MITTEILUNGEN

DES INSTITUTES FÜR GRUNDBAU UND BODENMECHANIK AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE WIEN

HERAUSGEGEBEN VON PROF. DR. H. BOROWICKA



unter it. 3710 eingetragen

INHALTSVERZEICHNIS

			Seite
Zu	n Gel	leit	2
1.	Uebe	er die Scherfestigkeit bindiger Böden	
	1.1	Einleitung	4
	1.2	Die Scherfestigkeit erstverdichteter Tone	6
	1.3	Die Scherfestigkeit bei schnellen Scherver-	
		suchen mit wiederverdichtetem Ton	16
	1.4	Die Druckfestigkeit bei unbehinderter Seiten-	
		ausdehnung	20
	1.5	Die Scherfestigkeit bei langsamen Scherver-	
		suchen mit wiederverdichtetem Ton	22
	1.6	Die Vorgänge nach dem Bruch beim Dauerversuch	38
	1.7	Schlussfolgerungen	42
	1.8	Zusammenfassung und Ausblick	48
2.	Die	Spannungsverteilung im elastisch isotropen	
	Hall	hroum unter einer tiefliegenden Streifenlagt	51

Den Mitteilungen zum Geleit.

Dem Beispiel ausländischer Laboratorien folgend, sollen in Zukunft auch vom Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Hochschule Wien Mitteilungen herausgegeben werden. Es ist beabsichtigt, die Mitteilungen einbis zweimal jährlich in zwangloser Folge je nach Fortschritt
des Versuchswesens oder theoretischer Ueberlegungen erscheinen zu lassen.

Die Mitteilungen müssen zunächst infolge der Beschränktheit der zur Verfügung stehenden Mittel in einfachster äusserer Form erscheinen. Es ist jedoch zu hoffen, dass
auch die äussere Form mit der Zeit verbessert werden kann.

Es möge an dieser Stelle daran erinnert werden, dass es das Wiener Erdbaulaboratorium war, von dem die Bodenmechanik ihren Siegeszug durch die Welt angetreten hat, sodass heute in den entferntesten Ländern solche Laboratorien zu finden sind. Es trifft sich gerade zufällig, dass das Erscheinen dieser Mitteilung ungefähr zusammenfällt mit dem 75. Geburtstag unseres Lehrmeisters Karl von Terzaghi, sodass wir von dieser Stelle aus ihm und seinem Lebenswerk noch viel Erfolg wünschen können.

Als Nachfolger Terzaghis an der Technischen Hochschule Wien hatte sein engster Mitarbeiter O.K. Fröhlich das Wiener Erdbaulaboratorium durch die Schwierigkeiten und Fährnisse der Kriegs- und Nachkriegszeit zu führen. Es gelang ihm, den internationalen Ruf des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik zu bewahren.

Allerdings konnte infolge der Beschränktheit der finanziellen Mittel nach dem Kriege das Wiener Laboratorium hinsichtlich der Ausstattung mit modernen Apparaten und Instrumenten mit ähnlichen Anstalten im Ausland nicht Schritt halten.
Dank dem Entgegenkommen des Unterrichtsministeriums ist erstmals im Jahre 1958 in dieser Hinsicht ein bedeutsamer Schritt
nach vorwärts getan worden, der uns hoffen lässt, dass wir in
Kürze das verlorene Terrain wieder aufgeholt haben werden.

Beim ersten Heft der Mitteilungen musste sich der Unterzeichnete auf zwei eigene Beiträge beschränken. Ein dritter Beitrag von anderer Seite, der ursprünglich vorgesehen war, kann erst in Heft 2, das im Sommer 1959 erscheinen soll, veröffentlicht werden. Zusagen von anderen Autoren für weitere Beiträge für Heft 2 liegen erfreulicherweise bereits vor.

Wien, im Dezember 1958

gez. H. Borowicka

1. Ueber die Scherfestigkeit bindiger Böden.

Von H. Borowicka

1.1 Einleitung.

Wenn wir lockeren Sand in eine Scherbüchse einbringen, ihn durch eine lotrechte Belastung p belasten und an - schliessend die Sandprobe unter dieser Auflast abscheren, so erhalten wir zwischen p und der Scherlast s eine lineare Abhängigkeit, wenn wir den Scherversuch für verschiedene Auf - lasten p wiederholen. In Abb.l ist diese Beziehung zwischen p und s als Gerade dargestellt. Den Winkel, den die Gerade mit der Abszissenachse einschliesst, bezeichnen wir als Winkel der inneren Reibung und die Gerade selbst sehen wir als Mohrsche Hüllkurve an, sodass der Mohrsche Kreis für den Spannungszustand im Augenblick des Abscherens die Gerade tangiert.

Führen wir einen Scherversuch mit einer erstver-

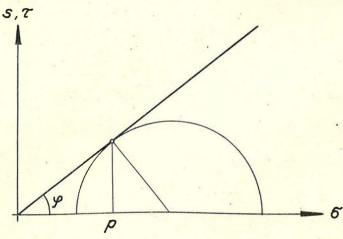


Abb.1. Scherfestigkeit von Sand

dichteten, konsolidierten Tonprobe so langsam durch, dass beim Abscheren keine Porenwasserüberdrücke auftreten, dann erhalten wir gleichfalls eine lineare Abhängigkeit zwischen der lotrechten Auflast p und der Scherlast s. Der Zusammenhang zwischen p und s wird meist als Scherwiderstandslinie bezeichnet. Seit den Untersuchungen von Hvorslev⁺⁾ und anderen sehen wir jedoch den Winkel zwischen der Scherwiderstandslinie und der Abszissenachse n i c h t als "wahren" Winkel der inneren Reibung des Tones an.

Zur Feststellung der Scherfestigkeit im Laboratorium stehen uns 3 verschiedene Methoden zur Verfügung, nämlich:

- 1. Der Scherversuch, als Schnell-oder Dauerversuch durchgeführt,
- 2. der Triaxialversuch als Schnell-oder Dauerversuch, allenfalls auch als Schnellversuch mit Porenwasserdruckmessung durchgeführt und schliesslich
- 3. der Druckversuch bei unbehinderter Seitenausdehnung. Die Druckversuche werden ergänzt durch die Messung des Winkels der Bruchfläche zur Hauptdruckrichtung. Dies ist natürlich nur in jenen Fällen möglich, wo eine eindeutige und wenigstens annähernd ebene Bruchfläche auftritt.

Die angeführten Versuche führen nun für dieselbe Auflast p nicht zu den gleichen Werten für den Scherwider-stand. Abgesehen von den Unterschieden zwischen Scher- und Druckversuchen, ergeben hauptsächlich Dauer-und Schnellver-

⁺⁾ J. Hvorslev: Ueber die Festigkeitseigenschaften gestörter, bindiger Böden, Dissertation, Technische Hochschule Wien, 1936

Erklärungsversuche dieser Unterschiede ist man bis jetzt nicht hinausgekommen. Um aber beurteilen zu können, welche Bodenkennwerte wir in die Standsicherheitsberechnungen von Bauwerken einzusetzen haben, müssen wir die Unterschiede auch quantitativ aufzuklären versuchen. Da die Ergebnisse der von Hvorslev im Erdbaulaboratorium der T.H.Wien mit grosser Exaktheit durchgeführten Scherversuche zur Verfügung stehen, wollen wir uns zuerst den Verhältnissen bei den Scherversuchen zuwenden.

An dieser Stelle mag noch erwähnt werden, dass wir unsere Betrachtungen auf wassergesättigte, bindige Böden beschränken.

1.2 Die Scherfestigkeit erstverdichteter Tone.

Wir betrachten zunächst die Verhältnisse bei erstverdichteten Tonproben und wollen annehmen, dass die durch Dauerversuche ermittelte Scherwiderstandslinie des Tones (1 in Abb.2) und auch sein wahrer Winkel der inneren Reibung φ , also die Gerade 2 bekannt seien. Beträgt die lotrechte Auflast einer konsolidierten Probe p, dann ist K_1 der Mohrsche Spannungskreis für den Zustand vor Beginn des Versuches. Bringen wir nun die Scherlast stetig auf, ohne dass Porenwasserdrücke auftreten, dann wächst die grössere Hauptspannung σ_1 , während die kleinere σ_2 sich nur wenig ändert. Schliesslich gelangt der Mohrsche Kreis des Spannungszustandes in die Lage K_2 , in welcher er die Gerade 2 gerade berührt. In der Phase I, wie wir diesen Vorgang nennen wollen, steigt also die grössere Hauptspannung von σ_1 = p auf σ_{11} . Der

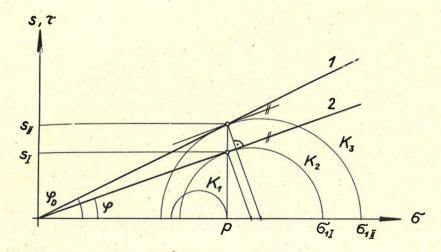


Abb. 2. Dauerversuch mit erstverdichtetem Ton

Neigungswinkel der in der Gleitfläche wirkenden Resultierenden gegen das Lot steigt dabei von O auf ϕ an. Der Kreis K_2 kann bereits als Beginn des Bruchvorganges angesehen werden, denn es muss zur Ausbildung einer Gleitfläche und damit zu stärkeren horizontalen Verschiebungen kommen.

Die Probe schert jedoch unter der Scherlast s_I
noch nicht vollkommen ab. Bei der horizontalen Verschiebung
tritt nämlich eine Verlagerung bzw. Verdichtung des Tones in
der Gleitfläche ein, welche die Probe instandsetzt, noch
höhere Scherlasten zu tragen. In der Phase II, wie wir diesen Zustand der Probe nennen wollen, bleibt die bereits ausgebildete Scherfläche als Hauptgleitfläche oder -zone bestehen. Die grössere Hauptspannung wächst weiter an, jedoch
bleibt dabei ihre Richtung in Bezug auf die Gleitfläche
unverändert erhalten. Der Zustand der Probe kann also in
Phase II nicht mehr annähernd als isotrop angesehen werden. Schliesslich schert die Probe unter der Scherlast
s_{II} vollkommen ab, wobei der Spannungszustand durch
den Kreis K₃ dargestellt wird. Im Punkt ps_{II} muss

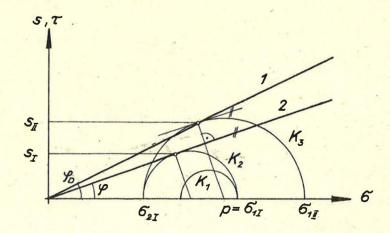


Abb. 3. Effektive Spannungen beim schnellen Scherversuch mit erstverdichtetem Ton

die Tangente an den Kreis K_3 den Neigungswinkel ϕ besitzen, also parallel zur Geraden 2 in Abb.2 sein.

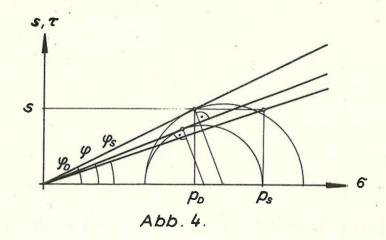
Während sich beim Dauerversuch die Porenziffer ε den jeweiligen Druckverhältnissen anpassen kann, so ist dies beim schnell durchgeführten Scherversuch nicht der Fall, es muss vielmehr die Porenziffer während des Versuches unverändert bleiben. Wir betrachten bei einer unter der Vorbelastung p konsolidierten Probe in Abb.3 die effektiven Spannungen. Vor dem Versuch ist der Spannungszustand durch den Mohrschen Kreis K_1 dargestellt. Wir nehmen wiederum an, dass die Scherwiderstandslinie l für den Dauerversuch und der wahre Winkel der inneren Reibung ϕ (Gerade 2) bekannt seien.

Steigern wir nun die Scherlast von O angefangen, so wollen wir in Phase I in Webereinstimmung mit den bisherigen Ansichten voraussetzen, dass die Porenziffer allein von der grösseren effektiven Hauptspannung abhängt. Da sich anicht ändern kann, muss deshalb in der Phase I die grössere, effektive Hauptspannung gleich der Auflast p sein. Infolge des Auftretens von Porenwasserüberdrücken, die einen Zug auf das feste Korngerüst ausüben, wird die kleinere effektive

Hauptspannung o₂ solange abnehmen, bis sie den Wert o_{2I} erreicht, für welche der Bruchkreis K₂ die Gerade 2 tangiert. In diesem Zeitpunkt kommt es zur ersten Ausbildung der Gleitfläche und die Probe tritt in Phase II ein, in welcher sich das Verhalten der Probe vollständig ändert. Wir wollen hier voraussetzen, dass die Porenziffer sich nicht ändert, wenn die kleinere effektive Hauptspannung konstant bleibt, obwohl die grössere effektive Hauptspannung noch weiter ansteigt.

Dann muss während Phase II die kleinere, effektive Hauptspannung unverändert bleiben und die grössere, effektive Hauptspannung solange ansteigen, bis sie in Abb.3 gleich o_{1II} wird, für welche der Bruchkreis K₃ der effektiven Spannungen die Scherwiderstandslinie 1 des Dauerversuches in einem Punkt schneidet, in welchem die Tangente an den Kreis parallel zur Geraden 2 ist.

Wenn also der wahre Winkel der inneren Reibung bekannt wäre, so könnten wir auf die in Abb.3 dargestellte Weise die Ergebnisse der Schnellversuche aus denen der Dauerversuche herleiten oder auch umgekehrt. Oder aber, wenn wir die Ergebnisse von Dauer- und Schnellversuchen kennen, so können wir den wahren Winkel der inneren Reibung ermitteln, vorausgesetzt natürlich, dass die gemachten Annahmen zutreffend sind. Bezeichnen wir mit ϕ_D bzw. ϕ_S den Winkel, den die aus Dauerversuchen bzw. Schnellversuchen ermittelte Scherwiderstandslinie des erstverdichteten Tones mit der Abszissenachse einschliesst und betrachten wir einen Dauerversuch und Schnellversuch, welche – unter verschiedenen Vorbelastungen p_D und p_S konsolidiert – den gleichen Scherwiderstand ergeben, so



erhält man nach Abb.4 aus den geometrischen Beziehungen zwischen ϕ_D , ϕ_S und ϕ folgende Gleichung

 $\cot \phi_S - \cot \phi_D = (\cot \phi_S + \cot \phi_D) \sin \phi - \cos \phi$ oder, nach sin ϕ aufgelöst

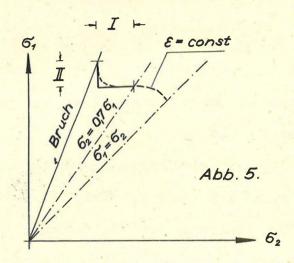
$$\sin \varphi = \frac{\cot g^2 \ \varphi_S - \cot g^2 \ \varphi_D + \sqrt{1 + 4 \cdot \cot g \ \varphi_S \cot g \ \varphi_D}}{1 + (\cot g \ \varphi_S + \cot g \ \varphi_D)^2}$$

Für den von Hvorslev untersuchten Wie-ner Tegel ergeben sich folgende Werte

 $\phi_{\rm D} = 26^{\rm o}34^{\rm i}$, cotg $\phi_{\rm D} = 2,000$, $\phi_{\rm S} = 19^{\rm o}11^{\rm i}$, cotg $\phi_{\rm S} = 2,875$. Aus Gleichung l folgt: $\sin \phi = 0,37$, $\phi = 21^{\rm o}40^{\rm i}$.

Wenn wir nun die Zulässigkeit der gemachten Annahmen überprüfen wollen, so können wir auf die ε = const Kurven zurückgreifen, welche Rendulic⁺⁾ für veränderliche Hauptspannungen σ_1 und σ_2 abgeleitet hat. Wir können aus Abb.5 entnehmen, dass wir die gekrümmte ε = const Kurve durch 2 gerade Strecken I und II in Phase I und II ersetzt haben. Die tatsächlichen Verhältnisse wurden daher durch

⁺⁾ Rendulic: Ein Grundgesetz der Tonmechanik und sein experimenteller Beweis, Bauingenieur 1937 H.31/32.

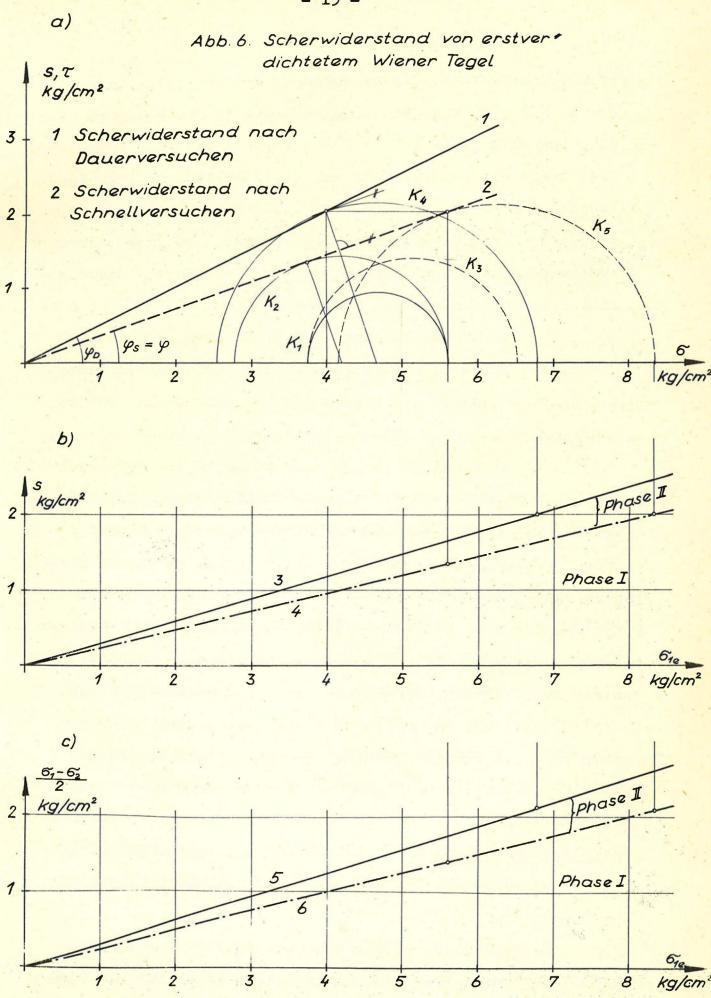


unsere Annahmen idealisiert. In Wirklichkeit erfolgt der Uebergang von Phase I zu II nicht plötzlich. Der mit unseren Annahmen erhaltene Winkel der inneren Reibung muss daher zu groß sein.

Weiters müssen wir uns vor Augen halten, dass der wahre Winkel der inneren Reibung eines Tones möglicherweise keinen präzise feststellbaren Wert besitzt, also keine genau feststellbare Materialkonstante darstellt, sondern vielleicht nur eine fiktive, gedachte Grösse ist, welche die wirklichen, viel verwickelteren Verhältnisse mehr oder minder richtig wiedergibt. Selbst beim Druckversuch bei unbehinderter Seitenausdehnung haben wir es niemals mit einer geometrisch exakten und daher genau erfassbaren Scherfläche zu tun, sondern immer mit einer Scherzone von einer gewissen Dicke, welche oft nicht genau eben und manchmal von Nebenscherflächen durchzogen ist. Ausserdem muss bedacht werden, dass der Bruchwinkel beim Druckversuch nach dem Bruch, also an der stark deformierten und gestauchten Probe gemessen wird. Richtiger wäre, den Bruchwinkel am Beginn der Ausbildung der Scherfläche zu ermitteln, was aber praktisch nur schwer durchführbar ist. Der nach dem Bruch ermittelte Bruchwinkel ist daher zu gross und der hieraus ermittelte Reibungswinkel ϕ zu klein. Immerhin erhalten wir auf diese Art einen unteren Grenzwert für ϕ .

Da unsere Veberlegungen nicht so sehr auf die Feststellung des wahren Wertes der inneren Reibung hinzielen, sondern auf die Herstellung von Beziehungen zwischen den verschiedenen Versuchsarten, so wollen wir uns hier mit einer genäherten Annahme über den wahren Winkel der inneren Reibung begnügen. Wir können sogar noch einen Schritt weiter gehen und sagen, dass wir den Winkel der inneren Reibung durch eine Arbeitshypothese präzise festlegen und hinterher sehen, wie weit die Versuchsergebnisse mit dieser in Einklang stehen.

In diesem Sinne wollen wir annehmen, dass der wahre Winkel der inneren Reibung φ gleich ist dem Scherwiderstandswinkel φ_S beim schnellen Scherversuch mit erstverdichteten Proben. Mit dieser Anna-hme sind die Spannungsverhältnisse für einen Schnellversuch mit einer erstverdichteten Probe in Abb.6 nochmals dargestellt. K, ist der Mohrsche Kreis für den Spannungszustand vor dem Scherversuch, K, bzw. K, für die effektiven bzw. totalen Spannungen am Ende der Phase I (Bruchbeginn) und K, bzw. K, für die effektiven bzw. totalen Spannungen am Ende der Phase II (Bruch). Die horizontale Entfernung der Kreise K, und K, entspricht der Porenwasserspannung am Ende der Phase I und die der Kreise K, und K, derjenigen am Ende der Phase II. In Phase I bleibt die grössere, effektive Hauptspannung und die kleinere, totale Hauptspannung konstant. Die kleinere, effektive Hauptspannung wird vermindert und die grössere, totale Hauptspannung um den gleichen Betrag vermehrt. In Phase II verändert sich weder die totale



noch die effektive, kleinere Hauptspannung viel, hingegen wächst die effektive und noch mehr die totale grössere Hauptspannung stark an. In Phase II wird also das Korngerüst der Probe relativ mehr belastet. Während am Ende der Phase I der Porenwasserüberdruck 100% des Zuwachses an grösserer, totaler Hauptspannung beträgt, ist dieser Prozentsatz am Ende der Phase II nur rd 60%, während die restlichen 40% vom Korngerüst zu tragen sind.

Wir können nun den Scherwiederstand s oder auch die halbe Hauptspannungsdifferenz (die Differenz der totalen Hauptspannungen ist gleich der der effektiven) in Abhängigkeit von der wirksamen, grösseren Hauptspannung ole auftragen. Dies ist in Abb.6b bzw. 6c durch die Geraden 3 bzw. 5 geschehen. Ausserdem wurde in diesen Abb. die Grenze zwischen Phase I und II als strichpunktierte Gerade 4 bzw . 6 eingetragen. Da, wie wir aus Abb.6a entnehmen können, aufgrund unserer Annahme die Gerade 2 als Mohrsche Hüllkurve sowohl für die effektiven Spannungen am Ende der Phase I als auch für die totalen Spannungen am Ende der Phase II angesehen werden kann, gilt die Gerade 6 in Abb. 6c nicht nur für die effektive, grössere Hauptspannung ole, sondern auch für die totale, grössere Hauptspannung. Wir sind demnach mittels der Geraden 6 in Abb.6c in der Lage, zu einer gegebenen totalen grösseren Hauptspannung die zugehörige totale Hauptspannungsdifferenz anzugeben, bei welcher der Bruch eintritt, oder auch umgekehrt.

Abgesehen von Wiener Tegel hat Hvorslev Versuche mit Klein-Beltton durchgeführt. Dieser weicht sehr von

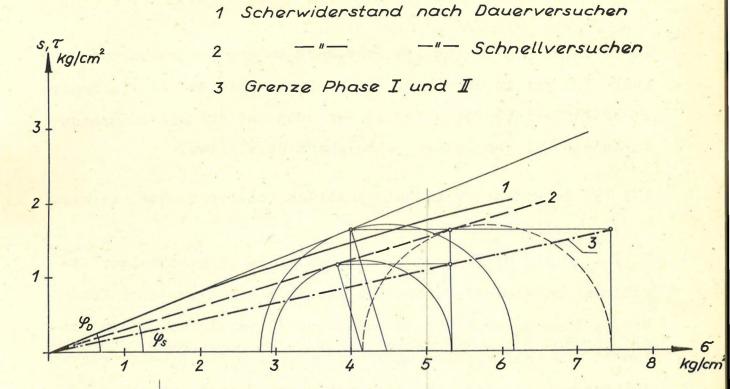


Abb. 7. Scherwiderstand von erstverdichtetem Klein Belt Ton

den Eigenschaften des Wiener Tegels ab. Da er stark thixotropisch ist, ist die aus Dauerversuchen abgeleitete Scherwiderstandslinie keine Gerade, sondern eine gekrümmte Kurve (1 in Abb.7), während die Schnellversuche die praktisch gerade Scherwiderstandslinie 2 ergeben. Um unsere Ueberlegungen anwenden zu können, müseen wir den Einfluss der Thixotropie ausschalten und in Abb.7 die Kurve 1 durch eine Tangente im Ursprung ersetzen. Für Klein-Beltton ist $\phi_D=21^{\circ}50^{\circ}$, cotg $\phi_D=2.5$, $\phi_S=16^{\circ}40^{\circ}$, cotg $\phi_S=3.33$ und wir erhalten aus Gleichung 1 sin $\phi=0.335$ oder $\phi=19^{\circ}30^{\circ}$ als oberen Grenzwert. Mit der Annahme $\phi=\phi_S=16^{\circ}40^{\circ}$ wurde die Konstruktion in Abb.7 durchgeführt und der (fiktive) Porenwasserüberdruck ergab sich beim Bruch wie beim Wiener Tegel mit rd 60% des Zuwachses an grösserer Hauptspannung.

Mit den beiden Annahmen $\phi = \phi_S$ und Porenwasserdruck

im Bruchzustand rd 60% des Zuwachses an grösserer Hauptspannung sind wir in der Lage, für erstverdichteten Ton die Scherwiderstandslinie für schnelle Versuche aus der bei langsamen Versuchen mit genügender Genauigkeit abzuleiten.

1.3 Die Scherfestigkeit bei schnellen Scherversuchen mit wiederverdichtetem Ton.

Wir wollen nun die Verhältnisse beim schnellen Abscheren von wiederverdichteten Proben betrachten, also Proben, welche unter einer Vorbelastung $\mathbf{p_v}$ verdichtet, dann entlastet und schliesslich unter einer Last $\mathbf{p_w} < \mathbf{p_v}$ wiederverdichtet wurden. Einfach überverdichtete Proben, welche also von $\mathbf{p_v}$ auf p entlastet wurden, wollen wir hier nicht betrachten, da die statischen Verhältnisse infolge der Inkonstanz der Ruhedruckziffer bei der Entlastung zu unübersichtlich sind.

Verdichtete Probe, so besitzt diese eine Porenziffer ε , welcher am Hauptast des Druckporenzifferdiagrammes der äquivalente Punkt pe entspricht. Solange sich beim Aufbringen der Scherlast die Probe in Phase I befindet, gelten für die Abhängigkeit von ε und effektivem σ_1 die gleichen Beziehungen, wie sie durch das Druckporenzifferdiagramm zwischen ε und pgegeben sind. Am Ende der Phase I wird daher ein wiederverdichteter Boden unter der Auflast p_w bei gleicher Scherlast die gleiche Porenziffer aufweisen, wie eine erstverdichtete Probe unter dem äquivalenten Druck p_e als Auflast. Da die effektive Auflast in beiden Fällen die gleiche sein muss und p_e grösser als p_w ist, muss bei der wiederverdichteten

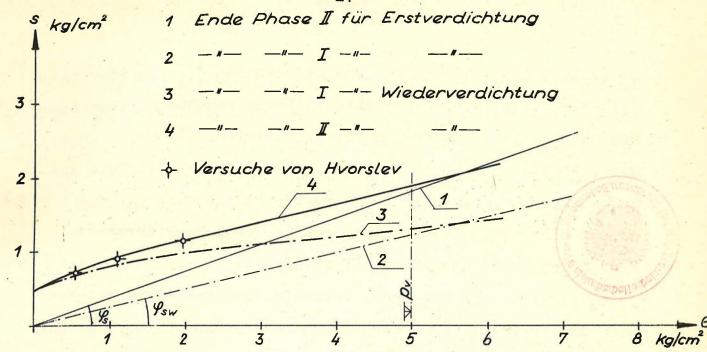


Abb. 8. Schnellversuche mit wiederverdichtetem Wiener Tegel

Probe beim Abscheren ein zusätzlicher Porenwasserunterdruck auftreten, welcher die fehlende effektive Auflast ersetzt. In Abb.8 zeigt die Gerade 1 die Ergebnisse von Schnellversuchen mit erstverdichtetem Wiener Tegel und die Gerade 2 entspricht dem Ende der Phase I. Mit Hilfe des Druckporenzifferdiagrammes bzw. des äquivalenten Druckes wurde nun die Kurve 3 für das Ende der Phase I für wiederverdichteten Ton ermittelt. Der Vorverdichtungsdruck beträgt $p_{\rm w}=5~{\rm kg/cm^2}$.

Würden wir die gleiche Konstruktion auf die Scherwiderstandslinie 1 für Erstverdichtung anwenden, so würden
wir für kleine Auflasten viel zu hohe Scherwiderstände für
die wiederverdichtete Probe erhalten, weil ja die Verhältnisse, wie sie durch das Druckporenzifferdiagramm gegeben sind,
in Phase II nicht mehr gelten. Solange der beim Abscheren
der wiederverdichteten Probe auftretende zusätzliche Porenwa sserunterdruck nur eine Verminderung des vorhandenen Porenwasserüberdruckes hervorruft, also für nicht allzu klei-

ne Auflasten p, können wir uns offenkundig die Scherfestigkeit der mit p wiederverdichteten Probe zusammengesetzt denken aus dem Scherwiderstand der erstverdichteten Probe unter der gleichen Auflast plus dem Zuwachs an Scherfestigkeit zwischen Phase I und II für den Vorverdichtungsdruck p. Das heisst aber, dass die Linie 4, welche den Scherwiderstand beim Bruch (Ende der Phase II) darstellt, für nicht zu kleine p parallel zur Geraden 2 verläuft. Der Punkt, in welchem sich die Kurven 1 und 4 bzw. 2 und 3 vereinen, entspricht dem Punkt, in welchem der Haupt-und Wiederbelastungsast des Druckporenzifferdiagrammes zusammenfallen. Nun bleibt noch die Kurve 4 im Bereiche kleiner p zu bestimmen. Wir betrachten die Verhältnisse beim Abscheren unter der Auflast O. Am Ende der Phase I herracht ein beträchtlicher Porenwasserunterdruck. Während bei Vorhandensein eines Porenwasserüberdruckes das Ausbilden der Gleitfläche keinen Einfluss auf diesen hat, ist es beim Vorhandensein eines Porenwasserunterdruckes sehr wahrscheinlich, dass bei der vergrösserten Scherbewegung dieser abreisst oder doch stark vermindert wird. Das heisst aber, dass für pw = 0 das Ende der Phase I gleichzeitig als Grenze des Scherwiderstandes angesehen werden kann. Mit dieser Annahme wurde die Linie 4 in Abb.8 ergänzt und der Vergleich mit den Versuchsergebnissen von Hvorslev zeigt eine sehr gute Uebereinstimmung. In Abb.9 wurde sodann auf die gleiche Weise die Scherfestigkeit von wiederverdichtetem Klein-Beltton ermittelt. Auch hier ist die Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen von Hvorslev eine überraschend gute.

Bezeichnen wir den Winkel, den die Gerade 2 bzw.

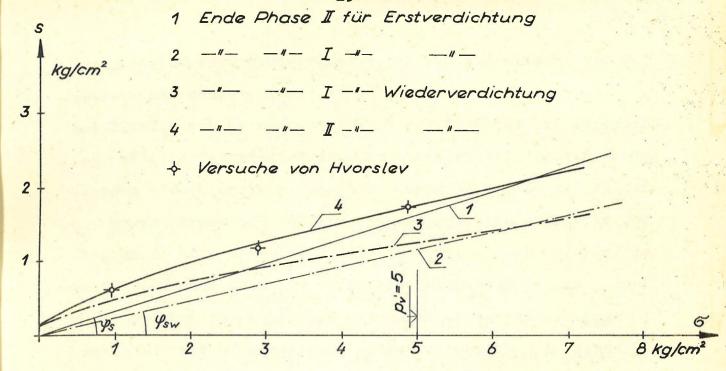


Abb. 9. Schnellversuche mit wiederverdichtetem Klein Belt Ton

der gerade Teil der Kurve 4 in Abb.8 und 9 mit der Abszissenachse einschliesst, mit ϕ_{sw} , so ergibt sich zwischen ϕ_{s} (= ϕ) und ϕ_{sw} folgende Beziehung:

$$tg \varphi_{sw} = \frac{\sin \varphi_{s} \cos \varphi_{s}}{1 + \sin \varphi_{s}}$$

Für Wiener Tegel mit $\varphi_{s} = 19^{\circ}$ ll' wird $\varphi_{sw} = 13^{\circ}$ 10' und für Klein-Beltton mit $\varphi_{s} = 16^{\circ}$ 40' ergibt sich $\varphi_{sw} = 12^{\circ}$ 10'.

Durch unsere Ueberlegungen sind wir nunmehr in der Lage, die Scherfestigkeit von wiederverdichteten Proben aus der Scherwiderstandslinie für erstverdichtete Proben, soweit es sich um schnelles Abscheren handelt, zu ermitteln.

Bevor wir auf die Dauerversuche mit wiederverdichteten Proben zu sprechen kommen, wollen wir jedoch
auf die Verhältnisse beim Druckversuch bei unbehinderter
Seitenausdehnung eingehen, da diese den schnellen Scherversuchen verwandt sind.

1.4 Die Druckfestigkeit bei unbehinderter Seitenausdehnung.

Wir betrachten zunächst Druckversuche für erstverdichtete Proben. Wird ein Probekörper unter dem allseitigen Druck p konsolidiert und dann ohne Wasserzutritt entlastet, so ist die totale Spannung in diesem Zustand O, die grössere, effektive Hauptspa/nnung p und der Porenwasserdruck - p, er ist also ein Unterdruck. Bringen wir nun eine lotrechte Last q an, so wird zunächst analog wie beim schnellen Scherversuch die grössere, effektive Hauptspannung unverändert p betragen, die grössere, totale Hauptspannung wird um q erhöht und der Porenwasserunterdruck um q auf p - q vermindert. Da p immer wesentlich grösser als q ist, wird am Ende der Phase I immer ein beträchtlicher Porenwasserunterdruck vorhanden sein und wir haben ähnliche Verhältnisse wie beim schnellen Scherversuch mit überverdichteten Proben bei vollständiger Entlastung. Das heisst aber, dass der Scherwiderstand am Ende der Phase I erschöpft sein sollte. Die Gerade 6 in Abb.6c muss daher die Druckfestigkeit von Wiener Tegel bei unbehinderter Seitenausdehnung ergeben, wenn als Abszisse die Vorbela-stung p und als Ordinate die halbe Bruchlast g verstanden wird. Man erhält aus Abb. 6c für erstverdichteten Boden die Beziehung $\frac{q}{p} = 0,50$. Nach Versuchen von Hvorslev ergab sich für gleiche Druckrichtung von p und q ein Wert von 0,50 für quadratische und 0,54 für zylindrische Probekörper und für q normal p ein Wert von 0,45. Wie man sieht - eine ganz ausgezeichnete Uebereinstimmung, Der aus dem Bruchwinkel ermittelte Winkel der inneren Reibung wurde von Hvorslev in den ersten beiden Fällen mit 180 und im dritten Fall mit 19° a/ngegeben. Da der Winkel φ mit 19°11'

etwas über diesen als Minimum anzusehenden Werten liegt, bestätigen diese Versuche unsere Annahme von $\phi = \phi_{_{\bf S}}$.

Für erstverdichteten Klein-Beltton ergibt sich auf Grund unserer Ueberlegungen $\frac{q}{p} = 0,45$. Nach den Versuchen von Hvorslev ergab sich für q parallel p $\frac{q}{p}$ = 0,38, für q unter 45° zu p $\frac{q}{p}$ = 0,41 und für q normal p $\frac{q}{p}$ = 0,46. Auch hier also wieder eine ausgezeichnete Uebereinstimmung. Die Messung des Bruchwinkels ergab im ersten Fall einen Winkel der inneren Reibung von 4°, im zweiten Fall 9°30' und im dritten Fall 60. Der Unterschied zu dem hier angenommenen Winkel der inneren Reibung von 16°40' ist also ganz erheblich. Nun wurde im Falle 2. der den Verhältnissen des Scherversuches am nächsten kommt, ein Bruchwinkel von 40°15' gemessen, während er nach unserer Annahme nur 36°40' hätte betragen sollen. Dieser Unterschied von 3035' ist schon viel weniger auffällig, besonders wenn wir bedenken, dass die Formänderungen beim Klein+Beltton viel grössere sind als beim Wiener Tegel. Die Höhe der Versuchskörper betrug nach dem Versuch manchmal nur 3/4 derjenigen vor dem Versuch und der Winkel zwischen der Diagonale des Versuchskörpers und der Aufstandfläche verminderte sich von 63,5° auf 56,5°, also um 7°. Hiermit scheint eine einigermassen plausible Erklärung der Abweichungen gegeben zu sein, da im Augenblick der Ausbildung der Scherfläche der Bruchwinkel wesentlich kleiner gewesen sein kann, als der nach dem vollständigen Bruch gemessene.

Wenn wir nun zu den Druckversuchen mit wiederverdichteten Proben übergehen, so sind die Verhältnisse ziemlich klar. Da nach unseren Ueberlegungen der Bruch am Ende

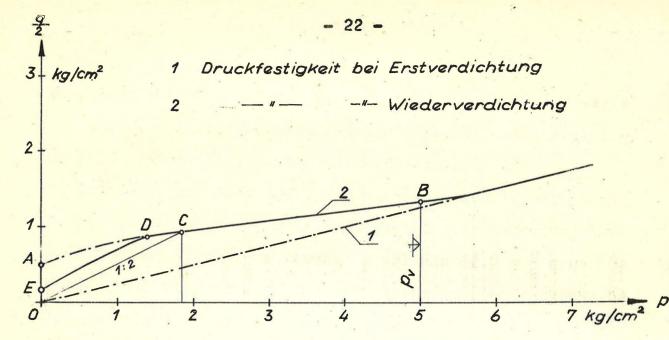


Abb. 10. Druckfestigkeit von wiederverdichtetem Wiener Tegel

der Phase I eintritt, gelten die durch den Kompressionsversuch gegebenen Beziehungen zwischen p und s, d.h. wir dürfen mit äquivalenten Drücken arbeiten. In Abb.10 gibt die Gerade 1 die Beziehung zwischen halber Bruchlast q und Auflast p für Erstverdichtung. Die Kurve A-B ist die mittels äquivalenten Drücken verzerrte Gerade 1. Die Kurve kann jedoch nur für grössere Auflasten pw richtig sein, da bei kleineren Wiederverdichtungsdrücken pw effektive Zugspannungen im Korngerüst auftreten müssen, die eine erhebliche Verminderung der Druckfestigkeit bewirken sollten. Die Kuve 2, ermittelt aus den äquvalenten Drücken kann daher nur im Bereich BD gelten. Bevor wir aber auf diesen Punkt weiter eingehen, wollen wir erst den langsamen Scherversuch mit wiederverdichteten Proben betrachten.

1.5 Die Scherfestigkeit bei langsamen Scherversuchen mit wiederverdichtetem Ton.

Wir konnten allein durch die Annahme des Winkels der inneren Reibung die Ergebnisse von Schnellversuchen mit

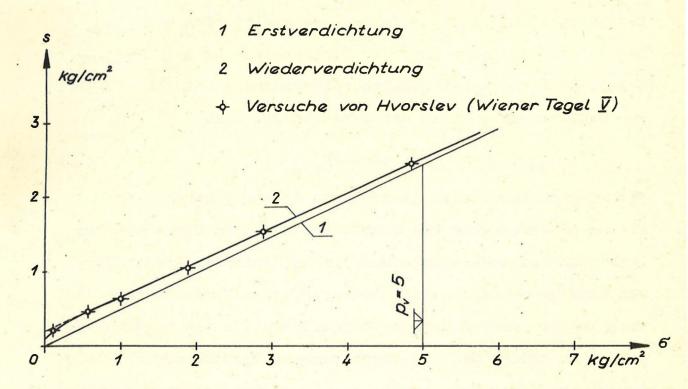


Abb. 11. Dauerversuche mit Wiener Tegel

erst-und wiederverdichteten Proben aus den Dauerversuchen mit erstverdichteten Proben ableiten. Der Ausdruck Kohäsion ist bisher in unseren Ueberlegungen gar nicht vorgekommen und dies ist eigentlich erstaunlich.

Wenn wir Dauerversuche mit wiederverdichteten Proben durchführen, so erhalten wir gegenüber erstverdichteten Proben nur geringfügig grössere Scherfestigkeiten. In Abb.ll zeigt die Gerade 1 die Scherfestigkeit von erstverdichteten und die Linie 2 diejenige von wiederverdichteten Wiener Tegel. Die Linie 2 kann nur für grössere Wiederverdichtungsdrücke pw annähernd durch eine Gerade ersetzt werden, für kleinere p verläuft sie gekrümmt und schneidet auf der Ordinatenachse eine Strecke c ab, welche üblicherweise als Kohäsion bezeichnet wird.

Wollen wir die Scherfestigkeit wiederverdichte-

ter Böden formelmässig erfassen, so ergibt sich - wie aus Abb.ll ersichtlich - nach der Wiederbelastung ein linearer Zusammenhang zwischen dem Scherwiderstand s und der effektiven Druckspannung pw in der Gleitfläche, also:

$$s = c + b.p_w 3$$

Wir müssen aber gleich hinzufügen, dass Gleichung 3 für kleine pw genau genommen nicht mehr gilt. Im Sinne des Coulombschen Gesetzes wurden nun die in Gleichung 3 enthaltenen Konstanten dahingehend gedeutet, dass b den Tangens des Winkels der inneren Reibung darstellt und c die sogenannte Kohäsion, welche der Ton durch seine Belastung erwirbt. Die Grösse der Kohäsion c sollte dabei nur vom grössten Vorverdichtungsdruck pw abhängen, nicht aber von der Grösse der Wiederbelastung pw. Dem Umstande, dass die Linie 2 für kleine Wiederbelastungen nicht gerade, sondern gekrümmt verläuft, dass also die Kohäsion in diesem Bereich offenbar nicht konstant sein kann, wurde keine besondere Wichtigkeit beigemessen, obzwar die relativen Unterschiede ganz beträchtliche sind.

Es wurden immer wieder berechtigte Zweifel an der Deutung der Konstanten c in Gleichung 3 als echte Kohäsion geäussert, vor allem auch deshalb, weil sich ein Ton beim Abscheren grundsätzlich ganz anders verhält, als ein fester Körper beim Bruch. Da man mit allen Ueberlegungen über die sogenannte Kohäsion mehr oder minder auf einen toten Punkt angelangt ist, wollen wir einen neuen Weg zur Deutung dieser Erscheinungen einschlagen.

Unsere Veberlegungen über die Scherfestigkeit

erstverdichteten Tones haben uns ganz unabhängig von dem Verhalten wiederverdichteter Proben zu einer Annahme über die Grösse des Winkels der inneren Reibung geführt. Wenn wir nun den Zusammenhang von s und $p_{\rm W}$ versuchsmässig bestimmen und daraus die Konstanten in Gleichung 3 ermitteln wollen, so haben wir uns mit unserer Annahme über die Grösse von ϕ sozusagen eines Freiheitsgrades beraubt, indem die Konstante b bereits festliegt. Wir werden daher nicht verlangen können, dass die Grösse c in Gleichung 3 als Konstante angesehen werden darf, sondern müssen zulassen, dass sich der Wert von c mit $p_{\rm W}$ ändert. Damit haben wir aber die grundlegende Annahme für das Vorhandensein einer echten, konstanten Kohäsion bereits aufgegeben und sind nun gezwungen, eine neue Arbeitshypothese einzuführen.

Schert wird, dann muss beim Bruch die sogenannte Kohäsion zerstört werden. Im Gegensatz zu festen Körpern zeigt sich jedoch, dass sie bereits nach kurzer Zeit wiederum auftritt. Dieses Verhalten des Tones zeigt, dass die Erscheinung, die bisher als echte Kohäsion gedeutet wurde, ihrem Wesen nach verwandt sein muss einer Porenwasserspannung, welche beim Bruch zwar vorübergehend verschwinden, aber später wieder auftreten müsste. Aus diesem Grunde wollen wir annehmen, dass in überverdichteten Tonen ein effektiver Binnendruck P_k vorhanden ist. Der Ausdruck Binnendruck wurde von O.K. Fröhlich⁺⁾ geprägt und als fiktiver Druck zur Vereinfachung

⁺⁾ O.K.Fröhlich: Druckverteilung im Baugrund, Wien, Julius Springer 1934.

mathematischer Zusammenhänge eingeführt. Wir wollen nunmehr einen Schritt weitergehen und diesen Binnendruck als einen effektiv auf die Tonmaterie wirkenden Druck voraussetzen. welcher natürlich seinerseits wiederum durch einen gleich grossen in der flüssigen Phase wirksamen Unterdruck hervorgerufen sein muss. Am einfachsten kann die Entstehung dieses Unterdruckes durch die Vorstellung veranschaulicht werden, dass infolge der Zähigkeit des Wassers beim Schwellen des Tones Reibungsspannungen zwischen fester und flüssiger Phase zurückbleiben, welche ein vollständiges Aufschwellen und Zerfallen des Tones verhindern. Dadurch bleibt ein restlicher Unterdruck im Porenwasser erhalten, welcher eben den Binnendruck in der festen Materie erzeugt. Wir wollen uns aber an dieser Stelle nicht mit der physikalischen Deutung oder Erklärung des Auftretens des effektiven Binnendruckes befassen, sondern ihn nur als reine Arbeitshypothese in unsere Betrachtungen einführen. Gegenüber dem Begriff der echten Kohäsion erkennen wir sofort zwei fundamentale Unterschiede, nämlich:

- 1.) Die Grösse des Binnendruckes braucht nicht als konstant angesehen zu werden, sondern kann mit dem Belastungszustand veränderlich sein.

Wenn wir nun bei der Entlastung einer Tonprobe das Auftreten eines Binnendruckes in Betracht ziehen, so

ware die Annahme naheliegend, dass bei der Erstbelastung einer Probe analog ein Binnenunterdruck auftritt. Es müsste dann auch nach vollendeter Konsolidation ein kleiner Teil der totalen Last durch das Porenwasser übertragen werden.

Das ist auch sehr wahrscheinlich der Fall, jedoch kann die quantitative Feststellung der Grösse des Binnenunterdruckes bei Erstbelastung erst nach der Durchführung zusätzlicher Laboratoriumsversuche erfolgen, weshalb wir hier diesen Gedanken vorerst nicht weiter verfolgen wollen. Es soll aber festgehalten werden, dass der bei der Entlastung angenommene Binnendruck bzw. Restporenwasserunterdruck nicht als absolut zu nehmende Grösse aufzufassen ist, sondern nur die Druckdifferenz gegenüber dem Zustand der Erstbelastung darstellt.

Die Grösse des Binnendruckes wollen wir folgendermassen festlegen: Ergeben bei Da-uerversuchen eine erstverdichtete und eine wiederverdichtete Probe den gleichen Scherwiderstand s, wobei die erstverdichtete Probe unter der Auflast p stand, und die wiederverdichtete Probe mit pw wiederverdichtet wurde, so wollen wir unter dem Binnendruck pk die Differenz p - pw verstehen. Wir erreichen damit, dass der Mohrsche Kreis des effektiven Spannungszustandes beim Bruch für eine erstverdichtete und eine wiederverdichtete Probe der gleiche ist. Sämtliche Schwierigkeiten, die im Zusammenhang mit der Mohrschen Darstellung des effektiven Spannungszustandes beim Bruch entstehen, sind daher mit einem Schlage überwunden.

Unsere Arbeitshypothese über das Vorhandensein eines effektiven Binnendruckes nach einer Entlastung hat eine

weitere Konsequenz hinsichtlich des Entlastungs- und Wiederbelastungsastes des Druckporenzifferdiagrammes. Im Sinne unserer Annahme ist nämlich nach einer Entlastung der durch die lotrechte Last bewirkte Druck gar keine effektive Spannung, sondern es muss zu diesem der Binnendruck hinzugezählt werden, um die tatsächliche effektive Spannung zu erhalten. Führen wir dies durch, indem wir pk aus dem Scherdiagramm der Abb.ll entnehmen, so erhalten wir überraschenderweise in halblogarithmischer Darstellung für den Wiederbelastungsast des Druckporenzifferdiagrammes eine Gerade - natürlich im Rahmen der überhaupt erzielbaren Genauigkeit (Abb.12). Der Entlastungsast lässt sich nun leicht aus dem Wiederbelastungsast ableiten, wie dies in Abb.12 gezeigt ist. Er wird als eine nach oben konkave Kurve erhalten und spiegelt einerseits die Inkonstanz der Ruhedruckziffer bei der Entlastung und andrerseits eine echte Hysteresiswirkung wieder.

Das einfache Ergebnis eines linearen Zusammenhanges zwischen effektiver Druckspannung und Porenziffer bei der Wiederbelastung lässt die Vermutung aufkommen, dass die Neigung der Geraden für die Wiederbelastung in ursächlichem Zusammenhang mit dem Schwellvermögen des Tones steht. Dann müsste es aber möglich sein, diese Gerade aus dem Druckporenzifferdiagramme selbst ohne Zuhilfenahme des Scherdiagrammes zu bestimmen und damit auch den Binnendruck p_k zu ermitteln.

Im Druckporenzifferdiagramm für Wiener Tegel in Abb. 12 stellt die Strecke AC die Verminderung der Porenziffer bei Wiederverdichtung von p = 0,055 kg/cm² auf den vollen Vorverdichtungsdruck p_v = 5 kg/cm² dar. Bei Erstverdichtung wird die Porenziffer um AE verkleinert. Wäre – immer unter der Voraus-

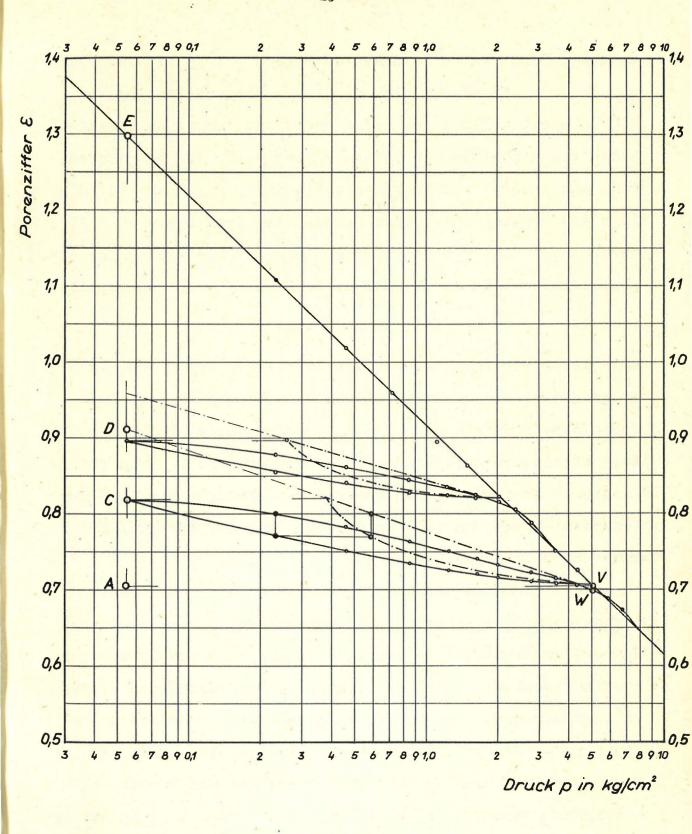


Abb. 12. Druck-Porenzifferdiagramm für Wiener Tegel V

setzung, dass unsere Annahmen zutreffen - kein Binnendruck vorhanden, dann müsste sich bei einer Wiederbelastung von 0,055 kg/cm² auf 5 kg/cm² eine Probe mit denselben elastischen Eigenschaften der festen Phase um AD zusammendrücken. Wenn nun unsere Vermutungen richtig sind, so müsste für die Lage des Punktes D zwischen C und E das Verhältnis AC : AE massgebend sein. Wir wollen die einfachste Beziehung für die gegenseitige Lage der Punkte A, C, D und E ansetzen, nämlich

AC : AE = CD : CE

Mit dieser Beziehung können wir bei Wiener Tegel für nicht zu grosse Wiederauflasten p_w den Binnendruck p_k bestimmen. Wegen der Kleinheit von p_k ist für grössere p_w bei der halblogarithmischen Auftragung die Ermittlung nicht genau genug. In Abb.13 sind die Ergebnisse der Herleitung von p_k aus dem Kompressionsversuch und aus den von Hvorslev durchgeführten Dauerscherversuchen dargestellt.

Standslinien für Wiener Tegel aufgrund von Schnellversuchen mit erstverdichteten Proben (1) und aufgrund von Dauerversuchen mit erstverdichteten (2) und wiederverdichteten Proben (3) aufgetragen. Die Linie 3 gilt für den Vorverdichtungs- druck $p_{\mathbf{v}} = 5 \text{ kg/cm}^2$. Sodann wurden in der Abb. unten die aus den Dauerscherversuchen mit wiederverdichteten Proben ($p_{\mathbf{v}} = 5 \text{ kg/cm}^2$) ermittelten Werte des Binnendruckes $p_{\mathbf{k}}$ in Abhängigkeit von der Wiederbelastung $p_{\mathbf{w}}$ aufgetragen u.zw. sowohl für Wiener Tegel als auch Klein-Beltton. Obzwar die $p_{\mathbf{k}}$ Werte infolge ihrer Kleinheit stark streuen, geht aus der Abb. 13 trotzdem eindeutig hervor, dass für die beiden untersuch-

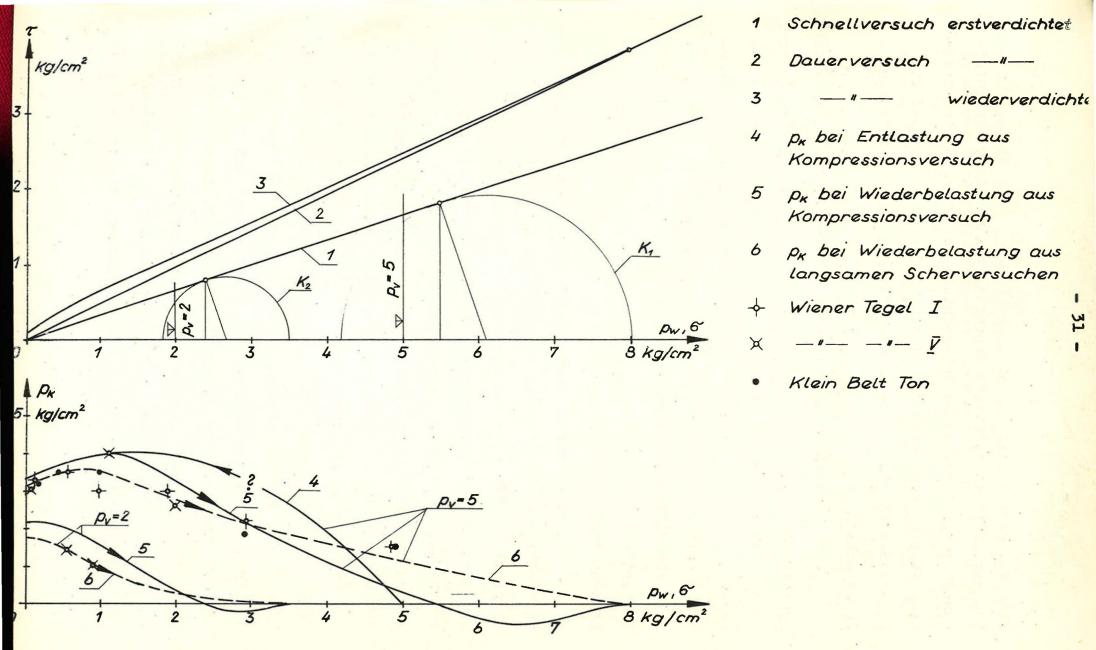


Abb. 13. Binnendruck pr nach Vorbelastung mit pr und Wiederbelastung mit pr

ten und in ihren sonstigen Eigenschaften so stark verschiedenen Tone praktisch keine Unterschiede in den \mathbf{p}_k Werten bestehen. Dies scheint eine Bestätigung dafür zu sein, dass die Grösse des Binnendruckes in erster Linie von der flüssigen Phase abhängt.

Legen wir nun eine vermittelnde Kurve ein, so erhalten wir die Linie 6 in Abb.13. Der Binnendruck p_k steigt zunächst bei Steigerung der Wiederbelastung p_w von 0 etwas an, erreicht etwa bei 1 kg/cm² sein Maximum und fällt dann langsam und stetig auf 0 ab. Die extrapolierte Kurve 6 zeigt, dass der Nullwert des Binnendruckes nicht bei Erreichen des Vorverdichtungsdruckes p_v , sondern erst bei einem wesentlich höheren Wiederverdichtungsdruck p_w eintritt.

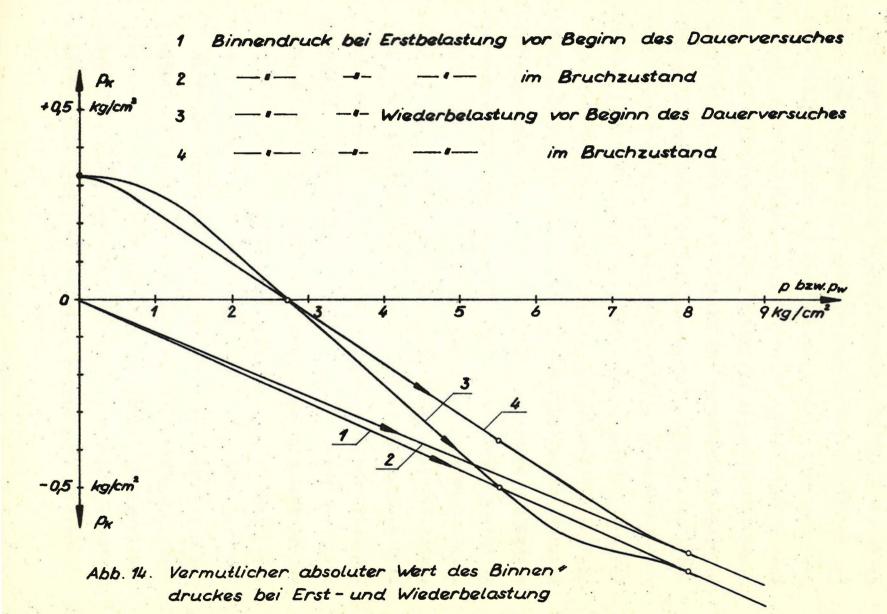
Sodann wurden auch die direkt aus dem Druckporenzifferdiagramm ermittelten Binnendrücke p_k in die Abb. 13 übertragen. Dies gibt die Kurve 4 für die Entlastung und Linnie 5 für die Wiederbelastung. Es muss allerdings festgestellt werden, dass einigermassen verlässliche p_k -Werte nur bis zu Wiederbelastungsdrücken von $p_w = \frac{p_v}{3} = 1.7 \text{ kg/cm}^2$ aus dem Druckporenzifferdiagramm übertragen werden können, weil für grössere p_w die Ermittlung bei der halblogarithmischen Darstellung zu ungenau wird. Dies gilt hauptsächlich für die Linie 4 für die Entlastung, welche mehr oder weniger nach Gutdünken ergänzt werden musste. Hingegen hat man für die Linie 5 einen weiteren Anhaltspunkt dadurch, dass im Schnittpunkt des Wiederbelastungsastes des Druckporenzifferdiagrammes mit dem Hauptast p_k null sein muss. Für $p_v = 5 \text{ kg/cm}^2$ ergibt sich z.B. aus der Kompressionskurve, dass p_k bei $p_w =$

= 5,5 kg/cm² null wird und dass ausserdem für $p_w \ge 8 \text{ kg/cm}^2$ Haupt-und Wiederbelastungsast zusammenfallen. Mit diesen zusätzlichen Angaben konnte die Kurve 5 in Abb.13 einigermassen verlässlich im Rahmen der überhaupt erzielbaren Genauigkeit eingezeichnet werden. Die Kurve 5 fällt im Bereich von pw = 0 - 1 kg/cm² praktisch mit der Kurve 6 zusammen und hat bei etwa 1 kg/cm² gleichfalls einen Extremwert. Der Nullwert des Binnendruckes wird jedoch zum Unterschied zur Kurve 6 bereits für pw = 5,5 kg/cm² erreicht, und im Bereich zwischen 5,5 und 8 kg/cm² hat die Kurve negative Werte. Diese Tatsache geht ebenso eindeutig aus dem Druckporenzifferdiagramm hervor, wie sich aufgrund der Scherversuche ergibt, dass die Kurve 6 im selben Bereiche nicht negativ sein kann. Es können sich deshalb die Kurven 5 und 6 nicht decken. Da die Kurve 5 dem Binnendruck pk vor dem Scherversuch entspricht und die Kurve 6 demjenigen während des Bruches am Ende der Phase II, so ergibt sich, dass der Binnendruck pk nicht einmal während eines Versuches bei gleich bleibender Auflast pw einen konstanten Wert besitzen kann. Die Ordinatendifferenz der Kurven 5 und 6 stellt demnach die Veränderung des Binnendruckes beim Anwachsen der Scherlast bis zum Bruch dar.

Wenn wir nochmals die aus dem Kompressionsversuch entwickelte Kurve 5 in Abb.13 betrachten, so stellen wir fest, dass sie in dem Bereich von 5,5 - 8 kg/cm² für p_v = 5 kg/cm² negative Werte annimmt, also Binnenunterdrücken entspricht. Wir haben hier den ersten Hinweis dafür, dass Binnenunterdrücke grundsätzlich auftreten können und unsere eingangs geäusserten Vermutungen über ihr Vorhandensein bei

der Erstbelastung gewinnen dadurch an Gewicht. Abb.13 gibt aber noch einen zweiten, ernst zu nehmenden Hinweis dafür. Er besteht in folgendem Umstand: Im Bereich $p_w = 0 - 1,0$ kg/cm² decken sich die Kurven 4 für die Entlastung und 5 für die Wiederbelastung. Nun können wir uns zwar vorstellen, dass der Binnendruck p, bei Entlastung auf null in dem betrachteten Bereich abfällt. Dann dürfte jedoch pk bei der Wiederbelastung nicht nach der gleichen Kurve wiederum ansteigen. Dieser Widerspruch tritt nur in einem einzigen Falle nicht auf, nämlich dann, wenn die gemeinsame Tangente an die Kurven 4 und 5 im Punkte $p_w = 0$ eine Horizontale wäre. Dies können wir aber dadurch erreichen, dass wir bei der Erstbelastung einen Binnenunterdruck annehmen. Aus der Neigung der Tangente an die Kurven 4 und 5 im Punkt $p_w = 0$ können wir seine Grösse mit etwa pke = 0,1 pv abschätzen. Es sollen jedoch erst die Ergebnisse von zusätzlichen Laboratoriumsversuchen abgewartet werden, bevor wir - aufbauend auf diese Vermutung - weitere Schlussfolgerungen ziehen, die möglicherweise neue, wichtige Einblicke in das Verhalten des Tones beim Scher- und Kompressionsversuch bringen werden. Die vermutlichen absoluten Binnendrücke für Erstbelastung und Wiederbelastung sind in Abb.14 dargestellt.

Für $p_w = 0$ ergibt sich ein Binnendruck von etwa $p_{ko} = 0.065 \ p_v$. Hinsichtlich dieses Grenzwertes, welcher für $p_v = 5 \ kg/cm^2$ die Grösse von $0.325 \ kg/cm^2$ annimmt, müssen wir allerdings eine Einschränkung machen. Im Druckporenzifferdiagramm der Abb.12 entspricht nämlich einem effektiven Druck von $p_w = 0.325 \ kg/cm^2$ eine Porenziffer



von $\varepsilon = 0,78$. Nun hat der normale Entlastungsast bei einer Auflast von 0,055 kg/cm² bereits eine Porenziffer von 0,77. Wenn wir ihn im Bereich zwischen 0 und 0,055 kg/cm² extrapoliert denken, so müsste er scharf abbiegen und für die Auflast O sich der Porenziffer von 0,78 asymptotisch nähern. Der Form der Entlastungskurve nach zu schliessen, ist dies aber unwahrscheinlich und man könnte eher vermuten, dass sie sich für abnehmende Belastung noch mehr versteilt und schliesslich parallel zur Geraden DW in Abb.12 wird. Dies würde aber bedeuten, dass der Grenzwert des Binnendruckes für pw = 0 gegen null konvergiert. Nun ist im Innern eines Tones ein Absinken des effektiven Druckes auf null eben wegen des Vorhandenseins des Binnendruckes nicht möglich. Diese Einschränkung dürfte aber für die unmittelbare Oberflächenschichte eines unter Wasser befindlichen Tones keine Geltung haben, da es kaum wahrschlich ist, dass der Binnendruck an der Oberfläche von O auf seinen vollen Wert sprunghaft ansteigt. Das Vorhandensein einer oberflächlichen Schmierschichte bei unter Wasser befindlichen Tonschichten könnte auf diese Weise plausibel erklärt werden.

Die Konsequenz unserer obigen Ueberlegungen über das Auftreten eines Binnenunterdruckes bei Erstbelastung wäre, dass die tatsächlichen effektiven Spannungen kleiner, hingegen der tatsächliche wahre Winkel der inneren Reibung grösser sein müsste, als bisher angenommen. In praktischer Hinsicht hat dies insofern keine besonderen Auswirkungen, als die Abnahme des effektiven Druckes bei der Erstbelastung durch die Zunahme des Winkels der inneren Reibung kompensiert wird. Die Korrektur aller unserer

bisherigen Ueberlegungen muss bis zum Vorliegen weiterer Versuchsergebnisse auf später zurückgestellt werden. Wir wollen daher an dieser Stelle nicht weiter auf diesen Punkt eingehen und nachfolgend unter $\mathbf{p}_{\mathbf{k}}$ wiederum die Differenz des Binnendruckes bei Erst- und Wiederbelastung verstehen.

Nunmehr sind wir auch in der Lage, die Abb. 11 für den Druckversuch bei unbehinderter Seitenausdehnung bei kleinen Wiederbelastungen p im Bereich AD zu ergänzen. Wäre der Binnendruck null, so würde uns der Schnittpunkt C einer unter 1:2 geneigten Geraden durch O mit der Linie 2 denjenigen Punkt geben, für welchen die effektive, kleinere Hauptspannung null wird. Denn für diesen Punkt ist die Wiederbelastung pw gleich der Bruchlast q, der Porenwasserüberdruck gleich q = p und die kleinere Hauptspannung pw-q gleich null. Da nach unseren Annahmen das Tongerüst selbst keine Zugspannungen erleiden kann, so dürfen wir nur den jeweiligen Binnendruck von der Geraden OC als Abszisse nach links abtragen, um die Druckfestigkeit zu erhalten. Der Binnendruck kann aus der Kurve 5 in Abb.13 übertragen werden. Tatsächlich wird natürlich die Kurve der Bruchfestigkeit im Punkte D nicht die gezeichnete Unstetigkeit besitzen, weil alle unsere Annahmen nicht vollständig zutreffen. Der starke Abfall der Bruchlast in der Nähe von O dürfte aber grundsätzlich für magere Tone, wie es der Wiener Tegel ist, richtig sein.

Das Verhältnis der Strecken OA und OE ist nun bei verschiedenen Tonen durchaus nicht konstant, sondern kann in weiten Grenzen schwanken und unter Umständen sogar 1 werden. Nach unserer Vermutung dürfte sich die Lage des Punktes E für verschiedene Tonmaterialien nur wenig ändern. Hingegen wird die Lage des Punktes A empfindlich von der Grösse des äquivalenten Druckes und damit von der Quellfähigkeit des Tones beeinflusst. Bei Druckversuchen, die von Terzagi und Janiczek⁺⁾ durchgeführt wurden, ergab sich das Verhältnis OE:OA mit 0,6. Das verwendete Versuchsmaterial dürfte also wesentlich fetter gewesen sein, als der von Hvorslev untersuchte Wiener Tegel. Weitere Laboratoriumsversuche sind noch erforderlich, um das Absinken der Druckfestigkeit bei vollkommener Entlastung zu klären. Es ist jedoch schon viel damit erreicht, dass wir qualitativ einen Grund für dieses Absinken angeben können.

1.6 Die Vorgänge nach dem Bruch beim Dauerversuch.

Die grundlegenden Versuche von Hvorslev mit dem von ihm entwickelten Kreisringscherapparat haben über das Verhalten des Tones nach Erreichen der grössten Scherbelastung Aufschluss gegeben. Der Scherwiderstand sinkt nach Ueberschreiten eines Maximums auf einen minimalen Wert ab und steigt dann bei noch grösseren Verformungen wieder an. Nach einer Ruhepause von mehreren Tagen kann das Maximum des Scherwiderstandes noch höher liegen, als die ursprüngliche grösste Schublast.

Wir wollen diesen Vorgang bei Wiener Tegel im Sin-

⁺⁾ K.v. Terzaghi: Festigkeitseigenschaften der Schüttungen, Sedimente und Gele, Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik, Auerbach-Hort, Barth Leipzig 1931.

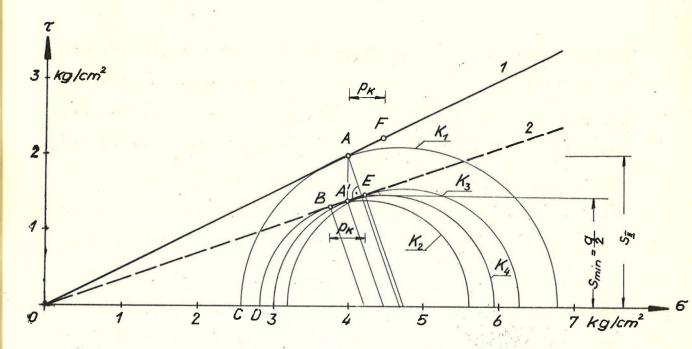


Abb. 15. Veränderung des Spannungszustandes beim Abscheren (Dauerversuch)

ne der hier dargelegten Gedanken ausdeuten. In Abb.15 entspricht der Kreis K, der Mohrschen Darstellung des effektiven Spannungszustandes im Augenblick des Erreichens der grössten Schublast bei einem Dauerversuch mit einer erstverdichteten Probe. Nun sind die Formänderungen von diesem Augenblick ab sehr grosse. Der Scherwiderstand sollte daher auf den des Schnellversuches bei gleicher Auflast p abfallen. Das sind nach den Versuchsergebnissen für Wiener Tegel etwa 70% der grössten Schublast stt am Ende der Phase II des Dauerversuches. Wenn wir in A' den Berührungskreis an die Gerade 2 (K₄) zeichnen, so ändern wir die beiden effektiven Hauptspannungen og und og, was nicht ohne weiteres möglich ist. Da es sich beim Abscheren um eine verhälnismässig schnelle Verformung handelt, können Porenwasserüberdrücke auftreten, welche den Berührungspunkt A' und damit auch die effektive Auflast verändern. Wir hatten zu-

erst die Annahme gemacht, dass in der Phase II, in der wir uns befinden, die kleinere effektive Hauptspannung konstant bleibt, später aber dann doch einen kleinen Abfall zugelassen (unter der Annahme des Scherwiderstandeswinkels für den Schnellversuch als Winkel der inneren Reibung). Wir zeichnun nun den Kreis K, ähnlich wie in Abb.6 so ein, dass die Differenz der kleineren effektiven Hauptspannungen (CD in Abb. 15) gleich ist der Abszissendifferenz der Punkte AB, welche zugleich die Grösse der Porenwasserspannung beim Abfall der Scherlast darstellt. Der Kreis K, in Abb.15 ist dann identisch mit dem Kreis K, in Abb.6 für die effektiven Spannungen am Ende der Phase I des schnellen Scherversuches, nur ist die Porenwasserspannung im letzten Falle eine ganz andere. Nun tritt aber bei Entlastung ein zusätzlicher Binnendruck p, auf. Aus diesem Grunde wurde in Abb. 15 der Kreis K, durch den Punkt E gezeichnet, dessen Abszisse um p_k grösser ist als die von B. Da der Punkt etwas rechts von A liegt, ist die effektive Auflast etwas angewachsen. Nun liegen für Teilentlastungen noch keine Anhaltspunkte für die Grösse des Binnendruckes aus Versuchen vor. Wenn wir den höchsten Wert des Binnendruckes, der nach einer vollständigen Entlastung auftritt, mit $p_k = 0.07 p_v =$ = 0,07 ole einsetzen, so erhalten wir einen oberen Grenzwert für den Scherwiderstand. Die Ordinate des Punktes E stellt demnach den oberen Grenzwert der minimalen Scherlast smin dar. Für Wiener Tegel erhält man sie mit 74% von s_{TT}, der maximalen Scherlast am Ende der Phase II. Bei den Versuchen von Hvorslev mit dem Kreisringscherapparat wurde dieser Prozentsatz mit 71-74%, also gemäss unseren Erwartungen etwas kleiner, gemessen. Wird nun nach einer genügend langen Ruhepause wiederum abgeschert, so ist die effektive Auflast um p_k gegenüber dem Ende der Phase II grösser geworden und die grösste Scherlast ergibt sich daher mit s_{max} = = 1,11 s_{II} , was erwartungsgemäss etwas über den Versuchswerten von 1,07-1,10 liegt. Schert man nun neuerlich vollständig ab, so würde man erwarten, dass die minimale Scherlast wiederum s'_{min} = 0,74 s_{II} ist. Mit den Versuchsergebnissen stimmt aber besser der Wert s'_{min} = 0,74 s_{max} = = 0,74.1,11 s_{II} = 0,82 s_{II} überein (gemessen 0,82-0,90). Es ist also ungefähr so, als ob der Binnendruck p_k beim Abscheren nicht zerstört wurde, sondern beim Entlasten p_k neuerlich auftritt und zum ursprünglichen p_k hinzugezählt werden müsste.

Ein ähnliches Ergebnis zeigt auch der Vergleich mit Versuchsergebnissen von überverdichteten Proben. Bezeichnet man wiederum mit \mathbf{s}_{II} die grösste Scherfestigkeit am Ende der Phase II, so ergibt statt $\mathbf{s}_{min} = 0.74 \ \mathbf{s}_{II}$ nach den Versuchen $0.75-0.80 \ \mathbf{s}_{II}$, statt $\mathbf{s'}_{max} = 1.11 \ \mathbf{s}_{II}$ $1.09-1.11 \ \mathbf{s}_{II}$ und schliesslich statt $\mathbf{s'}_{min} = 0.82 \ \mathbf{s}_{II}$ ein gemessener Wert von $0.82-0.85 \ \mathbf{s}_{II}$. Die Uebereinstimmung ist also hier ebenfalls noch befriedigend, obzwar die Versuchswerte etwas höher als erwartet liegen.

Nach den Versuchsergebnissen von Hvorslev für Klein-Beltton sinkt die Scherfestigkeit nach dem Bruch auf 40% von s_{II} ab. Dies kann nur durch den Einfluss der Thixotropie erklärt werden. Es fällt auf, dass das Wieder-

ansteigen der Scherfestigkeit auf s' $_{max}$ = 0,45-0,50 s $_{II}$ und der zweite Abfall auf s' $_{min}$ = 0,4 s $_{II}$ relativ viel geringer ist, als bei Wiener Tegel. Führen wir dieselbe Ueberlegung wie vorhin für Wiener Tegel für ein fiktives Material durch, für welches die Thixotropie ausgeschaltet ist, welches sich aber sonst gleich verhält wie der Klein-Beltton, so erhalten wir tatsächlich viel geringere Unterschiede zwischen s $_{II}$, s $_{min}$, s' $_{max}$ und s' $_{min}$, vor allem auch deshalb, weil der Unterschied der grösseren, effektiven Hauptspannungen verhältnismässig klein ist, sodass der Binnendruck p_k gar nicht in voller Grösse auftreten kann. Abgesehen von dem Einfluss der Thixotropie können wir daher das Verhalten des Klein-Belttones qualitativ erklären.

1.7 Schlussfolgerungen.

Wir wollen zuerst den Fall betrachten, dass ein erst ver dichtet et er Tonboden, der unter seinem Eigengewicht konsolidiert ist, plötzlich durch eine Auflast belastet wird. Vor dem Aufbringen der Last beträgt die grössere Hauptspannung in einem betrachteten Punkt pund die kleinere Sp, wobei die effektiven Spannungen gleich den totalen sind. Nach der Lasterhöhung sollen die totalen Hauptspannungen mit Sp und Sp bezeichnet und als bekannt vorausgesetzt werden.

Ist die Hauptspannungsdifferenz σ_1 – σ_2 klein, so entspricht der Spannungszustand der Phase I. Dann wird die effektive, grössere Hauptspannung durch die Lastaufbringung nicht berührt, sondern bleibt unverändert p, während der Porenwasserüberdruck von 0 åuf σ_1 – p ansteigt.

Die Grenze der Phase I wird dann erreicht, wenn

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2p \frac{\sin \phi_s}{1 + \sin \phi_s}$$

erfüllt ist. Ist die Hauptspannungsdifferenz grösser als der Wert, der sich aufgrund von 4 ergibt, dann entspricht der Spannungszustand im betrachteten Punkt der Phase II, in welcher ein erheblicher Teil der Hauptspannungsdifferenz vom Korngerüst übertragen wird, sodass der Porenwasserüberdruck relativ kleiner bleibt. Das Maximum des Scherwiderstandes am Ende der Phase II wird erreicht, wenn die Hauptspannungsdifferenz der Gleichung

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2p \frac{\sin \phi_s}{\cos^2 \phi_s}$$

genügt. Ist aber die Hauptspannungsdifferenz noch grösser als dieser Wert, dann sinkt der Scherwiderstand auf ein Minimum ab, welches der Ordinate des Punktes E in Abb.15 entspricht. Um diesen minimalen Scherwiderstand zu erhalten, müssen wir den in der Gleitfläche wirkenden, effektiven Druck kennen. Dieser setzt sich zusammen aus dem effektiven ven Druck am Ende der Phase I und dem bei jeder Entlastung auftretenden Binnendruck p_k. Unter Berücksichtigung der Gleichungen 4 und 5 erhalten wir den minimalen Scherwiderstand mit

$$s_{\min} = p \frac{\sin \phi_s \cos \phi_s}{1 + \sin \phi_s} + p_k tg \phi_s \qquad 6$$

Nun ist der Ausdruck auf der rechten Seite der Gl.4 nach unseren Voraussetzungen gleich der Druckfestigkeit q bei unbehinderter Seitenausdehnung nach vorheriger Verdichtung auf p. Wir können daher anstelle Gl.6 auch schreiben:

$$s_{\min} = \frac{q}{2} \cos \varphi_s + p_k tg \varphi_s$$
 7

Da $\cos \phi_s$ etwas unter eins liegen muss und p_k nur einen relativ kleinen Wert annehmen kann, ist es naheliegend, zu setzen

$$s_{\min} = \frac{q}{2}$$

Die Gleichung 7a kann aus Gl.7 hergeleitet werden, wenn wir in diese für den Binnendruck folgenden Ausdruck einsetzen:

$$p_{k} = p \cos \phi_{s} \frac{1 - \cos \phi_{s}}{1 + \sin \phi_{s}}$$

Für Wiener Tegel mit $\phi_s = 19^{\circ}$ ll' erhalten wir die Hauptspannungsdifferenz am Ende der

Phase I (G1.4)
$$\sigma_1 - \sigma_2 = q = 0.5 p$$

Phase II (G1.5) $\sigma_1 - \sigma_2 = 0.75 p$.

Nach Gl.8 ergibt sich der Binnendruck zu $p_k = 0,04$ p, ein Wert, der nach den Versuchen von Hvorslev auf der sicheren Seite liegen dürfte.

Ist nun im betrachteten Punkt der Scherwiderstand auf seinen minimalen Wert abgesunken, so führt dies zu einer Ueberbeanspruchung der Nachbarzonen, worauf auch in diesen der Scherwiderstand abzusinken beginnt (von Terzaghi progressiver Bruch genannt). Schliesslich wird es zur Ausbildung einer durchgehenden Gleitfläche kommen und die Rutschung eintreten. Wir sehen, dass wir bei einer Stabilitätsuntersuchung entlang der ganzen Gleitfläche vorsichtigerweise nur den minimalen Scherwiderstand einsetzen dürfen, welcher gemäss Gl.7a durch die halbe Druck-

festigkeit bei unbehinderter Seitenausdehnung gegeben ist.

Was nun überverdichtete Böden bei schneller Lastaufbringung betrifft, so erinneren wir uns, dass wir sowohl beim Druckversuch bei unbehinderter Seitenausdehnung zur Bruchfestigkeit, als auch beim schnellen Scherversuch zum Scherwiderstand am Ende der Phase I dadurch gekommen sind, dass wir in beiden Fällen die Festigkeit der wiederverdichteten Probe gleich gesetzt haben derjenigen einer erstverdichteten Probe bei gleichem äquivalenten Druck. Die Beziehung $s_{min} = \frac{q}{2}$ gilt daher auch für wiederverdichtete Böden. Eine Ausnahme bildet nur der Bereich sehr kleiner Wiederverdichtungslasten, in welchem die Druckfestigkeit bei unbehinderter Seitenausdehnung nach unseren Ueberlegungen abfallen sollte (Abb.10), was beim Scherwiderstand am Ende der Phase I nicht im gleichen Ausmasse der Fall zu sein braucht. Diese Frage muss noch experimentell überprüft werden.

Ist somit ein Tonboden in einem bestimmten Punkt unter der Belastung p konsolidiert und wird der Spannungszustand im Boden durch eine plötzliche Lastaufbringung erhöht, so können wir das Minimum des Scherwiderstandes in diesem Punkt (d.h. für die effektive Druckspannung p) dadurch bestimmen, dass wir eine ungestörte Probe entnehmen und die Druckfestigkeit bei unbehinderter Seitenausdehnung bestimmen. Wir sind also durch unsere Ueberlegungen zur sogenannten $\phi=0$ oder auch tg $\phi=0$ Analyse für plötzliche Lastaufbringung gelangt, wobei wir allerdings feststellen müssen, dass diese Bezeichnung durchaus irreführend ist.

Was darunter zu verstehen ist, ist durch unsere Ueberlegungen klar geworden. Wir sollten sie daher besser Druckfestig-keits-Analyse oder kürzer q-Analyse nennen. Ihr Ergebnis muss in allen jenen Fällen als fragwürdig angesehen werden, in welchen man mit einer wesentlichen Aenderung der Grundwasserverhältnisse zu rechnen hat.

Bei schneller Lastaufbringung entstehen im Boden Porenwasserüberdrücke, welche im Laufe der Zeit abgebaut werden. Mit dem Ansteigen der effektiven Spannungen im Boden wächst auch die Sicherheit an. Bei Lastverminderungen, wie z.B. beim Aushub von Einschnitten, ist es umgekehrt, d.h. die Sicherheit verringert sich und erreicht ihren kleinsten Wert nach vollendeter Angleichung der Porenwasserdrücke an den Endzustand. Für diesen Fall, sowie auch für die Kenntnis der Sicherheit im Endzustand in allen anderen Fällen, wollen wir nun die Verhältnisse nach vollendeter Konsolidation betrachten. Hiefür treffen natürlich die Voraussetzungen der q-Analyse nicht zu.

Analog wie bei schneller Lastaufbringung werden wir auch im Endzustand nur den minimalen Scherwiderstand entlang der ganzen Gleitfläche als wirksam ansehen dürfen. Dieser setzt sich wiederum zusammen aus dem Scherwiderstand am Ende der Phase I und dem durch den Binnendruck pk hervorgerufenen, zusätzlichen Scherwiderstand. Bezeichnen wir mit p den in der Gleitfläche wirksamen Druck, so können wir für den minimalen Scherwiderstand schreiben:

$$s_{\min} = (p + p_k) tg \phi_s$$

9

Für erstverdichtete Böden dürfte die Höhe des Binnendruckes

 p_k etwas höher als nach Gl.8 angenommen werden können, da ja die grössere effektive Hauptspannung angewachsen ist. Bei Wiener Tegel ergibt sich dadurch eine Erhöhung von etwa 20%. Bei wiederverdichteten Böden hängt die Grösse des Binnendruckes von der grössten Vorbelastung p_v und vom Verhältnis des Wiederbelastungsdruckes zu p_v ab.

Sobald wir erst einmal durch weitere Versuche unsere Kenntnis über die Grösse des Binnendruckes vertieft haben, wird wahrscheinlich der für Stabilitätsuntersuchungen erforderliche Umfang der Laboratoriumsuntersuchungen eingeschränkt werden können. Denn es ist zu hoffen, dass man allein aus der Grösse des Vorverdichtungsdruckes $\mathbf{p}_{\mathbf{v}}$, welcher durch einen einfachen Kompressionsversuch festgestellt werden kann, auf die Grösse von $\mathbf{p}_{\mathbf{k}}$ wird schliessen können. Auch die Standsicherheitsuntersuchung wird sich möglicherweise einfacher gestalten.

Unsere Veberlegungen gelten nicht oder nur sehr beschränkt für stark thixotrope Tone nach Art des Klein-Belttones, bei welchen also die Scherwiderstandslinie für Dauerversuche keine Gerade ist.

Zum Schlusse sei noch festgestellt, dass die Grenzflächen zwischen Tonboden und grobkörnigen Schichten im Grundwasser nach unseren Ueberlegungen besonders rutschempfindlich sein müssen. Gleitflächen werden vorzugsweise entlang solcher Grenzflächen verlaufen. Den Binnendruck wird man in der unmittelbaren Oberflächenschichte des Tones vorsichtigerweise mit null annehmen müssen und es ist sogar fraglich, ob man wegen des Auftretens von örtlichen

Porenwasserüberdrücken an den Kontaktstellen den Winkel der inneren Reibung mit seinem vollen Wert ansetzen darf.

1.8 Zusammenfassung und Ausblick.

Wir haben unter Einführung von 2 Arbeitshypothesen das Problem des Scherwiderstandes von wassergesättigten Tonen aus einem neuen Blickwinkel betrachtet und versucht,
die Ergebnisse mit erst- und wiederverdichteten Proben, sowie auch von Scher- und Druckversuchen bei unbehinderter
Seitenausdehnung in eine gewisse Zuordnung zueinander zu
bringen.

Die erste Arbeitshypothese betraf den Winkel der inneren Reibung, welchen wir gleich dem Scherwiderstands-winkel für schnelle Scherversuche mit erstverdichteten Proben angenommen haben. Mit Hilfe dieser Hypothese haben wir den Schervorgang in 2 Phasen zerlegt, u.zw. in Phase I, bei welcher die Verhältnisse des Kompressionsversuches zutreffen und in Phase II, bei welcher dies nicht der Fall ist. Damit konnten wir unter anderen die Zusammenhänge zwischen schnellen Scherversuchen und Druckversuchen bei unbehinderter Seitenausdehnung aufdecken.

Die zweite Arbeitshypothese betraf die Annahme eines effektiven Binnendruckes bei Entlastung und Wiederbelastung einer Tonprobe. Die Annahme eines mit dem jeweiligen Belastungszustand veränderlichen Binnendruckes anstelle einer konstanten Kohäsion ist gleichbedeutend damit, dass der Scherwiderstand der festen Materie ausschliesslich auf innerer Reibung beruht, dass also die feste Substanz selbst kohäsionslos ist.

Als Folge unserer Annahmen ergab sich, dass der Wiederbelastungsast des Druckporenzifferdiagrammes, bezogen auf die effektive Auflast, in halblogarithmischer Auftragung eine Gerade wird. Es bestehen weiters ernst zu nehmende Hinweise dafür, dass bereits bei der Erstbelastung eines Tones Binnenunterdrücke auftreten, jedoch konnten aufgrund des vorliegenden Versuchsmaterials nur Vermutungen über seine Grösse angestellt werden. Die Vorgänge beim langsamen Abscheren von Tonproben konnten weitgehend geklärt werden.

Als Schlussfolgerung in praktischer Hinsicht stellten wir fest, dass wir für Stabilitätsuntersuchungen den Scherwiderstand am Ende der Phase I (Bruchbeginn) als massgebend ansehen müssen. Wenn wir die Bodenkennwerte vom Ende der Phase II (Bruch) von Scherversuchen herleiten, erhalten wir viel zu hohe, rechnerische Sicherheitswerte. Dass dies tatsächlich so ist, zeigen so manche, in der Literatur behandelte Nachrechnungen von wirklich eingetretenen Rutschungen. Für schnelle Lastaufbringung kann der Scherwiderstand in einfacher Weise aus dem Druckversuch bei unbehinderter Seitenausdehnung ermittelt werden. Besondere Vorsicht erscheint bei der Beurteilung des Scherwiderstandes in Grenzflächen zwischen bindigen und grobkörnigen Schichten im Boden angebracht zu sein.

Zusammenfassend können wir feststellen, dass wir mit den beiden Arbeitshypothesen wichtige Zusammenhänge aufdecken und viele bisher nebensächlich behandelte Beobachtungen erklären konnten. Wir sind bei unseren Ueberlegungen bisher auf keinen wirklich ernsten Widerspruch gestossen, wenn auch zugegeben werden muss, dass noch einige Punkte einer

weiteren Abklärung bedürfen.

Unsere nächste Aufgabe muss es sein, die Grösse des Binnendruckes bei den verschiedensten Belastungszuständen festzustellen. Hiezu ist ein umfangreiches Versuchsprogramm erforderlich, über dessen Ergebnisse wir in den nächsten Heften laufend berichten wollen, ebenso wie über die Anwendung und Auswirkung auf die im Grundbau und Bodenmechanik üblichen Analysen und Untersuchungsmethoden.

2. Die Spannungsverteilung im elastisch isotropen Halbraum unter einer tiefliegenden Streifenlast.

Von H. Borowicka

Bei der Berechnung der zu erwartenden Setzung eines Bauwerkes geht man üblicherweise so vor, dass man die durch die Bauwerkslast hervorgerufene Erhöhung der lotrechten Normalspannungen gleich setzt den lotrechten Normalspannungen im elastisch isotropen Halbraum. dessen Oberfläche man sich mit den in der Sohlfuge zusätzlich aufzubringenden Bauwerkslasten belastet denkt. Besonders bei bindigen, stark überverdichteten Böden sind die vorher berechneten Setzungen häufig wesentlich grösser als die nachträglich tatsächlich gemessenen Senkungen. Aus dem Bestreben heraus, diese Unterschiede irgendwie zu erklären, wurden verschiedene Versuche unternommen, die Spannungsverteilung im Boden durch Berücksichtigung zusätzlicher Einflüsse genauer zu erfassen, um letzten Endes eine mit zunehmender Tiefe raschere Abnahme der lotrechten Normalspannungen in der Lastachse zu erhalten.

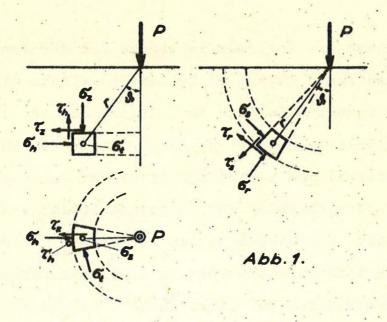
Den bedeutsamsten Versuch in dieser Richtung hat A.Kézdi⁺⁾ unternommen, indem er strenge Lösungen für die lotrechten Normalspannungen in der Achse eines gleichmäs-

⁺⁾ A.Kézdi: Beiträge zur Berechnung der Spannungsverteilung im Boden, Bauingenieur 1958, H.2, S.54-58.

die Lastfläche in einer Tiefe t unter der Oberfläche des elastisch isotropen Halbraumes angenommen ist. Gegenüber dem Normalfall einer in der Oberfläche angreifenden, lotrechten Belastung ergeben sich beträchtliche Abminderungen der lotrechten Normalspannungen in der Lastachse. Wenn wir jedoch so grosse Abminderungen zulassen wollen, dann ist es unbedingt erforderlich, den Spannungszustand im gesamten Halbraum zu kennen, um beurteilen zu können, ob es nicht Bereiche gibt, in welchen der Spannungszustand mit den Festigkeitseigenschaften der Böden nicht verträglich ist, sodass die erhaltenen Spannungsminderungen in der Lastachse in Wirklichkeit nicht oder nur teilweise auftreten können.

Nun ist die Ermittlung der lotrechten Normalspannung im elastisch isotropen Halbraum für nicht zu komplizierte Lastfälle noch verhältnismässig einfach, die der Schubspannungen und horizontalen Normalspannungen jedoch schon für die einfachsten Belastungsfälle recht verwickelt und umständlich. Aus diesem Grunde wollen wir uns auf den allereinfachsten Fall beschränken, nämlich die Untersuchung der Spannungsverteilung im elastisch isotropen Halbraum für volumsbeständigen Stoff (m = 2) bei Belastung durch eine streifenförmige Gleichlast, welche in der Tiefe t unter der Halbraumoberfläche angreift.

Für volumsbeständigen Stoff mit einer Poissonzahl m = 2 und eine Einzellast P lauten die Lösungen für die Spannungsverteilung im elastisch isotropen Halbraum



bzw. Vollraum+) mit den Bezeichnungen der Abb.1

Vollraum $\sigma_{\mathbf{r}} = \frac{3P}{4\pi r^{2}} \cos \vartheta \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{r}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \cos \vartheta \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{s}} = \sigma_{\mathbf{t}} = \tau = 0$ $\sigma_{\mathbf{s}} = \sigma_{\mathbf{t}} = \tau = 0 \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{s}} = \sigma_{\mathbf{t}} = \tau = 0$ oder $\sigma_{\mathbf{z}} = \frac{3P}{4\pi r^{2}} \cos^{3}\vartheta \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{z}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \cos^{3}\vartheta \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{r}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin^{2}\vartheta \cos \vartheta \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{t}} = 0$ $\sigma_{\mathbf{t}} = 0 \qquad \qquad \sigma_{\mathbf{t}} = 0$ $\tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{4\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{z}} = \tau_{\mathbf{h}} = \frac{3P}{2\pi r^{2}} \sin \vartheta \cos^{2}\vartheta \qquad \qquad \tau_{\mathbf{$

+) O.K.Fröhlich: Druckverteilung im Baugrund, Wien 1936 und Elementare Druckverteilung und Verschiebung im elastisch isotropen Vollraum, Bauingenieur 1934, H.29/30, 298-301.

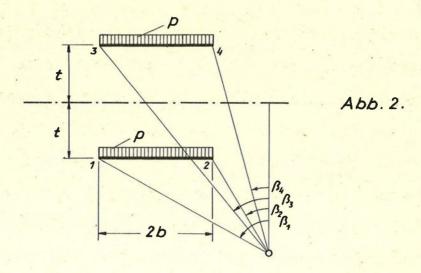
Denken wir uns den Vollraum im Innern mit der Last 2 P
belastet und den Halbraum an seiner Oberfläche mit P, so
ist die Spannungsverteilung im Halbraum und der unteren
Hälfte des Vollraumes gleich. Dies gilt jedoch nur für
eine Poissonzahl von m = 2. Nur in diesem Falle ist die
horizontale Verschiebung der Halbraumoberfläche zufolge
P gleich null. Aus diesem Grunde können wir uns den Vollraum im Angriffspunkt der Last in 2 Hälften zerschnitten
denken. Es entstehen auf diese Weise 2 Halbräume, von denen der eine auf Druck und der andere auf Zug beansprucht
ist. Die beiden Hälften können wieder zusammengefügt werden, ohne dass Zwangsspannungen in den Oberflächen angebracht werden müssen. Im Falle m = 2 sind wir daher in
die Lage versetzt, bereits bekannte Lösungen für den
Halbraum auf den Vollraum zu übertragen.

Wir gehen bei unseren Betrachtungen von dem Fall des elastisch isotropen Vollraumes aus, welcher in seinem Innern durch zwei gleichmässige Streifenlasten p im Abstande 2 t belastet wird (Abb.2). Da für m = 2 von jeder der beiden Streifenlasten je die Hälfte als Druck nach unten und als Zug nach oben übertragen wird, ergeben sich die Spannungskomponenten mit den Bezeichnungen der Abb.2:

$$\sigma_{z} = \frac{p}{2\pi} \left(\sin \beta_{1} \cos \beta_{1} - \sin \beta_{2} \cos \beta_{2} + \sin \beta_{3} \cos \beta_{3} - \sin \beta_{4} \cos \beta_{4} + \beta_{1} - \beta_{2} + \beta_{3} - \beta_{4} \right)$$

$$\sigma_{h} = \frac{p}{2\pi} \left(-\sin \beta_{1} \cos \beta_{1} + \sin \beta_{2} \cos \beta_{2} - \sin \beta_{3} \cos \beta_{3} + \sin \beta_{4} \cos \beta_{4} + \beta_{1} - \beta_{2} + \beta_{3} - \beta_{4} \right)$$

$$\tau = \frac{p}{2\pi} \left(\sin^{2} \beta_{1} - \sin^{2} \beta_{2} + \sin^{2} \beta_{3} - \sin^{2} \beta_{4} \right)$$



Denken wir uns nun den Vollraum durch eine horizontale Ebene in der Mitte des Abstandes der beiden Laststreifen zerschnitten, so ist in dieser wohl die lotrechte Normalspannung wegen Antisymmetrie der Lastrichtungen von p, nicht aber die Schubspannung τ_0 gleich null. Für diese erhält man aus l) mit $\beta_1 = \alpha_1$, $\beta_2 = \alpha_2$, $\beta_3 = \pi - \alpha_1$ und $\beta_4 = \pi - \alpha_2$:

$$\tau_0 = \frac{p}{\pi} \left(\sin^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_2 \right) = \frac{p}{\pi} \left(\cos^2 \alpha_2 - \cos^2 \alpha_1 \right)$$
 2)

Um nun die gewünschte Lösung für den Halbraum zu erhalten, müssen wir dem Spannungszustand gemäss Gleichungen 1) einen anderen überlagern, welcher dadurch entsteht, dass wir uns die Schubspannungen to gemäss Gleichung 2) in entgegengesetzter Richtung wirkend in der Oberfläche des Halbraumes als äussere Lasten angebracht denken, sodass sich die Schubspannungen to gegenseitig aufheben, also die resultierenden Schubspannungen in der Oberfläche null werden.

Die Spannungskomponenten im Punkte f,n des Halbraumes zufolge der in der Halbraumoberfläche angrei-



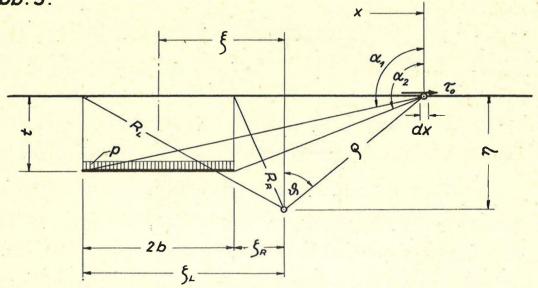
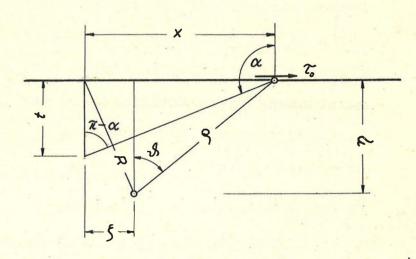


Abb. 3a.



fenden Schubspannungen τ_o ergeben sich mit den Bezeichnungen der Abb.3

$$\sigma_{z} = -\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_{o} \frac{\cos^{2} \theta \sin \theta}{\theta} dx$$

$$\sigma_{h} = -\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_{o} \frac{\sin^{3} \theta}{\theta} dx$$

$$\tau = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_{o} \frac{\cos \theta \sin^{2} \theta}{\theta} dx$$

$$3)$$

Die Normalspannungen oz und oh müssen mit negativen Vorzeichen angesetzt werden, da sie ja für positive Schub-

spannungen τ_0 und positive Winkel \mathcal{G} Zugspannungen, also negativ, werden. Wir setzen nun in G1.3) τ_0 aus 2) mit negativem Vorzeichen ein, überlagern die Spannungszustände gemäss G1.1) und 3) und erhalten schliesslich:

$$\begin{split} \sigma_{\mathbf{z}} &= \frac{p}{2\pi} \left[\sin \beta_{1} \cos \beta_{1} - \sin \beta_{2} \cos \beta_{2} + \sin \beta_{3} \cos \beta_{3} - \\ &- \sin \beta_{4} \cos \beta_{4} + \beta_{1} - \beta_{2} + \beta_{3} - \beta_{4} + 4 \cdot t^{2} \left(\mathbf{I}_{R} - \mathbf{I}_{L} \right) \right] \\ \sigma_{h} &= \frac{p}{2\pi} \left[- \sin \beta_{1} \cos \beta_{1} + \sin \beta_{2} \cos \beta_{2} - \sin \beta_{3} \cos \beta_{3} + \\ &+ \sin \beta_{4} \cos \beta_{4} + \beta_{1} - \beta_{2} + \beta_{3} - \beta_{4} + 4 \cdot t^{2} \left(\mathbf{J}_{R} - \mathbf{J}_{L} \right) \right] \\ \tau &= \frac{p}{2\pi} \left[\sin^{2} \beta_{1} - \sin^{2} \beta_{2} + \sin^{2} \beta_{3} - \sin^{2} \beta_{4} + 4 t^{2} \left(\mathbf{K}_{L} - \mathbf{K}_{R} \right) \right] \end{split}$$
Die Ausdrücke I, J und K ersetzen hierin mit den Bezeich-

Die Ausdrücke I, J und K ersetzen hierin mit den Bezeichnungen der Abb. 3a die Integrale:

$$I = \frac{1}{\pi t^{2}} \int \cos^{2} \alpha \sin^{3} \theta \cos^{2} \theta \frac{dx}{9} = \frac{\eta^{2}}{\pi} \int \frac{x - \xi}{(x^{2} - 2\xi x + R^{2})^{2}} \frac{dx}{x^{2} + t^{2}}$$

$$J = \frac{1}{\pi t^{2}} \int \cos^{2} \alpha \sin^{3} \theta \frac{dx}{9} = \frac{1}{\pi} \int \frac{(x - \xi)^{3}}{(x^{2} - 2\xi x + R^{2})^{2}} \frac{dx}{x^{2} + t^{2}}$$

$$K = \frac{1}{\pi t^{2}} \int \cos^{2} \alpha \sin^{2} \theta \cos \theta \frac{dx}{9} = \frac{\eta}{\pi} \int \frac{(x - \xi)^{2}}{(x^{2} - 2\xi x + R^{2})^{2}} \frac{dx}{x^{2} + t^{2}}$$

Hierin ist für die Berechnung von I_L , J_L und K_L für $S = S_L = S_L + b$ und $R^2 = R_L^2 = S_L^2 + \eta^2$ zu setzen, bzw. für die Ermittlung von I_R , J_R und K_R für $S = S_R = S_R - b$ und $R^2 = R_R^2 = S_R^2 + \eta^2$, wenn mit S_R und $S_R^2 = S_R^2 + \eta^2$, wenn mit $S_R^2 = S_R^2 + \eta^2$ und $S_R^2 = S_R^2 + \eta^2$, wenn mit $S_R^2 = S_R^2 + \eta^2$ und $S_R^2 = S_R^2 + \eta^2$ un

$$\int \left[\frac{Ax + B}{(x^2 - 2 \int x + R^2)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 - 2 \int x + R^2} + \frac{Ex + F}{x^2 + t^2} \right] dx$$

Die Koeffizienten A,B,C,D,E und F eind durch Koeffizientenvergleich zu bestimmen. Allgemein erhält man

Die Ausdrücke G auf der rechten Seite von 6) bedeuten:

bei der Berechnung von I
$$G_0 = -\xi$$
, $G_1 = 1$, $G_2 = 0$, $G_3 = 0$,

" " J = $-\xi^3$, = $+3\xi^2$, =-3 ξ , = 1,

" " K = $+\xi^2$, = -2ξ , = 1, = 0,

Da bei der Berechnung von I, J und K die rechte Seite von 6) verschiedene Werte annimmt, sind auch die Koeffizienten A-F in diesen drei Fällen nicht die gleichen. Der Einfachheit halber wird jedoch davon abgesehen, auf diesen Umstand durch Anbringen besonderer Indices bei den Koeffizienten A-F nochmals hinzuweisen. Die Integration der Gl.5) ergibt nach Einsetzen der Grenzen:

$$I = \frac{1}{\eta} \left[\frac{A\xi + B}{2} + \eta^{2} (C\xi + D) + \eta^{3} \frac{F}{t} \right]$$

$$J = \frac{1}{\eta^{3}} \left[\frac{A\xi + B}{2} + \eta^{2} (C\xi + D) + \eta^{3} \frac{F}{t} \right]$$

$$K = \frac{1}{\eta^{2}} \left[\frac{A\xi + B}{2} + \eta^{2} (C\xi + D) + \eta^{3} \frac{F}{t} \right]$$

$$> 7)$$

Es ist nun möglich, die Koeffizienten A-F aus den Gleichungen 6) allgemein auszurechnen und in die Gleichungen 7) einzusetzen. Mit den Abkürzungen

$$m = 4 \xi \left(\frac{R^2}{t^2} - 1 \right) = 2n$$

$$n = \frac{R^4}{t^4} + 1 - \frac{2R^2 + 4 \xi^2}{t^2}$$

$$N = \frac{1}{2} \frac{1}{2} (R^2 - t^2) + \xi^2}{m^2 + t^2 n^2} = 3n$$

$$N = \frac{2 \xi^2 + \frac{\eta^3}{t} - \frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{2t^2}}{m^2 + t^2 n^2}$$

wird

$$I = \frac{1}{\eta} \left\{ -\xi \frac{t^2}{2!} t + \frac{M}{t^2} \left(\frac{m\xi}{t^2} - n \right) - \frac{N}{t^2} \left(n\xi + m \right) \right\}$$

$$J = \frac{1}{\eta^3} \left\{ \frac{\xi}{2} - \xi^3 \frac{t^2}{2!} + M \left[\frac{m\xi}{t^2} \left(\frac{\xi^2}{t^2} - 3 \right) - n(3 \frac{\xi^2}{t^2} - 1) \right] - N[n\xi \left(\frac{\xi^2}{t^2} - 3 \right) + m(3 \frac{\xi^2}{t^2} - 1)] \right\}$$

$$- N[n\xi \left(\frac{\xi^2}{t^2} - 3 \right) + m(3 \frac{\xi^2}{t^2} - 1)] \right\}$$

$$K = \frac{1}{\eta^2} \left\{ \xi^2 \frac{M}{t^2} \left[m(1 - \frac{\xi^2}{t^2}) + 2\xi n \right] + N[2\xi \frac{m}{t^2} - n(1 - \frac{\xi^2}{t^2})] \right\}$$

Diese Gleichungen 9) gelten nicht in zwei Sonderfällen. Der erste Sonderfall bezieht sich auf die beiden Randpunkte der Streifenlast, also die Punkte $\xi = +b$, $\eta = t$ und $\xi = -b$, $\eta = t$. Im linken Randpunkt wird $\xi_L = -b+b = 0$ und damit $I_L = J_L = 0$ und im rechten Randpunkt $\xi_R = +b-b = 0$ und damit $I_R = J_R = 0$. Für K erhalten wir mit $\xi = 0$

$$K = \frac{t}{\pi} \int \frac{x^2}{(x^2 + t^2)^3} dx = \frac{t}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{(x^2 + t^2)^2} - \frac{t^2}{(x^2 + t^2)^3} \right] dx = \frac{1}{8t^2}$$
 10)

Beim linken Randpunkt (-b,t) ist daher $K_L = \frac{1}{8t^2}$ und beim rechten Randpunkt (+b,t) $K_R = \frac{1}{8t^2}$ zu setzen.

Der zweite Sonderfall betrifft die Halbraumoberfläche $\eta=0$. In diesem sind zwar die lotrechte Normalspannung σ_z und die Schubspannung τ null, nicht aber die
horizontale Normalspannung σ_h . Wir erhalten J in der Halbraumoberfläche

$$J = \frac{1}{\pi} \int \frac{dx}{(x-\xi)(x^2+t^2)} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{t^2+\xi^2} \int \left[\frac{1}{(x-\xi)} - \frac{x+\xi}{x^2+t^2}\right] dx$$

Unter Beachtung der Grenzwerte ergibt die durchgeführte Integration

$$J = \frac{\xi}{t(t^2 + \xi^2)}$$

Setzen wir hierin $\xi = \xi_R = \xi_{-b}$ und $\xi = \xi_L = \xi_{+b}$, so wird

$$J_{R} - J_{L} = \frac{1}{t} \left[\frac{\xi + b}{t^{2} + (\xi + b)^{2}} - \frac{\xi - b}{t^{2} + (\xi - b)^{2}} \right]$$

und aufgrund der Gl.4)

$$\sigma_{h,\eta=0} = \frac{4ptb}{\pi} \frac{t^2 - \xi^2 + b^2}{[t^2 + (\xi + b)^2][t^2 + (\xi - b)^2]}$$
11)

In der Halbraumoberfläche tritt die grösste Druckspannung σ_h in der Lastachse $\xi = 0$ auf und wird

$$\sigma_{\text{hmax}} = \frac{4\text{pt}}{\pi} \frac{b}{t^2 + b^2}$$
 12)

Die grösste Zugspannung in der Oberfläche ergibt sich an der Stelle

$$\xi = \sqrt{t^2 + b^2 + 2t} \sqrt{t^2 + b^2}$$
 13)

zu

$$\sigma_{\text{hmin}} = -\frac{p}{\pi} \frac{b}{t + \sqrt{t^2 + b^2}}$$

Wenn wir in einem beliebigen Punkt des Halbraumes mit den Koordinaten ξ und η den Spannungszustand zufolge einer in der Tiefe t unter der Oberfläche angreifenden Streifenlast bestimmen wollen, so berechnen wir zunächst die Winkel β_1 , β_2 , β_3 und β_4 gemäss Abb.2. Sodann ermitteln wir für die Ordinate η und die Abszissen $\xi_L = \xi$ +b und $\xi_R = \xi$ -b die Werte I_L , J_L , K_L und I_R , J_R , K_R aus den Gleichungen 8) und

9), worauf wir dann durch Einsetzen aller dieser Werte in die Gleichung 4) die Normalspannungen σ_z und σ_h und die Schubspannung τ erhalten.

Wir wollen nun ein Beispiel durchrechnen und betrachten den Fall einer 2 m breiten Streifenlast p, welche in 1 m Tiefe unter der Halbraumoberfläche angreift. Die Spannungen sollen im Punkt mit Koordinaten $\xi=1,5$ m und $\eta=2,0$ m ermittelt werden. Für diesen Punkt werden die Winkel β und seine Winkelfunktionen

 $tg \beta_1 = 2,50$ $\beta_1 = 1,190$ $\sin 2\beta_1 = 0,690$ $\sin^2 \beta_1 = 0,861$ $tg \beta_2 = 0,50$ $\beta_2 = 0,464$ $\sin 2\beta_2 = 0,800$ $\sin^2 \beta_2 = 0,200$ $tg \beta_3 = 0,833$ $\beta_3 = 0,695$ $\sin 2\beta_3 = 0,984$ $\sin^2 \beta_3 = 0,410$ $tg \beta_4 = 0,167$ $\beta_4 = 0,165$ $\sin 2\beta_4 = 0,325$ $\sin^2 \beta_4 = 0,027$ $\beta_1 - \beta_2 + \beta_3 - \beta_4 = 1,256$

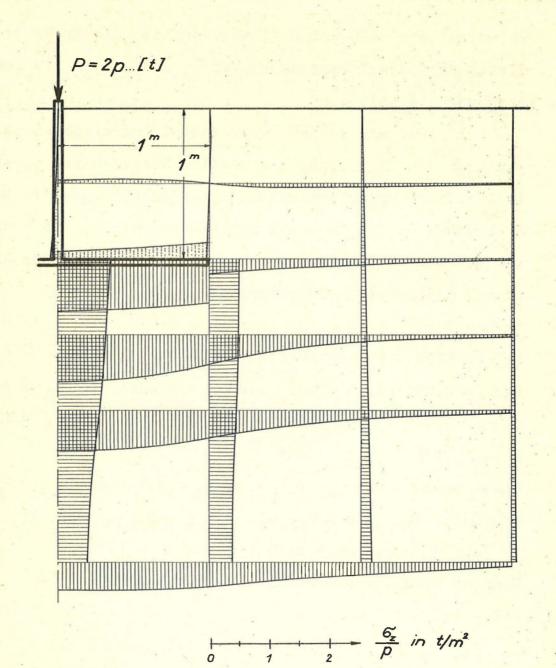
 $\sin \beta_1 \cos \beta_1 - \sin \beta_2 \cos \beta_2 + \sin \beta_3 \cos \beta_3 - \sin \beta_4 \cos \beta_4 =$ $= \frac{1}{2} (\sin 2\beta_1 - \sin 2\beta_2 + \sin 2\beta_3 - \sin 2\beta_4) = 0,275$ $\sin^2 \beta_1 - \sin^2 \beta_2 + \sin^2 \beta_3 - \sin^2 \beta_4 = 1,044$

Nunmehr sind die Ausdrücke I_L , J_L , K_L für $\int_L = \xi + b = 1,5 + 1,0 = 2,5 m mit <math>R_L^2 = 2,5^2 + 2,0^2 = 10,25 m^2$ und I_R , J_R , K_R für $\int_R = \xi - b = 1,5 - 1,0 = 0,5 m mit <math>R_R^2 = 0,5^2 + 2,0^2 = 4,25 m^2$ zu berechnen. Aus Gl.8) ergibt sich dann durch Einsetzen dieser Werte:

 $m_L = 92,50$ $n_L = 60,5625$ $M_L = 0,002224095$ $N_L = -0,003039597$ $m_R = 6,50$ $n_R = 9,5625$ $M_R = 0,007012418$ $N_R = -0,01986851$.

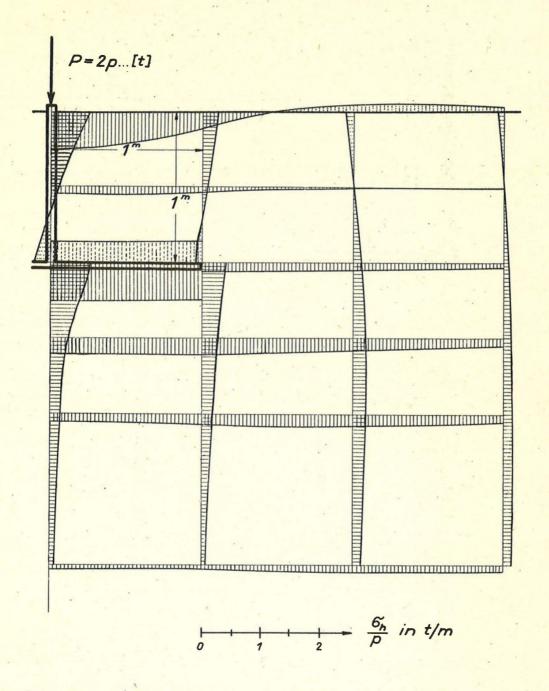
Aufgrund Gl. 9) wird:

Abb. 4. Verteilung der lotrechten Normalspannungen 62



$$\begin{split} &\mathbf{I_L} = -0,0645 & \mathbf{I_R} = -0,0351 & \mathbf{I_R} - \mathbf{I_L} = +0,0294 \\ &\mathbf{J_L} = -0,0994 & \mathbf{J_R} = -0,0190 & \mathbf{J_R} - \mathbf{J_L} = +0,0804 \\ &\mathbf{K_L} = +0,0865 & \mathbf{K_R} = +0,0597 & \mathbf{K_L} - \mathbf{K_R} = +0,0268 \\ &\mathbf{Nunmehr sind alle Grössen in Gl.4) bekannt und man erhält} \\ &\sigma_{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{D}}{2\pi} \left(0,275+1,256+4.0,0294\right) = 1,649 \frac{\mathbf{D}}{2\pi} = 0,263 \text{ p} \\ &\sigma_{h} = \frac{\mathbf{D}}{2\pi} \left(-0,275+1,265+4.0,0804\right) = 1,303 \frac{\mathbf{D}}{2\pi} = 0,208 \text{ p} \end{split}$$

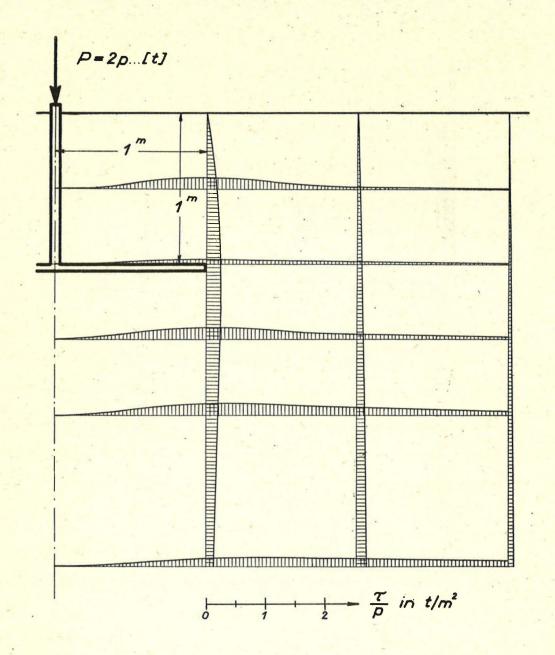
Abb.5. Verteilung der horizontalen Normalspannungen 6,



 $\tau = \frac{p}{2\pi} (1,044+4.0,0268) = 1,151 \frac{p}{2\pi} = 0,184 p.$

Auf diese Weise wurden für t=1 m und b=2 m die Spannungen σ_z , σ_h und τ in verschiedenen Punkten des Halbraumes gerechnet. Die ermittelten Spannungsverteilungen in verschiedenen lotrechten und waagrechten Schnitten des Halbraumes sind in Abb.4 für die lotrechte Normalspannung σ_z , in Abb.5 für die waagrechte

Abb.b. Verteilung der Schubspannungen T



Normalspannung c_h und in Abb.6 für die Schubspannung τ für eine Gleichlast p=1 t/m² dargestellt. Die Gleichlast wird im betrachteten Fall zu etwa 80% als Druck und etwa 20% als Zug nach oben geleitet. Der zwischen Streifenlast und Oberfläche gelegene Teil des Halbraumes wirkt gleichsam als biegungssteifer Träger, welcher an seiner Unterseite mit 0,2 p belastet ist. Die grösste, waagrechte Druckspannung wird nach Gl.12) im Punkt $\xi=\eta=0$ mit

 $\sigma_{\text{hmax}} = 0,635$ p und die grösste waagrechte Zugspannung in der Oberfläche nach den Gl.13) und 14) für $\xi = 2,19$ m, $\eta = 0$ mit $\sigma_{\text{hmin}} = -0,132$ p erhalten. Die absolut grössten Zugspannungen treten an der Oberseite der Lastfläche auf und betragen dort zwischen -0,30 und -0,34 p.

che und Halbraumoberfläche doch recht beträchtliche Zugspannungen auftreten. Um zu sehen, wie weit sie durch die Eigengewichtdruckspannungen kompensiert werden, überlagern wir die Spannungszustände für die Streifenlast und für Eigengewicht. Um einen leichteren Vergleich mit der normalen Methode zu ermöglichen, wurde hierbei die Grösse der Streifenlast nicht mit 1 t/m², sondern gleich der kritischen Randbelastung⁺⁾ angenommen, das ist bekanntlich jene Belastung, mit der der elastisch isotrope Halbraum an seiner Oberfläche belastet werden darf, ohne dass unter Zugrundelegung einer Ruhedruckziffer 1 in den Randpunkten des Streifens plastische Gebiete auftreten. Für kohäsionsloses Material lautet die Formel für die kritische Randbelastung:

$$q_{krit} = \frac{\pi \Upsilon t}{\cot \varphi - (\frac{\pi}{2} - \varphi)}$$

Für einen angenommenen Winkel der inneren Reibung von $\phi = 45^{\circ}$ erhalten wir $p = q_{krit} = 14,61 \text{ Y t/m}^2$. Zu den für diese Streifenlast ermittelten Spannungen σ_z , σ_h und τ wurden dann die Eigengewichtsspannungen $\sigma_z = \sigma_h = \gamma.\eta$

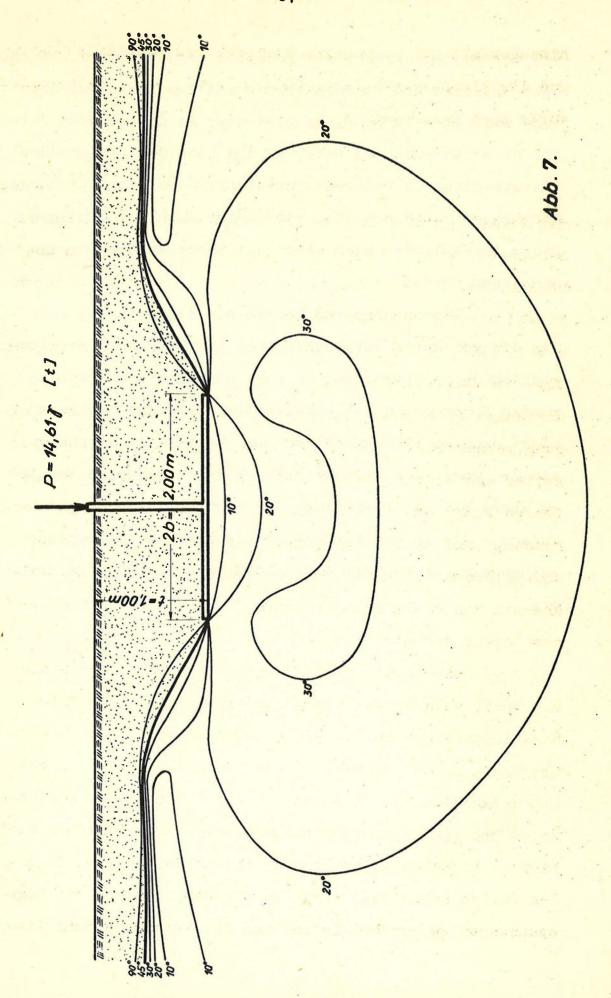
⁺⁾ O.K. Fröhlich: Druckverteilung im Baugrund, Wien 1936, S. 83 ff.

hinzugesählt und punktweise die grössere Hauptspannung ol und die kleinere Hauptspa-nnung og ermittelt. Schliesslich wurde nach der Formel

$$\alpha = \arcsin \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

der Winkel α für alle betrachteten Punkte des Halbraumes berechnet, wobei α von der Grösse des Raumgewichtes unabhängig ist. In Abb.7 wurden nun alle Punkte mit gleichem Winkel α durch stetige Linien verbunden, u.zw. für $\alpha = 10^{\circ},20^{\circ},30^{\circ},45^{\circ}$ und 90° . Die Kurve $\alpha = 90^{\circ}$ trennt den Zug- und Druckbereich und die Kurve $\alpha = \phi = 45^{\circ}$ stellt diejenige Linie dar, für welche die Mohrsche Fliessbedingung gerade erfüllt ist. Je kleiner der Winkel α , desto weiter entfernt ist der Spannungszustand in dem betreffenden Punkt von dem Fliesszustand. Wie wir aus Abb.7 erkennen, sind fast im gesamten Raum zwischen Lastfläche und Halbraumoberfläche Spannungszustände vorhanden, welche mit den Festigkeitseigenschaften eines kohäsionslosen Bodens unverträglich sind.

Wir werden daher bei kohäsionslosen Böden die von Kézdi vorgeschlagenen Abminderungen der lotrechten Normalspannungen nur zu einem geringen Teil oder besser überhaupt nicht ansetzen dürfen. Von bindigen Böden mit hoher Kohäsion können zwar im Sinne der üblichen Anschauungen Zugspannungen übertragen werden. Es ist jedoch auch hier zu bedenken, dass erstens die Kohäsion nicht in allen Fällen ausreichen wird, um die Uebertragung der Zugspannungen zu gewährleisten, und dass zweitens beim Aus-



hub der Fundamentgrube die Kohäsion zerstört wird, sodass also zwischen dem Fundamentblock und dem Boden nur Reibung auftreten kann. Diese wird aber in den meisten Fällen nicht ausreichend sein, um die über den Rändern des Laststreifens im Halbraum hervorgerufenen Schubspannungen übertragen zu können. Man wird daher auch bei bindigen Böden die Abminderungen nicht mit ihrem vollen Betrage einsetzen dürfen.

Zusammenfassend können wir daher sagen, dass man die von Kézdi vorgeschlagenen Abminderungen der lotrechten Normalspannungen in der Lastachse von tiefliegenden Fundamenten bei kohäsionslosen Böden überhaupt
nicht und bei bindigen Böden nur zum Teil in Rechnung
stellen darf. Der weitaus einfachere und klarere Weg ist
es aber, bei der Ermittlung der Pressungen in der Sohlfuge nur die an den Fundamentseitenflächen auftretenden
Reibungskräfte von der lotrechten Last in Abzug zu bringen.

