

Ueber die Lage der Schnittlinie von Terrainflächen und geologischen Ebenen.

Von J. Blaas in Innsbruck.

Mit einer lithographirten Tafel (Nr. II).

Unter geologischen Ebenen verstehe ich Schicht- und Bruchebenen. Auf geologischen Karten kommt die Horizontalprojection der Schnittlinie des Terrains und dieser Ebenen zum Ausdrucke, oder richtiger gesagt „sollte zum Ausdrucke kommen“. Bei Karten in kleinem Massstabe ohne Höhengcôten wird es genügen, diese Schnittlinien ohne Rücksicht auf das Terrain-Relief als Schnitt der Schicht-, resp. Bruchfläche mit der Horizontal-Ebene darzustellen. In diesem Falle wird die Richtung der Schnittlinien mit dem Streichen der geologischen Ebenen zusammenfallen. Auf Karten, in denen das Relief, sei es durch ausreichende Angaben über die Höhen einzelner Punkte, sei es mittels Höhenlinien zum Ausdrucke kommt, kann und soll der Verlauf der Schnittlinien möglichst richtig verzeichnet werden.

Zur Construction dieser Linien auf den Karten, also zur Zeichnung ihrer Horizontal-Projection, ist die Kenntniss von Streichen und Fallen der bezüglichen geologischen Ebenen nothwendig. Die heute übliche Bezeichnungsweise hierfür ist umständlich und in der Rechnung nicht unmittelbar verwendbar. Besonders gilt dies von der Bezeichnung der Bergleute mittels Stunden. Ich schlage im Folgenden eine kurze, prägnante, durchaus unzweideutige **Bezeichnungsweise** vor.

Dieselbe lehnt sich an die Bezeichnungsweise der Ebenen in der Krystallographie und deren Darstellung mittels der stereographischen Projection an.

1. Erklärungen.

Grundkreis, zugleich Ebene der Projection ist der Horizontalkreis NOSW, Fig. 1. NS die Nordsüdlinie, WO die Westostlinie. Die Winkel auf dem Grundkreise werden von dem Nord- und Südpunkte aus gezählt und zwar in der Richtung der Pfeile. Zahlungen in der Richtung des Ganges des Uhrzeigers erhalten ein positives Vorzeichen, die in entgegengesetzter Richtung ein negatives. Wir bezeichnen die Winkel auf dem Grundkreise (die „Polardistanzen“) mit $\pm \pi$.

Zenith, Z in Fig. 1, ist die Projection der Verticalen im Mittelpunkte des Grundkreises. Um diese Verticale, „Zenithnormale“, ist ein auf dem Grundkreise senkrecht stehender Halbkreis, „Zenithkreis“, mit gleichem Mittelpunkt und Radius, wie der Grundkreis, drehbar. Auf dem Zenithkreise werden die Winkel von Z aus gezählt. Sie sind positiv über der ZO-Linie und der nördlichen Hälfte des Grundkreises, negativ über der ZW-Linie und der südlichen Hälfte des Grundkreises. Wir bezeichnen die Winkel auf dem Zenithkreise (die „Zenithdistanzen“) mit $\pm \zeta$.

Analog dem Vorgange in der Krystallographie bestimmen wir die Lage einer Ebene durch die Position ihres Poles. Wir denken uns die Ebene durch den Mittelpunkt der Projectionssphäre gelegt und in diesem Punkte auf die Ebene eine Senkrechte errichtet. Der Durchschnittspunkt dieser Senkrechten mit der oberen Hälfte der Sphäre ist der Pol der Ebene. Derselbe ist bestimmt durch seine Coordinaten $\pm \pi$ und $\pm \zeta$ die wir, durch einen verticalen Strich getrennt, neben einander setzen. Hiedurch erhalten wir ein sehr prägnantes Symbol der Ebene, denn die Zenithdistanz $\pm \zeta$ gibt uns den Fallwinkel und dessen Sinn, die Polardistanz $\pm \pi$ die Fallrichtung. Die Streichungsrichtung σ der Ebene ist sonach $\sigma = (90 - \pi)$, wobei das Vorzeichen von σ jenem von π entgegengesetzt ist.

Der allgemeine Ausdruck für die Lage einer Ebene lautet daher

$$G \quad \pm \pi \mid \pm \zeta,$$

wenn G den Pol der Ebene bezeichnet, $\pm \pi$ dessen Polar-, $\pm \zeta$ dessen Zenithdistanz ist. Dieser Ausdruck soll im Folgenden die Position der Ebene, deren Pol G ist (oder kurz der Ebene G) heissen; π und ζ nennen wir die Elemente von G.

Beispiel. Es ist (vgl. Fig. 1)

$$G_1 = + 60 \mid + 50, G_2 = - 30 \mid - 70, G_3 = + 60 \mid - 40, G_4 = - 30 \mid + 80.$$

Hieraus ergibt sich:

1. $+ \mid + =$ Pol im NO-Quadranten, Fall der Ebene nach $N\pi O$, Streichen $N(90-\pi)W$;
2. $- \mid - =$ Pol im SO-Quadranten, Fall der Ebene nach $S\pi O$, Streichen $S(90-\pi)W$;
3. $+ \mid - =$ Pol im SW-Quadranten, Fall der Ebene nach $S\pi W$, Streichen $S(90-\pi)O$;
4. $- \mid + =$ Pol im NW-Quadranten, Fall der Ebene nach $N\pi W$, Streichen $N(90-\pi)O$.

Die Ebene $G = - 40 \mid + 20$ fällt also $20^\circ N 40^\circ W$ und streicht $N 50^\circ O$.

Grenzfälle.

1. $90^1) | + \zeta =$ Streichen NS, Fallen ζ^0 nach O;
2. $90 | - \zeta =$ Streichen NS, Fallen ζ^0 nach W;
3. $0 | + \zeta =$ Streichen OW, Fallen ζ^0 nach N;
4. $0 | - \zeta =$ Streichen OW, Fallen ζ^0 nach S;
5. $+ \pi | 90$ Streichen N(90 $- \pi$) W, saigere Stellung;
6. $- \pi | 90 =$ Streichen N(90 $+ \pi$) O, saigere Stellung;
7. $0 | 0^2) =$ kein Streichen, horizontale Lage.

Also: 90 voran Streichen NS,
 0 voran = Streichen OW,
 90 hinten saigere Stellung,
 0 hinten = horizontale Lage.

Anm. Der Compass Fig. 9 stellt jene Abänderungen am bergmännischen Compass vor, durch welche derselbe geeignet wird, die Elemente einer Ebene unmittelbar anzuzeigen. Der äusserer Kreis zeigt die gewöhnliche, der innere die abgeänderte Einrichtung. Letztere kann mit einem gewöhnlichen Compass bequem durch Einlegen eines, die abgeänderte Bezeichnung tragenden Celluloid-Scheibchens verbunden werden.

Legt man das Lineal an die Ebene, so zeigt die Nadel die Fallrichtung $+ \pi$ an; das Vorzeichen von ζ bestimmt folgende Regel: Sorgt man beim Anlegen des Compasses dafür, dass jede Hälfte der Nadel nur über ihrem Halbkreis spielt (also die nördliche [blaue] Hälfte nur über der nördlichen, positiven), so erhält ζ das Zeichen jener Hälfte der Nordsüdlinie, gegen welche hin die Schicht fällt.

2. Construction des Poles einer Ebene.

Die Projection des Poles G der Ebene $G = + \pi | + \zeta$ findet man nach bekannten Regeln der Krystallographie, wie aus Fig. 2 hervorgeht. Es wird $NG' = + \pi$ aufgetragen, ZG' und darauf in Z senkrecht DE gezogen, EC $+ \zeta$ aufgetragen und C mit D verbunden. Der Durchschnittspunkt von ZG' und CD ist der Pol G.

3. Durchschnittslinie zweier Ebenen.

Sei, Fig. 2, G die Projection von $G = + \pi | + \zeta$, T jene von $T = + \rho | + \zeta$. Zieht man den Durchmesser CC' , ferner DC' , so ist der Durchschnittspunkt der letzteren mit GZ , nämlich (G), die Projection des Gegenpoles von G und der Kreisbogen GT (G) ist die Projection der durch den Mittelpunkt der Projectionssphäre gehenden und auf den Ebenen G und T senkrecht stehenden Ebene (die Zone GT). Die auf dem Durchmesser LL' Senkrechte MM' ist die Projection der Schnittlinie von G und T (die Projection der Achse der

¹⁾ Ein Vorzeichen bei 90 hat nur einen Werth, wenn hiedurch die Richtung angegeben werden soll, von welcher man zu 90 gelangt ist.

²⁾ Ist $\zeta = 0$, so kann π jeden beliebigen Werth zwischen 0--90 haben. Man spricht daher bei einer horizontalen geologischen Ebene nicht von ihrem Streichen. Der gewählte Ausdruck ist die Abkürzung des formell richtigern 0 bis $90 | 0$.

Zone G T). Zieht man $LS'L''$ und macht auf dem Grundkreise den Bogen $L''L''' = 90^\circ$, so ist der Durchschnittspunkt S'' ¹⁾ von MM' und LL''' der Pol der Zone G T. Der Winkel $SM' = p$ gibt uns das Streichen der Schnittlinie von G und T (zugleich die Fallrichtung der Zone G T), der Winkel $ZS'' = \zeta$ das Complement des Fallwinkels der Schnittlinie (zugleich den Fallwinkel der Zone G T). Die Lage der Schnittlinie zweier Ebenen ist sonach durch die Elemente ζ und p ihrer Zone bestimmt. Bezeichnet \mathcal{S} die durch zwei Elemente bestimmte Zone, so kann deren Symbol

$$\mathcal{S} = \pm p \mid \pm \zeta$$

zugleich als Symbol der Schnittlinie der beiden Ebenen gelten, wenn man sich die eben hervorgehobene Bedeutung ihrer Elemente für die Schnittlinie gegenwärtig hält.

Anmerkung. Im speciellen Falle kann man den Ausdruck durch angefügte Indizes präcisiren, so dass z. B. die Schnittlinie der Ebenen G und T das Symbol

$$\mathcal{S}_{gt} = \pm p_{gt} \mid \pm \zeta_{gt}$$

erhielte.

4. Berechnung der Position der Schnittlinie zweier Ebenen.

Den Winkel p_{gt} findet man nach dem vorigen Absatze durch Construction, indem man die Zone G T und deren Achse zeichnet.

Durch Rechnung findet man p_{gt} aus den Elementen von G und T nach Fig. 2 in folgender Weise.

Aus den rechtwinkeligen sphärischen Dreiecken GZS' und TZS' ergibt sich

$$\cos GZS' = \frac{\operatorname{tg} ZS'}{\operatorname{tg} ZG} = \frac{\operatorname{tg} ZS'}{\operatorname{tg} \zeta}$$

$$\cos TZS' = \frac{\operatorname{tg} ZS'}{\operatorname{tg} ZT} = \frac{\operatorname{tg} ZS'}{\operatorname{tg} z}$$

daher

$$\cos GZS' \operatorname{tg} \zeta = \cos TZS' \operatorname{tg} z.$$

Nun ist

$$GZS' = NM - NG' = p_{gt} - \pi$$

$$TZS' = NM - NT' = p_{gt} - p,$$

also

$$\cos (p_{gt} - \pi) \operatorname{tg} \zeta = \cos (p_{gt} - p) \operatorname{tg} z$$

oder

$$\{ \cos p_{gt} \cos \pi + \sin p_{gt} \sin \pi \} \operatorname{tg} \zeta = \{ \cos p_{gt} \cos p + \sin p_{gt} \sin p \} \operatorname{tg} z$$

somit

$$\text{I. } \operatorname{tg} p_{gt} = \frac{\cos p \operatorname{tg} z - \cos \pi \operatorname{tg} \zeta}{\sin \pi \operatorname{tg} \zeta - \sin p \operatorname{tg} z}$$

¹⁾ In der Fig. irrthümlich S.

Für die Berechnung von β_{gt} hat man

$$\text{II. } \beta_{gt} = 90 - Z S' \quad 90 - \beta'$$

und

$$\text{tg } Z S' = \cos G Z S' \text{ tg } \zeta = \cos T Z S' \text{ tg } z$$

oder

$$\text{III. } \text{tg } \beta' \quad \cos (\nu_{gt} - \pi) \text{ tg } \zeta = \cos (\nu_{gt} - \rho) \text{ tg } z.$$

Selbstverständlich sind die Winkel in die Formeln mit ihren jeweiligen Vorzeichen einzuführen¹⁾.

Ist $\zeta = 90$, so wird $\cos (\nu_{gt} - \pi) = 0$, oder $\cos \nu_{gt} \cos \pi + \sin \nu_{gt} \sin \pi = 0$, somit

$$\text{tg } \nu_{gt} = - \frac{\cos \pi}{\sin \pi} = \text{tg } (90 - \pi).$$

Ist $\zeta = 0$, so wird $\cos (\nu_{gt} - \rho) \text{ tg } z = 0$, somit $\cos (\nu_{gt} - \rho) = 0$, also ähnlich, wie oben

$$\text{tg } \nu_{gt} = - \text{tg } (90 - \rho),$$

d. h. im ersten Falle fällt die Schnittlinie mit dem Streichen von G, im letzteren mit dem Streichen von T zusammen, oder:

Verticale geologische Ebenen schneiden das Terrain nach dem Streichen der geologischen Ebenen;

Horizontale geologische Ebenen schneiden das Terrain nach dem Streichen des Terrains.

Für $z = 0$ hat man $\cos (\nu_{gt} - \pi) \text{ tg } \zeta = 0$, somit $\cos (\nu_{gt} - \pi) = 0$, oder ähnlich, wie oben

$$\text{tg } \nu_{gt} = - \text{tg } (90 - \pi)$$

d. h., wie eingangs bereits bemerkt wurde: Geologische Ebenen schneiden horizontale Terrainebenen nach dem Streichen der geologischen Ebenen.

5. Construction der Schnittlinie.

Zieht man, Fig. 2, von E eine Normale auf ZC, so schneidet diese die ZG' in einem Punkte G''. Die Normale in diesem Punkte auf ZG' gibt uns den Schnitt der Ebene G mit der Ebene des Grundkreises, wenn wir uns G durch den Zenith Z gehend denken. Suchen wir in derselben Weise den Schnitt der durch Z gehenden Ebene T mit der Ebene des Grundkreises, so erhalten wir im Durchschnittpunkte P dieser beiden Schnitte den in der Ebene des Grundkreises liegenden Punkt der Schnittlinie der Ebenen G und T. Ein zweiter Punkt dieser Schnittlinie ist Z. Die Verbindungslinie ZP ist somit die Projection der Schnittlinie von G und T.

¹⁾ Die Gleichung III. gibt uns die Bedingung der Tautozonalität. Ist $\cos -\rho \mid \beta$ aus den Ebenen $G = \pi \mid \zeta$ und $T = \rho \mid z$ bestimmt, so liegt $K = \pi' \mid \zeta'$ in derselben Zone, wenn

$$\cos (\rho - \pi) \text{ tg } \zeta = \cos (\rho - \rho) \text{ tg } z = \cos (\rho - \pi') \text{ tg } \zeta'.$$

6. Construction der Schnittlinien durch die Höhenlinien.

Die Höhenlinien (Höhencöten, Höhenschichtlinien) einer Karte sind die Horizontalprojectionen der Schnitte der Terrainflächen mit horizontalen Ebenen von gleicher verticaler Distanz. Ihre Richtung zeigt das Streichen der Terrainflächen an; das Fallen der letzteren ergibt sich aus der horizontalen Distanz der Höhenlinien und der Höhe der Höhenschichten. Ist z der Fallwinkel der Terrainfläche T , h die Höhe der Höhenschicht, d die Distanz der Höhenlinien, so ist

$$\operatorname{tg} z = \frac{h}{d}.$$

Bezeichnet p die Fallrichtung von T , so ergibt sich dieselbe nach dem früheren aus der Streichungsrichtung s der Terrainfläche T ; es ist

$$p = (90 - s)$$

und das Symbol der Terrainfläche

$$\pm p \mid \pm z$$

Um der Berechnung von z in jedem einzelnen Falle auszuweichen, kann man sich für ein bestimmtes h eine Curve construiren, aus welcher die zusammengehörigen Werthe von z und d unmittelbar abgegriffen werden können. Für $h = 1.3$ mm (österreich. Specialkarte 1:75000) ist dies in Fig. 3 geschehen. Die Abscissen eines Punktes der Curve entsprechen den Winkeln, die Ordinaten sind gleich d .

Die Höhenschichten schneiden auch die geologischen Ebenen. Ist $G = \pm \pi \mid \pm \zeta$ eine solche, so können nach Obigem mit Hilfe von ζ und π die Projectionen der Höhenlinien auf der Ebene G (die „geologischen Höhenlinien“ im Unterschiede von den geographischen auf T) construirt werden. Nun sind die Durchschnittspunkte der gleichwerthigen (correspondirenden) Höhenlinien von T und G Punkte beider Ebenen, also Punkte der Durchschnittslinie \mathcal{S} derselben. Hiedurch haben wir ein einfaches Mittel an die Hand gegeben, die Projection von \mathcal{S} zu zeichnen.

Beispiel. Sind, Fig. 4, 1, 2, 3. aufsteigende Höhenschichten einer Karte, h die Höhe derselben, A ein Punkt im Terrain, an welchem $G = -\pi \mid +\zeta$ ausstreicht, $N A F = + (90 - \pi)$, also $A F$ das Streichen von G , $A C$ die aus der Curve entnommene, dem Winkel ζ entsprechende Distanz der geologischen Höhenlinien, so sind die Parallelen 1', 2', 3' die mit den geographischen Höhenlinien 1, 2, 3 correspondirenden geologischen Höhenlinien und die stark ausgezogene Linie $A A'$ ist offenbar die Projection der Schnittlinie zwischen der Terrainfläche T und der geologischen Ebene G 1).

1) Die Construction der Schnittlinien von Terrain und geologischen Ebenen nach den Grundsätzen der darstellenden Geometrie soll in einer besonderen Arbeit behandelt werden.

7. Streichen und Fallen einer geologischen Ebene, abgeleitet aus der Schnittlinie derselben mit dem Terrain.

Wäre, Fig. 4, die Schnittlinie AA' durch Beobachtung bekannt, so ergibt ab , die Verbindungslinie zweier Punkte, in denen die Schnittlinie AA' dieselbe geographische Höhenlinie trifft, das Streichen, die Distanz bc dieser Verbindungslinie von der zu ihr Parallelen, die man durch den Schnittpunkt der Linie AA' mit der nächstfolgenden geographischen Höhenschichtenlinie gezogen hat, mit Hilfe der Curve (Fig. 3) den Fallwinkel ζ der Ebene G .

Wäre kein zweiter Kreuzungspunkt der Schnittlinie mit derselben Höhenlinie, dafür aber die Streichungsrichtung bekannt, so findet man ζ in derselben Weise. Ist, Fig. 4, AA' die Schnittlinie, $A'e$ das Streichen, so ergibt $A'e \perp A'5'$ den Fallwinkel ζ .

Für den Fall als die Schnittlinie der geologischen Ebene G und des Terrains T weder dieselbe Höhenlinie ein zweitesmal trifft, noch das Streichen bekannt ist, lässt sich dennoch, mit einer Ausnahme, Streichen und Fallen bestimmen.

Seien, Fig. 5, abc drei aufeinanderfolgende Durchschnittspunkte der Schnittlinie AA' mit den Höhenlinien 1, 2, 3. Man ziehe $cx \parallel ba$, $ay \parallel bc$; dann geben die Parallelen $bm \parallel cn \parallel ar$, deren Entfernung von einander gleich ist¹⁾, das Streichen, ihre Distanz den Fallwinkel.

Bezeichnet α den Winkel zwischen bc und dem Streichen, β den spitzen Winkel zwischen ab und bc , so dass also $\alpha - \beta$ der Winkel zwischen a b und dem Streichen ist, so ist aus der Figur unmittelbar ersichtlich, dass

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ab \sin \beta}{ab \cos \beta - bc}$$

Fällt c in die Verlängerung von a b , ist also $\beta = 0$, so wird

$$\operatorname{tg} \alpha (ab - bc) = 0.$$

Dieser Ausdruck ergibt für $ab > bc$ $\alpha = 0$, die Parallelen fallen mit

abc zusammen, G steht saiger. Wären aber $ab < bc$, so kann α 0 sein, kann aber jeden beliebigen Werth zwischen 0° und 90° haben, d. h. fallen die Schnittpunkte abc in eine Gerade und ist ihre Entfernung gleich (d. h. die Terrainfläche eine Ebene), so kann man aus der Schnittlinie Streichen und Fallen nicht ableiten.

8. Parallele geologische Ebenen.

Parallele geologische Ebenen haben im allgemeinen nicht parallele Schnittlinien mit dem Terrain, doch wird stets die Distanz der geologischen Höhenlinien, welche durch die Kreuzungspunkte der beiden Schnittlinien mit einer und derselben Terrainhöhenlinie gehen, gleich sein. Es ist z. B. Fig. 4 die stark ausgezogene Linie BB' die Schnittlinie einer zu G parallelen Ebene die auf der Höhenlinie 1 bei B austreicht; hier sind die correspondirenden Distanzen BF und b f gleich.

¹⁾ Die Aufgabe geht darauf hinaus, durch drei nicht in einer Geraden liegende Punkte Parallele so zu ziehen, dass ihre Distanz gleich ist.

9. Mächtigkeit einer Schicht (eines Schichtencomplexes).

Streicht, Fig. 4, bei A eine Schichtfläche $G = +\pi | +\zeta$ aus, im gleichen Niveau bei B ihre parallele Gegenfläche G' und zieht man $BF \perp A 1'$, so ist, wenn M die Mächtigkeit der zwischen G und G' eingeschlossenen Schicht oder des Schichtencomplexes (den Abstand von G und G') bezeichnet

$$\text{IV. } M = BF \sin \zeta.$$

Die Länge von BF ergibt der Massstab der Karte.

Für $\zeta = 90$ ist $M = BF$; für $\zeta = 0$ wird $BF = \infty$, auf derselben Höhenlinie findet sich kein Punkt der Gegenfläche. In diesem Falle sind die Schnittlinien von G und G' mit dem Terrain sowohl unter sich, als auch mit den Höhenlinien des Terrains parallel. Ist D die Distanz der Projection der Schnittlinien von G und G' mit dem Terrain, so erhält man, wenn z der Neigungswinkel des Terrains an jener Stelle ist, an welcher D gemessen wurde,

$$M = D \operatorname{tg} z$$

$$\text{oder, da } \operatorname{tg} z = \frac{h}{d} \text{ ist (§ 6)}$$

$$\text{V. } M = \frac{D}{d} h$$

Dieser Ausdruck gibt keinen Werth für M, wenn $z = 90$ oder $z = 0$ ist.

10. Fallhöhe einer Verwerfung.

Sei $T = +\pi | +z$ eine Terrainebene, $G = +\pi | +\zeta$ eine geologische Ebene und $K = +\pi' | +\zeta'$ eine Kluftebene und stelle Fig. 6 die Projection dieser drei durch einen und denselben Punkt der Zenithnormalen gehenden Ebenen vor. a sei die Projection der Zenithnormalen, a t die Fallrichtung von T, a g jene von G, a k die Fallrichtung der Kluftebene K. Auf der einen Seite der Kluft sei die geologische Ebene G soweit abgesunken, dass der Punkt a in der Projection längs a k nach k_1 gerückt ist. Hienach erscheint die Schnittlinie (K G) längs (K T) parallel zu sich selbst von a nach a_1 verschoben. Es soll aus der Länge aa_1 und den Elementen von T, G und K die Fallhöhe F bestimmt werden.

Aus der Projection ergibt sich unmittelbar

$$F = a k_1 \operatorname{tg} \zeta'.$$

Aus dem Dreieck $aa_1 k_1$ erhält man

$$a k_1 = \frac{aa_1 \sin (\rho_{kg} - \rho_{kt})}{\sin (\rho_{kg} - \pi')}$$

daher

$$\text{VI. } F = \frac{aa_1 \sin (\rho_{kg} - \rho_{kt}) \operatorname{tg} \zeta'}{\sin (\rho_{kg} - \pi')}$$

ρ_{kg} und ρ_{kt} erhält man aus Gleichung I (vgl. § 4).

Für $\zeta' = 90$ ist die Formel nicht verwendbar.

In diesem Falle kann man in folgender Weise vorgehen. Fig. 6 ändert sich in der Art, dass $a_1 a_2 a_4$ in eine Gerade fallen, welche dem Streichen von K entspricht, $a_2 a_4$ wird gleich aa_1 . Man hat:

$$F = a g_1 \operatorname{tg} \zeta = aa_4 \cos (p_{kg} - \pi) \operatorname{tg} \zeta \\ = (aa_2 + aa_1) \cos (p_{kg} - \pi) \operatorname{tg} \zeta$$

Für die Berechnung von aa_2 hat man

$$at \operatorname{tg} z = ag \operatorname{tg} \zeta$$

oder

$$aa_1' \cos (p - p_{kt}) \operatorname{tg} z = aa_2 \cos (p_{kg} - \pi) \operatorname{tg} \zeta$$

somit

$$aa_2 = \frac{aa_1 \cos (p - p_{kt}) \operatorname{tg} z}{\cos (p_{kg} - \pi) \operatorname{tg} \zeta}$$

Es ist daher

$$F = aa_1' \{ \cos (p - p_{kt}) \operatorname{tg} z + \cos (p_{kg} - \pi) \operatorname{tg} \zeta \}.$$

Da nun $p_{kt} = -(90 - \pi')$ und $p_{kg} = 90 + \pi'$ ist, so hat man

$$\text{VII. } F = aa_1' \{ \sin (\pi' - p) \operatorname{tg} z + \sin (\pi - \pi') \operatorname{tg} \zeta \}$$

Ist $\zeta = 90$ und $\pi' > \pi$, so wird $aa_1 = 0$, d. h. die Projection gibt keinen Anhaltspunkt die Sprunghöhe zu bestimmen.

Das gleiche gilt, wenn $z = 90$ und $\pi' > p$ ist.

Für $\zeta = 0$ wird

$$F = aa_1 \sin (\pi' - p) \operatorname{tg} z;$$

$aa_1 \sin (\pi' - p)$ ist aber der horizontale Abstand der Terrainhöhenlinie durch a von jener durch a_1 . Man kann also bei horizontaler Schichtenlage mit Umgehung der Rechnung die Sprunghöhe finden, wenn man diesen Abstand auf der Karte abgreift und mit der Tangente des Neigungswinkels z , den man aus der Distanz der Höhenhöhen an dieser Stelle mittelst der Curve Fig. 3 erhält, multiplicirt.

In ähnlicher Weise kann man vorgehen, wenn auch für den Fall, als $0 < \zeta < 90$ ist, die Rechnung vermieden werden soll. Ist aa_1 die horizontale Verschiebung in Folge der Verwerfung auf der Schnittlinie der Kluft mit dem Terrain, so ziehe man durch a_1 die Streichungsrichtungen von T und G, auf diese von a die Normale und multiplicire deren Länge mit den Tangenten von z , resp. ζ . Die Summe der Producte ergibt die Fallhöhe.

Liegen die Ebenen G, T und K in einer Zone (Vgl. Absatz 4, Anmerkung), so sind ihre Schnittlinien parallel, aa_1 wird unendlich und die Formeln können für die Berechnung der Fallhöhe nicht verwendet werden. Ist Fig. 7 ein Schnitt senkrecht zum Streichen der drei tautozonalen Ebenen, $mn = F$ die Fallhöhe, mm_1 die horizontale Verschiebung des Punktes m_2 von m in Folge der Verwerfung, so ist

$$F = mm_1 (\operatorname{tg} z + \operatorname{tg} \zeta).$$

Es ist also die Fallhöhe unabhängig von dem Fallwinkel der Kluftfläche.

11. Relative und absolute Position geologischer Ebenen.

Die Angaben von Fallrichtung (π) und Fallwinkel (ζ) geologischer Ebenen beziehen sich auf Zenith und Horizont des jeweiligen Beobachtungspunktes.

Wir bezeichnen diese Position einer geologischen Ebene als „relativ“ im Gegensatze zur „absoluten“, d. h. der Lage dieser Ebene rücksichtlich einer fixen geographischen Ebene. Es ist klar, dass verschiedene relative Positionen nicht den Schluss auf Verschiedenheit der absoluten Position gestatten. Bisher ist wenig Gewicht auf die absolute Lage geologischer Ebenen gelegt worden und doch muss derselben bei Betrachtung der geologischen Tektonik der Erde im Grossen Bedeutung zugemessen werden.

Die Beziehungen der relativen und absoluten Position einer geologischen Ebene ergeben sich aus Fig. 8. In derselben stellt $FN F'$ den ersten Meridian, FF' den Aequator, NS die Erdachse vor. Wir wählen die Ebene des Aequators als fixe geographische Ebene. Die Längen auf der Osthälfte seien positiv, ebenso die Breiten auf der nördlichen Halbkugel. Sei B die Position des Beobachtungspunktes, also seine Länge $FL = +l$, seine Breite $LB = +b$. Wäre die relative Position einer geologischen Ebene $G_r = +\pi | +\zeta$, dann ist in dem Dreieck NBG der Winkel $NBG = +\pi$, die Seite $BG = +\zeta$ und $BN = 90 - b$. Hiernach ergibt sich die Seite NG aus

$$\cos NG = \cos BN \cos \zeta + \sin BN \sin \zeta \cos \pi$$

und der Winkel BNG aus

$$\cos BNG = \frac{\cos \zeta - \cos NG \cos BN}{\sin NG \sin BN}$$

Da der Winkel $BNG = LL'$, so hat man als die geographische Coördination von G

$$\text{die Breite } L'G = +b' = 90 - NG$$

$$\text{die Länge } FL' = +l' \quad FL + LL' = l + BNG.$$

Sowie für $G_r = +\pi | +\zeta$ ist auch für $G_r = -\pi | -\zeta$ LL' positiv; negativ dagegen für $G_r = \pm \pi | \mp \zeta$.

Ist ζ negativ, also der Winkel $NBG = 180 - \pi$, dann wird

$$\cos NG = \cos BN \cos \zeta - \sin BN \sin \zeta \cos \pi,$$

wozu man auch gelangt, wenn man in die Formeln π und ζ mit ihren Vorzeichen einführt.

Bei südlicher Breite von B kann man der Rechnung bequemer das Dreieck BSG zu Grunde legen. Auch hier ist LL' positiv für $G_r = \pm \pi | +\zeta$, negativ für $G_r = \pm \pi | \mp \zeta$.

