

klein werdend, so ergibt sich auf die bekannte Weise unter der Voraussetzung der Stetigkeit der Function $f(x)$ und ihrer Differentialquotienten in der Gegend des für x gewählten Werthes,

$$f(x+h) = f(x) + h \lim. \frac{\Delta f(x)}{w} + \frac{h^2}{1.2} \lim. \frac{\Delta^2 f(x)}{w^2} + \dots + \frac{h^{r-1}}{1.2.3\dots(r-1)} \lim. \frac{\Delta^{r-1} f(x)}{w^{r-1}} + R$$

wobei

$$R = \lim. (n-r+1) \binom{n-z-1}{r-1} \Delta^r f(x+zw)$$

oder auch

$$R = \lim. \binom{n}{r} \Delta^r f(x+zw)$$

erscheint. Diese beiden Ausdrücke reduciren sich, wenn man die Symbole $\binom{n-z-1}{r-1}$ und $\binom{n}{r}$ durch die Brüche, welche sie vorstellen, ersetzt und erwägt, dass zw zwischen 0 und nw oder h fällt, mithin unter der Gestalt des Productes θh gedacht werden kann, wobei θ einen zwischen 0 und 1 liegenden Factor bedeutet, auf

$$R = \frac{h^r (1-\theta)^{r-1}}{1.2.3\dots(r-1)} \lim. \frac{\Delta^r f(x+\theta h)}{w^r}$$

und

$$R = \frac{h^r}{1.2.3\dots r} \lim. \frac{\Delta^r f(x+\theta h)}{w^r}$$

wobei θ in der zweiten Form der Ergänzung R nicht denselben Werth hat, wie in der ersten. Wie mit dieser Deduction die Entwicklung der Grundbegriffe der Differentialrechnung, und zwar auf die lichtvollste Weise gegeben werden kann, bedarf keiner weiteren Erörterung.

Sitzung vom 13. Juli 1848.

Herr Bergrath Haidinger las folgende Mittheilung „über den Pleochroismus des oxalsauren Chromoxydkalis.“

Seit längerer Zeit mit Untersuchungen von Krystallen in Beziehung auf ihre chromatische Lichtabsorption beschäftigt, drängte sich mir der Gedanke auf, dass es möglich seyn müsste, gewissen Gesetzen des Vorkommens der natürlichen Farben auf

die Spur zu kommen, wenn es gelänge, die Farben gewisser einfacher Körper und ihre ersten Verbindungen unter verschiedenen Verhältnissen zu verfolgen. Längst hatte ich gewünscht, das von W. Gregory entdeckte blaue Doppelsalz von oxalsaurem Chromoxyd und oxalsauren Kali ($3 \text{K} \ddot{\text{E}} + \ddot{\text{E}}\text{r} \ddot{\text{O}}^3 + 6 \text{H}$) bei der von anderen Chromsalzen so verschiedenen blauen Farbe zu untersuchen. Noch viel lebhafter wurde mein Wunsch, als sich an den Krystallen des uralischen Chrysoberylls, v. Wörth's Alexandrit, der glänzende Trichroismus herausgestellt hatte*) und zwar mit Farben, die auch bei anderen Chromverbindungen ganz eigenthümliche Erscheinungen erwarten liessen. Eine der Farben des Alexandrits stimmte aber ganz mit der Farbe der Auflösungen von Chromalaun oder Chromchlorür in der Eigenschaft überein, dass sie in dünnen Lagen seladongrün, in dicken Lagen colominroth ist, und auf diese Art selbst durchsichtige Mittel von derjenigen Classe hervorbringt, welche Herschel**) dichromatische genannt hat. Es finden nämlich bei dergleichen Mitteln zwei Maxima des Lichtdurchgangs statt, wie bei den blauen Kobaltgläsern. Auch jene Chromlösungen, wenn man durch sie hiedurch etwa das durch ein Prisma hervorgebrachte Bild einer Lichtlinie betrachtet, zeigen sehr schön abgesondert ein grünes und ein rothes Bild. Ich hatte später mehrfach Gelegenheit, Herrn Dr. Schneider, Assistenten des chemischen Lehrfaches an der k. k. Universität, für die freundliche Mittheilung interessanter Krystalle dankbar zu seyn. Auch Gregory's Chromoxydsalz verdanke ich seiner zuvorkommenden Gefälligkeit.

Ueber das Salz selbst und verwandte Verbindungen sind chemische Untersuchungen mehrfältig angestellt worden, von Gregory, Graham, Mitscherlich, Croft, Berlin, Malaguti, Warrington, Bussy.***) Dabei findet sich als Farbe des oxalsauren Chromoxydkalis angegeben: „Die Krystalle sind schwarz und glänzend, aber an dünnen Kanten

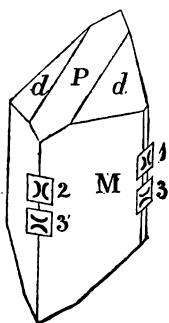
*) Ueber den Pleochroismus des Chrysoberylls. Berichte über die Mittheilungen u. s. w., Bd. II, S. 440.

***) Vom Licht. Uebersetzt von Schmidt. S. 251.

****) Berzelius Lehrbuch. V. Aufl. Bd. III. S. 1087. L. Gmelin, Handbuch der Organischen Chemie 4. Aufl. 1848. S. 840.

sind sie im Durchsehen blau.*) Als ich ganz feine, nadelförmige Krystalle, die in gewöhnlichem Lichte schön dunkelblau erscheinen, durch die dichroskopische Loupe untersuchte, zeigte sich ein ausserordentlich schöner Gegensatz der zwei im ordinären und extraordinären Bilde erscheinenden Farben. Bei senkrechter Stellung der Prismen war das obere ordinäre Bild grün, das untere extraordinäre blau, und zwar das Blau des unteren etwas heller, als das Grün des oberen, so dass der Gesamteindruck im gewöhnlichen Lichte auch blau hervorbringen muss.

Die regelmässigen Formen des Salzes gehören in das augitische Krystallsystem. Da sich bei so vielen anderen Krystallspecies schon drei verschiedene Farbentöne nach den drei Elasticitätsaxen orientirt gefunden hatten, so musste auch hier die Untersuchung darauf fortgeführt werden, was auch gelang, obwohl bei der geringen Durchsichtigkeit die Töne sich nur unter besonders günstigen Umständen wahrnehmen liessen. Berzelius hat folgende Beschreibung: „Die Krystalle werden gewöhnlich gross und regelmässig, rhombische Prismen mit zweiseitiger Zuspitzung bildend. Die stumpfen Kanten des Prisma's sind zuweilen durch Flächen ersetzt, wodurch das Prisma sechsseitig wird.“



Ich beobachtete die in beistehender Skizze dargestellte Form, bestehend aus der geneigten Basis P , dem Längsprisma d und dem der Axe parallelen Prisma M , mit der Bezeichnung

$$0 (P). \bar{D} (d). \infty A (M). \infty D (r)$$

Annähernde Messungen gaben die Winkel:

$$d \text{ gegen } d \text{ (über } P) = 140^\circ$$

$$M \text{ gegen } M = 70^\circ$$

$$0 \text{ gegen die vordere}$$

$$\text{scharfe Kante } MM = 110^\circ$$

Die Flächen P und d sind gut gebildet, und ziemlich eben, die Flächen M aber sind immer etwas uneben, mehrere Krystalle in wenig verschiedener zum Theile divergirender

*) S. 1088.

Stellung zusammengehäuft, so dass die Messungen mit bessern Krystallen wiederholt werden sollten. Die Krystalle waren bis einen halben Zoll lang, bei einem Durchmesser von einer Linie, aber die am besten ausgebildeten viel kleiner.

Es zeigten sich nun die Farbentöne durch die dichroskopische Loupe, wie folgt:

1 Normale	}	Grün	{	(zwischen seladon-	{	(wenig mehr	{	dunkel-	}	Ton.
grün und lauch-				violetgrau		ster				
grün, in das Vio-				(wenig mehr		mittlerer				
2 Queraxe		lette ziehend		(gelbl. grün)		hellster		
3 Axe		Berlinerblau								

Die Prismen sind oft zwischen zwei Flächen von *M* ganz dünn, man kann dann zuweilen leicht die geringe Differenz zwischen den zwei grünen Tönen wahrnehmen. Auf quer nach der Axe abgesprengten Schiefeln gelingt es wegen der Dunkelheit der Farben nicht. Wenn man dagegen eine Auflösung des Salzes in den gewöhnlichen Cylinder-Probegläsern der langsamen Abdampfung überlässt, so setzen sich manchmal so dünne Blättchen gerade auf die Fläche *P* aufkrystallisirt an, dass man gute Beobachtungen erhält.

Durch die Sonne erleuchtet, wenn man das Sonnenbild durch eine der Axe von *M* parallele Kante, wie durch ein Prisma betrachtet, ist das obere Bild nur an den äussersten dünnsten Stellen grün, an den dickeren Stellen ist es colombinroth, wie der schönste Granat. Bei Kerzenlicht ist das obere Bild bei jeder Dicke roth, das ganze Salz ist röthlichviolet. Das untere blaue Bild behält in jeder Art von diesen Beleuchtungen seine schöne Farbe. Der Unterschied der Durchsichtigkeit zwischen dem Roth und dem Blau bei Kerzenlicht ist nicht so gross als der zwischen dem Grün und dem Blau bei dem gewöhnlichen Tageslichte.

In Gmelin's Handbuch findet sich folgende Angabe: „Die Krystalle lassen nicht den mittleren Theil des rothen Strahls des Spectrums hindurchgehen. Brewster.“

Nach Bussy und Berlin ist das Pulver der Krystalle grün, ein einfärbiger dunkelblauer Körper könnte kein anderes als auch ein blaues Pulver haben; aber das Pulver dieses Salzes ist wirklich grün. Es geschieht hier, da die Krystalle

pleochromatisch sind nichts anders, als dass durch das Pulvern sämtliche Farbentöne heller werden. Der blaue als der durchsichtigere verschwindet ganz, sowie man viele blaue Krystalle hat, die ein weisses Pulver geben, aber der grüne Ton ist viel dunkler, er bleibt daher auch in dem Pulver übrig. Bei Kerzenlicht betrachtet, ist aber das Pulver nicht mehr grün, sondern röthlichgrau.

Die Farbe der Auflösung ist nach den verschiedenen Sättigungsgraden von einem blassen seladongrün bis zum dunkelsten colombinroth. Sie zeigt sehr deutlich die Erscheinung der einfarbigen Ringe, die zuerst von Löwe*) beobachtet wurden, und zwar gerade in der Uebergangsfarbe von grün zu violett erscheinen deutliche violette Ringe im grünen Grunde. Gesättigte Tropfen der Auflösung, wie diess bereits beschrieben worden ist, erstarren amorph wie Gummi, wenn man sie z. B. $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Linie gross auf eine Glasplatte bringt. Ihre Farbe ist genau die dichromatische, um mit Herschel zu sprechen, der Auflösung. Später tritt in denselben schon erstarrten Körpern eine Krystallbewegung ein, und sie ordnen sich entweder in aus einem oder wenigen Puncten auslaufenden Krystallfasern an, oder es zieht sich auch wohl Alles auf einen einzigen Krystall zusammen. Zuweilen zerspringen die gummiähnlich erstarrten Massen, und lösen sich leicht vom Glase ab.

Gerne hätte ich noch mehrere analoge Verbindungen untersucht, auch habe ich desswegen zum Theil die Bekanntmachung dieser an sich so schönen Erscheinung an dem Gregory'schen Salze verschoben, aber der Krystallograph, der Physiker muss sich der Hand des Chemikers bedienen, der selbst wieder lieber andere Wege verfolgt, als die deren Zweck bloss die Hervorbringung in chemischer Beziehung schon bekannter Krystalle wäre.

*) Berichte u. s. w. Band II, S. 77.