

vorigen Jahre publicirte Prof. Zeuschner ein Erstes Heft in Quart von neuen Spezies des Tatragebirgs, mit höchst interessanten Formen von Terebrateln, gespaltene Zweischaler bis zu $\frac{1}{4}$ der ganzen Länge. Alle reihen sich der *T. diphya* an. Die vierte Tafel enthält Ammoniten, deren auch die folgenden Hefte enthalten werden. Die Tafeln sind trefflich in Strassburg gearbeitet, der Druck polnisch.

Noch zeigte Hr. Bergrath Haidinger durchsichtiges explodirendes Papier, von Böttcher dargestellt, und von Wöhler ihm selbst mitgetheilt. Es ist wie sich letzterer ausdrückt, das Ideal der Schiessbaumwolle.

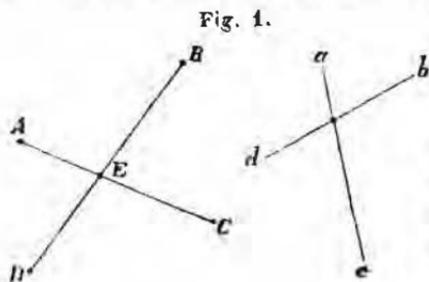
II. Spezielle Mittheilungen.

1. Ueber die Identität der collinear- und affin verwandten Figuren mit den pyramidalen und prismatischen Schnitten.

Von Simon Spitzer.

Seit den Zeiten Carnots haben einige Mathematiker den Gesichtskreis der Elementar-Geometrie erweitert, und beschäftigen sich mit allgemeinem Beziehungen rücksichtlich der Lage und Stellung der Punkte und Linien in der Ebene so wie im Raume, und führen neue und umfassendere Verwandtschaften der Figuren auf, welche sie Collinearität und Affinität benannten.

Denken wir uns zwei Systeme von Punkten A, B, C, D und a, b, c, d (Fig. 1), wo jedem Punkte des einen Systems ein Punkt im andern entspricht, nämlich dem A, a ,



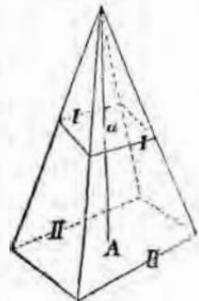
dem B, b etc. und zwar so, dass wenn in dem einen Systeme drei Punkte in gerader Linie liegen, dieses auch in dem andern der Fall ist, so nennt man diese Systeme collinear-verwandt.

Verbinde ich daher die Punkte A und C, B, und D, so erhalte ich einen Punkt E, dessen entsprechender der Durchschnitt der ac und bd ist, eben so würde ich, wenn ich AD und BC ziehe, im Durchschnitte dieser einen Punkt erhalten, dessen entsprechender in ad und bc liegt. — Man sieht hieraus, dass eine gewisse Verwandtschaft zwischen den Punkten beider Figuren da ist, vermöge welcher zu jedem beliebig gewählten Punkte der einen Figur ein entsprechender in der andern gefunden werden kann.

Ich habe mich durch längere Zeit mit diesem Gegenstande beschäftigt, endlich den Standpunct verlassen, von welchem man denselben gewöhnlich betrachtet, und einen neuen gewählt, der den natürlichen Zusammenhang der beiden Systeme höchst einfach zeigt.

Es sey, nämlich (Fig. 2) eine Pyramide, die durch zwei beliebig gelegte Ebenen geschnitten wird, so sind die Durchschnitte der, aus dem Scheitel gezogenen Strahlen mit den beiden Ebenen, collinear verwandt, denn es entspricht ja jedem Punkte a des einen Systems ein Punkt A des zweiten, und liegen im ersten drei Punkte in einer Geraden, so gilt diess auch für das zweite System, folglich: wenn man eine Pyramide durch was immer für zwei Ebenen schneidet, seyen sie parallel oder nicht parallel, so sind die dadurch entstehenden Figuren collinear-verwandt, und diess ist die von mir gefundene Erklärung der Collinearität.

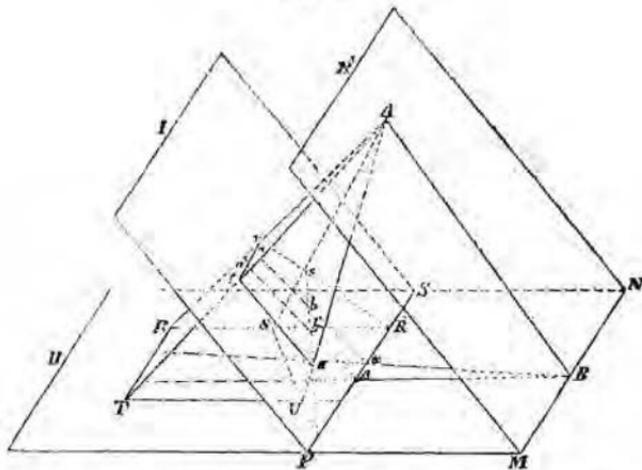
Fig. 2.



Die Ebenen der beiden Systeme schneiden sich, die Durchschnittslinie PS Fig. 3 (siehe die folgende Seite) enthält Punkte, die beiden Systemen zugleich angehörig sind, man nennt sie die Collineationsachse.

Legt man durch den Scheitel der Pyramide irgend eine Ebene ARR' , so schneidet diese, sowohl die Ebene I (in rs) als auch die Ebene II (in RR') in einander entsprechenden Geraden, die verlängert sich ebenfalls schneiden müssen, und zwar in der Collineationsachse, weil nur

Fig. 3.



diese jene Punkte enthält, welche beiden Systemen zugleich angehören. — Nur zwei Ebenen gibt es, die nicht beide Systeme schneidet, das sind diejenigen zwei Ebenen, die auch durch den Scheitel der Pyramide gehen, und je mit einem der Systeme parallel sind z. B. $B'MN$, die nur die Ebene II in MN schneidet, man nennt diesen Schnitt die Gegenachse, sie ist parallel mit der Collineationsachse.

Zieht man im Systeme I eine Reihe paralleler Geraden $ab, a'b', \dots$ so sind die entsprechenden Geraden im andern Systeme im Allgemeinen nicht parallel, denn legt man durch jede derselben und durch den Scheitel der Pyramide Ebenen, welche sich alle in der Geraden AB (die durch den Scheitel parallel zu den parallelen Geraden geht) schneiden, und sucht man den Durchgangspunct B dieser Geraden AB mit der Ebene des zweiten Systems, so erhält man einen Punct, nach welchem die, den parallelen Geraden des ersten Systems entsprechenden Geraden convergiren, weil jede Ebene, die durch den Scheitel und eine der Geraden $a, b, a'b', \dots$ durchgeht, auch durch den Punct B gehen muss. — Aendert das System der parallelen Geraden nach und nach seine Richtung, so wird auch die durch den Scheitel der Pyramide geführte Gerade ihre Richtung

ändern, und die Ebene des zweiten Systems in einer Folge von Punkten schneiden, die in einer Geraden liegen, und welche, wie leicht einzusehen, die Gegenachse selbst ist.

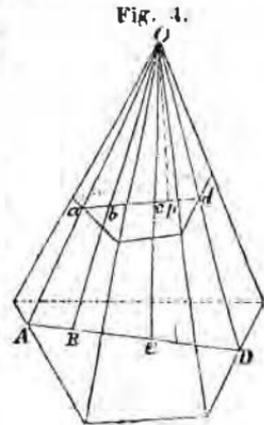
Liegen (Fig. 4) 4 Punkte des einen Systems in einer Geraden, so findet zwischen diesen und den entsprechenden 4 Punkten des andern Systems folgendes Gesetz statt:

$$\frac{ab}{cb} : \frac{ad}{cd} = \frac{AB}{CB} : \frac{AD}{CD}$$

welches man auf folgende Art findet. Man ziehe von O auf die Gerade ad den senkrechten Strahl Op, so hat man aus dem Dreiecke abO

$$\begin{aligned} \frac{ab}{bO} &= \frac{\sin aOb}{\sin Oab} = \frac{aO \cdot \sin aOb}{aO \cdot \sin Oab} \\ &= \frac{aO \sin aOb}{Op}, \end{aligned}$$

woraus $\frac{ab}{\sin aOb} = \frac{aO \cdot bO}{Op}$ folgt.



Ganz dieselbe Beziehung finden für jede andere zwei Strahlen des Strahlbüschels O, a, b, c, d und den ihnen entsprechenden Abschnitten der Geraden ad statt, so dass wir demnach die Proportionen aufstellen können:

$$\begin{array}{l} 1) \quad \frac{ab}{\sin aOb} = \frac{aO \cdot bO}{Op} \\ 2) \quad \frac{cb}{\sin cOb} = \frac{bO \cdot cO}{Op} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 3) \quad \frac{ad}{\sin aOd} = \frac{aO \cdot dO}{Op} \\ 4) \quad \frac{cd}{\sin cOd} = \frac{cO \cdot dO}{Op} \end{array} \right.$$

durch Division von 1) durch 2) und 3) durch 4) erhält man

$$5) \quad \frac{ab}{cb} \cdot \frac{\sin cOb}{\sin aOb} = \frac{aO}{cO}; \quad 6) \quad \frac{ad}{cd} \cdot \frac{\sin cOd}{\sin aOd} = \frac{aO}{cO}$$

nach Gleichstellung der 5) und 6) und einfachen Transformation:

$$\frac{ab}{cb} : \frac{ad}{cd} = \frac{\sin aOb}{\sin cOb} : \frac{\sin aOd}{\sin cOd}$$

Hieraus sieht man, dass dieses Doppelverhältniss unabhängig ist von der Länge der Strahlen, sondern bloss von

der Grösse der Abschnitte ab , bc , und von dem Winkel, den die Strahlen mit einander einschliessen, es muss daher:

$$\frac{AB}{CB} : \frac{AD}{CD} = \frac{\sin AOB}{\sin COB} : \frac{\sin AOD}{\sin COD}$$

sein, und weil $\sin aOb = \sin AOB$, $\sin cOb = \sin COB \dots$ auch

$$\frac{ab}{cb} : \frac{ad}{cd} = \frac{AB}{CB} : \frac{AD}{CD}$$

Man ist dadurch im Stande zu vier, in gerader Linie liegenden Punkten A, B, C, D des einen Systems und dreien a, b, c des andern, den entsprechenden vierten durch Rechnung zu finden, indem in der letzten Proportion bloss $\frac{ad}{cd}$ unbekannt ist, daher gefunden werden kann, wodurch b bestimmt ist.

Es seyen die beiden Systeme (Fig. 5) A, B, C, D

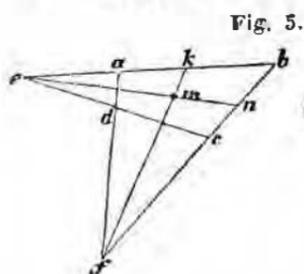
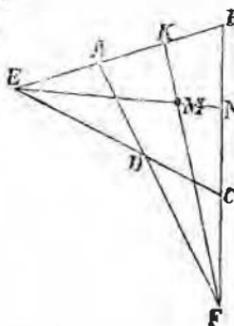


Fig. 5.



und a, b, c, d collinear verwandt, so sind auch E und e , F und f entsprechende Punkte, und man findet, zu jedem andern des einen Systems z. B. zu M seinen entsprechenden im zweiten Systeme auf folgende

Art: Man verbinde E mit M , und F mit M , so erhält man die Punkte N und K , deren entsprechende n und k man nach dem Vorhergehenden leicht finden kann, da je vier in einer Geraden liegende Punkte des einen Systems und die drei entsprechenden des andern gegeben sind. Verbindet man dann auch e mit n und f mit k , so ist im Durchschnitte dieser, der dem M entsprechende Punkt m .

Wenn man über derselben Grundfläche zwei verschiedene Pyramiden beschreibt, und beide durch eine Ebene schneidet, so sind die entstehenden Schnitte auch collinear verwandt.

Geht die Pyramide in ein Prisma über, d. h. rückt der Scheitel der Pyramide unendlich weit hinaus, und schneidet man das Prisma ebenfalls durch zwei Ebenen, die parallel oder nicht parallel seyn können, so heisst die dadurch entstehende Verwandtschaft der Figuren: Affinität.

Es ist, wie man sieht, die Collineation eine Verallgemeinerung der Aehnlichkeit, und die Affinität eine Verallgemeinerung der Congruenz, denn werden die zwei schneidenden Ebenen parallel, so werden die collinearen Figuren ähnlich, die affinen congruent.

2. Ueber die Kreidefossilien von Nagorzany bei Lemberg.

Von Franz Ritter v. Hauer.

Mitgetheilt am 7. Mai 1847.

Noch vor wenigen Jahren war der ausserordentliche Reichthum der Galizischeo Kreideformation an Fossilresten so gut wie nicht bekannt; die wenigen Arten, die sich in den Arbeiten von v. Lill angegeben finden, zeigen dass zur Zeit als derselbe seine Forschungen über das Galizische und Podolische Becken veröffentlichte*), noch sehr wenige Nachsuchungen nach denselben angestellt worden warco. In den letzten Jahren aber wurden besonders durch die Bemühungen der Herren Ritter v. Sacher-Masoch, Appellationsrath Nechay und Prof. Dr. R. Kner, eine grosse Anzahl von sehr interessanten und zum Theil ganz neuen Formen in der nächsten Umgebung von Lemberg besonders bei Nagorzany aufgesammelt. Im Jahre 1843 sendete Herr Gubernialrath v. Sacher eine sehr schöne Suite derselben an das k. k. montanistische Museum, und eine noch voll-

*) Memoires de la société géologique de France I. p. 45.