte Grunddaten eingeführt. Dies können

- fehlerhaft gemessene oder korrigierte Schwerewerte
- fehlerhafte Normalschweren
- fehlerhafte Stationshöhen
- fehlerhafte topographische Reduktionen

sein.

In der Praxis in Ungarn betrachten wir die berechneten Dichten bereits als unwahrscheinlich, wenn sie kleiner als 1 und größer als 4 t/m<sup>3</sup> sind. Auf diese Weise können fehlerhafte Meßpunkte eliminiert werden. Diese Methode ist besonders gut bei solchen gravimetrischen Messungen anwendbar, welche in einem regelmäßigem Netz durchgeführt werden.

In diesem Fall kann man nämlich die Dichte über vier Nachbarpunkte rechnen und daraus einen Mittelwert bilden. Weicht ein Ergebnis vom berechneten Mittelwert wesentlich ( $\pm 1,0$  t/m<sup>3</sup>) ab, so wird es verworfen. Wenn alle vier berechneten Dichten stark variieren, dann läßt dies auf fehlerhafte Daten der Meßstation selbst schließen. Aus den Durchschnittswerten kann man eine Isodichtenkarte konstruieren. Diese Dichtenkarte muß nicht unbedingt mit der auf die Oberfläche bezogenen geologischen Karte übereinstimmen, weil sich die Dichten im Falle stark gegliederter Topographie auf unterschiedliche Tiefen beziehen.

Die Methode der gravimetrischen Dichteberechnung wurde zum erstenmal im Rahmen eines Kohlenforschungsprogrammes in Nordungarn angewendet. Aus den gravimetrischen Messungen wurde die Bouguer-Anomalien-Karte mit dem für das Gebiet charakteristischen Dichtewert  $\sigma = 2,0$  (t/m<sup>3</sup>) gerechnet. Die Bouguer-Anomalien-Karte kann allerdings für die Interpretation nur in beschränktem Maße angewendet werden (Abb. 2). Sie zeigt nämlich vor allem die topographischen Verhältnisse des Grundgebirges mit größerer Dichte, wenn man annimmt, daß die Dichte des Grundgebirges und der aufgelagerten Sedimente annähernd konstant ist.

Am westlichen Rand des Geländes ist eine Bruchlinie in Richtung NNO-SSW sehr auffallend. Diese Verwerfung ruft eine Anomalie in einer Größe von 14 - 16 mGal hervor. Nach den Modellberechnungen sinkt das Grundgebirge nach Westen von 300 m bis 1000 m unter der Annahme, daß die Dichtedifferenz zwischen dem Grundgebirge und den Sedimenten 0,4 - 0,5 (t/m<sup>3</sup>) ist. Die Bouguer-Anomalien-Karte zeigt ein wechselvolles Bild östlich von der Verwerfung. Auf Grund der Bohrungen und anderer geophysikalischer Daten zeigen die Änderungen wahrscheinlich nicht nur die Tiefenveränderung des Grundgebirges sondern auch die Wirkung des Deckengebirges von veränderlicher Dichte. Deswegen wurde über einen Teil des

Geländes mit stark wechselnder Topographie auch eine Dichtekarte nach der obigen Methode berechnet, um vor allem die Dichteverhältnisse der Formation in der Oberflächennähe zu bestimmen. Zwischen den Dichtewerten und den spezifischen Widerstandswerten der geoelektrischen Messungen wurde keine Korrelation gefunden. Dagegen kann eine Korrelation zwischen den aus Bohrungen abgeleiteten Gesteinsdichten bzw. den geologischen Formationen an der Oberfläche und den Anomalien der Dichtekarte nachgewiesen werden. So kann z.B. (Abb. 3) eine Korrelation zwischen dem Andesittuff und den kleinen Dichtewerten bzw. dem Ton und Silt und den großen Dichtewerten festgestellt werden. Die Dichtenverteilungskarte kann daher unter gewissen Bedingungen für den Nachweis des vermutlichen Kohlenvorkommens benutzt werden. Die negative Zone in dem nordöstlichen Teil befindet sich mehr oder weniger an der Stelle des Vorkommens der abgebauten Kohleflöze. Die in den südlichen Teilen des Geländes befindlichen Bohrungen fallen in eine negative Zone und durchquerten verhältnismäßig dicke Kohleflöze.

Ein anderes Forschungsgebiet befindet sich im Matra-Gebirge. Die gravimetrischen Messungen führten zu einer Bouguer-Anomalien-Karte, in der die Wirkung der Tiefformationen und die Störung der Topographie gemeinsam auftraten. Deshalb mußten wir unsere Ergebnisse durch eine nachträgliche Berechnung auf eine gemeinsame Ebene beziehen. Die Transformation wurde mit der Methode "Analytische Fortsetzung nach oben" durchgeführt. Mit Hilfe dieser Methode wurde die Anomalien-Karte auf eine horizontale Ebene in einer Meereshöhe von 1100 m durchgerechnet. So haben wir eine Karte bekommen, welche durch die herkömmliche Betrachtung interpretierbar ist. Diese Karte enthält aber noch immer die Einwirkung der Inhomogenität der Dichte in der Oberflächennähe. Die scheinbaren Dichtewerte wurden mit Hilfe der angegebenen Methode berechnet und auf einer Karte die Abweichung vom Durchschnittswert  $\sigma = 2,4 \text{ (t/m}^3\text{)}$  dargestellt. Die positiven Anomalien zeigen daher die Lage von oberflächennahen Gestein mit einem scheinbaren Dichtewert größer als  $2,4 \text{ t/m}^3$ .

Geeignete Software steht für die Dichteberechnung zu unserer Verfügung. Damit und durch die Anwendung der gravimetrischen Datenbank und durch ihren ständigen Ausbau ist die Dichteberechnung und die Darstellung der Ergebnisse mit Rechenmaschinen möglich

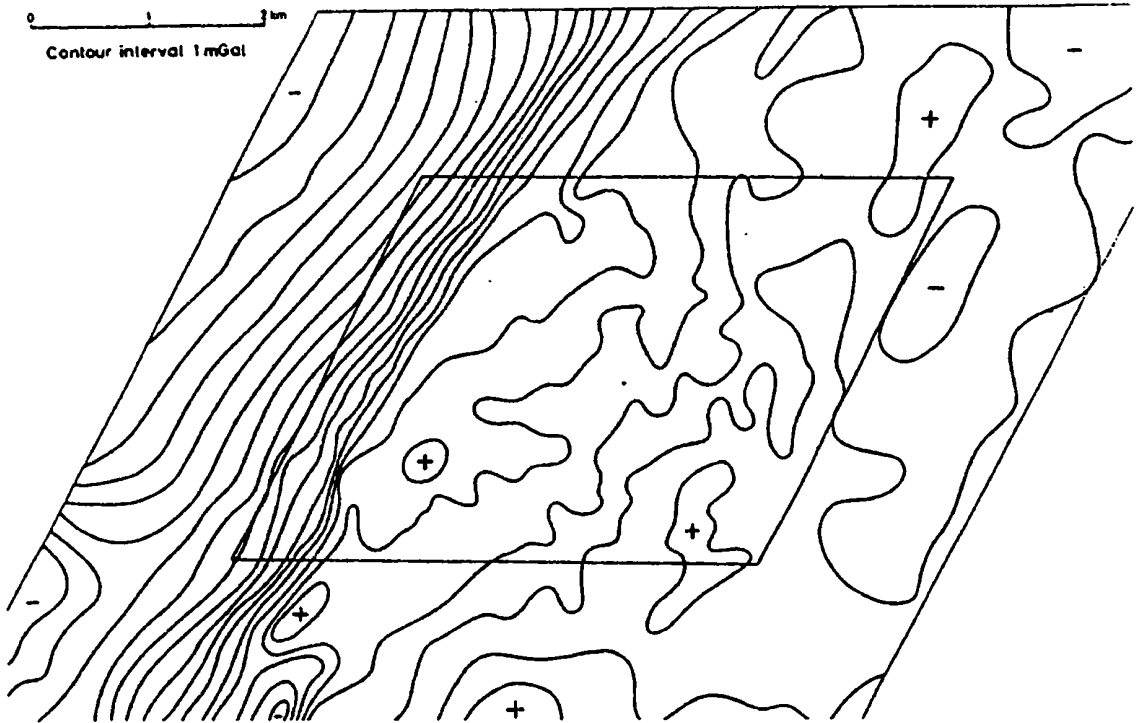


Abbildung 2: Bougueranomalienkarte

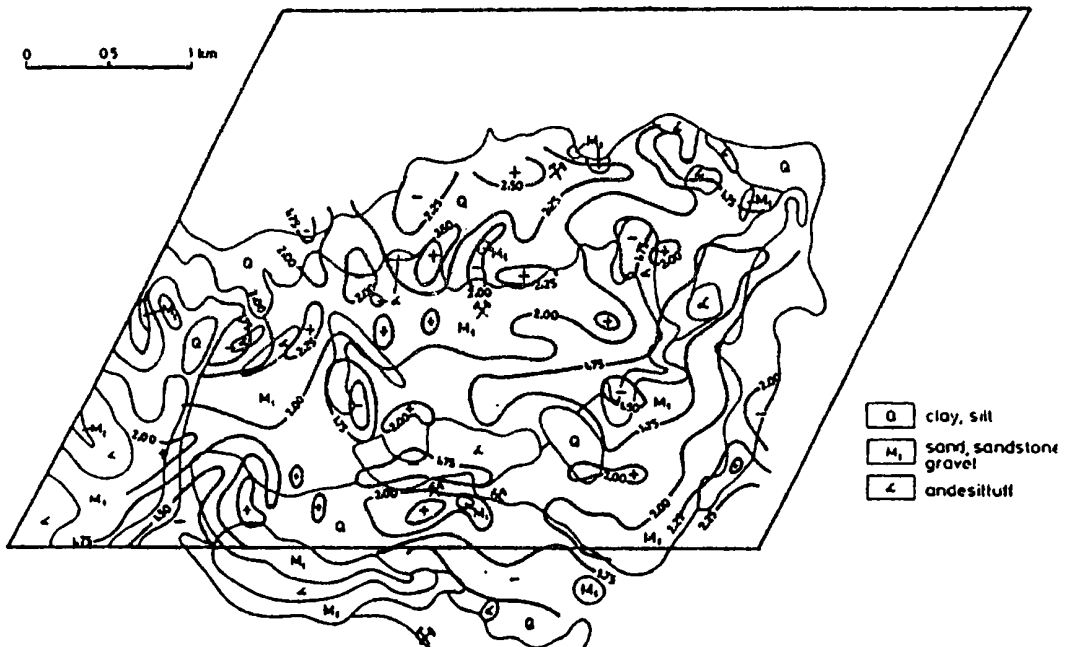


Abbildung 3: Isodichtenkarte mit Oberflächengeologie

---

Untersuchungen des vertikalen Dichteverlaufs  
im Wiener Becken aus Lotabweichungen

G. Gerstbach

TU Wien

---

### ZUSAMMENFASSUNG

Die geophysikalische Interpretation von Lotabweichungen ist wegen ihrer Vektornatur aussagekräftiger als jene von Schwereanomalien, aber auch etwas aufwendiger. Sie eignet sich gut zur Bestimmung unterirdischer Dichtetrennflächen nach Richtung, Neigung oder Dichtesprung. Auf früheren Untersuchungen aufbauend, werden vertikale Dichtegesetze für verschiedene Teile des Wiener Beckens auf etwa  $\pm 0.02 \text{ g/cm}^3$  abgeleitet. Durch zusätzliche Tiefenmodellierungen liegen die Residuen nur wenig über der Meßgenauigkeit (0.2 - 0.3").

Den Schluß der Arbeit bilden zwei Anregungen, bei alpiner Gravimetrie den meist symmetrischen Gebirgsaufbau für Methodenvereinfachungen auszunützen.

### 1. EINLEITUNG

Seit langem liefern gravimetrische Verfahren wichtige Beiträge zur Erforschung der Erdkruste. Sie stützen sich fast ausschließlich auf den Betrag des Schwerevektors, während seine Richtung bzw. die Lotabweichung (Winkel zwischen Lot und Ellipsoidnormale) erst vereinzelt zur geophysikalischen Interpretation benutzt wird. Solche Untersuchungen erfordern zunächst - ebenso wie in der Gravimetrie - die topografische Reduktion der gemessenen Lotrichtungen, die 6" pro km relativer Geländehöhe erreichen kann /7/. Die Messungen erfolgen astronomisch (Genauigkeit mit automatischen Prismennivellieren etwa 0.2") bzw. in Zukunft mit Kreiselsensoren oder CCD-Kameras.

Im Gegensatz zu Schwereanomalien haben Lotabweichungen zwei interpretierbare Komponenten ( $\xi, \eta$ ), sodaß sich Richtung und Neigung von Dichtetrennflächen im Untergrund ermitteln lassen. Sie eignen sich daher besonders für tektonische Bruch- oder Überschiebungszonen. Als Testfeld hat der Verfasser das Wiener Becken gewählt, welches wegen seiner Erdöl- und Erdgas-

vorkommen in den meisten Teilen gut erforscht ist (siehe Abbildungen 1 - 3).

Im Rahmen zweier Forschungsprojekte /2/ wurde hier im letzten Jahrzehnt ein 7 km - Quadratraster von etwa 100 Meßpunkten aufgebaut, der lokal auf 5 km verdichtet ist und auch zur präzisen Geoidbestimmung dient (s.a. Referat von T. Bašić). Das Wiener Becken ist ein mit Meeressedimenten des Neogen aufgefülltes Einbruchsbecken im Grenzbereich der Alpen und Karpaten und begann sich vor etwa 20 Millionen Jahren abzusenken. Der Beckenuntergrund hat ein starkes Relief mit mehreren Hochschollen und besteht - von Südost nach Nordwest - aus Kristallin, Grauwacke, Kalkalpendecken und Flysch (Abb. 1). Die Tiefe des Beckens erreicht bei Schwechat und bei Zistersdorf 6 km, die Dichte der Sedimente nimmt von der Oberfläche bis in diese Tiefen von rund 2.0 auf 2.6 g/cm<sup>3</sup> zu (siehe Abb. 6).

## 2. PROBLEMATIK EINFACHER LOTSTÖRUNGSMODELLE

Die geophysikalische Interpretation von Lotabweichungen beruht auf sogenannten "Lotstörungen", welche vom regionalen Trend befreit sind. Der Trend (hier in beiden Komponenten  $\xi, \eta$ ) wird, wie auch bei Schwereanomalien üblich, aus den Messungen selbst ermittelt, welche daher flächenhaft angelegt und topografisch reduziert sein müssen.

Wegen des Umkehrproblems der Potentialtheorie ist die innere Massenverteilung der Erde aus äußeren Schwerefeldmessungen allein nicht bestimmbar: entweder muß die Lage der Dichtentrennflächen unter dem Meßgebiet bekannt sein, oder die Abfolge ihrer Dichtewerte. Hinzu kommen Randwerte wie etwa der Verlauf von Brüchen am Beckenrand, der in der Natur meistens direkt erkennbar ist.

Die wenigen Lotstörungsmodelle, die bisher erfolgreich waren - vor allem /3, 5, 8 und 9/ - arbeiteten mit "Trial and Error" und näherten die geologischen Schichten durch prismatische Säulen an, deren Begrenzungsflächen bzw. Dichten planmäßig so lange variiert wurden, bis sie die gemessenen Anomalien

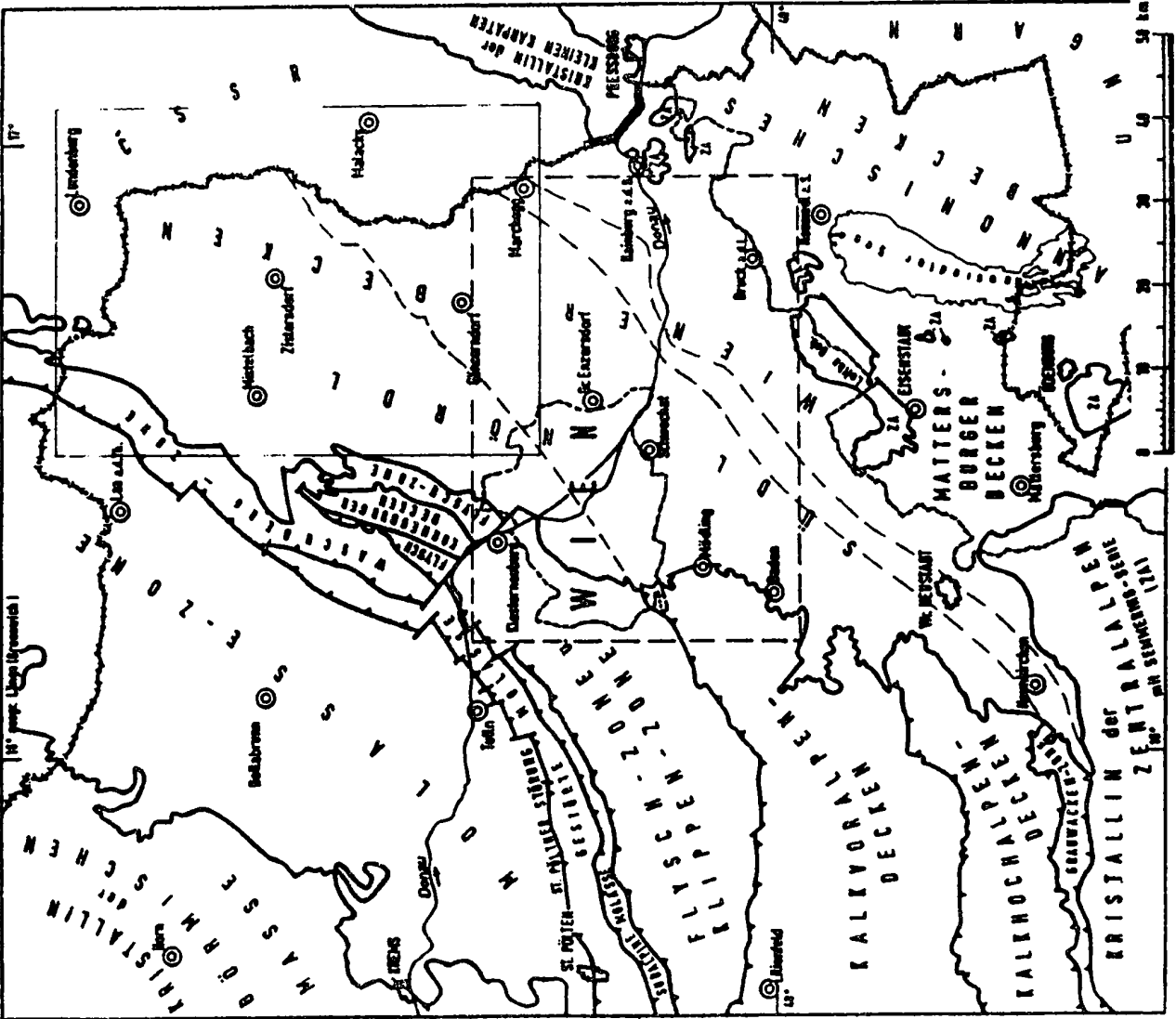


Abb. 1: Übersichtskarte des Wiener Beckens nach F. Brix 1970. Rechts oben die Grenzen der Abb. 2, strichliert jene von /6/ bzw. Gesteinsgrenzen des Beckengrundes.

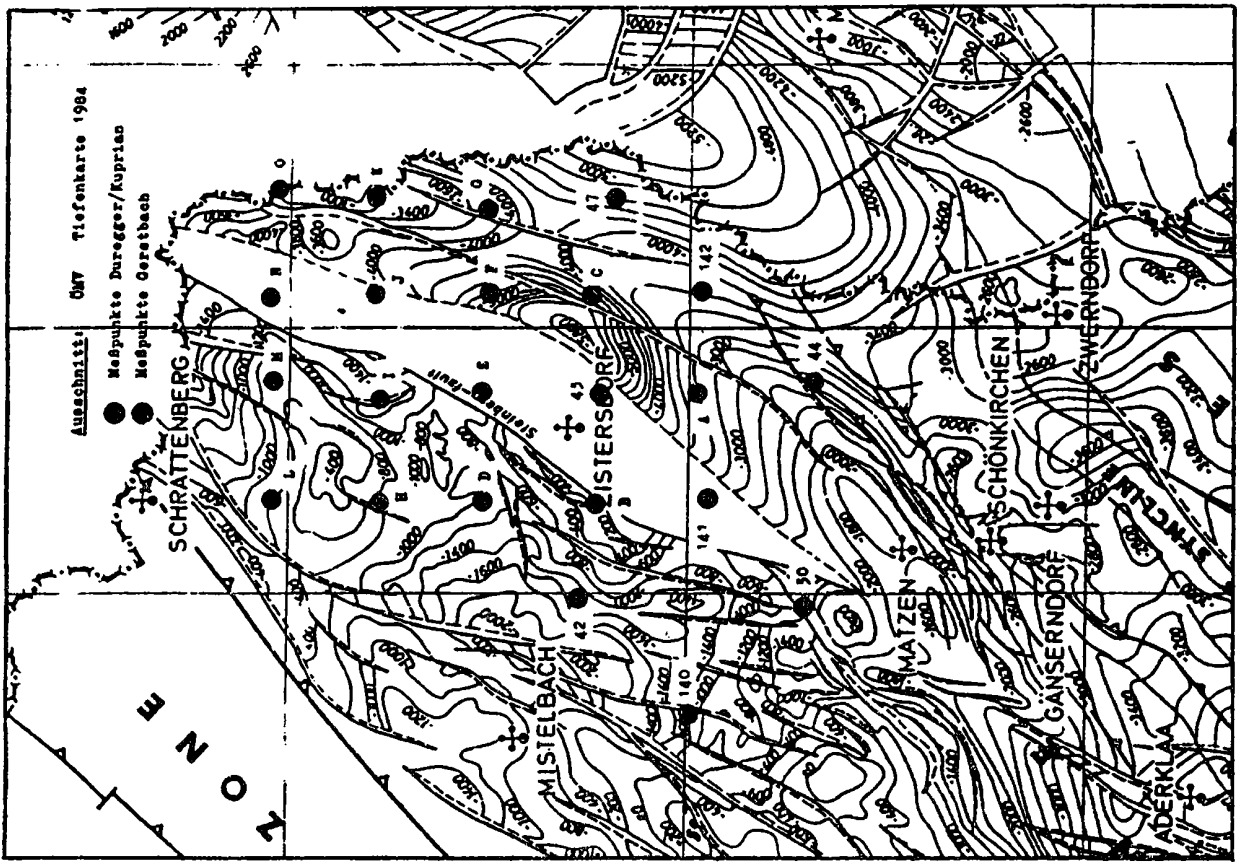


Abb. 2: Tiefenkarte und tektonische Einheiten des vortertiären Beckengrundes nach G. Wessely et al., ÖMV-AG 1984. Nordöstlicher Ausschnitt, ca. 1:300000, Äquidistanz 200 m, Koord.ergänzt.

hinreichend darstellten. Bei unregelmäßigen Strukturen oder bei Vorliegen von mehr als zwei Schichten stößt diese Methode aber auf Schwierigkeiten, die sich auch mit individuellen Prismenpositionen /z.B. 1/ nicht gänzlich beheben lassen. Der Verfasser hat daher flexiblere Verfahren entwickelt und hierüber bei den zwei letzten Alpengravimetrie-Kolloquien referiert:

Oft ist der Verlauf der wichtigsten Dichtentrennfläche genähert bekannt, bei erdöhlöffigen Sedimentbecken meist aus der seismischen Exploration /10/. Auf solcher Grundlage läßt sich die mittlere Dichte dazwischenliegender Schichten durch spezielle Ausgleichungsverfahren ermitteln, wenn die Schichten großteils geneigt und der Anzahl nach bekannt sind. Die Beckentiefen eines Gebiets mit 48 Lotabweichungspunkten im Osten Wiens (Abb. 1, strichliertes Rechteck) wurden im 1.5 km - Raster nach einer ÖMV-Karte von 1980 digitalisiert. Für die Säulen unter den Meßpunkten ergaben sich mittlere Sedimentdichten zwischen 1.8 und 2.6 g/cm<sup>3</sup>, je nach örtlicher Beckentiefe (Abb. 4 aus /2/). Die Regressionsgerade spiegelt die Kompaktion durch den mit der Tiefe z zunehmenden Druck wider,

$$D = 2.15 + 0.122 z_{\text{km}} \pm 0.02 \quad (\text{g/cm}^3). \quad (1)$$

Diese Dichtebestimmung ist zwar nicht überall geologisch plausibel, senkt aber die Residuen der Lotstörungen im Mittel von  $\pm 0.6''$  auf  $0.32''$  (Meßgenauigkeit  $\pm 0.25''$ ) und wird im Großen durch neuere Untersuchungen (Formel 2) bestätigt.

Über den zweiten Fall - Tiefenbestimmung bei bekannten Dichtewerten - wurde 1986 referiert /6/. Durch eine Kombination von Rasterinterpolation und Ausgleichung werden die Tiefen der geologischen Schichten in Hauptrasterpunkten ermittelt, können aber dennoch dazwischenliegende Strukturen erfassen. Im oben erwähnten Gebiet (48 Meßpunkte) sanken die Residuen im Mittel auf  $\pm 0.27''$  - somit fast auf die Meßgenauigkeit - jedoch waren manche Tiefenänderungen des Startmodells (Nordteil = unterer Bereich von Abb. 2) größer als 1 km, was der seismischen Genauigkeit von ca.  $\pm 400$  m widersprach. Offenbar gilt die vertikale Dichtefunktion, für welche ein aus Tiefbohrungen ermitteltes, (1) ähnliches Gesetz dreifach abgestuft wurde, nicht im gesam-



### SCHNITT ZISTERSDORF

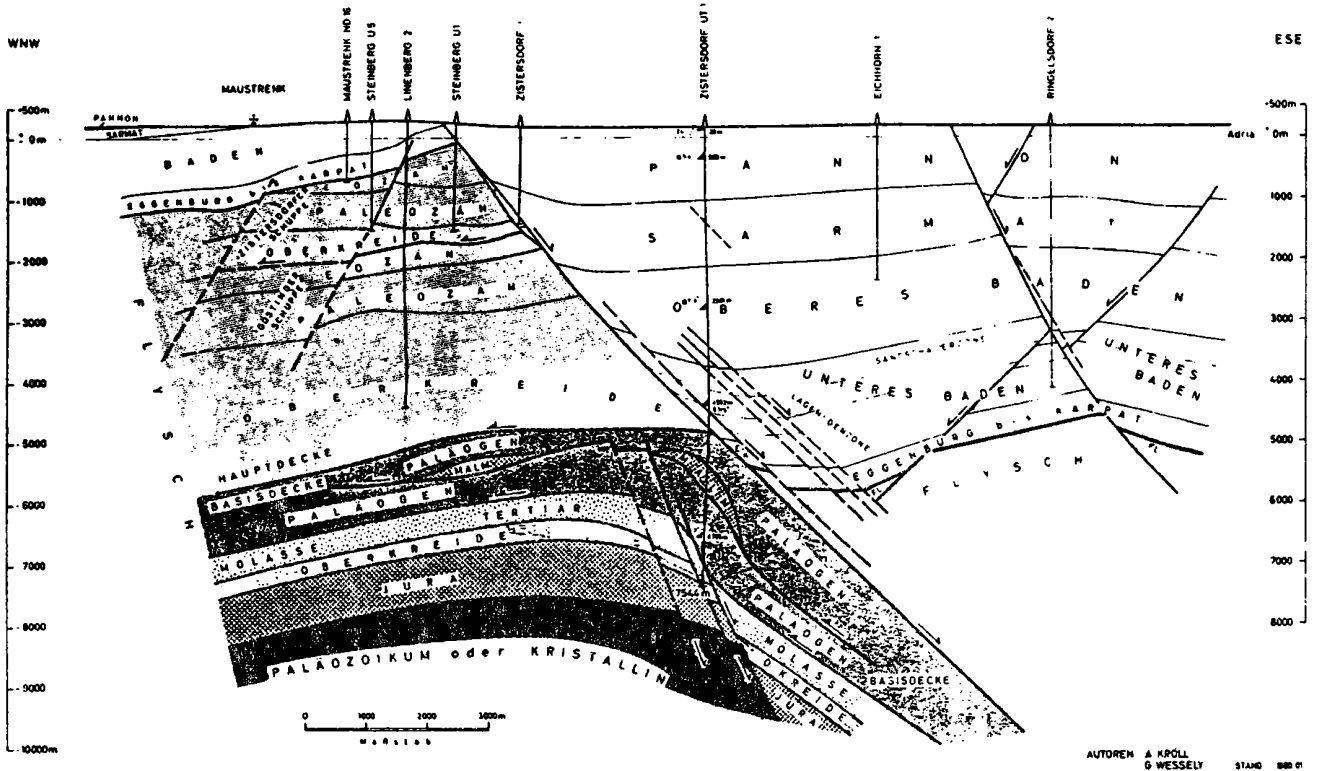


Abb. 3: geologischer Schnitt durch das Wiener Becken bei Zistersdorf u. den Steinbergbruch. Aus A. Kröll, Erdöl und Erdgas 3.1 S.169, Wien 1984.

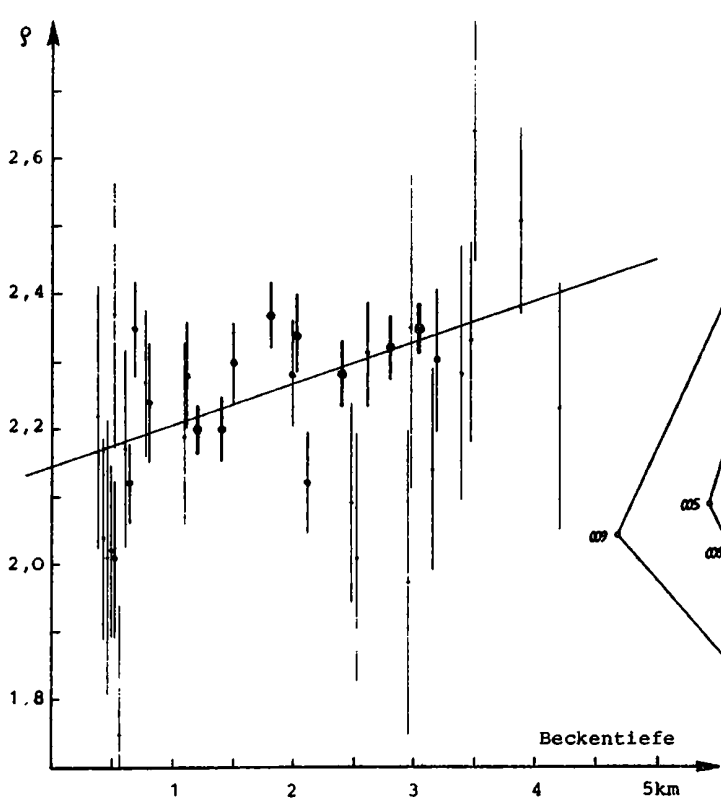


Abb. 4: Ausgeglichene Sedimentdichten unter 36 Lotabw. Punkten nach /2/, mit mittl. Fehlern und Regressionsgerade.

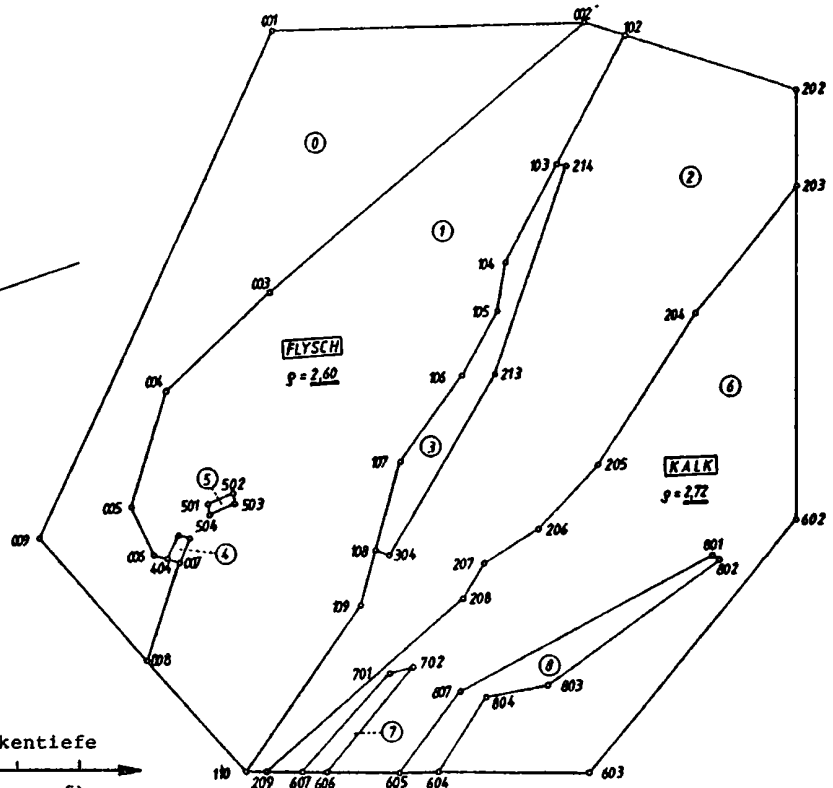


Abb. 5: Dichtebezirke beidseits des Steinbergbruches ③, nach Duregger /3/.

ten Arbeitsgebiet.

### 3. KOMBINIERTE DICHTE- UND TIEFENMODELLIERUNG

Um die Dichtebestimmung auf einige Bohrungen stützen und mehrere Zwischenschichten einführen zu können, wurde das Arbeitsgebiet in den letzten Jahren vom Verfasser und von Diplomanden um 23 Punkte nach Nordosten bis an die tschechische Grenze erweitert (Abb. 1 und 2). In diesem Bereich stellte uns die ÖMV Daten von 5 Tiefbohrungen zur Verfügung, die in Abb. 6 zusammengefaßt sind. Leider wurden nur wenige der Bohrkerne im "bergfeuchten" Zustand gemessen, sodaß die natürliche Dichte aus der Trockendichte, dem Porenanteil und der vermutlichen Wassersättigung geschätzt werden mußte. Die Erarbeitung eines Dichtegesetzes und die Programmierung der Dichte- und Tiefenvariation von Mehrschichtmodellen wurde einem Diplomanden übertragen /3/, siehe auch Abb. 5 und 7.

Wie Abbildung 3 zeigt, ist der Beckenuntergrund stark zerklüftet und auch die Schichtung der Neogen-Sedimente (Pannon, Sarmat, Baden, Karpat) durch Brüche gestört. Um aber zuviele Variationsparameter zu vermeiden, wurde ein lineares Dichtegesetz angenommen und alle 500 m, 1000 m bzw. 2000 m abgestuft. Westlich des Steinbergbruchs (Sprunghöhe 5000 m!) wurde das in Abb. 6 strichlierte Dichtegesetz gewählt, da hier schwerere Schichten (Sarmat, Baden) an die Oberfläche treten. Obwohl durch keine flacheren Bohrungen gestützt, bestätigte sich dieser Ansatz im nachhinein (siehe unten). Als unabhängige, nachträgliche Kontrolle diente auch der unterste Neogenwert (4.6 km) der "Zistersdorfer Übertief"-Bohrung.

Die Gesteine der Beckenbasis sind nach Abb. 1 nicht einheitlich, sondern in ihrer Dichte zwischen knapp 2.5 (Gießhübler Schichten), 2.6 (Flysch) und 2.7 - 2.75 (Kalk, Kristallin). Das Gebiet wurde daher in "Dichtebezirke" (Abb. 5) eingeteilt, wobei 0 für die westlichen Randberge (Flysch- und Waschbergzone) mit konstanter Dichte 2.5 steht. Alle diese Werte verdanken wir Dr. Zych und Dr. Wessely von der ÖMV-AG.

Es wurden nun 10 Alternativmodelle berechnet, wobei die

Abbildung 6:  
lineare Dichte-  
gesetze im nord-  
östlichen Wiener  
Becken bis 5 km  
Tiefe.

- östl. Bohrung,
- westl. Bohrung,
- Zistersdorfer  
Übertief (zur  
Kontrolle).

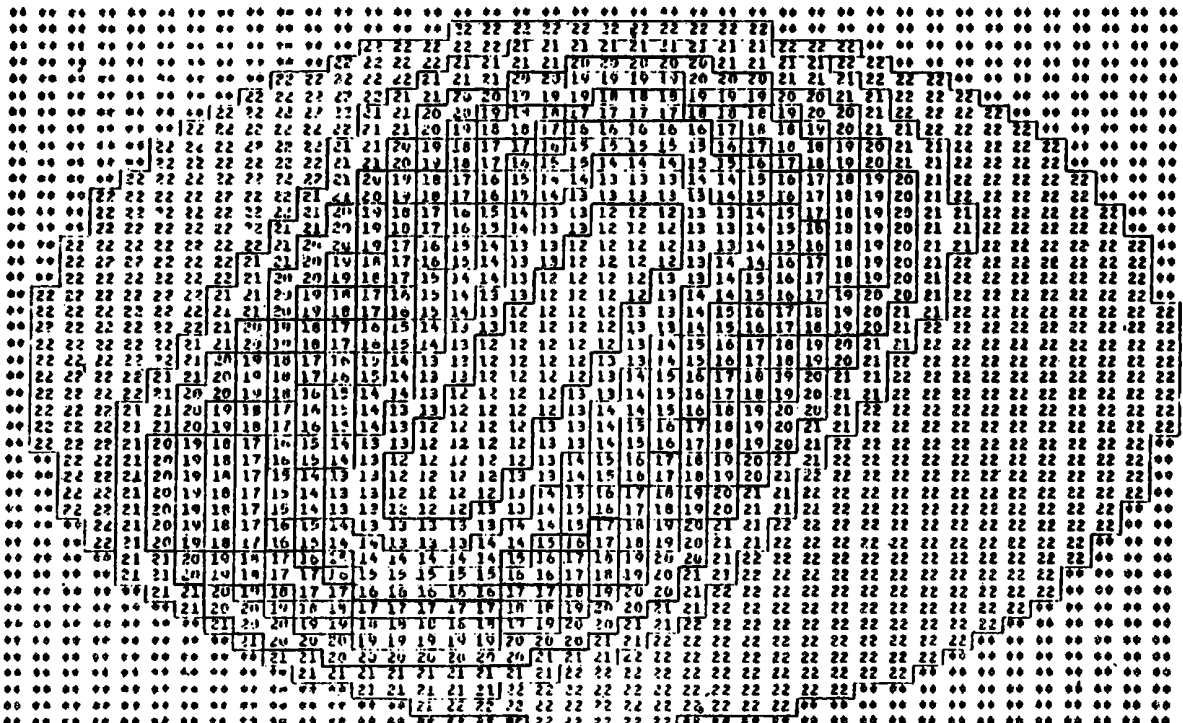
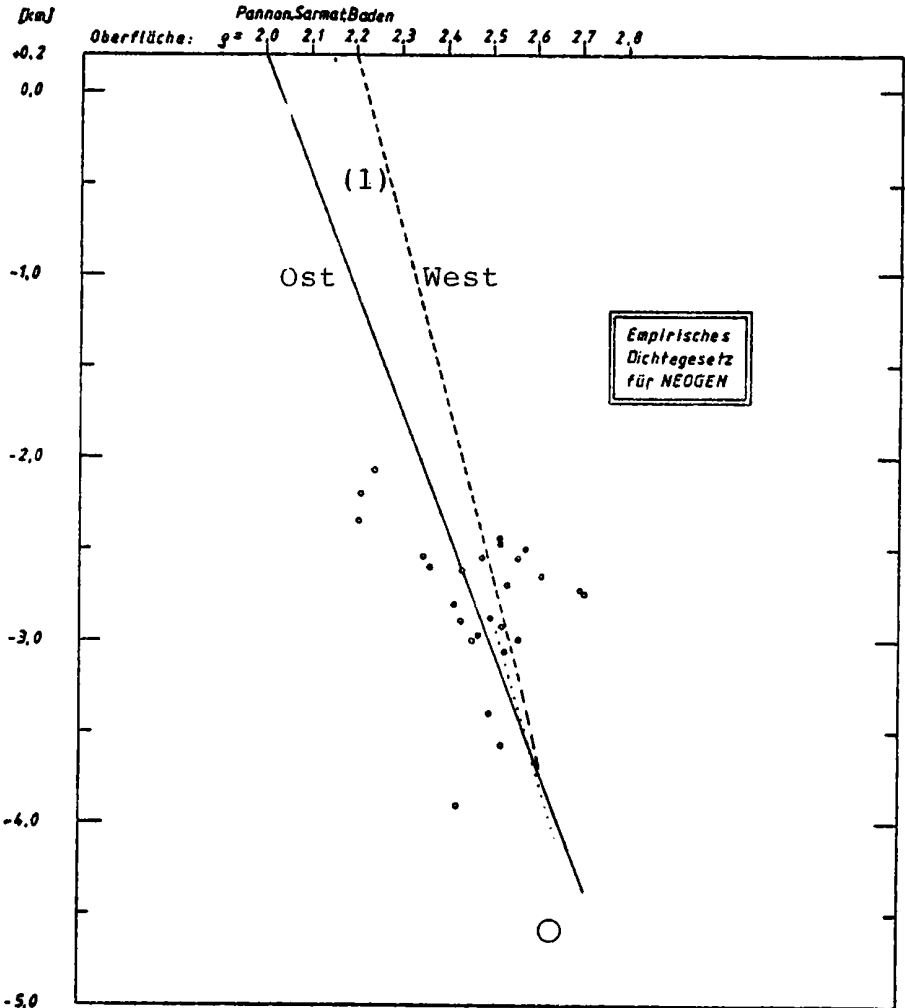


Abb. 7: Tiefenvariation im Umkreis einer Strecke. Programm  
GEMRED / 3/, -1 km, Variationsradius 10 km, Maßstab nur 60%!

Residuen empirisch zu minimieren waren ("trial and error"). Dabei zeigte sich, daß

- o ein lineares Dichtegesetz der Natur eher entspricht als ein parabolisches,
- o der Steinbergbruch der östlichen Zone zuzurechnen ist, also eine Oberflächendichte von  $2.0 \text{ g/cm}^3$  hat /3/,  
$$D_{\text{Ost}} = 2.0 + 0.16 z_{\text{km}} , \quad D_{\text{West}} = 2.2 + 0.11 z_{\text{km}} , \quad (2)$$
- o die Waschbergzone "0" (Westrand) auf eine Tiefe von 2 km zu beschränken ist, was mit geologischen Modellen übereinstimmt,
- o eine Vertikalabstufung der Dichte in 1000m-Schritten bessere Resultate als bei 500m oder 2000m-Schichten ergibt, was aus Abb. 3 (rechter Teil) plausibel wird,
- o laterale Dichteanomalien bis etwa  $0.1 \text{ g/cm}^3$  existieren, die allerdings durch die Meßdaten nicht genau erfaßbar sind,
- o die Beckentiefe zwischen den östlichen Punkten C und G (Abb.2) um einige hundert Meter zu vergrößern wäre oder der Dichtesprung zum Untergrund (nur mehr 0.06) dort zu klein angenommen ist.

Das letztlich gewählte Modell wies mittlere Residuen von  $+0.38''$  auf, also etwas mehr als die automatisiert berechneten, aber einfacheren Modelle des Südbereichs (voriges Kapitel). Allerdings steht es mit geologischen bzw. seismischen Befunden in keinerlei Widerspruch und beinhaltet extreme Bruchzonen, über deren grenznahen Aufbau die ÖMV erst vor wenigen Jahren Kenntnisse gewinnen konnte.

Die topografisch - geologisch reduzierten Lotabweichungen (incl. Trendanteile) und die Residuen dieses Modells sind aus den Abbildungen 8 und 9 zu ersehen. Der regionale Trend beträgt

$$\begin{aligned} & - 0.194'' x + 0.119'' y - 0.44'' \text{ in Nord-Süd-Richtung } (\xi) , \\ & + 0.127'' x - 0.306'' y + 1.89'' \text{ in Ost-West-Richtung } (\eta) . \end{aligned} \quad (3)$$

Künftige Verbesserungsmöglichkeiten bestehen in Dichtebezirken unabhängig vom Beckengrund, in nichtlinearem Trendansatz (erst bei etwas größerem Gebiet sinnvoll) und in der Berücksichtigung von tieferen (mesozoischen) Schichtungen.

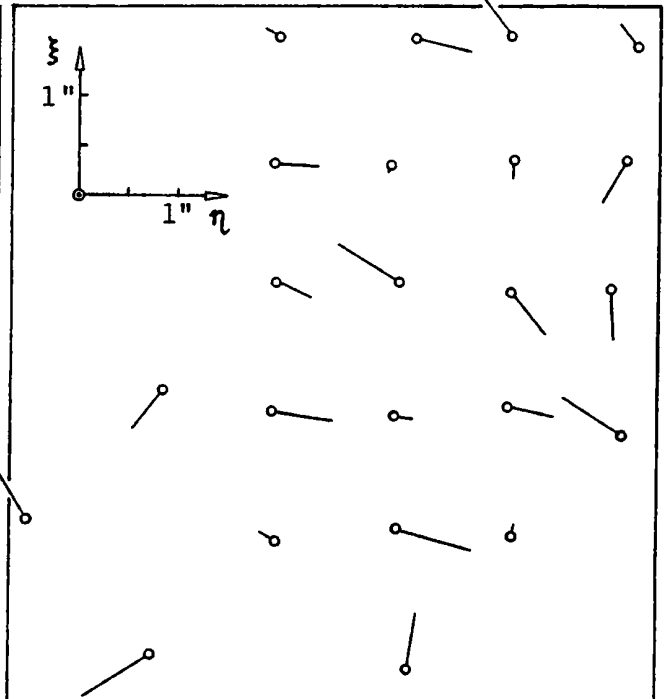
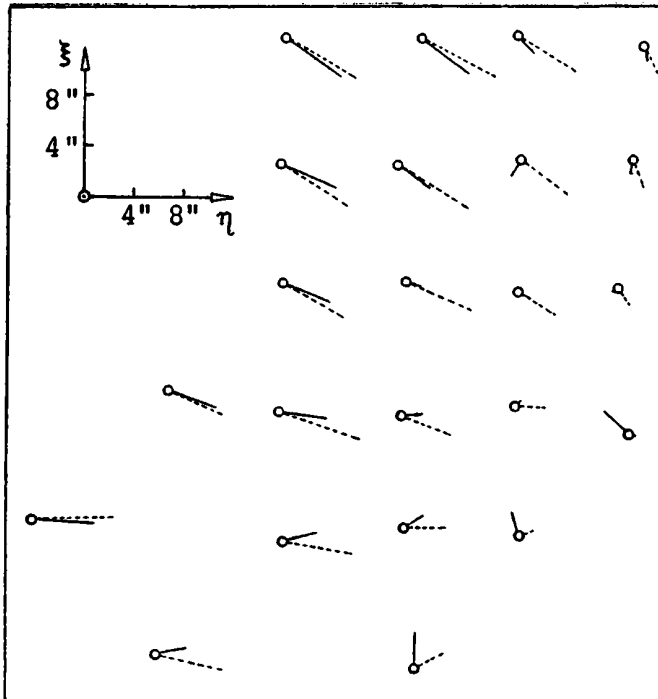


Abb. 8: topografisch-geologisch reduzierte Lotabweichungen der endgültigen Modellvariante.

Abb. 9: Residuen zu Abb.8 bei Abzug des linearen Trends (3), Punktlage siehe Abb.2.

Auf Seiten der Meßgenauigkeit wird an einem vernetzten Ausgleich der  $\eta$ -Lotabweichungskomponente gearbeitet, um kleinste Änderungen der Reaktionszeit des Beobachters zu erfassen /4/. Dadurch dürften die Genauigkeiten um etwa 30 % steigen und gewisse systematische Fehleranteile, die aus Abb.9 zu vermuten sind, verschwinden. Die in Entwicklung befindlichen automatisierten Meßverfahren werden zu weiterer Genauigkeitssteigerung und beschleunigter, leichterer Messung beitragen.

In naher Zukunft wird daher die geophysikalische Interpretation von Lotabweichungen gleichberechtigt neben die klassischen gravimetrischen Verfahren treten können.

#### 4. ZWEI ANREGUNGEN ZUR GRAVIMETRIE IM GEBIRGE

Im Zuge dieser und ähnlicher Untersuchungen des Verfassers ergaben sich interessante "Nebenprodukte". Die im Gebirge so aufwendige topografische Reduktion und Lotkrümmungsberechnung kann wesentlich vereinfacht werden, weil die Gebirgsketten meist genähert symmetrisch sind und sich die Wirkung einzelner

Prismenteile aufhebt (Abb. 10). Daher ist die Lotabweichung in P und P' (Symmetrie zur Hangmitte) fast gleich und hat entlang jedes Hanges einen parabelähnlichen Verlauf. Auch in sehr asymmetrischen Gebirgen kann sie in Minutenschnelle aus einer groben Karte - ohne digitale Geländemodelle - auf  $\pm 5 - 10 \%$  berechnet werden /7/.

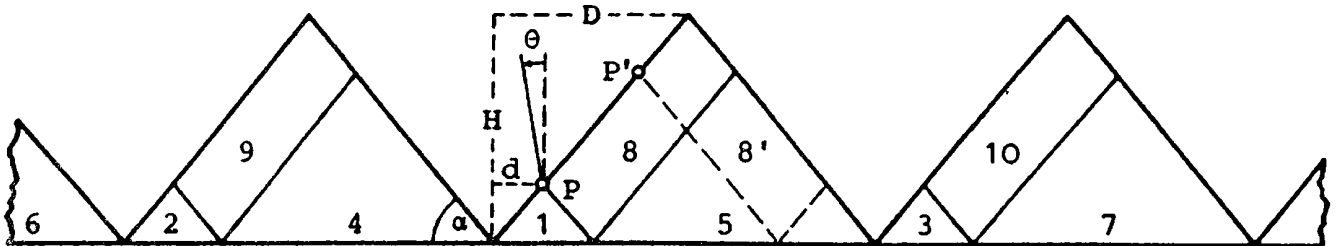


Abb. 10: Symmetrie der Lotabweichung in regelmäßigen Bergketten

Ähnliches ist für den Betrag der Schwere bzw. ihre Gelände-korrektur zu vermuten und wäre diesbezügliche Untersuchungen wert. Damit wären die nächsten 10 - 20 Jahre zu überbrücken, bis weltweit genaue Geländemodelle vorliegen, und auch rasche gravimetrische Auswertungen im Felde möglich.

Eine zweite Anregung betrifft die Bouguer-Anomalie  $\Delta g_B$ . Sie ist bekanntlich im lokalen Bereich fast konstant, aber mit einer "mittleren Geländehöhe"  $\bar{h}$  negativ korreliert. Im Zuge der obigen Untersuchungen zeigte sich, daß  $\bar{h}$  innerhalb eines Radius  $\bar{r}$  zu mitteln wäre, der dem durchschnittlichen Horizontalabstand der Hauptkämme vom Tal (D in Abb. 10) entspricht. Für die Alpenländer ergab sich

$$\Delta g_B \approx - 0.080 \bar{h}(\bar{r}) \quad (\text{in mGal und m}), \quad (4)$$

wobei  $\bar{r}$  in den Ostalpen durchschnittlich 6 km beträgt. Die "Konstante" ist selbstverständlich nur ein Mittelwert, aber (4) eignet sich gut zur lokalen Extrapolation von  $\Delta g_B$ . Ähnliche Schnellmethoden gibt es für die Lotkrümmungs- und orthometrische Korrektur /7/ und vermutlich auch für die Schweregradienten.

Ich hoffe, daß ein junger Kollege die Anregung aufgreift!

L I T E R A T U R

- /1/ I. BERNAUER, A. GEIGER: Lokale Schwerefeldbestimmung und gravimetrische Modellrechnungen im Satelliten - Testnetz "Turtmann", Wallis. Geod.-geophys. Arb. Schweiz, Band 38, 1986.
- /2/ K. BRETTERBAUER, G. GERSTBACH: Die astro-geodätischen Arbeiten der TU Wien. Ö.K.I.E. Band III, Das Geoid in Österreich, S. 61 - 72, Graz 1983.
- /3/ J. DUREGGER: Tiefenbestimmung im nördlichen Wiener Becken aus Lotabweichungen durch Variation von Mehrschichtmodellen. Diplomarbeit an der Abt. Theoret. Geodäsie, TU Wien 1986.
- /4/ H. FROTSCHNIG: Weiterentwicklung des Programms LAMAUS zur Ermittlung der persönlichen Gleichung aus astron. Längenbestimmungen. Diplomarbeit Abt. Theoret. Geodäsie, TU Wien 1989
- /5/ G. GERSTBACH: Bestimmung der Sedimentdicke aus Lotabweichungen im Testfeld "Wiener Becken". Zeitschr. für Vermess.Wesen 107/8, S. 346 - 357, Stuttgart 1982.
- /6/ G. GERSTBACH: Interpretation von Lot- und Schwerestörungen durch Ausgleichung flexibler Tiefenmodelle. Berichte ü. den Tiefbau der Ostalpen Band 13, S. 191 - 198, Zentralanstalt f. Met. u. Geodyn., Alpengrav.Kolloquium 1986.
- /7/ G. GERSTBACH: Precise Alpine Geoid Determination without Digital Terrain Models. Bulletin Géodésique 62, S. 541-563, Paris 1988.
- /8/ H.J. MÖNICKE: Interpretation astronomisch-geodätischer Lotabweichungen im Oberrheingraben. Deutsche Geod. Komm., Heft C 265, München 1981.
- /9/ P. SOLLEREDER: Astronomisches Flächennivellement zur Untersuchung der Beckenstruktur im Süden Wiens, Teil II. Diplomarbeit Abt. Theoret. Geodäsie, TU Wien 1981.
- /10/ G. WESSELY, G. GOHS: Vienna Basin, Floor and Subcrop of Alpine Tectonic Units. ÖMV-Tiefenkarte, Wien 1984.

---

BERECHNUNG VON BOUGUERANOMALIEN MIT VARIABLEM DICHTANSATZ

B.Meurers, P.Steinhauser, D.Zych

Uni Wien

---

## 1. Einleitung

Bei gravimetrischen Untersuchungen im Hochgebirge stellen die extremen topographischen Gegebenheiten in mehrfacher Hinsicht hohe Anforderungen hinsichtlich der korrekten Reduktion der Messdaten. Dies gilt insbesondere für die adäquate Approximation sowohl der Topographie als auch der Dichteverteilung durch mathematische Modelle. Hinsichtlich der topographischen Reduktion macht das extrem variable Hochgebirgsrelief die Verwendung eines hochauflösenden Verfahrens (Steinhauser et al., 1989) erforderlich. Dabei hat es sich von vornherein als zweckmäßig erwiesen, Seen und Gletscher in der näheren Umgebung von Schwerestationen wegen ihres extrem großen Dichtekontrastes zu den anderen Gesteinskörpern gesondert im Reduktionsmodell zu berücksichtigen (Ruess, 1985). Hierbei ist die Wassertiefe einfach bestimmbar, aber auch die Eismächtigkeit der Gletscher kann mit geringem Aufwand mittels empirischer Formeln abgeschätzt werden, sofern sie nicht direkt aus seismischen Messungen resultiert (Steinhauser et al., 1984).

Im folgenden soll nun die Auswirkung der unterschiedlichen Oberflächendichte der geologischen Strukturen auf die Massenreduktion untersucht werden. Dabei ist die Dichteverteilung auch im Hinblick auf topographisch bedingte Effekte, die infolge großer Stationshöhenunterschiede das Anomalienbild systematisch verzerren, zu diskutieren.



## 2. Problemstellung

Für den Fall einer einheitlichen, von den Ortskoordinaten unabhängigen Dichteverteilung gilt für die Bougueranomalie  $\delta g''$  der bekannte Ausdruck:

$$(1) \quad \delta g''(x, y, z) = g(x, y, z) - \Gamma(x, y) + \delta g_{\text{niv}}(x, y, z) - \delta g_{\text{M}}(x, y, z)$$

mit

$$(2) \quad \delta g_{\text{M}}(x, y, z) = \delta g_{\text{BPL}}(z) - \delta g_{\text{top}}(x, y, z) \quad \text{Massenreduktion}$$

In Gl. (2) ist der sogenannte Bouguerplattenterm

$$\delta g_{\text{BPL}} = 2\pi f \sigma z \quad (+ \dots)$$

enthalten, der im Falle einer unendlich ausgedehnten, ebenen Bouguerplatte exakt, bei der sphärische Platte in erster Näherung durch eine lineare Funktion der Stationshöhe  $z$  definiert wird. Im allgemeinen hängt aber auch die topographische Korrektur  $\delta g_{\text{top}}$  von der Höhe ab, wobei sich jedoch keine funktionalen Beziehungen angeben lassen. In jedem Fall wird durch sie der Betrag der gesamten Massenreduktion systematisch vermindert, sodaß über den Bouguerplattenterm die maximal möglichen Reduktionsanomalien abgeschätzt werden können, die bei Annahme eines konstanten Dichtefehlers entstehen. Sie erreichen bzw. überschreiten die Größenordnung lokaler Bougueranomalien, weshalb ein korrektes Modell für die Verteilung der Oberflächendichten vor allem in Gebieten mit ausgeprägtem topographischen Relief und großen Stationshöhendifferenzen notwendig ist.

Üblicherweise wird dieser Fehler in erster Näherung dadurch vermieden, daß die Massenreduktionen mit der im Untersuchungsgebiet herrschenden Durchschnittsdichte durchgeführt werden. Dabei hat sich gezeigt, daß die Krusten-Standarddichte von  $2.67 \text{ g/cm}^3$  im Be-

reich der Ostalpen für die Oberflächengesteine als repräsentativ angesehen werden kann (Steinhauser, Pustisek, 1987). Dieser Ansatz einer Durchschnitts-Reduktionsdichte hat sich bei regionalen Schwereuntersuchungen bestens bewährt. Für Fragestellungen der angewandten Gravimetrie, wo auch kleinräumige lokale Anomalien richtig erfaßt werden müssen, besitzt dieses Verfahren im Hochgebirge jedoch nicht das erforderliche Auflösungsvermögen. In diesem Fall ist es erforderlich, die Dichteverteilung der geologischen Körper oberhalb des Reduktionsniveaus im einzelnen zu berücksichtigen.

Abb. 1 zeigt schematisch die zu erwartende Auswirkung eines gegenüber der wahren Dichte um den Dichtefehler  $\pm\delta\sigma$  veränderten Dichteansatzes. Bei der Massenreduktion  $M$  und der Bougueranomalie  $BA$  werden für extreme Stationslagen (Berggipfel, Tallage) entsprechende Fehler  $\delta M$  und  $\delta BA$  hervorgerufen. Bei positiver Dichtedifferenz tendieren die Bougueranomalien der hoch gelegenen Gravimeterstationen zu negativen, die Talstationen zu positiven Fehlern und umgekehrt.

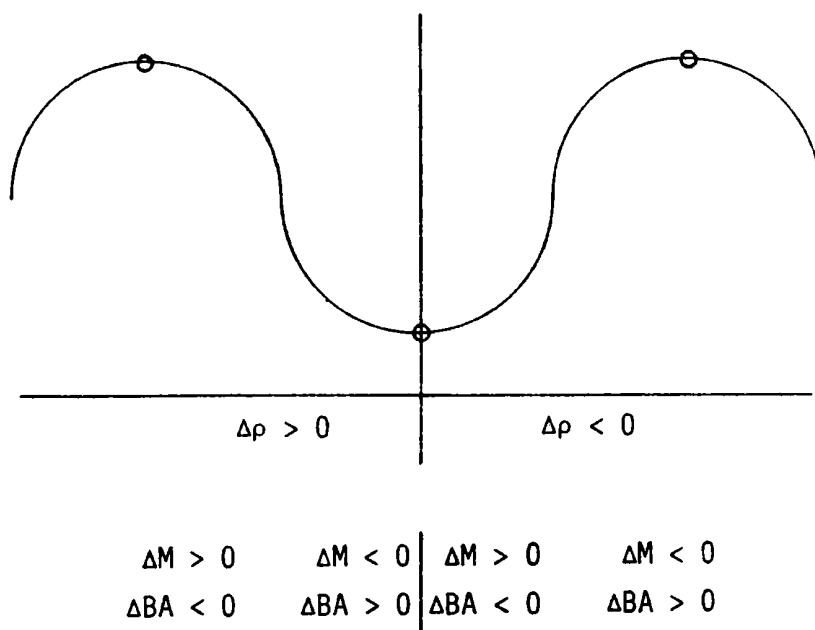


Abb. 1: Auswirkung von Dichtefehlern auf die Massenreduktion

### 3. Fallstudie

An Hand eines Beispiels soll in der Folge die Auswirkung eines der Oberflächengeologie entsprechenden variablen Dichteansatzes auf das Bougueranomalienbild diskutiert werden. Das verwendete Datenmaterial stammt aus einer gravimetrischen Detailuntersuchung im Bereich der Nördlichen Kalkalpen Österreichs (Zych, 1988), in dem auf etwa 4200 km<sup>2</sup> insgesamt 3300 Schwerestationen unter extremen Gebirgsverhältnissen flächenhaft verteilt sind. Der besseren Übersicht wegen wurde hieraus ein besonders charakteristisches Testgebiet ausgewählt, auf das ungefähr 150 Schwerestationen entfallen. Abb. 2 zeigt die aufgrund der Stationshöhen interpolierte Höhenverteilung des 210 km<sup>2</sup> großen Testgebietes. Die Schwerestationen liegen demnach in einem Höhenintervall von 700 bis 2400 m, womit die Bandbreite der Stationshöhen wohl als extrem groß klassifiziert werden kann.

Die topographische Korrektur wurde durch Quaderapproximation des Geländes mit entfernungsabhängigen Grundflächen unter Verwendung eines speziell auf die Erfordernisse in hochalpinem Gelände abgestimmten Höhenmodells (Ehrismann, Lettau, 1971; Götze et al., 1980; Ruess, 1985) berechnet. Zur Vermeidung von systematischen Approximationsfehlern bei extrem rauhem Relief in unmittelbarer Stationsumgebung wurden geeignete numerische Verfahren eingesetzt (Granser, 1987; Meurers, 1986).

### 4. Geländemodell

Die Basis für den Ansatz der Reduktionsdichte bildet ein digitales Dichtemodell für die Oberflächengesteine in Österreich (Granser et al., 1983; Steinhauser et al., 1984), dem vorwiegend direkte (ca. 6000 Gesteinsproben), aber auch indirekte Methoden (Nettletonverfahren, Seismik) zur Dichtebestimmung zugrunde liegen. Die Detailauflösung im Untersuchungsgebiet erfolgte durch zusätzliche, systematische Probenentnahme während der gravimetrischen Feld-

messungen. Abb. 3 zeigt den der Abb. 2 entsprechenden Ausschnitt des Dichtemodells . Die Rastergröße beträgt analog zum Geländehöhenmodell der Ostalpen 370 m x 390 m. Im gewählten Ausschnitt treten hauptsächlich drei Dichteprovinzen auf, die den Dolomittgesteinen ( $\sigma=2.82 \text{ g/cm}^3$ ), den Kalken ( $\sigma=2.70 \text{ g/cm}^3$ ) sowie den niedrigen Dichtewerten der Talfüllungen ( $\sigma=2.30 \text{ g/cm}^3$ ) zuzuordnen sind.

Da die Talfüllungen im allgemeinen nicht bis zum Reduktionsniveau reichen, muß zusätzlich eine Modellannahme über die Tiefenstruktur dieser Sedimente getroffen werden. Entsprechende Mächtigkeitsangaben können dabei zusätzlich mit Hilfe einzelner seismischer Profile und aus Bohrungen gewonnen werden.

Aufgrund von Überschlagsrechnungen erweist es sich als ausreichend, nur jene Talfüllungen zu erfassen, deren Sedimentmächtigkeit 25 m übersteigt. Über die Dichte der unterhalb der Talsedimente liegenden Gesteine existieren naturgemäß keine Informationen. Diese Grundgebirgsdichte muß daher aus den an den seitlich unmittelbar anschließenden Dichteprovinzen extrapoliert werden. Um diese Abschätzung zu objektivieren, erfolgt sie durch kreisförmige Mittelbildung über die von der Talfüllungsdichte abweichenden Werte, die schrittweise solange auf den jeweils nächsten Ring von Rasterelementen erweitert wird, bis mindestens 5 Elemente für die Mittelwertbildung der Grundgebirgsdichte verfügbar sind.

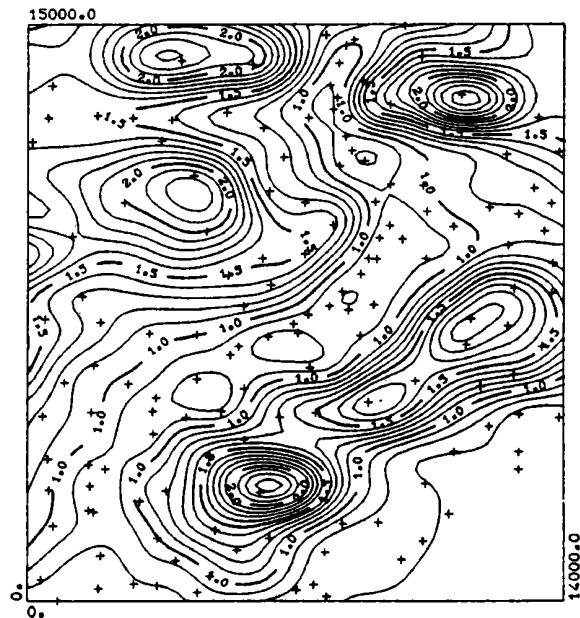


Abb. 2: Stationshöhenverteilung des Testgebietes

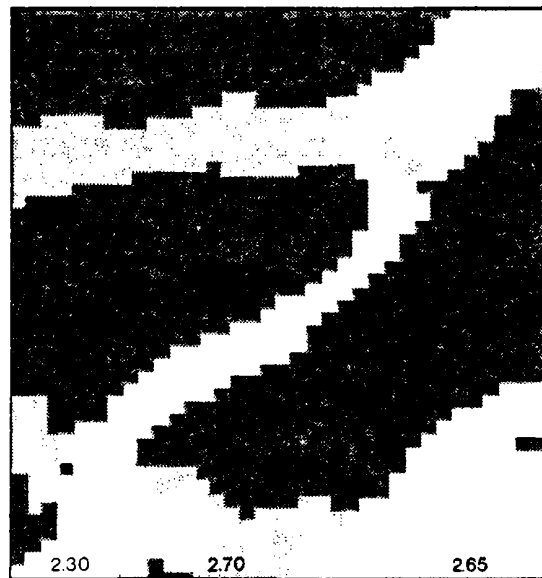


Abb. 3: Verteilung der Oberflächendichte im Testgebiet

## 5. Berechnungsverfahren

Da die Dichteverteilung digital im selben Raster wie das Höhenmodell vorliegt, kann die Berechnung der Bougueranomale mit variabler Dichte mit dem gleichen Verfahren erfolgen, das auch zur Bestimmung der topographischen Korrektur für die Standardbougueranomale herangezogen wird. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Massenkorrektur in einem Zug durch Abtragung aller topographischen Massen bis zum Reduktionsniveau berechnet wird, wobei jeder Reduktionssäule der zugehörige Dichtewert zugeordnet wird. In Bereichen, wo Talfüllungen oder Seen existieren, werden dreidimensionale Dichtemodelle verwendet, in dem die Rastersäulen entsprechend unterteilt werden. Im Sinne einer geologischen Korrektur werden gegebenenfalls stets auch jene Anteile der Talfüllungen berücksichtigt, die unterhalb des Reduktionsniveaus liegen.

Grundsätzlich ist zu betonen, daß die Berechnung der dichtekorrigierten Bouguerschwere bereits einen Interpretationsschritt darstellt, da über die Dichteverteilung im Untergrund bis zum Reduktionsniveau Annahmen getroffen werden müssen, die zweifellos Modellcharakter besitzen, und nur teilweise aus Oberflächenaufschlüssen abgeleitet werden können. Das hier verwendete Modell sieht mit Ausnahme der Talfüllungen und Seen vor, daß in jeder Dichteprovinz von der Oberfläche bis zum Reduktionsniveau die Dichte einen einheitlichen, konstanten Betrag aufweist und daß die seitlichen Dichtegrenzen, die durch die Massensäulen des Reduktionsrasters definiert sind, vertikal verlaufen. Dies stellt selbstverständlich nur eine erste Approximation der tatsächlichen Verhältnisse dar. Praktische Versuche haben aber mehrfach die Brauchbarkeit dieses Ansatzes bewiesen, insbesondere im nordalpinen Überschiebungsgebiet (Zych, 1969; Granser, 1982). Um entstehende Approximationsfehler möglichst klein zu halten, kann es zweckmäßig sein, das Reduktionsniveau in Hochlage zu bringen.

## 6. Diskussion der Ergebnisse

In der Bouguerschwereverteilung der nördlichen Kalkalpen ist in vielen Talbereichen eine enge Korrelation mit der Topographie zu erkennen. Dies ist einerseits durch die in diesen Tälern abgelagerten quartären, teils auch tertiären Sedimente, andererseits durch mit dem Talverlauf zumindest teilweise übereinstimmende Störungszonen interpretierbar.

Der Vergleich der mit variablem Dichteansatz berechneten Daten mit den Werten der Standardbougueranomalie zeigt, daß die durch die Talfüllungen verursachten Anomalien in ihrer Amplitude deutlich reduziert werden. Daneben ergeben sich im gesamten Untersuchungsgebiet eine beträchtliche Niveauverschiebung und Glättung des Isanomalenbildes. Die Bandbreite der in den Tiroler Kalkalpen auftretenden Bougueranomalie-Differenzen ist mit etwa 22 mGal außerordentlich hoch. Die flächenhafte Verteilung dieser Differenzen im Testgebiet stellt Abb. 4 dar. Der Vergleich mit Abb. 3 zeigt die erwartungsgemäß enge Korrelation mit den Dichteprovinzen.

Außerdem wurde die Bougueranomalie mit zwar konstanter Standarddichte von  $\sigma=2.67 \text{ g/cm}^3$ , jedoch zusätzlicher geologischer Korrektur der Talfüllungen bestimmt. Die Amplituden der mit den Tälern zusammenfallenden lokalen Anomalien sind dementsprechend deutlich reduziert, es bleiben allerdings größere Restanomalien als bei der vorher diskutierten umfassenden Dichtereduktion bestehen. Die Verbesserungen gegenüber dem Standardverfahren betragen immer noch bis zu 6 mGal und werden in Abb. 5 dargestellt. Erwartungsgemäß sind nur innerhalb der Bereiche mit großen Sedimentmächtigkeiten signifikante Differenzen vorhanden. Außerhalb der Talbereiche sind statistische Schwankungen zu beobachten, die auf Unterschiede im Berechnungsverfahren für die Massenkorrekturen bei der Bestimmung der Standardbougueranomalie zurückzuführen sind. Die Beschränkung der Talfüllungskorrekturen auf Talbereiche mit Sedimentmächtigkeiten von mehr als 25 m wird durch dieses Resultat gerechtfertigt.

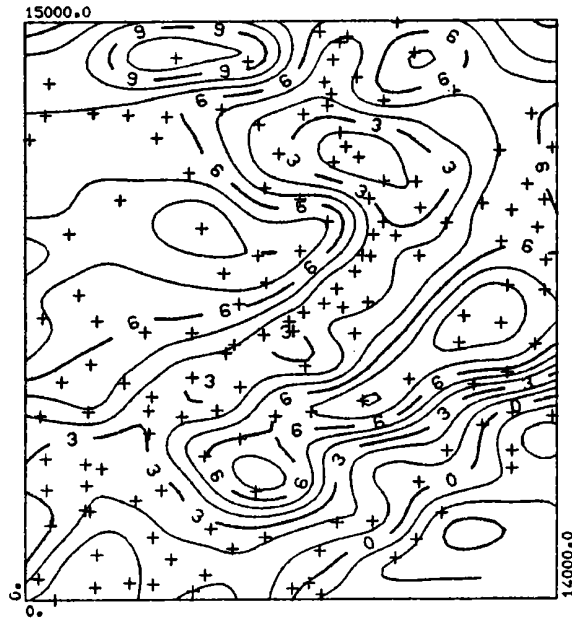


Abb. 4: Differenz zwischen der Standard- und der mit variablem Dichteansatz (Niveau: 0 m) berechneten Bougueranomalie

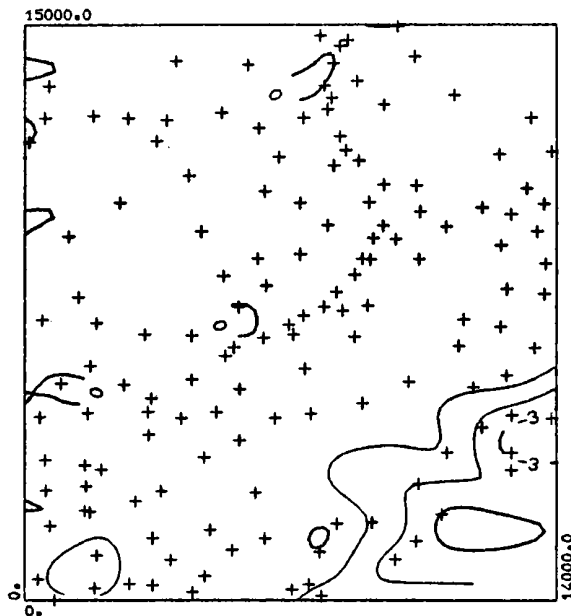


Abb. 5: Differenz zwischen der Standard- und der ausschließlich bezüglich der Talfüllungen geologisch reduzierten Bougueranomalie



Abb. 6 zeigt schließlich die Differenz zwischen der Bouguerschwere mit variablem Dichteansatz und der nur bezüglich der Talfüllungen geologisch reduzierten Standardbougueranomalie. Obwohl in beiden Berechnungen die Wirkung der Talsedimente in völlig gleicher Weise korrigiert wurde, zeichnen sich in dieser Darstellung deutlich mit der Stationshöhenverteilung gekoppelte Strukturen ab. Dieser Effekt ist daher ausschließlich auf die stark unterschiedlichen Höhen der Schwerestationen (400-2600 m) zurückzuführen und übertrifft an vielen Stellen die Gravitationswirkung der Talfüllungen bei weitem. In Abb.7 werden die Unterschiede zwischen beiden Reduktionsverfahren für das gesamte Datenmaterial dargestellt. Deutlich lassen sich hier die dominierenden Dichteprovinzen und bestehende Höhenabhängigkeiten an den linienförmigen Verdichtungen der Punktwolke entlang jener Bouguerplattenterme erkennen, die den entsprechenden Dichtewerten zuzuordnen sind.

Die Beseitigung der Reduktionsanomalien, die wegen ihrer Höhenabhängigkeit eine Verstärkung ausgeprägt hochfrequenter Anteile im Spektrum der Schwereanomalie erwarten lassen, sollte daher zu einer Glättung des Schwerebildes führen. Die Verbesserung durch das gewählte Dichtemodell kann daher durch Anwendung von Feldtransformationen überprüft werden, deren Filteroperatoren Hochpasseigenschaften aufweisen, wie dies für die Vertikalgradientenfelder gilt (Abb. 8). Lokale Vertikalgradientenanomalien werden in ihrer Amplitude wesentlich reduziert, wenn die Bougueranomalie mit einem variablen Dichteansatz berechnet wird (Abb. 8b). Insbesondere ist die räumliche Koinzidenz von lokalen Extrema des Vertikalgradienten der Standardbougueranomalie (Abb. 8a) mit topographischen Strukturen auffällig, während der regionale Trend der Isanomalien vom Dichteansatz weitgehend unabhängig ist. Dieser Vergleich kann daher als Hinweis auf die Brauchbarkeit des verwendeten Dichtemodells gesehen werden.

Zur Untersuchung langwelliger Schwerefeldkomponenten, die dem regionalen Trend zugeordnet werden können, wurden beide Bouguer-anomaliefelder einer Tiefpassfilterung (Wellenlängenfilter) mit

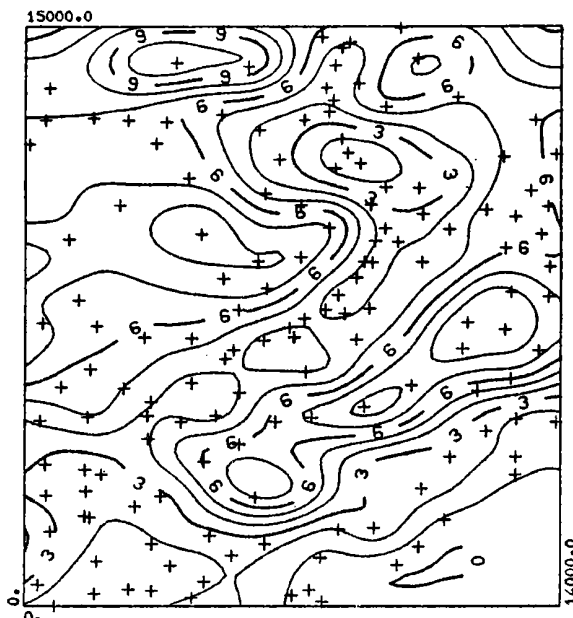


Abb. 6: Differenz zwischen Bougueranomalie mit variablem Dichteansatz und der ausschließlich bezügl. der Talfüllungen reduzierten Schwereverteilung

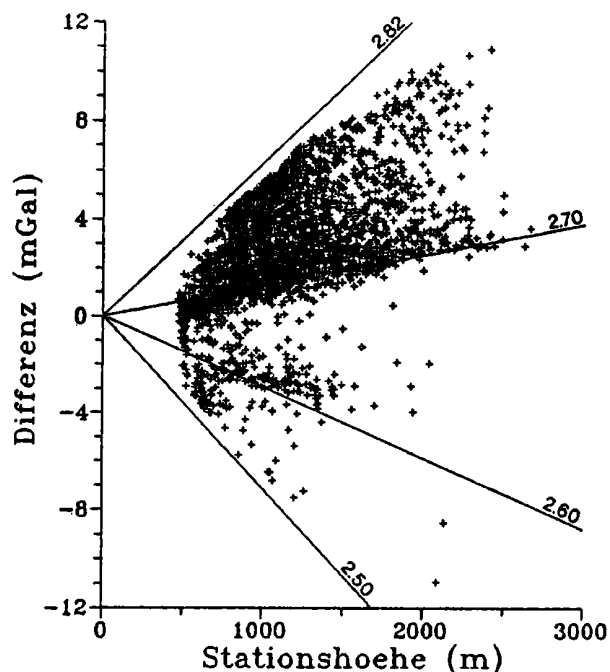


Abb. 7: Differenz zwischen Bougueranomalie mit variablem Dichteansatz und der ausschließlich bezügl. der Talfüllungen reduzierten Schwereverteilung in den Tiroler Kalkalpen

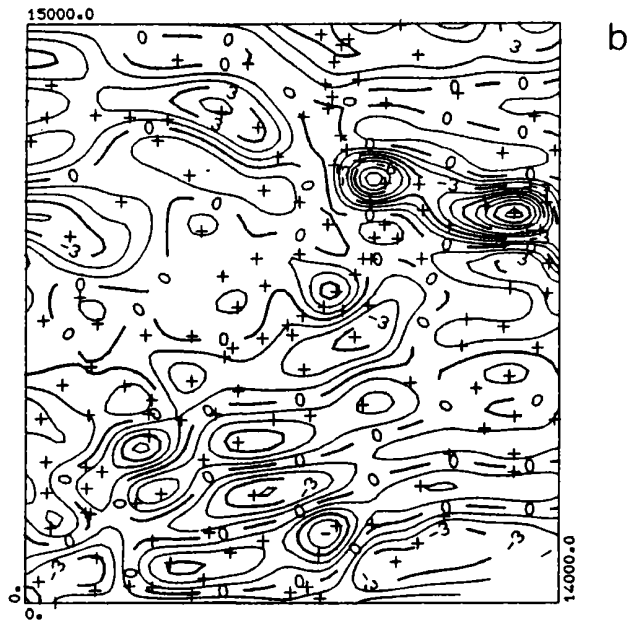
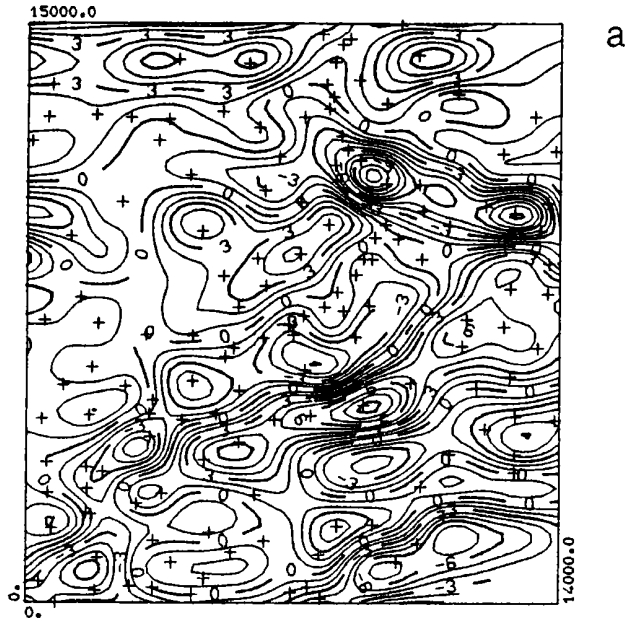


Abb. 8: Vertikalgradientenfeld  
a Standardbougueranomalie  
b Bougueranomalie mit  
variablem Dichteansatz

einer Grenzwellenlänge von 5 km unterzogen. Der Vergleich wird in Abb. 9a (Standardbougueranomalie) und Abb. 9b (Bougueranomalie mit variablem Dichteansatz) dargestellt. Im ersten Fall sind deutlich höherfrequente Anteile zu beobachten. Dies entspricht dem oben konstatierten Resultat. Darüberhinaus zeigen sich allerdings beträchtliche Unterschiede in der Amplitude des Regionalfeldes, dessen Bandbreite von 20 mGal bei der Standardbougueranomalie auf etwa 30 mGal, d.h. um 50%, anwächst. Hieraus erwachsen wesentliche Konsequenzen für die Erstellung von Modellen in tieferen Krustengebieten bei der quantitativen Interpretation des Trendfeldes.

## 7. Schlußfolgerungen

Das hier diskutierte Beispiel zeigt, daß die extremen topographischen Verhältnisse im Hochgebirge hohe Anforderungen hinsichtlich einer den tatsächlichen Gegebenheiten entsprechenden Reduktion von Schweredaten stellen. Es ist daher nicht ausreichend, für die Massenreduktionen die Krusten-Standarddichte von  $2.67 \text{ g/cm}^3$  zu verwenden. Bei der topographischen Korrektur werden dadurch wegen der großen Höhenunterschiede verstärkt Reduktionsanomalien hervorgerufen, wenn die wahre Gesteinsdichte von der Standarddichte stärker abweicht.

Das an dem Testbeispiel demonstrierte Verfahren gestattet es, Talfüllungen, Seen und Gletschermassen, also unmittelbar an der Oberfläche befindliche Strukturen mit einem großen Dichtekontrast zu ihrer Umgebung, durch Quader mit einer Grundfläche von etwa  $370 \times 390 \text{ m}$  dreidimensional zu modellieren, während die seitlichen Begrenzungen der Dichteprovinzen gebirgsbildender Strukturen entlang den Massensäulen des Reduktionsrasters bis zum Bezugsniveau vertikal verlaufen. Das Testbeispiel beweist, daß es nicht ausreicht, nur die Talfüllungen mit der wahren Dichte zu korrigieren.

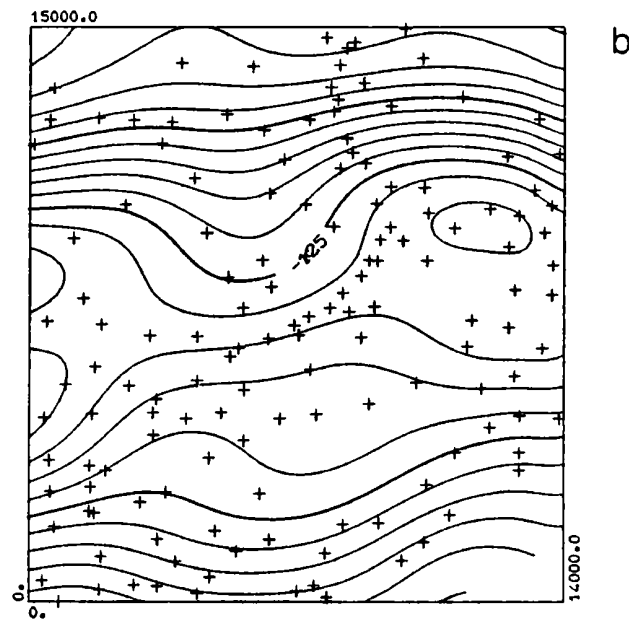
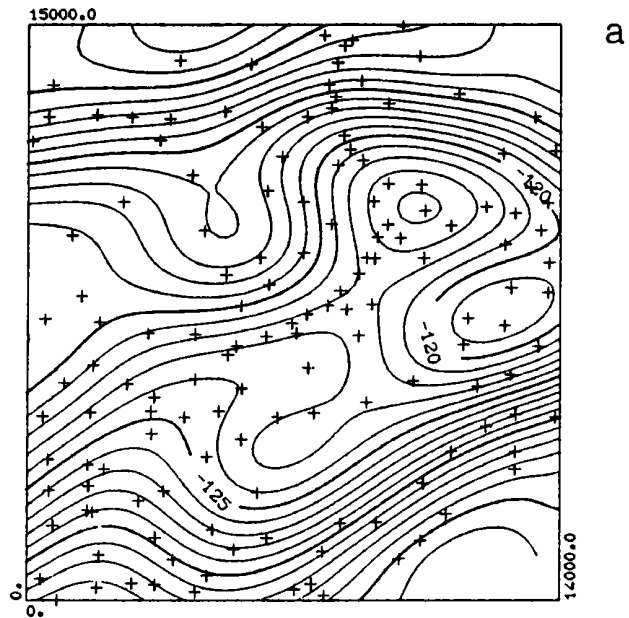


Abb. 9: Regionalfeld (Wellenlängenfilterung)  
a Standardbougueranomalie  
b Bougueranomalie mit  
variablem Dichteansatz

Wegen ihrer großen Volumina können auch die gebirgsbildenden Gesteine trotz der vergleichsweise geringen Dichtekontraste beträchtliche Reduktionsanomalien hervorrufen.

Um ein korrektes Dichtemodell zu erhalten, ist es erforderlich, sämtliche verfügbaren Informationen (Seismische Angaben, Bohrlochdaten, Inversion von Schweredaten) zu verwerten, und vor allem eine möglichst systematische und umfassende Probenentnahme unabhängig von den geologischen Verhältnissen vorzunehmen.

Die Berechnung der Massenreduktionen unter Berücksichtigung der Dichteverteilung der Oberflächengesteine verhindert die bei konventionellen Reduktionsverfahren infolge der Oberflächengeologie auftretenden Reduktionsanomalien, die von Strukturen unterhalb des Reduktionsniveaus hervorgerufene Schwerestörungen bis zur Unkenntlichkeit maskieren können.

## 8. Literatur

Ehrismann, W., Lettau, O.: Topographische Reduktion von Schwere-messungen in der näheren und weiteren Stationsumgebung. Arch. Met. Geoph. Biokl., Ser. A, 20, 383-396, 1971.

Götze, H.J., Steinhauser, P., Rosenbach, O.: Die Bestimmung der mittleren Geländehöhen im Hochgebirge für die topographische Reduktion von Schweremessungen. Ber. Tiefb. Ostalp., 9, 1980.

Granser, H.: Allgemeine Feldfortsetzung und Verfahren zur Dichte-bestimmung angewandt auf gravimetrische Untersuchungen im Hochgebirge. Unveröff. Dissertation, Univ. Wien, 1982.

Granser, H.: Topographic reduction of gravity measurements by numerical integration of boundary integrals. Geoph. prosp., 35, 71-82, 1987.

Granser, H., Hösch, K., Steinhauser, P., Zych, D.: Über das Dichte-modell in Österreich. in: Geod. Arb. Österreichs f. d. int. Erdmessung, III, 159-182, 1983.

Meurers, B.: Improvement of terrain corrections by applying numerical integration techniques and bicubic spline interpolation. Boll. Geof. Teor. Appl., 28, 111/112, 227-234, 1986.

- Ruess, D. : Berücksichtigung von Wasser- und Eismassen bei der topographischen Reduktion.  
Ber. Tiefb. Ostalp., 12, 175-177, 1985.
- Steinhauser, P., Meurers, B., Ruess, D.: Gravity investigations under extreme mountainous conditions. Zum Druck eingereicht, 1989.
- Steinhauser, P., Pustisek, A.: Estimation of the mass deficit of the Eastern Alps. Geod. Arb. Österreichs f. d. int. Erdmessung, Neue Folge, IV, 111-125, 1987.
- Steinhauser, P., Ruess, D., Zych, D., Haitzmann, H., Walach, G.: The geoid in Austria: Digital models of mean topographic heights and rock densities. Proc. XVIIIth Gen.Ass. IUGG, IAG, Vol. 1, 322-338, 1984.
- Zych, D.: Korrekturprobleme bei Schweremessungen im Alpenbereich. Erdöl u. Erdgas, 85, 3, 70-80, 1969.
- Zych, D.: 30 Jahre Gravimetermessungen der ÖMV Aktiengesellschaft in Österreich und ihre geologisch-geophysikalische Interpretation. Arch.f.Lagerst.forsch.Geol.B.-A., 9, 155-175, 1988.

---

## Berechnung der topographischen Reduktion mit der Fast Fourier Transformation

G. Goltz

FU Berlin

---

### 1. Einleitung

Mit der zunehmenden Verbreitung digital vorliegender Höhenfiles ist die Bestimmung der gravimetrischen Geländereduktion wesentlich vereinfacht worden, weil auf die mühselige Schätzung mittlerer Geländehöhen weitgehend verzichtet werden kann. Gleichzeitig wäre es aber wünschenswert, ein Berechnungsverfahren zu verwenden, das den in den Höhenfiles steckenden Informationsgehalt - bei vertretbarem Rechenzeitaufwand - voll ausnutzt. Herkömmliche Verfahren, die Quader als Elementarkörper verwenden, wie das von Ehrismann und Lettau (1971), sind wegen der Vielzahl der durchzuführenden Rechenoperationen, insbesondere wenn die Reduktion für viele Stationen berechnet werden soll, hierzu meist nur bedingt verwendungsfähig.

Ein von Sideris (1984, 1985) entwickeltes Verfahren benutzt die Fast Fourier Transformation und benötigt wesentlich weniger Rechenzeit als konventionelle Verfahren. In umfangreichen Testrechnungen ist untersucht worden, ob es das bislang in der Arbeitsgruppe Gravimetrie (FU Berlin) verwendete Verfahren nach Ehrismann und Lettau ersetzen kann.

### 2. Beschreibung des Sideris-Verfahrens

Ausgangsbasis für das Sideris-Verfahren ist die aus der Massenlinien-Formel (Bott, 1959)

$$\Delta g(x_s, y_s) = f \cdot \Delta \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \left[ \frac{1}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (h - h_s)^2}} \right] \quad (1)$$

durch Entwicklung des zweiten Bruchs in eine Taylorreihe gewonnene Näherungslösung

$$\Delta g(x_s, y_s) = \frac{f \cdot \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3}, \quad (2)$$

die eine ausreichende Approximation der Schwerewirkung eines Quaders mit ebener Deckfläche



gewährleistet, wenn die Bedingung

$$\left| \frac{h - h_s}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}} \right| \ll 1 \quad (3)$$

erfüllt ist. Die Taylorreihen-Entwicklung wird hier bereits nach dem linearen Glied abgebrochen.

Es gelten dabei die Bezeichnungen:

- $\Delta g(x_s, y_s)$  : Geländereduktion im Punkt  $(x_s, y_s)$ ,
- $f$  : Gravitationskonstante,
- $\Delta \rho$  : Reduktionsdichte,
- $\Delta x, \Delta y$  : Kantenlänge der Quadergrundfläche,
- $x_s, y_s$  : x- und y-Koordinaten des Aufpunkt,
- $x, y$  : x- und y-Koordinaten des Quellpunkts,
- $h, h_s$  : Höhe der Massenlinie und des Aufpunkts.

Liegen mittlere Höhen auf einem regelmäßigen Gitter vor, kann die topographische Reduktion unter Verwendung der grundlegenden Beziehung (2) einfach berechnet werden:

$$\Delta g(x_s, y_s) = \frac{f \cdot \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{[h(x, y) - h(x_s, y_s)]^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3}, \quad (4)$$

wobei für die Koordinaten  $x$  und  $y$  bzw.  $x_s$  und  $y_s$  des Höhenrasters die Beziehungen

$$\begin{aligned} x &= i \cdot \Delta x \quad , \quad i = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \\ y &= j \cdot \Delta y \quad , \quad j = 0, 1, 2, \dots, N - 1 \end{aligned}$$

gelten. Der Gitterabstand beträgt in  $x$ -Richtung  $\Delta x$  und in  $y$ -Richtung  $\Delta y$ .

Da angenommen wird, daß Stationshöhen und mittlere Geländehöhen an den Gitterpunkten identisch sind, muß ausgeschlossen werden, daß der Nenner in Gleichung (4) gleich *Null* wird, weshalb jetzt folgende Definition eingeführt wird:

$$r^{-3}(x - x_s, y - y_s) = \begin{cases} [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2]^{-\frac{3}{2}} & : \quad \text{sonst} \\ 0 & : \quad x = x_s, y = y_s \end{cases} \quad (5)$$

Nach Ausmultiplizieren des Zählers und Zusammenfassen nimmt Gleichung (4) folgende Form an

$$\begin{aligned} \Delta g(x_s, y_s) = & \frac{f \cdot \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \\ & \left[ \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} r^{-3}(x - x_s, y - y_s) \cdot h^2(x - x_s, y - y_s) \right. \\ & - 2h(x_s, y_s) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} r^{-3}(x - x_s, y - y_s) \cdot h(x - x_s, y - y_s) \\ & \left. + h^2(x_s, y_s) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} r^{-3}(x - x_s, y - y_s) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Die ersten beiden Terme in der eckigen Klammer aus Gleichung (6) sind diskrete Faltungen, die auf einfache Weise mit der FFT unter Ausnutzung des Faltungstheorems berechnet werden können. Die dritte Doppelsumme entspricht dem Mittelwert des Abstands aller Gitterpunkte vom Mittelpunkt des Rasters.

Als endgültige Formel für die Geländereduktion erhält man schließlich

$$\Delta g = \frac{f \Delta \rho}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \left[ \mathcal{F}^{-1} (\mathcal{F}(r^{-3})\mathcal{F}(h^2)) - 2h \mathcal{F}^{-1} (\mathcal{F}(r^{-3})\mathcal{F}(h)) + h^2 \langle r^{-3} \rangle \right]. \quad (7)$$

Hierbei ist  $\mathcal{F}$  der Operator der Fourier-Transformation und  $\mathcal{F}^{-1}$  der Operator der inversen Fourier-Transformation. Für die Mittelwertbildung wird das Symbol  $\langle \rangle$  verwendet.

Das Verfahren liefert die topographische Reduktion gleichzeitig für *alle* Gitterpunkte, wobei die Reduktion im Nahbereich, d. h. innerhalb des Rasterelements mit Kantenlängen  $\Delta x$  und  $\Delta y$ , in dessen Mittelpunkt sich jeweils der Stationspunkt befindet, gesondert berechnet werden muß (z. B. nach Schöler, 1976 oder Klingelé, 1980/81), weil nach der Definition (5) für verschwindenden Abstand  $r^{-3}$  dieses Rasterelement keinen Beitrag zur Reduktion liefert.

Wegen FFT-spezifischer Randeffekte nehmen die auftretenden Fehler vom Zentrum des Rasters nach außen hin zu, weshalb die für die randlichen Bereiche berechneten Geländereduktion keine Aussagekraft besitzen. Da aber das Gebiet, für das Reduktionen bestimmt werden sollen, von vorneherein um weitere Punkte –in Abhängigkeit des Reduktionradius– zu ergänzen ist, spielt diese Einschränkung keine wesentliche Rolle.

Die durchgeführten Rechnungen zeigen, daß brauchbare Ergebnisse für ein zentrales Gebiet, das ungefähr 40% × 40% des gesamten Rasters umfaßt, erzielt werden.

Zwei Einschränkungen bei der Anwendung des Verfahrens müssen stets bedacht werden:

- (a) Da die angegebenen Formeln nur für den ebenen Fall gelten, ist das Verfahren bei großräumigen Gebieten, bei denen die Sphärizität der Erde nicht vernachlässigt werden darf (Jung, 1961), nicht mehr uneingeschränkt zu verwenden.
- (b) Liegen die Stationspunkte nicht auf einem regelmäßigen Gitter vor, muß zusätzlich auf die wahren Stationslagen und Stationshöhen interpoliert werden. Dafür kommen Splinefunktionen oder bilineare Interpolationsformeln in Frage (Forsberg, 1985).

### 3. Modifikation des Sideris-Verfahrens

Vor Berechnung der topographischen Reduktion mit dem FFT-Verfahren müßte stets geklärt werden, ob die Bedingung (3) für alle Rasterpunkte erfüllt ist, weil sonst unakzeptable große Fehler, die sich bis zu einigen *mgal* summieren können, auftreten. Weil diese Überprüfung zeitaufwendig und nicht ganz unkritisch ist, wurde ein anderer Weg eingeschlagen, um das Verfahren trotzdem verwenden zu können.

Zur Verringerung der wegen der verwendeten Näherungsformel auftretenden Fehler sind prinzipiell zwei Verfahrensweisen denkbar

- Berücksichtigung des quadratischen Terms der Taylorreihen-Entwicklung in Gleichung (1) oder
- Modifikation der Filterfunktion  $r^{-3}$  in Definition (5).

Im ersten Fall lautet die Berechnungsformel der Geländereduktion

$$\Delta g(x_s, y_s) = f \cdot \Delta \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \left[ \frac{1}{2} \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3} - \frac{3}{8} \frac{(h - h_s)^4}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^5} \right]. \quad (8)$$

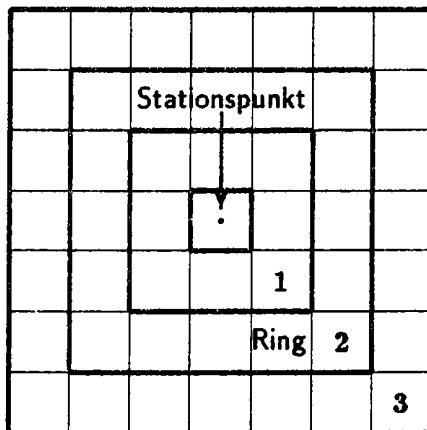
Der quadratische Term der Taylorreihen-Entwicklung kann ebenfalls mit Hilfe der FFT bestimmt werden; insgesamt sind statt der ursprünglichen zwei Faltungen zusätzlich weitere vier zu berechnen:

$$\begin{aligned} \Delta g = f \cdot \Delta \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y & \left[ \frac{1}{2} \left( \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-3}) \mathcal{F}(h^2) \right) - 2h_s \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-3}) \mathcal{F}(h) \right) + h_s^2 \langle r^{-3} \rangle \right) - \right. \\ & \frac{3}{8} \left( \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h^4) \right) - 4h_s \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h^3) \right) + \right. \\ & 6h_s^2 \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h^2) \right) - 4h_s^3 \mathcal{F}^{-1} \left( \mathcal{F}(r^{-5}) \mathcal{F}(h) \right) - \\ & \left. \left. h_s^4 \langle r^{-5} \rangle \right) \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Die Modifikation der Filterfunktion  $r^{-3}$  greift einen schon von Bott (1959) gemachten Vorschlag auf, in dem es heißt

*"The errors from all sources are the largest for small values of  $r$ , and thus it is desirable for the programme to include a facility for ignoring the squares in the immediate vicinity of the station concerned."*

Jeder Rasterpunkt wird "ringförmig" von weiteren Gitterpunkten umgeben, wobei die Einteilung nach der in Abbildung 1 dargestellten vorgenommen wird. Die acht direkten Nachbarpunkte gehören zu Ring 1, die nächsten sechzehn zu Ring 2 usw.



**Abbildung 1:** Einteilung des Reduktionsgebiets in verschiedene Ringe um den jeweiligen Stationspunkt.

In Definition (5) wird jetzt nicht nur für  $x_s = x$  und  $y_s = y$ , sondern auch für diejenigen Punkte, die sich innerhalb der vorzugebenden Ringe befinden,  $r^{-3} = 0$  gesetzt. Damit wird eine Ausblendung des Bereichs, durch den die größten Fehler bei der Reduktion entstehen, erreicht. Für die nicht berücksichtigten Punkte muß die Reduktion allerdings mit herkömmlichen Methoden bestimmt werden.

Durch diese mehrstufige Berechnung können einerseits die Vorteile der enorm schnellen Bestimmung der Geländereduktion mit der FFT ausgenutzt und andererseits eine ausreichende Genauigkeit erreicht werden.

Testrechnungen haben ergeben, daß die FFT-Methode schon bei kleinen ( $32 \times 32$ ) Rastern erhebliche Rechenzeiteinsparung gegenüber der Quader-Methode bietet (ungefähr Faktor 50). Der Zeitvorteil vergrößert sich bei sehr umfangreichen Höhenfiles ( $1000 \times 1000$ ) um ein Vielfaches, so daß es z. B. ohne weiteres möglich wäre, Daten des Raster 1 des digitalen Geländemodells Österreichs auch zur Berechnung der Fernreduktion zu verwenden.

#### 4. Testrechnungen

Zum Test des Verfahrens wird ein  $90 \times 60$  Punkte umfassendes Gebiet verwendet, das von den Koordinaten

$$\begin{array}{l} 12^{\circ} \quad 5' \quad 37.5'' \leq \lambda \leq 13^{\circ} \quad 19' \quad 22.5'' \quad \text{Östliche Länge} \\ 46^{\circ} \quad 46' \quad 7.5'' \leq \phi \leq 47^{\circ} \quad 52' \quad 52.5'' \quad \text{Nördliche Breite} \end{array}$$

umschlossen wird. Der Punktabstand beträgt in  $x$ -Richtung  $1392 \text{ m}$  ( $11.25''$ ) und in  $y$ -Richtung  $1552 \text{ m}$  ( $18.75''$ ) (Raster 3 des digitalen Geländemodells Österreichs).

Die Geländereduktion wird für einen  $30 \times 20$  Punkte umfassenden Ausschnitt im Zentrum des Gesamttrasters berechnet. Hier betragen die Geländehöhen zwischen  $724 \text{ m}$  und  $3085 \text{ m}$ . Die Höhenunterschiede zwischen den einzelnen Punkten sind wegen des hochalpinen Geländes recht beträchtlich und betragen teilweise über  $1000 \text{ m}$ . Als Reduktionsdichte wird einheitlich  $2.67 \text{ g cm}^{-3}$  verwendet.

Bleibt bei der Berechnung jeweils das Rasterelement ausgespart, in dessen Mittelpunkt sich der Stationspunkt befindet, betragen die Unterschiede zwischen FFT-Verfahren und der Quader-Methode zwischen  $-0.2$  und  $1.6 \text{ mgal}$  (Tabelle 2, 2. Spalte). Die größten Abweichungen treten an den Punkten auf, an denen die Höhenunterschiede zu den umliegenden Punkten sehr groß, teilweise in der Größenordnung der Rasterabstände, sind. Dort gilt die für Gleichung (2) angenommene Voraussetzung nicht mehr, wodurch die Abweichungen zu erklären sind.

Bei Vernachlässigung der den Stationspunkts umgebenden acht Nachbarpunkte ergibt sich eine erhebliche Verringerung der Abweichung beider Methoden voneinander, so daß für fast 100% aller Punkte die Abweichungen kleiner als  $0.5 \text{ mgal}$  bleiben. Werden nicht nur die direkten Nachbarpunkte (1. Ring) bei der Rechnung nicht mitherangezogen, sondern auch die Punkte des 2., 3. und 4. Rings, verbessert sich das Resultat kontinuierlich (Tabelle 2, 3. - 6. Spalte). Schließlich differieren beide Methoden nur noch um maximal  $0.3 \text{ mgal}$ . Natürlich nimmt gleichzeitig der Gesamtbetrag der Reduktion ab (Tabelle 1).

Die Resultate sollten noch besser werden, wenn, wie weiter oben beschrieben, auch der quadratische Term der Reihenentwicklung in Gleichung (1) berücksichtigt wird. Erstaunlicherweise ist genau das Gegenteil der Fall! Die maximale Abweichung beträgt fast  $3.4 \text{ mgal}$  (Tabelle 3, 2. Spalte) im Gegensatz zu  $1.6 \text{ mgal}$  beim nicht modifizierten Sideris-Verfahren. Diese Tendenz schwächt sich ab, wenn der "Nahreduktionsradius" nach außen verlagert wird (Tabelle 3, 3. - 6. Spalte).

Dieses Ergebnis kann nur so gedeutet werden, daß in diesem Beispiel die Näherungsformel (2) die Schwerewirkung des Quaders besser approximiert als Gleichung (1) bzw. die daraus abgeleiteten

Formeln, die auch Glieder höherer Ordnung der Reihenentwicklung dieser Gleichung enthalten.

Sich daran anschließende Untersuchungen, bei denen auch die von Jung (1961) angegebene Formel

$$\Delta g(x_s, y_s) = f \cdot \Delta \rho \cdot (\Delta x)^2 \left[ \frac{1}{2} \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^3} - \frac{3}{4} \left( \frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{(h - h_s)^2}{\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}^5} \right],$$

mit der FFT ausgewertet wurde, haben gezeigt, daß die mit Formel (2) berechneten Reduktionen in Gebieten mit großen Höhenunterschieden die geringsten Unterschiede zur Quader-Methode aufweisen, während bei ruhiger Topographie die Formel von Jung die genauesten Ergebnisse liefert. Letztere Formel gilt jedoch nur, wenn die Gitterabstände in  $x$ - und  $y$ -Richtung gleich groß sind.

## 5. Zusammenfassung

Das Sideris-Verfahren ist eine elegante Methode zur Berechnung der gravimetrischen Geländereduktion, die besonders für die Verarbeitung umfangreicher Höhenfiles geeignet ist. Da allerdings als Ausgangsformel die Massenlinien-Formel verwendet wird, ist die Anwendung nur zur Berechnung der Fernreduktion empfehlenswert, wobei wegen der Nichtberücksichtigung der Sphärizität der Erde, der Reduktionsradius nicht beliebig groß gewählt werden darf. Generell sind umso bessere Ergebnisse zu erwarten, je geringer die Höhenunterschiede zwischen den einzelnen Rasterpunkten sind.

Insgesamt kann mit dem Sideris-Verfahren ein schneller Überblick über die zu erwartende Größenordnung der Geländereduktion erhalten werden. Bestehende Verfahren kann es zwar ergänzen, aber nicht in ihrer ganzen Anwendungsbreite ersetzen.

## Anmerkung

Ganz herzlich danken möchte ich Herrn Dr. Bruno Meurers (Universität Wien) für die Bereitstellung der verwendeten Höhendaten und die anregende Diskussion über die hier behandelte Thematik sowie Herrn Prof. Dr. H.-J. Götze (FU Berlin), der der Initiator dieser Arbeit war.

**Literatur:**

**Bott, M.P.H.**, 1959: The Use of Electronic Digital Computers for the Evaluation of Gravimetric Terrain Corrections. *Geophysical Prospecting* 7, 45-54

**Ehrismann, W., Lettau, O.**, 1971: Topographische Reduktion von Schweremessungen in der näheren und weiteren Stations-Umgebung mit Digitalrechnern. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A*, 20, 383-396

**Forsberg, René**, 1985: Gravity Field Terrain Effect Computations by FFT. *Bulletin Géodésique* 59, 342-360

**Jung, Karl**, 1961: *Schwerkraftverfahren in der angewandten Geophysik*. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig

**Klingelé, E.**, 1980/81: A New Method for Near-Topographic Corrections in Gravity Surveys. *Pure and Applied Geophysics, Vol. 119*, 273 - 279

**Lettau, Olaf**, 1970: *Ein ALGOL-Programm-System zur Reduktion gravimetrischer Messungen*. Diplomarbeit (unveröffentlicht), TU Clausthal

**Schöler, Werner**, 1976: Die Beeinflussung der Schwere und des Vertikalgradienten durch das Gelände in Stationsnähe. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A*, 25, 79-88

**Sideris, M.G.**, 1984: *Computation of Gravimetric Terrain Corrections Using Fast Fourier Transform Techniques*. Department of Surveying Engineering, UCSE Reports 20007, University of Calgary, Canada

**Sideris, M.G.**, 1985: A fast Fourier Transform method for computing terrain corrections. *Manuscripta Geodaetica* 10, 66-73

**Tabellenanhang:**

Geländereduktion [mGal]	Aussparung bis Ring				
	0	1	2	3	4
Minimum	2.5	2.2	1.6	1.3	1.0
Maximum	33.9	28.3	19.3	12.9	10.3

**Tabelle 1:** Geländereduktion bei Variation des "Nahreduktionsradius" (Sideris-Verfahren).

Abweichung [mGal]	Anteil von 600 Punkten				
	0	1	2	3	4
-1.0 - -0.9	.	1	.	.	.
-0.9 - -0.8	.	.	.	.	.
-0.8 - -0.7	.	.	.	.	.
-0.7 - -0.6	.	.	.	.	.
-0.6 - -0.5	.	.	.	.	.
-0.5 - -0.4	.	.	2	.	.
-0.4 - -0.3	.	.	2	1	1
-0.3 - -0.2	1	.	9	11	11
-0.2 - -0.1	.	5	30	37	35
-0.1 - 0.0	.	11	308	477	517
0.0 - 0.1	5	97	249	74	36
0.1 - 0.2	16	184	.	.	.
0.2 - 0.3	29	191	.	.	.
0.3 - 0.4	45	93	.	.	.
0.4 - 0.5	45	16	.	.	.
0.5 - 0.6	60	.	.	.	.
0.6 - 0.7	73	.	.	.	.
0.7 - 0.8	65	.	.	.	.
0.8 - 0.9	63	.	.	.	.
0.9 - 1.0	56	.	.	.	.
1.0 - 1.1	45	.	.	.	.
1.1 - 1.2	42	.	.	.	.
1.2 - 1.3	28	.	.	.	.
1.3 - 1.4	15	.	.	.	.
1.4 - 1.5	9	.	.	.	.
1.5 - 1.6	2	.	.	.	.
1.6 - 1.7	1	.	.	.	.
Mittelwert [mGal]	0.75	0.20	-0.02	-0.04	-0.04

**Tabelle 2:** Verteilung der Abweichung der Geländereduktion berechnet mit dem FFT-Verfahren vom Quader-Verfahren für unterschiedliche "Radien" des Nahreduktionsbereichs.



Geländerreduktion [mGal]	Aussparung bis Ring				
	0	1	2	3	4
Minimum	2.5	2.2	1.6	1.3	1.0
Maximum	30.7	26.0	18.7	12.7	10.2

**Tabelle 3:** Geländerreduktion bei Variation des "Nahreduktionsradius" (modifiziertes Sideris-Verfahren).

Abweichung [mGal]	Anteil von 600 Punkten				
	0	1	2	3	4
-0.3 - -0.2	-	-	-	5	5
-0.2 - -0.1	-	-	13	24	29
-0.1 - 0.0	-	-	85	334	447
0.0 - 0.1	2	248	401	237	119
0.1 - 0.2	14	168	58	-	-
0.2 - 0.3	13	77	2	-	-
0.3 - 0.4	32	31	1	-	-
0.4 - 0.5	34	22	-	-	-
0.5 - 0.6	34	15	-	-	-
0.6 - 0.7	49	13	-	-	-
0.7 - 0.8	49	10	-	-	-
0.8 - 0.9	53	6	-	-	-
0.9 - 1.0	39	-	-	-	-
1.0 - 1.1	37	3	-	-	-
1.1 - 1.2	31	-	-	-	-
1.2 - 1.3	27	5	-	-	-
1.3 - 1.4	29	-	-	-	-
1.4 - 1.5	22	-	-	-	-
1.5 - 1.6	19	1	-	-	-
1.6 - 1.7	18	-	-	-	-
1.7 - 1.8	21	-	-	-	-
1.8 - 1.9	9	-	-	-	-
1.9 - 2.0	16	-	-	-	-
2.0 - 2.1	13	-	-	-	-
2.1 - 2.2	7	-	-	-	-
2.2 - 2.3	11	-	-	-	-
2.3 - 2.4	3	-	-	-	-
2.4 - 2.5	5	1	-	-	-
> 2.6	13	-	-	-	-
Mittelwert [mGal]	1.08	0.20	0.04	-0.01	-0.03

**Tabelle 4:** Verteilung der Abweichung der Geländerreduktion berechnet mit dem modifizierten FFT-Verfahren vom Quader-Verfahren für unterschiedliche "Radien" des Nahreduktionsbereichs.

---

Programmsystem zur Berechnung des Schwerfeldes von Massen in  
in Isolinien-Darstellung

H. Lichtenegger, W. Klostius

TU Graz

---

1. Einleitung

Die klassischen geodätischen Meßverfahren werden bekanntlich im Schwerfeld der Erde ausgeführt und sind daher von diesem beeinflusst. Aber auch bei den modernen Methoden der operativen Satellitengeodäsie, etwa dem Globalen Positionierungssystem (GPS), welche vom Erdschwerfeld nahezu unabhängig sind, werden Informationen über dieses benötigt. Erst diese Kenntnis ermöglicht nämlich die strenge Verknüpfung von Ergebnissen, welche einerseits über satellitentechnische und andererseits nach klassischen terrestrischen Verfahren gewonnen wurden.

Die Bedeutung der Schwerfeldinformationen wird durch die gesteigerten Genauigkeiten in Zukunft auch für ingenieurgeodätische Anwendungen zunehmen. Dabei spielen vor allem relative Änderungen des Schwerfeldes im Meßgebiet zufolge topographischer Massen oder auch künstlicher Bauwerke eine Rolle.

Die Bestimmung des lokalen Schwerfeldes kann indirekt über astro-geodätische oder gravimetrische Beobachtungen erfolgen. Diese Methodik ist allerdings zeitaufwendig und kostenintensiv, sie scheidet daher aus ökonomischen Gründen für ingenieurgeodätische Projekte aus. Das lokale Schwerfeld kann aber auch direkt aus Informationen über die Höhen- und Dichteverhältnisse der Störmassen berechnet werden. Hiefür sind mehrere Verfahren bekannt. Das in dieser Arbeit vorgestellte Programmsystem basiert auf einem Verfahren von Talwani und Ewing (1960) und erlaubt die Berechnung des Schwerfeldes von schichtweise vorgegebenen Modellkörpern.

Der vorliegende Bericht gibt vorerst - gestützt auf Ausführungen von Sünkel (1988) - einen allgemeinen Überblick über den Einfluß von Schwerfeldparametern auf geodätische Meßgrößen. Anschließend wird das Prinzip der Berechnung des Schwerepotentials und seiner Gradienten für den Fall dargestellt, daß die Störmassen durch

Isolinien modelliert sind. Die praxisnahe Realisierung des Verfahrens wurde in einer Diplomarbeit von Stäuble (1988) unter Betreuung durch die Verfasser versucht. Die Darstellung der Grundzüge des entwickelten Programmsystems bildet den Schwerpunkt der Ausführungen im vierten Abschnitt, wobei auch auf noch bestehende Mängel des Systems hingewiesen wird.

## 2. Schwerefeld und Ingenieurvermessung

### 2.1. Parameter des Schwerefeldes

Das Schwerepotential einer lokalen Störmasse bezogen auf einen Aufpunkt im Meßgebiet sei mit  $U$  bezeichnet. Die Komponenten des Potentialgradienten  $\underline{u}$

$$\underline{u} = \text{grad}(U) = (U_x, U_y, U_z)^T \quad (1)$$

sind wie üblich entlang der Achsen eines lokalen Horizontsystems definiert. Die zweiten Ableitungen des Potentials seien im Gradiententensor  $\underline{G}$  zusammengefaßt:

$$\underline{G} = \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} U_{xx} & U_{xy} & U_{xz} \\ U_{xy} & U_{yy} & U_{yz} \\ U_{xz} & U_{yz} & U_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 2.2. Transformation der Schwerefeldparameter

Die "physikalischen" Schwerefeldparameter lassen sich mit dem Schwerewert  $g$  als Transformationsparameter in "geometrische" Größen umwandeln.

Das Störpotential  $U$  kann gemäß der Bruns'schen Formel in eine Geoidhöhe  $N$  transformiert werden:

$$N = \frac{U}{g} \quad (3)$$

Die Horizontalgradienten des Störpotentials führen zu den meridionalen und longitudinalen Lotabweichungskomponenten  $\xi, \eta$

$$\xi \approx \frac{U_x}{g} \quad ; \quad \eta \approx \frac{U_y}{g} \quad (4.1)$$

welche auch zur totalen Lotabweichung  $\delta$  im Azimut  $\alpha$  zusammengefaßt werden können:

$$\delta = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2} \quad ; \quad \tan(\alpha) = (\eta/\xi) \quad (4.2)$$

Die Elemente des Gradiententensors  $\underline{G}$  schließlich lassen Aussagen über die Krümmungsverhältnisse des lokalen Geoides zu und erlauben auch die Interpolation der Elemente von  $\underline{u}$  und damit der Lotabweichungen in Beobachtungspunkten, welche zum betrachteten Aufpunkt benachbart sind.

### 2.3. Schwerefeld und geodätische Meßgrößen

Die "geometrischen" Schwerefeldgrößen  $N, \xi, \eta$  beschreiben die Wirkung lokaler Störmassen und beeinflussen geodätische Messungen oder daraus abgeleitete Größen. Für die in der Ingenieurgeodäsie bedeutsamen Relativgenauigkeiten sind relative Änderungen der genannten Parameter von Bedeutung. Werden diese in den geodätischen Auswertungen nicht beachtet, so äußern sie sich als stochastisches Rauschen, sie können aber auch, vor allem in steilem Gelände, die Ergebnisse signifikant verfälschen.

Besondere Beachtung verdienen neben den Lagekoordinaten die Höhen. Der Zusammenhang zwischen der ellipsoidischen Höhe  $h$  und der orthometrischen Höhe  $H$  ist bekanntlich über die (absolute) Geoidhöhe  $N^*$  gegeben:

$$h = H + N^* \quad . \quad (5)$$

Für Höhenänderungen sind daher Änderungen  $\Delta N^*$  von Bedeutung, die jedoch bei Unkenntnis eines absoluten Geoides im lokalen Bereich durch die relative Undulationsänderung  $\Delta N$  ersetzt werden können.

Die gemessenen Raumsehnen  $s$  müssen unter Verwendung ellipsoidischer Höhen  $h$  auf ein Bezugsellipsoid reduziert werden. Erfolgt die Reduktion fälschlicherweise mit den orthometrischen Höhen  $H$ , dann ist am Ergebnis eine Korrektur  $ds$  anzubringen:

$$ds = - \frac{\Delta H}{s} \cdot \Delta N - \frac{s}{R_E} \cdot N^* \quad . \quad (6)$$

Der erste Term der rechten Seite von Gl. (6) beschreibt den Einfluß der Undulationsänderung  $\Delta N$  bei der Reduktion der schräg gemessenen Raumsehnen in die Horizontale mittels des orthometrischen Höhenunterschiedes  $\Delta H$ . Eine einfache Abschätzung zeigt, daß der Term im steilen oder stark gegliederten Gelände beachtliche Werte annehmen kann. Durch das zweite Glied der rechten Seite von Gl. (6) wird der Einfluß der absoluten Undulation bei der Reduktion der horizontalen Raumsehne in das Nullniveau beschrieben. Wegen des Erdradius  $R_E$  im Nenner ist der Betrag dieses Terms üblicherweise klein, er ist überdies im lokalen Bereich nahezu konstant und kann daher auch durch einen Maßstabsfaktor berücksichtigt werden.

Die Lotabweichung  $\delta$  nach Gl. (4.2) wirkt sich auf Richtungs- und Zenitdistanzbeobachtungen wie ein Stehachsenfehler bezüglich des ellipsoidischen Lotes aus. Bei der Reduktion auf das Bezugsellipsoid sind daher die aus der Theorie der Instrumentalfehler folgenden Korrekturen an die beobachteten Richtungen  $R$  und Zenitdistanzen  $z$  anzubringen:

$$dR = -\delta \cdot \sin(\alpha_b - \alpha) \cdot \cot z = (-\xi \cdot \sin \alpha_b + \eta \cdot \cos \alpha_b) \cdot \cot z \quad (7.1)$$

$$dz = \delta \cdot \cos(\alpha_b - \alpha) = (\xi \cdot \cos \alpha_b + \eta \cdot \sin \alpha_b) \quad , \quad (7.2)$$

wobei  $\alpha_b$  das Azimut des jeweiligen Beobachtungsvertikals bezeichnet.

Aus den Gln. (7) folgt, daß Lotabweichungen die Richtungsbeobachtungen maximal quer zur Störmasse und die Zenitdistanzen maximal in Richtung zur Störmasse beeinflussen. Wegen der Richtungs- und Zenitdistanzabhängigkeit der Korrekturen, wirken sich - auch im Meßgebiet konstante - Lotabweichungen verschieden auf die einzelnen Meßgrößen aus.

Zur Abschätzung der Korrekturwerte sei noch die Faustregel vermerkt, daß Horizontalbeschleunigungen von 5 mgal zu Lotabweichungen von 1" führen und damit die beobachteten Richtungen und Zenitdistanzen erheblich verfälscht sein können. Eindrucksvolle Zahlenwerte sind in Sünkel (1988) für das Netz des in Bau befindlichen Karawankentunnels und des geplanten Semmering-Basis-tunnels angegeben.

### 3. Modellrechnung

#### 3.1. Allgemeines

Die Berechnung des Potentials und dessen Gradienten von topographischen Massen erfolgt üblicherweise mit Hilfe von digitalen Höhen- und Dichtemodellen, wobei zur Einsparung von Rechenzeiten auch spektrale Methoden zur Anwendung kommen. Für ingenieurgeodätische Anwendungen ist allerdings zu beachten, daß solche Modelle oft entweder nicht verfügbar oder - vor allem bei sehr rauher Topographie - nicht genügend genau sind. Andererseits sind bei Ingenieurprojekten immer Karten- oder Planunterlagen vorhanden, in denen topographische oder auch künstliche Massen (Staumauern, Stauseen) durch Schichtenlinien dargestellt werden. Die Schichtenlinien lassen sich verhältnismäßig einfach mittels Digitalisierer in geschlossene Schichtenpolygone überführen. Die Modellrechnung für solche kann computergerecht nach dem Verfahren von Talwani und Ewing (1960) erfolgen, welches in modifizierter Form vor allem für zweidimensionale Massen mit polygonalen Querschnitten bekannt geworden ist.

#### 3.2. Prinzip der Talwani-Methode

An dieser Stelle wird am Beispiel des Potentials  $U$  nur das Prinzip der Methode erläutert, hinsichtlich Details wird auf die oben angegebene Originalliteratur verwiesen. In Stäuble (1988), Seite 32 ff., sind außerdem sämtliche Formelsysteme für die Berechnung der Schwerefeldparameter inklusive  $U_{zz}$  tabellarisch zusammengestellt.

Bekanntlich gilt für das Potential einer dreidimensionalen Masse in kartesischen Koordinaten bezogen auf den Aufpunkt

$$U = k \cdot \sigma \cdot \iiint \frac{1}{r} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \int U(z) \cdot dz \quad , \quad (8)$$

wobei  $k$  die Attraktionskonstante und  $\sigma$  die Dichte bedeuten. Mit  $r$  ist wie üblich der Abstand des Aufpunktes vom betrachteten Volumenelement  $dV=dx \cdot dy \cdot dz$  bezeichnet. Der Potentialanteil  $U(z)$  einer Schichtfläche  $z=\text{const.}$  ist durch

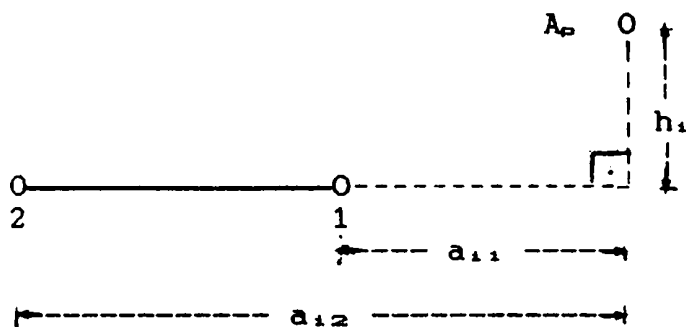
$$U(z) = k \cdot \sigma \cdot \iint \frac{1}{r} \cdot dx \cdot dy \quad (9)$$

definiert und die Gesamtwirkung ergibt sich gemäß Gl. (8) durch Summation über sämtliche Schichtflächen. Zur analytischen Auswertung des geschlossenen Flächenintegrals in Gl. (9) wird dieses noch in ein Randintegral transformiert und damit  $U(z)$  selbst wieder als eine Summe von Anteilen der einzelnen Schichtpolygonseiten dargestellt.

Nach analytischer Integration lautet das Ergebnis für den Potentialanteil einer Schichtfläche schließlich:

$$U(z) = k \cdot \sigma \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (-1)^j \cdot [h_i \cdot \ln(r_{i,j} + a_{i,j}) + z \cdot \arctan\left(\frac{a_{i,j} \cdot z}{r_{i,j} \cdot h_i}\right)] \dots \dots \dots (10)$$

wobei noch zu unterscheiden ist, ob die Projektion  $A_p$  des Aufpunktes entlang der  $z$ -Achse innerhalb oder außerhalb des aus  $n$  Seiten gebildeten, geschlossenen Schichtpolygons liegt. Im ersten Fall ist von Gl. (10) noch der Wert  $2\pi \cdot |z|$  in Abzug zu bringen. Die in Gl. (10) auftretenden Größen  $a_{i,j}$  und  $h_i$  lassen sich laut nachstehender Figur geometrisch deuten und sind aus den vorliegenden Koordinaten des Aufpunktes und der Punkte 1 und 2 berechenbar, welche die  $i$ -te Seite des Schichtenpolygons für die Höhe  $z$  begrenzen. Mit  $r_{i,j} = (a_{i,j}^2 + h_i^2 + z^2)^{1/2}$  ist wiederum der Abstand des Aufpunktes von den Polygonpunkten bezeichnet.



Figur: Geometrische Deutung von Hilfsgrößen

## 4. Programmsystem

### 4.1. Leistungsumfang

Das entwickelte Programmsystem trägt den Namen "Talwani" und besteht aus zwei Hauptteilen.

Der erste Teil dient der Erfassung der geometrischen Daten von Modellkörpern durch Digitalisierung der Schichtenlinien. Dies kann wahlweise durch händische Eingabe oder mittels Digitizer erfolgen. Einzelne Funktions-Module des ersten Hauptteiles ermöglichen die Initialisierung des Digitizers und weiters die Überprüfung, Darstellung und Editierung sowie die Verwaltung und Archivierung aller geometrischen Daten.

Im zweiten Teil des Programmsystems wird die eigentliche numerische Berechnung des Potentials und seiner Ableitungen für wählbare Aufpunkte sowie die Anzeige und Abspeicherung diverser Zwischenergebnisse durchgeführt.

### 4.2. Hardware

Für die Installation des Programmsystems müssen mehrere Hardware-Voraussetzungen erfüllt sein. Es wird ein IBM-kompatibler PC mit einer CPU i80XXX und dem Betriebssystem MSDOS 3.XX vorausgesetzt. Wegen der intensiven Nutzung des Heap-Bereichs müssen zumindest 512 kByte RAM installiert sein. Eine Festplatte beliebiger Kapazität wird zwar als vorhanden angenommen, ist jedoch nicht unbedingt erforderlich. Für die Kommunikation mit dem Digitizer muß eine serielle Schnittstelle (COM1:) vorhanden sein, der Drucker wird wie üblich über die parallele Schnittstelle angesprochen. Weiters muß für die graphischen Darstellungen eine CGA-Karte oder eine höherwertige Graphikkarte (EGA, VGA, etc.) mit einer entsprechenden Emulation installiert sein. Zur besseren Performance wird ein mathematischer Coprozessor i80X87 empfohlen, ist aber nicht unbedingt erforderlich.

Bei der Entwicklung von "Talwani" wurde ein NUMONICS (Modell 2200) Digitizer im A3-Format verwendet. Daraus resultiert ein vorgegebenes Datenformat für die Übernahme der digitalisierten Daten. Ansonsten steht der Verwendung eines Digitizers anderen Fabrikates nichts im Wege.



### 4.3. Software

Das Programmsystem "Talwani" wurde zur Gänze unter TURBO-PASCAL 3.0 entwickelt, kompiliert und getestet. Eine Compilierung unter TURBO-PASCAL 5.0 ist nach Anpassung an das Unit-Konzept, sowie nach Hinzufügung eines eigenen Units für die Kommunikation mit der seriellen Schnittstelle - in TURBO-PASCAL 3.0 als Device AUX: realisiert - jederzeit möglich. Als Resultat ergäbe sich ein noch kompakterer EXE-Code. Der Zuwachs an Performance hingegen wäre unwesentlich.

Der Source-Code umfaßt ca. 270 kByte und verteilt sich auf insgesamt 22 Include-Files. Der EXE-Code verteilt sich auf insgesamt 3 Files mit einer Gesamtgröße von ca. 80 kByte, wobei 2 Files alle Overlays enthalten.

Erwähnenswert ist noch, daß zur Unterstützung der Bedienungsführung mit Hilfe einer externen Library auch Funktionen implementiert wurden, welche in TURBO-PASCAL 3.0 nicht enthalten sind.

### 4.4. Sonstiges

Da die Benutzeroberfläche von "Talwani" durch Menü- und Window-Techniken bedienerfreundlich gestaltet wurde, wird auf eine detaillierte Programmbeschreibung verzichtet und auf die diesbezüglichen Ausführungen in Stäuble (1988) verwiesen. Angefügt soll noch werden, daß zwar Bedienungsfehler weitgehend abgefangen werden, die Art und Weise der Datensicherung hingegen dem Benutzer überlassen wird.

## 5. Abschließende Bemerkungen

Das vorgestellte Programmsystem wurde an einigen praktischen Anwendungsbeispielen, wenn auch nicht durchgreifend getestet. Insbesondere sind noch Untersuchungen über die erforderliche Digitalisierungsdichte und die Anzahl notwendiger Schichtenlinien anzustellen. Weiters sind noch Schwachstellen der Methode, zum Beispiel bei Aufpunktlage in der Nähe einer Schichtenlinie und anderes mehr zu überprüfen.

Aus den bisher vorliegenden Ergebnissen kann trotzdem auf die Eignung des Verfahrens für ingenieurgeodätische aber auch geophysikalische Anwendungen geschlossen werden. Es ist überall dort vorteilhaft anzuwenden, wo digitale Höhenmodelle oder sonstige Informationen über das lokale Schwerfeld nicht verfügbar sind. Das Verfahren soll aber auch als eine wertvolle Ergänzung in solchen Fällen verstanden werden, wo Schwerfeldparameter bereits in Rasterform vorliegen, vgl. Sünkel (1989).

## 6. Literatur

Stäuble, C. (1988): Interaktive Berechnung des Schwerepotentials und dessen Gradienten für beliebig geformte Massen. Diplomarbeit an der Abteilung für Landesvermessung der TU Graz, 60 Seiten plus Programmlisting.

Sünkel, H. (1988): Das Schwerfeld als Bindeglied bei Ingenieurvermessungen. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, 76. Jg., Heft 3, Seiten 343-355.

Sünkel, H. (1989): Das Schwerfeld in Österreich. Beitrag für das 5. Internationale Alpengravimetrie-Kolloquium, Graz.

Talwani, M.; M. Ewing (1960): Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape. *Geophysics*, Vol. XXV, No. 1, Seiten 203-225.

TEILNEHMER

ABD-ELMOTAAL Hussein, M.Sc.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

BAŠIĆ Tomislav, Dr.-Ing.  
Geodätische Fakultät, Univ. Zagreb  
YU-41000 Zagreb, Kačićeva 26

CAR Adrijana, cand -ing.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

ČOLIĆ Krešimir, Univ.-Prof. Dr.-Ing.  
Geodätische Fakultät, Univ. Zagreb  
YU-41000 Zagreb, Kačićeva 26

FRITZER Johannes Maria, Dr.phil.  
Institut für Meteorologie und Geophysik, Univ. Wien  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

GOLLMAYER Sergio, Dipl.-Ing.  
Ingenieurkonsulent für Vermessungswesen  
A-7400 Oberwart, Bahnhofstraße 1

GRAF Josef, Dipl Ing.  
Institut für Meteorologie und Geophysik, Univ. Wien  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

GRUBER Leo, cand -ing.  
Mandellstraße 41  
A-8010 Graz

HÖGGERL Norbert, Dipl.-Ing., Oberrat  
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
A-1025 Wien, Schiffamtsgasse 1 - 3

HOFFER Egon, Dipl -Ing., Abteilungsleiter  
Geophysikalisches Institut "Lorand Eötvös"  
H-1145 Budapest, Columbus u. 17 - 23

KODOLITSCH Markus, cand.-ing.  
Langegasse 31  
A-8010 Graz

KRAIGER Gerhard, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

KÜHTREIBER Norbert, Dipl.-Ing.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

LICHTENEGGER Herbert, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Landesvermessung, TU Graz  
A-8010 Graz, Rechbauerstraße 12

MEURERS Bruno, Dr.  
Institut für Meteorologie und Geophysik, Univ. Wien  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

MILITZER Heinz, em.Univ.-Prof. Dr.habil.  
Bertolt-Brecht-Straße 9  
DDR-9200 Freiberg

MORITZ Helmut, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. DDr.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

PETROVIĆ Svetozar, Dipl.-Ing.  
Geodätische Fakultät, Univ. Zagreb  
YU-41000 Zagreb, Kačićeva 26

PODLIPNIG Reinhold, cand.-ing.  
Körösisstraße 178  
A-8010 Graz

POSCH Elmar, Dipl.-Ing.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

PRIMOSCHITZ Ewald, cand.-ing.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

RAPATZ Erwin, Dipl.-Ing.  
Schubertstraße 28  
A-8010 Graz

RAUTZ Konrad, Dipl.-Ing.  
Abteilung für Physikalische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Steyrergasse 17/IV

RINNER Karl, em.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. DDDr.  
Institut für Weltraumforschung, Abteilung Satellitengeodäsie  
A-8042 Graz, Lustbühelstraße 46

RUESS Diethard, Dr., Rat  
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen  
A-1025 Wien, Schiffamtsgasse 1 - 3

SCHÖN Jürgen, Univ.-Prof. Dr.sc.nat.  
Bergakademie Freiberg  
DDR-9200 Freiberg

SCHÖNVISZKY László, Dipl.-Ing.  
Geophysikalisches Institut "Lorand Eötvös"  
H-1145 Budapest, Columbus u. 17 - 23

SCHUH Wolf-Dieter, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

STADLOBER Kurt cand.-Ing.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

STANGL Gunter Dipl.-Ing.  
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (Observatorium Lustbühl)  
A-8042 Graz, Lustbühlstraße 46

STEINHAUSER Peter, Univ.-Prof. Dr., Direktor  
Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik  
A-1190 Wien, Hohe Warte 38

SÜNKELE Hans, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

VARGA Peter, Dr.  
Központi Foldtani Hivatal  
H-1371 Budapest V, Arany János u. 25

WALACH Georg, Univ.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

WEBER Franz, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. DDr.  
Institut für Angewandte Geophysik  
A-8700 Leoben, Roseggerstraße 17

WIESER Manfred, Dipl.-Ing. Dr.  
Abteilung für Mathematische Geodäsie, TU Graz  
A-8010 Graz, Technikerstraße 4

WINTER Peter, Mag.  
Institut für Geophysik, MU Leoben  
A-8700 Leoben, Franz-Josefstraße 18

AUTORENVERZEICHNIS

Čolić K.	153
Faller J.	95
Gerstbach G.	201
Goltz G.	229
Höggerl N.	161
Hoffer E.	195
Jeram G.	95
Klostius W.	239
Kraiger G.	51, 73
Kühtreiber N.	51, 73
Lichtenegger H.	153, 175, 239
Meurers B.	51, 213
Posch E.	123, 139, 147
Rinner K.	3
Ruess D.	95
Schönviszky L.	195
Schuh W.D.	185
Steinhauser P.	39, 95, 213
Sünkel H.	5, 125
Tengg St.	123
Varga P.	111
Walach G.	123, 139, 147
Winter P.	139
Zych D.	213

Bisher erschienene Hefte der  
"ARBEITEN AUS DER ZENTRALANSTALT FÜR METEOROLOGIE UND GEODYNAMIK"

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
1	184	Geophysik	ECKEL, O.:	Über die vertikale Temperaturverteilung im Traunsee. Wien 1967, 42 Seiten, 4 Tabellen, 24 Abbildungen.	80,-
2	186	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Ergebnisse von Pilotballon-Höhenwindmessungen in Österreich, Wien 1967, 44 Seiten, 16 Seiten Tabellen und 28 Abbildungen.	70,-
3	187	Geophysik	TOPERCZER, M.:	Die Verteilung der erdmagnetischen Elemente in Österreich zur Epoche 1960,0. Wien 1968, 18 Seiten, 3 Tabellen, 10 Kartenbeilagen.	vergriffen
4	190	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL und P. STEINHAUSER:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Dachstein im Jahre 1967. Wien 1969, 24 Seiten, 11 Abbildungen.	50,-
5	191	Meteorologie	HADER, F.:	Durchschnittliche extreme Niederschlagshöhen in Österreich, Wien 1969, 19 Seiten, 6 Tabellen, 1 Kartenbeilage.	50,-
6	192	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Der Tagesgang der Bewölkung und Nebelhäufigkeit in Österreich. Wien 1969, 22 Seiten, 4 Tabellen, 16 Abbildungen.	50,-
7	193	Geophysik	GANGL, G.:	Die Erdbebenätigkeit in Österreich 1901-1968. Wien 1970, 36 Seiten, 11 Abbildungen, 1 Kartenbeilage.	vergriffen
8	195	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Die Windverhältnisse im Stadtgebiet von Wien. Wien 1970, 17 Seiten Text, 52 Tabellen, 47 Abbildg.	120,-
9	196	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL und P. STEINHAUSER:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Dachstein im Jahre 1968. Wien 1971, 31 Seiten, 7 Tabellen, 13 Abbildg.	vergriffen
10	198	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Gefrorne Wand Kees im Jahre 1969. Wien 1972, 13 Seiten, 8 Abbildungen, 3 Karten.	50,-
11	201	Geophysik	BITTMANN, O., E. BRÜCKL, G. GANGL und F.J. WALLNER:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Obersten Pasterzenboden (Glocknergruppe) im Jahre 1970. Wien 1973, 21 Seiten, 9 Abbildungen, 3 Karten.	60,-
12	202	Meteorologie	STEINHAUSER, F.:	Tages- und Jahresgang der Sonnenscheindauer in Österreich (1929-1968). Wien 1973, 12 Seiten Text, 98 Tabellen, 5 Abbildungen.	110,-
13	203	Meteorologie	Klimadaten des Neusiedlerseegebietes, I. Teil.	Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperaturen, 1966 - 1970, 105 Tabellen.	90,-
14	205	Geophysik	PÜHRINGER, A., W. SEIBERL, E. TRAPP und F. PAUSWEG:	Die Verteilung der erdmagnetischen Elemente in Österreich zur Epoche 1970,0. Wien 1975, 18 Seiten, 3 Tabellen, 9 Kartenbeilagen.	140,-
15	206	Meteorologie	Klimadaten des Neusiedlerseegebietes, II. Teil.	Tabellen der Stundenwerte der Relativen Feuchte, 1966 - 1970, 105 Tabellen.	100,-

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S
16	207	Meteorologie		Hundert Jahre Meteorologische Weltorganisation und die Entwicklung der Meteorologie in Österreich. Wien 1975, 50 Seiten.	100.-
17	208	Geophysik	TOPERCZER, M.:	Die Geschichte der Geophysik an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien 1975, 24 Seiten.	50.-
18	209	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien, Hohe Warte, Okt. 1967 - Dez. 1974. Wien 1976, 62 Seiten, mit 19 Tabellen u. 24 Abbildungen	80.-
19	210	Geophysik	GUTDEUTSCH, R. und K. ARIC:	Erdbeben im ostalpinen Raum. Wien 1976, 23 Seiten, 3 Karten.	80.-
20	211	Meteorologie	TOLLNER, H., W. MAHRINGER und F. SÖBERL:	Klima und Witterung der Stadt Salzburg. Wien 1976, 176 Seiten, 29 Abbildungen.	220.-
21	214	Geophysik	SEIBERL, W.:	Das Restfeld der erdmagnetischen Totalintensität in Österreich zur Epoche 1970.0. Wien 1977, 8 Seiten, 1 Kartenbeilage.	vergriffen
22	216	Meteorologie	SABO, P.:	Ein Vergleich deutscher und amerikanischer Höhenvorhersagekarten für den Alpenraum. Wien 1977, 34 Seiten, 11 Tabellen, 5 Abbildungen.	60.-
23	217	Meteorologie	CEHAK, K.:	Die Zahl der Tage mit Tau und Reif in Österreich. Wien 1977, 17 Seiten, 6 Tabellen, 1 Abbildung, 6 Karten.	80.-
24	218	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid- und Summenkohlenwasserstoff - Immission in Wien, Hohe Warte 1975. Wien 1977, 40 Seiten, 13 Tabellen, 12 Abbildg.	70.-
25	219	Geophysik	BRÜCKL, E. und O. BITTMANN:	Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen im Bereich der Goldberggruppe (Hohe Tauern) in den Jahren 1971 und 1972. Wien 1977, 30 Seiten, 2 Tabellen, 34 Abbildungen, 2 Karten.	80.-
26	222	Geophysik	FIEGWEL, E.:	Die Nachbebenreihen der Friauler Beben vom 6. Mai und 15. September 1976. Wien 1977, 20 Seiten, 7 Tabellen, 5 Abbildungen.	60.-
27	223	Meteorologie	MACHALEK, A.:	Prognosenprüfung im Österreichischen Wetterdienst. Wien 1977, 55 Seiten, 4 Tabellen, 5 Abbildungen.	80.-
28	224	Meteorologie	SKODA, G.:	Kinematisch - Klimatologische Verlagerung von Kaltfronten und Troglinien. Wien 1977, 32 Seiten, 7 Tabellen, 10 Abbildungen.	70.-
29	225	Geophysik	TRAPP, E. und D. ZYCH:	Verteilung der Vertikalintensität im Raum Wien - Salzburg nach Meßergebnissen der Zentralanstalt und der ÖMV - Aktiengesellschaft, Wien 1977, 15 Seiten, 3 Tabellen, 1 Karte, 2 Kartenbeilagen.	50.-
30	226	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, I. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte 1974 - 1976 (Wallack - Haus, Hochtor - Süd, Hochtor - Nord, Fuscher - Lacke). 117 Tabellen.	150.-
31	227	Meteorologie		Bericht über die 14. Internationale Tagung für Alpine Meteorologie vom 15. - 17. September 1976 in Rauris, Salzburg, 1. Teil. Wien 1978, 323 Seiten.	250.-
32	228	Meteorologie		Bericht über die 14. Internationale Tagung für Alpine Meteorologie vom 15. - 17. September 1976 in Rauris, Salzburg, 2. Teil. Wien 1978, 347 Seiten.	250.-



Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
33	229	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid-, Summenkohlenwasserstoff- und Ozon - Immission in Wien, Hohe Warte, 1976. Wien 1978, 53 Seiten, 20 Tabellen, 17 Abbildungen.	90.-
34	231	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, II. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte 1974 - 1976 (Fusch, Ferleiten, Piffkaralm). Wien 1978, 62 Tabellen.	80.-
35	233	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, III. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte 1974 - 1976 (Guttal, Seppenbauer, Margaritze, Glocknerhaus, Schneetälchen, Polsterpflanzenstufe). Wien 1978, 100 Tabellen.	130.-
36	234	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Immission von Stickoxiden, Summenkohlenwasserstoffen, Ozon und Schwefeldioxid in Wien - Hohe Warte, 1977. Wien 1979, 74 Seiten, 31 Tabellen, 24 Abbildungen.	115.-
37	235	Meteorologie	MACHALEK, A.:	Analyse von Fehlprognosen im Österreichischen Wetterdienst und Diskussion ihrer potentiellen Entstehungskriterien. Wien 1979, 45 Seiten, 2 Tabellen, 35 Abbildungen.	100.-
38	236	Geophysik	DRIMMEL, J., FIEGWEIL, E., G. LUKESCHITZ:	Die Auswirkung der Friauler Beben in Österreich. Makroseismische Bearbeitung der Starkbeben der Jahre 1976/77 samt historischem Rückblick. Wien 1979, 83 Seiten, 47 Abbildungen, 3 Karten.	150.-
39	238	Geophysik	FIEGWEIL, E.:	Über das Vorkommen von Wiederholungsbeben in Mitteleuropa. Wien 1979, 20 Seiten, 9 Abbildungen.	50.-
40	239	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, IV. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung 1973 - 1976 (Fusch, Wallack-Haus, Guttal, Glocknerhaus, Margaritze, Fuscher-Lacke). Wien 1979, 94 Tabellen.	120.-
41	242	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Immission von Stickoxiden, Ozon und Schwefeldioxid in Wien - Hohe Warte, 1978. Wien 1980, 58 Seiten, 30 Tabellen, 15 Abbildungen.	130.-
42	241	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Immission von Stickoxiden, Ozon und Schwefeldioxid in Wien - Hohe Warte, 1979. Wien 1980, 65 Seiten, 32 Tabellen, 20 Abbildungen.	130.-
43	246	Meteorologie	RAGETTE, G.:	Methoden zur Berechnung großräumigen Niederschlages. Wien 1980, 47 Seiten, 1 Tabelle, 2 Abbildungen.	70.-
44	247	Meteorologie		Klimadaten des Glocknergebietes, V. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte, 1977 - 1979 (Wallack-Haus, Hochtör - Süd, Hochtör - Nord, Fuscher-Lacke). Wien 1980, 135 Tabellen.	vergriffen

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
45	248	Geophysik	BRÜCKL, E., G. GANGL, W. SEIBERL und Chr. GNAM:	Seismische Eisdickenmessungen auf dem Ober- und Untersulzbachkees in den Sommern der Jahre 1973 und 1974. Wien 1980, 23 Seiten, 2 Tabellen, 18 Abbildungen.	50,-
46	249	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, VI. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchte, 1977 - 1979 (Fusch, Piffkaralm, Guttal, Seppenbauer, Margaritze, Glocknerhaus, Schneetälchen, Obere Grasheide, Polsterpflanzenstufe). Wien 1981, 110 Tabellen.		120,-
47	251	Meteorologie	CHALUPA, K.: Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Stephansplatz, 1975 - 1979. Wien 1981, 50 Seiten, 13 Tabellen, 21 Abbildungen.		vergriffen
48	252	Meteorologie	LAUSCHER, F.: Säkulare Schwankungen der Dezennienmittel und extreme Jahreswerte der Temperatur in allen Erdteilen. Wien 1981, 42 Seiten, 8 Tabellen.		50,-
49	254	Meteorologie	CHALUPA, K.: Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Hohe Warte und in Wien - Stephansplatz, 1980. Wien 1981, 46 Seiten, 24 Tabellen, 13 Abbildungen.		100,-
50	255	Geophysik	MELICHAR, P.: Ergebnisse der vergleichenden geomagnetischen Absolutmessungen an den Observatorien Tihany - Ungarn und Wien - Kobenzl. Wien 1981, 35 Seiten.		50,-
51	256	Geophysik	BRÜCKL, E. und K. ARIC: Die Ergebnisse der seismischen Gletschermessungen am Hornkees in den Zillertaler Alpen im Jahre 1975. Wien 1981, 20 Seiten, 5 Tabellen, 5 Abbildungen, 1 Karte.		vergriffen
52	257	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, VII. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Windgeschwindigkeit und der Windrichtung 1977 - 1979 (Fusch, Füscher Lacke, Wallackhaus, Guttal). Wien 1982, 82 Tabellen.		120,-
53	260	Meteorologie	STEINHAUSER, F.: Verteilung der Häufigkeiten der Windrichtungen und der Windstärken in Österreich zu verschiedenen Tages- und Jahreszeiten. Wien 1982, 140 Seiten, 131 Tabellen und 4 Kartenbeilagen.		120,-
54	261	Meteorologie	DOBESCH, H. und F. NEUWIRTH: Wind in Niederösterreich, insbesondere im Wiener Becken und im Donautal. Wien 1982, 212 Seiten, 183 Abbildungen.		vergriffen
55	266	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, VIII. Teil: Tabellen der Stundenwerte der Globalstrahlung 1975 - 1980 (Füscher - Lacke und Wallack - Haus). Wien 1983, 39 Seiten.		50,-
56	268	Geophysik	WEBER, F. und R. WÜSTRICH: Ergebnisse der refraktionsseismischen Messungen am Hochkönigsgletscher. Wien 1983, 50 Seiten, 3 Tabellen, 7 Abbildungen, 11 Beilagen.		100,-
57	278	Meteorologie	Klimadaten des Glocknergebietes, IX. Teil: Tabellen der Niederschlagsmeßergebnisse 1974 - 1980. 48 Seiten, 41 Tabellen.		70,-

Heft	Publ. Nr.	Fachgebiet	Autor	Titel und Umfang	Preis Ö. S.
59	283	Meteorologie	KAISER, A.:	Inversionen in der bodennahen Atmosphäre über Klagenfurt. Wien 1984, 79 Seiten, 13 Tabellen, 22 Abbildungen.	80.-
60	284	Meteorologie	LAUSCHER, F.:	Ozonbeobachtungen in Wien von 1853 bis 1981. Zusammenhänge zwischen Ozon und Wetterlagen. Wien 1984, 29 Seiten, 13 Tabellen, 3 Abbildungen.	40.-
61	289	Meteorologie		Klimadaten von Österreich Mittelwerte 1971 - 1980. Teil I (Vorarlberg) und Teil II (Tirol). 71 Seiten.	60.-
62	299	Geophysik	DRIMMEL, J.:	Seismische Intensitätsskala 1985 (SIS - 85). Vorschlag einer Neufassung der Intensitätsskala MSK-64. 28 Seiten, 8 Tabellen, 2 Abbildungen.	40.-
63	300	Meteorologie		Klimadaten von Österreich Mittelwerte 1971 - 1980. Teil III (Salzburg) und Teil IV (Oberösterreich). 107 Seiten.	80.-
64	302	Meteorologie	LAUSCHER, F.:	Klimatologische Synoptik Österreichs mittels der ostalpinen Wetterlagenklassifikation. Wien 1985, 65 Seiten, 32 Tabellen, 5 Abbildungen.	90.-
65	303	Geophysik	ZYCH, D.:	Messungen der erdmagnetischen Vertikalintensität und Suszeptibilitätsuntersuchungen durch die ÖMV AG als Beitrag zur Kohlenwasserstoffexploration in Österreich. Wien 1985, 14 Seiten, 2 Tabellen, 2 Abbildungen und 3 Kartenbeilagen.	60.-
66	304	Meteorologie	HOJESKY, H.:	Langjährige Radiosonden- und Höhenwindmessungen über Wien (1952 - 1984). Wien 1985, 219 Seiten, 64 Tabellen und 13 Abbildungen.	120.-
69	309	Meteorologie	KOLB, H., G. MAHRINGER, P. SEIBERT, W. SOBITSCHKA, P. STEINHAUSER und V. ZWATZ - MEISE:	Diskussion meteorologischer Aspekte der radioaktiven Belastung in Österreich durch den Reaktorunfall in Tschernobyl. Wien 1986, 63 Seiten, 4 Tabellen und 20 Abbildungen.	vergriffen
70	312	Geophysik	ARIC, K., E. BRÜCKL:	Ergebnisse der seismischen Eisdickenmessungen im Gebiet der Stubai Alpen (Daunkogelferner), der Venedigergruppe (Schlatenkees und Untersulzbachkees) und der Silvrettagruppe (Vermunt - Gletscher). Wien 1987, 18 Seiten, 4 Tabellen, 10 Abbildungen u. 4 Kartenbeilagen.	80.-
71	314	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Hohe Warte und in Wien - Stephansplatz, 1981. Wien 1987, 67 Seiten, 41 Tabellen, 11 Abbildungen.	100.-
72	315	Meteorologie	CHALUPA, K.:	Ergebnisse der Registrierung der Schwefeldioxid - Immission in Wien - Hohe Warte und in Wien - Stephansplatz, 1982 - 1985. Wien 1987, 76 Seiten, 27 Tabellen, 15 Abbildungen.	100.-
73	317	Geophysik	ARIC, K. et al:	Structure of the lithosphere in the Eastern Alps derived from P-residual analysis. Wien 1988, 35 Seiten, 3 Tabellen, 17 Abbildungen.	60.-

BERICHTE ÜBER DEN TIEFBAU DER OSTALPEN

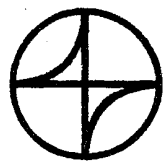
Herausgegeben von H. W. FLÜGEL und P. STEINHAUSER

Heft	Publ. Nr.	Autor	Titel und Umfang	Preis öS
1			Jahresbericht 1973. Verhandlungen der Geologischen Bundesanstalt, Jahrgang 1974, Heft 4, Seite A 138 - A 148.	
2			Jahresbericht 1974. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 21 Seiten, 5 Abbildungen, Wien 1975.	vergr.
3	212		Jahresbericht 1975. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 74 Seiten, 14 Abbildungen, Wien 1976.	115.--
4	215	WALACH G.:	Geophysikalische Arbeiten im Gebiet des Nordsporns der Zentralalpen I: Magnetische Traverse 1 (Neun- kirchen - Hochwechsel - Pöllauer Bucht). Zentral- anstalt für Meteorologie und Geodynamik, 22 Seiten, 5 Abbildungen, 4 Beilagen.	40.--
5	221		Jahresbericht 1976. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 101 Seiten, 21 Abbildungen, Wien 1977.	130.--
6	230		Jahresbericht 1977, Teil 1. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 54 Seiten, 9 Abbildungen, Wien 1978.	85.--
7	240		Jahresbericht 1977, Teil 2. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 60 Seiten, 19 Abbildungen, Wien 1979.	90.--
8	244		Tagungsbericht über das 1. Alpengravimetrie Kolloquium - Wien 1977. Herausgegeben von Peter STEINHAUSER, Zentral- anstalt für Meteorologie und Geodynamik, 129 Seiten, 35 Abbildungen, Wien 1980.	90.--
	255	GÖTZE, H.J., O. ROSENBACH und P. STEINHAUSER:	Die Bestimmung der mittleren Geländehöhen im Hochgebirge für die topographische Reduktion von Schweremessungen. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 16 Seiten, 2 Tabellen, 5 Abbildungen, Wien 1980.	25.--
10-1	264	ROSENBACH, O., P. STEINHAUSER, W. EHRISMANN, H.J. GÖTZE, O. LETTAU, D. RUESS und W. SCHÖLER:	Tabellen der mittleren Geländehöhen der Ostalpen und ihrer Umgebung für Rasterelemente = 0,75, = 1,25, 1. Lieferung, Zentralanstalt für Meteo- rologie und Geodynamik, 23 Seiten, 20 Tabellen, Wien 1982.	100.--
11	273		Tagungsbericht über das 2. Internationale Alpengravi- metrie Kolloquium - Wien 1980. Herausgegeben von B. MEURERS und P. STEINHAUSER. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 168 Seiten, 85 Abbildungen, Wien 1983	200.--

Heft	Publ. Nr.	Autor	Titel und Umfang	Preis öS
12	288		<b>Tagungsbericht über das 3. Internationale Alpengravimetrie Kolloquium - Leoben 1983.</b> Herausgegeben von B. MEURERS, P. STEINHAUSER und G. WALACH, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 222 Seiten, Wien 1985.	270.--
13	323		<b>Tagungsbericht über das 4. Internationale Alpengravimetrie Kolloquium - Wien 1986.</b> Herausgegeben von B. MEURERS und P. STEINHAUSER, Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 200 Seiten, 77 Abbildungen, Wien 1988.	250.--

# "Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik"

<b>Heft</b>	<b>Publ. Nr.</b>	<b>Fachgebiet</b>	<b>Autor</b>	<b>Titel und Umfang</b>	<b>Preis</b>
1	329	Meteorologie		Tagungsbericht EURASAP, Wien, 14-16 Nov, 1988 "Evaluation of Atmospheric Dispersion Models Applied to the Release from Chernobyl", 20 Beiträge, 198 Seiten, 100 Abbildungen, 17 Tabellen, Wien 1989	<b>200.-</b>
2	332	Geophysik		Tagungsbericht über das 5. Internationale Alpgravimetriekolloquium - Graz 1989, Herausgegeben von H. Lichtenegger, P. Steinhauser und H. Sünkel. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, 256 Seiten, 100 Abbildungen, 17 Tabellen, Wien 1989	<b>250.-</b>



XX GENERAL ASSEMBLY

# IUGG VIENNA

11 - 24 AUGUST 1991

International Union of Geodesy  
and Geophysics

Geodesy \* Seismology \* Physics  
of the Earth's Interior \* Geo-  
magnetism \* Meteorology  
Aeronomy \* Atmospheric  
Physics \* Physical Sci-  
ences of the Ocean  
Hydrological Scienc-  
es \* Vulcanology  
Chemistry of the  
Earth's Interior  
Interunion

Programs:

STEP \* ILP

IDNDR

IGBP

**Contact address:**

Local Organizing Committee - IUGG'91

Prof. Peter Steinhauser

ZAMG, Hebe-Worte 38

A-1190 Vienna, Austria

Telephone +43-222-3691253 ext. 2001

Telex 131837 meteor

Telefax +43-222-3691233

Telex: 131837 meteor  
Telephone: +43-222-3691253  
Photo: 385233  
Telex: 131837 meteor

