

ZEITSCHRIFT  
der  
österreichischen Gesellschaft  
für  
**METEOROLOGIE.**

Preis eines Bandes von  
24 Nummern 5 fl. Ein-  
zelne Nummern 25 kr.

Redigirt von  
**Dr. J. Hann.**

In Commission bei  
Wilhelm Braumüller  
in Wien.

**Inhalt.** Hann: Temperatur im Gotthard-Tunnel. — Wojeikoff: Klima von Japan (Schluss). **Kleinere Mittheilungen.** Täglicher Gang einiger meteorologischer Elemente zu Sherman. — Billwiller: Witterung des November 1877.

*Temperatur im Gotthard-Tunnel.*

(Nach den Untersuchungen von F. M. Stapff — mit einigen Bemerkungen über die  
Wärmezunahme gegen das Erd-Innere im Allgemeinen.)

Von Dr. J. Hann.

Vor einigen Jahren hat diese Zeitschrift einen Bericht erstattet über die beim Bau des Mont Cenis-Tunnels beobachteten Gesteinstemperaturen. Eine selten günstige Gelegenheit, um zur Kenntniss neuer Thatsachen, die innere Erdwärme betreffend, zu gelangen, war hier nur theilweise benützt worden, indem blos auf der italienischen Seite des Tunnels 15 Beobachtungen über Gesteins- oder Quellentemperatur angestellt worden sind. 1) Um so erfreulicher ist es, dass bei der bald darauf begonnenen Durchbohrung des St. Gotthard nichts versäumt worden ist, was dieses grosse technische Unternehmen auch im Dienste der Physik der Erde fruchtbringend machen konnte. Man verdankt dem Herrn Ingenieur Stapff ein reiches Material von Beobachtungen über Gestein-, Wasser- und Lufttemperaturen im Tunnel und von Bodentemperaturen an der Oberfläche längs der Trace desselben. Nachdem Herr Stapff bereits auf der 58. Jahresversammlung der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft zu Andermatt 1875 ein Resumé über die Beobachtungen auf der Nordseite des Tunnels bis zu 930 Meter einwärts gegeben, veröffentlichte er im vorigen Jahre das ganze bisher vorliegende Beobachtungsmateriale nebst einer Reduction und theilweisen Discussion desselben in der Schrift: „Studien über die Wärmevertheilung im Gotthard I. Theil. Der schweiz. naturf. Gesellschaft zu ihrer 60. Jahresversammlung in Bex gewidmet von F. M. Stapff. Bern 1877 (56 Seiten Quart mit 2 Tafeln)“. Den Hauptinhalt dieser Abhandlung theilen wir nach den einzelnen Abschnitten in Folgendem mit:

1) Siehe diese Zeitschrift VII. Band, pag. 386.

1. Mittlere Lufttemperatur an der Profillinie des Gotthard-Tunnels. Der Autor findet, dass sich die Jahresmittel (in Celsius-Graden) darstellen lassen durch die Formel

$$T = 5.36 + 0.000066 D - 0.00684 h$$

wo  $D$  die Entfernung vom Nordportal in Meter und  $h$  die relative Höhe über Göschenen (1102 Meter) bedeuten. Der Rechnung liegen zu Grunde die beobachteten Temperaturen zu Göschenen (1102<sup>m</sup>, 46° 40' N), Andermatt (1448, 46° 38'), Gotthard (2093, 46° 33') und Airolo (1178, 46° 31').

2. Mittlere Bodentemperaturen an der Profillinie des Gotthard-Tunnels. Dieselben werden bestimmt aus den beobachteten Temperaturen der in der Erdoberfläche circulirenden Quellen. Der Verfasser unterscheidet auf seinem Terrain Rasenquellen, Bodenquellen und Gesteins- oder Schichtenquellen, und giebt mit allem Detail die Temperaturbestimmungen von 42 derselben. Zur Ableitung der Bodentemperatur benützt er aber blos die „Bodenquellen“ nach Anbringung einer Correction für den jährlichen Gang der Quellentemperatur. Die mittlere Bodenwärme längs der Tunneltracé lässt sich darstellen durch die Formel

$$\theta = 7.88 + 0.000047 D - 0.00485 h$$

3. Temperaturbeobachtungen im Gotthard-Tunnel. Dieselben zerfallen in die Beobachtungen der Temperatur der zuzitenden Wasser, die stets sogleich gemessen worden ist, in Beobachtungen der Lufttemperaturen im Stollen und in Beobachtungen der Gesteinstemperatur.

Die Lufttemperatur ist abhängig von der Arbeitsperiode. Während des „Maschinenbohrens“ sinkt sie unter die mittlere, während der „Schutterperiode“ steigt sie über die mittlere. Der Lufthahn ist während dieser Periode wenig oder gar nicht geöffnet. Die Bestimmung der Lufttemperatur im Stollen geschah mittels unempfindlicher Thermometer von Negretti und Zambra. Es zeigte sich, dass 100 Meter vom Einbruch nach rückwärts die Lufttemperatur schon von der Arbeitsperiode unabhängig und fast constant blieb. Die Mittelzahl aus 10 hinter Ort in Abständen von 10 zu 10 Meter beobachteten Lufttemperaturen kommt den auf der gleichen Strecke ermittelten Gesteinstemperaturen stets sehr nahe. Zur Beobachtung der Gesteinstemperatur fand es Stapff nach vielen Versuchen, die im Original näher angeführt werden, schliesslich am einfachsten und zweckmässigsten, unempfindliche Thermometer von Negretti und Zambra zu verwenden. Dieselben werden in einer mit einem Henkel versehenen Metallbüchse auf den Boden des mindestens 1 Meter tiefen Bohrloches geschoben, und das letztere wird vom Thermometer bis zum Rand mit gelöstem Werg u. dgl. möglichst luftdicht verstopft. Nach 2 bis 3 Tagen haben die Thermometer die Gesteinstemperatur angenommen und ihre Angaben bleiben constant. Auf diese Weise werden nun bei jeder sich darbietenden Gelegenheit, d. h. wenn die Tunnelarbeit aus irgend einem Grunde sistirt werden muss, mit Benützung gerade vorhandener Bohrlöcher Beobachtungen über Gesteinstemperaturen angestellt.

Es lassen sich aber auch aus den beobachteten Lufttemperaturen mit genügender Sicherheit die Gesteinstemperaturen ableiten. Bis jetzt sind im Tunnel 30 Gesteinstemperaturen direct beobachtet worden. Herr Stapff wählt davon 9 ganz zuverlässige aus und vergleicht sie mit den entsprechenden Luft-

Temperaturen. Es ergeben sich folgende Correctionen, die an diese letzteren anzubringen sind, um die Gesteinstemperaturen zu erhalten:

Lufttemperatur vor Ort .....	—0·08° C.	±0·64°
„ hinter Ort .....	—0·13	±0·35
„ beim Bohren .....	+1·05	±1·39
„ „ Schüttern .....	—1·49	±0·60

Mit Hilfe dieser Differenzen zwischen Gesteins- und Lufttemperatur vor und hinter Ort erhält der Verfasser im Ganzen 79 Gesteinstemperaturen. Die Tabellen, Seite 30 bis 35, geben dieselben in detaillirtester Weise. Von den 79 Gesteinstemperaturen sind 9 direct gemessen, 16 aus Lufttemperaturen vor Ort, 5 aus Lufttemperaturen hinter Ort, 49 aus Lufttemperaturen vor und hinter Ort abgeleitet, so dass diese Temperaturen als mit einem durchschnittlichen Fehler von  $\pm 0\cdot41^\circ$  behaftet anzusehen sind.

4. Berechnung der Zunahme der Gesteinstemperaturen nach dem Erd-Innern. Zu diesem Zwecke werden die Temperaturzunahmen von der Oberfläche gegen den Tunnel zuerst nach den verticalen Tiefen geordnet und in Tabellen gebracht, dann geschieht dasselbe nach kürzesten Abständen von der Oberfläche. Diese letztere Methode ist eigentlich die correcteste; es unterscheiden sich aber in den vorliegenden Fällen die Längen der Verticalen von einem Punkte des Tunnels zur Oberfläche nur sehr wenig von jenen der entsprechenden Normalen. Der Verfasser führt demungeachtet die Rechnung nach beiden Gesichtspunkten getrennt in aller Ausführlichkeit durch. Er wählt eine parabolische Function zur Darstellung der Abhängigkeit der Gesteinstemperatur von der Tiefe und bestimmt die Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate. Setzt man die Temperaturzunahme der Tiefe direct proportional, so werden die Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung, wie zu erwarten ist, grösser, demungeachtet halten wir diese Annahme für die natürlichste, sobald man die Temperatur nur als abhängig von der Tiefe ansieht und auf die Gestalt der isothermen Flächen im Innern des Berges keine Rücksicht nimmt.<sup>1)</sup> Bleibt man fürs Erste bei der einfachen Proportionalität stehen, so erhält man aus der Gesamtheit der Gesteinstemperaturen im Gotthard eine Wärmezunahme von  $2\cdot16^\circ$  Cels. für 100 Meter oder eine Tiefenstufe von 46 Meter für  $1^\circ$  Cels. Wärmezunahme. (Die verticalen Abstände geben  $2\cdot07^\circ$  Cels. für je 100 Meter.)

Abgesehen von den Aenderungen der Tiefenstufen für gleichen Wärmezunahme, welche durch die verschiedene Neigung der isothermen Flächen im Innern der Gebirge gegen die Oberfläche derselben entstehen müssen, zeigten sich in den einzelnen Werthen dieser Wärmezunahme auch auffallende locale Einflüsse, welche der Verfasser auf pag. 41 und 49 näher bespricht. Am bemerkenswerthesten ist die auffallend starke Wärmezunahme unter der Andermatt Ebene, in einer Entfernung von 2000 bis 3500 Meter vom Nordportal. Die mittlere Tiefe ist hier 305 Meter und die Temperaturzunahme  $14\cdot0^\circ$  Cels., d. i. also  $1^\circ$  Cels. auf 21·8 Meter. Da der Tunnelscheitel 1700 Meter unter der Oberfläche liegen wird, so würde, wenn dieses Maass der Wärmezunahme auch dort Geltung haben würde, eine Gesteinstemperatur von  $77^\circ$  Cels. sich ergeben.

<sup>1)</sup> Wie uns Herr St apff mitgetheilt hat, wird die Untersuchung dieses Verhältnisses einen Abschnitt des zweiten Theiles seiner Abhandlung bilden.

Glücklicherweise ist nach den übrigen Beobachtungen eine so hohe Temperatur durchaus nicht zu erwarten.

Herr Stappff glaubt die relativ hohe Temperatur in 300 Meter Tiefe unter dem Thalgrund von Andermatt auf die Beschaffenheit des Gesteins zurückführen zu dürfen; es sollen hier Zersetzungen stattfinden, eine Kaolinisierung des Gesteins und Bildung von Gyps.

5. Berechnung der Zunahme der Wassertemperaturen. Der Unterschied zwischen Gesteins- und Wassertemperaturen nimmt ab mit zunehmender Gesteinstemperatur. Ist  $D$  diese Differenz,  $t$  die entsprechende Gesteinstemperatur, so ergibt sich mit genügender Annäherung an die Beobachtungen die Formel

$$D = 7.09 - 0.2872 t$$

wonach diese Differenz gleich Null wird für eine Gesteinstemperatur von  $24.7^\circ$ . Es muss hiezu bemerkt werden, dass bisher die Wässer nicht von unten aufstiegen, ihre Temperatur also nur von der Höhe und Beschaffenheit des über dem Tunnel liegenden Gesteins abhängen konnte.

6. In der Tunnelscheitelstrecke zu gewärtigende Temperatur. Der Autor findet aus seinen Formeln mit Rücksicht auf die wahrscheinlichen Fehler derselben also Mittelwerth für die Gesteinstemperatur in der Tunnelscheitelstrecke  $32.8^\circ$  Cels.  $\pm 1.51$ . Die verticale Tiefe derselben wird, wie schon erwähnt, 1700 Meter sein, die Normale wird aber nur 1560 Meter haben.

Dass die isothermen Flächen im Innern des St. Gotthard wie des Mont Cenis schwächer ansteigen, als die Oberfläche des Gebirges, ergibt sich aus folgenden Beobachtungsergebnissen:

Zunahme der Gesteinstemperaturen in der Richtung der Normalen im St. Gotthard:

Tiefe des Tunnels unter der Oberfläche	301	558	1026	1165 Meter
Tiefenstufe für $1^\circ$ Cels. ....	24.0	42.3	51.8	52.5 "
Zahl der Beobachtungen.....	32	10	11	14 —

im Mont Cenis:

Tiefe des Tunnels .....	520	910	1370	1528 Meter
Tiefenstufe .....	30	36	46	50 "

Die höchste Gesteinstemperatur im Mont Cenis-Tunnel in 1607 Meter Tiefe war  $29.5^\circ$  Cels., die höchste bisher im St. Gotthard beobachtete war  $27.4^\circ$  in 1075 Meter Tiefe. Die Temperaturmessungen reichten auf der Nordseite schon bis 4400 Meter, auf der Südseite bis 4100 Meter einwärts. Die Tiefen über 1000 Meter gehören alle der Südseite an.

Die Vergrößerung der Tiefenstufen für  $1^\circ$  Wärmezunahme von der Oberfläche des Berges nach innen mit zunehmender Entfernung vom Tunneleingange ist, wie erwähnt, der Gestalt der isothermen Flächen im Innern des Gebirges zuzuschreiben, und beweist nicht etwa eine Verlangsamung der Wärmezunahme mit wachsender Tiefe in der Erde überhaupt. Die Beobachtungen im Bohrloche von Sperenberg, welche man Herrn Bergrath Dunker verdankt, haben in letzter Zeit eine ähnliche, wie uns scheint, ganz irrige Interpretation gefunden. Da diese Beobachtungen zu den besten und am tiefsten in die Erde hinabreichenden gehören, die wir über die Temperaturzunahme gegen das Erd-Innere besitzen, so

erlauben wir uns im Anschlusse an die Resultate der Beobachtungen im St. Gott-hard-Tunnel eine kurze Kritik der Schlüsse, die man an sie geknüpft hat.

Die Beobachtungsergebnisse im Bohrloche von Sperenberg sind: 1)

Tiefe, preuss. Fuss . . . . .	700	900	1100	1300	1500	1700	1900	2100	3390
Temperatur, Réaumur . . . . .	17·3	18·8	21·1	21·5	23·3	24·7	26·5	28·7	37·2

Indem Herr Dunker die Temperatur an der Erdoberfläche gleich der Luft-Temperatur der Gegend annahm, gelangte er zu folgender Interpolationsformel:

$$T = 7\cdot18 + 0\cdot012986 S - 0\cdot000\ 001\ 26 S^2$$

worin  $S$  die Tiefe unter der Oberfläche in preuss. Fuss bezeichnet.

In gänzlicher Verkennung des Wesens einer solchen Formel hat nun Herr Mohr aus ihr die Folgerung gezogen, dass nach den Beobachtungen in Sperenberg die Temperaturzunahme gegen das Erd-Innere mit der Tiefe abnimmt und schon in 5170 Fuss ein Ende erreicht. Wenn aber, sagt Mohr, das Innere der Erde der Wärmeheerd wäre, so müsste beim weiteren Eindringen in die Erde und der Annäherung an den Sitz der Wärme die Wärmezunahme rascher (oder die Tiefenstufen für gleiche Zunahme kleiner) werden. Denn die Wärme gelangt nach aussen durch Leitung fortströmend in immer grössere Kugelschalen, die Temperatur dieser letzteren muss sich daher vermindern im Verhältniss der Zunahme des Volums derselben. Da wir nun in Sperenberg beobachten, dass die Tiefenstufen umgekehrt grösser werden gegen das Erd-Innere, so müssen wir die Ursache der Zunahme der Erdtemperatur in den oberen Schichten selbst suchen. („Neues Jahrbuch für Mineralogie“ 1875, Heft 4; — „Nature“ Vol. XII, pag. 545 und Vol. XIII, pag. 8.)

Beide, Beobachtungen wie Theorie, widersprechen jedoch diesen Ansichten von Mohr.

Die Beobachtungen im Bohrloche von Sperenberg sprechen erstlich innerhalb der Grenzen ihrer Beweisfähigkeit für eine der Tiefe proportionale Wärmezunahme.

Es sind dieselben bereits in verschiedener Weise bearbeitet worden und es sind seit der ersten Abhandlung Dunker's gar viele Aufsätze darüber geschrieben und viele Formeln aufgestellt worden. 2)

Henrich ist durch graphische Darstellung der Resultate der Sperenberger Beobachtungen zu dem Resultate gekommen, dass dieselben auf einer geraden Linie liegen, d. h. also, dass die Wärmezunahme der Tiefe einfach proportional ist. Man hätte sich in der That vom Anfange an viel überflüssige Rechnungen und unrichtige Schlüsse erspart, wenn man gleich Henrich verfahren wäre und vor-

1) In Bezug auf die Güte dieser Beobachtungen, welche theils den günstigen Localverhältnissen, theils der Sorgfalt in Ausschliessung von Fehlerquellen durch Herrn Dunker zu verdanken ist, müssen wir verweisen auf: „Zeitschrift für Berg-, Hütten- und Salinenwesen im preuss. Staat 1872“; — „Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften 1872“.

2) Wir führen hier nur einige der neuesten an:

Henrich: „Ueber die Temperatur im Bohrloche zu Sperenberg“. Neues Jahrbuch 1876.

Dunker: „Ueber die möglichst fehlerfreie Ermittlung der Wärme im Innern der Erde und das Gesetz ihrer Zunahme gegen die Tiefe“. Neues Jahrbuch 1877, Heft 6.

Hottenroth: „Ueber das Gesetz der Temperaturzunahme mit der Tiefe unter Zugrundelegung der Dunker'schen Beobachtungen im Bohrloche zu Sperenberg“. Ebenda.

erst zur graphischen Darstellung gegriffen hätte. Diese würde eine Folgerung gleich jener von Mohr nie zugelassen haben, während parabolische Interpolationsformeln, über die Grenzen ihrer Gültigkeit hinaus angewendet, bald zu einem Unsinn führen, und der Nichtmathematiker dabei noch in dem Wahne bleibt, auf dem sichern Boden der Rechnung zu stehen.

Wenn man die Absicht hat, eine Reihe von Beobachtungsdaten, die nach einem unbekanntem Gesetz fortschreiten, sammt allen ihren Unregelmässigkeiten und Fehlern, möglichst genau in eine Formel zusammenzufassen, so kann man diess durch eine Reihe von steigenden Potenzen der Veränderlichen (hier die verschiedenen Tiefen), deren Coefficienten nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden, bis zu jedem beliebigen Grad der Genauigkeit jederzeit erreichen. Man darf aber dann ja nicht glauben, nun hierin den Ausdruck des Gesetzes der betreffenden Erscheinung vor sich zu haben, und mittels desselben nun über die Grenzen der Beobachtung hinaus Folgerungen ziehen zu dürfen. Im Gegentheil, je mehr Glieder man von einer solchen Formel nimmt, je genauer also die Beobachtungen dadurch dargestellt werden, desto mehr muss man sich vor einer solchen Anwendung hüten, zu desto grösseren Irrthümern führt dieselbe. Die Unregelmässigkeiten und Fehler der Beobachtungen werden gerade zumeist durch diese höheren Glieder ausgedrückt, deren Coefficienten sehr klein und die innerhalb der Grenzen der Beobachtungen nur geringen Einfluss auf das Resultat haben. Wendet man aber die Formel über diese Grenzen hinaus an, wo also die Quadrate oder Kuben der Tiefen, in unserem Falle, sehr gross werden, so erlangen diese Glieder sehr rasch das Uebergewicht über das erste Glied, welches den Haupttheil der Erscheinung ausdrückt, und man rechnet dann fast nur mit Fehlern, die bald bis ins Ungeheuerliche vergrössert werden.

Da auch der Meteorologe sehr oft in die Lage kommt, solche Formeln abzuleiten und anzuwenden, so haben wir uns erlaubt, vor dieser Quelle von irrigen Folgerungen eingehender zu warnen.

Es mag nun gestattet sein, einige der neuen Formeln zur Darstellung der Beobachtungen im Spenenberger Bohrloch hier anzuführen:

#### A) Hottenroth. <sup>1)</sup>

$$T = 11.56^\circ + 0.008275 S - 0.0000002025 S^2$$

Summe der Fehlerquadrate = 1.29, bei Annahme einer Geraden 1.47. nur um 0.18 grösser!

#### B) Dunker.

1. Acht Beobachtungen von 7—21 hundert Fuss

$$T = 17.50 + 0.00669 (S-700) + 0.000000787 (S-700)^2$$

2. Neun Beobachtungen 7—33.9 Hundert

$$T = 17.28 + 0.00799 (S-700) - 0.000000203 (S-700)^2$$

3. Acht Beobachtungen wie oben

$$T = 17.28 + 0.007793 (S-700)$$

---

<sup>1)</sup> Hottenroth sagt: In 20435' wird  $T$  ein Maximum gleich  $96^\circ$  Réaumur, bei 42221' wird  $T$  gleich Null, von da ab negativ!

## 4. Neun Beobachtungen wie oben

$$T = 17.49 + 0.007450 (S-700)$$

Die Summe der Fehlerquadrate ist bei (1) = 1.01, (2) = 1.29, (3) = 1.18 und (4) = 1.47

Nach Dunker's Formel (2) würde bei 20400' ein Temperaturmaximum von 96° Réaumur erreicht werden. Die Hinweglassung der Oberflächentemperatur hat also diese Tiefe auf das Vierfache, die Maximumtemperatur um mehr als das Doppelte erhöht!

Dass die Formel (4) von Dunker, welche einer einfachen arithmetischen Progression und gleichförmigen Wärmezunahme entspricht, den Beobachtungen innerhalb ihrer wahrscheinlichen Fehlergrenzen am besten entspricht, ersieht man aus folgendem Vergleiche zwischen Rechnung und Beobachtung:

Tiefe in Hunderten von preuss. Fuss	7	9	11	13	15	17	19	21	33.9
Beobachtete Temperatur . . . . .	17.5	19.0	20.5	22.0	23.4	24.9	26.4	27.9	37.5
Abweichung der Rechnung nach (4)	+0.2	+0.2	-0.6	+0.5	+0.1	+0.2	-0.1	-0.8	+0.3

Sowohl die Grösse der Abweichungen wie die Vertheilung der positiven und negativen Zeichen derselben sind vollständig befriedigend, und es ist darum gar kein Grund vorhanden, eine Verlangsamung der Wärmezunahme mit der Tiefe anzunehmen.

Wir können daher den Satz aufstellen: Nach den Beobachtungen im Bohrloche zu Sperenberg, welche zu den verlässlichsten ihrer Art gehören, ist die Wärmezunahme mit der Tiefe gegen das Erd-Innere eine gleichförmige und erfolgt im Verhältnisse von 1° Cels. für je 33.7 Meter, oder die Wärmezunahme pro 100 Meter ist 2.97°, also recht nahe gleich 3° Cels.

Die anfangs vielleicht bestehende Schlussfolgerung Mohr's über die theoretisch geforderte Abnahme der Tiefenstufen gegen das Erd-Innere als Sitz der Wärme ist gleicherweise unrichtig, wie sich aus Folgendem ergibt:

Bischof fand in einer Basaltkugel von 27¼ Zoll Durchmesser, 48 Stunden nach dem Gusse, die Temperatur im Mittelpunkte 154° Réaumur, 4.5 Zoll davon nach aussen 136°, in 6.75 Zoll 125°, endlich in 9 Zoll 110°. Diess giebt eine nach innen abnehmende Progression der Wärmezunahme. Die Tiefenstufe für 1° Zunahme beträgt in der äusseren Hälfte 0.172, in der inneren 0.257 Zoll. In einer durch Wärmeleitung und Wärmeausstrahlung sich abkühlenden Kugel werden also die thermischen Tiefenstufen nach innen zu immer grösser. (Naumann: „Geologie I., pag. 55, 2. Aufl.“; und Bischof: „Die Wärmelehre des Innern unseres Erdkörpers pag. 443, etc.“)

Der mathematische Ausdruck für die Temperaturänderung ( $dv$ ) gegen das Innere eines heissen, festen, sich abkühlenden Körpers, der zum Beginn der Zeit  $t$  in seiner ganzen Masse noch eine constante Temperatur hatte, ist nach Fourier gegeben durch: (Thomson u. Tait: „Theoret. Physik II., 440“):

$$\frac{dv}{dx} = b e^{-\frac{x^2}{a^2}} = \text{Temperaturänderung mit der Tiefe} \quad A)$$

$x$  Tiefe (z. B. engl. Fuss);  $a = 2\sqrt{kt}$ ;  $t$  Zeit in Jahren, verflossen seit Beginn der Abkühlung,  $k$  Wärmeleitungsvermögen des Körpers, nach Forbe's Beobach-

tungen in Edinburgh = 400 in obigen Einheiten,  $b$  Wärmezunahme für die Einheit der Tiefenzunahme an der Oberfläche.

Wir können diese Formel auch so schreiben:

$$\frac{dx}{dv} \text{ d. i. Tiefenstufe für } 1^\circ \text{ Wärmezunahme} = p e \frac{x^2}{a^2} \quad B)$$

$p = 1:b$  ist der Werth dieser Tiefenstufe an der Oberfläche, der aus den Beobachtungen auch als bekannt angenommen werden kann;  $e$  ist die Basis der natürlichen Logarithmen = 2.71828. Wie man sieht, wächst die Tiefenstufe mit der Tiefe  $x$  nach dem Gesetz  $2.718 \dots \frac{x^2}{a^2}$ . Die mathematische Theorie lehrt also gleichfalls, dass in einem heissen Körper, der durch Strahlung und Wärmeleitung sich abkühlt, die Tiefenstufen für gleichen Wärmezuwachs mit der Tiefe wachsen müssen.

Wir haben jedoch wenig Aussicht, diese Verlangsamung der Wärmezunahme gegen das Erd-Innere auch durch Beobachtungen constatiren zu können. Die obige Formel zeigt, dass wir innerhalb der uns erreichbaren Tiefen eine fast völlig gleichförmige Wärmezunahme zu erwarten haben, wenn der Wärmeheerd das Erd-Innere ist und die Abkühlung selbst erst vor 1 Million Jahre begonnen hätte.

Denn nehmen wir  $e^{-\frac{x^2}{a^2}} = 0.9$ , so erhalten wir für die Tiefe  $x$ , in welcher die Wärmezunahme nur mehr 0.9 von der an der Oberfläche (die Tiefenstufe, der reciproke Werth derselben, demnach 1.1, also nur 0.1 grösser ist, als an der Oberfläche) den Werth 130.000 engl. Fuss, wenn wir  $t$  mit Thomson = 100 Millionen Jahre setzen — hingegen 13.000 Fuss, wenn wir  $t$  gleich 1 Million setzen. Also selbst, wenn seit Beginn der äusseren Abkühlung unserer Erde bloß 1 Million Jahre verflossen wären, dürften wir erst in 13000' oder fast 4000 Meter Tiefe eine Zunahme der Tiefenstufe zu Sperenberg von nicht ganz 34 Meter auf etwas über 37 Meter erwarten. 1) Das Bohrloch zu Sperenberg ist aber bloß 4042 preuss. Fuss = 1269 Meter tief und es könnte die Zunahme daher in keinem Falle hier schon merkbar sein.

Wie precär alle unsere Schlüsse über die Wärmeverhältnisse im Erd-Innern aus Beobachtungen so nahe der Oberfläche bleiben müssen, geht aus folgendem Vergleiche wohl schlagend hervor:

Selbst das tiefste Bohrloch, das von Sperenberg, erreicht erst eine Tiefe von 1269 Meter, das ist 2 Zehntausendstel des Erdhalbmessers. Nur von einem so geringen Bruchtheile desselben liegen uns Beobachtungen vor.

Nehmen wir an, wir müssten das Gesetz der Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe aus den Beobachtungen ermitteln in ähnlicher Weise, wie diess mit der Wärmezunahme gegen das Erd-Innere der Fall ist, und wir könnten uns in die Atmosphäre nur in gleichem Verhältniss erheben, als wir in die Erde einzudringen vermögen. Nehmen wir als Höhe der Atmosphäre (oder die Höhe, wo der Luftdruck schon überaus klein ist) 15 deutsche Meilen = 111 Kilometer, so ent-

1) Die Formel für die wachsenden Tiefenstufen wäre etwa:

$$p_x = 33.7 \times 2.71828 \frac{x^2}{a^2}; \log a^2 = 8.17213 \text{ für } t = 1 \text{ Million Jahre, hingegen für } t = 100 \text{ Millionen Jahre } 10.17213, x \text{ in Meter wie } p_x.$$



spräche dem Eindringen in die Erdoberfläche bei Sperenberg eine Erhebung in die Atmosphäre von 22·16 Meter, d. i. die Höhe eines sehr mässigen Thurmes. Würden wir in 0, 11 und 22 Meter Barometer aufstellen und beobachten, so würden wir damit durchaus nicht im Stande sein, die Zunahmen der Höhenstufen für 1<sup>mm</sup> Druckänderung zu erkennen, ja es würde wohl auch ein Streit darüber entstehen, ob diese Höhenstufen mit der Erhebung zu- oder abnehmen, ohne dass Beobachtungen definitiv darüber zu entscheiden im Stande wären, denn die wirkliche Abnahme des Druckes von 0 bis 11 Meter (in  $h = 0$ ,  $B = 760$ ) ist 1·007<sup>mm</sup>, von 11—22 Meter 1·005.

In einem völlig analogen Fall befinden wir uns mit unseren Beobachtungen über die Wärmezunahme mit der Tiefe. Diess mahnt zur Vorsicht. Wir sollten in Betreff der inneren Erdtemperatur offen eingestehen, zu fühlen, „dass wir nichts wissen können“.

---