

# Pleochroitische Höfe.

Ihre Ausbildungsformen und ihre Verwendung  
zur geologischen Zeitmessung.

---

## Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät der Georg-August-Universität  
zu Göttingen

vorgelegt von

**Bernhard Gudden**

aus Bonn.

+ 1945

Bücherei  
  
Dr. Heinz  
Meißner

---

Göttingen 1919.

Druck der Dieterichschen Universitäts-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Angenommen von der mathematisch-naturwissenschaftl. Abteilung.

Tag der mündlichen Prüfung: 30. Juli 1919.

Referent: Herr Prof. Dr. R. Pohl.

Dem Andenken meiner lieben Mutter.

# Inhalt.

---

|  | Seite |
|--|-------|
| Einleitung . . . . .   | 7     |
| I. Die Ausbildungsformen der pleochroitischen Höfe.  |       |
| 1. Zusammenhang von „ $\alpha$ -Wirkung“ und Verfärbung . . . . .                          | 10    |
| 2. Berechnung der „ $\alpha$ -Wirkung“ in einem Hof . . . . .                              | 11    |
| 3. Die zeitlich aufeinanderfolgenden Entwicklungszustände der Höfe . . . . .               | 18    |
| 4. Die Randverstärkung und die Augentäuschung von Mach . . . . .                           | 21    |
| 5. Die abweichenden Erscheinungen im Cordierit . . . . .                                   | 26    |
| II. Die Verwendung der Höfe zur geologischen Zeitmessung.                                  |       |
| 1. Die Abhängigkeit des Schwindens der Höfe von der Temperatur . . . . .                   | 28    |
| 2. Die radiographische Bestimmung des Uran-(Thor-)Gehaltes in den Hof-<br>kernen . . . . . | 34    |
| 3. Anwendungen auf die geologische Zeitmessung . . . . .                                   | 35    |
| Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .   | 37    |

---

## Einleitung.

---

Verschiedene Minerale zeigen pleochroitische Höfe. So bezeichnet man kugelige oder um größere Einschlüsse schalige Gebiete veränderter Färbung oder Doppelbrechung. Querschnitte durch solche Gebilde, wie sie ein Gesteinsdünnschliff zeigt, geben die Lichtbilder 1 und 2 (Tafel I). Die Halbmesser der verfärbten Kreise und die Breite der Säume übersteigt nie 0,05 mm. Besonders bemerkenswert sind die Höfe mit scharf abgesetztem helleren Ring und dunklerem Außenrand (Bild 3 und 4, Tafel I).

Nach anfänglichen Fehldeutungen — der erste Entdecker Rosenbusch 1877 glaubte an einen organischen Farbstoff — wissen wir seit 1907 durch Mügge<sup>1)</sup> und Joly<sup>2)</sup> mit Sicherheit, daß die pleochroitischen Höfe das Ergebnis radioaktiver, und zwar  $\alpha$ -Strahlung sind.

Wir kennen von den  $\alpha$ -Strahlen zwei verschiedene Wirkungen.

1) Eine längs der ganzen Flugbahn gleichmäßige, wie sie Kinoshita<sup>3)</sup> für die Wirkung auf die Bromsilberplatte festgestellt hat.

2) Eine der Braggschen Ionisationskurve (Fig. 1) entsprechende mit größter Wirkung am Ende der Reichweite.

— Ein Blick auf Bild 3 scheint eine genaue Übereinstimmung mit der Braggschen Kurve zu beweisen, insbesondere stärkste Wirkung am Ende der Reichweite, während der innere dunklere Kern seine Erklärung in der Übereinanderlagerung der Höchstwirkungen der  $\alpha$ -Strahlgruppen geringerer Reichweiten findet. In der Tat ist

---

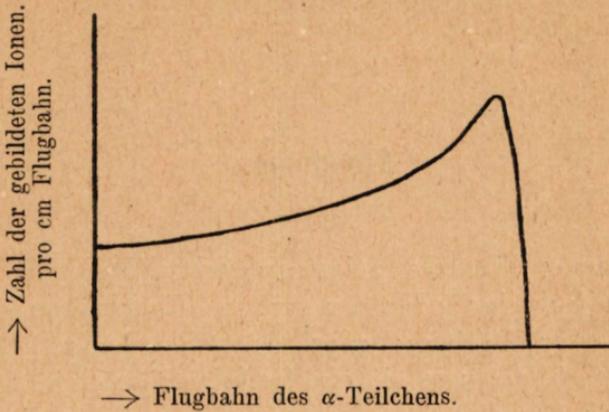
1) Mügge, Zentralbl. f. Min. 1907, S. 397; 1909, S. 65, 113, 142. — Hövermann, N. J. f. Min. etc., Bd. XXXIV, S. 321.

2) Joly, Phil. Mag. [6] 13, S. 381, 1907; 19, S. 327, 630, 1910. — Nature 10. Febr. 1910.

3) Kinoshita u. Jkeuti, Proc. Roy. Soc. A. 83, S. 432, 1910. Phil. Mag. [6] 29, S. 420, 1915.

dieser Schluß von Joly gezogen und seitdem in die einschlägigen Abhandlungen übergegangen.

Figur 1.  
Die Braggsche Kurve.  
Stärkste Ionisation am Ende der Reichweite.



Die vorliegende Arbeit bezweckt nun in ihrem ersten Teile, diese Vorstellung nachzuprüfen, indem unter bestimmten einfachen Annahmen die in einem pleochroitischen Hof zu erwartende Färbung in ihrer Abhängigkeit von der Größe der Strahlungsquelle und dem Abstand von ihr zahlenmäßig berechnet und mit den beobachteten Höfen verglichen wird. Dabei wird der Nachweis erbracht, daß die oben erwähnte Randverstärkung nur eine Augentäuschung ist, daß aber trotzdem die beobachtete und gemessene Färbungsverteilung für eine der Braggschen Kurve entsprechende Wirkung im Kristall spricht.

Von zahlreichen mineralogischen Einzelfragen abgesehen, besitzen die pleochroitischen Höfe auch deswegen ein allgemein physikalisches Interesse, weil sie Rückschlüsse auf geologische Altersverhältnisse ermöglichen:

Ist bekannt a) Art und Menge des radioaktiven Stoffes in einem Hofkern, b) Zahl der  $\alpha$ -Teilchen, die im gleichen Mineral eine dem Hof gleiche Verfärbung hervorrufen, so läßt sich die zur Bildung des Hofes erforderlich gewesene Zeit berechnen, falls keine merkliche Entfärbung der Höfe durch Wärmebewegung erfolgt und einige andere Voraussetzungen erfüllt sind.

Auf diese Möglichkeit ist von Mügge schon 1907 hingewiesen worden und 1913 haben Joly und Rutherford<sup>1)</sup> das Verfahren ausgearbeitet.

1) Joly u. Rutherford, Phil. Mag. [6] 25, S. 644, 1913. Lawson, Die Naturwissenschaften, 1917, Heft 26/27.

Die Zulässigkeit dieses Verfahrens wird im zweiten Teil dieser Untersuchung geprüft mit dem wesentlichen Ergebnis, daß einerseits die Grundlagen einer solchen geologischen Zeitmessung zur Zeit noch sehr unsicher sind, andererseits, daß eine Möglichkeit gezeigt wird, weniger als  $10^{-11}$  g Uran (oder doppelt soviel Thor) in den Hofkernen radiographisch nachzuweisen, während die empfindlichsten auf der Ionisation beruhenden Verfahren höchstens  $10^{-8}$  g Uran zu bestimmen gestatten.

Unternommen wurde die vorliegende Untersuchung ursprünglich unter mineralogischen Gesichtspunkten, indem Geheimrat Mügge, Direktor des hiesigen mineralogischen Instituts, sich Ende 1912 an Geheimrat Riecke, den im Jahre 1915 verstorbenen Direktor der hiesigen Abteilung für Experimentalphysik, gewandt hatte, um einige bei seinen Arbeiten über die pleochroitischen Höfe offen gebliebene Fragen von physikalischer Seite bearbeiten zu lassen.

Die mineralogisch bedeutsamen Ergebnisse, sowie Ergänzungen zu den hier behandelten, erscheinen demnächst an anderer Stelle. Die vorliegende Dissertation bringt lediglich die oben berührten physikalisch wichtigen Punkte.

---

## I. TEIL.

### Die Ausbildungsformen der pleochroitischen Höfe.

#### I. Zusammenhang von „ $\alpha$ -Wirkung“ und Verfärbung.

Über den Verfärbungsvorgang in den Mineralen wissen wir nichts. Sicher ist nur, daß die Verfärbung einen bestimmten Wert nicht überschreitet — Joly vergleicht den Vorgang in den Höfen mit der Belichtung photographischer Platten, auf denen sich auch Verschiedenheiten bei fortgesetzter Belichtung allmählich ausgleichen.

Man muß wohl annehmen, daß infolge der Wirkung der  $\alpha$ -Strahlen (im Folgenden kurz „ $\alpha$ -Wirkung“ genannt) bestimmte Atome oder Atomgruppen im Kristallgitter beeinflußt und in einen lichtabsorbierenden und dadurch färbenden Zustand versetzt werden. Die mehrfach ausgesprochene Ansicht, die Verfärbung rühre von den aus den  $\alpha$ -Teilchen hervorgegangenen und im Kristall eingeschlossenen Heliumatomen her, ist aus verschiedenen Gründen unhaltbar. Über den eigentlichen Vorgang der Verfärbung soll und kann hier weiter nichts gesagt werden. Doch wird in dieser Arbeit folgender naheliegende Zusammenhang von „ $\alpha$ -Wirkung“ und Verfärbung zugrunde gelegt. Ihre Rechtfertigung findet diese Auffassung in der guten Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

In jedem Zeitteil  $dt$  werde durch „ $\alpha$ -Wirkung“ der Bruchteil  $\lambda M dt$  der noch nicht färbenden Atome  $M$  in den färbenden Zustand übergeführt; desgleichen gehe durch „ $\alpha$ -Wirkung“ der Bruchteil  $\mu N dt$  und durch Wärmeschwingung der Bruchteil  $\delta N dt$  der färbend gewordenen Atome  $N$  in den nichtfärbenden stabilen Zustand zurück. Dann ist

$$\frac{dN}{dt} = \lambda M - \mu N - \delta N.$$

Bedeutet  $M_0$  die Gesamtzahl der in dem betrachteten Kristallteil befindlichen Atome, die durch „ $\alpha$ -Wirkung“ in einen lichtabsor-

bierenden Zustand übergeführt werden können, so ist  $M = M_0 - N$ . Die Integration ergibt

$$N = \frac{\lambda}{\lambda + \mu + \delta} M_0 (1 - e^{-(\lambda + \mu + \delta)t}).$$

Die Höchstzahl färbend gewordener Atome ist

$$N_\infty = \frac{\lambda}{\lambda + \mu + \delta} M_0.$$

Sie ist also umso geringer, je größer  $\mu$  und  $\delta$  gegenüber  $\lambda$ , umso größer, je größer  $\lambda$  ist. Der Grenzwert wird umso rascher erreicht, je größer  $\mu + \delta + \lambda$ . Da bei dieser Vorstellung die Zahl der färbenden Atome der optischen Absorptionskonstanten proportional gesetzt werden kann, gilt auch für die Absorptionskonstante  $k$

$$k = k_\infty (1 - e^{-\lambda t}).$$

Die Bruchteile  $\lambda$  und  $\mu$  sind in jedem bestimmten Mineral der „ $\alpha$ -Wirkung“ proportional, während  $\delta$ , von dieser unabhängig, sich mit der Temperatur ändert. Die Bedeutung dieses Unterschiedes erhellt später.

## 2. Berechnung der „ $\alpha$ -Wirkung“ in einem pleochroitischen Hof.

Die zur Berechnung der Verfärbung erforderliche Abhängigkeit des  $\lambda$  vom Abstand von der Strahlungsquelle und deren Ausmaßen ist die gleiche wie die der „ $\alpha$ -Wirkung“. Zu deren Berechnung wurden folgende Annahmen gemacht:

- a) der Einschluß ist kugelförmig,
- b) die  $\alpha$  strahlenden Stoffe sind gleichförmig durch seine ganze Masse verteilt,
- c) die Reichweite für einen bestimmten  $\alpha$  Strahler ist im Einschluß und in seiner Umgebung die gleiche,
- d) sämtliche Glieder einer Zerfallsreihe stehen im Gleichgewicht.

Begründung zu a). Es treten zwar die verschiedensten Einschlußformen auf, doch ist eine Abhängigkeit der Färbungsverteilung nur von der Einschlußgröße, nicht von ihrer Gestalt zu erkennen.

Zu c). Das Verhältnis der Reichweiten im Einschluß und im umgebenden Mineral schwankt von 0,9—1,5; das ist bei Einschläüssen, die gegenüber der Reichweite klein sind, bedeutungslos; bei größeren ergibt sich im allgemeinen eine wenig raschere Abnahme der Verfärbung als die nachstehende Berechnung angibt.

Zu d). Für die gegenüber dem Hofalter kurzlebigen Glieder der Zerfallsreihen bis einschl. Ionium muß sich ein anfänglich ge-

störtes Gleichgewicht in Bruchteilen des Hofalters wiederhergestellt haben. Uran II aber steht mit Uran I stets im Gleichgewicht, da es diesem isotrop ist und die Zwischenglieder eine nur nach Tagen zählende Lebensdauer haben. Wanderung der Emanation im Kristallgefüge kommt wegen ihrer Kurzlebigkeit nicht in Frage.

Die Berechnung wurde durchgeführt für

- 1) gleichmäßige „ $\alpha$ -Wirkung“ längs der ganzen Flugbahn,
- 2) zunehmende „ $\alpha$ -Wirkung“ bis zum Ende der Reichweite gemäß der Rutherford'schen Gleichung (Bragg'schen Kurve)

$$W = \frac{C}{\sqrt{R + c - x}}$$

Hier bedeutet  $W$  die „ $\alpha$ -Wirkung“ (z. B. Zahl der erzeugten Ionen auf der Streckeneinheit,  $R$  die Reichweite,  $x$  den zurückgelegten Weg,  $C$  und  $c$  feste Größen (in Luft  $c = 1,3$  cm, in Mineralen mit  $R_{Ra\alpha C} = 0,0040$  cm,  $c = 0,00075$  cm).

Ist  $r$  der Halbmesser des Einschlusses,  $R_i$  die Reichweite des  $i$ . „ $\alpha$ -Strahlers“;  $p$  der Abstand des betrachteten Raumeiles  $dv$  vom Einschlußmittelpunkt,  $N_i$  die Zahl der in der Zeiteinheit in der Raumeinheit des Einschlusses zerfallenden Atome des  $\alpha$ -strahlenden  $i$ . Radioelementes und ist zur Abkürzung gesetzt

$$p - r = \beta, \quad p + r = \alpha, \quad \frac{(p - R_i)^2 - r^2}{2p} = h_i,$$

so wird die Zahl  $J_i$  der im Raumteil  $dv$  in der Zeiteinheit durch die „ $\alpha$ -Wirkung“ des Elementes  $i$  beeinflussten Atome gegeben durch folgende Gleichungen<sup>1)</sup>:

- 1) im Falle gleichmäßiger Wirkung

$$J_i = C' \cdot \frac{N_i dv}{2} \left( \frac{\alpha\beta}{2p} \ln \frac{\beta}{\alpha} + r \right)$$

oder

$$= C' \cdot \frac{N_i dv}{2} \left( \frac{\alpha\beta}{2p} \ln \frac{\beta}{R_i} + \frac{\alpha^2 - (R_i - 2p)^2}{4p} \right);$$

- 2) im Falle zunehmender Wirkung (Bragg'sche Kurve)

$$J_i = C \cdot \frac{N_i dv}{2\sqrt{R_i + c}} \left( a_0 + \sum_1^{\infty} a_n \right),$$

wobei

$$a_0 = \frac{\alpha\beta}{2p} \ln \frac{\beta}{\alpha} + r;$$

1) Ableitung der Gleichungen erfolgt in der oben erwähnten anderen Veröffentlichung.

$$a_n = \binom{-\frac{1}{2}}{n} \frac{(-1)^n \beta^{n+1} (r(n+1) + p) + \alpha^{n+1} (r(n+1) - p)}{(R_i + c)^n n(n+1)(n+2)p};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{\alpha}{R_i + c}$$

oder

$$a_0 = \frac{\alpha \beta}{2p} \ln \frac{\beta}{R_i} + \frac{\alpha^2 - (R_i - 2p)^2}{4p};$$

$$\binom{-\frac{1}{2}}{n} \frac{(-1)^n \beta^{n+1} (r(n+1) + p) + R_i^{n+1} (R_i(n+1) - p(n+2)) - (n+1)(n+2)p R_i^n h}{(R_i + c)^n n(n+1)(n+2)p};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{R_i}{R_i + c}.$$

Es sind die oberen oder unteren Ausdrücke zu wählen, jenachdem

$$p + r \leq R_i \quad \text{oder} \quad p + r \geq R_i,$$

d. h. jenachdem der gesamte Einschluß  $\alpha$ -Strahlen an die betrachtete Stelle entsendet oder nur noch Teile des Einschusses.

Die Zahl  $C$  im Fall 1 gibt an, wieviel Atome von einem  $\alpha$ -Teilchen auf der Längeneinheit seiner Bahn beeinflusst werden, im Fall 2 ist

$$C = \frac{S}{2(\sqrt{R_i + c} - \sqrt{c})},$$

wobei  $S$  die Gesamt-„ $\alpha$ -Wirkung“ (z. B. die Gesamtzahl der von einem „ $\alpha$ -Teilchen“ in Luft erzeugten Ionen) bedeutet.

Zur Veranschaulichung der sehr verwickelten Abhängigkeit ist eine zahlenmäßige Berechnung für das Beispiel der Uran-Radiumreihe durchgeführt und zwar für die drei Fälle

- a) eines gegenüber der Reichweite sehr kleinen Kernes,
- b) eines Kernes von Durchschnittsgröße und
- c) eines Kernes, der größer als die Reichweite von Radium  $C$

ist. (Tabelle 1, Fig. 2—7.)

Tabelle 1.

Die „ $\alpha$ -Wirkung“ in Abhängigkeit von Größe und Entfernung des Einschlusses. Beispiel der Uran-Radium-Reihe.

Reichweite des Radium C zu 0,004 cm angenommen.

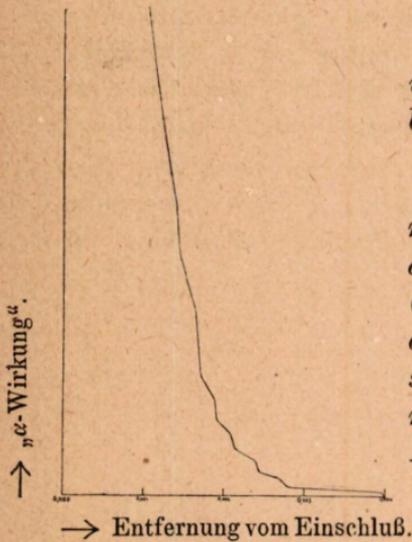
| Entfernung vom<br>Einschluß in $\mu$<br>(Die Entfernungen sind<br>so gewählt, daß die durch<br>die $\alpha$ -Strahlgruppen<br>kleinerer Reichweite<br>verursachten Stufen<br>erkennbar werden) | $\frac{2J}{N dv C'}$<br>Gleichmäßige Wirkung<br>längs ganzer Flugbahn |                                   |                       | $\frac{2J}{N dv C}$<br>Zunehmende Wirkung<br>bis Ende der Reichweite |                                   |                       |
|--|---|-----------------------------------|-----------------------|--|-----------------------------------|-----------------------|
|  | Einschlußhalbmesser gleich  |                                   |                       | Einschlußhalbmesser gleich   |                                   |                       |
|  | $\frac{1}{100} R_{RaC}$<br>0,4 $\mu$                                  | $\frac{1}{10} R_{RaC}$<br>4 $\mu$ | $R_{RaC}$<br>40 $\mu$ | $\frac{1}{100} R_{RaC}$<br>0,4 $\mu$                                 | $\frac{1}{10} R_{RaC}$<br>4 $\mu$ | $R_{RaC}$<br>40 $\mu$ |
| 1  | 1770  | 1620                              | 1220                  | 4000   | 270                               | 300                   |
| 2  | 590   | 720                               | 1000                  | 1300   | 200                               | 230                   |
| 4,6  | 140   | 340                               | 640                   | 330  | 110                               | 160                   |
| 5  | 120   | 320                               | 610                   | 290  | 100                               | 155                   |
| 6  | 95  | 275                               | 510                   | 210  | 82                                | 135                   |
| 9,6  | 35  | 150                               | 280                   | 81   | 38                                | 90                    |
| 10   | 30  | 140                               | 260                   | 77   | 37                                | 84                    |
| 13,2   | 18  | 75                                | 160                   | 52   | 24                                | 48                    |
| 14   | 15  | 65                                | 140                   | 40   | 21                                | 42                    |
| 15,9   | 12  | 47                                | 100                   | 34   | 15                                | 27                    |
| 17,3   | 7,5   | 36                                | 80                    | 20   | 11                                | 20                    |
| 18,3   | 6,2   | 30                                | 68                    | 17   | 8,5                               | 17                    |
| 18,7   | 4,8   | 28                                | 64                    | 12   | 7,5                               | 16                    |
| 20,6   | 4,1   | 19                                | 47                    | 11   | 4,7                               | 12                    |
| 21   | 3,0   | 18                                | 45                    | 7,5  | 4,2                               | 11                    |
| 23,6   | 2,3   | 9,0                               | 30                    | 6,0  | 2,5                               | 7,0                   |
| 24   | 1,5   | 8,0                               | 28                    | 4,0  | 2,2                               | 6,0                   |
| 26,6   | 1,2   | 5,5                               | 16                    | 3,5  | 1,2                               | 4,0                   |
| 27   | 0,6   | 5,0                               | 15                    | 1,3  | 1,1                               | 3,5                   |
| 34,6   | 0,4   | 2,5                               | 1,5                   | 1,1  | 0,5                               | 0,5                   |
| 39,2   | 0,3   | 0,2                               | 0,2                   | 1,0  | 0,1                               | 0,05                  |
| 40,0   | 0,0   | 0,0                               | 0,0                   | 0,0  | 0,0                               | 0,0                   |

Die Abhängigkeit der „ $\alpha$ -Wirkung“ von Einschlußgröße und Entfernung.

Zahlenwerte vgl. Tabelle 1.

(Der Maßstab der „ $\alpha$ -Wirkung“ ist bei allen Kurven verschieden, der der Entfernung vom Einschluß ist so, daß die Figurenbreite 0,0040 cm darstellt.)

Figur 2.



Einschlußhalbmesser  $\frac{1}{100}$  der Reichweite von RaC Wirkung längs der ganzen Flugbahn gleichmäßig.

Man erkennt: Die  $\alpha$ -Wirkung nimmt mit zunehmender Entfernung vom Einschluß außerordentlich rasch ab bis zu etwa  $\frac{2}{3}$  der Gesamtreichweite ( $R_{RaC}$ ); von dort ab ist der Abfall bis zum Ende gering. Das Aussetzen der einzelnen  $\alpha$  Stahlgruppen geringerer Reichweite erzeugt Sprünge in der Kurve.

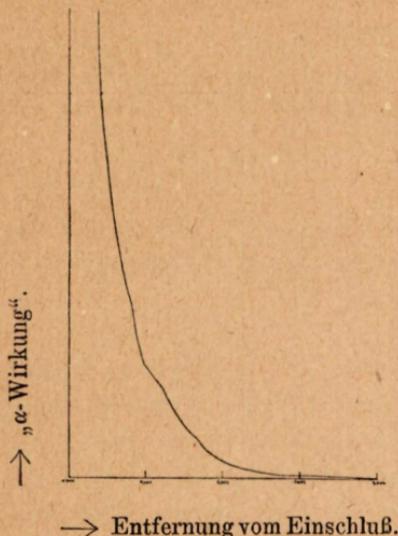
Figur 3.



Einschlußhalbmesser  $\frac{1}{100}$  der Reichweite von RaC Wirkung bis zum Ende der Reichweite zunehmend. (Braggsche Kurve.)

Man erkennt: Allgemeiner Verlauf wie bei gleichmäßiger Wirkung; Sprünge noch ausgesprochener. Endverlauf fast völlig konstant, jedoch ohne ein Maximum am Ende der Reichweite.

Figur 4.

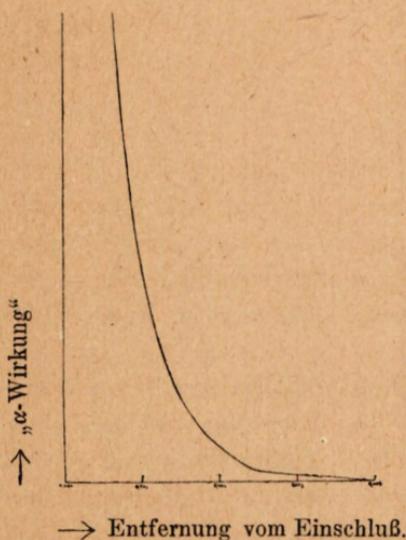


Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{10}$  der Reichweite von RaC. Gleichmäßige Wirkung längs der ganzen Flugbahn.

Man erkennt: Rascher Abfall der α-Wirkung ähnlich wie bei sehr kleinem Kern (Fig. 2 und 3). Auch im letzten Drittel vermindert, jedoch bleibt die Abnahme auch dort sehr merklich.

Die einzelnen α-Strahlgruppen abgesehen von RaC zeichnen sich nicht mehr ab.

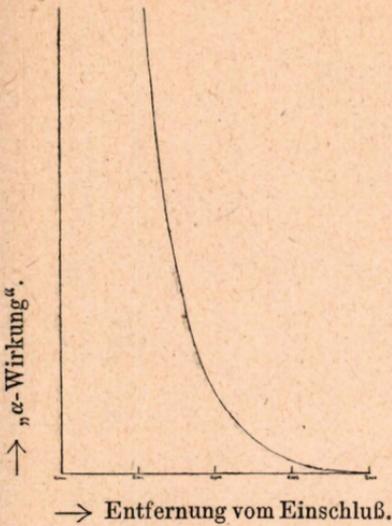
Figur 5.



Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{10}$  der Reichweite von RaC. Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite. (Braggsche Kurve.)

Man erkennt: Allgemeiner Verlauf ganz wie bei gleichmäßiger Wirkung; jedoch Abnahme der „α-Wirkung“ etwa im 5. Sechstel verschwindend gering.

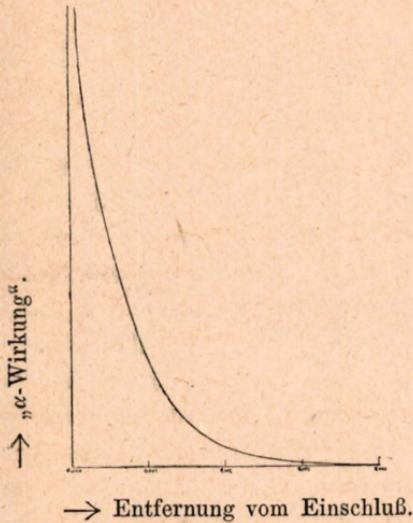
Figur 6.



*Einschlußhalbmesser = Reichweite von RaC. Gleichmäßige Wirkung längs der ganzen Flugbahn.*

*Man erkennt: Rascher Abfall der „α-Wirkung“ wie bei kleinen Einschlässen, jedoch gleichförmig bis zum Ende der Reichweite.*

Figur 7.



*Einschlußhalbmesser = Reichweite von RaC. Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite. (Braggsche Kurve.)*

*Man erkennt: Allgemeiner Verlauf ganz wie bei gleichmäßiger Wirkung.*

*Der allen 6 Kurven gemeinsame starke Abfall in der Nähe des Einschusses ist einmal begründet in der Abnahme der Wirkung mit dem Quadrat der Entfernung, zum andern in dem raschen Aufhören der Wirkung der α Strahlengruppen geringer Reichweite (UrI, UrII, Jo, Ra, RaEm, RaA).*

### 3. Berechnung der zeitlich aufeinanderfolgenden Entwicklungszustände der Höfe.

Nach der auf S. 11 gegebenen Gleichung

$$k = k_{\infty}(1 - e^{-\alpha t}),$$

bezw.

$$N = M_0 \cdot \frac{\lambda}{\lambda + \mu + \delta} (1 - e^{-(\lambda + \mu + \delta)t})$$

werden nunmehr die zeitlich aufeinanderfolgenden Entwicklungszustände der Höfe berechnet, zunächst unter der Annahme, daß  $\delta$ , d. h. der Einfluß der Wärmeschwingung, gegenüber  $\lambda$ , d. h. der „ $\alpha$ -Wirkung“ verschwindend ist. Der Bruchteil  $\mu N$  (Rückbildung unter dem Einfluß der  $\alpha$ -Strahlen) kann für die folgenden Rechnungen vernachlässigt werden, da er nur die ohnehin unbekanntem wahren Zahlwerte der Absorption verändert, nicht aber die hier gesuchten Verhältnisswerte.

Als  $\lambda$  werden die in der vorstehenden Tabelle 1 gegebenen Zahlenwerte gewählt; diese Wahl bedeutet einen willkürlichen Zeitmaßstab. In den folgenden Figuren 8—11 sind die sich dann ergebenden Entwicklungszustände der Höfe für verschiedene Fälle gegeben und zwar für die Zeiten  $n$ ,  $10^1 n$ ,  $10^2 n$  usw. Jahre. (Fig. 8—11.)

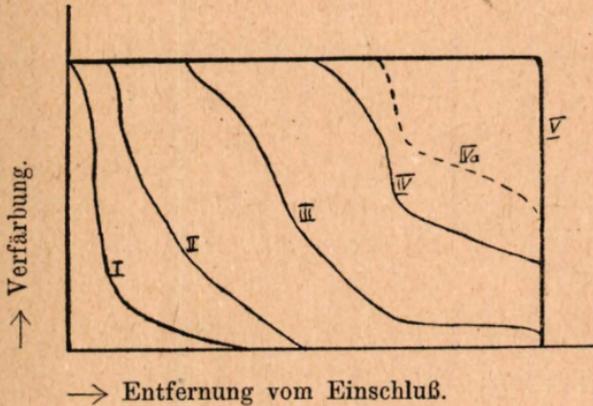
Man erkennt, wie jeder Hof beginnt als ein allmählich in die Umgebung auslaufender Saum; mit der Dauer der Einwirkung verbreitert sich dieser, die Verfärbung in der Einschlußnähe erreicht ihren Höchstwert. Bei kleinen Kernen beginnen sich die einzelnen Reichweiten abzuzeichnen, bei größeren Kernen bleibt das Bild auch verbreitert ungeändert. Das Endergebnis ist in allen Fällen ein vom Kern bis zum Ende der größten Reichweite gleichmäßig verfärbter und am Ende scharf absetzender Hof. Es dauert jedoch rd. 10 000 mal so lange Zeit, um diesen Endzustand zu erreichen, als um einen deutlich sichtbaren, wenn auch schmalen Saum um den Einschluß hervorzubringen. Statt dessen kann auch gesagt werden, ein Einschluß, der bei gleicher Größe wie ein anderer einen Hof im Endzustand erzeugt hat, während der andere gerade nur einen merklichen Saum hervorgebracht hat, muß 10 000 mal soviel Uran enthalten als dieser.

Anders liegen die Dinge, wenn merkliche Rückbildung der Verfärbung durch Wärmeschwingung erfolgt. Dann wird der Endzustand der Höfe einem der früheren Entwicklungszustände des Falles  $\delta = 0$  entsprechen. Der Grenzwert der Zahl der Licht

Die zeitlich aufeinanderfolgenden Entwicklungszustände der Höfe im Fall  $\delta = 0$ , d. h. ohne Rückbildung durch Wärmeschwingung.

Der Zeitmaßstab ist unbekannt, ebenso die wahren Zahlwerte der Verfärbung.  $n$  ist ein willkürlich gewählter Anfangswert.

Figur 8.



Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{100}$  der Reichweite von RaC.

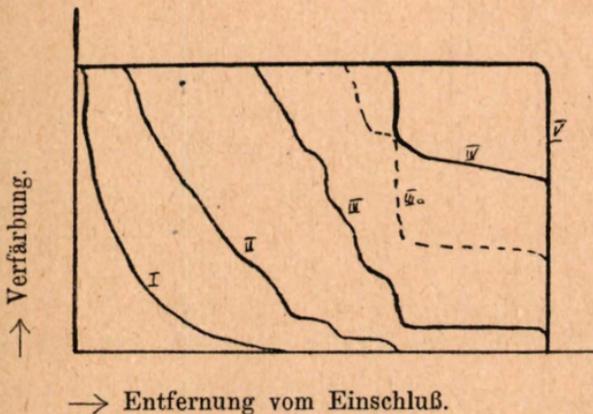
Gleichmäßige Wirkung längs der ganzen Flugbahn.

Zustand:

- I nach  $n$  Jahren,
- II nach  $10n$  Jahren,
- III nach  $100n$  Jahren,
- IV nach  $1000n$  Jahren,
- IVa nach  $2000n$  Jahren,
- V nach  $10000n$  Jahren.

Man erkennt: nach etwa  $100n$  Jahren erscheint um den bis dahin schmalen Verfärbungssaum ein sich sogleich bis zum Ende der Reichweite erstreckender Bereich nahezu gleichmäßiger Verfärbung, der sich im weiteren Verlauf deutlicher vom Innenhof absetzt. Dieser hat nach  $1000n$  Jahren den Grenzwert der Verfärbung erreicht. Nach  $10000n$  Jahren ist dies auch beim Außenring der Fall und das nunmehr gleichmäßig verfärbte Gebilde setzt scharf gegen die Umgebung ab.

Figur 9.



Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{100}$  der Reichweite von RaC.

Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite. (Braggsche Kurve.)

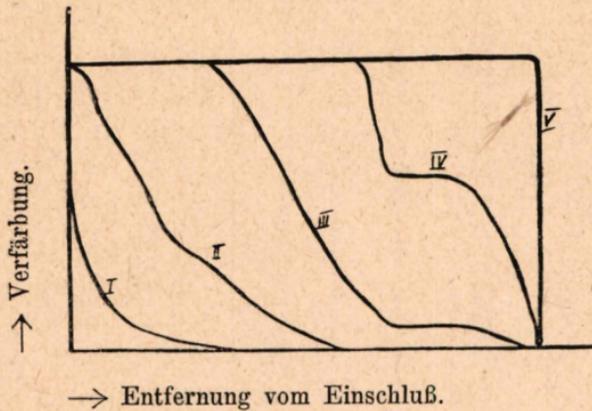
Zustand:

- I nach  $n$  Jahren,
- II nach  $10n$  Jahren,
- III nach  $100n$  Jahren,
- IIIa nach  $400n$  Jahren,
- IV nach  $1000n$  Jahren,
- V nach  $10000n$  Jahren.

Allgemeiner Verlauf wie bei gleichmäßiger Wirkung. Nur zeigt der Außenring gegen den Rand zu keine Färbungsabnahme.

Beispiele auf Lichtbild 3, 4, 5.

Figur 10.



Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{10}$  der Reichweite von RaC.

Zunehmende Wirkung bis zum Ende der Reichweite.  
(Braggsche Kurve.)

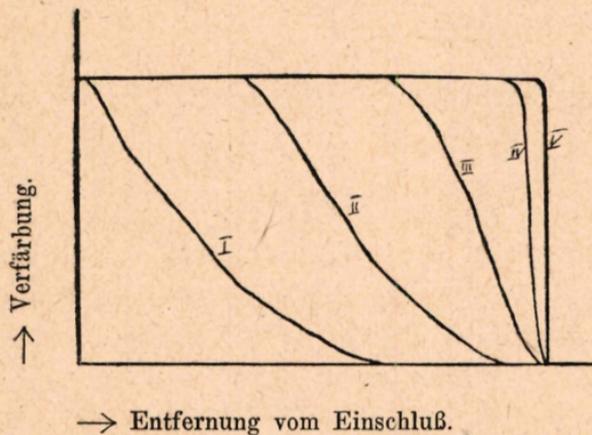
Zustand:

- I nach  $n$  Jahren,
- II nach  $10n$  Jahren,
- III nach  $100n$  Jahren,
- IV nach  $1000n$  Jahren,
- V nach  $10000n$  Jahren.

Man erkennt Anfangs- und Endzustand wie bei sehr kleinem Einschuß (Fig. 9). Der Außenring ist jedoch viel weniger ausgeprägt und nicht scharf abgesetzt.

Beispiel auf Lichtbild 2.

Figur 11.



Einschlußhalbmesser = Reichweite von RaC.

Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite.  
(Braggsche Kurve.)

Zustand:

- I nach  $n$  Jahren,
- II nach  $10n$  Jahren,
- III nach  $100n$  Jahren,
- IV nach  $1000n$  Jahren,
- V nach  $10000n$  Jahren.

Anfang- und Endzustand wie bei mittelgroßem Einschuß. In keinem Zeitpunkt tritt ein hellerer Außenring auf, dem RaC entsprechend.

Beispiel für den Endzustand gibt Lichtbild 1.

bestimmter Wellenlänge absorbierenden, also färbenden Atome

$$N_{\infty} = \frac{\lambda}{\lambda + \delta} M_0$$

nimmt mit abnehmendem  $\lambda$  ab und die Höfe bleiben auf gewissermaßen unentwickeltem Zustande stehen, d. h. die Verfärbung erreicht im Endzustand nicht über die ganze Hofbreite den gleichen Betrag (Fig. 12—14).

Alle bisher errechneten Hofformen finden sich in den Gesteinen, nur fehlt unter den erhaltenen Kurven die in einzelnen natürlichen Höfen so auffallende Verstärkung der Verfärbung am äußersten Rand (Lichtbilder 3, 4, 5, Tafel I). Hierfür ist eine Erklärung zu finden.

#### 4. Die Randverstärkung an pleochroitischen Höfen und die Machsche Täuschung.

So auffällig auch die verstärkte Verfärbung des Hofes am äußersten Rande in Bild 3 und 4 ist, trotzdem ist sie nur eine Augentäuschung entsprechend den bekannten Untersuchungen von Mach!<sup>1)</sup> Bekanntlich hat Mach in den erwähnten Arbeiten untersucht, welche Helligkeit unser Auge empfindet, wenn ihm geometrisch oder physikalisch bestimmte Intensitätsverteilungen vorgelegt werden. Dabei hat er einige sehr überraschende Dinge gefunden.

In physikalischen Kreisen ist am bekanntesten der Fall, der in Fig. 15 angegebenen Intensitätsverteilung, die dem Auge die in Fig. 16 wiedergegebene Helligkeitsverteilung ergibt. (Kern- und Halbschatten; umlaufende dunkle Scheibe mit hellem Innenfeld, das von einem Gang einer logarithmischen Spirale begrenzt ist.)

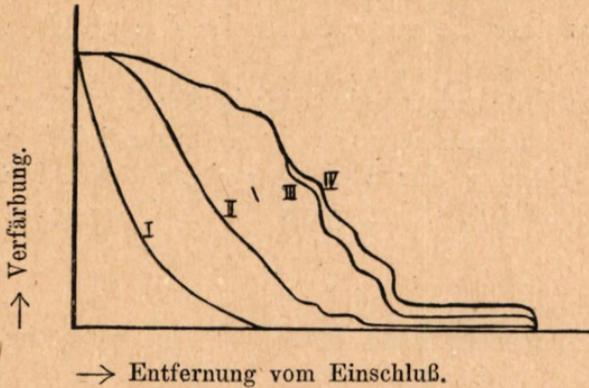
Mach hat jedoch das Problem ganz allgemein und nicht nur für den linearen Abfall behandelt. Ein solch allgemeinerer Fall liegt in der Randverstärkung der Höfe vor.

Wenn wirklich eine Augentäuschung Ursache der Randverstärkung ist, so darf eine Photometrierung am Rande des Hofes keine Zunahme der Verfärbung ergeben. Um eine solche Photometrierung durchzuführen, mußte ich wegen der außerordentlichen Kleinheit der Höfe ein neues Polarisationsmikrophotometer behelfsmäßig herstellen, das mir gestattete, zwei nur  $(5\mu)^2$  große und um  $25\mu$  aus-

1) E. Mach, Sitzungsber. d. Wiener Akad., Bd. 52, 54, 57, 115, S. 633, 1906. Vgl. auch Haga u. Wind, Wiedem. Ann. 68, S. 884; Walter u. Pohl, Ann. d. Phys. 25, S. 725, 1908.

Die zeitlich aufeinanderfolgenden Entwicklungszustände der Höfe im Fall merklicher Rückbildung durch Wärmeschwingung  $\delta \neq 0$ .

Figur 12.



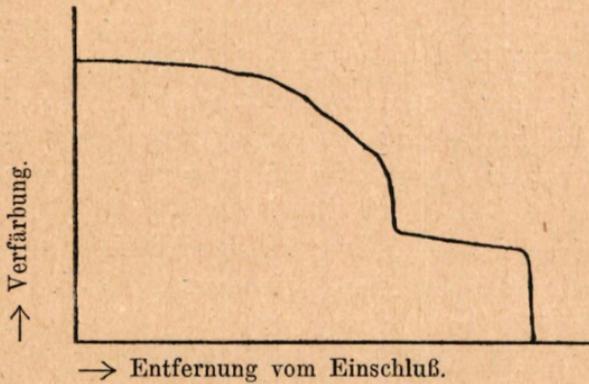
Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{100}$  Reichweite  $RaC$ .

Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite.  $\delta = \lambda$  bei 0,0207 mm vom Einschluß.

Zustand:

- I nach  $n$  Jahren,
- II nach  $10n$  Jahren,
- III nach  $100n$  Jahren,
- IV nach  $1000n$  Jahren.

Figur 13.

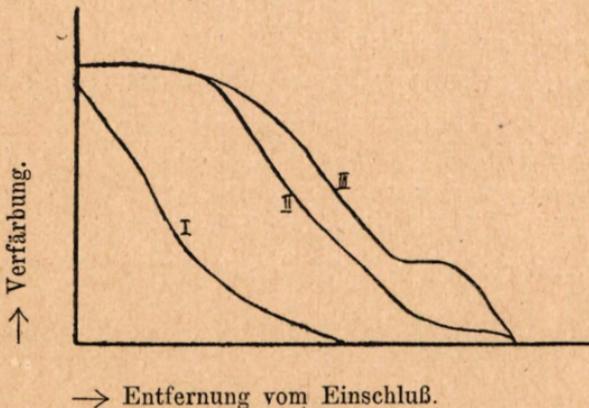


Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{100}$  Reichweite  $RaC$ .

Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite.  $\delta = \lambda$  bei 0,0269 mm vom Einschluß.

Endzustand des Hofes.

Figur 14.



Einschlußhalbmesser =  $\frac{1}{10}$  Reichweite  $RaC$ .

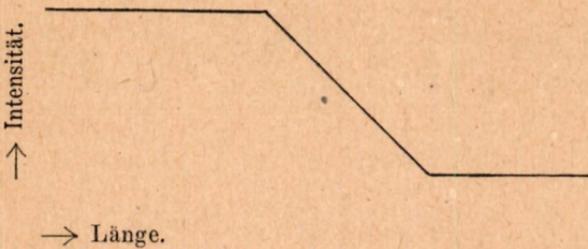
Zunehmende Wirkung bis Ende der Reichweite.  $\delta = \lambda$  bei 0,0236 mm vom Einschluß.

Zustand:

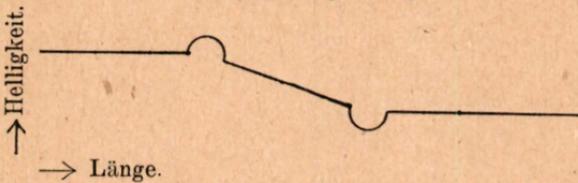
- I nach  $n$  Jahren,
- II nach  $10n$  Jahren,
- III nach  $100n$  Jahren.

*Ein besonderer Fall der Machschen Täuschung.*

Figur 15.  
Intensitätsverteilung.



Figur 16.  
Helligkeitsempfindung.



*Das Auge empfindet den Sprung von gleichmäßiger Intensität zu linearem Intensitätsabfall als verstärkte Helligkeit, den Übergang von linearem Abfall zu wieder gleichmäßiger Intensität als verminderte Helligkeit; ein. linearer Abfall wird als nahezu gleichmäßige Helligkeit empfunden.*

einanderliegende Flächen von  $2,5 : 2,5 \mu$  fortschreitend miteinander zu vergleichen<sup>1)</sup>.

Das Ergebnis der Photometrierung an den in Bild 3 und 4 wiedergegebenen Höfen gibt Tabelle 2 und Fig. 17 und 18.

In Übereinstimmung mit der Machschen Erklärung dieser Augentäuschung wird die Erscheinung bei stärkerer Vergrößerung weniger auffallend (Bild 4, 5).

Die Photometrierung hatte keinen Anhalt für das Vorhandensein einer Randverstärkung ergeben. Es galt nun die Gegenprobe.

Die in den Fig. 8—14 wiedergegebenen errechneten Intensitätsverteilungen wurden auf umlaufenden Scheiben künstlich hergestellt. (Lichtbilder 9—12, Taf. II.) Die Bilder 9 und 12 zeigen deutlich die gleiche Randverstärkung wie die Höfe in den Bildern 3 und 5. Sie tritt nur auf, wo ein scharfer Knick der Intensitätskurve vorliegt, d. h. nur um Kerne verschwindender Größe. Dementsprechend

1) Nähere Angaben darüber in der ausführlicheren Veröffentlichung.

Tabelle 2.

Ergebnis der Photometrierung an den in Bild 3 u. 4,  
Tafel I wiedergegebenen Höfen.

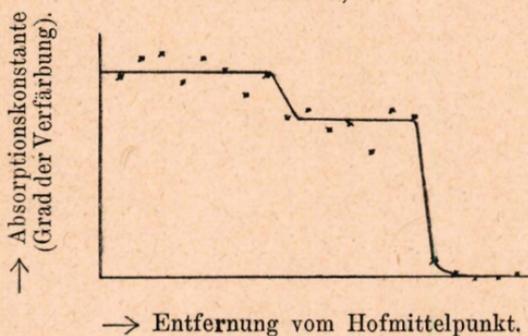
| 1. Ringförmiger Hof<br>in Hornblende.<br>(Bild 3 linke Seite.) | Entfernung<br>vom Hof-<br>mittelpunkt<br>in $\mu$ | Durch-<br>lässigkeit<br>gegenüber<br>Umgebung | Absorptions-<br>konstante<br>mm |
|--|---|---|---------------------------------|
|  | 2,5   | 0,71  | 13,6                            |
|  | 5,0   | 0,69  | 14,8                            |
|  | 7,5   | 0,68  | 15,2                            |
|  | 10,0  | 0,72  | 13,2                            |
|  | 12,5  | 0,69  | 14,8                            |
|  | 15,0  | 0,70  | 14,0                            |
|  | 17,5  | 0,73  | 12,4                            |
|  | 20,0  | 0,71  | 13,6                            |
|  | 22,5  | 0,76  | 10,8                            |
|  | 25,0  | 0,80  | 11,35                           |
|  | 27,5  | 0,78  | 10,0                            |
|  | 30,0  | 0,77  | 10,4                            |
|  | 32,5  | 0,81  | 8,4                             |
|  | 35,0  | 0,80  | 11,35                           |
|  | 37,5  | 0,79  | 10,9                            |
|  | 40,0  | 0,97  | 1,2                             |
|  | 42,5  | 0,99  | 0,4                             |
|  | 45,0  | 1,01  | ~ 0                             |
|  | 47,5  | 1,01  | ~ 0                             |
|  | 40,0  | 0,99  | 0,4                             |

Die nicht unbeträchtlichen Abweichungen der Einzelwerte voneinander sind durch Ungleichmäßigkeit und Oberflächenrauigkeit der Hornblende verursacht und vereiteln eine genaue Photometrierung.

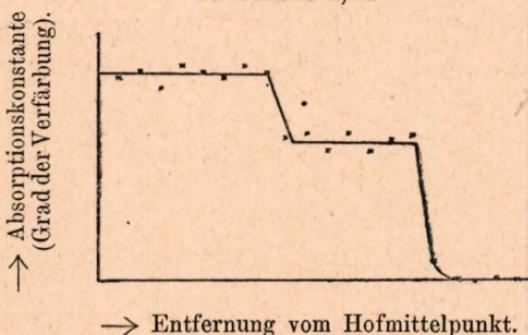
Die Genauigkeit des bemerkten Photometers beträgt für die Durchlässigkeit 0,7—1,0 rund 1 0/0.

| 2. Ringförmiger Hof<br>in Hornblende.<br>(Bild 4 u. 5.) | Entfernung<br>vom Hof-<br>mittelpunkt<br>in $\mu$ | Durch-<br>lässigkeit<br>gegenüber<br>Umgebung | Absorptions-<br>konstante<br>mm |
|---|---|---|---------------------------------|
|   | 2,5   | 0,63  | 18,4                            |
|   | 5,0   | 0,62  | 19,0                            |
|   | 7,5   | 0,64  | 17,6                            |
|   | 10,0  | 0,61  | 19,6                            |
|   | 12,5  | 0,62  | 19,0                            |
|   | 15,0  | 0,62  | 18,4                            |
|   | 17,5  | 0,63  | 19,6                            |
|   | 20,0  | 0,61  | 19,0                            |
|   | 22,5  | 0,72  | 13,0                            |
|   | 25,0  | 0,83  | 13,5                            |
|   | 27,5  | 0,81  | 11,9                            |
|   | 30,0  | 0,83  | 13,5                            |
|   | 32,5  | 0,81  | 11,9                            |
|   | 35,0  | 0,82  | 12,8                            |
|   | 37,5  | 0,83  | 13,5                            |
|   | 40,0  | 0,96  | 1,6                             |
|   | 42,5  | 1,0   | 0                               |
|   | 45,0  | 1,01  | ~ 0                             |
|   | 47,5  | 0,99  | ~ 0,4                           |
|   | 50,0  | 1,0   | 0                               |

Figur 17.  
Zu Tabelle 2, 1.



Figur 18.  
Zu Tabelle 2, 2.



Der Ordinatenmaßstab ist so gewählt, daß Übereinstimmung mit den Figuren 8—14 erzielt wird.

Die ausgezogene Kurve ist besonders im Fall der Figur 17 durch die Beobachtungen nicht einwandfrei bestimmt, doch besteht kein Anzeichen für das Vorhandensein einer stärkeren Verfärbung am Hofrand.

wird sie auch in der Natur nur um solche beobachtet. Läge die Ursache in einer stärkeren Lichtabsorption infolge größerer „ $\alpha$ -Wirkung“, so müßte die Erscheinung auch noch bei Kernen mit Halbmesser = 10 % der Reichweite von Radium-C deutlich wahrnehmbar sein. Man erkennt ferner, daß die Randverstärkung auch noch bei Intensitätsverteilungen, wie sie Bild 11 zeigt, schwach auftritt. Doch ist zur Erzielung solcher Wirkungen, wie auf Bild 9 und 12, also wie in den Höfen selbst, eine bis zum Knick nahezu gleichmäßige Intensität erforderlich. Darin liegt eine Bestätigung dafür, daß die „ $\alpha$ -Wirkung“ im Sinne der Braggschen Kurve bis zum Ende der Reichweite zunimmt. Im gleichen Sinn spricht die an den Höfen erwiesene Gültigkeit des Gesetzes

$$R = \text{const.} \cdot \frac{\sqrt{a}}{d},$$

wo  $R$  die Reichweite,  $a$  das mittlere Atomgewicht,  $d$  die Dichte bedeutet. Diese in Gasen, Flüssigkeiten und festen Körpern (Kristallen) gültige Beziehung sagt aus; daß die Bremsung eines  $\alpha$ -Teilchens im wesentlichen von der Zahl der getroffenen Atome abhängt. Die Energieabgabe wird daher in Kristallen auch wesentlich in gleicher Weise erfolgen müssen wie in Gasen.

Mit diesen Ergebnissen ist eine vollständige Deutung der in dunklen Glimmern, in Chloriten, Hornblenden und Turmalinen auftretenden pleochroitischen Höfe gegeben. Wegen Einzelheiten verweise ich auf die an anderer Stelle erscheinende Veröffentlichung.

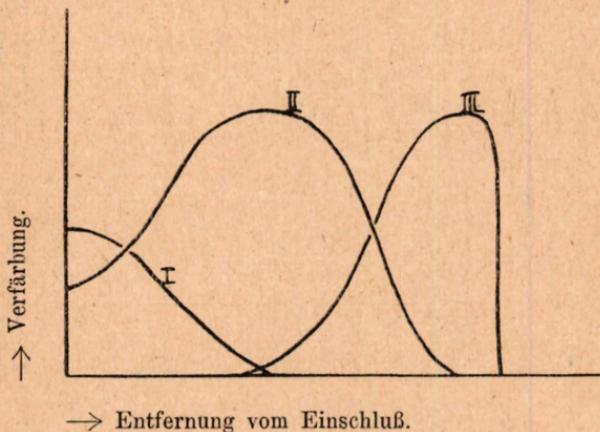
### 5. Die abweichenden Erscheinungen im Cordierit.

Den vorstehenden Ausführungen über die Übereinstimmung der Hofformen mit den berechneten Intensitätsverhältnissen wird man sofort die Erscheinungen im Cordierit entgegenhalten (Bild 7 und 8, Tafel I). Selbstverständlich liegt mir völlig fern, auch diese Ringe für eine Machsche Täuschung zu halten, aber mit der Braggschen Kurve haben auch sie nichts zu tun. Eine Erklärung ist mir zur Zeit nicht möglich; doch scheinen die beobachteten Formen unwiderleglich zu beweisen, daß im Cordierit die Verfärbung mit zunehmender „ $\alpha$ -Wirkung“ nicht nur keinem Grenzwert zustrebt, sondern nach Erreichung eines Höchstwertes bis zum völligen Verschwinden wieder abnimmt. Nach der Art eines Hexenringes auf unseren Wiesen wandert eine ringförmige Verfärbungszone mit der Dauer der Einwirkung vom Einschluß weg bis zum Ende der Reichweite; dort wird sie vermutlich bei wei-

terer „ $\alpha$ -Wirkung“ unmerklich werden. Alle Zwischenformen lassen sich beobachten (Lichtbilder 6, 7, 8). Eine Skizze gibt Fig. 19. Ob ein periodischer Vorgang vorliegt, d. h. in weiterem Verlauf eine neue Verfärbung um den Einschluß auftritt und als Ring nach außen wandert, oder ob der Cordierit die Fähigkeit lichtabsorbierend zu werden, verloren hat, bleibt dahingestellt. Da die Lichtabsorption in den Cordierithöfen erst im violetten Teil des Spektrums beginnt, könnte man auch an eine Verschiebung des Absorptionsgebietes mit zunehmender „ $\alpha$ -Wirkung“ nach kleineren Wellenlängen denken. Entscheiden können hier nur Versuche mit künstlicher Verfärbung.

Figur 19.

Vermutliche Entwicklungszustände der Cordierithöfe.



## II. TEIL.

### **Die Verwendung pleochroitischer Höfe zur geologischen Zeitmessung.**

Das von Mügge schon 1907 angeregte, von Rutherford und Joly 1913 ausgearbeitete Verfahren, aus dem Auftreten pleochroitischer Höfe das geologische Alter des betreffenden Gesteines zu berechnen, hat zwei wesentliche und bisher nicht gesicherte Voraussetzungen. Erforderlich ist

1) Messung der geringen Uran- oder Thoriumspuren in den Hofkernen.

2) Nachweis, daß keine Rückbildung färbend gewordener Atome stattfindet.

Ersteres ist bisher nicht gelungen, letzteres nicht versucht, sondern eine derartige Erscheinung nicht angenommen worden.

#### **I. Die Abhängigkeit des Schwindens der Höfe von der Temperatur.**

Schon bei der Entdeckung der Höfe in den siebziger Jahren des vorigen Jahrhunderts wurde gefunden, daß die Höfe in Cordierit, Hornblende, Turmalin u. a. beim Erhitzen verschwinden; beim Biotit war diese Feststellung nicht möglich, da er bei Erhitzung schwarz-undurchsichtig wird. Eine Beobachtung Mügges, daß künstlich gefärbter Glaukophan beim Erhitzen auf 200° nach einigen Stunden, in der Bunsenflamme augenblicklich entfärbt wird, gab mir Veranlassung, die Temperaturabhängigkeit dieser Erscheinung genauer zu untersuchen und zwar

a) die Abnahme der Verfärbung mit der Erhitzungsdauer,

b) die Abnahme der Entfärbungsgeschwindigkeit mit sinkender Temperatur.

Die Messungen der Absorptionskonstante erfolgte mit dem S. 21 erwähnten Mikrophotometer, die Erhitzung der etwa 1 qmm großen Dünnschliffbruchstücke im elektrischen Widerstandsofen,

die Temperaturmessung mit Thermoelement. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 3 und die Fig. 20, 21.

Tabelle 3.

Die Zunahme der Durchlässigkeit  $D$ , bzw. Abnahme der Absorptionskonstanten  $k$  mit der Erhitzungsdauer.

| Erhitzungsdauer<br>in Sekunden:             | 0   | 30   | 60   | 120  | 180  | 240  | 300  | 360  | 540 | 600  | 900  | 1200 | 1500 |
|---|-----|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|
| Hof a<br>in Hornblende<br>(Svarta Finnland) | $D$ | 0,50 |      | 0,59 |      | 0,66 |      | 0,71 |     | 0,82 | 0,91 | 0,94 | 0,95 |
| Temp. 662° abs.                             | $k$ | 11,5 |      | 8,7  |      | 6,8  |      | 5,5  |     | 3,2  | 1,6  | 0,9  | 0,8  |
| Hof b<br>in Hornblende<br>(Svarta Finnland) | $D$ | 0,52 |      | 0,72 | 0,87 | 0,93 | 0,96 |      |     |      |      |      |      |
| Temp. 712° abs.                             | $b$ | 11,0 |      | 5,3  | 2,3  | 1,2  | 0,6  |      |     |      |      |      |      |
| Hof<br>in Turmalin<br>(Cornwall)            | $D$ | 0,30 |      | 0,40 | 0,51 | 0,61 |      | 0,78 |     | 0,92 |      |      |      |
| Temp. 805° abs.                             | $k$ | 15,0 |      | 11,3 | 8,5  | 6,2  |      | 3,1  |     | 1,0  |      |      |      |
| Hof a<br>in Cordierit<br>(Bodenmais)        | $D$ | 0,40 |      | 0,54 | 0,61 | 0,68 |      | 0,84 |     | 0,96 |      |      |      |
| Temp. 642° abs.                             | $k$ | 11,4 |      | 7,8  | 6,2  | 4,7  |      | 2,2  |     | 0,6  |      |      |      |
| Hof b<br>in Cordierit<br>(Bodenmais)        | $D$ | 0,41 | 0,58 | 0,74 | 0,91 |      |      |      |     |      |      |      |      |
| Temp. 674° abs.                             | $k$ | 11,2 | 6,7  | 3,7  | 1,1  |      |      |      |     |      |      |      |      |

Photometrisch wurde die Durchlässigkeit der Höfe gegenüber der nicht durch „ $\alpha$ -Wirkung“ verfarbten Umgebung im gleichen Mineral gemessen. Die Absorptionskonstante ist berechnet unter der Annahme, daß das nicht verfarbte Stück die Absorptionskonstante 0 hat.

Danach läßt sich die Absorptionskonstante darstellen in der Form

$$k = k_0 e^{-\delta t}$$

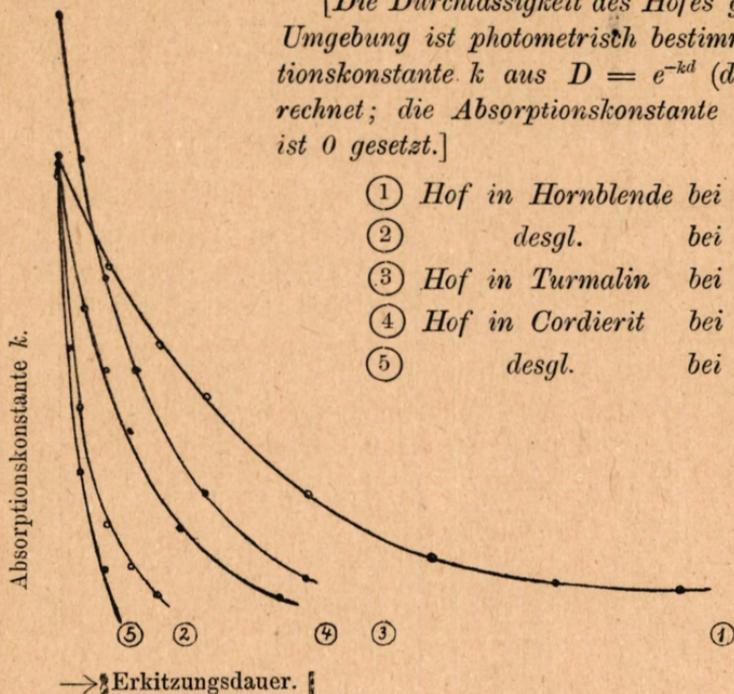
Hier bedeutet  $k_0$  den Wert der Absorptionskonstante vor Beginn der Erhitzung,  $\delta$  eine bei bestimmter Temperatur jedem Mineral eigentümliche, im übrigen stark von der Temperatur abhängige Größe.  $t$  ist die Zeit. Da sich die Absorptionskonstanten unter

Figur 20.

Die Abnahme der Absorptionskonstanten mit der Erhitzungsdauer (vgl. Tab. 3).

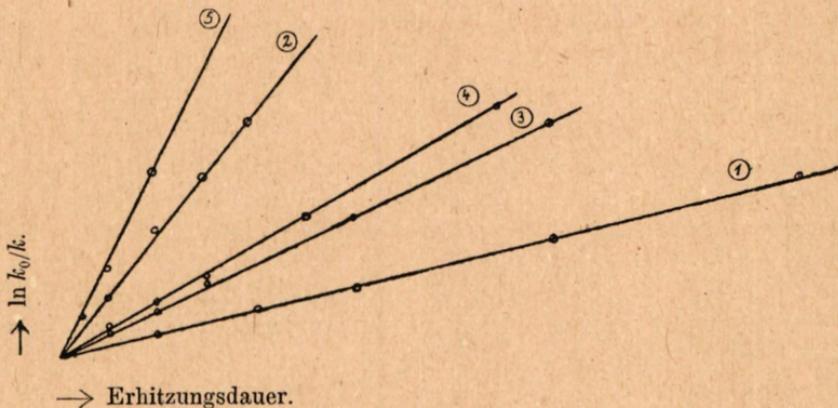
[Die Durchlässigkeit des Hofes gegenüber seiner Umgebung ist photometrisch bestimmt; die Absorptionskonstante  $k$  aus  $D = e^{-kd}$  ( $d = \text{Dicke}$ ) berechnet; die Absorptionskonstante der Umgebung ist 0 gesetzt.]

- ① Hof in Hornblende bei 662° abs.
- ② desgl. bei 712° abs.
- ③ Hof in Turmalin bei 805° abs.
- ④ Hof in Cordierit bei 642° abs.
- ⑤ desgl. bei 674° abs.



Figur 21.

Wie Figur 21. (Logarithmische Darstellung.)



sonst gleichen Bedingungen wie die Zahlen der färbenden Atome verhalten, so ist auch

$$N = N_0 e^{-\delta t}, \text{ d. h. } \frac{dN}{dt} = \delta N$$

und  $\delta$  ist gerade der in Teil I, S. 10 eingeführte Bruchteil, der den Einfluß der Wärmebewegung darstellt. Nunmehr war die Abhängigkeit dieses Bruchteils  $\delta$  von der Temperatur festzustellen.

Bei den eben erwähnten Versuchen war gefunden, daß die Höfe dem Auge unmerklich werden, wenn für ein bestimmtes Mineral das Verhältnis  $k/k_0$  unter einen gewissen, jedem Mineral eigentümlichen, von seiner kristallographischen Anordnung und der Farbe des Lichtes abhängigen Wert gesunken ist. Es wurde nun jedes Versuchsstück solange erhitzt, bis die Höfe für das Auge verschwunden waren. Auf diese Weise läßt sich stets nur eine Zeitspanne angeben, innerhalb derer der Zeitpunkt liegt, in dem das Verhältnis  $k/k_0$  den erwähnten Wert erreicht hat. Diese Zeitspanne wächst mit sinkender Temperatur rasch an, da die Entscheidung dann immer schwieriger wird, ob ein Hof noch erkennbar ist. Die Fig. 22 und 23 bringen die Ergebnisse. Auch hier ist eine exponentielle Abhängigkeit vorhanden. Jedoch ist die untersuchte Temperaturspanne zu klein, um zu entscheiden, ob ein reines Exponentialgesetz vorliegt von der Gestalt

$$t_v = C \cdot e^{-\gamma T}$$

oder ein solches der Gestalt

$$t_v = \frac{C}{T^\varepsilon} e^{-\gamma T},$$

wobei  $\varepsilon$  zwischen 0 und etwa +1,5 liegen kann. Die Ergebnisse der Messungen sind mit beiden Gleichungen durchaus verträglich. Da ein von 0 verschiedenes  $\varepsilon$  zur Folge hat, daß beim absoluten Nullpunkt die zur Entfärbung erforderliche Zeit  $\infty$  wird, wie gefordert werden muß, sei bis zu ergänzenden Messungen  $\varepsilon = 1$  angenommen, also

$$t_v = \frac{C}{T} e^{-\gamma T}.$$

Hier sind  $C$  und  $\gamma$  feste Größen,  $T$  die absolute Temperatur. Zusammen mit der Beziehung

$$k = k_0 e^{-\delta t}$$

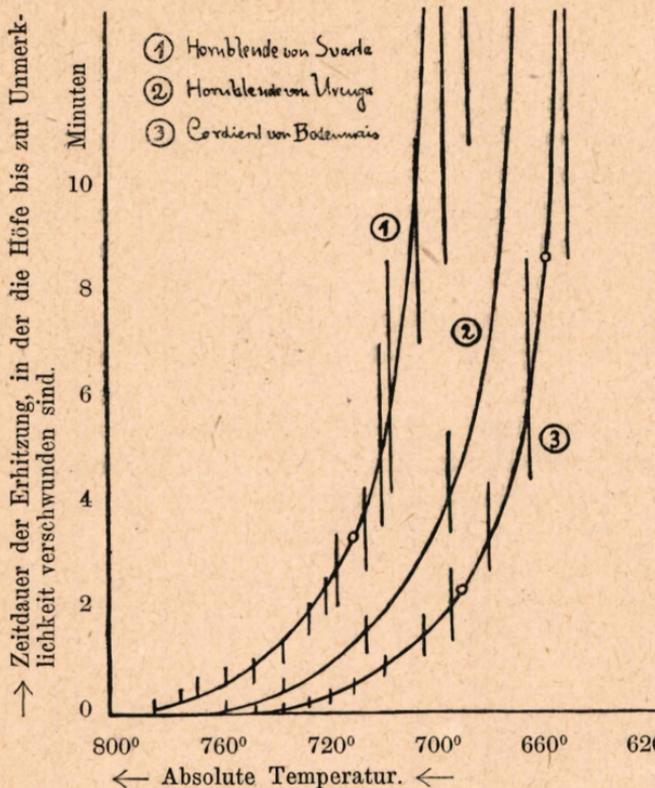
ergibt sich für  $\delta$

$$\delta = \frac{T}{C} \cdot \ln \frac{k_0}{k} \cdot e^{\gamma T}.$$

Die Größen  $C$ ,  $\gamma$ ,  $k/k_0$  hängen vom Mineral und den Versuchsbedingungen ab, jedoch so, daß  $\delta$  sich bei festgehaltener Temperatur nicht ändert. Für die untersuchten drei Minerale ergaben

Figur 22.

Die Abhängigkeit der zum Schwinden der Höfe erforderlichen Zeit von der Temperatur.



Die Striche bedeuten die Zeitspanne, innerhalb derer der Zeitpunkt liegt, zu dem die Höfe unmerklich geworden sind; d. h. die Absorptionskonstante auf einen bestimmten Bruchteil des Anfangswertes gesunken ist.

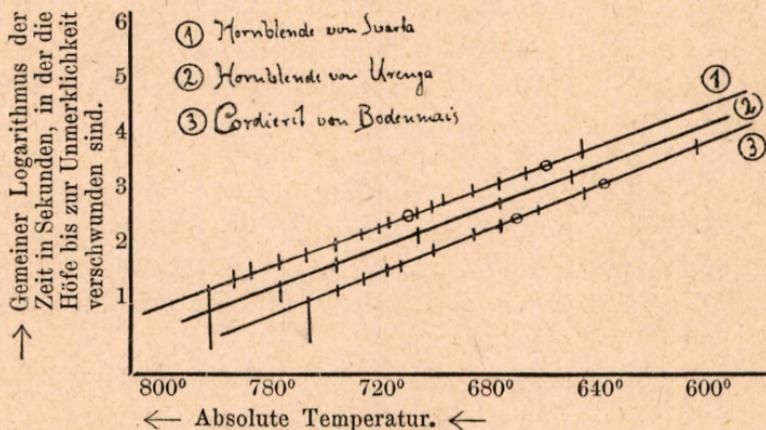
Unteres Ende der Striche gibt die Beobachtungszeit, in der Hof noch gerade sicher erkennbar, oberes Ende die Beobachtungszeit, in der erstmalig der Hof mit Sicherheit nicht mehr erkennbar.

Die 3 Punkte o (auf Fig. 23 4 P.) sind die auf Tabelle 3 angegebenen photometrisch bestimmten.

benen photometrisch bestimmten.

Figur 23.

Wie oben; logarithmische Darstellung.



sich folgende Zahlwerte:

$$\begin{aligned} \text{Hornblende von Svarta (Finnland)} \quad C &= 2,14 \cdot 10^{16} \quad \ln \frac{k_0}{k} = 2,6 \\ &\quad \gamma = 0,0361, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Hornblende von Urenga (Ural)} \quad C &= 1,05 \cdot 10^{16} \quad \ln \frac{k_0}{k} = 1,8 \\ &\quad \gamma = 0,0363, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cordierit von Bodenmais (Bayern)} \quad C &= 5,75 \cdot 10^{16} \quad \ln \frac{k_0}{k} = 2,3 \\ &\quad \gamma = 0,0402. \end{aligned}$$

Die angegebene Gleichung gibt die Beobachtungen im Temperaturbereich von etwa 600—800° abs. gut wieder; wie weit ein Rückschluß auf tiefere Temperaturen möglich ist, bleibt vorläufig dahingestellt.

Berechnung für Zimmertemperatur ergibt, daß Höfe in den beiden untersuchten Hornblenden sowie dem Cordierit in 55 bzw. 31 bzw. 49 Jahren für das Auge unmerklich geworden sein müßten, falls keine Neubildung durch „ $\alpha$ -Wirkung“ erfolgt.

Eine Prüfung dieses Schlusses erscheint möglich an Dünnschliffen, die einige Jahrzehnte alt sind. In solchen müßten Höfe ohne Einschluß fehlen.

Beim Turmalin ergab sich keine Gesetzmäßigkeit in Übereinstimmung mit der mineralogisch bekannten Tatsache, daß seine chemische Zusammensetzung sogar innerhalb des gleichen Kristalls oft stark wechselt. Die gleiche Entfärbungsgeschwindigkeit wie bei den Hornblenden wird bei dem untersuchten Turmalin bei rd. um 100° höherer Temperatur erreicht.

Messungen am Biotit erfolgten noch nicht, doch wies ich nach, daß das Schwinden der Höfe, ohne daß die bekannte Schwärzung des Biotits eintritt, in reinem Wasserstoffstrom oder beim Eintauchen in flüssiges Silber beobachtet werden kann (Ausschaltung des Sauerstoffs). Auch hier besteht eine starke Abhängigkeit des  $\delta$  von der Temperatur.

Anm. Erwähnt sei noch, daß der Versuch, eine Fluoreszenz beim raschen Schwinden der Höfe nachzuweisen, ohne Erfolg blieb. Da die Zahl der in die Gleichgewichtslage zurückkehrenden Atome in den Höfen immerhin sehr gering ist, kann eher eine Wirkung beim Erhitzen größerer künstlich mit  $\alpha$ -Strahlung gefärbter Mineralstücke erwartet werden.

## 2. Die radiographische Bestimmung des Uran- oder Thorgehaltes in den Hofkernen.

In ihrer Arbeit über die geologische Zeitmessung haben Rutherford und Joly den Urangehalt der Hofkerne auf 10 % veranschlagt auf Grund Messungen Strutts an großen Zirkonen. Eine unmittelbare Messung nach den bisherigen Verfahren (Emanation, Scintillation, Stossionisation) an den Hofkernen ist nicht möglich, da die Kerne infolge ihrer geringen Maße nur etwa 1—50  $\alpha$ -Teilchen im Jahre aussenden, selbst wenn sie reines Uran- oder Thormineral sind. Eine Möglichkeit zur Messung solch geringer Spuren bietet nur noch die photographische Platte, da sie über lange Zeiträume aufzuzeichnen vermag.

Mügge wies 1909 als erster nach, daß aus den Gesteinen getrennte Zirkone von etwa  $5 \cdot 10^{-5}$  bis  $5 \cdot 10^{-8}$  g Masse auf erweichte Bromsilber-Platten aufgestreut, im Verlauf mehrerer Wochen deutlich einwirkten; Verfasser konnte bei Anwendung photomechanischer Platten in bekannter Weise auch die Bahnen der  $\alpha$ -Teilchen unterscheiden, in Einzelfällen sogar zählen (Lichtbild 13, Tafel II) und außerdem durch Vergleich mit der Wirkung gleichgroßer Pechblendekörner nachweisen, daß die aus dem Gestein getrennten etwa  $10^{-7}$  bis  $3 \cdot 10^{-6}$  g schweren Zirkone 0,04 bis 0,1 % Uran enthielten, daß aber andere nicht näher bestimmbare, sehr kleine Minerale aus anderen Gesteinen einen erheblich höheren Gehalt aufwiesen (Lichtbild 14, Tafel II). Ein wesentlicher Fortschritt war nun der, photomechanische Emulsion unmittelbar auf polierte, aber nicht mit Glas bedeckte Dünnschliffe zu gießen<sup>1)</sup>. Man hat auf diese Weise Strahlungsquelle mit ihrer mineral-färbenden und radiographischen Wirkung unmittelbar vereinigt (Lichtbild 18, Tafel II). Hier läßt sich der Uran-(Thor-)Gehalt entweder durch Zählung der in den beobachteten Winkelraum entsandten  $\alpha$ -Teilchen oder durch Vergleich mit der Wirkung von Pechblendekörnern gleicher Größe und bekannten Urangehaltes abschätzen. Genau den Dünnschliffen entsprechende „Schliffe“ wurden erhalten durch Einbettung gepulverter Pechblende in Zellon. Auf diese künstlichen „Schliffe“ wurde ebenfalls Emulsion aufgegossen. Hier ließen sich leicht noch Körner von  $10^{-9}$  g, also  $6 \cdot 10^{-10}$  g Urangehalt durch ihre  $\alpha$ -Strahlung als radioaktiv nachweisen (Lichtbild 16 und 17). Leider gelang es noch nicht, den nach einigen Wochen sehr störend gewordenen

1) Das Gießen übernahm in entgegenkommender Weise die Trockenplattenfabrik Richard Jahr in Dresden.

Schleier zu vermeiden, doch wird in dieser Hinsicht noch weiteres versucht. Nach einer Einwirkung von 4 Wochen zeigten noch nicht 1 % der untersuchten Hofkerne eine nachweisliche  $\alpha$ -Strahl-entsendung. Ein Zirkon von  $2 \cdot 10^{-8}$  g hatte in dieser Zeit 6—8  $\alpha$ -Teilchen in das Beobachtungsfeld, also im Ganzen 12—24 ausgesandt. Dies entspricht 0,5 % Uran. In anderen Fällen waren die Zahlen kleiner.

Daraus folgt, daß in allen übrigen Fällen der Hofkern weniger als  $10^{-11}$  g Uran enthielt und weniger als 30  $\alpha$ -Teilchen im Jahr aussendet.

Die Wirkung der  $\alpha$ -Strahlen in Bromsilberemulsion entspricht völlig der Bildung der pleochroitischen Höfe (Lichtbilder 10, 11, 12). Man sieht die hellere Randzone, kann sogar, wie in einzelnen pleochroitischen Höfen, die Reichweite von Radium C und A von den übrigen unterscheiden; größere Körner liefern eine nach außen rasch abnehmende Wirkung in Übereinstimmung mit der Rechnung und Beobachtung der Höfe.

### 3. Anwendungen auf die geologische Zeitmessung.

Die radiographische Untersuchung von Hofkernen hat gezeigt, daß der Urangehalt der Kerne keineswegs überall der gleiche ist, sondern im Verhältnis von über 1:100 schwankt. Da dieser Gehalt als wesentliche Größe in die Altersbestimmungen eingeht, ist eine genauere Bestimmung unumgänglich. Eine Möglichkeit dazu bietet das vorstehend angegebene Verfahren. So weit ist also das Joly-Rutherford'sche Verfahren gefördert. Umgekehrt steht es damit, daß die in Teil II, 1 angeführten Ergebnisse sehr wahrscheinlich machen, daß auch bei Zimmertemperatur noch eine merkliche Rückbildung der Höfe durch Wärmeschwingung erfolgt.

Wenn ich von Berichtigungen wegen des Zerfalls von Uran I in der langen Zeit usw. absehe, ist die Rutherford'sche Schlußweise folgende: Wenn bei künstlicher Bestrahlung  $n$   $\alpha$ -Teilchen eine gleiche Verfärbung hervorrufen, wie ein Einschluß, der im Jahr  $m$   $\alpha$ -Teilchen aussendet, im gleichen Mineralstück, so hat diese Verfärbung  $n/m$  Jahre zur Bildung nötig gehabt. In der auf S. 11 gegebenen Fassung des Verfärbungsverlaufes heißt das:

Damit

$$M_0(1 - e^{-\lambda_1 t_1}) = N = M_0(1 - e^{-\lambda_2 t_2})$$

ist, muß  $t_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} t_1$  sein.

Nun stehen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  bei künstlicher und natürlicher Verfärbung im ungefähren Verhältniß  $1:10^{-9}$ , ein gegenüber  $\lambda_1$  zu vernachlässigendes  $\delta$  kann gegenüber  $\lambda_2$  sehr wohl bedeutend sein und wir erhalten im allgemeinen Fall aus

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \delta} M_0 (1 - e^{-(\lambda_1 + \delta)t_1}) = N = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \delta} M_0 (1 - e^{-(\lambda_2 + \delta)t_2}),$$

wenn  $\lambda_2$  und  $\delta$  gegenüber  $\lambda_1$  vernachlässigt werden

$$t_2 = \frac{1}{\lambda_2 + \delta} \ln \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 + \delta)e^{-\lambda_1 t_1} - \delta}.$$

Da die Verfärbung bei von 0 verschiedenem  $\delta$  nie so kräftig werden kann, wie für  $\delta = 0$ , muß die Bedingung erfüllt sein

$$e^{-\lambda_1 t_1} > \frac{\delta}{\lambda_2 + \delta}.$$

Der Einfluß eines von 0 verschiedenen  $\delta$  ist der, daß die Zeiten  $t_2$  herabgesetzt werden. Die geologische Zeitmessung mittels pleochroitischer Höfe liefert dann zu hohe Werte. Ist beispielsweise an der Vergleichsstelle  $\delta = \lambda_2$ , so wird  $t_2$  nur  $1/7$  des für  $\delta = 0$  berechneten; für  $\delta = 100\lambda_2$  gar nur  $1/100$  des für  $\delta = 0$  berechneten Wertes.

Solche Höfe mit  $\delta \geq \lambda_2$  wurden bisher als Anfangsformen aufgefaßt. Nach vorstehendem können sie zur Altersbestimmung vorerst nicht herangezogen werden. Geeignet sind nur Höfe mit bis zum Ende der Reichweite gleichbleibender Verfärbung, da nur bei diesen mit Sicherheit  $\delta$  gegenüber  $\lambda_2$  vernachlässigt werden kann.

Man sieht, daß das von Rutherford und Joly ausgearbeitete so einleuchtende Verfahren vor weiterer Verwendung erst durch eingehende Untersuchungen des Verfärbungs- und Entfärbungsvorganges neu gestützt werden muß.

### Zusammenfassung.

Die „ $\alpha$ -Wirkung“ in einem pleochroitischen Hof wird berechnet.

Unter Zugrundelegung des einfachsten Zusammenhanges zwischen „ $\alpha$ -Wirkung“ und Verfärbung werden die im dunklen Glimmern, in Hornblenden und Turmalinen beobachteten Verteilungen der Verfärbung zahlenmäßig richtig erhalten.

Die vielfach beobachtete Randverstärkung der Höfe wird als Augentäuschung erwiesen, entgegen ihrer bisherigen Deutung als Gegenstück zum Ende der Bragg'schen Ionisationskurve.

Eine selbständige Rückbildung der Höfe durch Wärmeschwingungen wird in einem 100<sup>o</sup> breiten Temperaturstreifen festgestellt und für Zimmertemperatur wahrscheinlich gemacht.

Auf radiographischem Wege lassen sich noch Uranmengen von weniger als  $10^{-11}$  g in den Hofkernen feststellen.

Die Rutherford-Jolysche geologische Zeitmessung mittels pleochroitischer Höfe liefert wahrscheinlich zu hohe Werte.

---

Meinem am 11. Juni 1915 verstorbenen Lehrer, Geheimrat Riecke, schulde ich Dank für die Anregung zur vorstehenden Untersuchung und seine wohlwollende Förderung.

Eine angenehme Aufgabe ist es mir ferner, Herrn Geheimrat Mügge und Herrn Professor Pohl für die weitgehende Unterstützung jeder Art, sowie den Assistenten des physikalischen und mineralogischen Instituts, den Herren Professor Madelung, Professor Frh. v. Trautenberg, Dr. Rose und Dr. Ehringhaus für zahlreiche Anregungen und Ratschläge meinen aufrichtigsten Dank zu sagen.

---

Zu Tafel I.

**Erklärung der Bilder.**

- 1) Höfe in Biotit. Oben ein außergewöhnlich großer prismatischer Kern (Zirkon), unten ein ebenfalls großer eiförmiger Kern. Saumbreite 0,035 mm, nach außen scharf abgesetzt. Endzustand ist erreicht. Vergrößerung 50 fach.
- 2) Höfe in Hornblende. Einschlüsse klein bis mittelgroß. Hof in der Mitte links zeigt Ansatz zur Ringform. Alle Höfe mit nach außen abnehmender Verfärbung. Häufigste Form pleochroitischer Höfe. Vergrößerung 100 fach.
- 3) Höfe in Hornblende. Auffällige Ringförmigkeit und scheinbare Verstärkung der Färbung am Rande. Kerne verschwindend klein. Vergrößerung 150 fach.
- 4) Hof in Hornblende. Randverstärkung sehr auffällig. Kern verschwindend klein. Vergrößerung 65 fach.
- 5) Derselbe Hof wie 4). Vergrößerung 200 fach. Die Randverstärkung ist undeutlicher geworden.
- 6) Höfe in Cordierit. Mittelgroße Einschlüsse. Nach außen abnehmende Verfärbung bis zur halben Reichweite von Ra C. Der dunkle Hof rechts scheint durch unregelmäße Ausscheidung von  $Fe_2O_3$  entstanden und ist kein eigentlich pleochroitischer Hof. Vergrößerung 300 fach.
- 7) Hof in Cordierit. Die Verfärbung nimmt vom Einschluß aus zu und wieder ab, erstreckt sich aber noch nicht bis zum Ende der Reichweite von Ra C. Vergrößerung 300 fach.
- 8) Hof in Cordierit. Die Verfärbung beginnt erst in einiger Entfernung vom Einschluß und setzt am Ende der Reichweite von Ra C ziemlich scharf ab. Vergrößerung 300 fach.

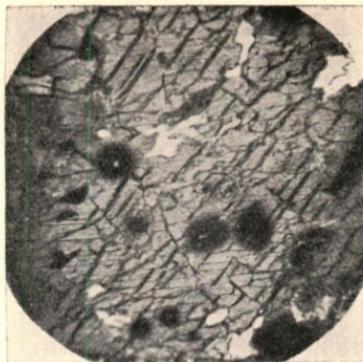
---

Sämtliche Aufnahmen erfolgten in polarisiertem Licht in der Stellung stärkster Absorption; Bild 4 bei gekreuzten Nikols.

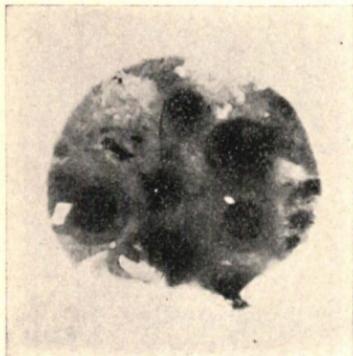
1.



2.



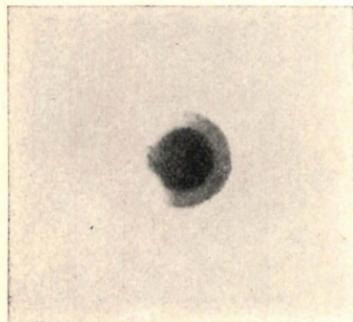
3.



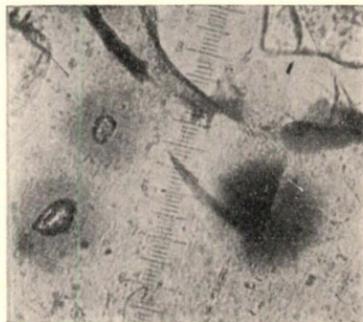
4.



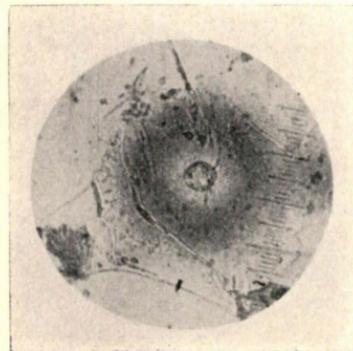
5.



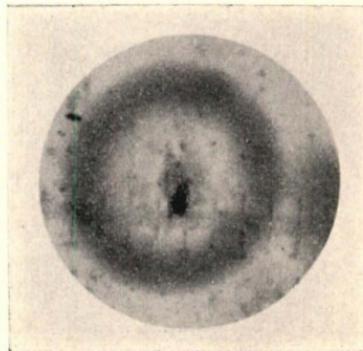
6.



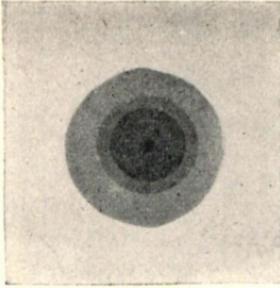
7.



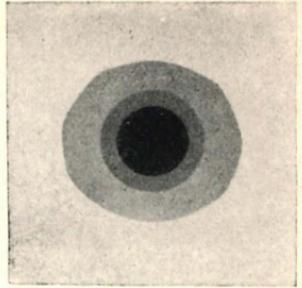
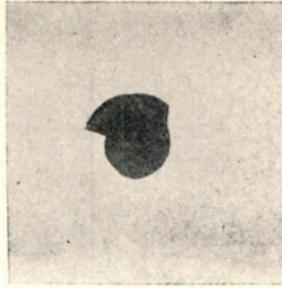
8.



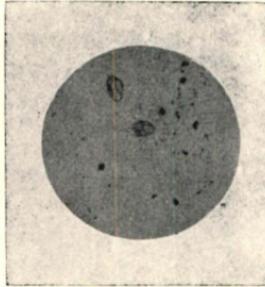
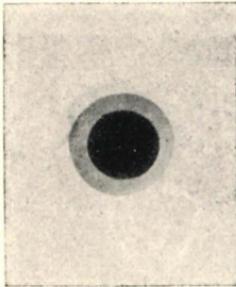
9.



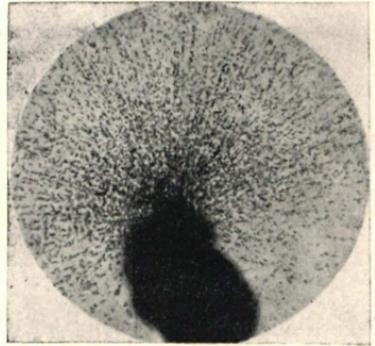
11.



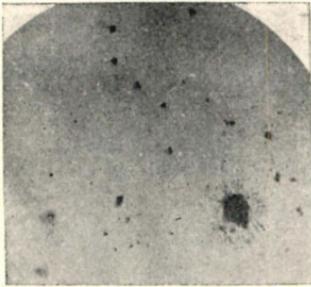
12.



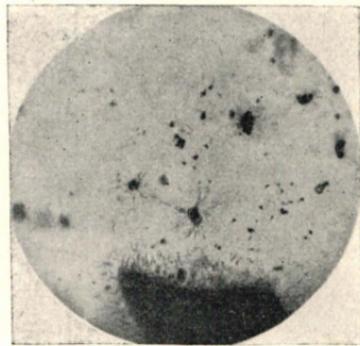
14.



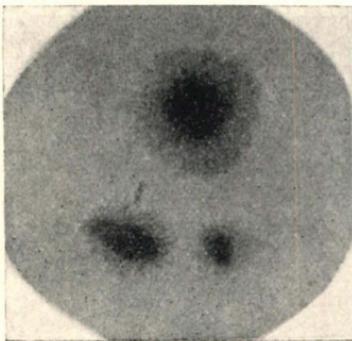
15.



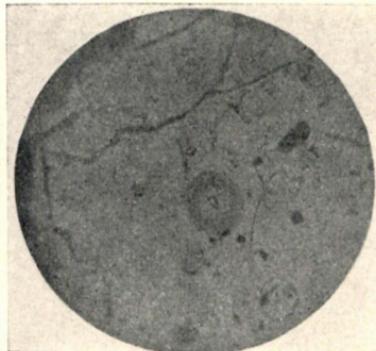
16.



17.



18.



## Zu Tafel II.

### Erklärung der Bilder.

- 9) Umlaufende Scheibe mit der in Fig. 9 für  $10^3 n$  Jahre berechneten Färbungsverteilung (Braggsche Kurve). Die scheinbare Randverstärkung ist deutlich erkennbar.
- 10) Die nachstehende Scheibe 11) ruhend.
- 11) Umlaufende Scheibe mit der in Fig. 8 für  $10^3 n$  Jahre berechneten Färbungsverteilung (gleichmäßige  $\alpha$ -Wirkung). Die scheinbare Randverstärkung ist erheblich schwächer als in 9).
- 12) Umlaufende Scheibe mit der in Fig. 13 für den Endzustand berechneten Färbungsverteilung (Braggsche Kurve; Einfluß der Wärmeschwingung). Die Randverstärkung ist wie in 9).
- 13) Zirkon von  $1,3 \cdot 10^{-7} g$  aus Granit isoliert. 30 tägige Einwirkung auf photomechanische Platte. 20—25  $\alpha$ -Teilchen erkennbar, entsprechend einer Gesamtaussendung von 60—100  $\alpha$ -Teilchen. Urangehalt  $\sim 0,2\%$ . Vergrößerung 50 fach.
- 14) Aus Hornblendegestein getrennter Schwergemengteil (am oberen Ende des großen sichtbaren Stückes) nicht näher bestimmbar; 290 tägige Einwirkung auf die Platte. Vergrößerung 250 fach.
- 15) Pechblendekörner in Zellon. 20 tägige Einwirkung auf photomechanische Emulsion. Vergrößerung 130 fach.
- 16) Desgleichen. 30 tägige Einwirkung.  
Man erkennt die Aussendung einzelner  $\alpha$ -Teilchen von den kleinen  $\sim 10^{-9} g$  betragenden  $U_3O_8$ -Körnern.
- 17) Gegenstücke zur Entstehung pleochroitischer Höfe.  $\alpha$ -Strahlwirkung in photomechanischer Emulsion. Oben sehr kleine kräftige Strahlungsquelle mit Strahlenkranz, der deutlich die Reichweiten von Ra C, Ra A und den übrigen Gliedern unterscheiden läßt. Unten zwei große Körner mit nach außen rasch abnehmender Wirkung. Vergrößerung 130 fach.
- 18) Zirkon in Cordierit mit photomechanischer Emulsion bedeckt. 30 tägige Einwirkung. 6—8  $\alpha$ -Strahlen feststellbar. Gesamtaussendung daher 12—24  $\alpha$ -Teilchen. Entsprechender Urangehalt  $4—8 \cdot 10^{-11} g$ . Vergrößerung 90 fach.

## Lebenslauf.

---

Ich, Bernhard Friedrich Adolf Gudden, preuß. Staatsangehöriger, wurde geboren am 14. März 1892 in Pützchen, Landkreis Bonn, als Sohn des Nervenarztes Dr. Clemens Gudden und seiner Ehefrau, Elisabeth geb. Fick.

Von Ostern 1898 ab besuchte ich die Vorschule, von Ostern 1901 ab das Städtische Gymnasium in Bonn. Dort bestand ich Frühjahr 1910 die Reifeprüfung.

Im Sommer 1910 studierte ich in Bonn Mathematik und Naturwissenschaften. Vom 1. Oktober 1910 bis 30. September 1911 genügte ich meiner Dienstpflicht in Würzburg und hörte dort einzelne Vorlesungen. Von Herbst 1911 bis Herbst 1912 setzte ich meine Studien wieder in Bonn fort und ging Herbst 1912 nach Göttingen. Hier blieb ich bis zum Kriegsausbruch. Den Krieg machte ich ohne Unterbrechung in der Front mit. Entlassen und nach Ausheilung einer Verwundung nahm ich am 1. Februar 1919 meine Studien in Göttingen wieder auf.

Meine akademischen Lehrer waren:

in Bonn: Anschütz, Eversheim, Grebe, Hausdorff, Kayser, London †, Müller, Pflüger, Steinmann, Strasburger †, Study;

in Würzburg: Buchner, W. Wien;

in Göttingen: Bestelmeyer, Courant, Hecke, Hilbert, Landau, Madelung, Mügge, Pohl, Reich, Riecke †, Simon †, Toeplitz, Frh. v. Traubenberg, Voigt, Weyl, Wiechert.

Allen sage ich meinen herzlichsten Dank.

---