

KAISERL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN.

MITTEILUNGEN
DER
ERDBEBEN-KOMMISSION

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN.

NEUE FOLGE.

N^o. XXIII.

**ÜBER DIE VERWENDUNG DER ERDBEBENBEOBACHTUNGEN
ZUR ERFORSCHUNG DES ERDINNERN**

VON

PROF. DR. **W. LÁSKA**,

REFERENT DER ERDBEBEN-KOMMISSION.

MIT 2 TEXTFIGUREN.

WIEN, 1904.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN KOMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Die »Mitteilungen der Erdbeben-Kommission« erschienen bisher in den Sitzungsberichten der mathem.-naturw. Klasse, Abteilung I. Von nun an werden sie als besondere Ausgabe veröffentlicht werden.

Bisher sind folgende Nummern der »Mitteilungen« ausgegeben worden:

- I. Bericht über die Organisation der Erdbeben-Beobachtung nebst Mitteilungen über während des Jahres 1896 erfolgte Erdbeben, zusammengestellt von Edmund v. Mojsisovics (Sitz. Ber., Bd. 106 [1897], Abt. I, Heft II) — K 60 h.
- II. Bericht über das Erdbeben von Brüx am 3. November 1896, von Friedrich Becke (Sitz. Ber., Bd. 106 [1897], Abt. I, Heft II) — K 50 h.
- III. Bericht über das Erdbeben vom 5. Jänner 1897 im südlichen Böhmerwalde, von Friedrich Becke (Sitz. Ber., Bd. 106 [1897], Abt. I, Heft III) — K 40 h.
- IV. Bericht über die im Triester Gebiete beobachteten Erdbeben am 15. Juli, 3. August und 21. September 1897, von Eduard Mazelle (Sitz. Ber., Bd. 106 [1897], Abt. I, Heft IX) — K 40 h.
- V. Allgemeiner Bericht und Chronik der im Jahre 1897 innerhalb des Beobachtungsgebietes erfolgten Erdbeben, zusammengestellt von Edmund v. Mojsisovics (Sitz. Ber., Bd. 107 [1898], Abt. I, Heft V) 3 K 40 h.
- VI. Die Erderschütterungen Laibachs in den Jahren 1851 bis 1886, vorwiegend nach den handschriftlichen Aufzeichnungen K. Deschmanns, von Ferdinand Seidl (Sitz. Ber., Bd. 107 [1898], Abt. I, Heft VI) — K 50 h.
- VII. Verhalten der Karlsbader Thermen während des voigtländisch-westböhmisches Erdbebens im Oktober—November 1897, von Josef Knett (Sitz. Ber., Bd. 107 [1898], Abt. I, Heft VI) 2 K 60 h.
- VIII. Bericht über das Graslitzer Erdbeben vom 24. Oktober bis 25. November 1897, von Friedrich Becke (Sitz. Ber., Bd. 107 [1898], Abt. I, Heft VII) 5 K 40 h.
- IX. Bericht über die unterirdische Detonation von Melnik in Böhmen vom 8. April 1898, von Johann N. Woldřich (Sitz. Ber., Bd. 107 [1898], Abt. I, Heft X) — K 90 h.
- X. Allgemeiner Bericht und Chronik der im Jahre 1898 innerhalb des Beobachtungsgebietes erfolgten Erdbeben, zusammengestellt von Edmund v. Mojsisovics (Sitz. Ber., Bd. 108 [1899], Abt. I, Heft IV) 3 K 20 h.
- XI. Die Einrichtung der seismischen Station in Triest und die vom Horizontalpendel aufgezeichneten Erdbebenstörungen von Ende August 1898 bis Ende Februar 1899, von Eduard Mazelle (Sitz. Ber., Bd. 108 [1899], Abt. I, Heft V) 1 K — h.
- XII. Übersicht der Laibacher Osterbebenperiode für die Zeit vom 16. April 1895 bis Ende Dezember 1898, von Ferdinand Seidl (Sitz. Ber., Bd. 108 [1899], Ath. I, Heft V) — K 70 h.
- XIII. Bericht über das obersteierische Beben vom 27. November 1898, von Rudolf Hoernes (Sitz. Ber., Bd. 108 [1899], Abt. I, Heft V) 1 K 10 h.
- XIV. Bericht über die obersteierischen Beben des ersten Halbjahres 1899 (zumal über die Erschütterungen vom 1., 7. und 29. April), von Rudolf Hoernes (Sitz. Ber., Bd. 108 [1899], Abt. I, Heft VIII) 2 K 10 h.
- XV. Bericht über Erdbebenbeobachtungen in Kremsmünster, von Josef Schwab (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft II) 1 K 10 h.
- XVI. Bericht über das niederösterreichische Beben vom 11. Juni 1899, von F. Noë (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft II) — K 60 h.
- XVII. Erdbebenstörungen zu Triest, beobachtet am Rebeur-Ehlerst'schen Horizontalpendel vom 1. März bis Ende Dezember 1899, von Eduard Mazelle (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft II) — K 90 h.

- XVIII. Allgemeiner Bericht und Chronik der im Jahre 1899 innerhalb des Beobachtungsgebietes erfolgten Erdbeben, zusammengestellt von Edmund v. Mojsisovics (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft III) 3 K 30 h.
- XIX. Die tägliche periodische Schwankung des Erdbodens nach den Aufzeichnungen eines dreifachen Horizontalpendels zu Triest, von Eduard Mazelle (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft VII) 3 K 20 h.
- XX. Über die Beziehungen zwischen Erdbeben und Detonationen, von Josef Knett (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft IX) — K 80 h.
- XXI. Bericht über das Detonationsphänomen im Duppauer Gebirge am 14. August 1899, von Josef Knett (Sitz. Ber., Bd. 109 [1900], Abt. I, Heft IX) . . . 1 K — h.

Neue Folge.

- I. Bericht über die Erdbebenbeobachtungen in Lemberg, von W. Láska 1 K 90 h.
- II. Allgemeiner Bericht und Chronik der im Jahre 1900 im Beobachtungsgebiete eingetretenen Erdbeben, von Edmund v. Mojsisovics 2 K 30 h.
- III. Bericht über die seismischen Ereignisse des Jahres 1900 in den deutschen Gebieten Böhmens, von V. Uhljg 2 K 50 h.
- IV. Bericht über die Erdbebenbeobachtungen in Kremsmünster im Jahre 1900, von P. Franz Schwab — K 60 h.
- V. Erdbebenstörungen zu Triest, beobachtet am Rebeur-Ehler'schen Horizontalpendel im Jahre 1900, von Eduard Mazelle 1 K — h.
- VI. Das nordostböhmisches Erdbeben vom 10. Jänner 1901, von J. N. Woldfich 1 K 60 h.
- VII. Erdbeben und Stoßlinien Steiermarks, von R. Hoernes 2 K 10 h.
- VIII. Die Erdbeben Polens. Des historischen Teiles I. Abteilung, von W. Láska — K 80 h.
- IX. Bericht über die Erdbeben-Beobachtungen in Lemberg während des Jahres 1901, von Prof. Dr. W. Láska 1 K 10 h.
- X. Allgemeiner Bericht und Chronik der im Jahre 1901 im Beobachtungsgebiete eingetretenen Erdbeben, von Edmund v. Mojsisovics 1 K 10 h.
- XI. Erdbebenstörungen zu Triest, beobachtet am Rebeur-Ehler'schen Horizontalpendel im Jahre 1901, nebst einem Anhang über die Aufstellung des Vicentini'schen Mikroseismographen, von Eduard Mazelle 1 K 20 h.
- XII. Bericht über die Erdbebenbeobachtungen in Kremsmünster im Jahre 1901, von Prof. P. Franz Schwab — K 40 h.
- XIII. Das Erdbeben von Saloniki am 5. Juli 1902 und der Zusammenhang der makedonischen Beben mit den tektonischen Vorgängen in der Rhodopemasse, von R. Hoernes 2 K — h.
- XIV. Über die Berechnung der Fernbeben, von Prof. Dr. W. Láska . . . — K 30 h.
- XV. Die mikroseismische Pendelunruhe und ihr Zusammenhang mit Wind und Luftdruck, von Eduard Mazelle 2 K 60 h.
- XVI. Vorläufiger Bericht über das erzgebirgische Schwarmbeben vom 13. Februar bis 25. März 1903, mit einem Anhang über die Nacherschütterungen bis Anfang Mai, von J. Knett — K 80 h.
- XVII. Das Erdbeben von Sinj am 2. Juli 1898, von A. Faidiga 2 K 90 h.
- XVIII. Das Erdbeben am Böhmischem Pfahl am 26. November 1902, von J. Knett — K 80 h.
- XIX. Allgemeiner Bericht und Chronik der im Jahre 1902 im Beobachtungsgebiete eingetretenen Erdbeben, von Edmund v. Mojsisovics, (Mit einem Anhang: Bericht über die Aufstellung zweier Seismographen in Příbram, von Dr. Hans Benndorf.) 2 K 60 h.
- XX. Erdbebenstörungen zu Triest, beobachtet am Rebeur-Ehler'schen Horizontalpendel im Jahre 1902, von Eduard Mazelle 1 K 40 h.
- XXI. Bericht über die Erdbebenbeobachtungen in Kremsmünster im Jahre 1902, von F. Schwab — K 30 h.
- XXII. Bericht über die seismologischen Aufzeichnungen des Jahres 1902 in Lemberg, von Prof. Dr. W. Láska — K 70 h.

Über die Verwendung der Erdbebenbeobachtungen zur Erforschung des Erdinnern

von

Prof. Dr. W. Láska,

Referent der Erdbeben-Kommission.

(Mit 2 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 10. März 1904.)

Unsere Kenntnis des Erdinnern ist derzeit noch sehr mangelhaft. Kaum auf einem anderen Gebiete findet man so viele und so sich widersprechende Theorien wie hier. Ein nicht unbeträchtlicher Teil dieser Ansichten verdankt sein Entstehen dem Bedürfnis, das Erdinnere gewissen geologischen, kosmogonischen oder endlich physikalischen Anschauungen anzupassen. Alle diese Theorien, vom kleinen ins große schließend, sind natürlicherweise ebenso leicht aufstellbar, als schwer zu widerlegen. Wesentlich anderer Art ist der Versuch Wiechert's,¹ möglichst frei von allen Hypothesen ein Erdinneres zu konstruieren. Das Resultat seiner Untersuchungen ist kurz folgendes: Wenn wir mit den einfachsten Mitteln arbeiten, dann genügt es, anzunehmen, daß die Erde aus einem Kern von konstanter Dichte bestehe, welcher von einem Mantel von ebenfalls konstanter Dichte umgeben ist. Es ergibt sich dann, daß der Mantel dem Volumen nach etwa gleich dem Kern ist. Die Dicke des Gesteinsmantels ergibt sich rund zu ein Fünftel des Erdradius. Die Dichte des Kernes liegt sehr nahe an 7·8, d. h. der Dichte des Eisens. Eine solche Erdinnererhypothese entspricht noch am besten den heutigen Forderungen der Astronomie und der Geodäsie.

¹ Göttinger Nachr., 1897, p. 221.

Bei seinen Untersuchungen konnte Wiechert noch nicht die neueren Ergebnisse der Erdbebenbeobachtungen benützen. In dieser Richtung hat nun Milne¹ Wiechert's Untersuchungen ergänzt. Milne findet unter gleicher Annahme eine viel kleinere Schalendicke, nämlich etwa ein Zwanzigstel des Erdradius. Die Grundlagen seiner Rechnungen waren aber, wie er selbst gesteht, sehr unsicher. Wir werden in der Folge die Untersuchungen Milne's bestätigen können. Die Ergebnisse der Seismologie scheinen also gegen die Wiechert'sche Ansicht zu sprechen. Nachdem aber die Grundlagen der Milne'schen Arbeit, wie in der Folge gezeigt wird, so sicher sind, daß ein Kompromiß unmöglich ist, so dürfte der Grund dieses Widerspruches in der Unmöglichkeit der Zweiteilung des Erdinnern liegen. Ein dreiteiliges Erdinnere dürfte wahrscheinlich die beiden Gegenansichten einander viel näher bringen. Theoretisch bieten sich da keine Schwierigkeiten dar, aber die Durchrechnung eines dreiteiligen Erdinnern ist, wenigstens was die Seismen anbetrifft, praktisch fast unmöglich. Es empfiehlt sich daher, das Problem schon im voraus möglichst allgemein zu fassen. Wir werden demnach vorerst das zweiteilige Erdinnere vom Standpunkte der Seismologie untersuchen, um die obige Behauptung zu beweisen und gehen dann zur allgemeinen Behandlung des Thema über.

Zu diesem Zweck erscheint es wünschenswert, die hier in Betracht kommenden Wellenformen kurz zu besprechen.

Betrachten wir das Bild eines Seismogramms, so finden wir drei sich vorzugsweise abhebende Wellenformen, welche die Anfangsphase V_1 , die zweite Vorphase V_2 und endlich die Hauptbewegung B einleiten. Die neueren Beobachtungen haben dargetan, daß sich die Anfangswellen V_1 entschieden durch das Erdinnere fortpflanzen. Die Hauptphase B besteht dagegen erwiesenermaßen hauptsächlich aus Wellen, welche sich mit einer Geschwindigkeit von rund 3.3 km/sec längs der Erdoberfläche ausbreiten. Über die Natur der V_2 -Wellen ist man noch nicht genügend im klaren.

¹ Milne, Earthquakes and other E. Mow. (1903), p. 95.

So lange keine bessere vorliegen wird, wollen wir an nachstehender Erklärung festhalten. Wenn von einem Punkt einer starren homogenen Kugel, welcher nahe ihrer Oberfläche liegt, Wellen ausgehen, so werden diejenigen Strahlen, welche unter einem Winkel θ gegen die Tangentenebene der zentralen Projektion des Erregungspunktes geneigt sind, immer innerhalb einer Kugelschale bleiben, welche durch die beiden Radien

$$R \quad \text{und} \quad (R-\delta) \cos \theta$$

bestimmt ist, wobei δ die Tiefe des Erregungspunktes und R den Erdradius bezeichnet. Diese Wellen sind es, welche sich vorzugsweise in der Phase V_2 der Fernbeben bemerkbar machen und bei den Nahebeben den Hauptteil der sogenannten Vorphase bilden.

Ihre Verbreitungsgeschwindigkeit beträgt nahezu 6 km/sec . Als Belege für diese in der Folge auf theoretischem Wege wiederzufindende Geschwindigkeit von zirka 6 km/sec führen wir die Arbeiten von Omori, Credner u. a. an.¹

Diejenigen Wellen, welche die Hauptphase B einleiten, dürften wesentlich der Erdoberfläche angehören. Es sprechen dafür zwei wichtige Umstände: einerseits die fast konstante sphärische Verbreitungsgeschwindigkeit und zweitens die Tatsache, daß ihnen analoge Wellen bei der sogenannten seismischen Unruhe auftreten, welche nachgewiesenermaßen atmosphärischen Ursprungs ist. Die übrigen in den Seismogrammen auftretenden Unterphasen spielen in den folgenden Untersuchungen keine Rolle. Die oben genannten drei Wellenwege sind einer homogenen Kugel eigentümlich,

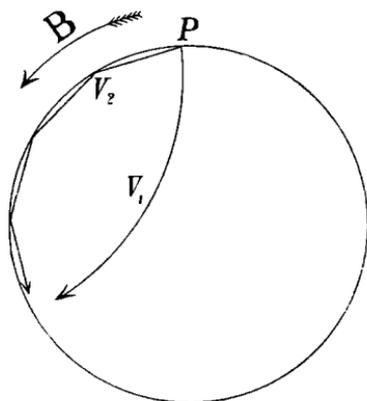


Fig. 1.

¹ Omori, Publ. of the E. J. C. in foreign languages No.13. Tokyo, 1903, p. 140. — Credner, Der Vogtländ. Erdbebenschwarm etc. Abh. der k. Sächs. Gesellschaft der Wissensch., XXVIII. Bd., VI (1904).

sie treten jedoch auch auf, sobald die Dichte nach irgend einem stetigen Gesetz gegen das Erdinnere zu- oder abnimmt. Nur in dem Falle, wenn Unstetigkeiten besonders in der Nähe der Oberfläche vorhanden sind, erleiden sie eine wesentliche Umgestaltung.

Nach diesen einleitenden Bemerkungen wollen wir zu einer Überprüfung der Milne'schen Arbeit übergehen. Wir erfüllen damit einen doppelten Zweck: einerseits erhalten wir eine Bestätigung der Milne'schen Angaben und zweitens einen

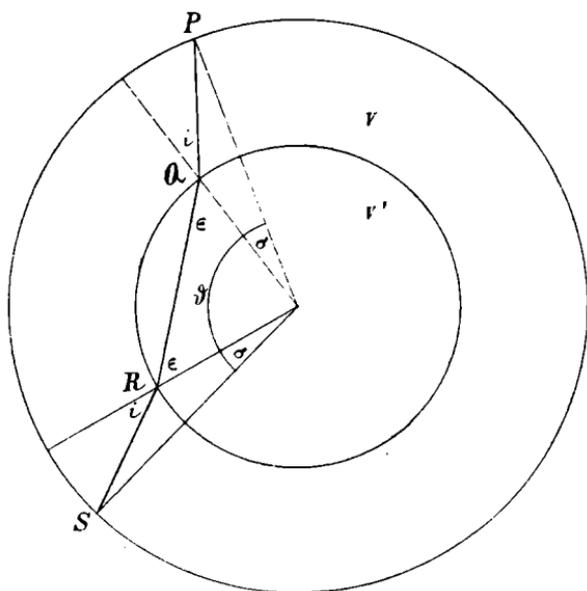


Fig. 2.

Näherungswert für die Verbreitungsgeschwindigkeit in der Nähe der Erdoberfläche, welche, wie schon bemerkt, in der Folge eine sehr wichtige Rolle spielt.

Es sei P der Erregungsort des Bebens, welchen wir der Einfachheit halber als punktförmig und an der Erdoberfläche liegend annehmen. Die Erde wird als eine Kugel mit dem Radius R gedacht. Das Erdinnere möge aus zwei Teilen bestehen. Im inneren Teil einer Kugel mit dem Radius r mögen die Erdbebenwellen eine konstante Verbreitungsgeschwindigkeit v' haben. In der übrigbleibenden Kugelschale sei dieselbe

ebenfalls konstant und gleich v . Ein Erdbebenstrahl, von P ausgehend, möge die innere Kugel treffen unter dem Winkel i in Q . Hier wird er unter dem Winkel ϵ gebrochen und gelangt nach R , wo eine zweite Brechung erfolgt, welche den Strahl an den Oberflächenpunkt S führt.

Man hat demnach nachstehende, aus der Fig. 2 leicht zu entnehmende Gleichung

$$\frac{R}{v} \frac{\sin \sigma}{\sin i} + \frac{r}{v'} \cos \epsilon - \frac{1}{2} T = 0, \quad 1)$$

dabei bezeichnet T die Eintrittszeit des Bebens im Punkte S .

Aus der Figur folgt weiter

$$\vartheta = 180^\circ - 2\epsilon + 2\sigma, \quad 2)$$

wobei

$$\sin(i - \sigma) = \frac{r}{R} \sin i. \quad 3)$$

Endlich ist nach der Analogie der Lehre von der Refraktion

$$\frac{\sin i}{\sin \epsilon} = \frac{v}{v'}. \quad 4)$$

zu setzen. Im Antipodenpunkte des Bebens haben wir

$$\frac{R-r}{v} + \frac{r}{v'} - \frac{1}{2} T_0 = 0, \quad 5)$$

wo T_0 die Eintrittszeit des Bebens im Antipodenpunkte bezeichnet.

Würden wir für ein Erdbeben die Eintrittszeiten an zwei Punkten sowie im Antipodenpunkte kennen, so hätten wir insgesamt neun Gleichungen, aus welchen die Größen

$$\begin{array}{ccc} i_1 & \sigma_1 & \epsilon_1 \\ i_2 & \sigma_2 & \epsilon_2 \\ v & v' & r \end{array}$$

bestimmt werden könnten. Die Berechnung ist sehr mühsam, weil die Gleichungen nicht linear sind. Auch müssen die Eintrittszeiten sehr scharf bekannt sein, wenn man ein halbwegs sicheres Resultat erhalten soll.

Für den Wert $r : R$ kann leicht eine obere Grenze gefunden werden. Nimmt man an, daß die Dichte in der Nähe der Erdoberfläche etwa $3 \cdot 2$ beträgt sowie daß die mittlere Erddichte gleich $5 \cdot 6$ ist und berücksichtigt, daß nach den Untersuchungen von Stieltjes die Dichte im Erdmittelpunkte nicht viel größer als $11 \cdot 8$ sein kann, so ergibt sich

$$\frac{R}{r} < \sqrt[3]{\frac{11 \cdot 8 - 3 \cdot 2}{5 \cdot 6 - 3 \cdot 2}},$$

also rund

$$\frac{r}{R} < \frac{2}{3}.$$

Wenn also die Erde zweiteilig gebaut ist, so kann die Dichte der äußeren Schale maximal ein Drittel des Erdradius betragen.

Zur Durchrechnung eines Beispiels nehmen wir das Erdbeben von Caracas vom 29. Oktober 1900. Die Daten entnehmen wir der Publikation von Omori (l. c.). Die Eintrittszeit E des Bebens am Epizentrum wurde unter Annahme der von Omori (l. c.) angegebenen Geschwindigkeiten $13 \cdot 6 \text{ km/sec}$, $7 \cdot 2 \text{ km/sec}$ und $3 \cdot 4 \text{ km/sec}$ berechnet. Es ergab sich aus den Stationen

	in Europa	Tokyo
aus $V_1 \dots$	$E = 10^{\text{h}} 12^{\text{m}} 2$	$E = 10^{\text{h}} 12^{\text{m}} 1$
$V_2 \dots$	$E = 10 \ 13 \cdot 0$	$E = 10 \ 13 \cdot 6$
$B \dots$	$E = 10 \ 7 \cdot 6$	$E = 10 \ 7 \cdot 4$
Mittel	$E = 10^{\text{h}} 10^{\text{m}} 6$	$10^{\text{h}} 11^{\text{m}} 0$

Wir können demnach rund

$$10^{\text{h}} 11^{\text{m}}$$

als Eintrittszeit des Bebens am Epizentrum annehmen. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} T_1 &= 12^{\text{m}} 2 \\ T_2 &= 17 \cdot 4 \end{aligned}$$

Die betreffenden Winkel sind

$$\begin{aligned} \text{Europa—Caracas} &= \vartheta_1 = 74^\circ 32' \\ \text{Tokyo—Caracas} &= \vartheta_2 = 127^\circ 25' \end{aligned}$$

Die sphärischen Entfernungen sind rund

8.000 und 14.000 *km*.

Das Epizentrum befand sich wahrscheinlich nicht in Caracas selbst, die sphärischen Entfernungen dürften nach meinen Berechnungen etwas zu klein sein.

Zur Bestimmung der Zeit T_0 müssen wir jene Zeit kennen, welche der erste Erdbebenstrahl braucht, um die Erde diametral zu durchqueren. Dafür wollen wir den Wert 20^m annehmen, welcher sich den Untersuchungen von Rudolph¹ noch am besten anschließt und auch entsprechend genau die Angaben Milne's² darstellt. Als Resultat ergibt sich, mit Rücksicht auf die Unsicherheit der Daten:

$R-r$ nahe an 500 <i>km</i>	wahrscheinlich kleiner,
v » » 6 <i>km/sec</i>	» »
v' » » 11 <i>km/sec</i>	» größer.

Für v finden wir also genau denselben Wert, welchen die direkten Beobachtungen aus den Nahebeben liefern. Das ist das erste wichtige Resultat dieser Untersuchung, welche die Milne'schen Angaben bestätigt. Nebenbei mag bemerkt werden, daß man mit dem Wiechert'schen Radiusverhältnis

$$v > v'$$

findet, was a priori unannehmbar ist, weil die Geschwindigkeiten gegen das Erdinnere hin wachsen und nicht abnehmen. Als zweite wichtige Folgerung heben wir hervor das schnelle Anwachsen der Verbreitungsgeschwindigkeit in der Nähe der Erdoberfläche und die langsame Zunahme gegen die Erdmitte zu, welche eine Folge der kleinen Radiusdifferenz

$$R-r = 500 \text{ km}$$

¹ Rudolph, Über das Erdbeben von Ceram am 30. September 1899. Gerland's Beiträge, IV, Heft 1 (1903).

² Milne, Eighth Report of the Committee on Seismological Inw. Southport, 1903.

ist.¹ Dabei ist zu bemerken, daß die hier erhaltenen Resultate infolge der Milne'schen Voruntersuchung ein doppeltes Gewicht erhalten, weil sie auf der Untersuchung eines Erdbebens fußen, welches Milne nicht verwendet hat und weil die hier verwendeten Apparate verschieden von jenen waren, auf welchen Milne seine Untersuchungen aufgebaut hat.

Ein drittes und vielleicht wichtigstes Ergebnis unserer Betrachtungen ist, daß die Erde unmöglich zweiteilig gebaut sein kann, d. h. daß sie nicht aus einem nahezu homogenen Kern und einer ebensolchen Schale bestehen kann. Die Wiechert'sche Erdkugel führt, wie oben gezeigt wurde — seismologisch diskutiert — zu unmöglichen Geschwindigkeiten. Die Milne'sche Erdkugel hingegen entspricht — wie aus den Grundlagen hervorgeht, welche Wiechert's Untersuchungen zu Grunde liegen — gar nicht den Erfahrungszahlen der Astronomie und Geophysik. Diese Widersprüche lassen sich durch keinen Kompromißwert von r/R heben, wie

¹ Um dieses einzusehen, nehmen wir an, wir würden das wahre Gesetz kennen, nach welchem die Geschwindigkeiten gegen die Erdmitte variieren. Das Gesetz sei

$$v = f(\rho),$$

wobei an der Erdoberfläche $\rho = 0$ anzunehmen ist. ρ stellt dann die Tiefe unter der Erdoberfläche dar, welcher die Geschwindigkeit v zukommt. Denken wir uns ferner die dieser Gleichung entsprechende Kurve gezeichnet. Unsere Untersuchungen zeigen dann, daß innerhalb des Intervalls $\rho = 0$ und $\rho = 500 \text{ km}$ der Mittelwert von v gleich rund 6 km/sec ist, jener des Intervalls von $\rho = 500 \text{ km}$ bis $\rho = R$, d. h. bis rund 6370 km , dagegen 11 km/sec beträgt, während er beim linearen Anwachsen von gleicher Art wie im letzten Intervall offenbar x sein müßte, wobei x aus der Proportion

$$x : 6 = R : R - r$$

zu berechnen ist. Es ergibt sich hieraus rund

$$x = 76 \text{ km/sec},$$

also ein fast siebenmal so großer Wert. Demnach muß gegen die Erdmitte die Geschwindigkeit viel langsamer sich ändern als nahe der Erdoberfläche. Sehr schön bringt dieses Verhalten zur Darstellung die Fig. 3 in Milne's Eighth Report of the C. on S. J., welche rein empirisch auf Grund der bisherigen Beobachtungsergebnisse konstruiert wurde.

schon aus dem bloßen Anblick der Wiechert'schen Zahlentabellen hervorgeht.

Das Erdinnere stellt demnach höchst wahrscheinlich eine Kontinuität dar. In welchem Sinne, ob in Günther-Arrheniuschem oder einem andern, das wird wohl die Seismologie nie allein entscheiden können. Nehmen wir aber das Erdinnere als Kontinuum an, so ändert sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erdbebenwellen nach einem aus den Beobachtungen zu bestimmenden Gesetz. Wir haben also auf Grund der Beobachtungsdaten v als eine Funktion von r darzustellen. Man hat zu diesem Zweck entsprechende Hypothesen über das Gesetz zu machen und diese mit der Wirklichkeit zu vergleichen.

Da erwiesenermaßen v eine mit der Tiefe zunehmende Größe ist, so empfiehlt es sich, Potenzreihen anzunehmen.

Eine einfache lineare Abhängigkeit ist nach den obigen Untersuchungen nicht möglich. Man hat es also zunächst mit der quadratischen Form zu versuchen. Für diese sollen in der Folge die nötigen Formeln in aller Kürze mitgeteilt werden.

Wenn angenommen wird, daß die Erdbeben sich so verbreiten wie die Schwingungen in einer aus konzentrischen Schichten zusammengesetzten Kugel, dann lautet die Differentialgleichung der Strahlen in Polarkoordinaten wie folgt:¹

$$d\vartheta = \frac{c dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - c^2}}. \quad (6)$$

Dabei ist c eine Konstante und n der Brechungsindex, welcher konstant ist, wenn die Kugel aus homogenem Material besteht. Die Größe n ist als eine Funktion von r aufzufassen. Die neueren Untersuchungen über die Verbreitung der Erdbeben zeigen, daß sehr nahe

$$\frac{1}{n} = a^2 - b^2 r^2 \quad (7)$$

¹ Vergl. die Arbeiten von Kummer (Berl. B., 1860), Rudzki (Beitr. zur Geoph., III, 14, 1898), Kövesligethy (Nat. Ber. aus Ungarn, XIII, 1895) und anderen.

gesetzt werden kann. Wird dieses angenommen, so geht die Gleichung 6) über in

$$d\vartheta = \frac{c(a^2 - b^2 r^2) dr}{r \sqrt{r^2 - c^2(a^2 - b^2 r^2)^2}}. \quad 8)$$

Schreibt man diese Gleichung in der Form

$$d\vartheta = c \frac{dr}{r} \frac{\left(\frac{a^2}{r} - b^2 r\right)}{\sqrt{1 - c^2 \left(\frac{a^2}{r} - b^2 r\right)^2}},$$

so ergibt sich nach einigen nunmehr leichten Transformationen das Integral dieser Gleichung zu

$$\frac{a^2}{r} + b^2 r = \frac{1}{c} \sqrt{1 + 4a^2 b^2} \cos \vartheta. \quad 9)$$

Die Strahlenkurve ist also ein Kreisbogen, wie es eben die Theorie von Schmidt erfordert.

Um ferner die Zeit zu berechnen, welche zum Durchlaufen einer Strahlkurve erforderlich ist, haben wir das Integral

$$t = \int n ds \quad 10)$$

auszuwerten. Man findet leicht, daß

$$dt = n^2 r^2 d\vartheta, \quad 11)$$

woraus

$$dt = \frac{d\vartheta}{\frac{1 + 4a^2 b^2}{c^2} \cos^2 \vartheta - 4a^2 b^2}. \quad 12)$$

Diese Differentialgleichung ist in jedem speziellen Falle leicht auszuwerten. Die Form des Integrals hängt von den Konstanten ab. Man hat hier drei Fälle zu unterscheiden, nämlich

$$\frac{1 + 4a^2 b^2}{c^2} \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 4a^2 b^2,$$

welche den Integralformen

$$\int \frac{d\vartheta}{\cos^2 \vartheta - \cos^2 \lambda_1}, \quad \int \frac{d\vartheta}{\cos^2 \vartheta - 1}, \quad \int \frac{d\vartheta}{\cos^2 \lambda_2 \cos^2 \vartheta - 1}$$

entsprechen. Dabei ist

$$\cos^2 \lambda_1 = \frac{4a^2 b^2 c^2}{1 + 4a^2 b^2} = \frac{1}{\cos^2 \lambda_2}.$$

Welche von diesen drei Formen zur Anwendung kommt, wird am passendsten erst bei wirklicher Anwendung dieser Formeln entschieden werden können.

Irgend welche theoretische Schwierigkeiten existieren demnach nicht und man wird ohneweiters im stande sein, sobald nur genügendes Beobachtungsmaterial vorliegen wird, diese Theorie an der Praxis zu erproben.

Als Ausgangswerte wären nach den früheren Untersuchungen

$$a = 11 \quad b = \sqrt{11^2 - 6^2}$$

anzunehmen. Hat man hinreichend genäherte Werte a_0, b_0 gefunden, so könnte folgender Weg eingeschlagen werden.

Man rechne zwei Hypothesen mit entsprechend angenommenen Variationen $\Delta a, \Delta b$, und zwar:

I. Hypothese	II. Hypothese
$a_0 + \Delta a$	a_0
b_0	$b_0 + \Delta b$

Sind dann

$$t_0 - t' \quad t_0 - t''$$

die Abweichungen der berechneten Zeiten von der aus der Hypothese $a_0 b_0$ abgeleiteten Zeit t_0 , so hat man:

$$t_0 = f(a_0 b_0)$$

$$t' = f(a_0 + \Delta a, b_0) = f(a_0, b_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial a}\right) \Delta a + \dots$$

$$t'' = f(a_0, b_0 + \Delta b) = f(a_0, b_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right) \Delta b + \dots$$

Daraus ergibt sich

$$\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right) = \frac{t' - t_0}{\Delta a} + \dots, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right) = \frac{t'' - t_0}{\Delta b} + \dots$$

Sei nun t die Beobachtungszeit sowie $\delta a, \delta b$ die ihr genügenden Variationen von a und b , so hat man

$$t = f(a_0 + \delta a, b_0 + \delta b) = f(a_0, b_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial a}\right) \delta a + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right) \delta b + \dots,$$

woraus

$$t - t_0 = \frac{t' - t_0}{\Delta a} \delta a + \frac{t'' - t_0}{\Delta b} \delta b + \dots$$

folgt. Diese Gleichungen für möglichst viele Beobachtungsorte berechnet und nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, liefern die Verbesserungen

$$\delta a \quad \text{und} \quad \delta b.$$

Es möge hier noch die Bedeutung derartiger Arbeiten für das Erdinnere kurz berührt werden. Würden die Untersuchungen, welche hier angeführt wurden, zu einem positiven Resultat führen, dann hätten sie für die Erdphysik diejenige Bedeutung, welche die Entdeckung der Spektralanalyse für die Astronomie hatte. Alle bisher versuchten Wege, in das Erdinnere einzudringen, führten nämlich zu keinem Resultat. Die Hoffnungen, welche man seinerzeit auf die Untersuchung der Präzessions- und Nutationserscheinungen setzte, schlugen fehl. Auch die Gezeitenerscheinungen ergaben keine besseren Resultate. So bleibt die Seismologie als letzte Zuflucht Soweit nach menschlicher Berechnung zu erwarten ist, werden wir auf Grund des immer zuverlässlicher werdenden Materials in absehbarer Zeit zu einer befriedigenden Kenntnis der Funktion

$$\frac{1}{n} = v = f(r)$$

gelangen. Das Problem des Erdinnern wird damit nicht gelöst sein. Wir erhalten nur ein Schema für die Art und Weise der Bewegung der Erdbebenwellen im Erdinnern. Dieses Resultat darf nicht überschätzt, aber auch nicht gering geachtet werden.

Nach einem bekannten physikalischen Gesetz besteht eine Beziehung zwischen der Verbreitungsgeschwindigkeit v im Erdinnern und der Dichte D sowie der Elastizität E . Das erste Glied dieser Beziehung kann wie folgt geschrieben werden:

$$v = c_0 \sqrt{\frac{E}{D}}.$$

Sollte es einmal gelingen, auf irgend einem derzeit noch unbekanntem Wege D als Funktion von r darzustellen, so wäre es leicht, wenigstens in erster Annäherung ein physikalisches Schema für das Erdinnere zu konstruieren. Wir würden dadurch freilich nur ein Näherungsbild des Erdinnern gewinnen, dasselbe wird aber genau denselben Wert haben wie die Auffassung der Erdform als ein Ellipsoid. Die höchste Philosophie der Naturforschung ist eben, um ein Wort Mach's zu gebrauchen, zu wissen, daß wir genäherte Naturanschauungen ertragen müssen.
