

## Scheitelfalten und scheidellose Falten

von  
W. RECH

14 Abb.

Anschrift des Verfassers:  
Wolf-Dieter Rech,  
Trewstraße 16  
D-8500 Nürnberg

Mitt. Ges. Geol. Bergbaustud. Österr.

26

S. 117–138

Wien, Feb. 1980

**Inhalt**

Zusammenfassung, Abstract . . . . .	119
1. Einleitung . . . . .	119
2. Faltenprofile von Scheitelfalten . . . . .	119
3. Faltenprofile von scheidellosen Falten . . . . .	132
4. Scheitellinien und Faltenachsen . . . . .	135
5. Literatur . . . . .	138

### Zusammenfassung

Die Profile der Falten werden mit Hilfe differentialgeometrischer Begriffe morphologisch beschrieben. Als natürliche Größen werden Bogenlänge und Krümmung verwendet. Man kann die Falten nach der geometrischen Form der Profile morphologisch einordnen, indem Krümmung und Krümmungsmitten der Profilkurven bestimmt werden. Faltscheitel, Scheitellinie und Faltenachse werden mittels der Krümmung definiert. Es wird gezeigt, daß es neben den üblichen Scheitelfalten auch scheidellose Falten gibt, die morphologisch gesehen keine Faltenachsen besitzen. Nach der Lage, welche die Achsenfläche gegenüber der Mittelebene und den Faltenflanken einnimmt, wird zwischen bisektalen und abisektalen Falten unterschieden.

### Abstract

Fold profiles are morphologically described by using natural differential geometric terms, such as arc length and curvature. Folds may morphologically be classified with respect to the geometrical form of the profile by determining the curvature and the centres of curvature of the curved lines, at which the folded surfaces and the profile plane intersect. The curvature is used for defining vertex, hinge line and fold axis. Beside the usual folds which have a vertex, the existence of non-vertex folds, which do not possess a morphological fold axis, is noticed. Regarding the position of the axial surface in relation to the limbs and the bisecting plane two groups of fold types are distinguished.

### 1. Einleitung

Geologische Falten werden durch morphologische und strukturelle Untersuchungen geometrisch analysiert. Man kann eine Falte beispielsweise morphologisch nach der Form der Schichtflächen und Faltenprofile beschreiben. Die innere Struktur einer Falte läßt sich bestimmen, indem Ausbildung und Anordnung der Mineralien untersucht wird. Wir werden uns in dieser Abhandlung vor allem mit der Morphologie der Falten befassen, auf die innere Struktur wird nur am Rande eingegangen.

Geologische Falten werden vielfach nach der Gestalt des Faltenprofils morphologisch eingeordnet. Bedient man sich einer qualitativen Betrachtungsweise so kann z. B. zwischen Rundfalten, Scharnierfalten, Koffer-, Pilz-, oder Beutelfalten unterschieden werden. Die Profile können jedoch mit Hilfe natürlicher geometrischer Begriffe auch quantitativ beschrieben werden. Man gelangt hierbei zu Erkenntnissen, die für die geologische Praktik von Bedeutung sind. Um ein Ergebnis dieser Abhandlung vorwegzunehmen, sei beispielsweise darauf hingewiesen, daß es neben den Scheitelfalten auch scheidellose Falten gibt, die morphologisch gesehen keine Faltenachsen besitzen.

### 2. Faltenprofile von Scheitelfalten

In Abb. 1 a ist eine zylindrische Scheitelfalte dargestellt. FA ist eine Faltenachse, HA eine Hauptachse der gefalteten Schichtfolge. HA ist senkrecht zur Profilebene PE. Die in der Mitte auftretende Mulde besitzt einen Faltenquerschnitt FQ, der von den geraden Linien  $W_{11}W_{31}$ ,  $W_{12}W_{32}$  und den Kurven  $c_1$ ,  $c_3$  begrenzt wird. Die Kurve  $c_3$ , und die gerade Linie  $W_{3'1}W_{3'2}$  umschließen ein ebenes Flächenstück, das in der Abbildung durch das Symbol Fq gekennzeichnet ist. Fq ist eine Leitfläche bzw. ein Faltenquerschnitt der muldenförmig gefalteten Teilfläche von  $s_3$ . Die Profilkur-

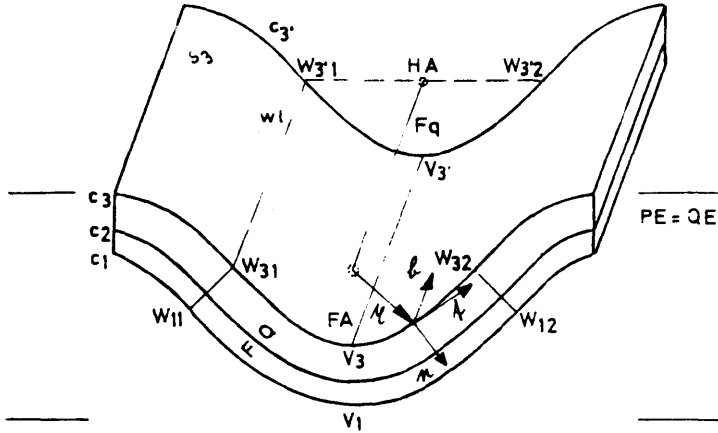


Abb. 1 a: Konzentrische, zylindrische Scheitelfalte. Die Faltenachse (Scheitellinie) FA ist eine Verbindungslinie von Punkten kleinster Krümmungsradien.  $c_1, c_2, c_3$  = Profilkurven der Scheitelfalte, FQ = Faltenquerschnitt der muldenförmigen Teilfalte, Fq = Faltenquerschnitt bezüglich der Schichtfläche  $s_3$ , HA = Hauptachse, PE = Profilebene, QE = Querebene;  $V_1, V_3, V_3'$  = Scheitel;  $W_{11}, W_{12}, W_{31}, W_{32}, W_{3'1}, W_{3'2}$  = Wendepunkte,  $w_1$  = Wendelinie,  $e$  = Binormalenvektor,  $n$  = Normalenvektor,  $t$  = Tangentenvektor,  $e$  = Ortsvektor. ( $t$  und  $n$  hat man sich aufgrund der zeichnerischen Darstellung in der Abb. mit einem negativen Vorzeichen versehen zu denken).

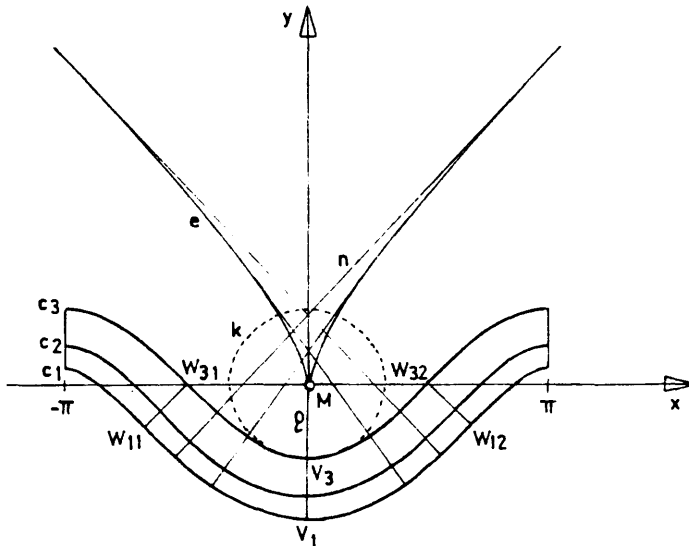


Abb. 1 b: Faltenprofil der zylindrischen Scheitelfalte.  $e$  = Evolute,  $k$  = Krümmungskreis von  $c_3$  in  $V_3$ ,  $M$  = Mittelpunkt des Krümmungskreises,  $n$  = Normale zu  $c_1, c_2, c_3$ ;  $\rho$  = Krümmungsradius von  $k$ ;  $x, y$  = Koordinatenachsen.

ven  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  haben jeweils einen Scheitelpunkt und zwei Wendepunkte;  $c_3$  besitzt beispielsweise den Scheitel  $V_3$  und die Wendepunkte  $W_{31}$  und  $W_{32}$  (Abb. 1a, 1 b). In einem Wendepunkt ist die Krümmung einer Kurve gleich Null. Im Scheitel hingegen nimmt die Krümmung einen stationären Wert an und es ist

$$\frac{d\mathcal{H}}{dx} = 0.$$

Zur Definition der Krümmung müssen wir etwas weiter ausholen. In Abbildung 2 ist eine Kurve  $c$  dargestellt, die der Funktion

$$y = f(x)$$

gehörte. Die unabhängige Veränderliche  $x$  ist auf der horizontalen Achse eines rechtwinkligen, cartesischen Koordinatensystems aufgetragen. Die Kurve wird in

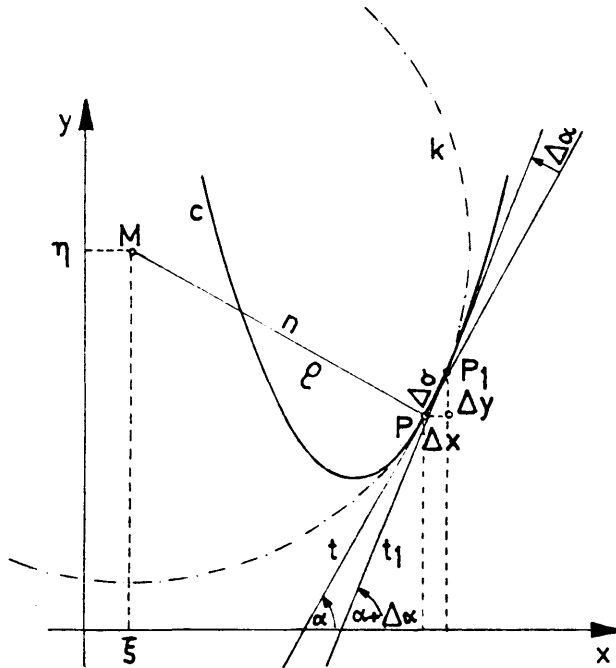


Abb. 2:  $c$  = Profilkurve,  $k$  = Krümmungskreis von  $c$  in  $P$ ,  $M$  = Mittelpunkt des Krümmungskreises  $k$ ,  $n$  = Normale zu  $c$  bzw.  $k$ ;  $P, P_1$  = Punkte auf  $c$ ;  $t, t_1$  = Tangenten zu  $c$ ;  $\alpha, \alpha + \Delta\alpha$  = Tangentenwinkel,  $\Delta\alpha$  = Winkel zwischen den Tangenten  $t$  und  $t_1$ ,  $\Delta\sigma = PP_1$  = Bogenlänge;  $\Delta x, \Delta y$  = Koordinatendifferenzen der Punkte  $P$  und  $P_1$ ,  $\rho$  = Radius des Krümmungskreises;  $\xi, \eta$  = Koordinaten der Krümmungsmitte  $M$ .

den Punkten  $P$  und  $P_1$  von den Tangenten  $t$  bzw.  $t_1$  berührt. Das Kurvenstück  $PP_1$  hat die Länge  $\Delta\sigma$ . Die beiden Tangenten schließen miteinander den Winkel  $\Delta\alpha$  ein. Der Quotient  $\Delta\alpha/\Delta\sigma$  ist offensichtlich ein Maß für die Krümmung des Kurvenstückes,

denn je mehr die Richtung der Tangente  $t_1$  von der von  $t$  abweicht, desto stärker ist der Bogen  $PP_1$  gekrümmt. Man kann  $\Delta\alpha/\Delta\sigma$  als mittlere Krümmung des Kurvenstückes  $PP_1$  bezeichnen. Wenn sich  $P_1$  auf  $c$  unbeschränkt dem Punkt  $P$  nähert, so strebt der Bogen  $\Delta\sigma$  zusammen mit der Winkeldifferenz  $\Delta\alpha$  gegen Null. Anstatt  $\Delta\sigma$  und  $\Delta\alpha$  sind dann die Differentiale  $d\sigma$  und  $d\alpha$  zu betrachten und man erhält für die Krümmung  $\mathcal{H}$  der Kurve  $c$  im Punkt  $P$

$$(1) \quad \mathcal{H} = \lim_{\Delta\sigma \rightarrow 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta\sigma} \quad \text{oder} \quad \mathcal{H} = \frac{d\alpha}{d\sigma}.$$

Die Steigung der Kurve im Punkt  $P$  ist gegeben durch den Differentialquotienten

$$(2) \quad \frac{dy}{dx} = y' = f'(x) = \tan\alpha.$$

Der Tangentenwinkel, d. h. der Winkel, den die Tangente  $t$  mit der  $x$ -Achse bildet, ist

$$(3) \quad \alpha = \arctan y'.$$

Die Differenzierung von (3) liefert

$$\frac{d\alpha}{dy'} = \frac{d \arctan y'}{dy'} = \frac{1}{1+y'^2},$$

woraus durch einfache Umformung

$$(4) \quad d\alpha = \frac{dy'}{1+y'^2}$$

erhalten wird. Aus der Beziehung (2)  $y' = f'(x)$  ergibt sich durch Bildung des Differentialquotienten  $dy'/dx = df'(x)/dx = y''$  und anschließende Umformung

$$dy' = y'' \cdot dx.$$

Setzt man diesen Ausdruck in Gleichung (4) ein, so findet man

$$(5) \quad d\alpha = \frac{y''}{1+y'^2} dx.$$

Die infinitesimale Größe  $d\sigma$  ist das Differential zur Bogenlänge  $\sigma$  und wird als Bogenelement bezeichnet. Um die Länge eines Kurvenstückes zu bestimmen, denkt man sich dieses durch einen Polygonzug angenähert (Abb. 3). Die Sehne  $P_i P_{i+1}$ , welche zwei Punkte  $P_i$  und  $P_{i+1}$  verbindet, ist nach dem Lehrsatz des Pythagoras durch

$$P_i P_{i+1} = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2} = \Delta x_i \sqrt{1 + (\Delta y_i / \Delta x_i)^2}$$

bestimmt. Zwischen den Punkten  $P_i$  und  $P_{i+1}$  gibt es einen Punkt  $Q_i$ , in dem die Kurve von einer Tangente  $t$  berührt wird, welche unter dem gleichen Winkel wie die Sehne gegen die  $x$ -Achse geneigt ist. Der Differenzenquotient  $\Delta y_i / \Delta x_i$  kann daher durch den Differentialquotienten  $dy_i / dx_i = y'_{\xi_i}$ , d. h. durch die Steigung der Tangente ersetzt werden.

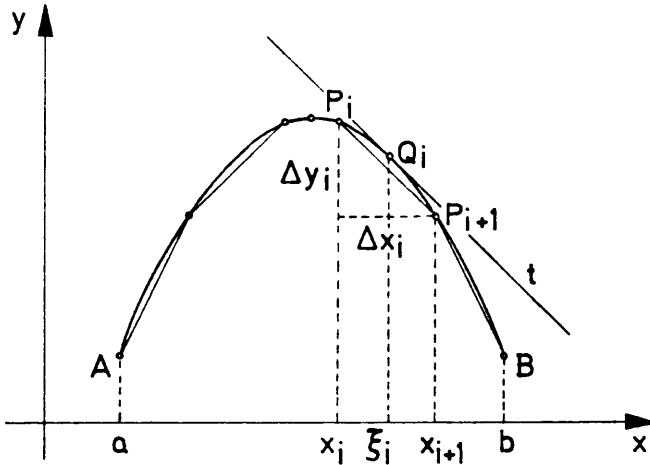


Abb. 3: Erläuterung im Text

Als Länge des Polygonzuges ergibt sich somit

$$\sigma_{\text{PZ}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + (\Delta y_i / \Delta x_i)^2} \Delta x_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + (y'_{\xi_i})^2} \Delta x_i.$$

Für die Bogenlänge des Kurvenstückes AB findet man mit  $\Delta x_i \rightarrow 0$

$$\sigma = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum \sqrt{1 + (y'_{\xi_i})^2} \Delta x_i \quad \text{also}$$

$$(6) \quad \sigma = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} \, dx,$$

wobei die Integrationsgrenzen a und b die Abszissen der Punkte A und B sind. Das Bogenelement lautet demnach

$$(7) \quad d\sigma = \sqrt{1 + y'^2} \, dx$$

oder 
$$d\sigma = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Setzt man die Werte für  $d\alpha$  und  $d\sigma$  in Gleichung (1) ein, so findet man: die Kurve c, die der Funktion  $y = f(x)$  gehorcht, hat im Punkte P mit der Abszisse x die Krümmung

$$(8) \quad \mathcal{K} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}},$$

wobei die Wurzel positiv ist. Die Krümmung hat demnach das gleiche Vorzeichen wie  $y''$ . In Abbildung 1 ist daher die Krümmung der Profilkurven in der Mulde positiv, bei den seitlich auftretenden Teilsätteln negativ.

Ein Kreis vom Radius  $r$  hat bei positivem Umlaufsinn mit  $d\alpha > 0$  die konstante Krümmung

$$\mathcal{H} = \frac{1}{r}.$$

Die Differentiation der Kreisgleichung  $(x - \mu)^2 + (y - \nu)^2 = r^2$  gibt

$$y' = \mp \frac{x - \mu}{(r^2 - (x - \mu)^2)^{1/2}}$$

$$y'' = \mp \frac{r^2}{(r^2 - (x - \mu)^2)^{3/2}}.$$

Setzt man diese Größen, wobei für  $y''$  der positive Wert zu nehmen ist, in (8) ein, so erhält man

$$(9) \quad \mathcal{H} = \frac{1}{r} \quad \text{oder}$$

$$r = \frac{1}{\mathcal{H}}.$$

Eine Gerade besitzt demnach die konstante Krümmung Null, da man sie als einen Kreis mit unendlich großem Radius auffassen kann.

Die Beziehung  $r = \frac{1}{\mathcal{H}}$  läßt sich auf andere Weise bestätigen. In Abb. 4 seien  $n$  und  $n_1$  Normale der Kurve  $c$ , die in den Punkten  $P$  und  $Q$  auf den Tangenten  $t$  und  $t_1$  senkrecht stehen. Die Normalen schneiden sich in  $N$ . Wir legen einen Kreis durch die Punk-

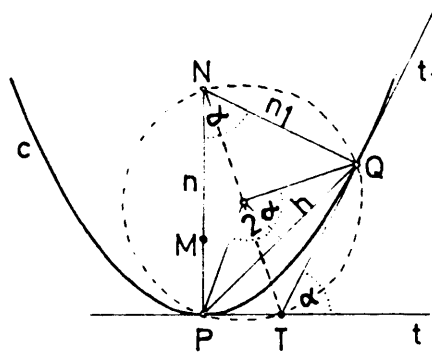


Abb. 4: Erläuterung im Text

te  $N$ ,  $P$ ,  $T$  und  $Q$ . Lassen wir den Punkt  $Q$  gegen  $P$  konvergieren, so ergibt sich als Grenzlage ein Kreis, der  $M$  als Mittelpunkt hat. Man nennt diesen Kreis den Krümmungskreis der Kurve  $c$  im Punkte  $P$ . Der Radius des Kreises

$$(10) \quad \rho = \frac{1}{\mathcal{H}}$$

ist gleich der reziproken Krümmung und heißt Krümmungsradius, die Mitte  $M$  des Krümmungskreises wird Krümmungsmittelpunkt oder auch Krümmungsmitte von  $P$  genannt.



Der von den Normalen  $n$  und  $n_1$  im Punkt  $N$  eingeschlossene Winkel ist gleich dem Winkel  $\alpha$ , den die Tangenten  $t$  und  $t_1$  miteinander bilden.  $NT = 2r$  ist ein Durchmesser des Kreises, welcher durch die Punkte  $N, P, T$  und  $Q$  gelegt werden kann. Für die Sehne  $h$  findet man

$$h = PQ = NT \cdot \sin \alpha.$$

$P$  und  $Q$  liegen auf der Kurve  $c$  und die Bogenlänge  $PQ = \sigma$ . Beim Grenzübergang  $Q \rightarrow P$  konvergiert  $T$  nach  $P$  und  $N$  rückt nach dem Punkt  $M$  auf  $n$ . Der Winkel  $\alpha$  strebt hierbei gegen Null.  $M$  hat dann von  $P$  den Abstand  $\rho = PM = \lim NT$ . Mit Berücksichtigung der Beziehungen

$$NT = \frac{h}{\sin \alpha}, \quad \lim_{Q \rightarrow P} \frac{\sigma}{h} = 1 \quad \text{und} \quad \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1 \quad \text{ist dann}$$

$$\rho = PM = \lim NT = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{\sin \alpha} = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\sigma}{\sin \alpha} = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\sigma}{\alpha} = \frac{d\sigma}{d\alpha} = \frac{1}{\mathcal{K}}.$$

Die Koordinaten  $\xi$  und  $\eta$  der Krümmungsmitte  $M$  können rechnerisch ermittelt werden (Abb. 2). Der Radius des Krümmungskreises  $k$  ist, wie sich aus (8) und (10) ergibt

$$(11) \quad \rho = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}.$$

Mit Hilfe der Kreisgleichung  $(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 = \rho^2$  und der Steigung  $(\eta-y)/(\xi-x) = -1/y'$  der Normalen  $n$ , die in  $P$  auf der Tangente  $t$  senkrecht steht, findet man unter Berücksichtigung von (11) die Koordinaten der Krümmungsmitte

$$(12) \quad \xi = x - y' \frac{1+y'^2}{y''}, \quad \eta = y + \frac{1+y'^2}{y''}.$$

Punkte einer Kurve mit  $\mathcal{K} \neq 0$ , in denen die Krümmung einen stationären Wert hat, werden Scheitel genannt. Der Differentialquotient der Krümmung  $d\mathcal{K}/dx$  ist an einer solchen Stelle gleich Null. Für Scheitelpunkte einer Kurve der Funktion  $y = f(x)$  gilt somit die Beziehung

$$d\mathcal{K}/dx = 0.$$

Indem wir absolute Krümmungsbeträge ansetzen, kommen wir zu folgender Aussage:

Die Profilkurven in Abb. 1, 7, 8 haben in den Punkten  $V_1, V_2, V_3$  jeweils einen Scheitel. Die Krümmung der Kurven nimmt von den Wendepunkten zum Scheitel zu und erreicht dort einen Maximalwert, während der Krümmungsradius eine Minimallänge annimmt. Im Faltenprofil von Abbildung 5 hat umgekehrt die Krümmung einer jeden Kurve im Scheitel mit der Abszisse  $x = 0$  ein lokales Minimum, der Krümmungsradius hingegen ein lokales Maximum. In den Wendepunkten ist die Krümmung einer Kurve gleich Null. Der Krümmungskreis artet zu einer Wendetangente aus.

Die Bedingung für das Auftreten eines Scheitels kann noch näher formuliert werden. Durch Bildung des Differentialquotienten  $d\mathcal{K}/dx$  erhält man aus Gleichung (8)

$$(13) \quad \frac{d\mathcal{K}}{dx} = \frac{y''' \cdot (1+y'^2) - 3y'y''^2}{(1+y'^2)^{5/2}}.$$

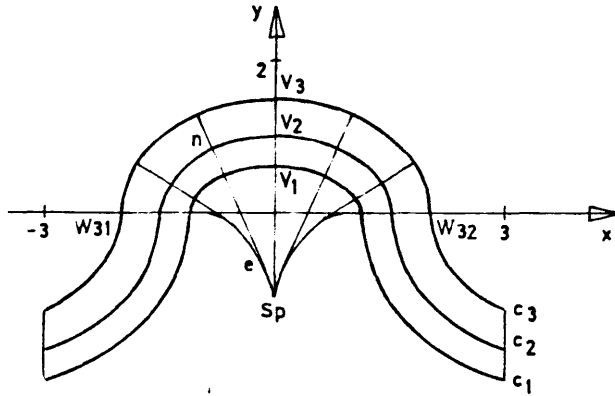


Abb. 5 a: Bisektale, konzentrisches Scheitelfalte.  $c_1, c_2, c_3$  = Profilkurven,  $e$  = Evolute,  $n$  = Normale zu  $c_1, c_2, c_3$  = Tangente zu  $e$ ,  $Sp$  = Spitze von  $e$ ;  $V_1, V_2, V_3$  = Scheitelpunkte;  $W_{31}, W_{32}$  = Wendungspunkte;  $x, y$  = Koordinatenachsen.

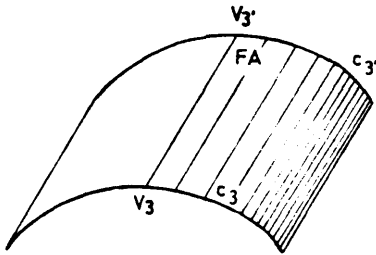


Abb. 5 b: Zylindrische Scheitelfalte (zylindrisch gefaltete Schichtfläche). Die Faltenachse (Scheitellinie)  $FA$  ist eine Verbindungslinie von Punkten größter Krümmungsradien.  $c_3, c_3'$  = Profilkurven;  $V_3, V_3'$  = Scheitel.

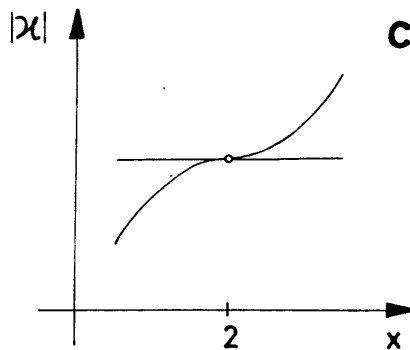
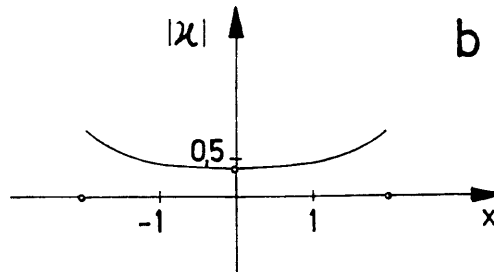
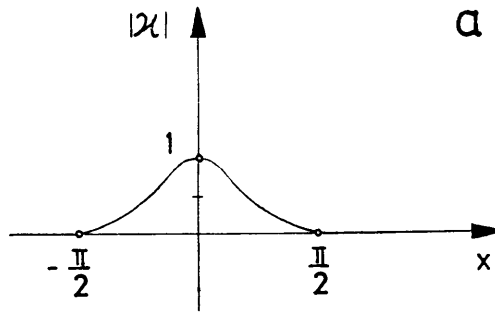
Scheitel können demnach an den Stellen einer Kurve auftreten, für deren Abszissen  $x$  die Gleichung

$$(14) \quad y''' (1 + y'^2) - 3y'y''^2 = 0$$

erfüllt ist.

Eine Kurve wird gewöhnlich vom Krümmungskreis durchsetzt (Abb. 2). In einem Scheitel allerdings findet eine solche Durchdringung im allgemeinen nicht statt. Die Kurve liegt zu beiden Seiten eines Scheitels, im allgemeinen entweder innerhalb oder außerhalb des Krümmungskreises. In Abbildung 1 b wird der Krümmungskreis  $k$  im Scheitel  $V_3$  von der Kurve  $c_3$  eingefasst.

Der absolute Betrag der Krümmung  $|\mathcal{H}| = |y'' / (1 + y'^2)^{3/2}|$  einer Kurve kann graphisch gegen die  $x$ -Achse aufgetragen werden. Für das Bogenstück  $W_{31}W_{32}$  der Kurve  $c_3$  von Abb. 1 b wird auf diese Weise eine Funktionskurve erhalten, die an der Scheitelstelle mit der Abszisse  $x = 0$  ein lokales Maximum besitzt (Abb. 6 a). Der in Abbildung 6 b aufgezeichnete Graph hat für  $x = 0$  ein lokales Minimum. Es handelt sich hierbei um die Funktionskurve des Bogenstückes  $W_{31}W_{32}$  der in Abbildung 5 a dargestellten Profilkurve  $c_3$ . Gänzlich anders ist hingegen das Aussehen der Funktionskurve in Abb. 6 c, wo an der Stelle mit der Abszisse  $x = 2$  eine horizontale Wen-



Abbildungen 6 a, b und c: Erläuterungen im Text

detangente auftritt. Der skizzierte Graph entspricht einer Profilkurve, deren Krümmung an der Stelle  $x = 2$  zwar einen stationären Wert hat, hierbei jedoch weder ein Maximum noch ein Minimum erreicht. Ein solcher Punkt ist gemäß Gleichung (13) ebenfalls als Scheitel zu bezeichnen. Man spricht in diesem Fall von einem uneigentlichen Scheitel (SCHEFFERS 1923:53), zur Unterscheidung von den eigentlichen Scheiteln, in denen die Krümmung der Kurve auch wirklich einen Extremwert, d. h. ein Maximum oder ein Minimum besitzt. Geologisch gesehen dürften nur die letzteren von Bedeutung sein. Man kann daher, wenn nicht zufällig eine kreisförmige Profilkurve vorliegt, zusätzlich fordern

$$d^2\mathcal{H} / dx^2 \neq 0$$

oder den jeweiligen Gegebenheiten entsprechend

$$d^n \mathcal{H} / dx^n \neq 0 \quad (n \text{ gerade}).$$

Als Grenzfall des Scheitels sei noch der **Flachpunkt** erwähnt. In einem Flachpunkt ist die Krümmung  $\mathcal{H}$  gleich Null und es gilt  $\mathcal{H}' = \mathcal{H}'' = \dots = \mathcal{H}^{(n-1)} = 0$ ,  $\mathcal{H}^{(n)} \neq 0$ , ( $n \geq 2$ , gerade), im Unterschied zu Wendepunkten mit stationärer Krümmung, für welche  $n \geq 3$ , ungerade anzusetzen ist.

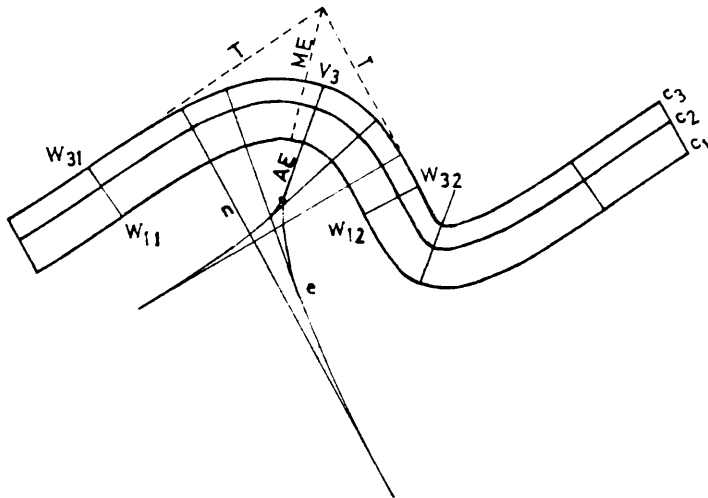


Abb. 7: Abisektale, konzentrische Falte. AE = Spur der Achsenebene, ME = Spur der Mittelebene, T = Spur der Tangentialebene. Weitere Erläuterungen siehe Abb. 1.

Die Krümmungsmittelpunkte  $M$  einer Kurve  $c$  bilden ihrerseits eine Kurve  $e$ , welche **Evolute** von  $c$  heißt (Abb. 1 b, 5 a, 7, 10 a). Die Evolute  $e$  ist der geometrische Ort für die Krümmungsmittelpunkte der Kurve  $c$ , welche ihrerseits eine **Evolute** zu  $e$  ist.

Zwischen einer Evolute und ihren Evolventen bestehen die folgenden geometrischen Beziehungen (Abb. 1 b, 5 a, 7, 10 a): die Tangenten der Evolute  $e$  sind die Normalen ihrer Evolventen. Eine Evolute hat unendlich viele Evolventen. Zum Scheitel  $V$  einer Evolventen  $c$  gehört im allgemeinen eine **Spitze**  $Sp$  der Evoluten  $e$ .

In den Abbildungen 1 b, 5 a und 7 sind  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  z.T. Evolventen von  $e$ . Die Evolventen besitzen in entsprechenden Punkten  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  parallele Tangenten, eine gemeinsame Normale und eine gemeinsame Krümmungsmitte (Abb. 10 a). Der Abstand zweier Evolventen, der auf der gemeinsamen Normalen gemessen werden kann, ist überall konstant. Man bezeichnet  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  als **Parallelkurven** und spricht von einer **konzentrischen Falte**. Bei den in Abb. 8 und 12 dargestellten Faltenprofilen hat jede Profilkurve eine andere Evolute. Die Punkte  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  in denen die Kurven  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  von parallelen Tangenten berührt werden, können durch eine **Isogone**  $i$

(ELLIOTT 1965:871; RAMSAY 1967:363) verbunden werden. Die Kurven haben in den Punkten, die auf ein und derselben Isogone liegen, gleiche Krümmung, doch sind die Krümmungsmitten verschieden. Entsprechende Kurvenstücke sind also kongruent. Zwei Profilkurven schneiden auf allen ihren gemeinsamen Isogonen  $i$  ein Stück von derselben Länge ab. In den Profilen vieler Falten läßt sich allerdings weder eine konzentrische noch eine kongruente Anordnung der Kurven erkennen. Die Krümmung der Profilkurven ist dann in entsprechenden Punkten im allgemeinen nicht gleich und die Krümmungsmitten sind ebenfalls verschieden (SCHMIDEGG 1926:344 ff.).

Die Scheitelfalten können nach der Lage von Achsenebene AE und Mittelebene (Bisektalebene) ME in bisektale und abisektale Falten unterteilt werden. Die Mittelebene halbiert den Winkel, den die Schenkel der Falten miteinander bilden (Abb. 8). Bei einer Rundfalte ist die Mittelebene die Halbierende des Winkels, der von zwei entsprechenden Tangentialebenen T eingeschlossen wird (Abb. 7). Man betrachtet am zweckmäßigsten die beiden Tangentialebenen, welche die Wendelinien (bzw. deren Tangenten) durchsetzen. Die Achsenebene geht durch die Scheitellinien bzw. Faltenachsen der gefalteten Schichtflächen. Bei einer bisektalen Falte fällt die Achsenebene mit der Mittelebene zusammen (Abb. 8). Sind jedoch Achsenebene und Mittelebene gegeneinander geneigt, so ist die Falte abisektal (Abb. 7). Geologische Falten besitzen häufig eine gekrümmte Achsenfläche AF. In diesem Falle erfolgt der Entscheid, ob die Falte bisektal oder abisektal ist, indem man an die gekrümmte Achsenfläche AF die Tangentialebenen AE legt. Die in Abbildung 9 dargestellte Falte ist beispielsweise bisektal, da hier die tangentialen Achsenebenen AE = ME den von entsprechenden Tangentialebenen T eingeschlossenen Winkel halbieren und somit Mittelebenen sind. Die Unterscheidung in bisektale und abisektale Falten ist für die Auswertung von Lagenkugeldiagrammen von Bedeutung.

Die ebenen Kurven eines Faltenprofils können auch auf einen Parameter  $\sigma$  oder  $t$  bezogen werden, wobei  $\sigma$  die Bogenlänge der Kurve ist und  $t$  einen Winkel oder die Zeit bedeuten kann (vgl. z.B. SCHEFFERS 1923: 8).

Anstatt  $y = f(x)$  hat man beispielsweise

$$x = x(t), y = y(t).$$

Mit  $dx/dt = \dot{x}$  und  $dy/dt = \dot{y}$  ist

$$(15) \quad dy/dx = \dot{y}/\dot{x} \text{ und}$$

$$(16) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d(dy/dx)}{dx} = \frac{d(dy/dx)(1/dt)}{(dx/dt)} = \frac{d(\dot{y}/\dot{x})}{dt} \frac{1}{\dot{x}} = \frac{\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x}}{\dot{x}^2} \frac{1}{\dot{x}} = \frac{\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x}}{\dot{x}^3}.$$

Ersetzt man in den Gleichungen (8) und (12)  $y'$  durch (15) und  $y''$  durch (16) so erhält man

$$(17) \quad \mathcal{H} = \frac{\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}$$

$$(18) \quad \xi(t) = x(t) - \dot{y} \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{\dot{x}\dot{y} - \dot{y}\ddot{x}}$$

$$\eta(t) = y(t) + \dot{x} \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{\dot{x}\dot{y} - \dot{y}\ddot{x}}.$$

Man kann die ebene Profilkurve einer Falte auch auf ein Polarkoordinatensystem  $(r, \phi)$  beziehen. Die cartesischen Koordinaten  $(x, y)$  und die Polarkoordinaten  $(r, \phi)$  eines reellen Punktes der Profilebene PE sind durch die Gleichungen

$$x = r \cos \phi, y = r \sin \phi$$

verbunden. Indem man die Differentialquotienten

$$(19 \text{ a}) \quad dx/dt = \dot{x} = \dot{r} \cos \phi - r \dot{\phi} \sin \phi$$

$$(19 \text{ b}) \quad dy/dt = \dot{y} = \dot{r} \sin \phi + r \dot{\phi} \cos \phi$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = \ddot{r} \cos \phi - 2\dot{r}\dot{\phi} \sin \phi - r\dot{\phi}^2 \cos \phi - r\ddot{\phi} \sin \phi$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = \ddot{r} \sin \phi + 2\dot{r}\dot{\phi} \cos \phi - r\dot{\phi}^2 \sin \phi + r\ddot{\phi} \cos \phi$$

bildet und diese in (17) einsetzt, findet man für die Krümmung

$$\mathcal{K} = \frac{2\dot{r}^2\dot{\phi} + r\dot{r}\ddot{\phi} - r\ddot{r}\dot{\phi} + r^2\dot{\phi}^3}{(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2)^{3/2}}$$

und mit  $t = \phi$

$$(20) \quad \mathcal{K} = \frac{2r'^2 - rr'' + r^2}{(r'^2 + r^2)^{3/2}}$$

Mit  $t = \phi$  erhält man aus (19 a) und (19 b)

$$\frac{dx}{d\phi} = r' \cos \phi - r \sin \phi \quad \frac{dy}{d\phi} = r' \sin \phi + r \cos \phi, \text{ so daß wegen}$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\phi} \frac{d\phi}{dx} = \frac{dy}{d\phi} : \frac{dx}{d\phi} \text{ die Beziehung}$$

$$(21) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{r' \sin \phi + r \cos \phi}{r' \cos \phi - r \sin \phi} \text{ besteht.}$$

Man kann sich bei der quantitativen Beschreibung der Faltenprofile auch einer vektoriellen Darstellungsweise bedienen und als laufenden Parameter die Bogenlänge  $\sigma$  zugrundelegen. Bezeichnet  $\mathcal{r}$  den Ortsvektor, so wird eine Profilkurve durch die Gleichung

$$\mathcal{r} = \mathcal{r}(\sigma)$$

dargestellt. Der abgeleitete Ortsvektor

$$\frac{d\mathcal{r}}{d\sigma} = \mathcal{r}'(\sigma) = \mathcal{t}, |\mathcal{t}| = 1$$

heißt Tangentenvektor; er ist ein Einsvektor und wirkt längs der Tangente  $t$ . Der zweifach abgeleitete Ortsvektor der krummen, ebenen Profilkurve

$$\mathcal{r}'' = \mathcal{f} \neq 0$$

ist normal zum Tangentenvektor  $\mathcal{t}$  und fällt in die Richtung der Kurvennormalen, deren Einheitsvektor  $\mathcal{n}$  durch

$$\mathcal{n} = \frac{d\mathcal{t}}{|d\mathcal{t}|}$$

erklärt ist;  $\mathcal{n}$  heißt Normalenvektor der Kurve. Setzt man

$$\mathcal{f}' = \mathcal{r}'' = \mathcal{K} \mathcal{n}$$

so hat man mit dem Faktor  $\mathcal{H}$  in Gestalt der Krümmung ein Maß für die Abweichung der Kurve von der geraden Richtung  $\mathcal{A}$  der Tangente;  $\mathcal{C}''$  wird Krümmungsvektor genannt.

Wegen  $\mathcal{N}^2 = 1, \mathcal{C}'^2 = 1$  und  $\mathcal{C}' \cdot \mathcal{C}'' = 0$  gilt die Beziehung  $\mathcal{H}^2 = \mathcal{H}^2 \mathcal{N}^2 = \mathcal{C}''^2 = \mathcal{C}'^2 \mathcal{C}''^2$ .

$$-(\mathcal{C}' \cdot \mathcal{C}'')^2 = (\mathcal{C}' \times \mathcal{C}'')^2 = (\mathcal{A} \times (\mathcal{H} \mathcal{N}))^2 = \mathcal{H}^2 (\mathcal{A} \times \mathcal{N})^2 = \mathcal{H}^2 \mathcal{B}^2 = \mathcal{H}^2.$$

wobei  $\mathcal{B} = \mathcal{A} \times \mathcal{N}$  der Binormalenvektor ist, der als Einsvektor auf  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{N}$  senkrecht steht.

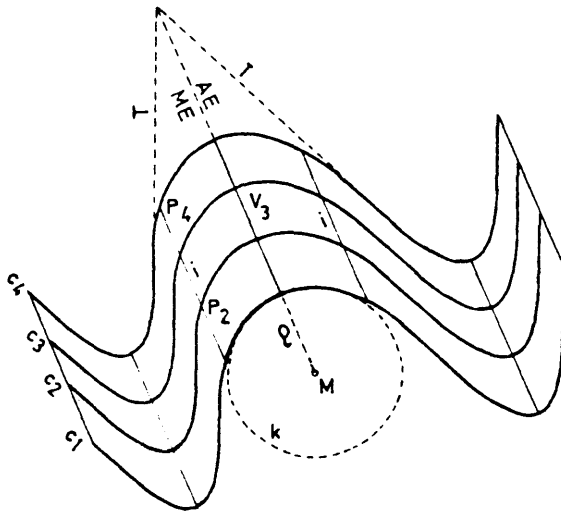


Abb. 8: Bisektale, kongruente Falte. i = Isogone. Weitere Erläuterungen siehe Abb. 1, 7, 12.

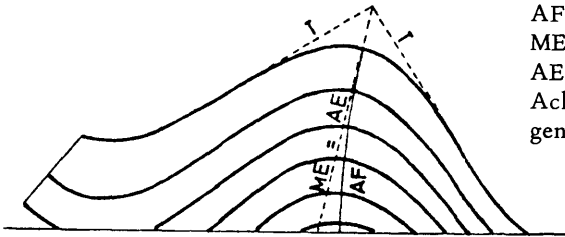


Abb. 9: Bisektale Scheitelfalte. AF = Spur der Achsenfläche, ME = Spur der Mittelebene = AE = Spur der tangentialen Achsenebene, T = Spur der Tangentialebene.

## 3. Faltenprofile von scheidellosen Falten.

Im vorangegangenen Kapitel haben wir Profile von Falten (bzw. Faltenquerschnitte) betrachtet, die einen Scheitel besitzen. Es gibt aber auch Falten, die keinen Scheitel haben. In der Abbildung 10 a ist das Profil einer scheidellosen Falte dargestellt. Die Profilkurven  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  zwischen den Normalen  $n_1$  und  $n_2$  sind Teil-

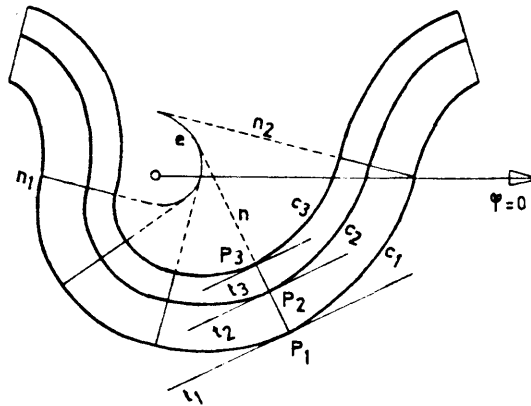


Abb. 10 a: Konzentrische, scheidellose Falte.  $c_1, c_2, c_3$  = Profilkurven,  $e$  = Evolute;  $n, n_1$  = Normale zu  $c_1, c_2, c_3$  = Tangenten zu  $e$ ;  $P_1, P_2, P_3$  = Punkte auf  $c_1, c_2, c_3$ ;  $t_1, t_2, t_3$  = Tangenten zu  $c_1, c_2, c_3$ ;  $\phi = 0$ : Polarachse.

stücke von logarithmischen Spiralen. Der Verlauf von  $c_1$  beispielsweise läßt sich durch die Gleichung

$$(22) \quad r = a \cdot e^{p\phi} \quad (a > 0, p \neq 0)$$

beschreiben, wobei mit  $r$  und  $\phi$  jedoch nicht ein cartesisches Koordinatensystem, sondern Polarkoordinaten zugrunde gelegt sind;  $a$  und  $p$  sind Konstante. Die logarithmische Spirale schneidet alle vom Ursprung  $0$  ausgehenden Polstrahlen unter dem gleichen Winkel  $\tau$  (Abb. 11). Die Krümmung in einem Punkt  $P$  ist

$$(23) \quad \mathcal{H} = \frac{1}{r\sqrt{(1+p^2)}},$$

der Krümmungsradius dementsprechend

$$(24) \quad \rho = \frac{1}{\mathcal{H}} = r\sqrt{(1+p^2)}.$$

Der Mittelpunkt  $M$  des Krümmungskreises hat die Koordinaten

$$(25) \quad r^* = pr, \phi^* = \phi + \frac{\pi}{2}.$$

Bildet man den Differentialquotienten

$$\frac{d\mathcal{H}}{d\phi} = - \frac{p}{r\sqrt{(1+p^2)}}$$

so erkennt man, daß dieser für die in Abb. 10 a dargestellten Profilkurven  $c_1, c_2, c_3$  niemals gleich Null werden kann. Die Kurven besitzen keinen Scheitel, da die Krümmung nirgends einen stationären Wert erreicht. Dies ist auch aus der graphischen



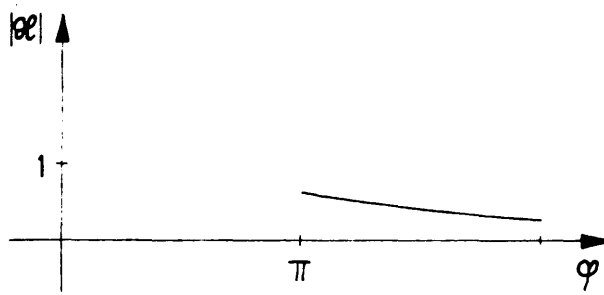


Abb. 10 b: Erläuterung im Text

Darstellung von Abb. 10 b ersichtlich, wo die Krümmung gegen den Polarwinkel  $\phi$  aufgetragen ist. Es ist

$$r' = a \cdot e^{p\phi} \cdot p = pr$$

$$r'' = a \cdot e^{p\phi} \cdot p^2 = p^2 r$$

Die Beziehung (23)

$$\mathcal{H} = \frac{1}{r\sqrt{(1+p^2)}}$$

erhält man somit einfach dadurch, daß man die Werte von  $r'$  und  $r''$  in (20) einsetzt. Der Winkel  $\tau$  kann folgendermaßen bestimmt werden (Abb. 11): der Tangentenwinkel, den die Tangente  $t$  mit der Polarachse ( $\phi = 0$ ) bildet, ist  $\alpha = 180 - (180 - \tau - \phi) = \tau + \phi$ , so daß man

$$\tau = \alpha - \phi$$

erhält. Nach dem Additionstheorem der ebenen Trigonometrie ist

$$\tan(\alpha - \phi) = \frac{\tan \alpha - \tan \phi}{1 + \tan \alpha \tan \phi},$$

woraus man bei Beachtung von

Gleichung (2) 
$$\tan \tau = \frac{y' - \tan \phi}{1 + y' \tan \phi} \text{ bzw.}$$

$$\tan \tau = \frac{y' \cos \phi - \sin \phi}{\cos \phi + y' \sin \phi} = \frac{(dy/dx) \cos \phi - \sin \phi}{\cos \phi + (dy/dx) \sin \phi}$$

erhält. Mit Hilfe der Beziehung (21) ergibt somit

$$\tan \tau = r / r'.$$

Setzt man den Wert für  $r'$  ein, so ist

$$(26) \quad \tan \tau = r/pr = 1/p.$$

Also ist  $\tau = \arctan 1/p = \text{const.}$

Wegen (26) hat man außerdem  $\cot \tau = p$ .

$$(27 \text{ a}) \quad \sin \tau = \frac{\tan \tau}{\sqrt{(1 + \tan^2 \tau)}} = \frac{1}{\sqrt{(1 + p^2)}}$$

$$(27 \text{ b}) \quad \cos \tau = \cot \tau \sin \tau = \frac{p}{\sqrt{(1 + p^2)}}$$

Die Polarkoordinaten  $r^*$  und  $\phi^*$  des Mittelpunktes  $M$  des Krümmungskreises können

mit Hilfe des Cosinussatzes und des Sinussatzes ermittelt werden (Abb. 11). Im Dreieck OPM ist nach dem Cosinussatz

$$(r^*)^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(90 - \tau) = r^2 + \rho^2 - 2r\rho \sin \tau.$$

Durch Ausrechnen erhält man bei Beachtung von (24) und (27);  
(25)  $r^* = r\rho.$

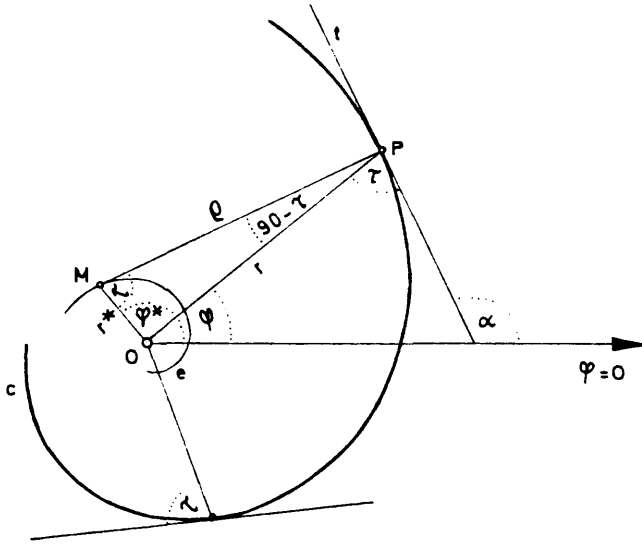


Abb. 11: Logarithmische Spirale.  $r, \phi$  = Polarkoordinaten zur Kurve  $c$ ;  $r^*, \phi^*$  = Polarkoordinaten zur Evolute  $e$ ,  $\rho$  = Krümmungsradius von  $c$  in  $P$ ,  $M$  = Krümmungsmitte zu  $P$ ,  $t$  = Tangente von  $c$  in  $P$ . Weitere Erläuterungen im Text.

Mit Hilfe des Sinussatzes findet man für den  $\sphericalangle MOP = \gamma$

$$\frac{\sin(90 - \tau)}{\sin \gamma} = \frac{r^*}{\rho} \text{ bzw.}$$

$$\sin \gamma = \frac{\rho \cos \tau}{r^*}, \text{ woraus}$$

wegen (24), (25) und (27 b)  $\sin \gamma = 1$  bzw.  $\gamma = 90^\circ$  folgt. Da  $\sphericalangle MOP = \gamma$  ein rechter Winkel ist, gilt somit

$$(25) \quad \phi^* = \phi + \pi/2.$$

In Abbildung 12 ist das Faltenprofil einer sattelförmigen Aufwölbung dargestellt. Die Profilkurven besitzen keinen Scheitel. Man könnte vielleicht zu der Auffassung neigen, daß die Kurve  $c_3$  im Punkt  $P$  einen Scheitel hat. Diese Annahme beruht jedoch auf einer optischen Täuschung, wie man leicht nachweist, indem man die zugehörige Evolute konstruiert und die Krümmung berechnet.

Die Kurve hat im Punkt  $P$  allerdings ein lokales Maximum.  $P$  ist also ein Firstpunkt, aber kein Scheitel.

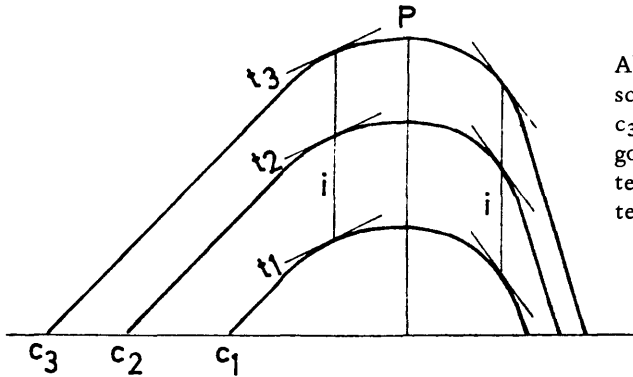


Abb. 12: Kongruente, scheidellose Falte.  $c_1, c_2, c_3$  = Profilkurven,  $i$  = Isogone;  $t_1, t_2, t_3$  = Tangenten zu  $c_1, c_2, c_3$ ;  $P$  = Sattelfirst.

#### 4. Scheitellinien und Faltenachsen.

Mit der Krümmung  $\mathcal{H}$  ist eine Größe gegeben, mit der die Profile der geologischen Falten geometrisch auf natürliche Weise beschrieben werden können. Der Scheitel wird mittels der Krümmung definiert. Scheitelfalten und scheidellose Falten werden unterschieden, indem man die Krümmung der Profilkurven vergleicht. Ob eine Falte konzentrisch oder kongruent ist, kann dadurch geklärt werden, daß man die Krümmung, Krümmungsradien und die Krümmungsmitten der Profilkurven ermittelt. Es können jedoch nicht nur die Profile, sondern auch die Schichtflächen einer Falte mit Hilfe der Krümmung geometrisch beschrieben werden. Hierbei bieten sich zwei Möglichkeiten an:

- man wählt eine Hauptachse  $HA$  und betrachtet die Faltenquerschnitte  $Fq$ , auf denen die Achse  $HA$  senkrecht steht. Die Faltenquerschnitte werden jeweils von einer Profilkurve  $c$  umgrenzt (Abb. 5 b, 13 a). Die Schichtfläche kann geometrisch beschrieben werden, indem man die Krümmung der Profilkurven bestimmt.
- die zweite Möglichkeit besteht darin, daß man die (Haupt)normalkrümmung der gefalteten Schichtflächen ermittelt. Es sei  $P$  ein Punkt auf der gefalteten Schichtfläche und es sei ferner  $n$  die Flächennormale durch  $P$ , die zu der gefalteten Schichtfläche senkrecht ist. Eine ebene Fläche  $E$ , die durch  $n$  hindurchgelegt wird, bildet mit der gefalteten Schichtfläche eine Schnittkurve, wofür man die Bezeichnung Normalschnitt gebraucht. Die Krümmung, die ein Normalschnitt im Punkt  $P$  besitzt, heißt Normalkrümmung. Unter all den Normalschnitten, die entstehen, wenn man die Ebene um die Normale  $n$  dreht, wird es zwei Kurven geben, bei denen die Krümmung in  $P$  einen kleinsten bzw. einen größten Wert erreicht. Diese Extremwerte werden als Hauptnormalkrümmungen bezeichnet.

Scheitellinie und Faltenachse können morphologisch mittels der Krümmung der Normalschnitte oder der Faltenquerschnitte definiert werden. Bedient man sich der Normalschnitte, so ist es nicht erforderlich, ein zusätzliches Bezugssystem zu Grunde zu legen und man kann auf die Hauptachse verzichten. Benutzt man die Faltenquerschnitte, so ist die Definition geologisch und geometrisch anschaulich, wenn auch weniger universell. Wir werden in den folgenden Erörterungen auf die Faltenquerschnitte zurückgreifen, da sich die Definition von Scheitellinie und

Faltenachse auf diese Weise einfacher durchführen läßt. Wenngleich „Scheitellinie“ und „Faltenachse“ morphologisch identische Begriffe sind, so empfiehlt es sich doch, eine gewisse Unterscheidung zu treffen. Die Scheitellinie oder Faltenachse ist morphologisch eine Mantellinie auf der gefalteten Schichtfläche. Während jedoch Scheitellinien allein mit geometrischen Mitteln beschrieben werden, sind mit dem Begriff „Faltenachse“ auch mechanische Vorstellungen verbunden. Man kann beispielsweise die Faltenachse der abwickelbaren Biege- und Knickfalten als mechanische Achsen auffassen, um welche die Schichtflächen gefaltet sind. Ein weiterer Unterschied besteht darin, daß das Wort „Scheitellinie“ eigentlich nur morphologisch gebraucht wird, während das Wort „Faltenachse“ auch im Hinblick auf die innere Struktur der Falten Verwendung findet. Im Inneren einer Schicht sind häufig interne, makroskopisch oft nicht wahrnehmbare Achsen vorhanden, um welche die Minerale geordnet bzw. gebogen (gefaltet) sind. (SANDER 1950:277 ff.). Es ist nicht üblich und nach dem derzeitigen Stand unseres Wissens auch nicht sinnvoll, solche Achsen als Scheitellinien zu bezeichnen. SANDER spricht, indem er sich auf allgemein-zylindrische Gebilde beschränkt, von B-Achsen. Mit Rücksicht auf die konischen, torsalen und nicht-abwickelbaren Falten wären jedoch Begriffe wie Ordnungsachse, Gefügeachse oder Faltenachse vorzuziehen. Da wir uns in dieser Abhandlung mit der Morphologie der Falten befassen, werden wir in den folgenden Erörterungen zwischen den Begriffen „Scheitellinie“ und „Faltenachse“ keinen Unterschied machen und sie als gleichbedeutend voraussetzen.

Um die Untersuchungen nicht unnötig zu komplizieren, werden wir Faltenprofile betrachten, deren Profilkurven einen eigentlichen Scheitel haben, wobei wir jeweils absolute Krümmungsbeträge  $|K|$  ansetzen. In Abb. 1 a ist eine konzentrische, zylindrische Scheitelfalte dargestellt. Die Krümmung der Profilkurve  $c_3$  besitzt im Scheitel  $V_3$  ein Maximum. Die hintere Profilkurve  $c_3'$ , die zur vorderen Kurve parallel und deckungsgleich ist, hat in ihrem Scheitel  $V_3$  ebenfalls ein Krümmungsmaximum. Die Scheitellinie verbindet also Punkte, in denen die Krümmung der Profilkurven jeweils ein Maximum besitzt. Bei der in Abbildung 5 b dargestellten Falte hat die Krümmung

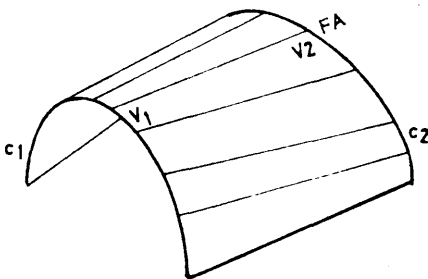
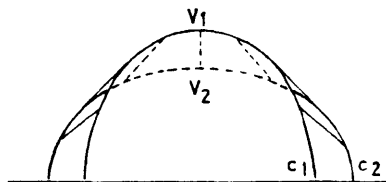


Abb. 13 a: Torsale Scheitelfalte (torsal gefaltete Schichtfläche). Die Faltenachse (Scheitellinie) FA verbindet Punkte kleinster und größter Krümmungen (vgl. auch Abb. 13 b).

$c_1, c_2$  = Profilkurven;  $V_1, V_2$  = Scheitelpunkte.

Abb. 13 b:  
Aufriß zu Abb. 13 a.



der beiden Profilkurven in den Scheiteln  $V_3$  und  $V_3'$  jeweils ein Minimum. Hier ist die Scheitellinie also eine Verbindungslinie von Punkten kleinster Krümmung. Geometrisch ist die Faltenachse einer zylindrischen Falte demnach eine gerade Verbindungslinie von Scheitelpunkten paralleler Profilkurven, wobei die Krümmung der Kurve in den Scheitelpunkten entweder ein Maximum oder ein Minimum hat. Diese Feststellung trifft auch für die konischen Falten zu.

Abbildung 13 a zeigt eine torsal (tangentenflächig) gefaltete Schichtfläche in axonometrischer Darstellung. Da die Krümmungseigenschaften der Profilkurven durch die „Perspektive“ verzerrt werden, müssen wir auch den Aufriß (Abb. 13 b) betrachten. Die Krümmung der vorderen Profilkurve hat im Scheitel  $V_1$  ein Maximum, bei der hinteren Profilkurve tritt dagegen im Scheitel  $V_2$  ein Krümmungsminimum auf. Die Faltenachse besteht aus Scheitelpunkten, in denen die Krümmung der Profilkurven entweder ein Maximum oder ein Minimum besitzt. Im Gegensatz zu den zylindrischen und konischen Falten können also bei einer torsalen Falte Scheitelpunkte maximaler sowie minimaler Krümmung auf ein- und derselben Faltenachse vereint sein. Dies gilt auch für die nicht-abwickelbaren Falten. Bei einer torsalen Falte sind die Faltenachsen allerdings immer geradlinig, bei den nicht-abwickelbaren Falten dagegen meistens gekrümmt. Die gebogene Faltenachse  $FA_g$  einer nicht-abwickelbaren Falte wird dadurch bestimmt, daß man das Streichen und Fallen ihrer Tangenten  $FA$  mißt (Abb. 13). Bei der in Abbildung 13 dargestellten Falte ist die Faltenachse eine Verbindungslinie von Punkten größter Krümmungen.

Fassen wir die bisherigen Ergebnisse zusammen, so können wir folgende Aussage machen: die Faltenachse ist geometrisch eine gerade oder gekrümmte Linie, die auf der gefalteten Schichtfläche Punkte maximaler und/oder minimaler Krümmung verbindet. Voraussetzung ist hierbei, daß die Profilkurven der Falten einen eigentlichen Scheitel haben. Die Umkehrung der Aussage gilt jedoch nicht. Eine gekrümmte Linie mit den oben angegebenen Eigenschaften braucht nicht unbedingt eine Scheitellinie oder eine Faltenachse zu sein. Schließt man zu guter Letzt auch Falten mit uneigentlichen Scheiteln in die Betrachtungen ein, so kann man generell sagen: die Faltenachse verbindet auf der gefalteten Schichtfläche Punkte, in denen die Krümmung einen stationären Wert hat.

Die Faltenachse kann auf Grund der Beziehung  $\rho = 1/\mathcal{K}$  auch mit Hilfe des Krümmungsradius definiert werden. Bei der Falte in Abbildung 1 a ist die Faltenachse geometrisch eine Verbindungslinie von Punkten kleinster Krümmungsradien. Auf der gefalteten Schichtfläche in Abb. 5 b verbindet die Faltenachse dagegen Punkte größter Krümmungsradien.

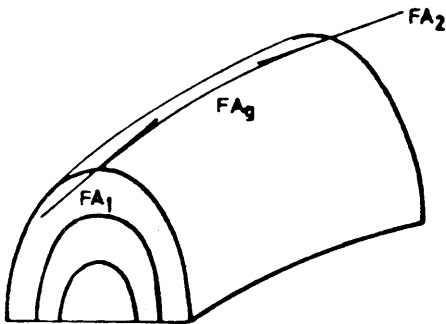


Abb. 14: Nicht abwickelbare Falte. Die gebogene Faltenachse  $FA_g$  wird dadurch bestimmt, daß man das Streichen und Fallen der Tangenten  $FA$  mißt.

Wie in Kapitel 3 dargelegt worden ist, brauchen die Profilkurven einer Falte nicht unbedingt einen Scheitel zu haben. Es gibt demnach auch Falten, die keine Scheitellinien besitzen. Bei einer scheidellosen Falte lassen sich morphologisch keine Faltenachsen angeben. Die Beschreibung muß daher mit Hilfe anderer Gefügeelemente wie z. B. Strömung (= Linearstreckung) und Runzelung (= Schnittkante der Schicht- und Schieferungsflächen) erfolgen. Man sollte dies beim praktischen Arbeiten beachten. Es hat keinen Sinn eine Faltenachse zu bestimmen, wenn eine solche nicht vorhanden ist. Man kann jedoch einer scheidellosen Falte, sofern sie zylindrisch ist, eine B-Achse zuordnen, indem man das Streichen und Fallen einer Mantellinie bestimmt.

### 5. Literatur

- ALEXANDROW, A. D., 1959: Kurven und Flächen. – 82 S., Berlin (VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften).
- BREDDIN, H., 1967–1968: Quantitative Tektonik, 1. Teil, 2. Teil. – Geol. Mitt., 7, 205–238, Geol. Mitt. 7, 333–438, Aachen.
- Deutsches Handwörterbuch der Tektonik. – Hannover (B.-A.) 1968–1976.
- ELLIOTT, D., 1965: The quantitative mapping of directional minor structures. – J. Geol., 73, 865–880, Chicago.
- ENGELS, B., 1959: Die kleintektonische Arbeitsweise unter besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung im deutschen Paläozoikum. – Geotekt. Forsch., 13, 1–129, Stuttgart.
- FLEUTY, M. J., 1964: The description of folds. – Geol. Assoc. Proc., 75, 461–492, London.
- HOHENBERG, F., 1961: Konstruktive Geometrie in der Tektonik. – 319 S., Wien (Springer).
- KRAUS, M., 1922: Salzauftrieb und logarithmische Spirale. – Z. prakt. Geol., 30, 71–77, Berlin.
- KREJCI-GRAF, K., 1956: Scheitelverlagerungen und Faltung nichtparalleler Schichten. – Erdöl und Kohle, 9, 141–147, Hamburg.
- MÜLLER, E. & KRUPPA, E., 1961: Lehrbuch der darstellenden Geometrie. – 404 S., Wien (Springer).
- RAMSAY, J. G., 1967: Folding and fracturing of rocks. – 568 S., New York (McGraw-Hill Book Co.).
- RECH, W., 1977: Zur Geometrie der geologischen Falten. – Geol. Rdsch., 66, 352–373, Stuttgart.
- SANDER, B., 1948–1950: Einführung in die Gefügekunde der geologischen Körper. – Teil 1: 215 S., Teil 2: 409 S., Wien (Springer).
- SANDER, B. & SCHMIDEGG, O., 1926: Zur petrographisch-tektonischen Analyse III. Teil. – Jb. Geol. Bundesanst., 76, 323–406, Wien.
- SCHIEFFERS, G., 1923: Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie, Band 1. – 482 S., Berlin (de Gruyter).
- 1962: Lehrbuch der Mathematik. – 743 S., Berlin (de Gruyter).
- STRUBECKER, K., 1964: Differentialgeometrie I. – 253 S., Berlin (Sammlung Göschen).
- TURNER, F. J. & WEISS, L. E., 1963: Structural analysis of metamorphic tectonites. – 545 S., New York (McGraw-Hill Book Co.).