

GEOWISSENSCHAFTLICHE MITTEILUNGEN

Heft Nr. 68, 2004

**Troposphärische Laufzeitverzögerungen
in der VLBI**

von
Johannes Böhm

Veröffentlichung des
Instituts für Geodäsie und Geophysik

ISSN 1811-8380

Schriftenreihe der Studienrichtung VERMESSUNG UND GEOINFORMATION
TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

2004

Published by the Institutes
of the Course on 'Geodesy and Geoinformation'
of the Vienna University of Technology
Gusshausstrasse 27-29
A-1040 Vienna

Responsible for this Issue: Prof. Dr.-Ing. Harald Schuh
Printed by: Grafisches Zentrum HTU GmbH

Die Kosten für den Druck wurden vom Institut für Geodäsie und Geophysik
übernommen.

Diese Arbeit wurde an der Fakultät für Mathematik und Geoinformation der
Technischen Universität Wien zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der technischen Wissenschaften eingereicht.

Begutachter:

Prof. Dr.-Ing. Harald Schuh
Institut für Geodäsie und Geophysik der Technischen Universität Wien
A-1040 Wien, Gußhausstraße 27-29, Österreich

Prof. Dr.-Ing. James Campbell
Geodätisches Institut der Universität Bonn
D-53115 Bonn, Nußallee 17, Deutschland

Tag der mündlichen Prüfung: 11. 3. 2004

Auflage: 70 Stück

ISSN 1811-8380

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Kurzfassung / Abstract	
1 Einleitung	6
2 Physikalische Grundlagen	9
2.1 Das elektromagnetische Frequenzspektrum	9
2.2 Periodische Funktionen zur Beschreibung von EM-Wellen	10
2.3 EM-Wellen in Materie	14
2.4 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	24
3 Laufzeitverzögerung von Mikrowellen in der neutralen Atmosphäre	27
3.1 Brechungsindex für Radiowellen in der neutralen Atmosphäre	27
3.2 Definition der Laufzeitverzögerung	31
3.3 Der hydrostatische Anteil der Laufzeitverzögerung	33
3.4 Der feuchte Anteil der Laufzeitverzögerung	38
3.5 Umrechnung der feuchten Laufzeitverzögerung in den Wasserdampfgehalt	41
4 Modellierung der Laufzeitverzögerungen	45
4.1 Azimutale Symmetrie	45
4.2 Azimutale Asymmetrie	69
5 Very Long Baseline Interferometry	79
5.1 Messprinzip	79
5.2 Technische Umsetzung	84
5.3 Systematische Fehlerquellen	88
5.4 Messung von meteorologischen Parametern an den Stationen	89
6 Troposphärische Modellierung und VLBI-Auswertung	90
6.1 Grundprinzipien zur troposphärischen Modellierung	90
6.2 Wiederholbarkeit von Basislinienlängen für NMF, IMF und VMF(fast)	94
6.3 Wiederholbarkeit von Stationshöhen für CONT02	100
6.4 Elevation angle cutoff tests	102
7 Schlussfolgerungen und Ausblick	108

Anhang

- A.1 ECMWF-Daten
- A.2 Strahlverfolgung
- A.3 CONT02

Literaturverzeichnis

Lebenslauf

Kurzfassung

Die Modellierung der troposphärischen Laufzeitverzögerungen ist neben instrumentellen Einflüssen die bedeutendste Fehlerquelle in der geodätischen VLBI (Very Long Baseline Interferometry). Kritisch sind dabei die Projektionsfunktionen, welche die hydrostatischen und feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung auf beliebige Elevationen abbilden. In den letzten Jahren sind numerische Wettermodelle auf ihre Eignung untersucht worden, die Projektionsfunktionen daraus abzuleiten und so die Genauigkeit der troposphärischen Modellierung verbessern zu können. Beim Ansatz der VMF (Vienna Mapping Function) werden aus den meteorologischen Profilen über jeder VLBI-Station die Projektionsfunktionen mittels exakter Strahlverfolgung ermittelt, wodurch keine Information der Wettermodelle verloren geht. Im Gegensatz dazu werden beim Ansatz der IMF (Isobaric Mapping Function) von Niell (2001) Übergangparameter auf einem globalen Raster verwendet. Das hat zwar den Vorteil, dass die Parameter für die ganze Erde zur Verfügung stehen, also im Prinzip auch für alle Stationen anderer Messverfahren (GPS, Glonass, ..), allerdings gehen dabei einerseits durch die Übergangparameter und andererseits durch die Interpolation auf dem globalen Raster wertvolle Informationen verloren.

In der vorliegenden Arbeit werden die Daten des ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) für die Berechnung der Projektionsfunktionen verwendet, und Untersuchungen mit VLBI-Experimenten seit Jänner 2002 zeigen, dass die Wiederholbarkeiten von Basislinienlängen im Vergleich zur Auswertung mit den NMF-Projektionsfunktionen von Niell (1996) mit der IMF und insbesondere der VMF deutlich verbessert werden. Außerdem wird von der zu erwartenden Verbesserung der numerischen Wettermodelle vor allem die VMF profitieren.

Abstract

Besides instrumental influences, the tropospheric delay modelling is the major error source in geodetic VLBI (Very Long Baseline Interferometry). Most critical there are the mapping functions which map the hydrostatic and wet zenith delays down to lower elevations. Hence in the past few years, numerical weather models have been investigated to improve the accuracy of tropospheric delay modelling. The VMF (Vienna Mapping Function) is derived from the meteorological profiles above the VLBI-stations by exact raytracing, exploiting the full information of the numerical weather models. On the other hand, the IMF (Isobaric Mapping Function) by Niell (2001) applies intermediate parameters on a global grid, which certainly allows the determination of IMF on the whole Earth, i.e. also for all stations of other techniques (GPS, Glonass, ..), but gives away valuable information by the interpolation on the grid and the transition to intermediate parameters.

For the investigations presented here, data from the ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) are used to calculate the coefficients of the mapping functions. The analysis of VLBI-experiments since January 2002 shows that the repeatability of baseline lengths with IMF and especially VMF is improved considerably compared to using the Niell Mapping Functions (NMF, Niell, 1996). Furthermore, mainly VMF will take advantage of future improvements of the numerical weather models.

1 Einleitung

Bei der VLBI (Very Long Baseline Interferometry) werden Signale beobachtet, die von Radioquellen ausgesendet worden sind, die teilweise Milliarden von Lichtjahren entfernt liegen, und daher enorme Distanzen im Universum zurückgelegt haben. Da die VLBI jedoch ein differentielles Verfahren ist und die Unterschiede in den Ankunftszeiten an zwei Radioteleskopen als Messgröße verwendet, sind die Laufzeitverzögerungen (Abweichungen von der Lichtgeschwindigkeit) entlang des Signalweges erst dann von Bedeutung, wenn sie für die beiden Antennen unterschiedlich groß sind (vgl. Abb. 5.1–1). Das gilt zunächst für die Ionosphäre (zwischen 50 km und 1000 km Höhe), zu der nach internationaler Definition jener Bereich der Atmosphäre gezählt wird, in dem die Dichte der Elektronen und Ionen ausreichend groß ist, um elektromagnetische Wellen zu beeinflussen. Die ionosphärischen Laufzeitverzögerungen bei der VLBI können aber sehr gut durch die Beobachtung in zwei Frequenzen (2.3 GHz und 8.4 GHz) eliminiert werden, weil die Ionosphäre in diesem Frequenzbereich ein dispersives Medium ist (Hobiger, 2002).

Alle Anteile der Atmosphäre, die aufgrund der geringen Elektronen- und Ionendichte nicht zur Ionosphäre zählen, fasst man unter dem Begriff der 'neutralen Atmosphäre' zusammen. Für die Laufzeitverzögerungen der Radiowellen sind davon die Schichten bis in eine Höhe von etwas mehr als 100 km von Bedeutung. Mit diesen Laufzeitverzögerungen befasst sich nun die vorliegende Arbeit, und sie müsste streng genommen den Titel 'Laufzeitverzögerungen in der neutralen Atmosphäre in der VLBI' tragen. Da jedoch die Troposphäre (bis ~ 12 km Höhe) für den Hauptteil der Laufzeitverzögerungen verantwortlich ist, verwendet man trotzdem zumeist den Begriff der troposphärischen Laufzeitverzögerungen.

Diese spielen in der geodätischen VLBI eine sehr zentrale Rolle. Zum einen sind sie neben den instrumentellen Einflüssen die wichtigste Fehlerquelle bei der Bestimmung geodätischer Parameter, wie Basislinienlängen, Positionen der Radioquellen oder Erdorientierungsparameter (EOP), zum anderen ist in den letzten Jahren immer stärker deren Bedeutung für Meteorologie und Klimatologie erkannt worden (Boehm et al., 2003a).

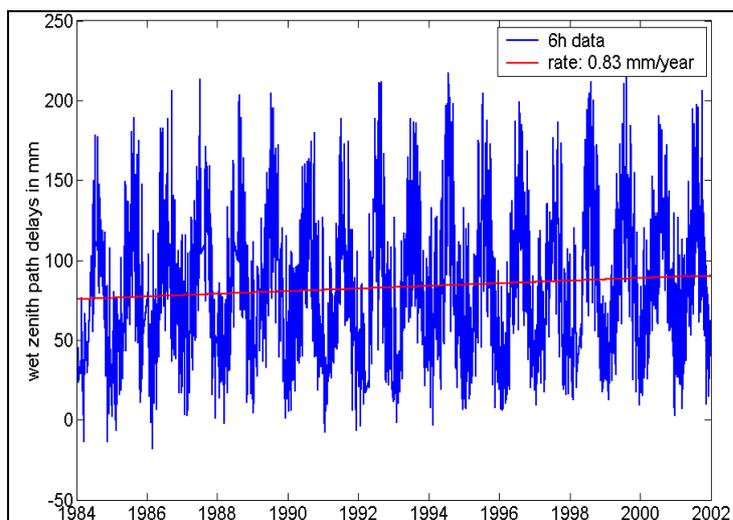


Abb. 1-1. Feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung ('wet zenith path delay') an der Station Wettzell (Deutschland) seit 1984. Der langfristige Trend beträgt rund +0.83 mm/Jahr (aus Boehm et al., 2003).

Die Laufzeitverzögerungen aufgrund des feuchten Anteils der Troposphäre geben nämlich Aufschluss über den integrierten Wasserdampfgehalt über einer Station. Zwar verfügt die VLBI nicht über eine so hohe zeitliche und räumliche Dichte an

Beobachtungen wie das GPS (Global Positioning System), ihre Zeitserien sind aber länger (teilweise seit 1979) und von größerer Langzeitstabilität, und sie können daher besser für klimatologische Studien verwendet werden. Als Beispiel ist in Abb. 1-1 die langzeitliche Entwicklung der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung an der VLBI-Station Wettzell (Deutschland) mit einem Trend von rund $+0.83$ mm/Jahr zu sehen, was einer Zunahme des ausfällbaren Wassers von ungefähr $+1.4$ mm/Jahr entspricht.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit der mit VLBI bestimmten troposphärischen Laufzeitverzögerungen liegt in der Validierung von GPS-Ergebnissen. Untersuchungen auf diesem Gebiet zeigen zwar eine gute Übereinstimmung zwischen den totalen Laufzeitverzögerungen, es besteht allerdings ein gewisser Offset zwischen den Zeitserien der VLBI und des GPS (Schuh und Boehm, 2003). Als Beispiel zeigt Abb. 1-2 die totalen Laufzeitverzögerungen an der Station Algonquin Park (Kanada) während der 15-tägigen VLBI-Kampagne CONT02 (siehe Anhang A.3) aus VLBI- und GPS-Beobachtungen. Deutlich zu erkennen ist der Bias zwischen den Zeitreihen, obwohl wegen der unterschiedlichen Antennenhöhen bei GPS und VLBI eine Korrektur angebracht worden ist. Die Arbeiten auf diesem Gebiet haben zur Veröffentlichung der Troposphärenparameter als offizielles IVS (International VLBI Service for Geodesy and Astrometry) Produkt beigetragen (IVS, 2003).

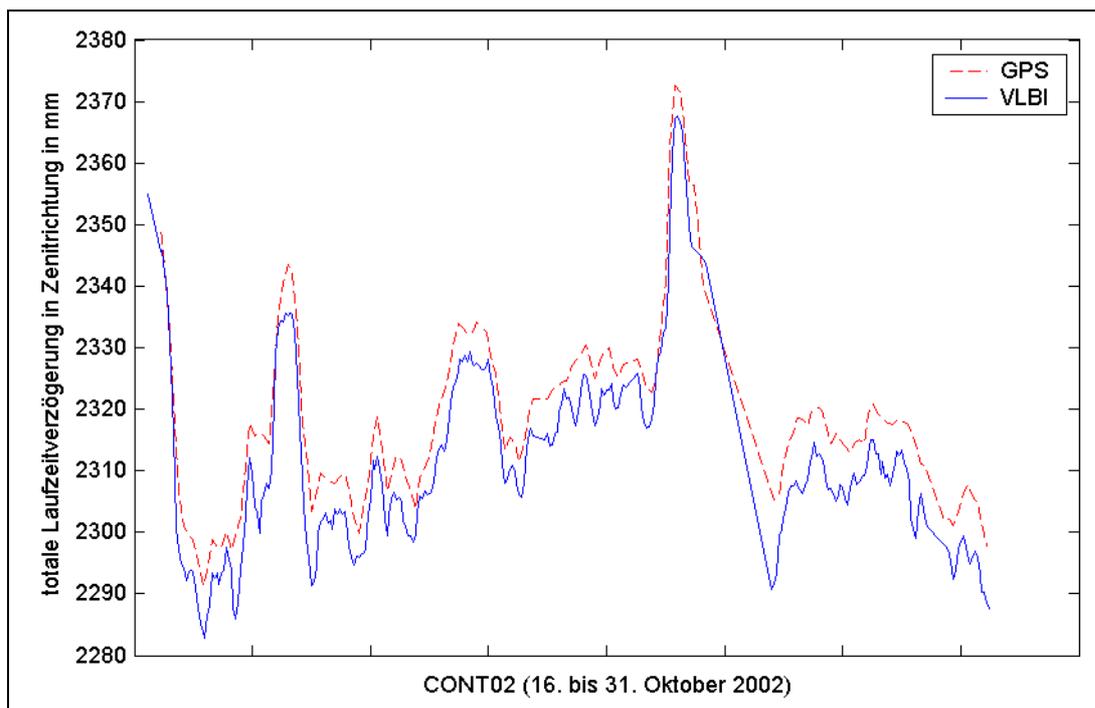


Abb. 1-2. Totale Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung in mm an der Station Algonquin Park (Kanada) während der 15-tägigen VLBI-Kampagne CONT02 im Oktober 2002 aus VLBI- und GPS-Beobachtungen (strichliert). Im Mittel sind die Zeitserien um 7 mm gegeneinander verschoben.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt aber nicht in der Bereitstellung von Informationen über den Wasserdampfgehalt der Atmosphäre, sondern sie beschäftigt sich in erster Linie mit der Modellierung der Laufzeitverzögerungen in der neutralen Atmosphäre, um bestmögliche Genauigkeiten bei der VLBI-Auswertung zu erzielen. Zentraler Punkt dabei ist die Entwicklung einer eigenen Projektionsfunktion (Vienna Mapping Function VMF), die auf Daten eines numerischen Wettermodells beruht.

Viele Inhalte der vorliegenden Arbeit gelten nicht nur für die VLBI, sondern auch für das GPS oder zukünftige Satellitennavigationssysteme wie Galileo, die mit ähnlichen Frequenzen arbeiten. Die VLBI hat aber den großen Vorteil, dass auch unter tieferen Elevationswinkeln beobachtet werden kann (bis 3° Elevation), weil Einflüsse wie Mehrwegeeffekte oder Phasenzentrumsvariationen aufgrund der unidirektionalen Antennen nicht auftreten. Deswegen ist sie im Gegensatz zu GPS besser geeignet, um Projektionsfunktionen zu validieren und entwickeln, weil Verbesserungen gerade bei den Beobachtungen in tiefen Elevationen zum Tragen kommen.

Kapitel 2 befasst sich mit den physikalischen Grundlagen der Wellenausbreitung in Vakuum und in Materie. Es werden dabei die Eigenschaften des komplexen Brechungsindex, der sich aus Dispersion und Absorption zusammensetzt, eingehend erklärt. Die Inhalte dieses Kapitels bleiben für gewöhnlich aus der geodätischen Literatur ausgeklammert, sie sind aber für ein besseres Verständnis der Refraktivität von großer Bedeutung.

In Kapitel 3 werden die Grundlagen dann insofern präzisiert, als die Laufzeitverzögerungen auf Mikrowellen (z.B. VLBI) in der neutralen Atmosphäre eingeschränkt werden. Es wird darin die Trennung zwischen dem hydrostatischen und feuchten Anteil beschrieben und gezeigt, wie die feuchten Laufzeitverzögerungen in den integrierten Wasserdampfgehalt umgerechnet werden können. Zur Verifizierung der Aussagen werden immer meteorologische Profile aus ECMWF-Daten (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) herangezogen.

Das Kapitel 4 beschäftigt sich dann mit der Modellierung der Laufzeitverzögerungen in der VLBI. Azimutalsymmetrische Effekte werden dabei durch die Projektionsfunktionen beschrieben, und die in dieser Arbeit entwickelte Vienna Mapping Function (VMF) wird dabei mit den IMF- (Niell, 2001) und NMF-Projektionsfunktionen (Niell, 1996) verglichen, wobei VMF und IMF aus Daten des ECMWF berechnet werden. Der zweite Teil des Kapitels 4 fasst den derzeitigen Stand der Modellierung der azimutalen Asymmetrie der Laufzeitverzögerungen in Form der horizontalen Gradienten zusammen. Es werden dabei auch Überlegungen zu zukünftigen Gradientenmodellen angestellt, die mittels numerischer Wettermodelle entwickelt werden könnten.

Bevor die neuen Projektionsfunktionen VMF und IMF auf tatsächliche VLBI-Beobachtungen angewendet werden, sollen in Kapitel 5 zunächst noch die technischen Grundlagen der VLBI wiederholt werden.

In Kapitel 6 werden schließlich die Projektionsfunktionen VMF, IMF und NMF für spezielle VLBI-Experimente verwendet. Anhand von geeigneten Tests (z.B. Wiederholbarkeit von Basislinienlängen oder 'cutoff elevation angle tests') können Rückschlüsse auf die Genauigkeiten der Projektionsfunktionen gezogen werden.

Im Anhang ist unter anderem auch das Strahlverfolgungsprogramm beigelegt, auf das die VMF aufgebaut ist (Anhang A.2). Außerdem werden die Datensätze des ECMWF beschrieben, die für die Berechnung der Projektionsfunktionen verwendet worden sind (Anhang A.1).

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Das elektromagnetische Frequenzspektrum

Die Maxwell-Gleichungen (Gl. 2.2–1) und die aus ihnen abgeleitete Wellengleichung (Gl. 2.2–6) beschreiben elektromagnetische Felder und ihre Ausbreitung als Wellen im Raum. Das gesamte zur Zeit bekannte Frequenzspektrum elektromagnetischer Wellen, das über 24 Dekaden umfasst, ist schematisch in Abb. 2.1-1 dargestellt, um die Frequenzen ν , die Wellenlängen λ und die entsprechenden Photonenergien übersichtlich vergleichen zu können. Ein Photon ist dabei die kleinste Energieeinheit eines elektromagnetischen Feldes der Frequenz ν , dessen Energiedichte 'gequantelt' ist und immer als Summe von Energiequanten $h \cdot \nu$ geschrieben werden kann. Dabei bezeichnet die Konstante h das Planck'sche Wirkungsquantum. Wenn auch der gesamte Spektralbereich für das elektromagnetische Feld im Vakuum durch die selben Gleichungen mit den gleichen Konstanten ϵ_0 und μ_0 beschrieben werden kann (Kapitel 2.2), so ändert sich dies grundlegend, wenn die Wechselwirkung des elektromagnetischen Feldes mit Materie betrachtet wird. Hier spielen die frequenzabhängigen Eigenschaften der Materie wie z.B. Absorption und Dispersion eine große Rolle (Kapitel 2.3).

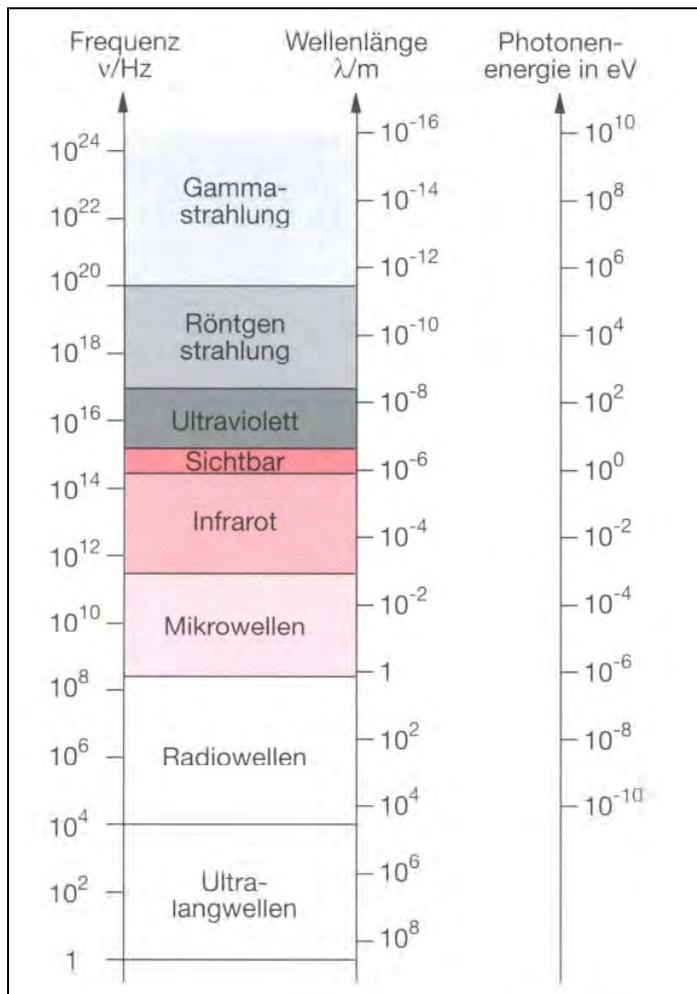


Abb. 2.1-1. Übersicht des gesamten bisher bekannten elektromagnetischen Spektrums mit den Frequenzen, Wellenlängen und Photonenergien. Die VLBI- und GPS-Frequenzen liegen im Bereich der Mikrowellen (aus Demtröder, 1999).

Für Beobachtungen vom Erdboden aus ist man auf diejenigen Spektralbereiche beschränkt, die von der Erdatmosphäre durchgelassen werden (Abb. 2.1-2). Dies sind im Wesentlichen das sichtbare, das Radiofrequenzgebiet und enge Fenster im nahen Infrarot, wo die Atmosphäre wenig absorbiert, sodass die Strahlung bis auf den Erdboden dringen kann. Die Strahlung in anderen Bereichen wird durch Spurengase wie z.B. CO_2 , H_2O , OH oder CH_4 in der Atmosphäre absorbiert. Die Hauptbestandteile der Atmosphäre, N_2 und O_2 , absorbieren erst für $\lambda < 200$ nm, dem sogenannten Vakuum-UV. Für alle diese Spektralbereiche muss man Messungen deshalb von Stationen außerhalb der Atmosphäre (Ballons, Satelliten, Raumsonden) machen.

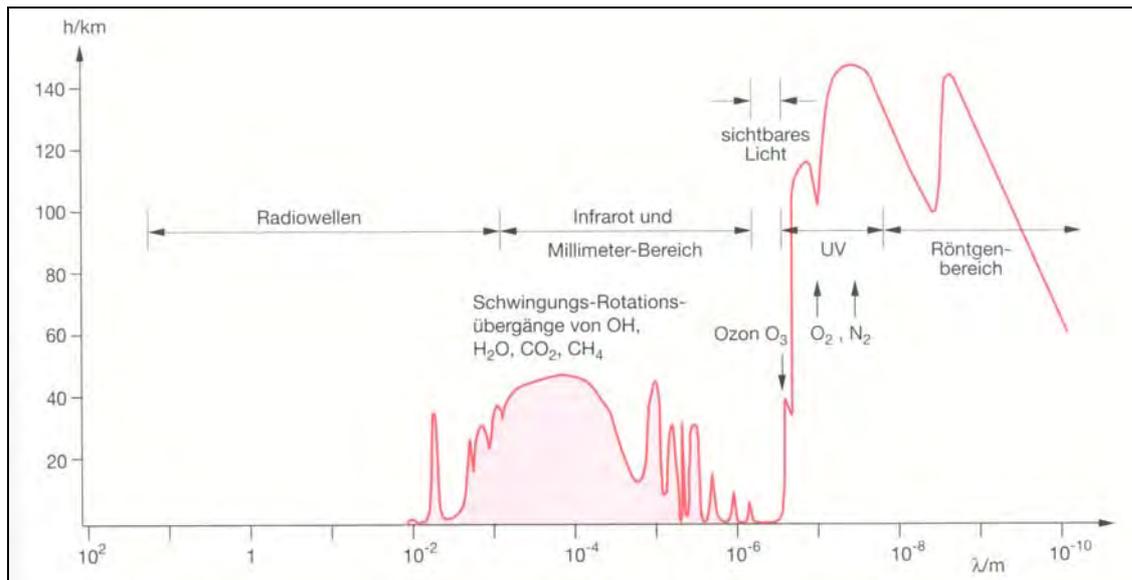


Abb. 2.1-2. Spektrales Absorptionsverhalten der Atmosphäre. Die Kurve gibt die Höhe h in der Atmosphäre über dem Erdboden an, in der die Intensität $I(\lambda)$ der von außen einfallenden Strahlung auf $1/e$ abgeschwächt wird. Man sieht, dass es nur wenige spektrale Fenster gibt, in denen $I(\lambda)$ praktisch ungeschwächt auf dem Erdboden ankommt (aus Demtröder, 1999).

2.2 Periodische Funktionen zur Beschreibung von EM-Wellen

Die elektromagnetischen Wellen werden durch Oszillationen geladener Teilchen hervorgerufen und bestehen aus elektrischen und magnetischen Feldkomponenten, die sich zusammen mit Wellencharakter ausbreiten. Maxwell ist es gelungen, das Verhalten solcher Wellen mathematisch in Formeln zu fassen. Bei der Ausbreitung im Vakuum haben die Gleichungen folgende Gestalt (Demtröder, 1999):

$$\text{rot } \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{rot } \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\text{Gl. 2.2-1} \quad \text{div } \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{div } \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

Dabei entsprechen \mathbf{E} und \mathbf{B} dem elektrischen bzw. dem Magnetfeld, ϵ_0 und μ_0 sind die Influenz- bzw. die Permeabilitätskonstante, für die zusammen mit der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c gilt

$$\text{Gl. 2.2-2} \quad \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2},$$

und \mathbf{j} und ρ sind die Strom- bzw. Ladungsdichte. Somit vereinfachen sich die Maxwell-Gleichungen im ladungs- und stromfreien Raum ($\rho = 0$, $\mathbf{j} = \mathbf{0}$) zu:

$$\text{Gl. 2.2-3} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\text{Gl. 2.2-4} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Wendet man auf beide Seiten von Gl. 2.2-3 den Differentialoperator **rot** an und setzt **rot B** aus Gl. 2.2-4 ein, so erhält man

$$\text{Gl. 2.2-5} \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2},$$

wobei die zeitliche Differentiation vorgezogen werden kann, da ∇ nicht von der Zeit abhängt. Nun gilt für **rot rot E**:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla \cdot (\nabla \mathbf{E}) = \mathbf{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \text{div}(\mathbf{grad } \mathbf{E})$$

Im ladungsfreien Raum ist $\rho = 0$ und daher nach Gl. 2.2-1 auch $\text{div } \mathbf{E} = 0$. Deshalb erhalten wir aus Gl. 2.2-5 die Gleichung

$$\text{Gl. 2.2-6} \quad \Delta \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2},$$

wobei $\Delta = \text{div grad}$ der Laplace-Operator ist. Gl. 2.2-6 ist eine Wellengleichung, welche die Ausbreitung eines zeitlich veränderlichen elektrischen Feldes $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ im Vakuum mit der Lichtgeschwindigkeit c beschreibt. Dies ist eine Vektorgleichung, die drei Komponentengleichungen vertritt. Für die E_x -Komponente ergibt sich in kartesischen Koordinaten

$$\text{Gl. 2.2-7} \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2},$$

wobei entsprechende Gleichungen auch für E_y und E_z gelten. (Eine ganz analoge Wellengleichung erhält man für das magnetische Feld $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, wenn man ausgehend von Gl. 2.2-4 **rot rot B** bildet und Gl. 2.2-3 einsetzt.) Besonders einfache Lösungen der Wellengleichung (Gl. 2.2-6) ergeben sich, wenn \mathbf{E} nur von einer Koordinate, z.B. der z -Koordinate, abhängt. Dann gilt

$$\text{Gl. 2.2-8} \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y} = 0,$$

d.h. der Vektor \mathbf{E} hat auf einer Ebene $z = z_0 = \text{const}$ zu einem festen Zeitpunkt $t = t_0$ überall den gleichen Wert und die gleiche Richtung. Die Wellengleichung (Gl. 2.2-6) vereinfacht sich dadurch zu:

$$\text{Gl. 2.2-9} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Aus $\text{div } \mathbf{E} = 0$ im ladungsfreien Vakuum folgt dann wegen Gl. 2.2-8:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow E_z = a = \text{const}$$

Wählt man die Randbedingungen so, dass die Konstante $a = 0$ wird, dann hat die Welle nur noch E_x - und E_y -Komponenten:

$$\mathbf{E} = \{E_x, E_y, 0\}$$

Die allgemeinen Lösungen von Gl. 2.2-9 für ebene Wellen sind:

$$\begin{aligned} E_x &= f_x(z - ct) + g_x(z + ct) \\ \text{Gl. 2.2-10} \quad E_y &= f_y(z - ct) + g_y(z + ct) \end{aligned}$$

Dabei sind f und g beliebige, stetig differenzierbare Funktionen des Arguments $(z - ct)$ bzw. $(z + ct)$. Sie stellen ebene, aber nicht notwendigerweise periodische Wellen dar, weil die Ebenen $z = \text{const}$ Flächen konstanter Phase sind, d.h. für alle Punkte der Ebene $z = z_0$ ist das Argument $(z \pm ct)$ zur gleichen Zeit gleich. Diese Phasenflächen laufen für die Funktion $f(z - ct)$ mit der Geschwindigkeit c in die $+z$ Richtung, denn aus $z - ct = \text{const}$ folgt durch Differentiation:

$$\frac{dz}{dt} - c = 0 \Rightarrow \frac{dz}{dt} = +c$$

Die Lösungen (Gl. 2.2-10) der Wellengleichung sind ebene transversale Wellen, weil der elektrische Feldvektor $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, 0\}$ senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung \mathbf{e}_z steht.

Ein besonders wichtiger Spezialfall der Gl. 2.2-10 sind die ebenen periodischen Wellen, die durch Sinus- oder Cosinusfunktionen dargestellt werden können. Man nennt die räumliche Periode, nach der (zum gleichen Zeitpunkt) die Funktion f in Gl. 2.2-10 wieder den gleichen Wert hat, die Wellenlänge λ :

$$\text{Gl. 2.2-11} \quad f(z + \lambda - ct) = f(z - ct)$$

Benützt man für periodische Wellen den Ansatz

$$\text{Gl. 2.2-12} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot f(z - ct) = \mathbf{E}_0 \cdot \sin[k(z - ct)],$$

so folgt aus der Periodizitätsbedingung (Gl. 2.2-11) für die Konstante k:

$$\text{Gl. 2.2-13} \quad k \cdot \lambda = 2\pi \quad \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Man bezeichnet k als Wellenzahl, und für Gl. 2.2-12 ergibt sich somit

$$\text{Gl. 2.2-14} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot \sin\left(kz - \frac{2\pi c}{\lambda} t\right) = \mathbf{E}_0 \cdot \sin(kz - \omega t),$$

wenn man die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot \nu$ verwendet. Andererseits können auch Cosinusfunktionen als Lösungen angesetzt werden:

$$\text{Gl. 2.2-15} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot \cos(kz - \omega t)$$

Die richtige Wahl hängt von den Anfangsbedingungen ab. Häufig werden auch die komplexen Schreibweisen

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}_0 \cdot e^{i(kz - \omega t)} \\ \text{Gl. 2.2-16} \quad \mathbf{E}_2 &= \mathbf{E}_0 \cdot e^{-i(kz - \omega t)} = \mathbf{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - kz)} = \mathbf{E}_1^* \end{aligned}$$

verwendet, deren Realteil $(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)/2$ oder Imaginärteil $-i(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)/2$ dann die reellen Lösungen Gl. 2.2-15 bzw. Gl. 2.2-14 repräsentieren.

Breitet sich eine ebene Welle in einer beliebigen Richtung aus, so kann man den Ausbreitungsvektor $\mathbf{k} = \{k_1, k_2, k_3\}$ definieren, den man Wellenvektor nennt und für dessen Betrag gilt:

$$|\mathbf{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Die Phasenflächen sind dann Ebenen senkrecht zu \mathbf{k} . Der Wellenvektor \mathbf{k} ist daher Normalenvektor auf den Phasenebenen. Für die komplexe Darstellung solcher Wellen gilt:

$$\text{Gl. 2.2-17} \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$$

Für $\mathbf{k} = \{0, 0, k_z\}$ geht Gl. 2.2-17 wegen $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k \cdot z$ wieder in Gl. 2.2-16 über.

2.3 EM-Wellen in Materie

Nachdem sich Kapitel 2.2 mit den Eigenschaften elektromagnetischer Wellen im Vakuum befasst hat, soll nun untersucht werden, welchen Einfluss Materie (im Speziellen die neutrale Atmosphäre) auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen hat. Es werden dazu die vereinfachten Maxwell-Gleichungen im Vakuum (Gl. 2.2–3,4) verwendet, aus denen sich die Wellengleichung für Wellen im Vakuum ergab, ergänzt durch Terme, welche den Einfluss des Mediums enthalten.

Während die Ausbreitung und die Überlagerung elektromagnetischer Wellen in Materie durch eine klassische makroskopische Theorie, die auf den erweiterten Maxwell-Gleichungen basiert, gut beschrieben werden können, lassen sich die Erzeugung und Vernichtung von elektromagnetischen Wellen (Emission und Absorption) durch die Atome des Mediums im mikroskopischen Modell der Atomphysik nur durch die Quantentheorie richtig deuten. Trotzdem gewinnt man durch das klassische Modell des gedämpften Oszillators für die absorbierenden oder emittierenden Atome einen guten Einblick in die physikalischen Phänomene, die bei elektromagnetischen Wellen in Materie auftreten. Das Kapitel 2.3 folgt im Wesentlichen den Darstellungen von Demtröder (1999), eine ähnliche Herleitung findet man auch in Born und Wolf (1997). Es soll nun zuerst eine anschauliche phänomenologische Darstellung gegeben werden, bevor die Lösung der erweiterten Maxwell-Gleichungen behandelt wird.

2.3.1 Phänomenologische Darstellung

Misst man die Ausbreitungsgeschwindigkeit $c' = v_{\text{ph}}$ elektromagnetischer Wellen im Medium, so stellt man experimentell fest, dass der Wert von c' um einen vom Medium abhängigen Faktor $n > 1$ kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum ist:

$$\text{Gl. 2.3-1} \quad c'(n) = \frac{c}{n}$$

Außerdem hängt der Wert von n und damit auch die Geschwindigkeit c' von der Wellenlänge λ ab (Dispersion):

$$\text{Gl. 2.3-2} \quad n = n(\lambda) \quad \Rightarrow \quad c' = c'(\lambda)$$

Um diese Ergebnisse zu verstehen, betrachtet man zunächst eine ebene Lichtwelle

$$\text{Gl. 2.3-3} \quad \mathbf{E}_e = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - k z)} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega(t - z/c')},$$

die in z -Richtung durch ein Medium (z.B. eine Schicht der neutralen Atmosphäre) der Dicke Δz läuft. Innerhalb eines Mediums ist die Wellenlänge $\lambda = \lambda_0/n$ kleiner als außerhalb. In diesem Medium werden die Atomelektronen zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Diese schwingenden Dipole strahlen ihrerseits wieder elektromagnetische Wellen \mathbf{E}_k der gleichen Frequenz ω wie die der Erregerwelle aus, aber die Phase der erzwungenen Schwingungen ist verzögert gegen die der Erregerschwingung. Im Beobachtungspunkt $P(z)$ überlagern sich Primär- und Sekundärwellen zu einem Gesamtwellenfeld:

Gl. 2.3-4
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_e + \sum_k \mathbf{E}_k$$

Wegen der Phasenverzögerung der Sekundärwellen \mathbf{E}_k ist die gesamte Welle \mathbf{E} im Punkt P verzögert, d.h. sie kommt später an als ohne Medium, ihre Geschwindigkeit c' ist also kleiner (Abb. 2.3-1, Abb. 2.3-2).

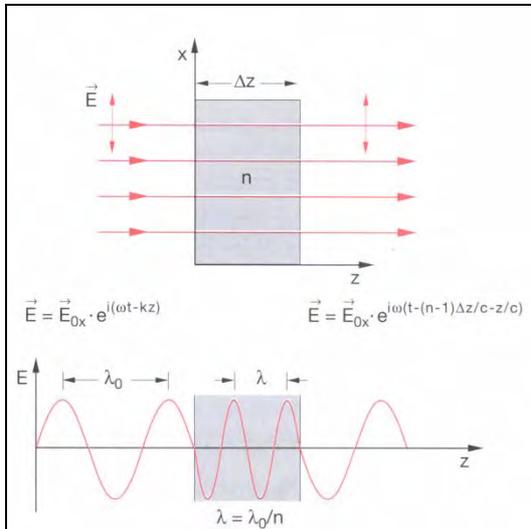


Abb. 2.3-1. Durchgang einer ebenen Welle durch ein Medium mit dem Brechungsindex n (aus Demtröder, 1999).

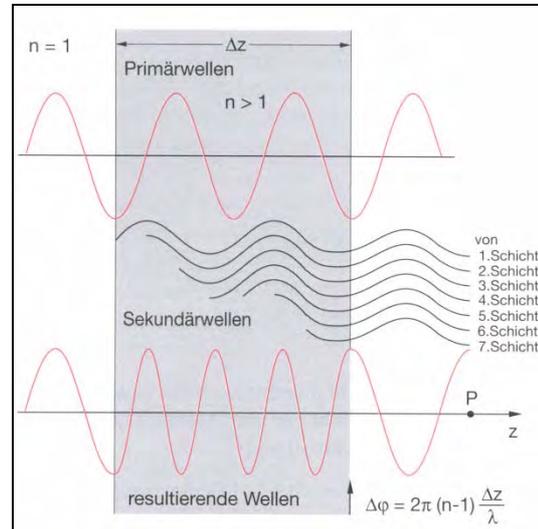


Abb. 2.3-2. Anschauliche Darstellung der Verzögerung einer Welle beim Durchgang durch ein transparentes Medium. Die einfallende Welle wird überlagert mit den phasenverzögerten Sekundärwellen, welche von den zu erzwungenen Schwingungen angeregten Dipolen in den einzelnen Schichten des Mediums ausgehen (aus Demtröder, 1999).

2.3.2 Makroskopische Beschreibung

Im Vakuum würde die Welle für die Strecke Δz die Zeit $t = \Delta z/c$ benötigen. Im Medium läuft sie mit der Geschwindigkeit $c' = c/n$ und braucht daher die zusätzliche Zeit:

$$\Delta t = (n - 1) \cdot \Delta z/c$$

Nach Durchlaufen des Mediums wird die Welle im Punkt P(z) also beschrieben durch:

Gl. 2.3-5
$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{i\omega \left[t - (n-1) \frac{\Delta z}{c} - \frac{z}{c} \right]} = \mathbf{E}_0 \cdot e^{i\omega \left(t - \frac{z}{c} \right)} \cdot e^{-i\omega (n-1) \frac{\Delta z}{c}}$$

Der erste Faktor in Gl. 2.3-5 gibt die ungestörte Welle an, die man ohne Medium erhalten würde. Der Einfluss des Mediums kann also durch den zweiten Faktor

$$e^{-i\varphi} \quad \text{mit} \quad \varphi = \omega (n-1) \frac{\Delta z}{c}$$

beschrieben werden. Ist die durch das Medium bewirkte Phasenverschiebung φ genügend klein (dies ist bei Gasen mit $n - 1 \ll 1$ häufig erfüllt, wenn man eine begrenzte Schichtdicke annimmt), so kann die Näherung

$$e^{-i\varphi} \approx 1 - i\varphi$$

verwendet werden, und man erhält aus Gl. 2.3-5 die Überlagerung (Gl. 2.3-4) in der Form

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)} - i\omega(n-1)\frac{\Delta z}{c} \mathbf{E}_0 e^{i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)} =$$

Gl. 2.3-6

$$\mathbf{E}_e + \mathbf{E}_{\text{Medium}}$$

womit der Einfluss der Sekundärwellen auf die Verzögerung der Primärwelle global durch den Brechungsindex n und die Dicke Δz der Materieschicht beschrieben wird.

2.3.3 Mikroskopisches Modell

Um den zweiten Term $\mathbf{E}_{\text{Medium}}$ in Gl. 2.3-6 mithilfe einer mikroskopischen, aber klassischen Theorie zu berechnen, beschreibt man jedes Atomelektron, das durch die Lichtwelle

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - kz)}$$

infolge der Kraft $\mathbf{F} = -e \cdot \mathbf{E}$ zu erzwungenen Schwingungen angeregt wird, durch das Modell des gedämpften harmonischen Oszillators. Die Bewegungsgleichung der Schwingung des Oszillators, die durch eine in x -Richtung polarisierte Welle erzwungen wird, lautet:

$$\text{Gl. 2.3-7} \quad m\ddot{\mathbf{x}} + b\dot{\mathbf{x}} + D\mathbf{x} = -e \cdot \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$$

Dabei wurde angenommen, dass das von den Dipolen erzeugte Feld klein ist gegenüber dem Feld der einfallenden Welle, sodass für die Erregerfeldstärke die Feldstärke der einfallenden Welle eingesetzt wurde, obwohl eigentlich die Gesamtfeldstärke hätte verwendet werden müssen. Auch hier ist für $(n - 1) \ll 1$ diese Näherung gerechtfertigt.

Mit $\omega_0^2 = D/m$ für die Eigenfrequenz, $\gamma = b/m$ für den Dämpfungsfaktor und dem Ansatz

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \cdot e^{i\omega t}$$

erhält man für die Schwingung der Atomelektronen in der Ebene $z = 0$:

$$\text{Gl. 2.3-8} \quad \mathbf{x}_0 = -\frac{e\mathbf{E}_0/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$$

Sind in einer dünnen Schicht der Dicke Δz in der Ebene $z = z_0$ insgesamt $\Delta z \cdot \int N \cdot dA$ schwingende Dipole (N ist die räumliche Dichte der Dipole), so ist das gesamte, von allen Dipolen der Schicht im Punkt P erzeugte Feld durch die Überlagerung aller dieser Anteile gegeben durch (Demtröder, 1999):

$$\text{Gl. 2.3-9} \quad \mathbf{E}(z) = -i\omega \frac{\Delta z}{c} \cdot \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m ((\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma)} \cdot \mathbf{E}_0 e^{i\omega(t-z/c)}$$

Dies ist der in Gl. 2.3-6 enthaltene zusätzliche Anteil $\mathbf{E}_{\text{Medium}}$. Der Vergleich mit Gl. 2.3-6 liefert dann für den Brechungsindex n den Ausdruck:

$$\text{Gl. 2.3-10} \quad n = 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m ((\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma)}$$

Der Brechungsindex ist eine komplexe Zahl. Er hängt ab von der Dichte N der schwingenden Dipole, d.h. von der Atomdichte des Mediums, und von der Frequenzdifferenz $\Delta\omega = (\omega - \omega_0)$ zwischen der Frequenz ω der elektromagnetischen Welle und der Resonanzfrequenz ω_0 der schwingenden Atomelektronen, die wiederum durch die elektrostatische Rückstellkraft ($-D \cdot x$) der Elektronen an ihre Gleichgewichtslage und durch ihre Masse $m = m_e$ festgelegt ist.

Um die physikalische Bedeutung der komplexen Brechzahl zu verstehen, wird Gl. 2.3-10 in der Form

$$n = n' - i\kappa$$

geschrieben. Durch Erweitern des Bruches in Gl. 2.3-10 mit $((\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma)$ erhält man nämlich:

$$\text{Gl. 2.3-11} \quad n = 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2)}$$

Setzen wir dies in Gl. 2.3-5 ein, so ergibt sich für die Feldstärke $\mathbf{E}(z)$ der durch das Medium mit der Dicke Δz transmittierten Welle mit $k_0 = \omega/c$:

$$\text{Gl. 2.3-12} \quad \mathbf{E}(z) = A \cdot B \cdot \mathbf{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - k_0 z)}$$

Der Faktor

$$A = e^{-\omega\kappa\Delta z/c}$$

gibt die Abnahme der Amplitude beim Durchgang durch das Medium an. Nach der Strecke $\Delta z = c/(\omega \cdot \kappa)$ ist die Amplitude der Welle auf $1/e$ der einfallenden Amplitude E_0 abgesunken (Absorption). Die Intensität

$$I = c \varepsilon_0 E^2$$

erfährt dann die Abnahme

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot \Delta z}$$

(Beer'sches Absorptionsgesetz). Die Größe

$$\text{Gl. 2.3-13} \quad \alpha = \frac{4\pi \kappa}{\lambda_0} = \frac{4\pi \nu \kappa}{c}$$

heißt Absorptionskoeffizient. Er hat die Maßeinheit $[\alpha] = 1/m$. Der Faktor

$$\text{Gl. 2.3-14} \quad B = e^{-i\omega(n'-1)\Delta z/c}$$

gibt die Phasenverzögerung der Welle beim Durchgang durch das Medium an. Die zusätzliche Phasenverschiebung gegenüber dem Durchlaufen der Strecke Δz im Vakuum ist

$$\text{Gl. 2.3-15} \quad \Delta\varphi = \omega(n'-1)\Delta z/c = 2\pi(n'-1)\Delta z/\lambda_0,$$

d.h. die gesamte Phasenänderung der Welle über eine Laufstrecke $\Delta z = \lambda_0$ ist im Medium $\Delta\varphi = n' \cdot 2\pi$, während sie im Vakuum 2π beträgt.

Da die Wellenlänge λ definiert ist als der räumliche Abstand zwischen zwei Phasenflächen, die sich um $\Delta\varphi = 2\pi$ unterscheiden, folgt daraus, dass die Wellenlänge λ im Medium mit dem Brechungsindex $n = n' - i\kappa$ kleiner wird als die Wellenlänge λ_0 im Vakuum:

$$\text{Gl. 2.3-16} \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n'}$$

Weil die Frequenz ω der Welle sich nicht ändert, folgt für die Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = v \cdot \lambda = (\omega/2\pi) \cdot \lambda$ der Welle:

$$\text{Gl. 2.3-17} \quad v_{ph} = c' = \frac{c}{n'}$$

Aus Gl. 2.3-11 erhält man also für Real- und Imaginärteil des Brechungsindex $n = n' - i\kappa$ die Dispersionsrelationen

$$\text{Gl. 2.3-18} \quad n' = 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m} \cdot \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2)}$$

$$\text{Gl. 2.3-19} \quad \kappa = \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m} \cdot \frac{\omega \gamma}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2)},$$

welche Absorption und Dispersion von elektromagnetischen Wellen in Materie mit Imaginär- und Realteil der komplexen Brechzahl n verknüpfen. Die oben hergeleitete Formel für den Brechungsindex n beruht auf dem Modell gedämpfter harmonischer Oszillatoren, die alle dieselbe Eigenfrequenz ω_0 und die gleiche Dämpfungskonstante γ hatten. Um sie auf wirkliche Medien mit realen Atomen anzuwenden, müssen noch folgende Umstände berücksichtigt werden. Die Atome einer absorbierenden Substanz besitzen viele Energiezustände E_k , zwischen denen durch Absorption von elektromagnetischen Wellen mit Frequenzen ω_k Übergänge stattfinden können. Für die Absorption vom tiefsten Zustand E_0 aus gilt für die absorbierte Energie, wenn h das Planck'sche Wirkungsquantum ist:

$$\Delta E = E_k - E_0 = \frac{h}{2\pi} \omega_k$$

Wenn ein Atom mit einem anregbaren Elektron durch einen klassischen Oszillator beschrieben wird, so ist die Wahrscheinlichkeit W_k , dass es auf einer bestimmten Frequenz ω_k absorbiert, kleiner als die Wahrscheinlichkeit $W = \sum W_k$, dass es auf irgendeiner der vielen möglichen Frequenzen ω_k absorbiert. Für eine bestimmte Frequenz ω_k hat das Atom nur den Bruchteil f_k ($f_k < 1$) des Absorptions- oder Emissionsvermögens eines klassischen Oszillators. Die Zahl $f_k < 1$ heißt die Oszillatorenstärke des atomaren Übergangs. Summiert man die Absorptionswahrscheinlichkeiten über alle möglichen Übergänge des Atoms, so muss gerade das Absorptions- bzw. Emissionsvermögen des klassischen Oszillators herauskommen, d.h. es muss gelten:

$$\sum_k f_k = 1$$

Die einzelnen Atome können unabhängig voneinander auf einer ihrer Eigenfrequenzen ω_k Energie aus der einfallenden Lichtwelle absorbieren. Die Gesamtabsorption ist dann die Summe der Anteile der einzelnen Atome. Entsprechend wird der Brechungsindex n statt Gl. 2.3-10 durch die Formel

$$\text{Gl. 2.3-20} \quad n = 1 + \frac{e^2}{2\varepsilon_0 m_e} \sum_k \frac{N_k f_k}{(\omega_{0k}^2 - \omega^2) + i\gamma_k \omega}$$

bestimmt, wobei N_k die Zahl der Atome pro m^3 ist, welche die Absorptionsfrequenz ω_k haben. Der Brechungsindex $n'(\omega)$ sieht also für Medien mit vielen Absorptionseigenfrequenzen ω_k komplizierter aus (Abb. 2.3-3).

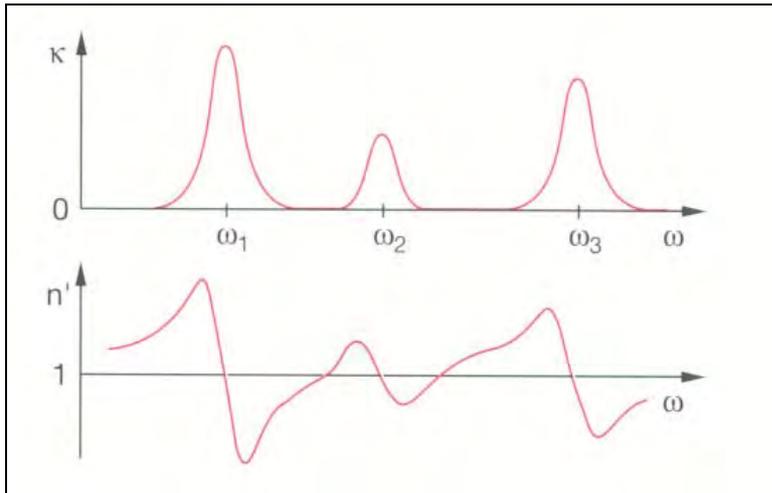


Abb. 2.3-3. Schematische Darstellung von $\kappa(\omega)$ und $n'(\omega)$ für einen Frequenzbereich, in dem mehrere Absorptionsfrequenzen ω_k liegen (aus Demtröder, 1999).

2.3.4 Wellengleichung in der neutralen Atmosphäre

Da in der neutralen Atmosphäre keine Leitungsströme fließen und die Zahl der freien Ladungsträger vernachlässigbar klein ist, gilt $\mathbf{j} = \mathbf{0}$ und $\rho = 0$. Analog zur Herleitung der Wellengleichung im Vakuum (2.2–6) erhält man dann die Wellengleichung

$$\text{Gl. 2.3-21} \quad \Delta \mathbf{E} = \mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{v_{\text{ph}}^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

für Wellen in Materie mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$\text{Gl. 2.3-22} \quad v_{\text{ph}} = c' = \frac{1}{\sqrt{\mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$

Dabei bezeichnen μ die Permeabilität und ε die Dielektrizitätskonstante. Außerdem ist für nicht ferromagnetische Medien $\mu \approx 1$. Der Vergleich von Gl. 2.3-22 mit Gl. 2.3-1 zeigt, dass der Brechungsindex n mit der relativen Dielektrizitätskonstanten ε verknüpft ist durch:

$$\text{Gl. 2.3-23} \quad n = \sqrt{\varepsilon}$$

Setzt man in die Maxwell-Gleichung

$$\text{Gl. 2.3-24} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

den Ausdruck

$$\text{Gl. 2.3-25} \quad \mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

für die dielektrische Verschiebungsdichte \mathbf{D} und die dielektrische Polarisation \mathbf{P} ein, so erhält man mit $\mu = 1$ statt Gl. 2.3-21 die völlig analoge Gleichung:

$$\text{Gl. 2.3-26} \quad \Delta \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}$$

Sie enthält in prägnanter Form das bereits diskutierte Ergebnis, dass die Welle im Medium aus der mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c laufenden Primärwelle besteht, der sich die durch die induzierten atomaren Dipole erzeugten Sekundärwellen, welche sich auch mit der Geschwindigkeit c ausbreiten, überlagern. Die kleinere Geschwindigkeit $c' = c/n$ kommt durch die Phasenverschiebung zwischen Sekundärwellen und Primärwelle zustande.

Für den einfachsten Fall eines isotropen und homogenen Mediums hat bei einer einfallenden ebenen Welle

$$\text{Gl. 2.3-27} \quad \mathbf{E} = \{E_x, 0, 0\} = \{E_0 \cdot e^{i(\omega t - kz)}, 0, 0\}$$

die dielektrische Polarisation nur eine Komponente P_x , für die bei nicht zu großen Feldstärken gilt

$$\text{Gl. 2.3-28} \quad P_x = N\alpha E_x = N\alpha E_0 e^{i(\omega t - kz)},$$

wobei N die Zahl der induzierten Dipole pro Volumen und α ihre Polarisation ist. Setzt man Gl. 2.3-28 in Gl. 2.3-26 ein, so ergibt sich:

$$\text{Gl. 2.3-29} \quad -k^2 E_x = -\frac{\omega^2}{c^2} E_x - \frac{\omega^2 N\alpha}{\epsilon_0 c^2} E_x \quad \Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{N\alpha}{\epsilon_0} \right)$$

Mit $v_{ph} = c/n = \omega/k$, also $n = c \cdot k/\omega$, folgt:

$$\text{Gl. 2.3-30} \quad n^2 = 1 + \frac{N\alpha}{\epsilon_0}$$

Dies ist der Zusammenhang zwischen Brechungsindex n und Polarisierbarkeit α der Atome des Mediums. Das induzierte Dipolmoment $\mathbf{p} = -e \cdot \mathbf{x}$ jedes atomaren Dipols, bei dem die Ladung $-e$ durch das elektrische Feld \mathbf{E} der Welle die Auslenkung \mathbf{x} erfährt, ist dann gemäß Gl. 2.3-8:

$$\text{Gl. 2.3-31} \quad \mathbf{p} = \frac{e^2 \mathbf{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}$$

Andererseits ist $p = \alpha(\omega) \cdot E$, sodass wir für die Polarisierbarkeit erhalten:

$$\text{Gl. 2.3-32} \quad \alpha = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}$$

Der Vergleich mit Gl. 2.3-30 gibt schließlich:

$$\text{Gl. 2.3-33} \quad n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m((\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\gamma)}$$

Diese Relation gilt auch für größere Werte von $(n - 1)$. Für $(n - 1) \ll 1$ geht Gl. 2.3-33 wieder in Gl. 2.3-10 bzw. Gl. 2.3-20 über.

2.3.5 Formel von Lorentz-Lorenz

Näherungsweise gilt für schwache elektrische Felder \mathbf{E}_e und die Polarisation \mathbf{P}

$$\text{Gl. 2.3-34} \quad \mathbf{P} = \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \mathbf{E}_e,$$

wobei χ die dielektrische Suszeptibilität bezeichnet und folgender Zusammenhang zur Dielektrizitätskonstanten besteht (Born und Wolf, 1999):

$$\text{Gl. 2.3-35} \quad \epsilon = 1 + \chi$$

Legt man eine Kugel um ein zentrales Molekül, so setzt sich das totale (effektive) Feld \mathbf{E} innerhalb dieser Kugel, das auf dieses Molekül wirkt, folgendermaßen zusammen:

$$\text{Gl. 2.3-36} \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_e + \frac{1}{3\epsilon_0} \mathbf{P}$$

Wie bereits erwähnt, sind unter der Annahme, dass keine permanenten Dipolmomente vorhanden sind, die elektrischen Dipolmomente proportional zum effektiven Feld \mathbf{E} :

$$\text{Gl. 2.3-37} \quad \mathbf{p} = \alpha \cdot \mathbf{E}$$

Das Molekül wird hier als isotrop angenommen. Da jedoch nur der durchschnittliche Effekt über alle Moleküle betrachtet wird, ist es nicht notwendig, dass jedes einzelne Molekül isotrop ist. α bezeichnet dann die mittlere Polarisierbarkeit.

Wenn also N die Anzahl der Moleküle pro Einheitsvolumen bezeichnet, dann ist das totale elektrische Moment pro Einheitsvolumen gegeben durch:

$$\text{Gl. 2.3-38} \quad \mathbf{P} = N \cdot \mathbf{p} = N \cdot \alpha \cdot \mathbf{E}$$

Eliminiert man nun \mathbf{E} durch Gl. 2.3-38 und Gl. 2.3-36, dann erhält man für die dielektrische Suszeptibilität χ :

$$\text{Gl. 2.3-39} \quad \varepsilon_0 \cdot \chi = \frac{N\alpha}{1 - \frac{1}{3\varepsilon_0} N\alpha}$$

Zusammen mit Gl. 2.3-35 folgt für die Dielektrizitätskonstante

$$\text{Gl. 2.3-40} \quad \varepsilon = \frac{1 + \frac{2}{3\varepsilon_0} N\alpha}{1 - \frac{1}{3\varepsilon_0} N\alpha}$$

und daraus für die mittlere Polarisierbarkeit α :

$$\text{Gl. 2.3-41} \quad \alpha = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{3\varepsilon_0}{N} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{3\varepsilon_0}{N}$$

Diese Gleichung wurde unabhängig und praktisch zur gleichen Zeit entwickelt, und zwar von zwei Wissenschaftlern mit beinahe identischen Namen (Lorentz und Lorenz) und wurde daher Formel von Lorentz-Lorenz genannt. Sie stellt also eine Brücke zwischen Maxwells phänomenologischer Theorie und der atomistischen Theorie der Materie her. Voraussetzung für Gl. 2.3-41 ist, dass die Moleküle nur schwach miteinander wechselwirken, das einfallende elektrische Feld nicht zu stark ist, damit die Verschiebungen der Ladungszentren proportional zum Feld sind, und es sich um nichtmagnetische Materie handelt. Gl. 2.3-41 kann nun mithilfe des allgemeinen Gasgesetzes (vgl. Gl. 2.3-43) in eine Gleichung für die sogenannte molekulare Refraktivität R_M umgeformt werden:

$$\text{Gl. 2.3-42} \quad R_M = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{M}{\rho} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{RT}{p_i} = \frac{\alpha N_A}{3\varepsilon_0}$$

Darin bezeichnen M die molare Masse des Moleküls, ρ die Dichte, p_i den (partiellen) Druck des Gases, T die absolute Temperatur in Kelvin, R die allgemeine Gaskonstante und N_A die Avogadro-Zahl. Gl. 2.3-42 wird auch als Gesetz von Clausius-Mosotti bezeichnet. Wenn man annimmt, dass bei Gasen $\varepsilon \approx 1$, und wenn man die Beziehung

$$\text{Gl. 2.3-43} \quad N = \frac{N_A \rho_i}{M} = \frac{N_A p_i}{R T}$$

zusammen mit Gl. 2.3-41 verwendet, dann erhält man für den Brechungsindex:

$$\text{Gl. 2.3-44} \quad (n-1) = \frac{\alpha}{2\epsilon_0} \frac{N_A}{R} \frac{p_i}{T}$$

Aus dieser Beziehung erkennt man, dass der Brechungsindex proportional zum Gasdruck und indirekt proportional zur absoluten Temperatur ist, wenn keine permanenten Dipolmomente vorhanden sind. Erweitert man die induzierten Dipolmomente von Gl. 2.3-44 noch um permanente Dipolmomente, dann erhält man nach Debye (1929) folgende Darstellung für die Refraktivität

$$\text{Gl. 2.3-45} \quad N = \left(A + \frac{B}{T} \right) \cdot \rho,$$

wobei A und B Konstante für bestimmte atmosphärische Bestandteile mit der Dichte ρ sind. A gehört dabei wiederum zum induzierten Anteil und B zum permanenten Anteil der Dipolmomente. Wie z.B. in Davis (1986) gezeigt wird, kann man die neutrale Atmosphäre in einen trockenen und einen feuchten Anteil aufspalten, wobei der trockene Anteil nur durch induzierte Dipolmomente (A) zur Refraktivität beiträgt, der feuchte Anteil aber durch induzierte (A) und permanente (B) Dipolmomente. Der Einfluss des Wasserdampfes wird dann durch Terme beschrieben, die proportional zu e/T und e/T^2 sind, wenn e den partiellen Druck des Wasserdampfes bezeichnet (vgl. Gl. 3.1–5).

2.4 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

Weil in Medien die Lichtgeschwindigkeit $c'(\omega)$ von der Frequenz ω abhängt, unterscheiden sich Phasen- (v_{ph}) und Gruppengeschwindigkeit (v_{gr}). Es gilt:

$$\text{Gl. 2.4-1} \quad v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} (v_{ph} \cdot k) = v_{ph} + k \frac{dv_{ph}}{dk}$$

Da $k = k_0 \cdot n'$ und $v_{ph} = c/n'$ ist, lässt sich dies umformen in:

$$\text{Gl. 2.4-2} \quad v_{gr} = v_{ph} + k_0 n' \frac{d}{dk} \left(\frac{c}{n'} \right) = v_{ph} - k_0 n' c \frac{1}{n'^2} \frac{dn'}{dk}$$

Nun gilt:

$$\begin{aligned} k &= k_0 n' = \frac{\omega}{c} n' & \Rightarrow dk &= \frac{n'}{c} d\omega + \frac{\omega}{c} dn' \\ \Rightarrow \frac{dk}{dn'} &= \frac{n'}{c} \frac{d\omega}{dn'} + \frac{\omega}{c} \end{aligned}$$

$$\text{Gl. 2.4-3} \quad \Rightarrow v_{\text{gr}} = v_{\text{ph}} - \frac{v_{\text{ph}} k_0}{1 + \frac{v_{\text{ph}}}{\omega} \frac{dn'}{d\omega}} = \frac{v_{\text{ph}}}{1 + \frac{v_{\text{ph}}}{\omega} \frac{dn'}{d\omega}} = \frac{c}{n' + \omega \frac{dn'}{d\omega}}$$

Diese Relation bringt uns folgende Einsichten: Aus Abb. 2.3–3 geht hervor, dass es Spektralbereiche gibt, in denen $n' < 1$ ist. Dort ist $v_{\text{ph}} = c/n' > c$, also größer als die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Um die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} zu bestimmen, wird aus G. 2.3–18 $dn'/d\omega$ berechnet, und man erhält:

$$\text{Gl. 2.4-4} \quad \frac{dn'}{d\omega} = \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{2\omega((\omega_0^2 - \omega^2)^2 - (\gamma\omega_0)^2)}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2)^2}$$

Für $\omega_0^2 - \omega^2 > \gamma\omega_0$ wird $dn'/d\omega > 0$. In diesem Bereich der normalen Dispersion wird dann gemäß Gl. 2.4-3 immer $v_{\text{gr}} < c$. Den Bereich der anomalen Dispersion $dn'/d\omega < 0$ kann man wegen $\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega) \approx 2\omega_0(\omega_0 - \omega)$ auch darstellen als:

$$\text{Gl. 2.4-5} \quad \omega_{\text{aD}} = \omega_0 \pm \frac{\gamma}{2}$$

Dies ist der Frequenzbereich $\Delta\omega$, in dem gemäß 2.3–19 die Absorption κ größer wird als die Hälfte des Maximalwertes $\kappa(\omega_0)$. Die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} wird gemäß Gl. 2.4-3 größer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit c für:

$$n' + \omega \frac{dn'}{d\omega} < 1$$

Setzt man für n' Gl. 2.3–18 ein und bildet $dn'/d\omega$, so erhält man die Bedingung

$$\text{Gl. 2.4-6} \quad v_{\text{gr}} > c \quad \text{für} \quad |\omega_0 - \omega| < \frac{\gamma}{2},$$

die gerade dem Bereich der anomalen Dispersion entspricht. Dies ist auf den ersten Blick überraschend, weil es dem Postulat der Relativitätstheorie zu widersprechen scheint, da die Vakuumlichtgeschwindigkeit c eine obere Schranke darstellt für alle Geschwindigkeiten, mit denen Signale übertragen werden können. Gl. 2.4-6 steht jedoch nicht im Widerspruch zu dieser Aussage. Man unterscheidet nämlich zwischen verschiedenen Geschwindigkeiten. Es gibt die Phasengeschwindigkeit $v_{\text{ph}} = c/n'$, die Gruppengeschwindigkeit $v_{\text{gr}} = d\omega/dk$ und die Energieflussgeschwindigkeit v_e . Es zeigt sich, dass in allen Medien immer gilt:

$$v_e \leq c$$

Schließlich wird noch die Signalgeschwindigkeit v_s eingeführt, mit der Signale übertragen werden können. Auch für sie gilt $v_s \leq c$. Um ein Signal zu übertragen, muss das einfallende Licht eine zeitspezifische Intensitätsänderung aufweisen, wie dies

z.B. bei einem kurzen Lichtpuls der Fall ist, dessen Maximum als Signalzeit dient. Im Bereich der anomalen Dispersion, in dem $v_{gr} > c$ wird, ändert sich $n(\omega)$ sehr stark. Ein Puls mit der Länge ΔT hat die Frequenzbreite $\Delta\omega > 1/(\Delta T)$, er enthält also ein umso breiteres Frequenzspektrum, je kürzer er ist (Fourier-Relation). Die einzelnen Frequenzanteile haben wegen des großen Wertes von $dn/d\omega$ verschieden große Phasengeschwindigkeiten. Die Überlagerung dieser Frequenzanteile nach Durchlaufen des Mediums gibt deshalb einen Puls, dessen zeitlicher Verlauf verschieden ist von dem beim Eintritt in das Medium. Das Maximum des Pulses läuft daher mit einer Geschwindigkeit v_s , die verschieden ist von v_{gr} , und es zeigt sich, dass sie immer kleiner als c ist.

3 Laufzeitverzögerung von Mikrowellen in der neutralen Atmosphäre

Während sich Kapitel 2 mit den physikalischen Grundlagen der elektromagnetischen Wellen im Allgemeinen beschäftigt hat, soll dieser Abschnitt die Grundlagen nun insofern präzisieren, als die Refraktion für Mikrowellen im Bereich der GPS- und VLBI-Signale in der neutralen Atmosphäre behandelt wird (Abb. 2.1-1).

3.1 Brechungsindex für Radiowellen in der neutralen Atmosphäre

Gl. 2.3–20 beschreibt den komplexen Brechungsindex in Abhängigkeit der einzelnen Absorptionsfrequenzen ω_k . Eine andere Darstellung findet man zum Beispiel in (Liebe, 1985). Dabei wird die komplexe Refraktivität (Brechzahl)

$$\text{Gl. 3.1-1} \quad N = (n - 1) \cdot 10^6$$

in N-Einheiten (ppm) anstelle des komplexen Brechungsindex n verwendet, und es erfolgt eine Unterteilung in einen frequenzunabhängigen und einen frequenzabhängigen Anteil:

$$\text{Gl. 3.1-2} \quad N = N_0 + N'(v) - jN''(v)$$

N_0 bezeichnet den frequenzunabhängigen Anteil der Refraktivität, $N'(v)$ die dispersive Refraktivität und $N''(v)$ die Absorption κ . In der Radiotechnik ist es üblich, die Laufzeitverzögerung β in ps/km zu verwenden, die durch den Realteil von Gl. 3.1-2 verursacht wird:

$$\text{Gl. 3.1-3} \quad \beta = 3.3356 [N_0 + N'(v)]$$

Der Imaginärteil, der die Absorption κ beschreibt, kann mit dem Absorptionskoeffizienten α in Verbindung gebracht werden (Gl. 2.3–13). Wenn man auch noch den Faktor $10 \cdot 10 \log(e)$ berücksichtigt, dann erhält man für die Abschwächung in dB/km

$$\text{Gl. 3.1-4} \quad \alpha' = 0.1820 v N''(v).$$

Die beiden geodätischen Raumverfahren GPS und VLBI sind sensitiv für den Realteil von Gl. 3.1-2 und sind daher der Laufzeitverzögerung in der Atmosphäre unterworfen. Die Wasserdampfradiometer andererseits beobachten die Absorption durch die atmosphärischen Gase. Diese hängt vom Imaginärteil der Refraktivität ab. Somit kann mit beiden Techniken, der Bestimmung der Laufzeitverzögerung und der Absorption, auf die Refraktivität und somit auf die Zusammensetzung der Atmosphäre geschlossen werden. Die Wasserdampfradiometer werden in dieser Arbeit nicht weiter beschrieben. In diesem Zusammenhang wird auf Arbeiten von Elgered et al. (1985) oder Davis (1986) verwiesen.

Da die beiden Verfahren GPS (1.2 GHz und 1.5 GHz) und VLBI (2.3 GHz und 8.4 GHz) mit verschiedenen Frequenzen arbeiten, soll im Folgenden gezeigt werden, dass die frequenzabhängigen Anteile der Refraktivität $N'(v)$ in der neutralen Atmosphäre nicht berücksichtigt werden müssen. Ein sehr umfangreiches Modell für die Refraktivität von Millimeterwellen von Liebe (1985, 1993) ('Millimeter-wave Propagation Model MPM') berücksichtigt dabei ~100 Resonanzfrequenzen des Wassers H_2O und des Sauerstoffs O_2 . Der Tab. 3.1-1 von Liebe (1985) kann man entnehmen, dass bei Frequenzen bis zu 40 GHz der dispersive Anteil der Laufzeitverzögerung kleiner als 1mm (~3 ps) ist. Für oben genannte GPS und VLBI Frequenzen ist der Einfluss dann noch wesentlich geringer. Sollten aber eine Frequenz der geodätischen VLBI auf etwa 40 GHz erhöht werden, dann müssen dahingehend auf alle Fälle Untersuchungen durchgeführt werden.

Tab. 3.1-1. Laufzeitverzögerung in Pikosekunden in Zenitrichtung für eine Modellatmosphäre (30° nördliche Breite, Juli) durch den dispersiven Anteil $N'(v)$. L^z bezeichnet den nicht-dispersiven Anteil der Laufzeitverzögerung, f die relative Feuchte und PW das ausfällbare Wasser ('precipitable water'). Deutlich zu erkennen ist eine Resonanzfrequenz des Sauerstoffs bei ~60 GHz (Liebe, 1985).

Frequenz in GHz	dispersive Laufzeitverzögerung in ps (3ps \cong 1mm)			
	f = 0% PW = 0 cm $L^z = 2292$ mm	f = 50% PW = 3.512 cm $L^z = 2503$ mm	f = 75% PW = 5.269 cm $L^z = 2608$ mm	f = 100% PW = 7.025 cm $L^z = 2714$ ps
30	0.27	0.20	0.17	0.14
40	2.17	2.41	2.53	2.64
50	8.78	9.29	9.54	9.80
55	26.20	26.80	27.10	27.40
60 (~O ₂)	0.63	1.56	2.02	2.48
65	-32.10	-30.80	-30.10	-29.50
70	-16.20	-14.80	-14.10	-13.40
80	-9.93	-8.08	-7.15	-6.23
90	-7.97	-5.58	-4.39	-3.20
100	-6.98	-3.97	-2.46	-0.96

Unter 50 GHz liegt nur eine Resonanzfrequenz, die im MPM-Modell berücksichtigt wird, nämlich eine Wasserdampflinie bei etwa 22 GHz. Bei einer Dichte der feuchten Anteile von $\rho_w = 7.5 \text{ g/m}^3$ liegt die Abschwächung α' durch die Atmosphäre bei ~0.15 dB/km, d.h. der Absorptionskoeffizient α ist etwa $3.5 \cdot 10^{-7}/\text{cm}$. Damit erhält man aus Gl. 2.3-13 für den Imaginärteil des Brechungsindex $\kappa = 3.8 \cdot 10^{-8}$. Da der Maximalwert von $(n'-1)$ bei $\kappa/2$ liegt, beträgt der maximale Wert des Realteils der Refraktivität aufgrund dieser Resonanzfrequenz $\Delta N' = 0.019$, also 19 $\mu\text{m}/\text{km}$. Die Auswirkung auf die Laufzeitverzögerung ist daher vernachlässigbar klein, sogar bei einer Beobachtungsfrequenz von genau 22 GHz. Im Gegensatz dazu ist es gerade die Frequenzabhängigkeit der Absorption bei 22 GHz, welche die Bestimmung des Wasserdampfgehaltes in der Atmosphäre mit Wasserdampfradiometern ermöglicht. Abb. 3.1-1 zeigt den Brechungsindex dieser Wasserdampflinie bei Laborbedingungen, und zwar sowohl den Realteil als auch den Imaginärteil. In der Atmosphäre auf Meeressniveau sind die Kurven dann wesentlich flacher.

Einen Überblick über alle Wasserdampflinien zwischen 0 und 1000 GHz gibt die Abbildung Abb. 3.1-2. Sie zeigt das Verhältnis zwischen Laufzeitverzögerung L und dem Wasserdampfgehalt PW, gemessen in ausfällbarem Wasser. Für die tiefen Frequenzen beträgt dieser Wert rund 6.2. Außerdem erkennt man, dass es bei den tie-

fen Frequenzen (Radiobereich) kaum signifikante dispersive Einflüsse auf die Laufzeitverzögerung gibt.

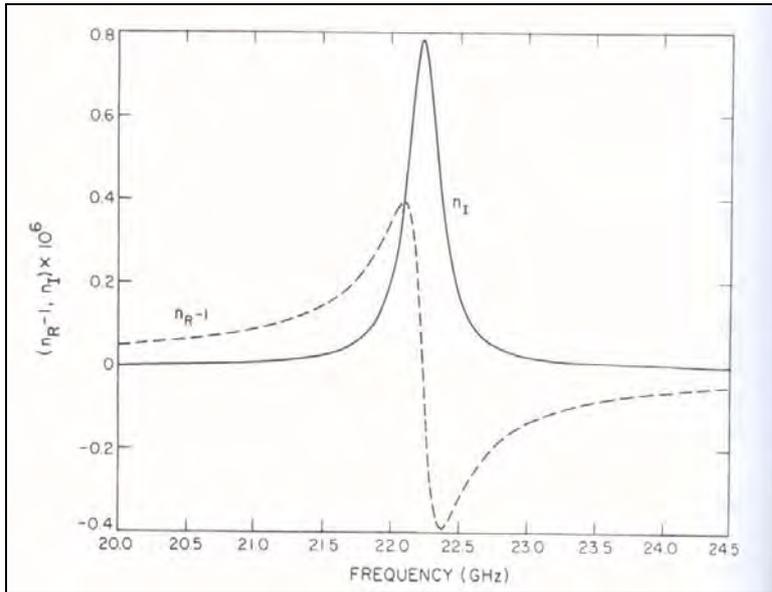


Abb. 3.1-1. Realteil und Imaginärteil des Brechungsindex des reinen Wasserdampfes bei $\rho_w = 7.5 \text{ g/m}^3$ und 22 GHz. Das Maximum des Imaginärteils n_I ist doppelt so groß wie (n_R-1) (Moran et al., 2001). In der Atmosphäre auf Meeresniveau (1013 hPa) wird die Linie aufgeweitet auf etwa 2.6 GHz ($\gamma/(2\pi)$). Die Kurven (n_R-1) und n_I entsprechen $(n'-1)$ (Gl. 2.3-18) bzw. κ (Gl. 2.3-19) (aus Moran et al., 2001).

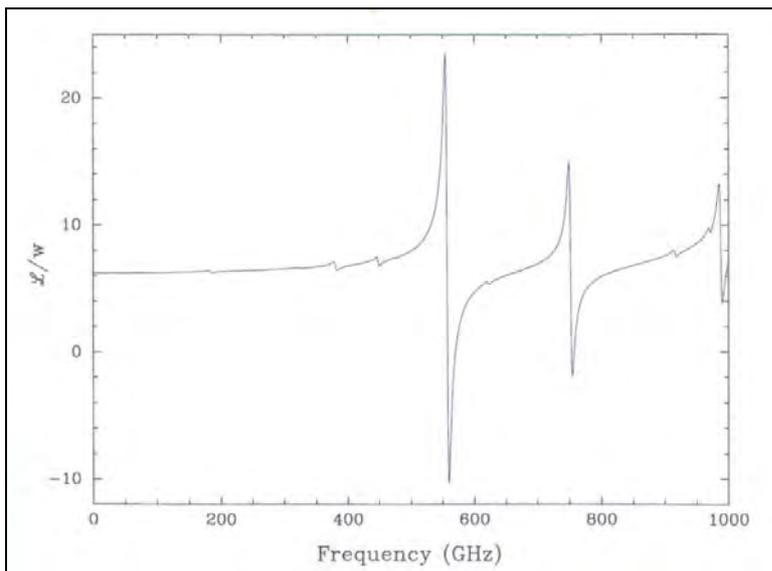


Abb. 3.1-2. Mit dem ausfällbaren Wasser PW (=w) normierte 'feuchte' Laufzeitverzögerungen (Gl. 3.2-10). (aus Moran et al., 2001)

Wie bereits in Kapitel 2.3.5 gezeigt worden ist, hängt der Brechungsindex der Atmosphäre für Radiowellen vom Druck und der Temperatur der atmosphärischen Gase ab (vgl. 2.3–44). Allgemein lassen sich die Zusammenhänge zwischen den physikalischen Parametern der Atmosphäre und der Refraktionszahl N mit

$$\text{Gl. 3.1-5} \quad N \approx N_0 = k_1 \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} + k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1}$$

angeben (Thayer, 1974), wenn man die dispersiven Anteile der Laufzeitverzögerung und den Imaginärteil (Absorption) vernachlässigt. Es sind:

k_1, k_2, k_3 empirisch bestimmte Koeffizienten

p_d	Partialdruck der trockenen Bestandteile der Luft in hPa
e	Partialdruck des Wasserdampfes in hPa (allgemein benutzt anstelle von p_w)
T	absolute Temperatur in Kelvin
Z_d^{-1}, Z_w^{-1}	inverse Kompressibilitätsfaktoren für trockene Luft bzw. Wasserdampf

Die empirisch bestimmten Koeffizienten k_1 , k_2 und k_3 wurden vor einiger Zeit nach mehrfacher Neubestimmung wegen verschiedener Resonanzeffekte sehr kontrovers diskutiert (Boudouris (1963), Thayer (1974), Hill (1982)). Eine aktuelle Zusammenstellung der Koeffizienten und deren Standardabweichungen ist z.B. bei Bevis et al. (1994) zu finden:

$$\begin{aligned} k_1 &= 77.6 \pm 0.05 \frac{\text{K}}{\text{hPa}} \\ k_2 &= 70.4 \pm 2.2 \frac{\text{K}}{\text{hPa}} \\ k_3 &= 373900 \pm 1200 \frac{\text{K}^2}{\text{hPa}} \end{aligned}$$

Gl. 3.1-6

Die inversen Kompressibilitätsfaktoren Z_d^{-1} und Z_w^{-1} repräsentieren das vom Ideal abweichende Verhalten der atmosphärischen Bestandteile. Für ein ideales Gas muss nach der Gasgleichung gelten:

$$Z = \frac{pV}{nRT} = 1$$

Gl. 3.1-7

Owens (1967) hat die Werte mittels Ausgleichung thermodynamischer Daten berechnet:

$$\begin{aligned} Z_d^{-1} &= 1 + p_d \left[57.97 \cdot 10^{-8} \left(1 + \frac{0.52}{T} \right) - 9.4611 \cdot 10^{-4} \frac{t}{T^2} \right] \\ Z_w^{-1} &= 1 + 1650 \frac{e}{T^3} \left[1 - 0.01317 t + 1.75 \cdot 10^{-4} t^2 + 1.44 \cdot 10^{-6} t^3 \right] \end{aligned}$$

Gl. 3.1-8

Darin ist t die Temperatur in Grad Celsius, T die Temperatur in Kelvin und p_d bzw. e die Drücke in hPa. Owens gibt als Genauigkeit für Z_d^{-1} und Z_w^{-1} wenige ppm an, weswegen diese Unsicherheiten vernachlässigt werden können.

In der Gl. 3.1-5 beschreibt der erste Term die Refraktivität, die durch das induzierte Dipolmoment der trockenen Anteile der Atmosphäre verursacht wird, der zweite Term repräsentiert das induzierte Dipolmoment des Wasserdampfes und der dritte Term beschreibt den im Kapitel 2.3.5 nicht besprochenen Effekt des permanenten Dipols der Wasserdampfmoleküle. Dabei ist zu bemerken, dass die Beschreibung des Einflusses des Wasserdampfes durch zwei Terme vorgenommen werden muss, die trockenen Bestandteile aber in nur einem Term zusammengefasst werden können.

3.2 Definition der Laufzeitverzögerung

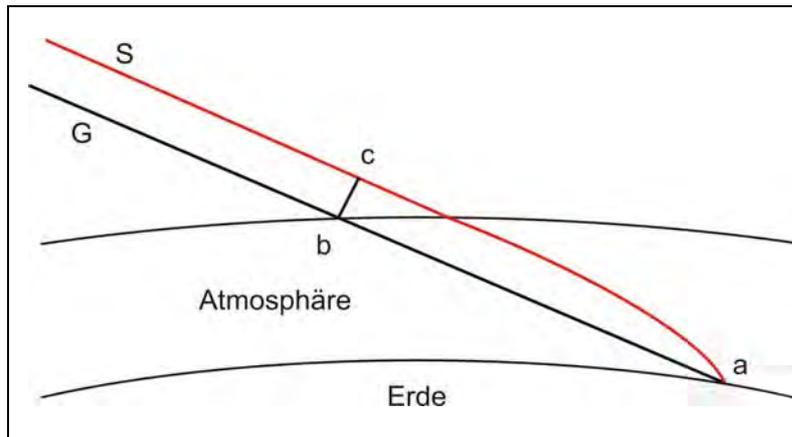


Abb. 3.2-1. Signalweg durch die Atmosphäre. Die Gerade G ist kürzer als der Strahlenweg S, aber das Signal würde entlang von G zum Punkt a länger brauchen als entlang von S, weil dann der Weg in der neutralen Atmosphäre länger wäre.

Abgesehen von relativistischen Einflüssen ist der Weg eines Signals im Vakuum eine Gerade G (Abb. 3.2-1). Im Gegensatz dazu bewegt sich das elektromagnetische Signal in der neutralen Atmosphäre aber auf einer Raumkurve S. Die elektrische Weglänge L eines Signals, das sich entlang des Weges S bewegt, ist definiert als

$$\text{Gl. 3.2-1} \quad L = \int_S n(s) ds,$$

wobei nach Gl. 2.3–1 der Brechungsindex n das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit im Medium v_{ph} ist. Prinzipiell gilt dieser Zusammenhang zunächst nur für die Phasengeschwindigkeit v_{ph} . Bei der Ausbreitung einer Wellengruppe, die durch Überlagerung mehrerer Wellenzüge mit verschiedenen Frequenzen entsteht, tritt durch Dispersion eine partielle Verzögerung in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ auf, sodass für die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} gilt (vgl. Gl. 2.4–1):

$$\text{Gl. 3.2-2} \quad v_{\text{gr}} = v_{\text{ph}} - \lambda \frac{\partial v_{\text{ph}}}{\partial \lambda}$$

Entsprechend lässt sich der Gruppenbrechungsindex n_{gr} in Abhängigkeit von der Frequenz ν angeben mit:

$$\text{Gl. 3.2-3} \quad n_{\text{gr}} = n_{\text{ph}} + \nu \frac{\partial n_{\text{ph}}}{\partial \nu}$$

Da die neutrale Atmosphäre im Bereich der VLBI und GPS Signale weitgehend nicht-dispersiv ist, verschwindet der additive Term in Gl. 3.2-3, und es bleibt

$$\text{Gl. 3.2-4} \quad n_{\text{gr}} = n_{\text{ph}},$$

sodass der Brechungsindex im Folgenden mit n bezeichnet werden kann. Anders ist die Situation in der Ionosphäre. Dort muss sehr wohl zwischen Gruppen- und Phasenbrechungsindex unterschieden werden, und die Dispersion ermöglicht die Elimination der ionosphärischen Laufzeitverzögerung durch die Beobachtung in zwei Frequenzen (Hobiger, 2002).

An der Erdoberfläche liegt n bei ca. 1.0003. Da für Mikrowellen die relativen Variationen von n innerhalb einer Wellenlänge klein sind, kann die Wellenausbreitung mithilfe der geometrischen Optik beschrieben werden (Fölsche, 1999). Nach dem Prinzip von Fermat sucht sich das Signal den Weg, der die Laufzeit minimiert (Demtröder, 1999). Abb. 3.2-1 verdeutlicht diesen Umstand, wobei davon ausgegangen wird, dass der Refraktionsindex n mit steigendem Abstand von der Erdoberfläche abnimmt. Der elektrische Weg entlang eines gekrümmten Strahls S verlässt die Schichten mit hohem Refraktionsindex schneller und ist daher elektrisch kürzer als der Weg entlang der Geraden G . Es gilt also (vgl. Abb. 3.2-1)

$$\text{Gl. 3.2-5} \quad \int_a^b n(s) ds > \int_a^c n(s) ds,$$

obwohl

$$\text{Gl. 3.2-6} \quad \int_a^b ds < \int_a^c ds.$$

Die atmosphärisch bedingte Laufzeitverzögerung ΔL kann daher ausgedrückt werden als:

$$\text{Gl. 3.2-7} \quad \Delta L = \int_S n(s) ds - G = L - G$$

Zur Trennung des durch die Weglänge verursachten geometrischen Umweges und der elektrischen Laufzeitoptimierung kann man Gl. 3.2-7 auch schreiben als

$$\text{Gl. 3.2-8} \quad \Delta L = \left[\int_S (n(s) - 1) ds \right] + [S - G].$$

Der Ausdruck in der ersten eckigen Klammer beschreibt die Verlangsamung des Signals entlang des Weges S . Der andere Term $[S - G]$ wird häufig als geometrische Laufzeitverzögerung durch Beugung bezeichnet. Wie aus der Optik bekannt, wird ein Strahl beim Übergang vom optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium zum Einfallslot hin gebrochen. Bei einer horizontal geschichteten Atmosphäre (azimutale Symmetrie) tritt die Beugung nur in der Ebene des Vertikalschnitts auf, nicht jedoch in azimutaler Richtung. Eine schräg einfallende Strahlung wird dadurch steiler am Beobachtungsort eintreffen als dies im Vakuum der Fall wäre. Der theoretische und der wahre Signalweg verlaufen oberhalb der Atmosphäre zumindest für astronomische Signalwellen dennoch parallel, da der Abstand der beiden Wege relativ zur Ent-

fernung zur Signalquelle vergleichsweise gering ist und die Rauschfronten als ebene Wellen einfallen. Bei den Satellitenverfahren ist dies nur in erster Näherung richtig. Im Falle einer horizontal geschichteten Atmosphäre sind die Weglängen S und G in Zenitrichtung identisch. Bei einer Elevation von 5° beträgt die Differenz ca. 10 cm. Die Modellierung dieses Effekts wird meist im Rahmen der Umrechnung der Refraktionseffekte von der Zenitrichtung in beliebige Elevationen erfasst (hydrostatische Projektionsfunktion), er kann also bei den nachfolgenden Herleitungen ausgeklammert werden. Unter Zuhilfenahme der Refraktivität erfährt also eine elektromagnetische Welle, die sich entlang des Weges S bewegt, die Laufzeitverzögerung

$$\text{Gl. 3.2-9} \quad \Delta L = 10^{-6} \int_S N(s) ds.$$

Zur Lösung des Integrals Gl. 3.2-9 setzt man Gl. 3.1-5 ein. Nach trockenem und feuchtem Anteil aufgeteilt erhält man

$$\text{Gl. 3.2-10} \quad \Delta L = 10^{-6} \left[\int_S N_d ds + \int_S N_w ds \right] \text{ bzw.}$$

$$\text{Gl. 3.2-11} \quad \Delta L = 10^{-6} \left[\int_S \left(k_1 \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} \right) ds + \int_S \left(k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} \right) ds \right].$$

3.3 Der hydrostatische Anteil der Laufzeitverzögerung

Die Lösung der Gl. 3.2-11 erfordert, dass man die vertikalen Profile vom partiellen Druck der trockenen Anteile p_d , des Wasserdampfes e und der Temperatur mit ausreichender Genauigkeit kennt. Die Mischungsverhältnisse der beiden partiellen Drücke in der Troposphäre sind jedoch sehr variabel, und auch der vertikale Verlauf der trockenen und feuchten Anteile unterliegt keinen einfach beschreibbaren Gesetzmäßigkeiten. Im Gegensatz dazu befindet sich der Gesamtdruck

$$\text{Gl. 3.3-1} \quad p = p_d + e$$

im hydrostatischen Gleichgewicht, und sein vertikaler Verlauf kann ausgehend von einem Druckwert an der Erdoberfläche sehr genau bestimmt werden. Die Gasgesetze für trockene Luft und Wasserdampf lauten

$$\text{Gl. 3.3-2} \quad p_d = \rho_d \frac{R}{m_d} T Z_d$$

$$\text{Gl. 3.3-3} \quad e = \rho_w \frac{R}{m_w} T Z_w,$$

wobei

$$\text{Gl. 3.3-4} \quad R = 8.314510 \pm 0.000070 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

die allgemeine Gaskonstante, ρ_d und ρ_w die Dichten der trockenen Luft bzw. des Wasserdampfes und

$$\text{Gl. 3.3-5} \quad m_d = 28.9644 \pm 0.0014 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad \text{und}$$

$$\text{Gl. 3.3-6} \quad m_w = 18.01528 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

die molaren Massen der trockenen Luft und des Wasserdampfes bezeichnen. An dieser Stelle muss angemerkt werden, dass die molaren Massen m_d und m_w bis in Höhen von 100 km konstant bleiben (Davis, 1986), was für die nachfolgenden Betrachtungen von großer Bedeutung ist. Gl. 3.1-5 kann nun umgeschrieben werden zu

$$\text{Gl. 3.3-7} \quad N = k_1 \frac{R}{m_d} \rho - k_1 \frac{R}{m_d} \rho_w + k_2 \frac{R}{m_w} \rho_w + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} \quad \text{bzw.}$$

$$\text{Gl. 3.3-8} \quad N = k_1 \frac{R}{m_d} \rho + \left(k_2 - k_1 \frac{m_w}{m_d} \right) \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1}.$$

Dabei bezeichnet ρ die Gesamtdichte. Gl. 3.3-8 kann mit der neuen Konstanten

$$\text{Gl. 3.3-9} \quad k_2' = \left(k_2 - k_1 \frac{m_w}{m_d} \right)$$

noch vereinfacht werden. Unter der Annahme, dass die Fehler in k_1 und k_2 (σ_1 und σ_2) unkorreliert sind, erhält man durch Fehlerfortpflanzung für den Fehler von k_2'

$$\text{Gl. 3.3-10} \quad \sigma^2 = \sigma_2^2 + \left(\frac{m_w}{m_d} \right)^2 \sigma_1^2$$

und somit

$$\text{Gl. 3.3-11} \quad k_2' = 22.1 \pm 2.2 \frac{\text{K}}{\text{hPa}}.$$

Somit lässt sich Gl. 3.3-8 umschreiben in:

$$\text{Gl. 3.3-12} \quad N = k_1 \frac{R}{m_d} \rho + k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1}$$

Nach Saastamoinen (1972) wird die Laufzeitverzögerung, die durch den ersten Term in Gl. 3.3-12 verursacht wird, als hydrostatische Laufzeitverzögerung bezeichnet und das verbleibende Reststück („das im Wesentlichen durch den Wasserdampfdruck e bestimmt wird,“) als feuchte Laufzeitverzögerung.

Der erste Term auf der rechten Seite hängt also nur mehr von der totalen Dichte ab und nicht mehr vom Mischungsverhältnis der feuchten und trockenen Anteile. Sein vertikaler Verlauf ist durch die hydrostatische Gleichung

$$\text{Gl. 3.3-13} \quad \frac{dp}{dz} = -\rho(z)g(z)$$

festgelegt. Dabei ist $g(z)$ die Gravitationsbeschleunigung entlang der vertikalen Koordinate z . Die Integration von Gl. 3.3-13 liefert den Druck p_0 an der Antenne

$$\text{Gl. 3.3-14} \quad p_0 = \int_{z_a}^{\infty} \rho(z)g(z)dz = g_{\text{eff}} \int_{z_a}^{\infty} \rho(z)dz,$$

wobei auf der rechten Seite von Gl. 3.3-14 anstelle der höhenabhängigen Schwerebeschleunigung $g(z)$ eine mittlere Schwerebeschleunigung g_{eff} verwendet wird:

$$\text{Gl. 3.3-15} \quad g_{\text{eff}} = \frac{\int_{z_{\text{Antenne}}}^{\infty} \rho(z)g(z)dz}{\int_{z_{\text{Antenne}}}^{\infty} \rho(z)dz}$$

Die Umkehrung von Gl. A.1–3 (Anhang A.1) ermöglicht dann die Bestimmung der Höhe h_{eff} , die weitgehend mit der Höhe des Schwerpunktes der Atmosphäre über der Station übereinstimmt. Dessen genaue Bestimmung würde mit

$$\text{Gl. 3.3-16} \quad h_{\text{eff}} = \frac{\int_{z_{\text{Antenne}}}^{\infty} \rho(z)z dz}{\int_{z_{\text{Antenne}}}^{\infty} \rho(z)dz}$$

erfolgen. Saastamoinen (1972) hingegen hat die Höhe des Schwerpunkts zu

$$\text{Gl. 3.3-17} \quad h_{\text{eff}} = (0.9h_{\text{ref}} + 7300 \text{ m}) \quad \pm 400 \text{ m}$$

für alle Breiten und Jahreszeiten abgeschätzt.

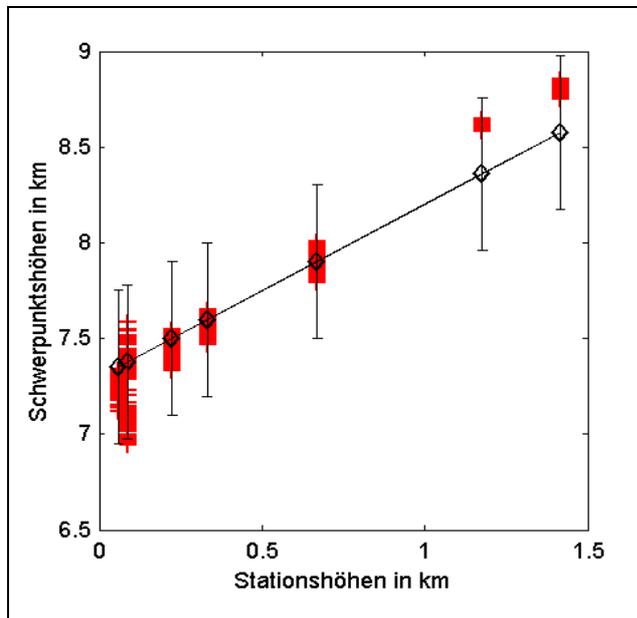


Abb. 3.3-1. Für CONT02 streng nach Gl. 3.3-16 berechnete Schwerpunkthöhen h_{eff} aus ECMWF Daten (+ Zeichen) und Werte nach Gl. 3.3-17 (Gerade). Zusätzlich ist der Fehlerbalken mit 400 m eingezeichnet. Man erkennt, dass die streng berechneten Werte weitgehend innerhalb des Fehlerbalkens der Geraden liegen, nur an der Station NyAlesund liegen einige Werte unterhalb des Fehlerbalkens.

Abb. 3.3-1 zeigt, dass die mit der Abschätzung in Gl. 3.3-17 berechneten Schwerpunkthöhen h_{eff} sehr gut mit denen übereinstimmen, die für CONT02 (siehe Anhang A.3) streng nach der Gl. 3.3-16 aus ECMWF-Daten berechnet worden sind. Aus weiteren Untersuchungen mit jährlichen Daten folgt noch, dass jahreszeitliche Schwankungen beinahe keinen Einfluss auf die Schwerpunkthöhen haben.

Mit dem an der Station gemessenen Luftdruck p_0 und Gl. 3.3-17 besteht die Möglichkeit, die hydrostatische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung nach Gl. 3.3-18 zu bestimmen:

$$\text{Gl. 3.3-18} \quad \Delta L_h^z = 10^{-6} k_1 \frac{R}{m_d} \frac{p_0}{g_{\text{eff}}}$$

Es soll nun hier die Vorgehensweise von Saastamoinen (1972) wiederholt werden, da diese in den GPS- und VLBI-Softwarepaketen standardmäßig verwendet wird. Zunächst wird die Schwerebeschleunigung im nach Gl. 3.3-17 bestimmten Schwerpunkt h_{eff} berechnet:

$$\text{Gl. 3.3-19} \quad g_{\text{eff}} = 9.8062 \cdot (1 - 0.00265 \cos(2\varphi) - 0.31 \cdot 10^{-6} h_{\text{eff}})$$

Gl. 3.3-19 kann auch folgendermaßen dargestellt werden:

$$\text{Gl. 3.3-20} \quad g_{\text{eff}} = g_m \cdot f(\varphi, h_{\text{ref}}) \quad \text{mit}$$

$$\text{Gl. 3.3-21} \quad g_m = 9.7840 \quad \text{und}$$

$$f(\varphi, h_{\text{ref}}) = \left(1 - 0.00266 \cos(2\varphi) - 0.28 \cdot 10^{-6} h_{\text{ref}}\right).$$

Somit erhält man für die hydrostatische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung

$$\text{Gl. 3.3-22} \quad \Delta L_h^z = 10^{-6} k_1 \frac{R}{m_d} \frac{p_0}{g_m f(\varphi, h_{\text{ref}})}.$$

Nach Einsetzen aller Zahlenwerte erhält man für Gl. 3.3-22

$$\text{Gl. 3.3-23} \quad \Delta L_h^z = 0.0022768 \frac{p_0}{f(\varphi, h_{\text{ref}})}.$$

Im Folgenden soll untersucht werden, wie sich Fehler in der Schwerpunktshöhe h_{eff} auf die hydrostatische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung auswirken, d.h., wenn die Schwerpunktshöhe nicht exakt bestimmt wird, sondern nach Gl. 3.3-17 abgeschätzt wird. Dazu werden die Unterschiede für CONT02 aus ECMWF Druckflächendaten bestimmt. Als Referenzlösung dient nämlich die Integration über den ersten Term der Gl. 3.3-12 nach Verbesserung der vertikalen Auflösung (siehe Anhang A.2), also

$$\text{Gl. 3.3-24} \quad \Delta L_h^z = \int k_1 \frac{R}{m_d} \rho(z) \cdot dz ,$$

und verglichen werden jene Werte damit, die man mit der Formel von Saastamoinen (1973, Gl. 3.3-23) berechnet. Der Druck an der Station p_0 wird dafür mit Gl. 3.3-14 bestimmt.

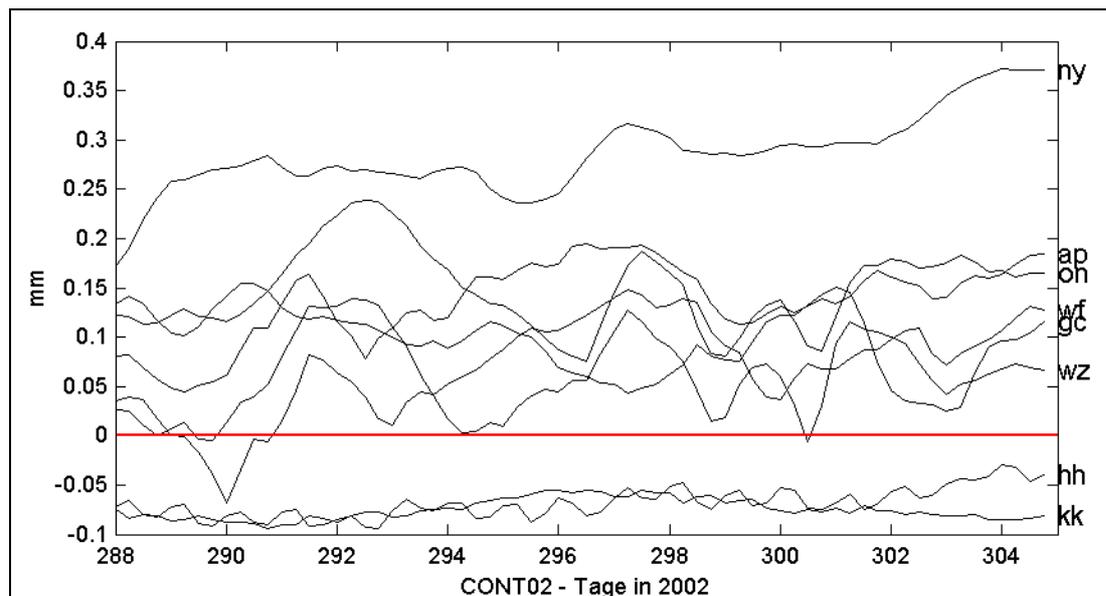


Abb. 3.3-2. Hydrostatische Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung in mm nach der Formel von Saastamoinen (Gl. 3.3-23) bezogen auf die (quasi-)wahren Werte durch numerische Integration (Gl. 3.3-24) für CONT02 aus ECMWF-Daten. Die einzelnen Linien entsprechen dabei den Abweichungen an den acht Stationen von CONT02.

Die Unterschiede für CONT02 (siehe Abb. 3.3-2.), die im Wesentlichen auf Fehler in den Schwerpunktshöhen zurückzuführen sind, liegen zumeist im Bereich von ± 0.1 mm. Nur an der Station NyAlesund erreichen die Abweichungen knapp 0.4 mm. Das könnte darauf hinweisen, dass in der Abschätzung Gl. 3.3-17 eine gewisse Breitenabhängigkeit fehlen könnte. Diese Abweichungen werden durch die Berechnung der Fehlerfortpflanzung bestätigt, da ein Fehler von 400 m in der Schwerpunktshöhe einem Fehler in der zugehörigen Schwere von etwa 0.001 m/s^2 entspricht. Aus der Gl. 3.3-18 findet man dann den Einfluss auf die hydrostatische Laufzeitverzögerung von etwa 0.2 mm.

Nun soll aber noch untersucht werden, wie stark sich Fehler in k_1 , R und m_d auswirken. Dazu kann Gl. 3.3-22 herangezogen werden. Durch partielle Ableitung findet man die Fehlereinflüsse auf die hydrostatische Laufzeitverzögerung, wenn die Standardabweichungen von Tab. 3.3-1 verwendet werden.

Tab. 3.3-1. Einfluss der Standardabweichungen von k_1 , m_d , und R auf die hydrostatische Laufzeitverzögerung. Die Ergebnisse in der dritten Spalte basieren auf der partiellen Ableitung von Gl. 3.3-22.

Parameter	Einheit	Wert	Std.-abw.	Fehler in ΔL_h^z
k_1	K / hPa	77.60	0.05	1.5 mm
m_d	kg / kmol	28.9644	0.0014	0.1 mm
R	Pa m ³ / (K mol)	8.314510	0.000070	0.0 mm

Wie Tab. 3.3-1 zeigt, wird ein Fehler in der hydrostatischen Laufzeitverzögerung in erster Linie durch einen Fehler in k_1 verursacht. Davis et al. (1985) kommen zu einem etwas anderen Ergebnis, weil sie einen geringeren Fehler in k_1 annehmen. Die Troposphäre ist für rund 3/4 der hydrostatischen Laufzeitverzögerung verantwortlich. Unter durchschnittlichen meteorologischen Bedingungen erreicht die hydrostatische Laufzeitverzögerung in der gesamten neutralen Atmosphäre in Zenitrichtung ~ 2.3 m. Ein Fehler von 1 hPa im Druck an der Antenne verursacht einen Fehler von ~ 2.3 mm. Um also eine Genauigkeit von 0.1 mm zu erreichen, müsste die Druckmessung auf 0.05 hPa genau erfolgen.

Der Fehler durch die Annahme des hydrostatischen Gleichgewichts hängt vom Windprofil über der Station ab und ist üblicherweise von der Größenordnung 0.01% (entspricht 0.2 mm Laufzeitverzögerung (Elgered, 1993)). Unter extremen Wetterbedingungen (Wirbelstürme) können die vertikalen Beschleunigungen 1% der Schwerkraftbeschleunigung erreichen, was zu einem Fehler von ~ 20 mm führen kann (Davis et al., 1985).

3.4 Der feuchte Anteil der Laufzeitverzögerung

Nach der Berechnung der hydrostatischen Laufzeitverzögerung verbleibt für den feuchten Anteil der Refraktivität in Gl. 3.3-7 noch

$$\text{Gl. 3.4-1} \quad N_w = \left[k_2' \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \right] Z_w^{-1}.$$

Man muss allerdings unterscheiden zwischen dem feuchten Anteil im eigentlichen Sinn (Gl. 3.2-11) und der Ergänzung zum hydrostatischen Anteil. Untersuchungen mit ECMWF Daten und VLBI-Stationen zeigen, dass der feuchte Anteil im eigentlichen Sinn um etwa 3.5% größer ist als die Ergänzung zur hydrostatischen Laufzeit-

verzögerung. Niell et al. (2001) geben diesen Wert mit 3.3%. Die Integration von Gl. 3.4-1 ergibt:

$$\text{Gl. 3.4-2} \quad \Delta L_w = 10^{-6} \left[k_2' \int_s \frac{e}{T} Z_w^{-1} ds + k_3 \int_s \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} ds \right]$$

Der erste Term in Gl. 3.4-2 hat lediglich die Größe von ~1.6% des zweiten. Unter Zuhilfenahme der mittleren Lufttemperatur T_m , die sich theoretisch mit

$$\text{Gl. 3.4-3} \quad T_m = \frac{\int_s \frac{e}{T} Z_w^{-1} ds}{\int_s \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} ds}$$

angeben lässt, findet man für die feuchte Laufzeitverzögerung:

$$\text{Gl. 3.4-4} \quad \Delta L_w = 10^{-6} \cdot k_3 \int_s \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} ds \cdot \left[1 + \frac{k_2'}{k_3} \cdot T_m \right]$$

Dieser feuchte Anteil ist sehr viel schwieriger zu bestimmen als der hydrostatische Anteil, da sich keine Gleichung für ein hydrostatisches Gleichgewicht angeben lässt, mit der man den Partialdruck e am Boden in das gewünschte Integral überführen kann. Dies liegt in der Hauptsache daran, dass die Verteilung des Wasserdampfes sowohl räumlich als auch zeitlich sehr großen Schwankungen unterworfen ist. Der Bodenwert ist also in keinsten Weise repräsentativ für die Gesamtheit der darüber liegenden Luftschichten. Aus diesem Grund wird in der VLBI-Analyse der feuchte Anteil in der neutralen Atmosphäre mitgeschätzt.

Dennoch wird im Folgenden eine einfache Formel zur Abschätzung der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung entwickelt (Moran et al, 2001):

Im Mittel hat der Wasserdampf eine homogene Höhe H_w von ~2km. Das bedeutet, dass die feuchten Anteile bei konstanter Dichte nur bis in eine Höhe 2 km reichen würden. In Tab. 3.4-1 sind beispielhaft die homogenen Höhen für CONT02 bestimmt worden.

Tab. 3.4-1. Homogene Höhen der feuchten Anteile in m für CONT02 aus ECMWF Druckflächendaten.

ap	gc	hh	kk	ny	wz	wf	on
2127	2778	2237	1583	2188	2058	2134	1934

Der Partialdruck e in hPa und die Dichte in kg/m^3 des Wasserdampfes stehen nach Gl. 3.3-3 in der Beziehung

$$\text{Gl. 3.4-5} \quad \rho_w \approx \frac{0.217 \cdot e}{T},$$

und die Laufzeitverzögerung durch die permanenten Dipolmomente des Wasserdampfes kann mit

$$\text{Gl. 3.4-6} \quad L_w \approx 1.726 \cdot \int_0^{\infty} \frac{\rho_w}{T} dh$$

angegeben werden. Unter der Annahme einer isothermen Atmosphäre mit exponentiellem Anstieg von e ($H_w = 2 \text{ km}$) kann man Gl. 3.4-5 und Gl. 3.4-6 verbinden, und man erhält als Formel zur Abschätzung der feuchten Laufzeitverzögerung, wenn e_B den Wasserdampfdruck an der Erdoberfläche bezeichnet:

$$\text{Gl. 3.4-7} \quad L_w \approx 748 \cdot \frac{e_B}{T^2}$$

Zur Verifizierung soll nun der Faktor in Gl. 3.4-7 für CONT02 aus ECMWF Daten bestimmt werden. Abb. 3.1-1 zeigt diesen Faktor für alle 8 Stationen von CONT02, und man erkennt, dass Gl. 3.4-7 nur sehr vage Abschätzungen der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung liefern kann.

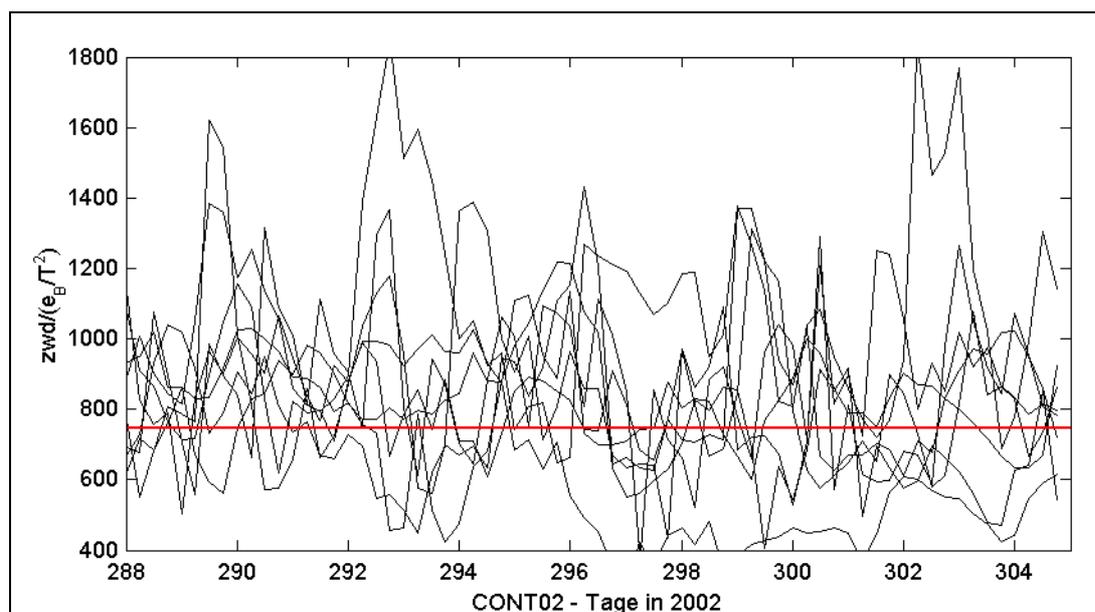


Abb. 3.4-1. Aus ECMWF-Daten für CONT02 bestimmter Faktor in Gl. 3.4-7. Die waagrechte Linie kennzeichnet den Wert 748 nach Moran et al. (2001), und die einzelnen Kurven entsprechen den acht Stationen von CONT02.

Eine andere, noch wesentlich einfachere Faustformel besagt, dass die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung in cm ungefähr dem partiellen Druck des Wasserdampfes in hPa an der Erdoberfläche entspricht:

$$\text{Gl. 3.4-8} \quad L_w (\text{cm}) \approx e_B (\text{hPa})$$

Abb. 3.4-2 zeigt diese Abschätzung im Verhältnis zu den quasi-wahren Werten aus ECMWF Daten für CONT02.

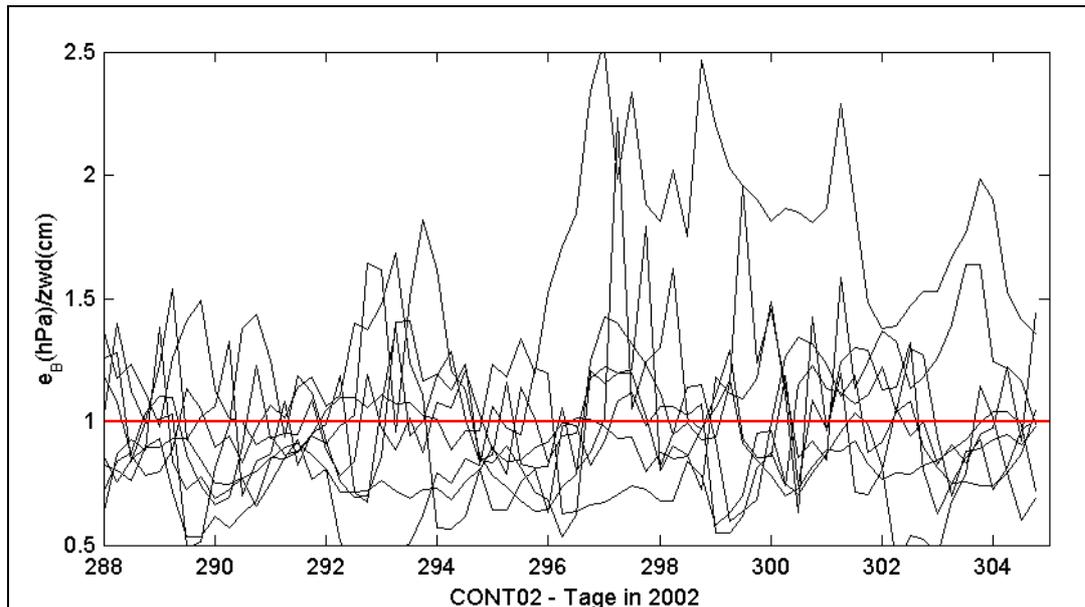


Abb. 3.4-2. Verifikation der Faustformel in Gl. 3.4-8 mit ECMWF-Daten für CONT02. Man erkennt, dass der Wasserdampfdruck am Boden in hPa ungefähr der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung in cm entspricht, weil deren Verhältnis ungefähr gleich eins ist (horizontale Gerade). Die einzelnen Kurven entsprechen den Verhältnissen für die acht Stationen von CONT02.

Aufgrund der meteorologischen Gegebenheiten variiert die Laufzeitverzögerung durch den feuchten Anteil der Refraktion in Zenitrichtung zwischen wenigen Millimetern an den Polen und zum Teil mehr als 40 cm in äquatorialen Regionen.

3.5 Umrechnung der feuchten Laufzeitverzögerung in den Wasserdampfgehalt

3.5.1 Grundlegende Zusammenhänge

Mithilfe der gewichteten mittleren Temperatur der Atmosphäre T_m (Gl. 3.4-3) kann die feuchte Laufzeitverzögerung auch mit

$$\text{Gl. 3.5-1} \quad \Delta L_w = 10^{-6} \cdot \left[k_2' + \frac{k_3}{T_m} \right] \cdot \int_s \frac{e}{T} Z_w^{-1} ds \quad \text{bzw.}$$

$$\text{Gl. 3.5-2} \quad \Delta L_w = 10^{-6} \cdot \left[k_2' + \frac{k_3}{T_m} \right] \cdot \frac{R}{m_w} \cdot \int_s \rho_w ds$$

dargestellt werden. Gl. 3.5-2 kann vereinfacht werden, wenn man den Proportionalitätsfaktor Π (Bevis et al., 1992) verwendet:

$$\text{Gl. 3.5-3} \quad \Pi = \frac{10^6 m_w}{\left(k_2' + \frac{k_3}{T_m}\right) R}$$

Dann erhält man nämlich für die feuchte Laufzeitverzögerung entlang eines geneigten Weges

$$\text{Gl. 3.5-4} \quad \Delta L_w = \frac{1}{\Pi} \cdot \int_0^\infty \rho_w ds = \frac{1}{\Pi} \cdot \text{SIWV} ,$$

wenn SIWV den integrierten Wasserdampfgehalt (Slant Integrated Water Vapour) entlang eines geneigten Sehstrahls bezeichnet. Dieser hat die Einheit kg/m^2 . Den integrierten Wasserdampfgehalt über einer Station (im Zenit) lässt sich analog mit

$$\text{Gl. 3.5-5} \quad \text{IWV} = \Delta L_w^z \cdot \Pi$$

angeben, wenn ΔL_w^z die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung bezeichnet. Der vertikal integrierte Wasserdampfgehalt IWV über einer Station kann auch als ausfällbares Wasser PW (Precipitable Water) angegeben werden. Das entspricht der Höhe einer äquivalenten Wassersäule

$$\text{Gl. 3.5-6} \quad \text{PW} = \frac{\text{IWV}}{\rho_{w,fl}} ,$$

wobei $\rho_{w,fl}$ die Dichte des flüssigen Wassers bezeichnet, die z.B. einen Wert von 999.84 kg/m^3 bei 0°C , 1000.00 kg/m^3 bei 3.98°C oder 998.21 kg/m^3 bei 20°C hat (Fölsche, 1999). Mit der dimensionslosen Größe

$$\text{Gl. 3.5-7} \quad \kappa = \frac{\Pi}{\rho_{w,fl}}$$

können nun die beiden Gleichungen (Gl. 3.5-5 und Gl. 3.5-6) zusammengefasst werden:

$$\text{Gl. 3.5-8} \quad \text{PW} = \kappa \cdot \Delta L_w^z$$

Das ausfällbare Wasser PW und die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung haben dabei die gleiche Einheit, und $\kappa \sim 0.16$. Dieser Wert kann aber um mehr als 15% in Abhängigkeit von Breite und Jahreszeit variieren (Fölsche, 1999).

3.5.2 Berechnung der mittleren Temperatur

Die Berechnung der mittleren Temperatur T_m aus Gl. 3.4-3 erfolgt mit einer Gewichtung mit dem partiellen Druck des Wasserdampfes in der Atmosphäre. Da der Wasserdampf vor allem in den bodennahen Schichten vorhanden ist, kann man davon ausgehen, dass die mittlere Temperatur T_m sehr stark mit der Temperatur an der Erdoberfläche T_B korreliert ist.

Unter Zuhilfenahme von 8700 Profilen aus Radiosondenaufstiegen an 13 Stationen in den U.S.A. zwischen 27° und 65° Breite, zwischen 0 und 1600m Höhe und über einen Zeitraum von zwei Jahren fanden Bevis et al. (1992) den Zusammenhang

$$\text{Gl. 3.5-9} \quad T_m = 70.2 + 0.72 \cdot T_B$$

mit einer Standardabweichung von ± 4.74 Kelvin. Für CONT02 sind die RMS-Differenzen in Tab. 3.5-1 gegeben. Die von Bevis et al. (1992) angegebene Standardabweichung wird dabei bestätigt.

Tab. 3.5-1. RMS-Differenzen in K für die acht Stationen von CONT02 zwischen den mittleren Temperaturen aus ECMWF-Druckflächendaten und der Formel von Bevis (Gl. 3.5-9).

ap	gc	hh	kk	ny	wz	wf	on
3.3	2.3	2.6	0.4	4.9	2.4	3.2	2.8

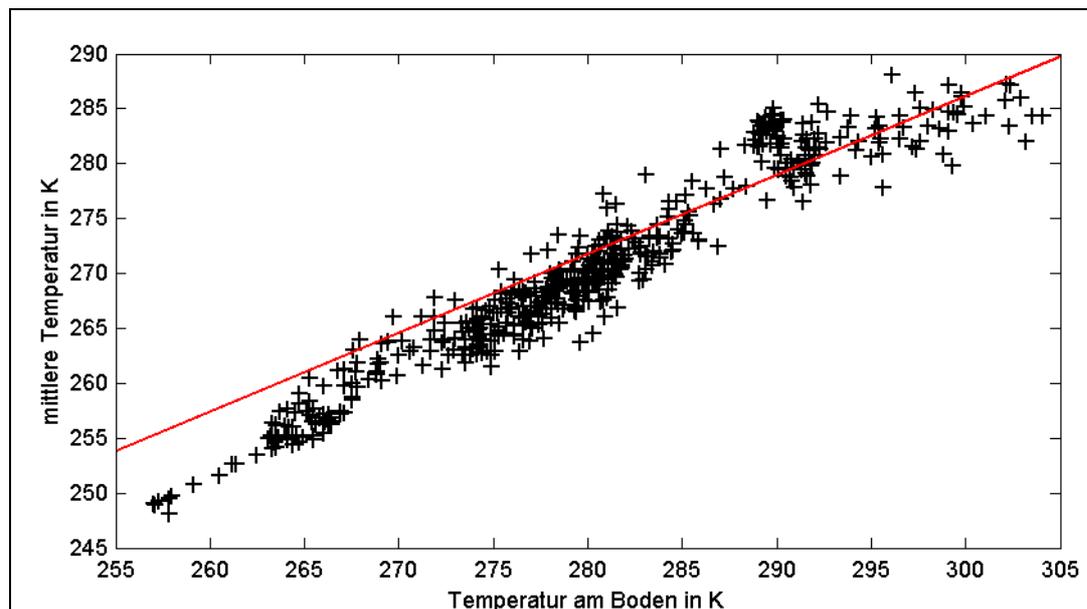


Abb. 3.5-1. Mittlere Temperaturen aus ECMWF-Druckflächendaten (+ Zeichen) und die Werte nach Bevis et al. (1992) für CONT02 (Gerade). Die + Zeichen entsprechen dabei den Werten für die acht Stationen von CONT02, berechnet aus ECMWF-Daten mit einer zeitlichen Auflösung von sechs Stunden.

3.5.3 Genauigkeitsabschätzung

Der Fehler im Faktor II entsteht durch Ungenauigkeiten in T_m bzw. in den Konstanten der Gl. 3.5-3. Nach Fölsche (1999) ist der Einfluss durch eine fehlerhafte mittlere Temperatur um mindestens eine Größenordnung stärker als durch Fehler in den

Konstanten. Daher soll im Folgenden untersucht werden, wie genau die mittlere Temperatur bestimmt werden muss, um die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung mit einer gewissen Genauigkeit berechnen zu können. Die Ableitung des Faktors Π nach der mittleren Temperatur ergibt:

$$\text{Gl. 3.5-10} \quad \frac{\partial \Pi}{\partial T_m} = \frac{10^6 \cdot m_w}{R} \frac{k_3}{\left(k_2 + \frac{k_3}{T_m}\right)^2 T_m^2}$$

Das bedeutet, dass sich Π bei einer Änderung von T_m ($= 270 \text{ K}$) um 4 K um rund 20 kg/m^3 ändert. Bei einer feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung von 200 mm entspricht das einem Fehler im ausfällbaren Wasser von 4 mm . Da jedoch von den Meteorologen eine Genauigkeit von 1 mm für das ausfällbare Wasser gewünscht ist und VLBI in der Lage ist, die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung mit entsprechender Genauigkeit zu bestimmen ($6 \text{ mm } \Delta L_w^Z$), sollten anstelle der Näherungsformel von Bevis et al. (1992) tatsächliche Wetterdaten für die Bestimmung von T_m verwendet werden. Abb. 3.5-2 zeigt die Auswirkungen auf das ausfällbare Wasser in mm für CONT02, wenn anstelle eines numerischen Wettermodells Gl. 3.5-9 zur Berechnung von T_m verwendet wird.

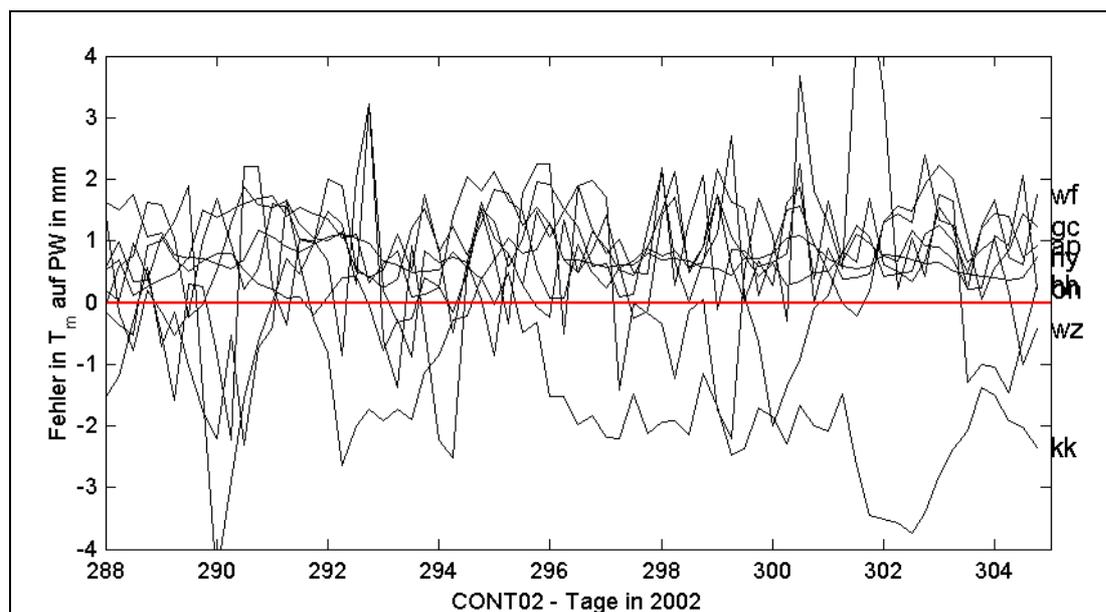


Abb. 3.5-2. Auswirkungen auf das ausfällbare Wasser PW in mm für CONT02, wenn anstelle eines numerischen Wettermodells Gl. 3.5-9 zur Berechnung von T_m verwendet wird. Die Kurven entsprechen dabei den acht Stationen von CONT02.

4 Modellierung der Laufzeitverzögerungen

Wie in Kapitel 3 gezeigt wird, kann der hydrostatische Anteil der Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung sehr genau aus dem totalen Druck an der Bodenstation, der Stationsbreite und -höhe bestimmt werden. Unter Annahme eines fehlerfreien Koeffizienten k_1 und eines ausreichend genau bestimmten Bodendrucks an der Station (besser als 0.05 hPa) darf die Berechnung der hydrostatischen Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung als fehlerfrei angesehen werden (< 0.1 mm).

Anders ist die Situation beim verbleibenden feuchten Anteil in Zenitrichtung. Dieser kann nicht aus meteorologischen Parametern an der Station berechnet werden, da Bodenwerte nicht ausreichend repräsentativ für die Verteilung des Wasserdampfes über der Station sind. Der feuchte Anteil muss daher innerhalb der VLBI-Auswertung mitgeschätzt werden.

4.1 Azimutale Symmetrie

Unter der Annahme azimutaler Symmetrie der neutralen Atmosphäre um die Station - d.h., dass bei konstanter Elevation die Laufzeitverzögerung an einer Station nicht vom Azimut der Radioquelle abhängt - wird üblicherweise der Ansatz in Gl. 4.1-1 verwendet (z.B. nach Davis et al. (1985)):

$$\text{Gl. 4.1-1} \quad \Delta L(e) = \Delta L_h^z \cdot mf_h(e) + \Delta L_w^z \cdot mf_w(e)$$

Dabei bezeichnet $\Delta L(e)$ die gesamte Laufzeitverzögerung der Mikrowellen in der neutralen Atmosphäre und e den Elevationswinkel der Radioquellen im Vakuum ('geometrische Elevation'). ΔL_h^z und ΔL_w^z stehen für die hydrostatische bzw. feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung und $mf_h(e)$ bzw. $mf_w(e)$ sind die sogenannten Projektionsfunktionen ('mapping functions'), welche das Verhältnis der jeweiligen Laufzeitverzögerung zur Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung beschreiben. Argument der beiden Projektionsfunktionen ist wiederum die geometrische Elevation e , da die Beugung der Signalwege in der Atmosphäre durch die hydrostatische Projektionsfunktion berücksichtigt wird (siehe Abb. 4.1-1).

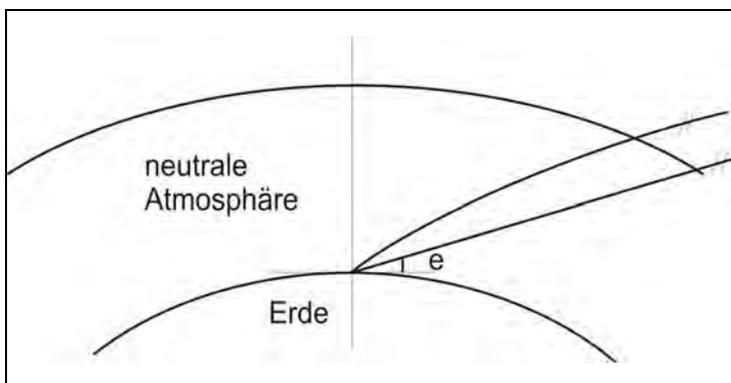


Abb. 4.1-1. Die Projektionsfunktionen ('mapping functions') bilden die Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung auf beliebige Elevationen e ab. Der Elevationswinkel e entspricht jenem Winkel, unter dem die Radioquelle im Vakuum zu sehen wäre, obwohl der eigentliche Signalweg auf einer gekrümmten Bahn liegt. Somit kommen die Projektionsfunktionen nicht nur für die Laufzeitverzögerung entlang des gekrümmten Signalweges auf, sondern auch für die Bahnkrümmung selbst.

Vergleicht man die Projektionsfunktionen für den hydrostatischen und den feuchten Anteil der neutralen Atmosphäre, so erkennt man, dass die feuchte Projektionsfunktion stets größer sein muss als die hydrostatische (siehe Abb. 4.1-2). (Die Ausnahme davon bilden sehr tiefe Beobachtungen, da hier der geometrische Umweg, welcher der hydrostatischen Projektionsfunktion zugeschlagen wird, stark anwächst.)

Der feuchte Anteil der Troposphäre hätte bei konstanter Dichte ρ_w (= Dichte der feuchten Anteile an der Station) eine Höhe von rund 2 km, der hydrostatische Anteil hingegen von rund 8 km ('homogene Höhen'). Die Projektionsfunktionen beschreiben nun das Verhältnis der Strecken $(AB)/(B_0B)$ (feucht) bzw. $(AC)/(C_0C)$ (hydrostatisch), und da der Winkel in C aufgrund der Erdkrümmung kleiner ist als der in B (Strahlensatz), ist die hydrostatische Projektionsfunktion stets kleiner als die feuchte Projektionsfunktion. Die Projektionsfunktionen sind also auch ein Maß für die Dicke der Atmosphäre im Verhältnis zum Erdradius: Wenn die Dicke der Atmosphäre immer kleiner wird, dann erscheint sie immer 'ebener' (Niell et al., 2001), und die Projektionsfunktion nähert sich $1/\sin(e)$ an.

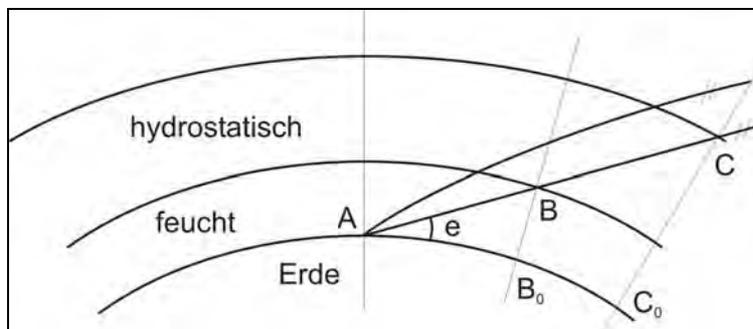


Abb. 4.1-2. Die homogene Höhe des feuchten Anteils der Troposphäre liegt bei rund 2 km, die homogene Höhe des hydrostatischen Anteils bei rund 8 km. Die Projektionsfunktionen beschreiben dann das Verhältnis der Strecken $(AB)/(B_0B)$ (feucht) bzw. $(AC)/(C_0C)$ (hydrostatisch). Da der Innenwinkel des jeweiligen Dreiecks in C aber stets kleiner ist als in B, ist die feuchte Projektionsfunktion größer als die hydrostatische.

Unter der Annahme einer eben geschichteten Atmosphäre wäre die Projektionsfunktion also $1/\sin(e)$, und für Beobachtungen in größeren Elevationen ist diese Funktion durchaus ausreichend. Marini (1972) wies nach, dass die Elevationsabhängigkeit der Projektionsfunktionen für jede horizontal geschichtete Atmosphäre in der Form fortgesetzter Brüche dargestellt werden kann (vgl. Gl. 4.1-2), wobei a, b, c, ... Konstante sind ('continued fraction form'). Zur Verifizierung dieser Aussage wurde von Marini (1972) allerdings nur eine Modellatmosphäre und keine tatsächlichen Wetterdaten benutzt. Einen Nachweis mit tatsächlichen Wetterdaten findet man in Kapitel 4.1.3.1.

$$\text{Gl. 4.1-2} \quad mf(e) = \frac{1}{\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e) + \frac{c}{\sin(e) + \dots}}}}$$

Dieser Ansatz fand seine erste Anwendung in einem vollständigen Modell für die Refraktion der hydrostatischen Atmosphäre (Marini und Murray, 1973), das lange Zeit bei der Auswertung geodätischer und astrometrischer VLBI-Beobachtungen benutzt wurde. Die Laufzeitverzögerung entspricht dabei der von Saastamoinen (1973), die

Projektionsfunktion nach Gl. 4.1-2 wird jedoch nur nach zwei Konstanten (a und b) gebrochen. Die ersten Projektionsfunktionen für weltraumgeodätische Anwendungen, die für die hydrostatischen und feuchten Anteile separat aufgestellt wurden, veröffentlichte Chao (1974). Chao ersetzte das zweite $\sin(e)$ in Gl. 4.1-2 durch $\tan(e)$, um für 90° Elevation tatsächlich den Faktor 1 erhalten zu können. Die durch Davies et al. (1985) berechnete Projektionsfunktion CfA2.2 für den hydrostatischen Anteil wurde für Beobachtungen bis 5° Elevation entwickelt, wobei der Ansatz von Chao (1974) übernommen, aber um eine zusätzliche Konstante erweitert wurde:

$$\text{Gl. 4.1-3} \quad mf(e) = \frac{1}{\sin(e) + \frac{a}{\tan(e) + \frac{b}{\sin(e) + c}}}$$

Basierend auf Strahlverfolgungen ('ray traces') durch verschiedene Modellatmosphären mit Elevationswinkeln zwischen 5° und 90° wurden die Koeffizienten a, b und c als Funktionen von Luftdruck, Wasserdampfdruck und Lufttemperatur an der Erdoberfläche bzw. vom höhenabhängigen Temperaturgradienten und der Höhe der Tropopause bestimmt.

Herring (1992) entwickelte Funktionen für die Koeffizienten der Projektionsfunktion MTT in Abhängigkeit von der Stationsbreite und -höhe bzw. von der Temperatur an der Station. Im Gegensatz zu Davies et al. (1985) verwendete er aber keine Modellatmosphären, sondern tatsächlich gemessene Radiosondendaten. Die MTT Projektionsfunktionen basieren auf einer etwas geänderten Bruchdarstellung (siehe Gl. 4.1-4), wie sie auch in den neueren Projektionsfunktionen üblich ist.

$$\text{Gl. 4.1-4} \quad mf(e) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e) + c}}}$$

Die 'Niell Mapping Functions' (NMF) von Niell (1996) verwenden ebenfalls Gl. 4.1-4 als fortgesetzte Bruchdarstellung und zeichnen sich vor allem dadurch aus, dass man für die Berechnung der Koeffizienten keine meteorologischen Daten benötigt, sondern nur die Stationsbreite und -höhe bzw. den Tag des Jahres. Sie sind daher bestens für Stationen geeignet, an denen keine meteorologischen Daten vorliegen, was vor allem für GPS-Stationen häufig zutrifft.

Tab. 4.1-1 fasst die Eingangsparameter für drei der oben beschriebenen Projektionsfunktionen zusammen.

Tab. 4.1-1. Übersicht der Eingangsparameter von den Projektionsfunktionen CfA2.2, MTT und NMF (aus (Niell, 1996)).

Projektionsfunktion	Referenz	Minimale Elevation	Koeffizienten	
			hydrostatisch	feucht
CfA2.2	Davis et al. (1985)	5°	p, e, T, β, h_t	
MTT	Herring (1992)	3°	T, λ, H	T, λ, H
NMF	Niell (1996)	3°	doy, φ, H	φ

Abkürzungen: p, totaler Druck an der Station; e, Wasserdampfdruck an der Station; T, Temperatur an der Station; β , Temperaturgradient; h_t , Höhe der Tropopause; φ , Breite; H, orthometrische Höhe der Station; doy, UTC Tage seit Jahresbeginn;

In den letzten Jahren sind auch Projektionsfunktionen entwickelt worden, die auf Informationen aus numerischen Wettermodellen basieren. In erster Linie sind das die 'Isobaric Mapping Functions' (IMF, siehe Kap. 4.1.2) (Niell, 2000) und die 'Vienna Mapping Functions' (VMF, siehe Kap. 4.1.3) (Boehm und Schuh, 2003), welche im Folgenden näher beschrieben werden. Stellvertretend für alle herkömmlichen Projektionsfunktionen (ohne Informationen aus Wettermodellen) werden die in Kap. 4.1.1 erklärten NMF-Projektionsfunktionen (Niell, 1996) für Vergleiche herangezogen.

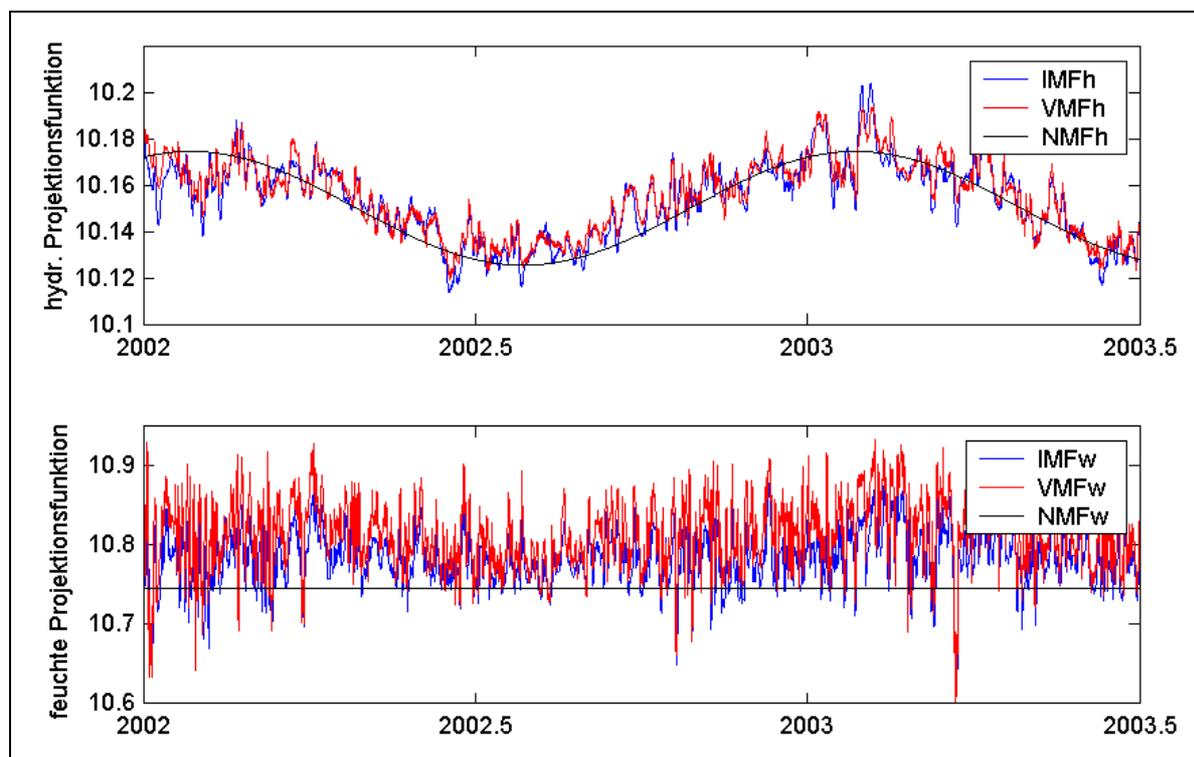


Abb. 4.1-3. Hydrostatische (oben) und feuchte Projektionsfunktionen (unten) für 5° Elevation an der Station Wetzell (Deutschland, Bayerischer Wald) von Jänner 2002 bis Juni 2003. VMF (rot) und IMF (blau) sind aus ECMWF Druckflächendaten berechnet worden. In die Berechnung von NMF (schwarz) gehen nur der Tag des Jahres sowie Stationsbreite und -höhe ein.

Abb. 4.1-3 zeigt diese Projektionsfunktionen IMF, VMF und NMF bei 5° Elevation über einen Zeitraum von fast 1.5 Jahren (Jänner 2002 bis Juni 2003) an der Station Wetzell (Deutschland, Bayerischer Wald). Sehr gut zu erkennen ist die jährliche Variation der hydrostatischen Projektionsfunktionen, während die feuchten Projektionsfunktionen im Gegensatz dazu wesentlich weniger von der Jahreszeit abhängen. Außerdem sieht man, dass, wie bereits erwähnt, die Werte für die feuchten Projekti-

onsfunktionen mit rund 10.75 stets größer sind als für die hydrostatischen mit rund 10.16. Schließlich liegt die feuchte Projektionsfunktion von NMF (kurz NMFw) deutlich unter IMFw und VMFw, was damit zusammenhängen könnte, dass die Stationshöhen in die Berechnung von NMFw nicht eingehen, die Werte für Projektionsfunktionen bei zunehmender Stationshöhe aber größer werden. (Die feuchte Atmosphäre über der Station erscheint 'flacher'.)

4.1.1 Niell Mapping Functions NMF

Ausgangspunkt für die Entwicklung der NMF-Projektionsfunktionen ist für Niell (1996) die starke Abhängigkeit der MTT-Projektionsfunktionen von der Lufttemperatur an den Stationen. Das Studium von Temperaturprofilen, die mit Radiosondenmessungen an 26 Orten der Erde gewonnen worden waren, ergab, dass die Temperaturen an der Erdoberfläche sehr viel stärker variieren als die in höheren Schichten. Dies gilt sowohl für kürzere als auch für längere Zeiträume. Dadurch können die Projektionsfunktionen, in denen die an der Erdoberfläche gemessenen Lufttemperaturen als Eingangsparameter dienen, die Realität nur sehr ungenügend repräsentieren. Abb. 4.1-4 zeigt die gemessenen Temperaturen für vier Orte der U.S.A., an denen regelmäßig Radiosondenballons gestartet werden. Das sind Lihue (Länge $\lambda = 200.6^\circ$, Breite $\varphi = 22.0^\circ$), Del Rio ($\lambda = 259.1^\circ$, $\varphi = 29.4^\circ$), Albany ($\lambda = 286.2^\circ$, $\varphi = 42.8^\circ$) und Fairbanks ($\lambda = 212.1^\circ$, $\varphi = 64.8^\circ$). Aufgetragen sind die Temperaturen in drei Höhenstufen: an der Erdoberfläche (offene Kreise), in 2 km Höhe (gefüllte Kreise) und in 10 km Höhe (Kreuze) jeweils für die Zeitpunkte 0:00 UTC und 12:00 UTC. Gut zu erkennen sind die starken saisonalen Variationen der Temperaturen in den hohen Luftschichten bei den Stationen in höheren Breiten und die Temperaturinversion über Fairbanks in den Wintermonaten.

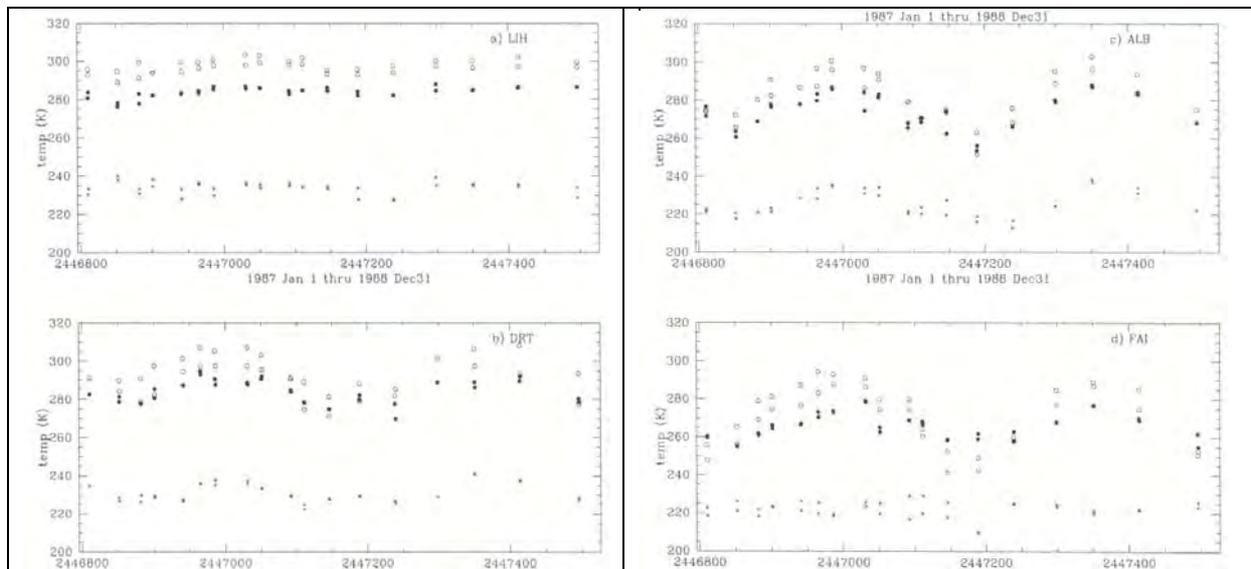


Abb. 4.1-4. Gemittelte Temperaturmessungen in Kelvin an den Stationen Lihue (LIH), Del Rio (DRT), Albany (ALB) und Fairbanks (FAI) für einen Zeitraum von zwei Jahren (1987-1988) und für die Zeitpunkte 0:00 UTC und 12:00 UTC (o Erdoberfläche, • 2 km Höhe, x 10 km Höhe (Niell, 1996)).

Berechnet man die Projektionsfunktionen für den hydrostatischen Refraktionsanteil mit den gemessenen meteorologischen Profilen aus Radiosondendaten, so erkennt

man, dass auch diese annähernd jährliche Perioden aufweisen. Ihre Amplituden dabei hängen von der geographischen Breite ab (siehe Abb. 4.1-5). Außerdem sind die Werte der hydrostatischen Projektionsfunktionen an Stationen in höheren Breiten zumeist größer als in Äquatornähe, was zu erwarten ist, da die geringere durchschnittliche Atmosphärentemperatur in hohen Breiten zu einem geringeren Volumen und damit zu einer geringeren Höhe des Schwerpunktes der Luftsäule führt. Dadurch reduziert sich dann auch der Einfluss der Erdkrümmung, und die Projektionsfunktion nimmt größere Werte an als in niedrigeren Breiten. Das hängt wieder damit zusammen, dass die Projektionsfunktionen das Verhältnis der Dicke der Atmosphäre zum Erdradius widerspiegeln (Niell et al., 2001).

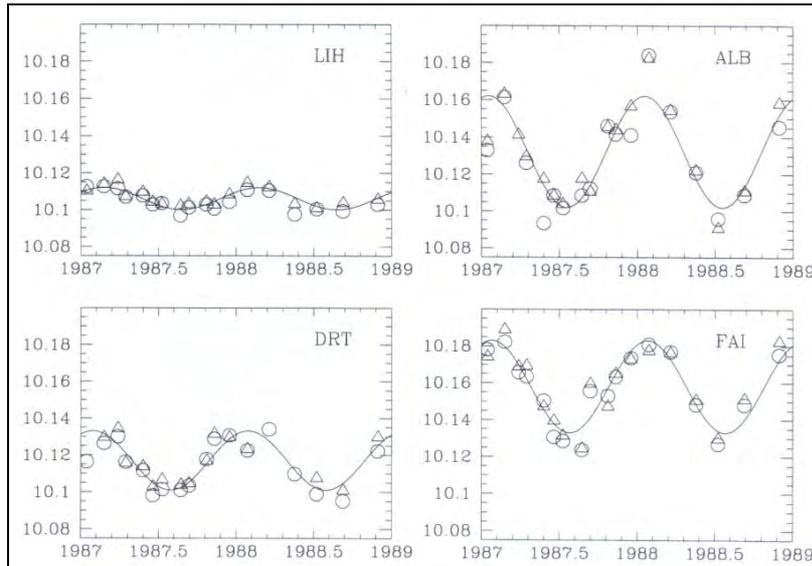


Abb. 4.1-5. Hydrostatische Projektionsfunktionen bei 5° Elevation aus Radiosonden-daten für Lihue (LIH), Del Rio (DRT), Albany (ALB) und Fairbanks (FAI) für 0:00 UT (o) und 12:00 UT (Δ) in den Jahren 1987-1988 (Niell, 1996).

Vor diesem Hintergrund wählte Niell (1996) einen Ansatz, der Standardatmosphären für verschiedene Breiten benutzt, um neue globale Projektionsfunktionen für den hydrostatischen und für den feuchten Anteil der Refraktion bis hinunter zu einer Elevation von 3° zu berechnen. Ähnlich wie bei Davis et al. (1985) oder Herring (1992) zuvor, wurden mithilfe von Strahlverfolgungsuntersuchungen die atmosphärischen Laufzeitverzögerungen für neun verschiedene Elevationswinkel und neun breiten- und jahreszeitabhängige Standardatmosphärenprofile bestimmt, mit denen je drei Koeffizienten a, b und c mittels einer Ausgleichung berechnet wurden.

Ausgehend von der Erkenntnis, dass die Laufzeitverzögerungen durch den hydrostatischen Anteil über das Jahr im Allgemeinen einer sinusförmigen Variation unterliegen, wird für die zeitliche Interpolation jedes einzelnen Parameters a, b oder c eine Sinusfunktion mit den Jänner- und Juliwerten als Minima bzw. Maxima sowie einer Periode von 365.25 Tagen angenommen (siehe Gl. 4.1-5 exemplarisch für den Parameter a).

$$\text{Gl. 4.1-5} \quad a(\varphi, \text{doy}) = a_{\text{avg}}(\varphi) + a_{\text{amp}}(\varphi) \cdot \sin\left(2\pi \frac{\text{doy} - \text{doy}_0}{365.25}\right)$$

Dabei bezeichnen doym den Tag des Jahres, doyo (Tag 28) den Phasennullpunkt und φ die Stationsbreite. Die Zahlenwerte für a_{avg} und a_{amp} sind der Tab. 4.1-2 zu entnehmen.

Tab. 4.1-2. Koeffizienten der Projektionsfunktion für den hydrostatischen Anteil (Niell, 1996) in Abhängigkeit von der Breite.

	15°	30°	45°	60°	75°
a_{avg}	$1.2769934 \cdot 10^{-3}$	$1.2683230 \cdot 10^{-3}$	$1.2465397 \cdot 10^{-3}$	$1.2196049 \cdot 10^{-3}$	$1.2045996 \cdot 10^{-3}$
b_{avg}	$2.9153695 \cdot 10^{-3}$	$2.9152299 \cdot 10^{-3}$	$2.9288445 \cdot 10^{-3}$	$2.9022565 \cdot 10^{-3}$	$2.9024912 \cdot 10^{-3}$
c_{avg}	$62.610505 \cdot 10^{-3}$	$62.837393 \cdot 10^{-3}$	$63.721774 \cdot 10^{-3}$	$63.824265 \cdot 10^{-3}$	$64.258455 \cdot 10^{-3}$
a_{amp}	0.0	$1.2709626 \cdot 10^{-5}$	$2.6523662 \cdot 10^{-5}$	$3.4000452 \cdot 10^{-5}$	$4.1202191 \cdot 10^{-5}$
b_{amp}	0.0	$2.1414979 \cdot 10^{-5}$	$3.0160779 \cdot 10^{-5}$	$7.2562722 \cdot 10^{-5}$	$11.723375 \cdot 10^{-5}$
c_{amp}	0.0	$9.0128400 \cdot 10^{-5}$	$4.3497037 \cdot 10^{-5}$	$84.795348 \cdot 10^{-5}$	$170.37206 \cdot 10^{-5}$

Ein weiterer Einflussfaktor, der beim hydrostatischen Anteil noch berücksichtigt werden muss, ist die orthometrische Höhe der Beobachtungsstation. Dafür entwickelte Niell (1996) eine empirische Korrekturformel mit

$$\text{Gl. 4.1-6} \quad \Delta m_{f_h}(e) = H \cdot \left(\frac{1}{\sin(e)} - f(e, a_{ht}, b_{ht}, c_{ht}) \right),$$

wobei H die Höhe der Station über dem Meeresspiegel in km ist, f der Funktion in Gl. 4.1-4 entspricht und die Koeffizienten a_{ht} , b_{ht} , c_{ht} der Tab. 4.1-3 zu entnehmen sind. Dadurch, dass das Verhältnis zwischen der Dicke der Atmosphäre zum Erdradius bei zunehmender Stationshöhe kleiner wird, wachsen die Projektionsfunktionen an.

Tab. 4.1-3. Koeffizienten für die Höhenkorrekturformel nach (Niell, 1996).

a_{ht}	b_{ht}	c_{ht}
$2.53 \cdot 10^{-5}$	$5.49 \cdot 10^{-3}$	$1.14 \cdot 10^{-3}$

Zur Abschätzung der Genauigkeit der NMF-Projektionsfunktionen hat Niell (1996) Atmosphärenprofile herangezogen, die über mehrere Jahre an 26 Messstationen mit Radiosonden gesammelt worden waren. Mit diesen tatsächlich beobachteten Daten wurden Projektionsfunktionen berechnet und mit denen aus den Modellatmosphären verglichen. Dabei ergab sich für 5° Elevation eine systematische Abweichung von -0.0011. Bei einer atmosphärischen Refraktion in Zenitrichtung von 2300 mm entspricht dies einem systematischen Fehler von -2.5 mm. Die Standardabweichung beträgt ± 0.0038 bzw. ± 8.7 mm. Für den feuchten Anteil ist die Abweichung mit -0.0179 und ± 0.0247 zwar größer, wegen eines geringeren Anteils bei der Refraktion in Zenitrichtung von nur rund 200 mm mit 3.6 mm und ± 5.0 mm aber entsprechend kleiner. Da die NMF-Projektionsfunktion für den feuchten Anteil weder von meteorologischen Daten an der Erdoberfläche noch von der Tages- und Jahreszeit abhängig ist, kann die Standardabweichung auch als Maß für die Variabilität des Wasserdampfes in der Atmosphäre angesehen werden.

Die Koeffizienten für die feuchte NMF-Projektionsfunktion können der Tab. 4.1-4 entnommen werden.

Tab. 4.1-4. Koeffizienten der NMF-Projektionsfunktion für den feuchten Anteil der Refraktion (Niell, 1996) in Abhängigkeit von der Breite.

	15°	30°	45°	60°	75°
a	$5.8021897 \cdot 10^{-4}$	$5.6794847 \cdot 10^{-4}$	$5.8118019 \cdot 10^{-4}$	$5.9727542 \cdot 10^{-4}$	$6.1641693 \cdot 10^{-4}$
b	$1.4275268 \cdot 10^{-3}$	$1.5138625 \cdot 10^{-3}$	$1.4572752 \cdot 10^{-3}$	$1.5007428 \cdot 10^{-3}$	$1.7599082 \cdot 10^{-3}$
c	$4.3472961 \cdot 10^{-2}$	$4.6729510 \cdot 10^{-2}$	$4.3908931 \cdot 10^{-2}$	$4.4626982 \cdot 10^{-2}$	$5.4736038 \cdot 10^{-2}$

4.1.2 Isobaric Mapping Functions IMF

Die IMF-Projektionsfunktionen (IMFh (hydrostatisch) und IMFw (feucht)) verwenden Daten aus numerischen Wettermodellen, um die Koeffizienten der fortgesetzten Bruchdarstellung a , b und c in Gl. 4.1-4 zu bestimmen. Niell (2000) verwendet für die Herleitung der zugehörigen Gleichungen die 'Re-Analysis' Daten des Goddard Space Flight Center Data Assimilation Office (DAO) (Schubert et al., 1993), und Ziel dieses Ansatzes ist es, einzelne Parameter für die hydrostatische und die feuchte Projektionsfunktion auf einem globalen Gitter (z.B. 2.0° in Breite und 2.5° in Länge) zur Verfügung zu stellen, die dann zusammen mit der Stationsbreite und -höhe für die Berechnung der Koeffizienten verwendet werden können.

Für die hydrostatische Projektionsfunktion IMFh ist dieser Parameter die Höhe der 200 hPa Druckfläche ('z200'). Abb. 4.1-6 zeigt die Höhen der 200 hPa Druckfläche in Einheiten $100 \text{ m}^2/\text{s}^2$ für den 1. Juli 2003 um 12:00 UT aus ECMWF-Daten, und man erkennt einen Anstieg der Höhe dieser Druckfläche von ungefähr 10 km an den Polen auf ungefähr 12 km über dem Äquator. Dieser Anstieg der Druckflächenhöhen spiegelt sich auch in den systematischen Nord-Süd Gradienten wider (siehe Kapitel 4.2.3), die bei der Analyse von VLBI-Beobachtungen berücksichtigt werden müssen.

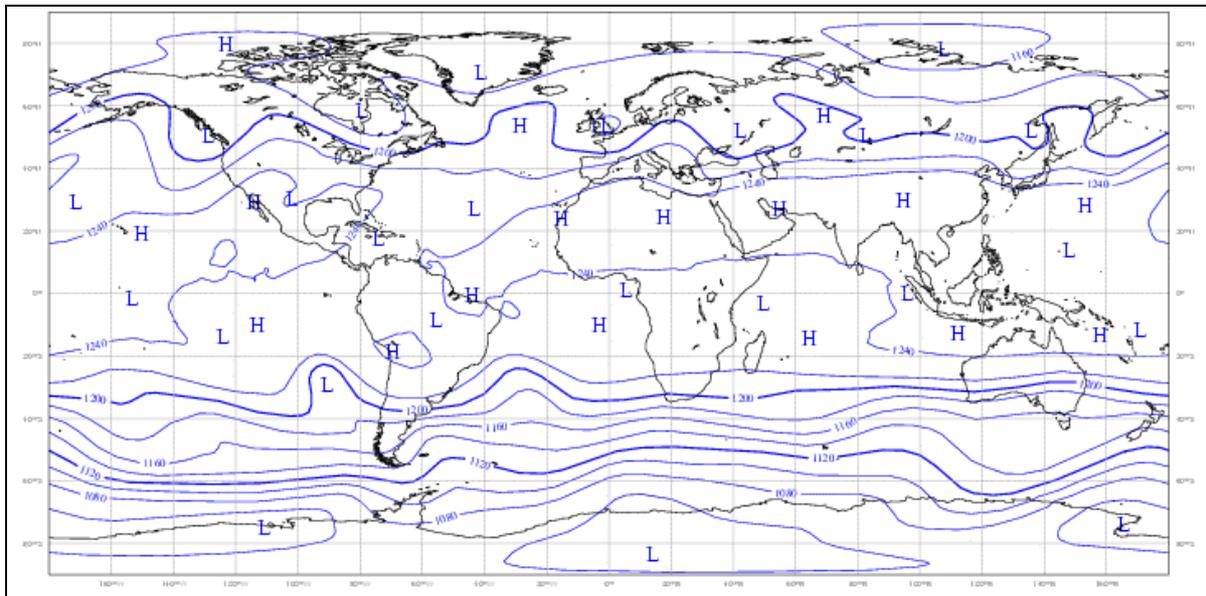


Abb. 4.1-6. Globale Karte der geopotentiellen Höhen der 200 hPa Druckfläche am 1. Juli 2003 um 12:00 UT aus ECMWF-Daten. Die Einheiten sind $100 \text{ m}^2/\text{s}^2$, d.h. die Werte in der Abbildung sind mit $(100/9.80665)$ zu multiplizieren, um ungefähr die Höhen in m zu erhalten (siehe Anhang A.1). Man erkennt einen systematischen Anstieg der Druckfläche über dem Äquator.

Für die feuchte Projektionsfunktion IMFw reicht ein Parameter in einer bestimmten Höhe nicht aus, sondern es muss der gesamte vertikale Verlauf der feuchten Refraktivität berücksichtigt werden, weil sich der Wasserdampf nicht im hydrostatischen Gleichgewicht befindet. Abb. 4.1-7 zeigt als Beispiel die Verteilung des Wasserdampfes über der Station Gilmore Creek ('Gilcreek', Alaska) am 31. Oktober 2002 um 18:00 UT, und man erkennt deutlich, dass die Feuchte am Boden nicht repräsentativ für die darüber liegenden Schichten ist.

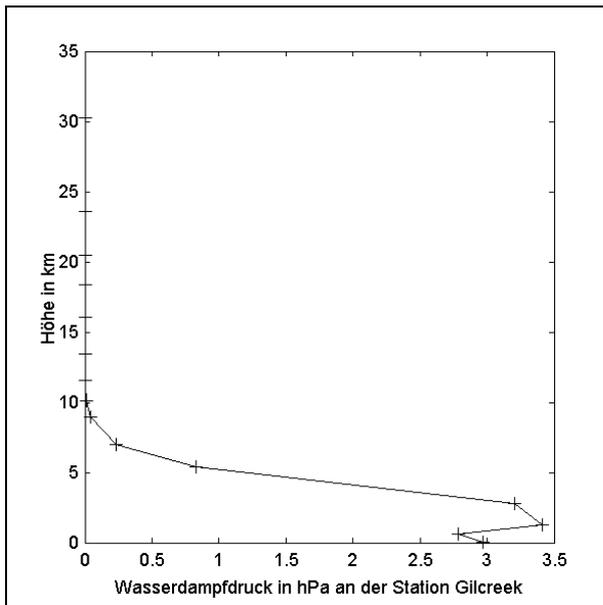


Abb. 4.1-7. Wasserdampfdruck in hPa über der Station Gilmore Creek (Gilcreek) am 31. Oktober 2002 um 18:00 UT aus ECMWF-Daten. Die + Zeichen markieren die 15 Druckflächen, für die der Wasserdampfdruck zur Verfügung steht. Man erkennt, dass die Feuchte am Boden in keinster Weise repräsentativ für die Feuchte in höheren Schichten ist.

Der von Niell (2000) verwendete Parameter 'smfw3' spiegelt nun sowohl die vertikale Verteilung des Wasserdampfes als auch die Veränderung der Geometrie mit variierender Stationshöhe aufgrund der Erdkrümmung wider: smfw3 ist das Verhältnis der feuchten Laufzeitverzögerung bei 3.3° geometrischer Elevation (Krümmung des Lichtstrahls wird vernachlässigt) zur feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung, berechnet aus den Daten an den vorhandenen Druckflächen (z.B. 15 Werte).

Diese beiden Parameter, z200 und smfw3, sind zusammen mit der Stationsbreite und -höhe die Eingangsgrößen für die Berechnung der Koeffizienten a, b und c der fortgesetzten Bruchdarstellung in Gl. 4.1-4.

4.1.2.1 Hydrostatische Projektionsfunktion IMFh

Weil der hydrostatische Anteil der Atmosphäre nahezu im hydrostatischen Gleichgewicht ist, kann die orthometrische Höhe einer konstanten Druckfläche sehr gut als Parameter für die hydrostatische Projektionsfunktion verwendet werden. Niell (2000) verglich daher die geopotentiellen Höhen (siehe Anhang A.1) von konstanten Druckflächen ('pressure levels') von DAO mit den Werten der hydrostatischen Projektionsfunktionen für 5° Elevation an 28 Stationen im Jahr 1992. Die hydrostatischen Projektionsfunktionen wurden dazu mit einem Strahlverfolgungsprogramm aus Radiosondendaten berechnet (vergleiche Anhang A.2).

Dabei zeigte die 200 hPa Fläche (z200) die höchste Korrelation mit den Projektionsfunktionen. Ein weiterer Vorteil der 200 hPa Druckfläche ist auch, dass sie bei den meisten numerischen Wettermodellen standardmäßig berechnet wird, also auch beim Modell von NCEP (National Center for Environmental Prediction) sowie bei den Modellen des ECMWF und DAO. Abb. 4.1-8 zeigt exemplarisch die sehr hohe Korrelation zwischen den Werten der Projektionsfunktion aus Radiosondendaten und der Höhe der 200 hPa Druckfläche an der Station Albany (ALB) im Dezember 1992 (Niell, 2000).

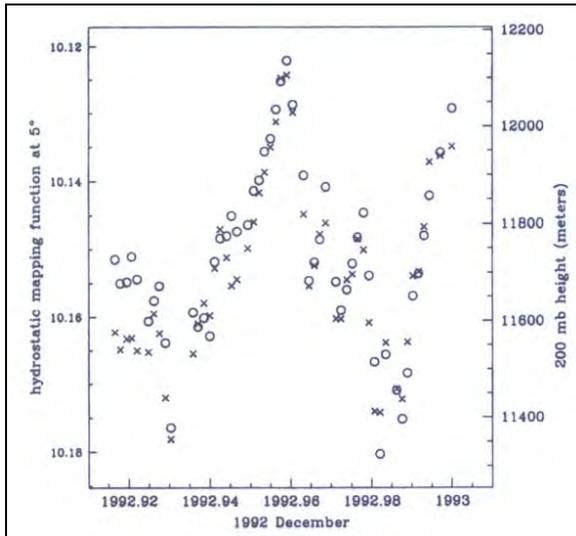


Abb. 4.1-8. Die hydrostatischen Projektionsfunktionen aus Radiosondendaten an der Station ALB für 5° Elevation (Kreise, linke Ordinate) und die geopotentiellen Höhen der 200 hPa Fläche interpoliert für die gleiche Station (Kreuze, rechte Ordinate) für Dezember 1992 (Niell, 2000). Man erkennt deutlich die hohe Korrelation zwischen diesen beiden Parametern.

Um nun Gleichungen aufzustellen, um aus den beiden Parametern z_{200} und $smfw_3$ die Koeffizienten a , b und c der fortgesetzten Bruchdarstellung zu bestimmen, verwendete Niell (2000) folgende Vorgehensweise:

- Für alle vertikalen Profile (~730) an 28 Stationen wurden Strahlverfolgungen für neun Elevationen zwischen 90° und 3° berechnet. Danach wurden für jedes Profil die Koeffizienten a , b und c in einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten so bestimmt, dass sie mit den neun Werten der Projektionsfunktion bestmöglich übereinstimmen.
- Dann wurden für alle 28 Stationen die jährlichen Mittelwerte von z_{200} bestimmt, und für diese Mittelwerte wurde dann eine Funktion $z_{200_{ref}}$ in Abhängigkeit von $\cos(2\varphi)$ bestimmt (Gl. 4.1-8). Dieser Term spiegelt die Symmetrie um den Äquator wider, welche auch in Abb. 4.1-6 zu erkennen ist.
- Jeder der Koeffizienten a , b und c wurde dann in ein Polynom zweiten Grades entwickelt, und zwar in Abhängigkeit von $(z_{200} - z_{200_{ref}})$ und $\cos(2\varphi)$. Dabei stellte sich heraus, dass einige Terme vernachlässigt werden können.

Die Entwicklung für die Koeffizienten a , b und c lautet daher

$$\begin{aligned}
 a &= a_{00} + a_{10} \cos[2(\varphi - \varphi_{a0})] + \\
 &\quad + \{dad_{z0} + dad_{z1} \cos[2(\varphi - \varphi_{d0})]\} \cdot (z_{200} - z_{200_{ref}}) \\
 b &= bm_0 \\
 c &= cm_0 + cm_1 \cdot \cos(\varphi - \varphi_{c0})
 \end{aligned}$$

Gl. 4.1-7

mit

$$z_{200_{ref}} = z_0 + z_1 \cdot \cos[2 \cdot (\varphi - \varphi_{z0})].$$

Gl. 4.1-8

Die Werte für die Konstanten sind in Tab. 4.1-5 gegeben.

Tab. 4.1-5. Konstanten für die Berechnung von IMFh.

$a_{00} = 0.00124$	$bm_0 = 0.002905$	$z_0 = 11836.0 \text{ m}$	$\varphi_{a0} = 2.0^\circ$
$a_{01} = 4 \cdot 10^{-5}$	$cm_0 = 0.0634$	$z_1 = 619.0 \text{ m}$	$\varphi_{c0} = 0.0^\circ$
$dad_{z0} = 7.4 \cdot 10^{-8}$	$cm_1 = 0.0014$		$\varphi_{d0} = 0.0^\circ$
$dad_{z1} = -1.6 \cdot 10^{-8}$			$\varphi_{z0} = 3.0^\circ$

Da in die Berechnung der Koeffizienten die Stationshöhe nicht eingegangen ist, muss nun für die hydrostatische Projektionsfunktion IMFh wieder die Höhenkorrektur nach Gl. 4.1-6 angebracht werden (Niell, 1996).

4.1.2.2 Feuchte Projektionsfunktion IMFw

Der Eingangsparameter smfw3 für die feuchte Projektionsfunktion IMFw ist definiert als

$$\text{Gl. 4.1-9} \quad \text{smfw3} = \frac{\tau(3.3^\circ)}{\tau(90^\circ)}.$$

$\tau(3.3^\circ)$ ist dabei die feuchte Laufzeitverzögerung bei 3.3° Elevation entlang einer Geraden, also nicht entlang des gekrümmten Signalweges, auf dem sich die Signale eigentlich ausbreiten. Andererseits ist $\tau(90^\circ)$ die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung, und beide Terme sind Integrale über die feuchte Refraktivität. Letztere besteht streng genommen aus zwei Teilen, wobei einer davon proportional zu (e/T) und der andere proportional zu (e/T^2) ist (vgl. Gl. 3.3–12). Der erste Term kann aber vernachlässigt werden, weil der zweite um ungefähr einen Faktor 80 größer ist, und somit erhält man für den Parameter smfw3

$$\text{Gl. 4.1-10} \quad \text{smfw3} = \frac{k_3 \int \frac{e(s)}{T^2(s)} ds}{k_3 \int \frac{e(h)}{T^2(h)} dh},$$

wenn s den geometrischen Weg (ohne Strahlbrechung) und h die jeweilige Höhe bezeichnen. Die Elevation wurde mit 3.3° deswegen so gewählt, weil das ungefähr einem Elevationswinkel von 3° beim Verlassen der neutralen Atmosphäre entspricht und die tiefsten VLBI-Beobachtungen zur Zeit bis zu dieser Elevation erfolgen (Abb. 4.1-9).

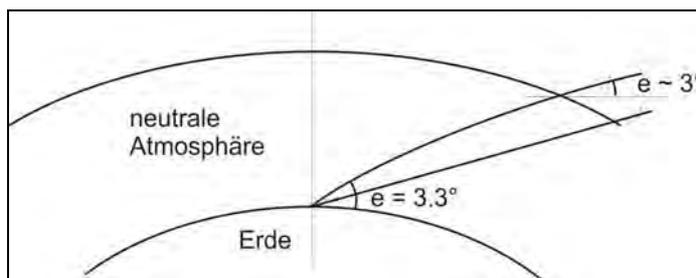


Abb. 4.1-9. Radiowellen, die an der Station unter 3.3° Elevation beobachtet werden, verlassen die neutrale Atmosphäre unter ungefähr 3° Elevation. Das entspricht den zur Zeit tiefsten VLBI-Beobachtungen, die durchgeführt werden.

Die Werte des Wasserdampfes e und der Temperatur T an den vorgegebenen Druckflächen werden für eine stückweise lineare Approximationen für das Integral in Gl. 4.1-10 verwendet. Das kann aber zu Differenzen zwischen den einzelnen Realisierungen führen, wenn die verschiedenen Wettermodelle unterschiedliche Druckflächen bereitstellen. Abb. 4.1-10 zeigt als Beispiel an der Station Gilmore Creek (Gilcreek) die Daten des Wasserdampfdruckes für ein fiktives Wettermodell, bei dem nur jede zweite Druckfläche mit Daten zur Verfügung steht.

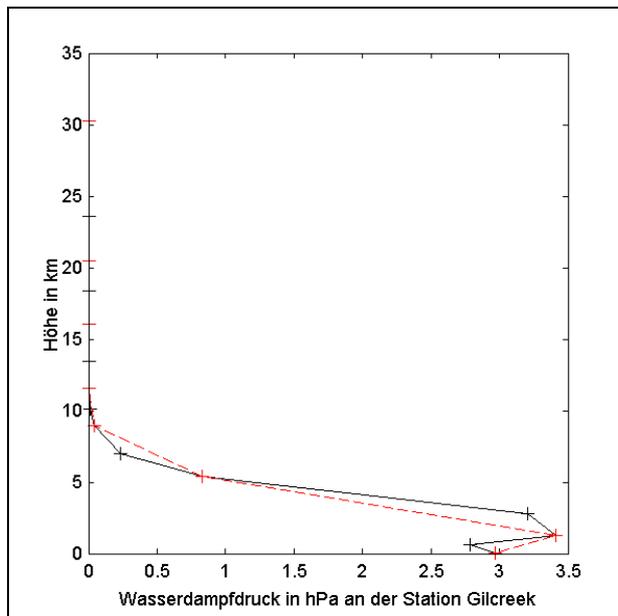


Abb. 4.1-10. Wasserdampfdruck aus ECMWF-Daten an der Station Gilmore Creek am 31. Oktober 2002 um 18:00 UT (durchgezogene Linie). Die strichlierte Linie zeigt die stückweise lineare Approximation für ein (fiktives) Wettermodell, bei dem nur jede zweite Druckfläche verfügbar ist.

Für eine azimutalsymmetrische Atmosphäre sind die meteorologischen Parameter nur Funktionen der Höhe, was die Berechnungen sehr vereinfacht. Daher kann smfw3 als

$$\text{Gl. 4.1-11} \quad \text{smfw3} = \frac{k_3 \int \frac{e(h)}{T^2(h)} \frac{ds}{dh} dh}{k_3 \int \frac{e(h)}{T^2(h)} dh}.$$

geschrieben werden. Die feuchte Refraktivität ist dann an jeder Druckfläche $n_w(h_i)$ mit

$$\text{Gl. 4.1-12} \quad n_w(h_i) = k_3 \frac{e(h_i)}{T(h_i)^2}$$

gegeben. Die Distanz $s(h)$ des geraden Lichtstrahls bei einer Elevation e_0 ($= 3.3^\circ$) von einer Station an der Erdoberfläche (Erdradius R_e) bis zur Höhe h kann mit

$$\text{Gl. 4.1-13} \quad s(h) = R_e \left\{ \left[\left(1 + \frac{h}{R_e} \right)^2 - \cos^2(e_0) \right]^{1/2} - \sin(e_0) \right\}$$

berechnet werden (vgl. Anhang A.2). Verwendet man den mittleren Brechungsindex innerhalb eines Höhenintervalls dh , dann erhält man für den Zähler und den Nenner von Gl. 4.1-11

$$\text{Gl. 4.1-14} \quad \text{losw} = 0.5 \sum_{i=2}^N [n_w(h_i) + n_w(h_{i-1})](s(h_i) - s(h_{i-1}))$$

bzw.

$$\text{Gl. 4.1-15} \quad \text{zwd} = 0.5 \sum_{i=2}^N [n_w(h_i) + n_w(h_{i-1})](h_i - h_{i-1}),$$

und smfw3 kann dann mit

$$\text{Gl. 4.1-16} \quad \text{smfw3} = \frac{\text{losw}}{\text{zwd}}$$

berechnet werden.

Nach einer Modifikation der feuchten Projektionsfunktion von Niell am 5. Mai 2003 (persönliche Mitteilung) wird bei der Berechnung von IMFw aus dem Parameter smfw3 auch die Stationshöhe H berücksichtigt. Außerdem wird der Parameter smfw3 immer auf den Referenzwert $\text{smfw0} = 15.5$ bezogen, der ungefähr als der Mittelwert für die gesamte Erde angesehen werden kann. Die drei Koeffizienten der feuchten Projektionsfunktion werden mit

$$\begin{aligned} \text{Gl. 4.1-17} \quad a &= (\text{smfw3} - \text{smfw0}) \cdot \text{dads} + a_0 + a_{\text{ht}} \cdot H \\ b &= (\text{smfw3} - \text{smfw0}) \cdot \text{dbds} + b_0 \\ c &= (\text{smfw3} - \text{smfw0}) \cdot \text{dcds} + c_0 \end{aligned}$$

berechnet, wobei die Werte für die Konstanten in Tab. 4.1-6 gegeben sind.

Tab. 4.1-6. Konstante für die Berechnung von IMFw aus smfw3 und der Stationshöhe H .

$a_0 = 6.8827 \cdot 10^{-4}$	$b_0 = 1.3503 \cdot 10^{-3}$	$c_0 = 3.9647 \cdot 10^{-2}$
$a_{\text{ht}} = -1.6580 \cdot 10^{-7}$	$\text{dbds} = 1.8882 \cdot 10^{-4}$	$\text{dcds} = 4.8581 \cdot 10^{-3}$
$\text{dads} = -2.0795 \cdot 10^{-4}$		$\text{smfw0} = 15.5$

4.1.3 Vienna Mapping Functions VMF

Bei der Realisierung der IMF-Projektionsfunktionen mit Druckflächendaten des ECMWF tauchten einige Schwierigkeiten auf, die zur Entwicklung der VMF führten. Diese Probleme betreffen vor allem IMFw:

- Jedes numerische Wettermodell (ECMWF, NCEP, DAO, ..) stellt die benötigten Daten (Temperatur, Wasserdampfdruck, Höhe) für verschiedene Druckflächen zur Verfügung. Aufgrund der stückweisen linearen Approximation für das Integral in Gl. 4.1-10 entstehen daher Unterschiede im Parameter $smfw3$, obwohl die Wettermodelle eigentlich übereinstimmen (vgl. Abb. 4.1-10). Diese Problematik verschwindet nur dann, wenn alle Wettermodelle über eine ausreichend hohe vertikale Auflösung der Druckflächen verfügen.
- Bei der Berechnung von $\tau(3.3^\circ)$ in Gl. 4.1-9 wird das Integral über einen geraden Weg berechnet, obwohl der eigentliche Strahlenweg gekrümmt ist. Der geometrische Umweg [S–G] (vgl. Gl. 3.2–8) für eine Anfangselevation von 3.3° ist aber nicht an allen Orten und für alle Zeitpunkte gleich groß, sodass $smfw3$ systematische Fehler aufweisen kann.

Die Vienna Mapping Functions VMF zeichnen sich nun dadurch aus, dass sie die beiden oben beschriebenen Kritikpunkte (vertikale Auflösung und geometrischer Umweg) bei der Entwicklung der feuchten Projektionsfunktion VMFw berücksichtigen und diesen geänderten Ansatz dann auch für die hydrostatische Projektionsfunktion VMFh verwenden:

- Durch ein geeignetes Verfahren (siehe Anhang A.2) wird die vertikale Auflösung so weit erhöht, und zwar unabhängig von den zur Verfügung stehenden Druckflächen (bzw. Radiosondendaten), dass durch die lineare Approximation keine Fehler mehr entstehen.
- Außerdem wird bei der Strahlverfolgung auch die Strahlkrümmung berücksichtigt.

Im Gegensatz zur IMF beruht die VMF also auf der exakten Strahlverfolgung durch numerische Wettermodelle, ohne dabei Übergangparameter wie $z200$ und $smfw3$ zu verwenden. Herzstück der VMF ist das Strahlverfolgungsprogramm, das im Detail im Anhang A.2 beschrieben wird, und als fortgesetzte Bruchdarstellung wird wiederum Gl. 4.1-4 verwendet.

Im Folgenden werden zwei Varianten der VMF vorgestellt: Die 'strenge' Variante ('rigorous approach') VMF(rig) nutzt die volle Information der numerischen Wettermodelle und beruht auf zehn Strahlverfolgungen pro Station und Zeitpunkt. Die 'schnelle' Variante ('fast approach') VMF(fast) benötigt hingegen nur eine Strahlverfolgung und ist daher wesentlich schneller zu berechnen, aber dennoch von vergleichbarer Genauigkeit zum strengen Ansatz.

4.1.3.1 Strenge Variante VMF(rig)

Mit dem Strahlverfolgungsprogramm werden zunächst die hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen sowie die Elevationswinkel beim Verlassen der neutralen Atmosphäre für 10 (Anfangs-)Elevationen zwischen 90° und 3.2° bestimmt. Diese Elevationen sind in Tab. 4.1-7 angeführt (vgl. auch Abb. 4.1-11). An dieser Stelle ist anzumerken, dass die hydrostatischen Projektionsfunktionen auch den geometrischen Umweg beinhalten, der ebenfalls mit dem Strahlverfolgungsprogramm bestimmt wird.

Tab. 4.1-7. (Anfangs-)Elevationswinkel für die strenge Variante der VMF.

90°	70°	50°	30°	20°	15°	10°	7°	5°	3.2°
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----	------

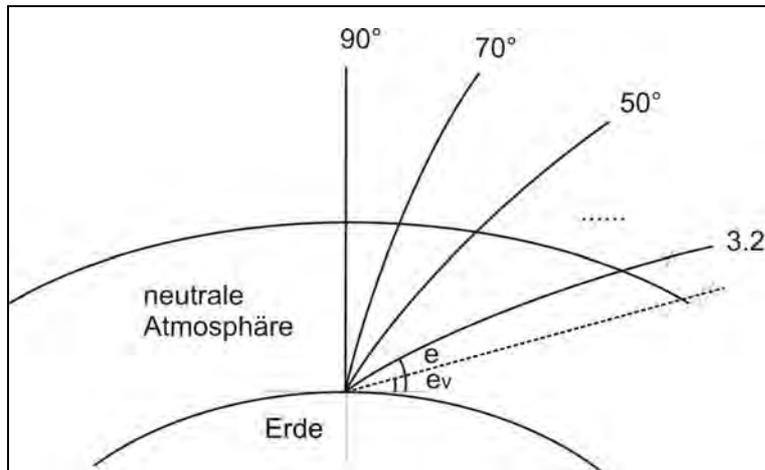


Abb. 4.1-11. Zur Bestimmung der Koeffizienten a , b und c der strengen Variante der VMF wird die Strahlverfolgung für 10 Elevationen zwischen 90° und 3.2° berechnet. Damit erhält man die zugehörigen hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen und die Ausgangs- (= Vakuums-) Elevationswinkel.

Über eine Ausgleichung nach kleinsten Quadraten werden dann aus den jeweils zehn Werten der hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen und den zugehörigen Vakuums-Elevationswinkeln die drei Koeffizienten a , b und c der fortgesetzten Bruchdarstellung ermittelt. Man geht dabei von den Verbesserungsgleichungen vermittelnder Beobachtungen

$$\text{Gl. 4.1-18} \quad v = A \cdot x - l$$

aus. Dabei ist A die (10×3) Matrix mit den partiellen Ableitungen der Gl. 4.1-4 nach den Koeffizienten a , b und c (Gl. 4.1-19, Gl. 4.1-20 und Gl. 4.1-21), ausgewertet mit a priori Werten a_0 , b_0 und c_0 von NMFh (Niell, 1996). l ist der (10×1) Beobachtungsvektor im Sinn 'gemessen minus berechnet'. Unter den 'gemessenen' Werten versteht man jene, die das Strahlverfolgungsprogramm liefert, und die 'berechneten' Werte erhält man, wenn a_0 , b_0 und c_0 in Gl. 4.1-4 eingesetzt werden. Der Elevationswinkel, der dabei benötigt wird, ist der Vakuums-Elevationswinkel, also der Elevationswinkel beim Verlassen der neutralen Atmosphäre.

$$\frac{\partial mf}{\partial a} = \frac{1}{\left(1 + \frac{b}{1+c}\right) \cdot \left(\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}\right)} - \dots$$

$$1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}$$

Gl. 4.1-19

$$\frac{\left(\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}\right)^2}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}$$

$$\frac{\partial mf}{\partial b} = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{1+c}\right)^2 (1+c) \left(\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}\right)} + \dots$$

$$\left(1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}\right) \cdot a$$

Gl. 4.1-20

$$\frac{\left(\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}\right)^2 \left(\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}\right)^2 (\sin(e)+c)}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}$$

$$\frac{\partial mf}{\partial c} = \frac{ab}{\left(1 + \frac{b}{1+c}\right)^2 (1+c)^2 \left(\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}\right)} - \dots$$

$$\left(1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}\right) ab$$

Gl. 4.1-21

$$\frac{\left(\sin(e) + \frac{a}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}\right)^2 \left(\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}\right)^2 (\sin(e)+c)^2}{\sin(e) + \frac{b}{\sin(e)+c}}$$

Das Auflösen des Normalgleichungssystems liefert die Zuschläge zu den a priori Werten

$$\text{Gl. 4.1-22} \quad x = (A^T A)^{-1} A^T I = Q_x A^T I$$

und somit die Koeffizienten der Projektionsfunktionen für einen Ort (VLBI-Station oder gegebenenfalls auch Gitterpunkt eines Rasters) und einen Zeitpunkt, zu dem Werte des numerischen Wettermodells vorhanden sind. Die Verbesserungen v an die Projektionsfunktionen nach Gl. 4.1-18 sind dabei stets kleiner als 0.001, d.h. die Auswirkungen auf die hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen sind kleiner als 2 mm und 0.2 mm bei 2000 mm hydrostatischer bzw. 200 mm feuchter Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung. Das wiederum bestätigt Marini (1972) insofern, als eine fortgesetzte Bruchdarstellung nach Gl. 4.1-4 ausreichend ist, um als Projektionsfunktion für Elevationen bis mindestens 3° dienen zu können.

Somit können die Koeffizienten a_h , b_h , und c_h von VMFh(rig) und a_w , b_w , und c_w von VMFw(rig) für jede Station und für jeden Zeitpunkt, an dem Werte des numerischen Wettermodells vorliegen (zumeist alle sechs Stunden), berechnet werden.

Aufgrund des großen Rechenaufwandes der Strahlverfolgung ist die strenge Variante der VMF aber nur schlecht geeignet, um auf einem globalen Gitter bestimmt zu werden. Außerdem ist die Interpolation auf einem solchen Raster noch nicht geklärt, weil die Koeffizienten a , b und c sehr stark miteinander korreliert sind (>0.95). Die Korrelation zwischen den beiden Koeffizienten i und j wird dabei mit

$$\text{Gl. 4.1-23} \quad \text{Korr}(i, j) = \frac{Q_x(i, j)}{\sqrt{Q_x(i, i) \cdot Q_x(j, j)}}$$

berechnet, wenn Q_x die Kovarianzmatrix bezeichnet. Das bedeutet nämlich, dass Änderungen eines Koeffizienten sehr leicht durch Änderungen der anderen beiden kompensiert werden können, was dann zu Problemen führen kann, wenn für jeden Koeffizienten einzeln auf einem globalen Gitter interpoliert wird. Andererseits wird aber gerade diese Korrelation zwischen den Koeffizienten bei der schnellen Variante von VMF ausgenutzt.

4.1.3.2 Schnelle Variante VMF(fast)

Obwohl Computer heutzutage sehr schnell sind, ist die Berechnung der Strahlverfolgung immer noch ziemlich zeitaufwendig, speziell dann, wenn sie auf einem globalen Raster, viermal pro Tag und zehnmals pro Gitterpunkt erfolgen muss. Aus diesem Grund wurde eine schnelle Variante entwickelt, die ähnliche Ergebnisse liefert.

Anstelle von zehn Elevationen werden die hydrostatische und feuchte Projektionsfunktion sowie der (Vakuums-)Elevationswinkel für nur einen Anfangswinkel (3.3°) berechnet (Abb. 4.1-12), und für die Koeffizienten b und c werden vorgegebene Werte verwendet. Die Koeffizienten a_h und a_w können dann über die Umformung von Gl. 4.1-4 bestimmt werden (Gl. 4.1-24). Die schnelle Variante VMF(fast) macht sich die hohe Korrelation zwischen den Koeffizienten a , b und c insofern zunutze, als kleine Fehler in b und c sehr gut durch den Koeffizienten a kompensiert werden können.

$$\text{Gl. 4.1-24} \quad a = \frac{\left(\begin{array}{l} b + cb + b^2 - mf \sin^2(e)c^2 - mf \sin(e)b - mf b \sin^3(e) + \dots \\ c \sin(e)b - mf \sin^2(e)c - mf c \sin^3(e) - mf \sin(e)b^2 + \sin(e)c^2 + \dots \\ b \sin^2(e) + \sin(e)c + \sin^2(e)c - mf \sin^3(e) + \dots \\ \sin^2(e) - mf c \sin(e)b - mf b \sin^2(e)c \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{l} -cb - b - \sin(e)c - \sin^2(e)c + mf \sin(e) - \sin(e)c^2 - \sin^2(e) + \dots \\ mf c + mf c^2 + mf c \sin(e) + mf \sin(e)b + mf bc \end{array} \right)}$$

In Gl. 4.1-24 bezeichnet mf den Wert der Projektionsfunktion, der über die Strahlverfolgung bestimmt worden ist, und e ist der zugehörige (Vakuums-)Elevationswinkel. Die Koeffizienten b und c sind Gl. 4.1-25 und Gl. 4.1-26 gegeben, und für VMFh sind sie mit denen von IMFh identisch:

$$\text{Gl. 4.1-25} \quad \begin{aligned} b_h &= 0.002905 \\ c_h &= 0.0634 + 0.0014 \cos(2\varphi) \end{aligned}$$

Für den feuchten Anteil VMFw werden die Koeffizienten b_w und c_w von NMFw (bei 45°) genommen. Sie gelten bei VMFw(fast) für alle Breiten.

$$\text{Gl. 4.1-26} \quad \begin{aligned} b_w &= 0.00146 \\ c_w &= 0.04391 \end{aligned}$$

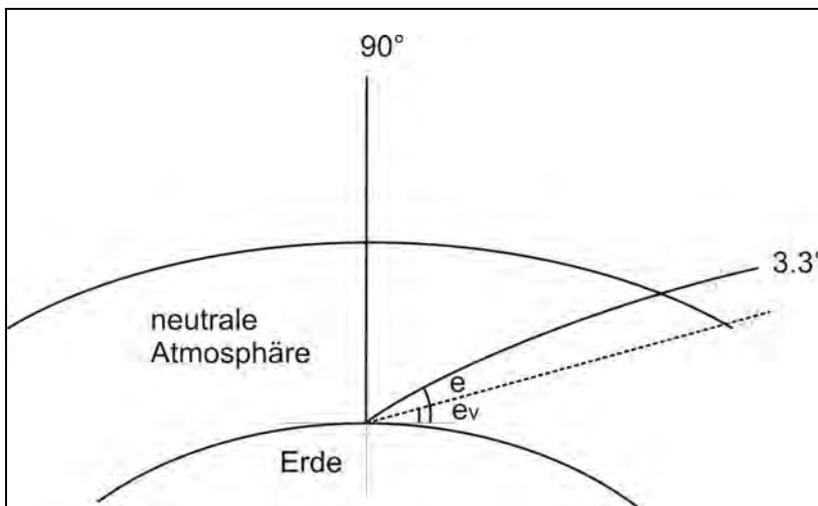


Abb. 4.1-12. Grundprinzip für VMF(fast). Dabei wird die Strahlverfolgung für nur eine Elevation berechnet. Dieser Anfangs-Elevationswinkel e ist 3.3° , und der Vakuums-Elevationswinkel e_v ist dann $\sim 3^\circ$.

Da an die hydrostatische Projektionsfunktion VMFh(fast) die Höhenkorrektur nach Gl. 4.1-6 angebracht wird, bezieht sich der Koeffizient a_h auf das Geoid. Dadurch könnte gegebenenfalls besser auf einem globalen Raster für die Koeffizienten a_h interpoliert werden, weil sich die Gitterpunkte auf eine einheitliche Höhe beziehen. Es ist aber derzeit nicht vorgesehen, VMF auch auf einem globalen Raster zu bestimmen.

4.1.4 Vergleich der ECMWF-Druckflächendaten mit Radiosondendaten

Zunächst soll überprüft werden, wie groß der Genauigkeitsverlust für die Projektionsfunktionen sein kann, wenn anstelle von Radiosondendaten die ECMWF-Druckflächendaten ('pressure level' Daten) für deren Berechnung verwendet werden. Radiosondendaten gelten nämlich als die genauesten Daten, die für die Berechnung von Projektionsfunktionen an bestimmten Orten zur Verfügung stehen.

Die ECMWF-Daten, die für diesen Vergleich verwendet werden, bestehen aus den 15 Druckflächen [10, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 700, 850, 925, 1000] hPa, und sie sind mit bestmöglicher Auflösung in Lage ($\sim 0.5^\circ \times 0.5^\circ$) von den ECMWF-Archiven heruntergeladen worden.

Verglichen werden die Projektionsfunktionen an vier Stationen (siehe Tab. 4.1-8), wovon drei in Europa und eine in Australien liegen, und der Vergleichszeitraum ist das Jahr 2002. Speziell werden jene Radiosondenprofile für diesen Vergleich verwendet, die folgende Forderungen erfüllen:

- Die vertikalen Profile reichen bis in eine Höhe von mindestens 25 km, und
- sie bestehen aus mindestens 25 Messpunkten mit Höhe, Druck, Temperatur und einem Feuchtwert.

Als Beispiel sind in Abb. 4.1-13 die Druck-, Temperatur- und Wasserdampfdruckwerte aus Radiosondenmessungen und den zugehörigen ECMWF-Daten an einer Messstation in Wien (Hohe Warte) am 11. Mai 2002 zu sehen.

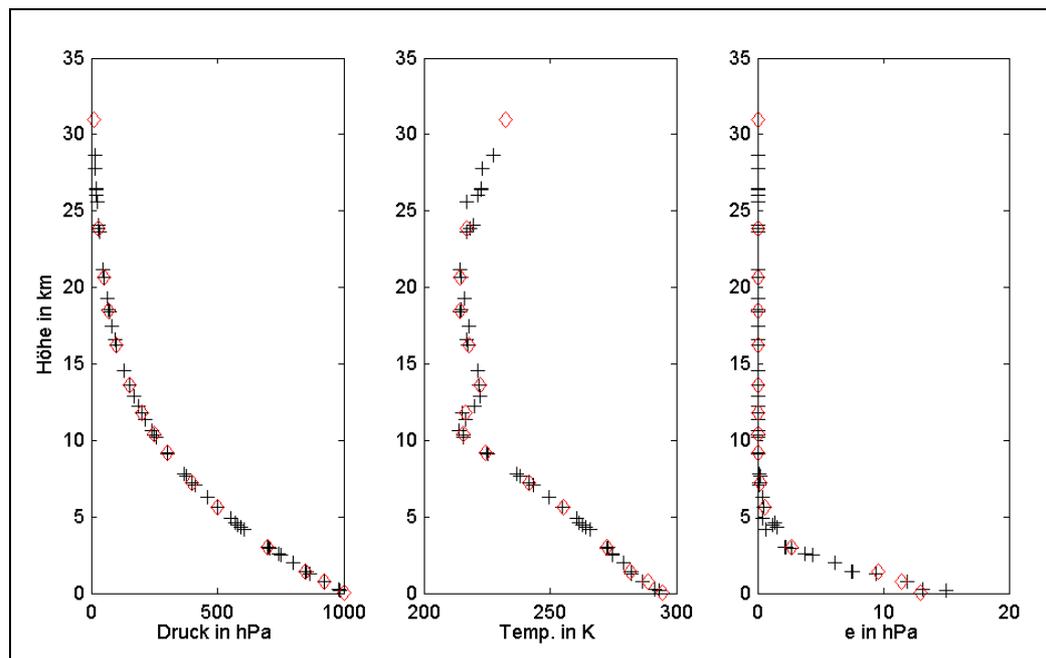


Abb. 4.1-13. Radiosondendaten (+) und ECMWF-Druckflächendaten (◇) am 11. Mai 2002 um 12:00 UT für Druck, Temperatur und Wasserdampfdruck an der Station Hohe Warte (Wien) in Abhängigkeit von der Höhe in km. Man erkennt die höhere vertikale Auflösung der Radiosondendaten und die gute Übereinstimmung.

Aus den ECMWF-Druckflächen- und Radiosondendaten werden nun mit dem Strahlverfolgungsprogramm (siehe Anhang A.2) die hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen berechnet. Abb. 4.1-14 und Abb. 4.1-15 zeigen die Werte der Projektionsfunktionen bei 2 m hydrostatischer bzw. 20 cm feuchter Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung und bei 5° Elevation an der Station Hohe Warte (Wien) im Jahr 2002.

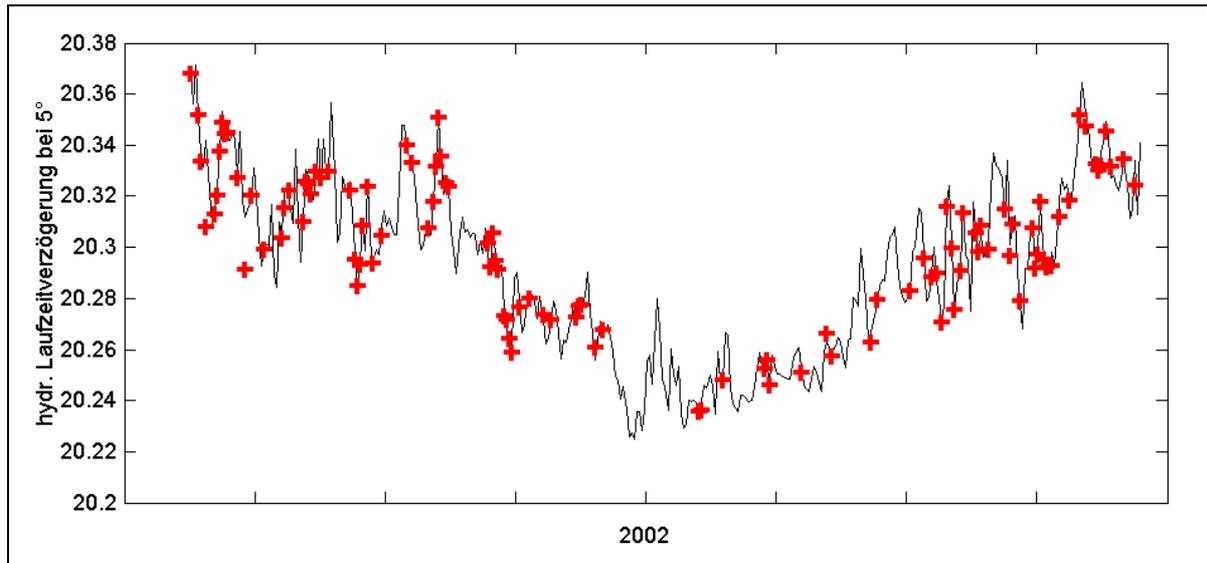


Abb. 4.1-14. Hydrostatische Laufzeitverzögerungen in m bei 5° Elevation und 2 m hydrostatischer Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung an der Station Hohe Warte (Wien) in 2002. Die Markierungen (+) kennzeichnen die Laufzeitverzögerungen aus Radiosondendaten, die durchgezogene Linie zeigt die Laufzeitverzögerungen aus den ECMWF-Daten mit einer zeitlichen Auflösung von sechs Stunden. Man sieht sehr gut die jährliche Variation der hydrostatischen Projektionsfunktionen in mittleren Breiten.

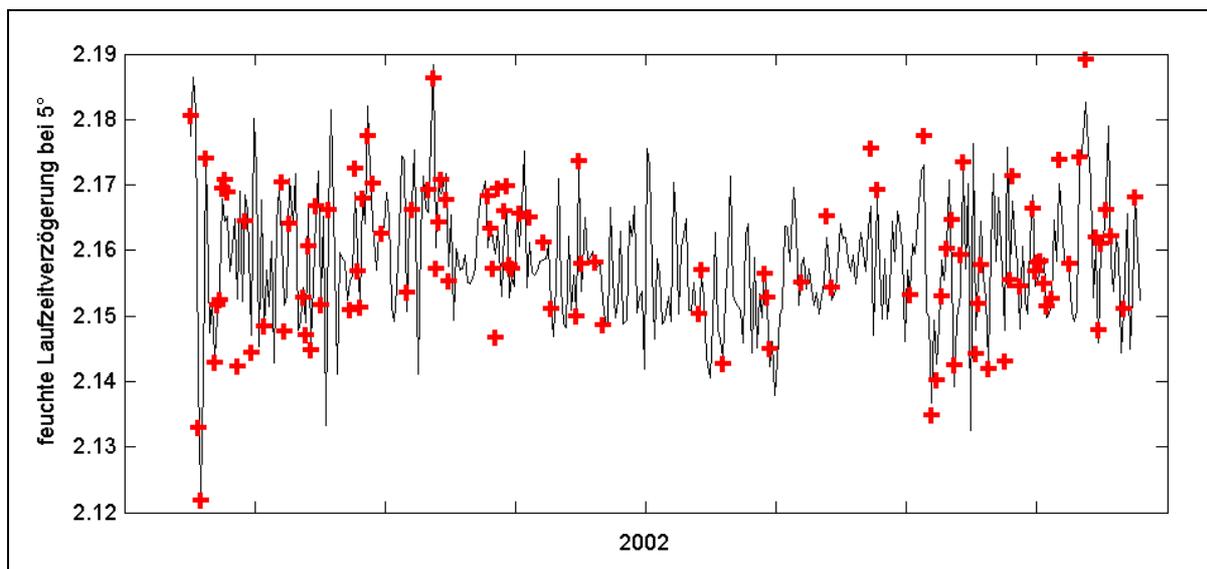


Abb. 4.1-15. Feuchte Laufzeitverzögerungen in m bei 5° Elevation und 0.2 m feuchter Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung an der Station Hohe Warte (Wien) in 2002. Die Markierungen (+) kennzeichnen die Laufzeitverzögerungen aus Radiosondendaten, die durchgezogene Linie zeigt die Laufzeitverzögerungen aus den ECMWF-Daten.

In Abb. 4.1-14 und Abb. 4.1-15 erkennt man eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Projektionsfunktionen an der Station Hohe Warte (Wien) im Jahr 2002 zwischen den Radiosondendaten und den ECMWF-Druckflächendaten. Tab. 4.1-8 zeigt den Offset und die Standardabweichung der Differenzen (nach Beseitigen des Offsets) für 5° Elevation an allen vier Stationen. Die Laufzeitverzögerungen stimmen besser als auf 1 cm (hydrostatisch plus feucht) überein.

Tab. 4.1-8. Vergleich zwischen den Laufzeitverzögerungen in mm bei 5° Elevation aus Radiosonden- und ECMWF-Druckflächendaten. Die 5. Spalte zeigt die Anzahl der verwendeten Radiosondenaufstiege, die für den Vergleich verwendet worden sind.

Station	Breite	Länge	Höhe	Anzahl identer Punkte	hydrostatisch in mm (2000 mm hzd)		feucht in mm (200 mm wzd)	
	in °	in °	in m		bias	std.dev.	bias	std.dev.
Brindisi	40.6	17.9	15	20	-0.1	2.2	-0.3	2.4
Hobart	-42.8	147.5	4	8	+2.7	2.3	-0.1	3.5
Hohe Warte	48.3	16.3	200	108	-0.8	1.8	+0.3	4.0
Madrid	40.5	365.4	633	41	-1.9	2.4	+1.9	4.0

Es muss natürlich angemerkt werden, dass diese Radiosondendaten für die Berechnung der ECMWF-Druckflächendaten verwendet worden sind. Deshalb ist der obige Vergleich zunächst nur ein Beweis dafür, dass eine Verringerung der vertikalen Auflösung (von >25 auf 15 Druckflächen) keinen großen Genauigkeitsverlust mit sich bringt. Anders formuliert kann man sagen, dass es keinen Sinn macht, mit großem Aufwand hochauflösende Radiosondendaten zu besorgen, wenn man ein numerisches Wettermodell (mit zumindest 15 Druckflächen) zur Verfügung hat, in das jene Informationen ohnehin eingegangen sind.

Nicht geklärt durch obigen Vergleich ist allerdings, wie fehlerhaft ein solches numerisches Wettermodell sein kann, wenn keine guten Eingangsdaten, z.B. nahegelegene Radiosondenaufstiege, vorhanden sind. Leider stehen keine unabhängigen Radiosondendaten zur Verfügung, die nicht für die Berechnung des ECMWF-Druckflächenmodells verwendet worden sind, um dementsprechende Tests durchführen zu können.

Es ist hier anzumerken, dass die obige Berechnung der Projektionsfunktionen aus ECMWF-Druckflächendaten genau dem strengen Ansatz der Vienna Mapping Function entspricht. VMF(rig) holt also das Maximum aus den Wettermodellen heraus, und Ungenauigkeiten der Projektionsfunktion sind nur auf Ungenauigkeiten des Wettermodells zurückzuführen, vorausgesetzt das Strahlverfolgungsprogramm arbeitet fehlerfrei.

4.1.5 Vergleich der Projektionsfunktionen

In diesem Kapitel werden die Projektionsfunktionen für die 14-tägige VLBI-Kampagne CONT02 verglichen (siehe Anhang A.3). Speziell werden dabei jene Projektionsfunktionen verwendet, die schon in den vorigen Kapiteln näher beschrieben worden sind, also NMF, IMF und VMF.

Die Vienna Mapping Functions VMF werden dabei mit der bestmöglichen räumlichen Auflösung der ECMWF-Druckflächendaten berechnet, die zur Zeit bei etwa 0.5° liegt. Der Grund liegt darin, dass die VMF in erster Linie für ausgewählte Stationen bestimmt werden soll (z.B. alle VLBI-Stationen) und daher die ECMWF-Druckflächendaten gezielt für die Stationen heruntergeladen werden können. Die IMF-Projektionsfunktionen entsprechen im Gegensatz dazu einer Auflösung von 2.5°(Länge) x 2.0°(Breite), weil die Parameter z200 und smfw3 aus einem solchen Raster durch Interpolation bestimmt worden sind. Die IMF-Projektionsfunktionen sind nämlich in erster Linie dazu gedacht, um Projektionsfunktionen auf einem globalen Gitter zur Verfügung zu stellen. Tab. 4.1-9 zeigt eine Übersicht der Projektionsfunktionen, die im Folgenden für CONT02 verglichen werden.

Tab. 4.1-9. Übersicht über die Projektionsfunktionen, die für CONT02 verglichen werden. Die zweite Spalte gibt die Auflösung der ECMWF-Druckflächendaten an, welche für die Berechnung der Projektionsfunktionen verwendet worden ist.

Projektionsfunktion	Auflösung (NS x OW)
VMF-rig	0.5° x 0.5°
VMF-fast	0.5° x 0.5°
IMF	2.5° x 2.0°
NMF	---

Abb. 4.1-16 und Abb. 4.1-17 zeigen die hydrostatischen bzw. feuchten Projektionsfunktionen bei 5° Elevation während CONT02 für die Station Wetzell (Deutschland). Man kann erkennen, dass

- beide Versionen der VMF sehr gut übereinstimmen,
- auch IMF weitgehend deren Verlauf folgt und
- NMF im Mittel mit den Projektionsfunktionen, die auf ECMWF-Daten basieren, gut übereinstimmt.

Im Folgenden wird nun VMF(rig) als (quasi-)wahre Referenz angenommen, und es werden die Abweichungen der anderen drei Projektionsfunktionen davon bestimmt. Das soll keineswegs bedeuten, dass VMF(rig) die tatsächlichen Verhältnisse in der Atmosphäre am besten widerspiegelt, sie ist nur von den zugrunde liegenden Modellen am besten dazu geeignet, um als Referenz zu dienen. Aussagekräftiger wäre ein Vergleich mit Projektionsfunktionen aus Radiosondendaten an den Stationen, diese stehen aber leider nicht zur Verfügung.

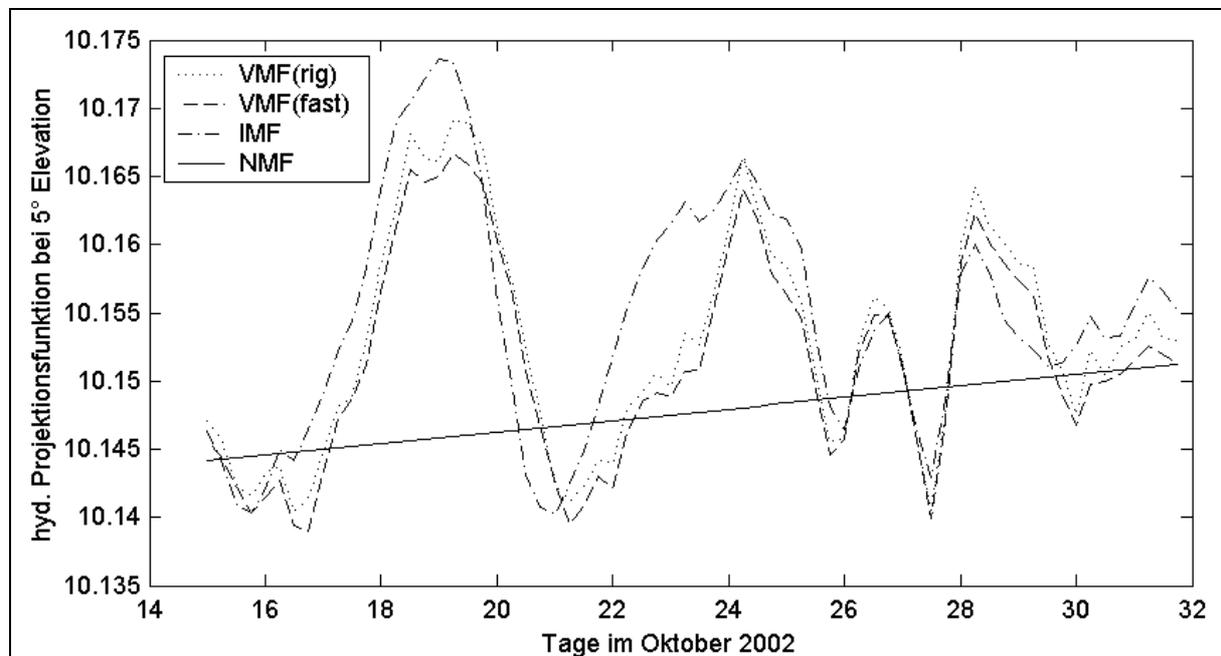


Abb. 4.1-16. Hydrostatische Projektionsfunktionen VMFh(rig) (punktierte Linie), VMFh(fast) (strichlierte Linie), IMFh (strichpunktiierte Linie), und NMFh (durchgezogene Linie) während CONT02 an der Station Wetzell bei 5° Elevation.

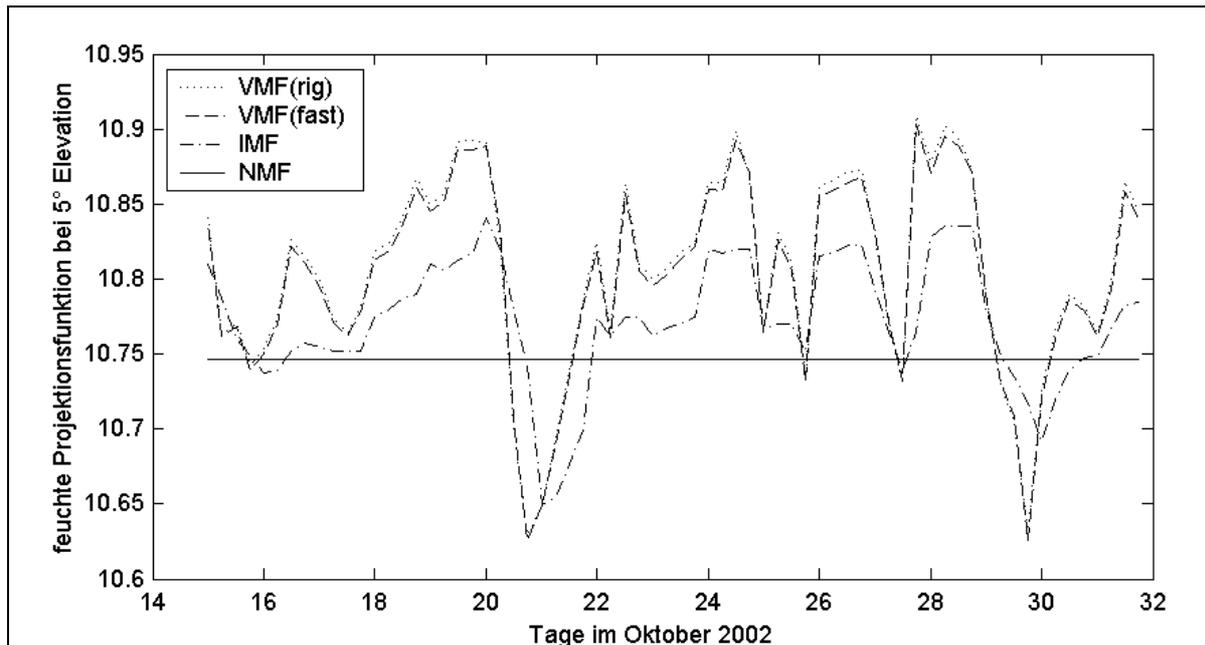


Abb. 4.1-17. Feuchte Projektionsfunktionen VMFw(rig) (punktierter Linie), VMFw(fast) (strichlierte Linie), IMFw (strichpunktierter Linie) und NMFw(durchgezogene Linie) während CONT02 an der Station Wetzell bei 5° Elevation.

Tab. 4.1-10 fasst die RMS-Differenzen der einzelnen Projektionsfunktionen zu VMF(rig) für 5° Elevation zusammen. Die Werte sind in mm gegeben, weil sie auf 2000 mm hydrostatische Laufzeitverzögerung und 20 mm feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung bezogen sind. Für 3° Elevation ist die Übereinstimmung zwischen VMF(rig) und VMF(fast) noch besser, weil VMF(fast) bei einem Anfangselevationswinkel von 3.3° mit VMF(rig) übereinstimmt.

Tab. 4.1-10. RMS-Differenzen in mm der hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen im Vergleich zu VMF(rig) bei 5° Elevation. Die Werte sind auf 2000 mm hydrostatische und 200 mm feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung bezogen.

Station	VMF-fast		IMF		NMF	
	hydr.	feucht	hydr.	feucht	hydr.	feucht
ap	3.2	0.6	7.9	10.1	46.4	13.7
gc	6.1	0.8	10.8	11.2	23.0	15.0
hh	3.5	1.2	5.7	7.9	9.5	16.7
kk	5.6	0.9	6.4	5.3	3.6	21.0
ny	13.0	0.4	18.8	7.9	33.2	12.2
wz	3.1	0.9	9.4	10.5	18.9	17.6
wf	1.9	0.6	7.2	10.1	31.4	15.3
on	6.9	0.7	17.7	10.8	23.9	19.0
Mittel:	5.4	0.8	10.5	9.2	23.7	16.3

Unter der Annahme, dass VMF(rig) (0.5° x 0.5°) (quasi-)wahre Werte für die Projektionsfunktionen liefert, können einige Schlussfolgerungen aus diesem Vergleich gezogen werden:

- Tab. 4.1-10 zeigt, dass die Fehler in den Laufzeitverzögerungen (hydrostatisch plus feucht) bei 5° Elevation von VMF(fast) im Mittel kleiner als 1 cm sind (bezogen auf 2000 mm hydrostatische bzw. 200 mm feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung). Im Gegensatz dazu liegen die RMS-Differenzen der IMF bei knapp

2 cm, die der NMF bei rund 4 cm. Folgt man einer Faustformel von Niell et al. (2001), dann entspricht das Fehlern in den Stationshöhen von ± 2 mm (VMF(fast)), ± 6 mm (IMF) bzw. ± 1.3 cm (NMF), wenn die tiefsten Beobachtungen bei 5° Elevation liegen.

- VMFh(fast) weicht an der Station NyAlesund mit ± 1.3 cm relativ stark von VMF(rig) ab. Das könnte darauf hindeuten, dass die beiden Koeffizienten b_h und c_h für hohe Breiten nicht optimal passen und daher nochmals untersucht werden sollten. Diese Problematik betrifft aber auch IMFh, weil die beiden Koeffizienten von IMF genommen worden sind.
- Bei 10° Elevation nähern sich alle Projektionsfunktionen, die hier verglichen werden, so stark an, dass bei einem Cutoff-Winkel von 10° oder höher die Wahl der Projektionsfunktion von untergeordneter Bedeutung ist.

Der Vollständigkeit halber soll hier noch angeführt werden, dass für die vier Stationen, an denen Radiosondendaten im Jahr 2002 vorhanden sind (Tab. 4.1-8), auch die Werte für die IMF bestimmt worden sind. Man findet auch hier RMS-Differenzen im Vergleich zu den Projektionsfunktionen aus Radiosondendaten von rund 2 cm (Tab. 4.1-11), sodass ausgeschlossen werden kann, dass IMF den tatsächlichen Verlauf der neutralen Atmosphäre besser widerspiegelt (vorausgesetzt das Strahlverfolgungsprogramm ist fehlerfrei).

Tab. 4.1-11. Vergleich der Laufzeitverzögerungen in mm aus Radiosondendaten und den IMF-Projektionsfunktionen aus ECMWF-Druckflächendaten bei 5° Elevation (vgl. Tab. 4.1-8).

Station	Breite in $^\circ$	Länge in $^\circ$	Höhe in m	Anzahl identischer Punkte	hydrostatisch in mm (2000 mm zd)		feucht in mm (2000 mm zd)	
					bias	std.dev.	bias	std.dev.
Brindisi	40.6	17.9	15	20	-5.1	5.2	-8.5	4.2
Hobart	-42.8	147.5	4	8	+13.4	7.1	8.9	2.3
Hohe Warte	48.3	16.3	200	108	-1.2	10.8	+7.6	4.5
Madrid	40.5	365.4	633	41	-2.5	7.5	9.3	5.0

Niell (persönliche Mitteilung, 2003) hat ebenfalls Projektionsfunktionen aus Radiosondendaten des Jahres 1992 mit den VMF- und IMF-Projektionsfunktionen aus ECMWF-Daten verglichen, und kommt zu dem Schluss, dass VMFh besser mit den Radiosondendaten übereinstimmt als IMFh, bei den feuchten Projektionsfunktionen kann allerdings keine Verbesserung mit VMFw festgestellt werden.

In diesem Kapitel 4.1.5 werden die Projektionsfunktionen untereinander bzw. mit den Projektionsfunktionen aus Radiosondendaten verglichen. Daraus lassen sich noch keine endgültigen Schlüsse über die Qualität der Projektionsfunktionen ableiten. Dazu dienen dann in Kapitel 6.2 die Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen und die Tests mit den Änderungen der Basislinienlängen bei wechselnden Cutoff-Elevationswinkeln. Dabei wird nämlich die Qualität der Projektionsfunktionen anhand geodätischer Zielparameter wie Basislinienlängen erprobt.

4.2 Azimutale Asymmetrie

Die in Kapitel 4.1 beschriebenen Projektionsfunktionen ermöglichen die Modellierung der Laufzeitverzögerungen unter der Annahme azimuthaler Symmetrie der neutralen Atmosphäre um eine Station. Deswegen reichen für deren Herleitung auch die Refraktivitätsprofile über den Stationen aus, um die Laufzeitverzögerungen für tiefere Elevationen zu bestimmen, weil die Informationen über die Refraktivität entlang des Signalweges immer vom Profil über der Station genommen werden.

Aufgrund verschiedenster Klimabedingungen bzw. Wettervorgängen ist es aber auszuschließen, dass die Laufzeitverzögerungen bei konstanter Elevation für jedes Azimut gleich sind. So zum Beispiel sind an Stationen in mittleren nördlichen Breiten die Laufzeitverzögerungen in südliche Richtung systematisch größer als jene in nördliche Richtung, weil die vertikale Ausbreitung der Troposphäre über dem Äquator größer ist als über den Polen (Abb. 4.2-1).

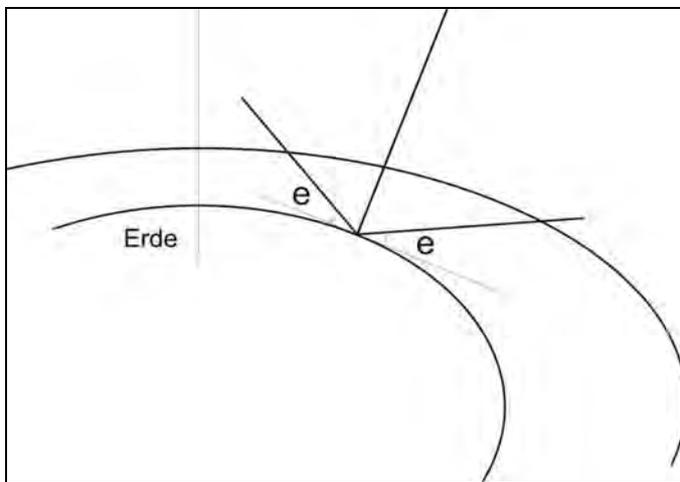


Abb. 4.2-1. Für Stationen in mittleren nördlichen Breiten sind die hydrostatischen Laufzeitverzögerungen in nördliche Richtung bei konstanter Elevation e systematisch kleiner als in südliche Richtung, weil die vertikale Ausdehnung der Troposphäre über den Polen kleiner ist als über dem Äquator.

Im Folgenden wird zunächst die Herleitung horizontaler linearer Gradienten für die Modellierung der azimuthalen Asymmetrie nach Davis et al. (1993) beschrieben, jedoch verallgemeinert für den hydrostatischen und feuchten Anteil der neutralen Atmosphäre. Die Taylorentwicklung ersten Grades für die Refraktivität an der Station P sei mit

$$\text{Gl. 4.2-1} \quad N(\bar{x}, z) = N_0(z) + \bar{\xi}(z) \cdot \bar{x}$$

gegeben (vgl. Abb. 4.2-2). Dabei bezeichnet $N_0(z)$ die Refraktivität über der Station, \bar{x} den horizontalen Positionsvektor und $\bar{\xi}(z)$ den horizontalen linearen Gradientenvektor der Refraktivität an der Station P :

$$\text{Gl. 4.2-2} \quad \xi_i(z) = \left. \frac{\partial N(\bar{x}, z)}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}=0}$$

Der Index i bezeichnet dabei die i -te Komponente von \bar{x} : x_1 für Ost und x_2 für Nord, der Index 0 bei N_0 , bedeutet, dass $\bar{x} = 0$.

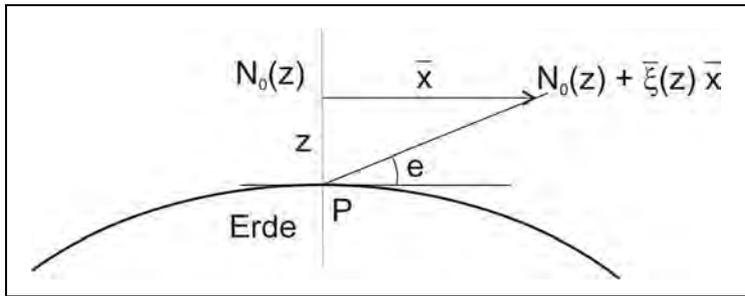


Abb. 4.2-2. Anordnung zur Bestimmung der Refraktivität im Umkreis der Station P. Grundprinzip dieses Ansatzes ist die Anwesenheit von horizontalen linearen Gradienten der Refraktivität.

Die Laufzeitverzögerung (hydrostatisch oder feucht) in eine beliebige Richtung ist nun durch die Integration von Gl. 4.2-1 entlang des Signalweges s gegeben. Ausgedrückt durch die Elevation e und das Azimut a erhält man für das Integral

$$\begin{aligned}
 \Delta L(a, e) &= 10^{-6} \int_0^{\infty} N(s) \cdot ds = \\
 \text{Gl. 4.2-3} \quad &= 10^{-6} \int_0^{\infty} N_0(z) \cdot ds + 10^{-6} \int_0^{\infty} \bar{\xi}(z) \cdot \bar{x} \cdot ds = \quad , \\
 &= \Delta L_0(e) + 10^{-6} \int_0^{\infty} \bar{\xi}(z) \cdot \bar{x} \cdot ds
 \end{aligned}$$

wobei ΔL_0 die Laufzeitverzögerung ohne Gradienten bezeichnet. In Gl. 4.2-3 ist der Unterschied im Signalweg bei der Anwesenheit von Gradienten im Gegensatz zum azimutalsymmetrischen Fall vernachlässigt worden. (Nach Davis et al. (1993) beträgt der Effekt bei $N = 300$, $\partial N / \partial \text{km} = 1/\text{km}$ und $e = 20^\circ$ ungefähr 1mm auf die gerichtete Laufzeitverzögerung.)

Verwendet man das Konzept einer azimutabhängigen Projektionsfunktion, dann kann man Gl. 4.2-3 schreiben als

$$\text{Gl. 4.2-4} \quad \Delta L(a, e) = \Delta L^z \cdot mf(a, e).$$

Somit erhält man für die Projektionsfunktion in Gl. 4.2-4

$$\text{Gl. 4.2-5} \quad mf(a, e) = mf_0(e) + \delta mf(a, e) = mf_0(e) + 10^{-6} \int_0^{\infty} \bar{\xi}(z) \cdot \bar{x} \cdot ds,$$

wenn

$$\text{Gl. 4.2-6} \quad \bar{\xi}(z) = \bar{\xi}(z) / \Delta L^z$$

und mf_0 und ΔL^z die Projektionsfunktion bzw. die Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung für den azimutalsymmetrischen Fall beschreiben. Somit verursachen die Gradienten eine Veränderung der Projektionsfunktion, die durch einen zusätzlichen Term δmf beschrieben werden kann. Nun werden die Beziehungen

$$\begin{aligned} \bar{x}(a, e) &\approx z \cdot \cot(e') \cdot [\cos(a) \cdot \bar{n} + \sin(a) \cdot \bar{e}] \\ \text{Gl. 4.2-7} \quad \bar{\zeta}(z) &= \zeta_n \cdot \bar{n} + \zeta_e \cdot \bar{e} \\ ds &\approx dz \cdot mf_0(e) \end{aligned}$$

verwendet, wobei n die Nord- und e die Ostrichtung bezeichnen. (\bar{n} und \bar{e} sind die Einheitsvektoren in diese Richtungen.) Die Größe e' bezeichnet den refraktierten Elevationswinkel, der sich vom geometrischen Elevationswinkel e in erster Linie bei tiefen Elevationen unterscheidet. Damit erhält man

Gl. 4.2-8

$$\delta mf(a, e) \approx 10^{-6} mf_0(e) \cot(e') \cdot \left[\cos(a) \cdot \int_0^\infty z \cdot \zeta_n(z) \cdot dz + \sin(a) \cdot \int_0^\infty z \cdot \zeta_e(z) \cdot dz \right]$$

bzw.

$$\text{Gl. 4.2-9} \quad \delta mf(a, e) = mf_0(e) \cdot \cot(e') \cdot [Z_n \cos(a) + Z_e \sin(a)],$$

wobei

$$\text{Gl. 4.2-10} \quad \bar{Z} = 10^{-6} \int_0^\infty z \cdot \bar{\zeta}(z) \cdot dz.$$

Aus Gl. 4.2-9 erkennt man, dass die Elevationsabhängigkeit der azimutabhängigen Projektionsfunktion $\delta mf(a, e)$ aus zwei Teilen besteht. Die Abhängigkeit von mf_0 tritt auf, weil wie üblich die Strecke entlang des Integrationsweges für tiefe Elevationen länger ist als in Zenitrichtung und der Faktor $\cot(e')$ berücksichtigt die Vergrößerung der horizontalen Änderung der Refraktion bei kleineren Elevationen. (Bei tiefen Elevationen legt das Signal einen längeren Weg in der neutralen Atmosphäre zurück, d.h., dass bei angenommenen linearen Gradienten der Refraktivität sich diese stärker ändern.)

Wie bereits erwähnt sind die Projektionsfunktionen für den geometrischen Elevationswinkel e definiert. Der Kotangens hängt allerdings vom refraktierten Elevationswinkel e' ab, weil speziell nahe der Station dieser Winkel den Ort der Refraktion definiert. Es gilt

$$\text{Gl. 4.2-11} \quad e' = e + \delta e(e),$$

wobei für δe eine Näherungsformel verwendet werden kann (Davis et al., 1993):

$$\text{Gl. 4.2-12} \quad \delta e \approx 10^{-6} N_S \cot(e)$$

N_S bezeichnet dabei die Refraktivität am Boden. Für $N_S = 300$ und $e = 5^\circ$ erhält man $\delta e \approx 0.2^\circ$. Da δe klein ist, kann $\cot(e')$ in Gl. 4.2-9 in eine Reihe entwickelt werden, und man erhält für die Abweichung von der azimutalsymmetrischen Projektionsfunktion

$$\text{Gl. 4.2-13} \quad \delta mf(a, e) \approx mf_0(e) \cdot \cot(e) \cdot [1 - 10^{-6} N_S \csc^2(e)] \cdot [Z_n \cos(a) + Z_e \sin(a)].$$

Somit erhält man mit

$$\text{Gl. 4.2-14} \quad \bar{G} = \bar{Z} \cdot \Delta L^z$$

für die Laufzeitverzögerung in Gl. 4.2-4

Gl. 4.2-15

$$\Delta L(a, e) = \Delta L_0(e) + mf_0(e) \cdot \cot(e) \cdot [1 - 10^{-6} N_S \csc^2(e)] \cdot [G_n \cos(a) + G_e \sin(a)].$$

Zur Zeit sind in den VLBI-Softwarepaketen zwei Modelle für Gradienten in Verwendung, und zwar sind das der Ansatz nach MacMillan (1995), der im Wesentlichen den Ausführungen von Davis et al. (1993) folgt, und das Modell von Chen und Herring (1997). Diese beiden Ansätze werden in den Kapiteln 4.2.1 bzw. 4.2.2 näher beschrieben.

Die Modelle der horizontalen troposphärischen Gradienten entsprechen auch Kippungen der Projektionsfunktionen. Dieser Zusammenhang wird in Kapitel 4.2.3 beschrieben, und außerdem wird gezeigt, wie Niell (2001a) den Wert für den Kippungswinkel der hydrostatischen Projektionsfunktion den numerischen Wettermodellen entnimmt.

In Kapitel 4.2.5 werden dann noch Überlegungen zu zukünftigen Gradientenmodellen angestellt. Die zur Zeit verwendeten Modelle können nämlich den wahren Zustand der Atmosphäre nur sehr näherungsweise darstellen.

4.2.1 MacMillan (1995)

MacMillan (1995) verwendet für seine Untersuchungen das vereinfachte Modell

$$\text{Gl. 4.2-16} \quad \Delta L(a, e) = \Delta L_0(e) + mf_n(e) \cdot \cot(e) \cdot [G_n \cos(a) + G_e \sin(a)],$$

er vernachlässigt also die Abweichung zwischen e und e' . MacMillan hat auch festgestellt, dass es ohne Bedeutung für die VLBI-Analyse ist, ob in Gl. 4.2-16 die hydrostatische oder feuchte Projektionsfunktion für die Modellierung der Gradienten verwendet wird.

Es soll im Folgenden gezeigt werden, wie Gradienten interpretiert werden können, die z.B. aus der Analyse von VLBI Experimenten gewonnen werden. Zunächst schreibt man Gl. 4.2-1 in der Form

$$\text{Gl. 4.2-17} \quad N(\bar{x}, z) = N_0(z) \cdot [1 + \bar{\alpha} \cdot \bar{x}]$$

mit dem konstanten Vektor $\bar{\alpha}$. Das bedeutet, dass der relative Gradient der Refraktivität

$$\text{Gl. 4.2-18} \quad \bar{\alpha} = \bar{\xi}(z)/N_0(z)$$

konstant ist. Damit erhält man für den Gradienten der Laufzeit

$$\text{Gl. 4.2-19} \quad \bar{G} = 10^{-6} \bar{\alpha} \cdot \int_0^{\infty} z \cdot N_0(z) \cdot dz.$$

Unter der Annahme, dass die Refraktivität exponentiell mit der Höhe abnimmt, also

$$\text{Gl. 4.2-20} \quad N_0(z) = N_s e^{-z/H},$$

wenn H die homogene Höhe bezeichnet, dann erhält man für das Integral in Gl. 4.2-19 den Ausdruck

$$\text{Gl. 4.2-21} \quad \bar{G} = 10^{-6} \bar{\alpha} \cdot N_s \cdot H^2,$$

und für den Gradienten der Refraktivität folgt

$$\text{Gl. 4.2-22} \quad \bar{\xi}(z) = 10^6 \frac{\bar{G}}{H^2} e^{-z/H}.$$

Als homogene Höhe H bezeichnet man jene Höhe der neutralen Atmosphäre (oder eines Anteils davon), welche diese unter Beibehaltung der Gesamtmasse haben würde, wenn ihre Dichte überall so groß ist wie an der Erdoberfläche. Für den Gradienten der Refraktivität an der Erdoberfläche folgt somit

$$\text{Gl. 4.2-23} \quad \bar{\xi}(z) = 10^6 \bar{G}/H^2.$$

Daraus erkennt man, dass für einen vorgegebenen Gradienten der Laufzeit G die zugehörigen Gradienten der Refraktivität $\bar{\xi}$ indirekt proportional zum Quadrat der homogenen Höhen H sind. Ein üblicher Wert für den Gradienten G ist 1 mm. (Das entspricht bei einer Elevation von 7° nach Gl. 4.1-16 einer Laufzeitverzögerung von ~65 mm.) Dann ist bei einer Höhe H von 1km (üblicher Wert für den feuchten Anteil

der neutralen Atmosphäre) der Gradient der Refraktivität $\xi = 1/\text{km}$. Bei einer homogenen Höhe von 8 km des hydrostatischen Anteils der neutralen Atmosphäre ist $\xi = 0.015/\text{km}$.

Hydrostatische atmosphärische Gradienten, welche durch Druck- und Temperaturgradienten verursacht werden, haben große räumliche Auflösungen von ~ 100 km (Gardner, 1976) und eine zeitliche Auflösung von Tagen. Feuchte Gradienten hingegen haben eine kleinere räumliche Auflösung (< 10 km) und können stündlich oder noch schneller variieren. Letztere sind Funktionen des Wasserdampfgehalts und der Temperatur.

4.2.2 Chen und Herring (1997)

Chen und Herring (1997) verwenden für ihr Gradientenmodell den Ansatz

$$\text{Gl. 4.2-24} \quad \Delta L(a, e) = \Delta L_0(e) + m f_{az}(e) \cdot G_n \cos(a) + m f_{az}(e) \cdot G_e \sin(a),$$

wobei

$$\text{Gl. 4.2-25} \quad m f_{az} = \frac{1}{\sin(e) \tan(e) + C}$$

und

$$\text{Gl. 4.2-26} \quad C = \frac{3 \int \xi \cdot h^2 \cdot dh}{2 \int \xi \cdot h \cdot (h + r_0) \cdot dh}.$$

Mit Gl. 4.2-18, Gl. 4.2-20 und nach Integration erhält man für den Koeffizienten C

$$\text{Gl. 4.2-27} \quad C = 3H/r_0.$$

Für eine homogene Höhe des hydrostatischen Anteils von 6.5 km und des feuchten Anteils der neutralen Atmosphäre von 1.5 km erhält man für C den Wert 0.0031 bzw. 0.0007. Dieser Ansatz nach Chen und Herring (1997) unterscheidet sich also geringfügig vom Modell nach MacMillan (1995).

4.2.3 Kippung der Projektionsfunktion

Wie bereits erwähnt können Gradienten auch als Kippungen der Projektionsfunktion interpretiert werden (z.B. Rothacher et al., 1998, oder Gradinarsky, 2000). Die grundlegenden Zusammenhänge sind in Abb. 4.2-3 zu sehen, allerdings unter der Annahme, dass die Atmosphäre eben geschichtet ist (Projektionsfunktion $1/\sin(e)$) und dass sich die Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung bei Kippung der Projektionsfunktion nicht ändert. Letzteres trifft bei kleinen Kippungswinkeln durchaus zu.

Bezeichnet der Gradient G die Auslenkung der Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung aufgrund des Kippungswinkels β , dann folgt aus einfachen Dreiecksüberlegungen, dass die Laufzeitverzögerung unter der Elevation e aufgrund des Gradienten gleich

$\cot(e) \cdot mf(e) \cdot G$ ist, also genau dem Ansatz von MacMillan (1995) entspricht. Geht man also aus von

$$\text{Gl. 4.2-28} \quad \Delta L(e - \beta) = \Delta L^z \cdot mf(e - \beta) \approx \Delta L^z \cdot \left[mf(e) + \frac{\partial mf}{\partial e}(-\beta) \right]$$

und verwendet man $1/\sin(e)$ als Projektionsfunktion und setzt

$$\text{Gl. 4.2-29} \quad \beta = G/L^z,$$

dann erhält man für Gl. 4.2-28

$$\text{Gl. 4.2-30} \quad \Delta L(e - \beta) = \Delta L^z \cdot mf(e) + \cot(e) \cdot mf(e) \cdot G.$$

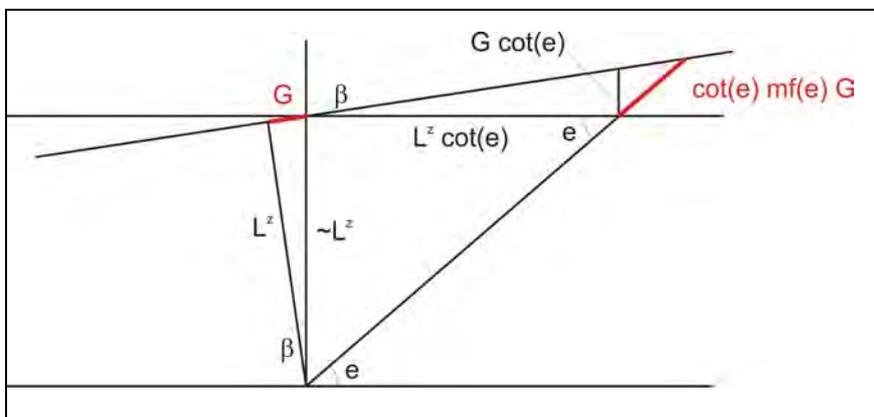


Abb. 4.2-3. Kippung der Projektionsfunktion um den Winkel β unter der Annahme einer eben geschichteten Atmosphäre. Die zusätzliche Laufzeitverzögerung $\cot(e) \cdot mf(e) \cdot G$ entspricht dabei genau dem Modell von MacMillan (1995).

Niell (2001a) bestimmt die Kippung der hydrostatischen Projektionsfunktion aus numerischen Wettermodellen. Er verwendet dazu die Neigung der 200 hPa Druckfläche über der jeweiligen Station und setzt diese gleich der Kippung der hydrostatischen Projektionsfunktion.

In der Abb. 4.2-4 sind die nördlichen und östlichen hydrostatischen a priori Gradienten für die Station Wetzell während CONT02 zu sehen, die aus den Kippungen der 200 hPa Druckflächen über der Station berechnet worden sind. Deutlich zu erkennen sind die systematischen Nord-Gradienten (~ -1 mm), die typisch für Stationen in mittleren nördlichen Breiten sind. Generell kann man diese systematischen Nord-Gradienten mit

$$\text{Gl. 4.2-31} \quad G_n \approx -\sin(2 \cdot \varphi)$$

ganz gut abschätzen. Unter der Annahme, dass die Kippung der 200 hPa Druckfläche der Kippung der hydrostatischen Projektionsfunktion entspricht, können in der VLBI-Auswertung die verbleibenden feuchten Gradienten dann geschätzt werden.

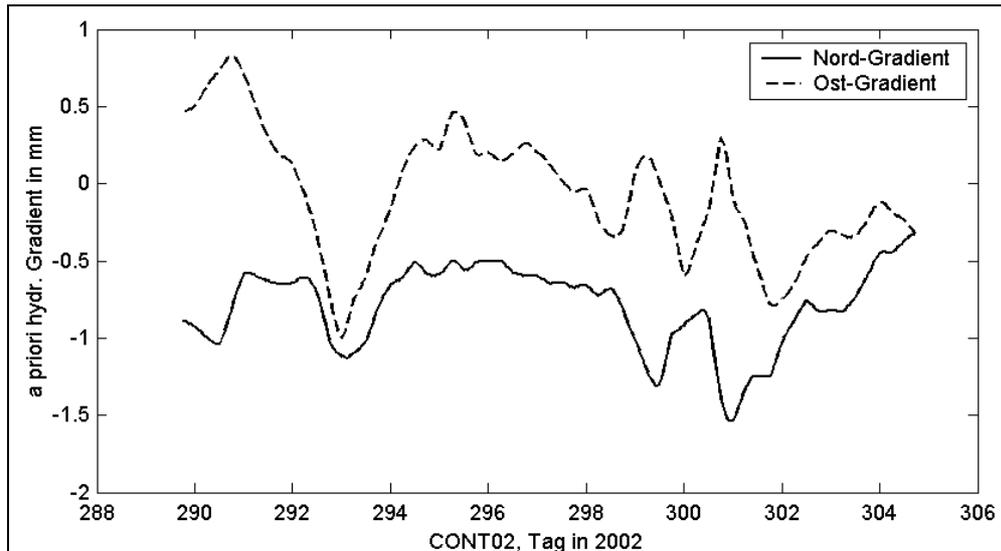


Abb. 4.2-4. Nördliche und östliche hydrostatische a priori Gradienten für die Station Wettzell während CONT02. Man erkennt deutlich, dass die Nord-Gradienten in mittleren nördlichen Breiten systematisch negativ sind (~ -1 mm).

4.2.4 Vergleich der Gradientenmodelle

Abb. 4.2-5 zeigt einen Vergleich der Gradientenmodelle nach Chen und Herring (1997) und nach MacMillan (1995) mit der Kippung der Projektionsfunktionen bei einem Gradienten G von 1 mm und 2300 mm hydrostatischer bzw. feuchter Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung. Als Projektionsfunktionen für das Modell von MacMillan und die Kippung sind jene nach Niell (1996) verwendet worden. Ein Gradient G von 1 mm entspricht dann nach Gl. 4.2-29 Kippungswinkeln von $1.5'$ (hydrostatisch) bzw. $17'$ (feucht). Die entsprechenden Auswirkungen auf die Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung sind $2 \cdot 10^{-4}$ mm bzw. $2 \cdot 10^{-5}$ mm und können daher vernachlässigt werden. Wie in Abb. 4.2-5 zu erkennen ist, stimmt das Modell von Chen und Herring (1997) sehr gut mit der Kippung der Projektionsfunktionen überein.

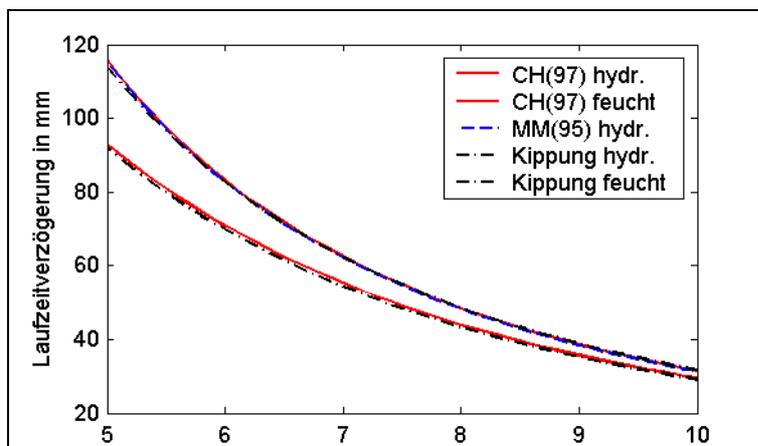


Abb. 4.2-5. Vergleich der Gradientenmodelle nach Chen und Herring (1997) und MacMillan (1995) mit der Kippung der Projektionsfunktion bei einem Gradienten von 1 mm und Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung von 2300 mm (hydrostatisch) bzw. 200 mm (feucht). Die größeren Werte gehören dabei immer zum feuchten Anteil. Als Projektionsfunktionen sind jene nach Niell (1996) verwendet worden.

4.2.5 Überlegungen zu zukünftigen Gradientenmodellen

Zur Zeit stecken in den verwendeten Gradientenmodellen, wie z.B. dem nach Chen und Herring (1997) oder nach MacMillan (1995), fest vorgegebene Annahmen über den azimutalen und vertikalen Verlauf der Refraktivitäten.

Beide Modelle beschreiben die azimutale Variation der Laufzeitverzögerung mit einer Kreisgleichung (Gl. 4.2-16). Das impliziert aber auch, dass die Summe der gradientenbedingten Laufzeitverzögerungen in entgegengesetzten Richtungen immer gleich null ist, und zwar für alle Elevationen. Speziell im Fall der feuchten Anteile ist das aber nur schwer vorstellbar, da beim Eintreffen einer Wetteränderung sicher eine Richtung früher betroffen ist als die anderen.

Analog zu Chen und Herring (1997) sollte daher überprüft werden, ob nicht eine Vergrößerung der Gradientenparameter (West-Gradient, Süd-Gradient, Nordost-Gradient, ..) eine Verbesserung der Modellierung bringen könnte. Ein anderer Ansatz wäre die Änderung der azimutalen Funktion. Boehm und Schuh (2001) haben dahingehend schon Untersuchungen mit Kugelfunktionen anstelle der Kreisgleichung gemacht, Verbesserungen in den Wiederholbarkeiten der Stationshöhen konnten allerdings nicht festgestellt werden.

Auch für die elevationsabhängige Modellierung verwendeten Boehm und Schuh (2001) zonale Kugelfunktionen als Zusatz zum $\cot(e) \cdot mf(e)$ Term. Künftige Entwicklungen könnten wieder auf Kugelfunktionen basieren, allerdings sollte die Auswahl der zu verwendenden Kugelfunktion mit Informationen aus numerischen Wettermodellen erfolgen. Abb. 4.2-6 zeigt zusätzlich zum $mf(e) \cdot \cot(e)$ Term ($P_{00} = 1$) noch andere Varianten. Mithilfe dieser zonalen Kugelfunktionen (Moritz und Heiskanen, 1967) können nämlich die elevationsabhängigen Abhängigkeiten des Gradienten noch zusätzlich modifiziert werden.

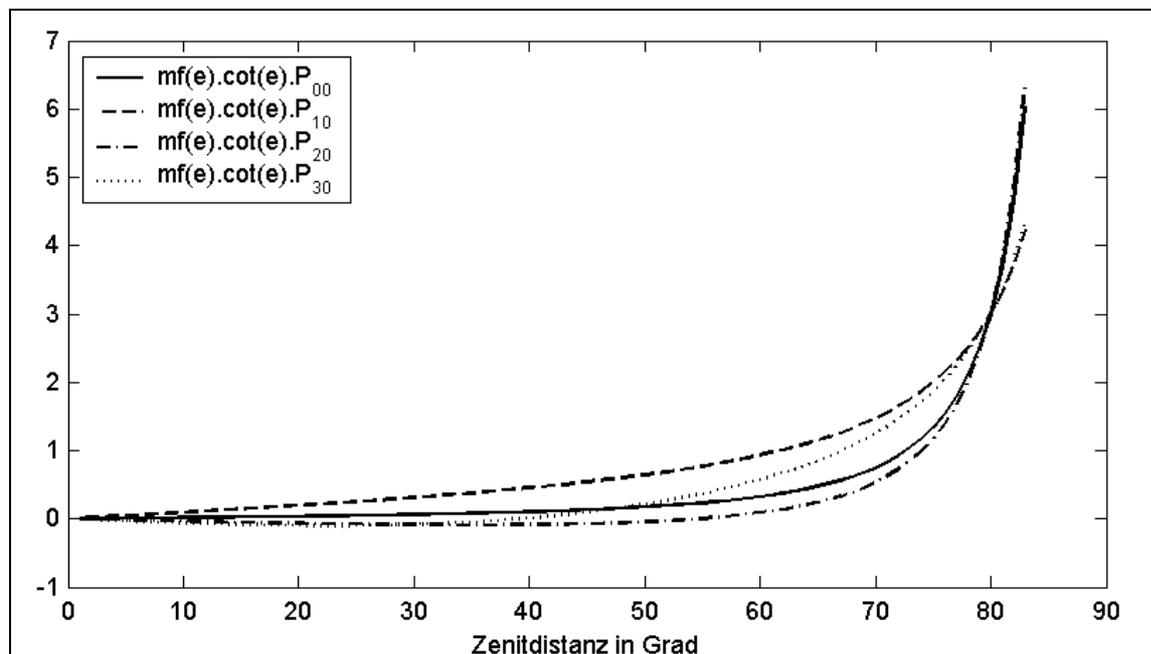


Abb. 4.2-6. Variationen der Elevationsabhängigkeit der Gradienten mit zonalen Kugelfunktionen nach Boehm und Schuh (2001). Die verschiedenen Gradientenfunktionen sind dabei so skaliert worden, dass sie bei 10° Elevation übereinstimmen.

Ähnlich wie bei den feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung, die man trotz numerischer Wettermodelle oder Wasserdampfadiometer immer noch in der VLBI-Auswertung mitschätzen muss, wird man auch bei den Gradientenmodellen zumindest den feuchten Anteil weiterhin als Unbekannte mitbestimmen müssen. Dennoch sollten in Zukunft die numerischen Wettermodelle dazu verwendet werden, um einerseits die a priori Informationen über den hydrostatischen Anteil der Gradienten zu verbessern und andererseits die partiellen Ableitungen für die Schätzung des feuchten Anteils zu verfeinern (vgl. Abb. 4.2-7).

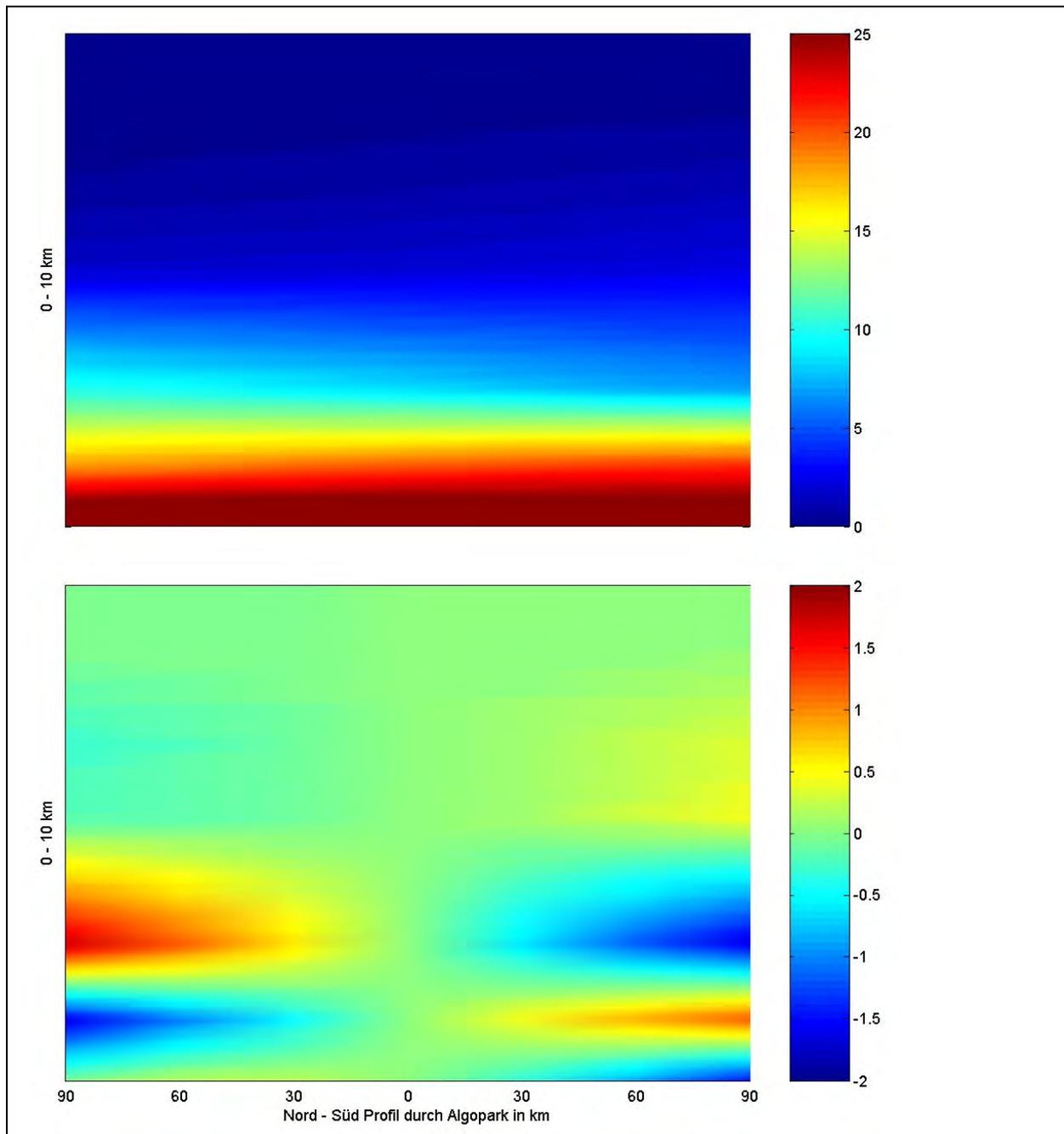


Abb. 4.2-7. Oben: Nord-Süd-Schnitt der feuchten Refraktivität in N-Einheiten an der Station Algotpark am 4. Jänner 1984 um 18:00 UT aus ECMWF-Druckflächendaten. Unten: Feuchte Refraktivität bezogen auf das Profil über der Station Algotpark. Man erkennt, dass die Refraktivitäten (feuchten Laufzeitverzögerungen) nach Norden hin zunehmen. Nur für sehr tiefe Beobachtungen ($\sim 1^\circ$ Elevation) scheinen sich die Verhältnisse umzukehren.

5 Very Long Baseline Interferometry (VLBI)

Die Radiointerferometrie auf langen Basislinien (Very Long Baseline Interferometry - VLBI) findet seit Anfang der siebziger Jahre bei interkontinentalen Experimenten Anwendung. Bald wurde nicht nur der astronomische und astrophysikalische Nutzen sondern auch die Anwendungsmöglichkeiten für Geodäsie und Geophysik erkannt. Es stellte sich heraus, dass die VLBI als hochgenaues Messverfahren für diverse Aufgabenstellungen herangezogen werden kann (Shapiro und Knight, 1970). Für Geodäsie und Astrometrie sind dabei vor allem die Basislinienvektoren zwischen den Referenzpunkten der Antennen und die Positionen der Radioquellen von Interesse. Im Gegensatz zum astronomischen Anwenderkreis, der seine Ergebnisse hauptsächlich aus Amplituden- und Phaseninformationen ermittelt, beruhen die Modelle der geodätischen Anwender auf den Laufzeitdifferenzen τ sowie deren zeitlicher Ableitung $\dot{\tau}$.

In den folgenden Unterkapiteln sollen nun das Messprinzip und seine technischen Umsetzungen (siehe auch Campbell et al., 1992, und Whitney, 2000), sowie die Auswertung und die systematischen Fehlerquellen skizziert werden (siehe auch Campbell, 2000, und Schuh, 1987).

5.1 Messprinzip

Die geodätische VLBI basiert auf der Beobachtung einer extragalaktischen Radioquelle (Quasar), die von zwei oder mehr Radioantennen gleichzeitig angezielt wird (Abb. 5.1-1). Im Unterschied zur lokalen Radiointerferometrie, bei der beide Antennen direkt durch ein Kabel mit dem Korrelator (Kapitel 5.2.2) verbunden sind, sind bei der VLBI auf jeder Station Aufzeichnungsgeräte vorhanden, welche die empfangene Strahlung registrieren. Zusätzlich muss aber auf jeder Station ein genaues Stationsnormal (Atomuhr) vorhanden sein, das Zeitsignale an das Aufzeichnungsgerät sendet, damit eine Auswertung möglich wird. Unter der Annahme, dass die Empfangs- und Aufzeichnungssysteme zweier Stationen auf der selben Frequenz und Bandbreite beobachten, kein Rauschen vorhanden ist und äußere Einflüsse eliminiert sind, wären die aufgezeichneten Signale bis auf eine zeitliche Versetzung völlig identisch. Dieser Zeitunterschied, die Laufzeitverzögerung τ , kann über die Kreuzkorrelationsfunktion

$$\text{Gl. 5.1-1} \quad \rho_{ij} = \frac{\langle V_i V_j^* \rangle}{\sqrt{\langle V_i V_i^* \rangle \langle V_j V_j^* \rangle}}$$

V_i, V_j Spannungsfuktuationen an den Antennen i und j

bestimmt werden (Schuh, 1987). Durch die Erddrehung ist allerdings der Kreuzkorrelationskoeffizient ρ_{ij} von der Zeit abhängig, wodurch er mit der sogenannten Streifenfrequenz f oszilliert.

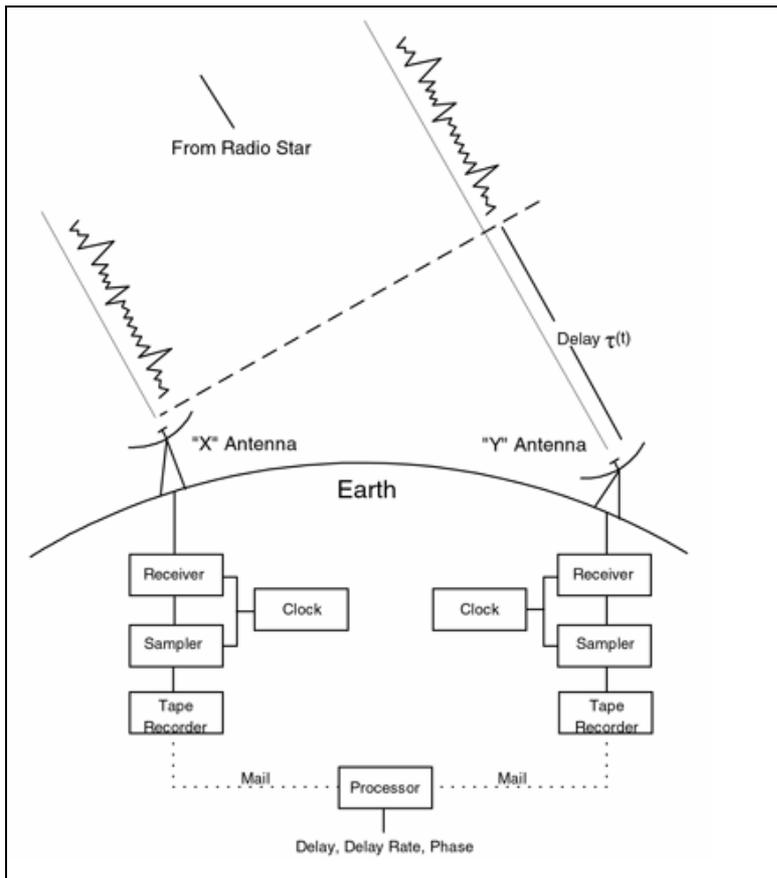


Abb. 5.1-1. Prinzip der Radiointerferometrie auf langen Basislinien (aus Whitney, 2000).

Diese Schwingung ist wegen der Winkelausdehnung der Quelle, durch Phasenverzerrungen in der Atmosphäre, durch die Atomuhren sowie durch den Einfluss der Bandbreite in Amplitude und Phase moduliert. Analysiert man das Interferenzsignal, erhält man als Bestimmungsstücke die Parameter in Tab. 5.1-1.

Tab. 5.1-1. Parameter aus der Korrelation.

Amplitude A
Streifenphase Φ
Streifenfrequenz f
Laufzeit τ

Die Laufzeit τ entspricht der Lage des Korrelationsmaximums auf der τ -Achse. Die Amplitude und die Phase der Kohärenzfunktion sind von der Intensitätsverteilung der Quelle abhängig und werden daher für die Bildrekonstruktion verwendet. Die geodätischen Informationen (Quellenvektor, Basislinienvektor, Erdrotationsparameter) werden aus der Laufzeit τ und der Streifenfrequenz f gewonnen. Bei der Laufzeit ist noch zwischen der Phasenlaufzeit (phase delay)

Gl. 5.1-2
$$\tau_{\phi}(t) = \frac{\Phi(\omega, t)}{\omega}$$

ω Beobachtungsfrequenz

und der Gruppenlaufzeit als der Ableitung der Streifenphase $\Phi(\omega, t)$ nach der Frequenz ω

$$\text{Gl. 5.1-3} \quad \tau(t) = \frac{\partial \Phi(\omega, t)}{\partial \omega}$$

zu unterscheiden. Geodätische Lösungen mit den Phasenlaufzeiten sind aufgrund der vorhandenen Ambiguitäten nur auf sehr kurzen Basislinien (einige Kilometer) möglich (Herring, 1983). Die Streifenfrequenz ergibt sich aus der partiellen Ableitung der Streifenphase nach der Zeit:

$$\text{Gl. 5.1-4} \quad f(t) = \frac{\partial \Phi(\omega, t)}{\partial t} = \omega \cdot \dot{\tau}(t)$$

Die Laufzeitänderung in Abhängigkeit der Zeit (delay rate) ist dabei wie folgt definiert:

$$\text{Gl. 5.1-5} \quad \dot{\tau}(t) = \frac{f(t)}{\omega}$$

Der Parameter $\dot{\tau}$ ist neben der Gruppenlaufzeit für geodätische Lösungen von Bedeutung.

Ein entscheidendes Kriterium für eine erfolgreiche VLBI-Messung ist ein ausreichendes Signal-zu-Rauschverhältnis (SNR) im Interferenzsignal (Campbell et al., 1992). Da die Flussdichte durch die Stärke der Quelle und die Empfindlichkeit der Antennen vorgegeben ist, kann man das SNR angeben:

$$\text{Gl. 5.1-6} \quad \text{SNR} = \eta \frac{F_d}{2k} \cdot \sqrt{\frac{A_1 \cdot A_2}{T_{S1} \cdot T_{S2}}} \cdot \sqrt{2BT}$$

η	Verlustfaktor wegen Digitalisierung und Filterung,
F_d	Flussdichte der Radioquelle (in Jansky),
k	Boltzmannkonstante ($1.38 \cdot 10^{-23}$ Ws/K),
A_1, A_2	effektive Antennenflächen,
T_{S1}, T_{S2}	Rauschtemperaturen der Empfangssysteme,
B	Bandbreite des Registriersystems,
T	kohärente Integrationszeit.

Der Phasenfehler durch dieses Rauschen ergibt sich damit zu

$$\text{Gl. 5.1-7} \quad \sigma_\phi = \frac{1}{\text{SNR}}.$$

Wie jedoch schon angesprochen ist aufgrund der Phasenmehrdeutigkeiten an eine Verwendung der Phaseninformation für lange Basislinien nicht zu denken. Da das SNR mit wachsender Bandbreite (Gl. 5.1-6) zunimmt, versucht man, diese so weit wie möglich zu erhöhen.

Eine Wellengruppe kann auch als Überlagerung von einzelnen Fourierkomponenten des Breitbandsignalstroms verstanden werden. Die dafür relevante Gruppenlaufzeit (Gl. 5.1-3) verursacht für die Astrometrie und Geodäsie keine Probleme, da sie mehrdeutigkeitsfrei ist. Die Strahlung einer Radioquelle kann normalerweise als weißes Rauschen aufgefasst werden (Kontinuumsquelle). Bildet man nun die Autokorrelationsfunktion eines bandbegrenzten Rauschens, so weist diese bei $\tau = 0$ ihr Maximum auf und fällt bei

$$\text{Gl. 5.1-8} \quad \tau = \frac{1}{B}$$

auf Null ab (Wohlleben und Mattes, 1973). Bringt man die an zwei getrennten Antennen gemessenen Signale durch Korrelation zur Interferenz, so erhält man das gleiche Muster wie wenn die durch die Geometrie bedingte unterschiedliche Laufzeit zu den beiden Antennen (τ_{geom}) zu Null gemacht wird. Das Korrelationsmaximum liegt daher bei $\tau = \tau_{\text{geom}}$ und besitzt eine Halbwertsbreite von $1/B$ (Campbell et al., 1992). Durch die Anwendung geeigneter Algorithmen wird das Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion gesucht und der zugehörige Wert auf der τ -Achse abgelesen ('fringe analysis'). Hierbei kann keine Mehrdeutigkeit entstehen, da die Korrelationsfunktion nur eine Maximalstelle aufweist und sonst um den Wert Null pendelt. Die Genauigkeit der Bestimmung des Maximums ist wiederum vom SNR abhängig und beträgt bei guten Bedingungen etwa 1% der Halbwertsbreite (Campbell et al., 1992). Der reine Messfehler einer Laufzeitmessung kann wie folgt bestimmt werden:

$$\text{Gl. 5.1-9} \quad \sigma_{\tau} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\text{SNR} \cdot B}$$

Die Bandbreite des Messsystems geht also zweimal, einmal direkt und einmal über das SNR, in Gl. 5.1-9 ein. Ende der siebziger Jahre wurden VLBI-Datenregistriersysteme entwickelt, die Bandbreiten bis maximal 2 MHz zuließen, womit sich aus obiger Formel bei einem SNR von 50 bestenfalls eine Messauflösung von $\sigma_{\tau} = 1.6$ ns (0.5 m) ergibt. Um damit den Zentimeterbereich auflösen zu können, müsste man die Bandbreite um den Faktor 50 erhöhen. Durch die Entwicklung der Bandbreitensynthese Anfang der siebziger Jahre am Haystack-Observatory in Massachusetts (USA) ist es nicht mehr nötig, den gesamten Bandpass mit Frequenzen zu belegen, sondern es reicht aus, an den äußeren Rändern die Signale zu registrieren. Um Mehrdeutigkeiten zu vermeiden, ist es notwendig, auch an bestimmten Stellen dazwischen einige Frequenzkanäle anzuordnen. Die Theorie ist mit der Apertursynthese bei Gruppenantennen und der sogenannten Ambiguityfunktion bei Breitbandsignalen in der Radartechnik (Wohlleben und Mattes, 1973) eng verwandt. In Abb. 5.1-2 (oberer Plot, blaue Kurve) wird die Kreuzkorrelationsfunktion, wie sie durch die Verteilung der Frequenzkanäle im X-Band entsteht, dargestellt. Im Abstand der Grundmehrdeutigkeit (kleinster Kanalabstand, siehe Tab. 5.2-1) von $1/20$ MHz = 50 ns wiederholt sich dieses Muster. Die Halbwertsbreite des Korrelationsmaximums wird durch den größten Kanalabstand wie folgt definiert:

$$\text{Gl. 5.1-10} \quad \Delta\tau_h = \frac{1}{f_{\text{max}} - f_{\text{min}}}$$

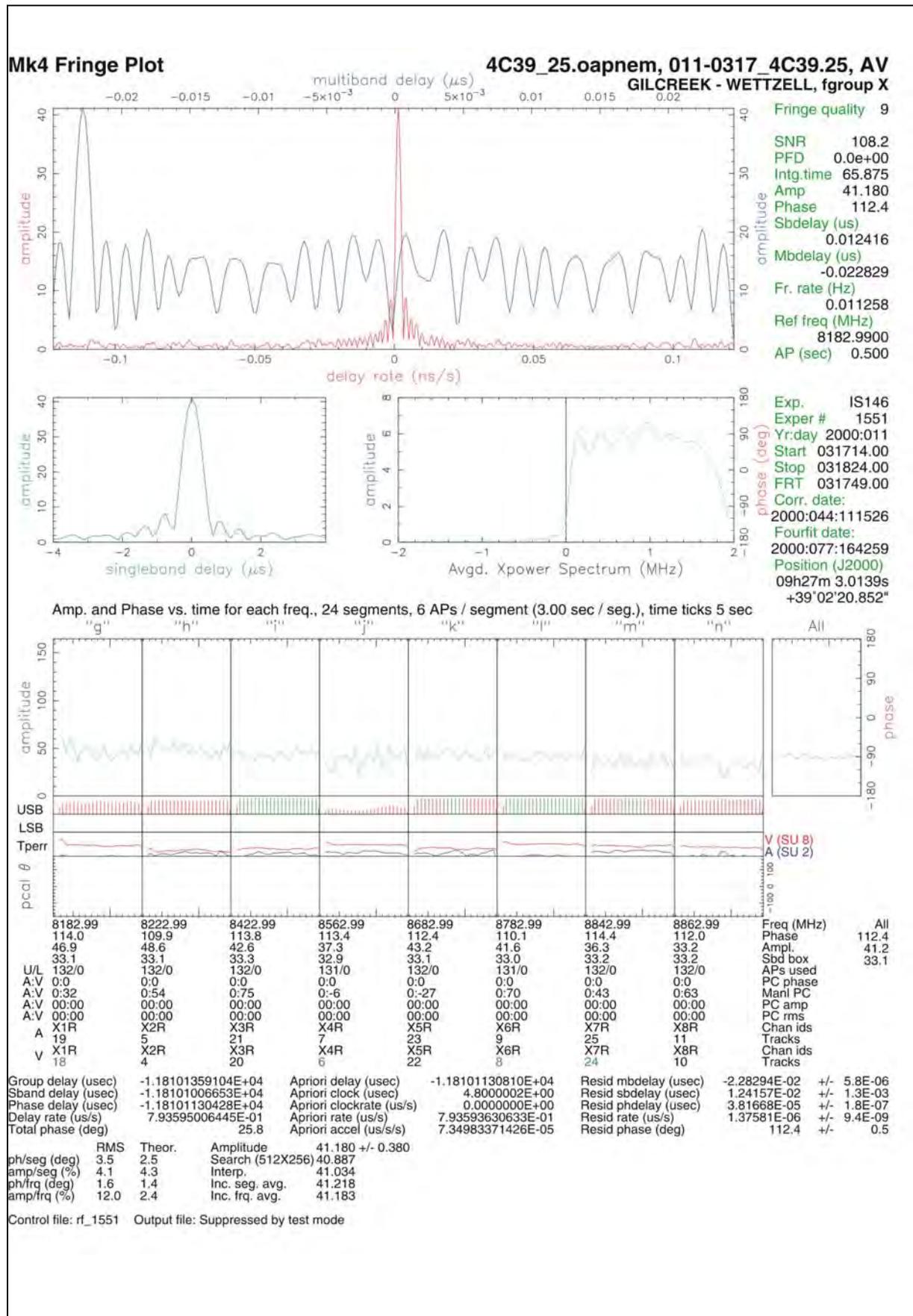


Abb. 5.1-2. Mark-IV Korrelationsplot bei einer Bandbreitensynthese von 700 MHz (aus Campbell, 2000). Die Kreuzkorrelationsfunktion ist die blaue Linie im oberen Plot.

Ebenfalls muss nun auch die instrumentelle Auflösung neu definiert werden:

$$\text{Gl. 5.1-11} \quad \sigma_{\tau} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\text{SNR} \cdot B_{\text{eff}}}$$

Die sogenannte effektive Bandbreite B_{eff} ist als quadratischer Fehler aus den Abweichungen der einzelnen Kanalfrequenzen von deren Mittelwert zu berechnen, da die zum SNR beitragenden N Kanäle nicht alle an den äußeren Rändern des Bandbereiches liegen (Whitney et al., 1976).

$$\text{Gl. 5.1-12} \quad B_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_i - f_m)^2}{N}}$$

Damit war nun die Möglichkeit geschaffen, die volle zur Verfügung stehende Empfängerbandbreite auszunutzen, ohne die Registrierbandbreite entsprechend erhöhen zu müssen. Dadurch war der eigentliche Durchbruch zur hochgenauen geodätischen Nutzung der VLBI erfolgt.

5.2 Technische Umsetzung

Die Ausstattung der geodätischen VLBI umfasst mindestens zwei Radioteleskope (mit dem notwendigen Zubehör) und einen sogenannten Korrelator. Letzterer dient dazu, die Observablen zu ermitteln.

5.2.1 Die Beobachtungsstation

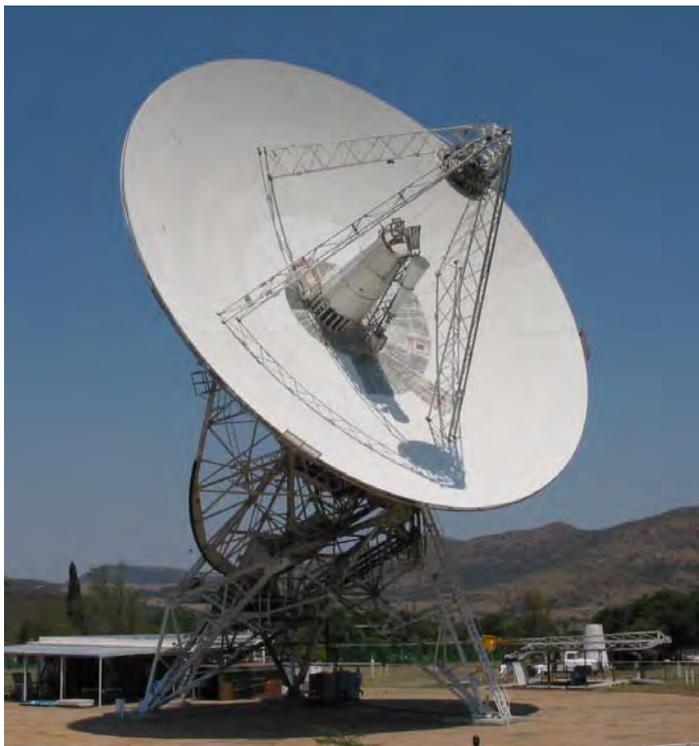


Abb. 5.2-1. Radioteleskop des Hartebeesthoek Radio Astronomy Observatory HartRAO. (<http://www.hartrao.ac.za>)

Die Radioteleskope bestehen meistens aus einem beweglichen Hauptreflektor mit einem Empfangshorn (Feedhorn), das je nach Bauweise des Teleskops entweder im Primär- oder im Sekundärfokus montiert ist. Damit im Sekundärfokus ein Empfang der Radiostrahlung möglich ist, benötigt man einen Subreflektor, der die Signale in das Feedhorn lenkt. Für geodätische Anwendungen ist es notwendig, die Teleskope so zu bauen, dass eine hohe Fahrgeschwindigkeit ermöglicht wird, um schnell zwischen den verschiedenen Quellen wechseln zu können. Weiters soll das zuvor schon angesprochene Signal-zu-Rauschverhältnis hoch sein. Da die meisten Radioquellen nur Flussdichten von unter einem Jansky ($1 \text{ Jy} = 1 \cdot 10^{-26} \text{ Wsm}^{-2}$) aufweisen, muss die Empfindlichkeit der Antennen und der weiteren Empfangssysteme entsprechend hoch ausgelegt sein. Durch die verwendete Beobachtungsfrequenz wird die Güte der Reflektoroberfläche bestimmt, damit genügend elektromagnetische Strahlung das Empfangshorn erreicht und nicht in andere Richtungen reflektiert wird. Die primäre Beobachtungsfrequenz liegt bei 8.4 GHz (X-Band), wodurch sich eine Wellenlänge von 3.6 cm ergibt. Daher wird gefordert, dass die Oberflächengenauigkeit des Radioteleskops mindestens $\pm 1.8 \text{ mm}$ beträgt (Nottarp und Kilger, 1982). Zusätzlich beobachtet man in einer Frequenz von 2.3 GHz (S-Band), um die dispersiven Einflüsse bei der Signalausbreitung (Ionosphäre) bestimmen zu können (siehe auch Hobiger, 2002).

Nachdem die Signale im Feedhorn gebündelt wurden, werden sie in die 8.4 und 2.3 GHz Frequenzbänder aufgespalten und auf getrennten Signalwegen weiterverarbeitet. Jedes Frequenzband wird im Empfänger, der aus rauscharmen Hochfrequenzverstärkern und Mischerstufen besteht, auf eine Zwischenfrequenz von etwa 300 MHz mit einer Bandbreite von 400 MHz heruntergemischt. Diese phasenstabile Konvertierung erfolgt mit Hilfe eines lokalen Oszillators, der von einem Frequenzstandard (meist Wasserstoff-Maser) gespeist wird. Um unerwünschtes Rauschen zu verhindern, erfolgt die Verstärkung und Konvertierung direkt unterhalb des Feedhorns. In einem Kontrollraum werden dann die Frequenzbänder in unterschiedliche Kanäle aufgespalten und mit dem lokalen Oszillator auf Basisfrequenzbänder von 0 bis 2 MHz heruntergemischt. In Tabelle 5 werden die Frequenzbänder des Mark-IV Systems aufgelistet.

Tab. 5.2-1. Frequenzbänder des Mark-IV Systems

X-Band	S-Band
8182.99 MHz	2212.99 MHz
8222.99 MHz	2222.99 MHz
8422.99 MHz	2257.99 MHz
8562.99 MHz	2297.99 MHz
8682.99 MHz	2317.99 MHz
8782.99 MHz	2322.99 MHz
8842.99 MHz	
8862.99 MHz	

Die Aufspaltung dient der Synthetisierung einer möglichst großen Bandbreite und damit verbunden einer Erhöhung der Auflösung der Laufzeitdifferenzen. In der Formatiereinheit werden die Signale digitalisiert und unter Berücksichtigung der Stationsuhr mit der Ankunftszeit versehen. Dies geschieht unabhängig voneinander an beiden Stationen und ist der eigentliche geodätische Messvorgang der VLBI, obwohl die Messgröße erst in einem späteren Schritt am Korrelator ermittelt wird. Die Signale jedes einzelnen Kanals werden mit je zwei Bit pro Zyklus (4 Millionen Bit pro Sekunde für einen 2 MHz-Kanal) abgetastet, um das Rauschmuster für die Korrelation

zu erhalten (Campbell et al., 1992). Die Stationsuhr, von der eine absolute Genauigkeit von ± 1 μsec vorausgesetzt wird, wird ebenfalls von einem Wasserstoff-Maser-Frequenzstandard gespeist. In einem abschließenden Prozess werden die digitalisierten Signale mit den Zeitinformationen in 14 parallelen Spuren auf spezielle Magnetbänder geschrieben. Nach der Messung eines ganzen Experimentes werden alle zugehörigen Magnetbänder an ein Korrelationszentrum gesandt, wo sie ausgewertet werden. Beim Mark-V System sind die Magnetbänder bereits durch handelsübliche Disks ersetzt worden.

5.2.2 Der Korrelator

Beim Korrelator handelt es sich in der Regel um einen zweckgebundenen Prozessor, in dem die Überlagerung je zweier Signalströme in Form einer kreuzweisen Multiplikation der Bitströme vorgenommen wird (siehe Whitney, 2000). Vereinfacht dargestellt ist die Identifizierung gleicher Signalkomponenten dann geglückt, wenn die Korrelationsamplitude über einem bestimmten Rauschpegel liegt (Campbell et al., 1992). Für die notwendigen Berechnungen sind Näherungswerte von den Stationskoordinaten, Quellenpositionen und den Uhrengangunterschieden zu beschaffen, um eine theoretische Laufzeitverzögerung zu präzisieren. In der Umgebung dieses Wertes kann, innerhalb eines sogenannten Suchfensters von wenigen Mikrosekunden, auf der τ -Achse nach dem Korrelationsmaximum gesucht werden (siehe Abb. 5.1-2 oben).

Aufgrund der Rotation der Erde ändert sich die Konfiguration der Antennen ständig. Dadurch ist es möglich, die Laufzeitänderung $\dot{\tau}$ als sekundäre Beobachtungsgröße unabhängig von τ aus dem Korrelationsprozess zu bestimmen. Mittlerweile hat jedoch die Laufzeitänderung $\dot{\tau}$ an Bedeutung verloren und wird nur mehr für die Lösung der Mehrdeutigkeiten bei den Laufzeitunterschieden herangezogen.

5.2.3 Die Messungen

Für die Koordinierung einer globalen Messreihe muss ein detaillierter Beobachtungsplan erstellt werden. Neben der geographischen Auswahl der beobachtenden Teleskope, welche die Netzstruktur festlegen, müssen vor allem Fahrzeiten der Teleskope, Horizontbeschränkungen und Empfangsbedingungen berücksichtigt werden. Darüber hinaus sollten die zu beobachtenden Objekte (Quasare oder Galaxien) möglichst punktförmig erscheinen und gut über die beobachtbare Sphäre verteilt sein. Als Ergebnis erhält man einen Beobachtungsplan, der jedem der am Experiment teilnehmenden Teleskope exakte zeitliche Fenster zuordnet, in denen gemeinsam eine Quelle zu beobachten ist. Dabei werden die Antennen durchschnittlich zwischen einer und fünf Minuten, je nach Flussdichte, auf eine Radioquelle ausgerichtet. Für die Beobachtungsplanung, die eine bestmögliche Bestimmung der Zielparameter gewährleistet, stehen mittlerweile Computerprogramme zur Verfügung, die diese komplexen Planungsaufgaben teilweise oder ganz erledigen.

5.2.4 Geodätische Auswertung

Die Zielparameter werden aus den Beobachtungsgrößen berechnet, die im Korrelator bestimmt wurden. Aufgrund des starken Grades der Überbestimmung bietet sich eine Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate, z.B. entsprechend dem Gauß-Markov Modell, an. Es gibt jedoch auch Ansätze, die mit Kalman-Filtertechniken arbeiten. Abb. 5.2-2 zeigt den typischen Auswerteablauf, der bei allen Programmpaketen in der einen oder anderen Form implementiert ist (Campbell et al., 1992).

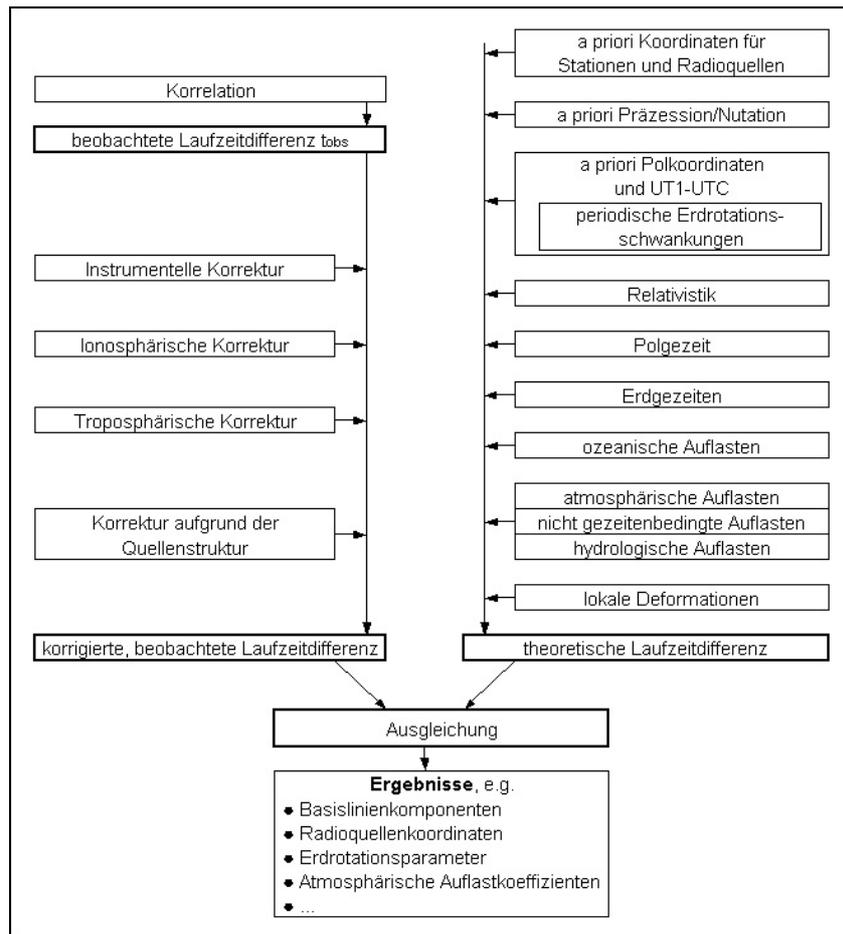


Abb. 5.2-2. Flussdiagramm eines geodätischen VLBI-Auswertesystems (aus Schuh, 1987).

Für die Auswertung von geodätischen VLBI-Messungen seien einige Programmpakete exemplarisch in aufgelistet.

Tab. 5.2-2. VLBI-Softwarepakete.

CALC/SOLVE	vorwiegend am MIT in Cambridge, Massachusetts, von NOAA/NGS und NASA/GSFC in Washington D.C. entwickelt;
MODEST	von NASA/JPL in Pasadena, Kalifornien, entwickelt;
OCCAM	ausgehend von dem Programmpaket BVSS (Bonn VLBI Software System) ist eine Auswertesoftware entstanden, die unter anderem auch vom Institut für Geodäsie und Geophysik der TU Wien weiterentwickelt wird (Titov et al., 2001);

5.3 Systematische Fehlerquellen

Wie bei allen hochgenauen Messsystemen muss auch hier zwischen systematischen und zufälligen Fehlern unterschieden werden. Die Gruppe der systematischen Fehler wird hier in instrumentelle Fehlereinflüsse und Einflüsse durch das Medium aufgeteilt. Bei den meisten dieser auftretenden Fehler gelingt es, durch geschickte Wahl der Messanordnung und/oder durch Modellbildung, sie nahezu zum Verschwinden zu bringen.

5.3.1 Instrumentelle Fehlereinflüsse

Da es sich bei der VLBI um ein reines Differenzverfahren (man misst die Differenz der Ankunftszeiten der Wellenfronten) handelt, treten Additionskonstanten, wie zum Beispiel bei Lasermessungen, nicht auf. Dafür muss aber auf eine exakte Eichung der Signalwege vom Empfangshorn bis zur Vereinigung mit den Zeitmarken geachtet werden, um so unterschiedliche Laufzeiten in den einzelnen Bändern zu vermeiden. Betrachtet man die Gruppenlaufzeit als die Ableitung der Phase nach der Frequenz (Gl. 5.1-3), so stellt man fest, dass eine kleine Abweichung zwischen den einzelnen Frequenzkanälen zu einem großen Einfluss auf die Gruppenlaufzeit führt. Daher ist eine Phasenkalibrierung für alle Kanäle notwendig. Diese erfolgt durch die Einspeisung von Referenzsignalen in das Erregerhorn. Diese Signale durchlaufen dann den gleichen Signalweg wie die empfangenen Signale und werden bei der Korrelation zurückgewonnen. Als eigentliche Messgröße werden dann die Differenzen zwischen den Signalen von der Radioquelle und den Kalibrationssignalen weiterverarbeitet. Man bezeichnet diese Komponente als Phase Calibration System, ohne die an eine hohe Genauigkeit der Gruppenlaufzeit nicht zu denken wäre (Rogers, 1980, oder Clark et al., 1985). Jedoch sorgt auch das Phase and Delay Calibration System für gewisse Komplikationen, da die Eichsignale durch Einflüsse aus anderen elektronischen Komponenten verfälscht werden können. Weiters können bei dem Korrelationsvorgang Fehler auftreten, wenn es durch unsaubere Registrierung zu Datenverlusten gekommen ist.

Maßstabsfehler sind kaum zu erwarten, da der Maßstab über die Atomuhr in das System gebracht wird und sich ein Frequenzoffset von 10^{-10} (ca. $10 \mu\text{s/d}$) erst auf einer Basislinie von 10000 km Länge mit einem Fehler von 1 mm bemerkbar machen würde. Problematischer sind da schon Deformationen der Antenne durch Gravitation, Winddruck und Temperatur, die zu messbaren Fehlereinflüssen führen können. Durch Modellbildung gelingt es, diese Effekte weitgehend in den Griff zu bekommen.

5.3.2 Fehlereinflüsse durch das Medium

Auf dem Weg von den Radioquellen zu den Radioteleskopen an der Erdoberfläche durchlaufen die Signale auch die Ionosphäre und die neutrale Atmosphäre, in denen es zu Verzögerungen der Gruppenlaufzeiten kommt. Dadurch, dass die Ionosphäre für die von VLBI und GPS verwendeten Frequenzen ein dispersives Medium ist, kann der Effekt der Ionosphäre über die Beobachtung in zwei Frequenzen sehr gut eliminiert werden (siehe Hobiger, 2002).

Schwieriger ist da die Situation bei der neutralen Atmosphäre, bei der durch geeignete Verfahren versucht wird, die Einflüsse möglichst gut zu modellieren. Der Inhalt dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Modellierung der Laufzeitverzögerungen in der neutralen Atmosphäre.

5.4 Messung von meteorologischen Parametern an den Stationen

Für eine Reihe von Aufgaben ist es von großer Bedeutung, dass die meteorologischen Parameter Druck und Temperatur an den Stationen mit bestmöglicher Genauigkeit bestimmt werden. Während die Messung der Temperatur für die Abschätzung der Antennendeformation notwendig ist (Haas et al., 1999), kann der Druck an der Station für die Bestimmung der atmosphärischen Auflasteffekte verwendet werden (Petrov und Boy, 2003).

Im Zusammenhang mit dieser Arbeit ist der Druck aber vor allem bei der Berechnung der hydrostatischen Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung von Bedeutung (siehe Kap. 3). So entspricht ein Fehler von ± 1 hPa im Druck einem Fehler in der hydrostatischen Laufzeitverzögerung von $\sim \pm 2.3$ mm. Wenn also die hydrostatische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung a priori um 2.3 mm zu groß bestimmt wird, dann wird die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung in der VLBI-Auswertung um genau diesen Betrag zu klein geschätzt, damit die Gesamtlaufzeitverzögerung konstant bleibt. Das ist vor allem für Meteorologen und Klimatologen von großer Bedeutung, die an bestmöglichen Werten für den Wasserdampfgehalt in der Atmosphäre interessiert sind.

Der Einfluss auf die Genauigkeit der Stationshöhen ist von untergeordneter Bedeutung, was das folgende Beispiel illustrieren soll: Der Druck sei um 1 hPa zu groß gemessen worden, d.h. die hydrostatische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung ist um 2.3 mm zu groß. Bei 5° Elevation beträgt der Fehler dann 23.3 mm, wenn die hydrostatische Projektionsfunktion den Wert 10.15 hat. Diese 2.3 mm hätten aber mit der feuchten Projektionsfunktion (10.75 bei 5° Elevation) projiziert werden müssen, was einer Laufzeitverzögerung von 24.7 mm entspricht. Der Fehler bei 5° Elevation beträgt also 1.4 mm. Nach einer Faustformel von Niell et al. (2001) wird ein Drittel des Fehlers bei der tiefsten Elevation in einen Höhenfehler übertragen. Liegt also der Cutoff-Elevationswinkel bei 5° , dann beträgt der Fehler in der Stationshöhe ~ 0.5 mm. Dieser Fehler ist noch vernachlässigbar klein, bei einem Fehler von 10 hPa des Druckwertes würde aber der zugehörige Höhenfehler schon auf 5 mm anwachsen.

Außerdem ist die Kenntnis der Höhe des Drucksensors im Vergleich zum Referenzpunkt der Antenne von Bedeutung. Der Druck nimmt exponentiell mit der Höhe ab, und deswegen muss die Druckmessung unbedingt auf die Höhe der Referenzpunktes korrigiert werden. Eine Höhendifferenz von 10 m bewirkt nämlich einen Fehler in der hydrostatischen Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung von ungefähr 3 mm (bei einer Refraktivität $N = 300$).

6 Troposphärische Modellierung und VLBI-Auswertung

6.1 Grundprinzipien zur troposphärischen Modellierung

Unter der Annahme azimuthaler Symmetrie der neutralen Atmosphäre um eine VLBI-Station beschreibt Gl. 4.1–1 die übliche Modellierung für die Laufzeitverzögerungen. Dabei nimmt man an, dass die Projektionsfunktionen mit ausreichender Genauigkeit bekannt sind und die hydrostatische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung aus dem totalen Druck und den Stationskoordinaten fehlerfrei berechnet werden kann. Für die feuchte Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung ΔL_w^z werden dann Werte in der VLBI-Auswertung mitgeschätzt.

6.1.1 Schätzung der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung

Üblicherweise erfolgt die Ausgleichung von VLBI-Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, und zwar mit einem Kalman-Filter (siehe Herring et al., 1990, bzw. Nothnagel, 2000) oder mit dem klassischen Gauß-Markoff Modell (Koch, 1997). In dieser Arbeit wird nur das Gauß-Markoff Modell verwendet, weil es im VLBI-Softwarepaket OCCAM 5.0 (Titov et al., 2001) implementiert ist und daher für die folgenden Untersuchungen zur Verfügung stand. Bei diesem Ansatz werden die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung zumeist als sogenannte 'piecewise linear functions' modelliert. Es handelt sich dabei um stückweise lineare Funktionen mit einer Länge von ein bis zwei Stunden, die an den Endpunkten stetig ineinander übergehen (vgl. Abb. 6-1). Die zugehörige Funktionsgleichung für eine Beobachtung zum Zeitpunkt t lautet dann

$$\text{Gl. 6.1-1} \quad \Delta L_w^z(t) = \Delta L_w^z(t_0) + \Delta L_{w,0}^z \cdot (t_1 - t_0) + \dots + \Delta L_{w,n}^z \cdot (t - t_n),$$

wenn $\Delta L_w^z(t_0)$ den Wert der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung zu Beginn des Experiments (Zeitpunkt t_0) und $\Delta L_{w,i}^z$ die anschließenden Änderungsraten bezeichnen ($i = 0 \dots n$).

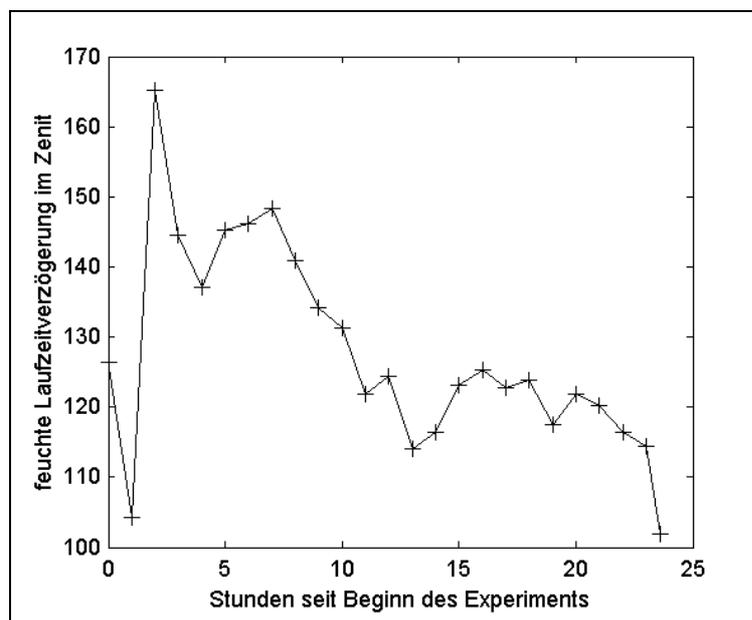


Abb. 6-1. Feuchte Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung in mm an der Station Wettzell für das erste 24h-Experiment von CONT02 am 16. Oktober 2002. Die + Zeichen markieren die stetigen Übergänge zwischen den linearen Funktionsstücken.

Für die Raten werden außerdem noch Pseudobeobachtungen mit dem Wert 0 und einer bestimmten Standardabweichung c an die Jakobi Matrix angehängt (Gl. 6.1-2).

$$\text{Gl. 6.1-2} \quad \Delta L_{w,i}^z = 0 \pm c$$

Diese Pseudobeobachtungen ('constraints') verhindern einerseits, dass das Normalgleichungssystem singulär wird, wenn in einem Zeitintervall an einer Station keine Beobachtungen vorliegen, und andererseits, dass die Funktion zu stark ausschlagen kann. Letzteres bedeutet, dass sich die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung nicht zu schnell ändern können.

Mit dem Gauß-Markoff Modell könnten die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung aber auch als Offsets oder nicht stetige lineare Funktionen modelliert werden (siehe Titov et al., 2001), was aber dem natürlichen Verlauf widerspricht und daher selten verwendet wird.

6.1.2 Korrelationen

Primär liegt die Aufgabe der geodätischen VLBI darin, hochgenaue Erdorientierungsparameter (EOP) und Koordinaten von VLBI-Stationen bzw. Radioquellen zu bestimmen. Dafür ist die exakte Modellierung der troposphärischen Laufzeitverzögerungen von größter Bedeutung, weil die oben genannten Zielparameter mit den troposphärischen Parametern korreliert sind.

Besonders betroffen davon sind die Höhen der VLBI-Stationen. Im Gegensatz zu den horizontalen Stationskoordinaten, die aus Beobachtungen über den gesamten Horizont (360°) bestimmt werden können, stehen für die Stationshöhen nur Beobachtungen über einen Halbkreis zur Verfügung (Zenitdistanzen zwischen $+90^\circ$ und -90° , siehe Abb. 6-2).

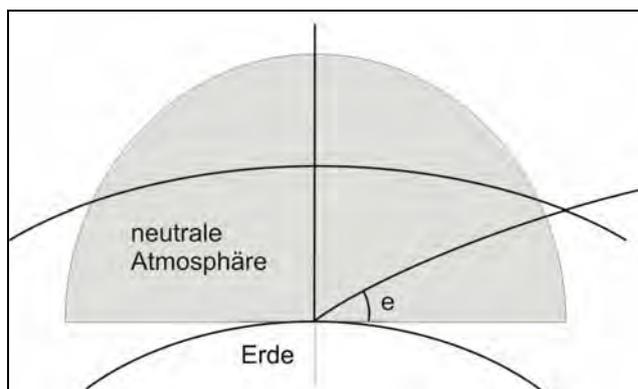


Abb. 6-2. Für die Bestimmung der Stationshöhen sind bei konstantem Azimut Beobachtungen zwischen $+90^\circ$ und -90° Zenitdistanz möglich. Damit man die Stationshöhen von der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung gut trennen kann, benötigt man vor allem Beobachtungen unter tiefen Elevationen.

Um die Stationshöhen von der feuchten Laufzeitverzögerung gut trennen (= de-korrelieren) zu können, benötigt man auch Beobachtungen unter tiefen Elevationen. Grundsätzlich wären Beobachtungen im Horizont optimal, weil dann der Schnittwinkel rechtwinkelig wäre, allerdings sind dort die Projektionsfunktionen so schlecht bestimmt, dass zumeist erst bei 3° bzw. 5° Elevation mit Beobachtungen begonnen wird. Wären nur Beobachtungen in Zenitrichtung vorhanden, dann bestünde eine Korrelation zwischen L_w^z und der Stationshöhe von -1 , d.h., dass dann beide Größen nicht gleichzeitig bestimmt werden können.

Abb. 6-3 zeigt die Korrelationen, wie sie der invertierten Normalgleichungsmatrix entnommen werden können (vgl. Gl. 4.1–23), zwischen den Stationshöhen und den feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung für das erste 24h-Experiment aus CONT02 am 16. Oktober 2002. Die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung sind dabei als zweistündige Offsets modelliert worden.

Die dünnen Linien zeigen darin die Mittelwerte der Korrelationen zwischen den feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung und den Höhen der Stationen, und zwar in Abhängigkeit vom tiefsten Elevationswinkel, für den Beobachtungen verwendet werden (Cutoff-Elevationswinkel). Die fett gedruckte Linie zeigt zusätzlich den Mittelwert über alle acht Stationen des Experiments. Man erkennt, dass die Korrelationen mit wachsendem Cutoff-Elevationswinkel anwachsen und daher die Stationshöhen von den feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung schlechter trennbar sind. Bei 5° Elevation liegt die Korrelation zumeist zwischen -0.4 und -0.5 .

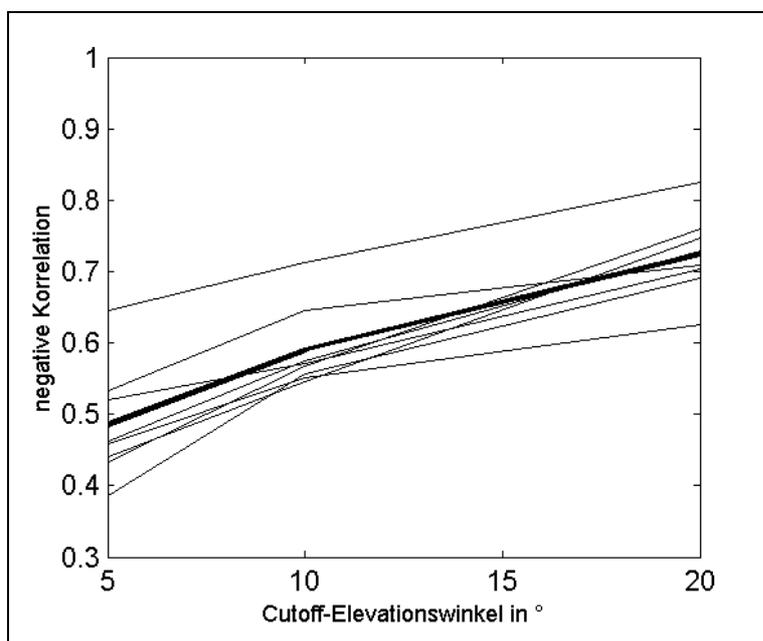


Abb. 6-3. Negative Korrelationen zwischen den Stationshöhen und den feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung in Abhängigkeit vom Cutoff-Elevationswinkel aus dem ersten 24h-Experiment von CONT02 (16. Oktober 2002). Die dünnen Linien zeigen die Korrelationen für die einzelnen Stationen, die dicke Linie den Mittelwert über alle acht Stationen.

6.1.3 Genauigkeitsabschätzung

Niell et al. (2001) verwenden für ihre Abschätzungen betreffend Stationshöhen, Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung und Fehler in der Projektionsfunktion folgende Faustformel:

Der Fehler in der Stationshöhe aufgrund von mangelhaften Projektionsfunktionen entspricht ungefähr einem Drittel des Fehlers für die tiefsten Beobachtungen in einem Experiment. (Kleinere Werte für die Projektionsfunktion bewirken kleinere Stationshöhen.) Die Veränderung in der feuchten Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung ist dann näherungsweise -0.4 der Stationshöhenänderung.

Es sollen nun in weiterer Folge keine neuen Werte für die obigen Abschätzungen gefunden werden, sondern es wird anhand eines einzelnen Experiments und einer einzelnen Station (Wetzell) veranschaulicht, was unter dieser Faustformel zu verstehen ist. Diese Abschätzung ist nämlich von großer Hilfe, um die Bedeutung der troposphärischen Modellierung in der VLBI besser verstehen zu können.

Verwendet wird das erste 24h-Experiment von CONT02 am 16. Oktober 2002, und als Projektionsfunktion wird VMF(fast) genommen:

- Zunächst werden alle Stationen auf den ITRF2000-Koordinaten fixiert, nur die vertikale Stationskomponente von Wettzell wird mitgeschätzt. Diese Berechnung wird für die Cutoff-Elevationswinkel 5°, 7° und 10° durchgeführt, und die so erhaltenen Stationshöhen und die zugehörigen feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung an der Station Wettzell werden in weiterer Folge als Referenzwerte betrachtet.
- Nun werden die Projektionsfunktionen an der Station Wettzell systematisch verändert, genauer gesagt werden die Koeffizienten a_h und a_w (vgl. Gl. 4.1–4) soweit um konstante Werte erhöht (erste Spalte in Tab. 6.1-1 und Tab. 6.1-2), dass die Laufzeitverzögerungen bei 5° Elevation um rund 2 cm bzw. 4 cm verkleinert werden. Diese systematischen Fehler sind in den zweiten Spalten für die hydrostatischen bzw. feuchten Anteile und die jeweiligen Elevationswinkel zusammengefasst.
- Die dritten Spalten in Tab. 6.1-1 und Tab. 6.1-2 zeigen die Veränderung der Stationshöhen von Wettzell nach der VLBI-Auswertung bezogen auf die Referenzhöhe für den jeweiligen Cutoff-Elevationswinkel (5°, 7° und 10°). Man erkennt, dass eine Verkleinerung der Projektionsfunktion auch eine Verkleinerung der Stationshöhe nach sich zieht. Umgekehrt dazu wachsen die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung mit kleineren Projektionsfunktionen an (vierte Spalten).

5°	$\delta\Delta L_h$ in mm	Δh in mm	$\delta\Delta L_w^z$ in mm	$\Delta h/\delta\Delta L_h$	$\delta\Delta L_w^z/\Delta h$
$a_h + 1.0 \cdot 10^{-5}$	-19.8	-3.7	1.3	0.19	-0.36
$a_h + 2.0 \cdot 10^{-5}$	-41.8	-8.0	3.0	0.19	-0.38
7°	$\delta\Delta L_h$ in mm	Δh in mm	$\delta\Delta L_w^z$ in mm	$\Delta h/\delta\Delta L_h$	$\delta\Delta L_w^z/\Delta h$
$a_h + 1.0 \cdot 10^{-5}$	-8.8	-3.7	1.3	0.42	-0.36
$a_h + 2.0 \cdot 10^{-5}$	-17.6	-6.5	2.7	0.37	-0.41
10°	$\delta\Delta L_h$ in mm	Δh in mm	$\delta\Delta L_w^z$ in mm	$\Delta h/\delta\Delta L_h$	$\delta\Delta L_w^z/\Delta h$
$a_h + 1.0 \cdot 10^{-5}$	-4.4	-2.2	0.8	0.49	-0.35
$a_h + 2.0 \cdot 10^{-5}$	-8.8	-3.5	1.5	0.40	-0.43

Tab. 6.1-1. Auswirkungen von systematischen Fehlern in den hydrostatischen Projektionsfunktionen (1. Spalte) auf die Stationshöhen (3. Spalte) bzw. die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung (4. Spalte). Die 2. Spalte zeigt den Fehler bei der tiefsten Elevation (5°, 7° und 10°). Die letzten beiden Spalten entsprechen den im Text besprochenen Verhältnissen (1/3 bzw. -0.4).

5°	$\delta\Delta L_w$ in mm	Δh in mm	$\delta\Delta L_w^z$ in mm	$\Delta h/\delta\Delta L_w$	$\delta\Delta L_w^z/\Delta h$
$a_w + 1.0 \cdot 10^{-4}$	-13.8	-2.3	0.8	0.17	-0.36
$a_w + 2.0 \cdot 10^{-4}$	-27.4	-5.1	2.0	0.19	-0.40
7°	$\delta\Delta L_w$ in mm	Δh in mm	$\delta\Delta L_w^z$ in mm	$\Delta h/\delta\Delta L_w$	$\delta\Delta L_w^z/\Delta h$
$a_w + 1.0 \cdot 10^{-4}$	-5.6	-2.3	0.9	0.41	-0.40
$a_w + 2.0 \cdot 10^{-4}$	-11.2	-5.1	1.8	0.46	-0.36
10°	$\delta\Delta L_w$ in mm	Δh in mm	$\delta\Delta L_w^z$ in mm	$\Delta h/\delta\Delta L_w$	$\delta\Delta L_w^z/\Delta h$
$a_w + 1.0 \cdot 10^{-4}$	-2.0	-0.8	0.5	0.37	-0.65
$a_w + 2.0 \cdot 10^{-4}$	-4.1	-2.2	1.0	0.53	-0.46

Tab. 6.1-2. Auswirkungen von systematischen Fehlern in den feuchten Projektionsfunktionen (1. Spalte) auf die Stationshöhen (3. Spalte) bzw. die feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung (4. Spalte). Die 2. Spalte zeigt den Fehler bei der tiefsten Elevation (5°, 7° und 10°). Die letzten beiden Spalten entsprechen den im Text besprochenen Verhältnissen (1/3 bzw. -0.4).

Die Korrelation zwischen den feuchten Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung und den Stationshöhen liegt für beide Projektionsfunktionen (hydrostatisch und feucht) und für alle Cutoff-Elevationswinkel bei ~ -0.4 . Das Verhältnis zwischen dem Fehler in der Laufzeitverzögerung bei der tiefsten Elevation und der zugehörigen Stationshöhenänderung erscheint zwar abhängig vom Cutoff-Elevationswinkel, liegt aber im Mittel recht gut bei $1/3$ (siehe auch MacMillan und Ma (1994)).

Interessant ist auch die Tatsache, dass sich Fehler in der hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktion gleichermaßen auf die Stationshöhen auswirken, obwohl die Behandlung des hydrostatischen und feuchten Anteils in der troposphärischen Modellierung sehr unterschiedlich ist.

6.2 Wiederholbarkeit von Basislinienlängen für NMF, IMF und VMF

Während in Kapitel 4.1.5 der Vergleich der Projektionsfunktionen untereinander bzw. mit Projektionsfunktionen aus Radiosondendaten beschrieben wird, werden hier die neuen Projektionsfunktionen, die auf Daten von numerischen Wettermodellen basieren (IMF und VMF(fast)), dahingehend untersucht, ob sie die Genauigkeiten der Basislinienlängen verbessern. Verglichen werden die neuen Projektionsfunktionen dabei immer mit den 'Niell Mapping Functions' NMF (Niell, 1996).

Die beiden Parameter z_{200} und $smfw3$ für die 'Isobaric Mapping Functions' IMF werden dabei aus einem $2.5^\circ \times 2.0^\circ$ Raster interpoliert (siehe Anhang A.1). Diesem Raster ist für $smfw3$ das $2.5^\circ \times 2.0^\circ$ Höhenmodell des ECMWF zugrunde gelegt worden (Abb. 6-4).

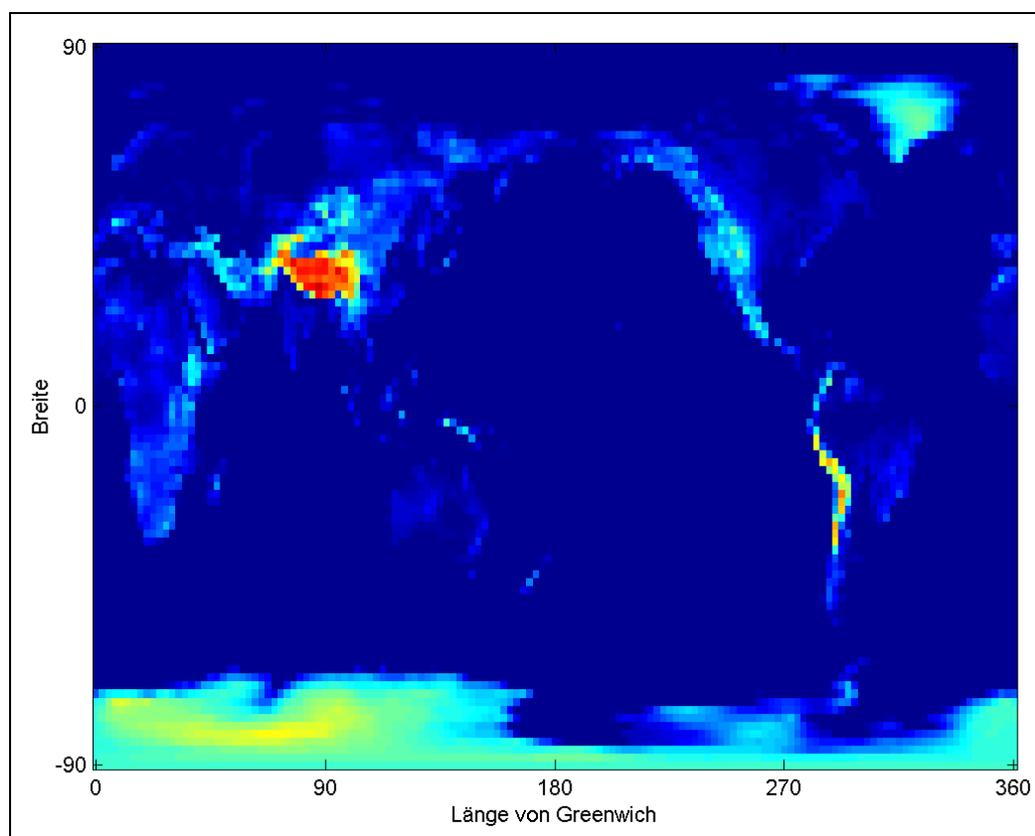


Abb. 6-4. $2.5^\circ \times 2.0^\circ$ globales Höhenmodell des ECMWF, das für die Berechnung des Rasters von $smfw3$ verwendet worden ist.

Es gibt jedoch einige VLBI-Stationen, für welche dieses $2.5^\circ \times 2.0^\circ$ Höhenmodell nicht repräsentativ ist, und daher muss für diese Stationen an den Parameter $smfw3$ eine entsprechende Höhenkorrektur angebracht werden:

$$\text{Gl. 6.2-1} \quad smfw3 = smfw3 + (h_{VLBI} - h_{ECMWF})[\text{km}] \cdot (-0.5)$$

Niell (2003, persönliche Mitteilung) hat diesen Korrekturfaktor im Mai 2003 auf -0.625 abgeschätzt, für die folgenden Untersuchungen wird aber noch -0.5 verwendet.

Auf Seiten der 'Vienna Mapping Function' VMF wird für die folgenden Untersuchungen VMF(fast) verwendet. Wie bereits in Kapitel 4.1.5 gezeigt worden ist, gibt es kaum Unterschiede zwischen den Projektionsfunktionen VMF(rig) und VMF(fast). Da jedoch VMF(rig) einen enormen Rechenaufwand erfordern würde, wird sie nur für spezielle Kampagnen bestimmt (z.B. CONT02), und für längere Zeiträume stehen ausschließlich die Koeffizienten der VMF(fast) zur Verfügung.

6.2.1 Wiederholbarkeit

Von verbesserten Projektionsfunktionen wird erwartet, dass sie die Fehler in den Parametern verringern, die mit der geodätischen VLBI bestimmt werden. Ein sehr gutes Kriterium für die Beurteilung der Genauigkeiten von Projektionsfunktionen ist die Wiederholbarkeit σ ('repeatability') von Basislinienlängen, denn diese sind invariant gegenüber Translationen und Rotationen und daher nicht von fehlerhaften Erdorientierungsparametern beeinflusst.

Dazu werden in einer Reihe von aufeinanderfolgenden VLBI-Experimenten die Längen der Basislinien zwischen den Stationen bestimmt, und die Wiederholbarkeit σ ist dann die Standardabweichung der Differenzen zur Regressionsgeraden (siehe Abb. 6-5 und Gl. 6.2-2).

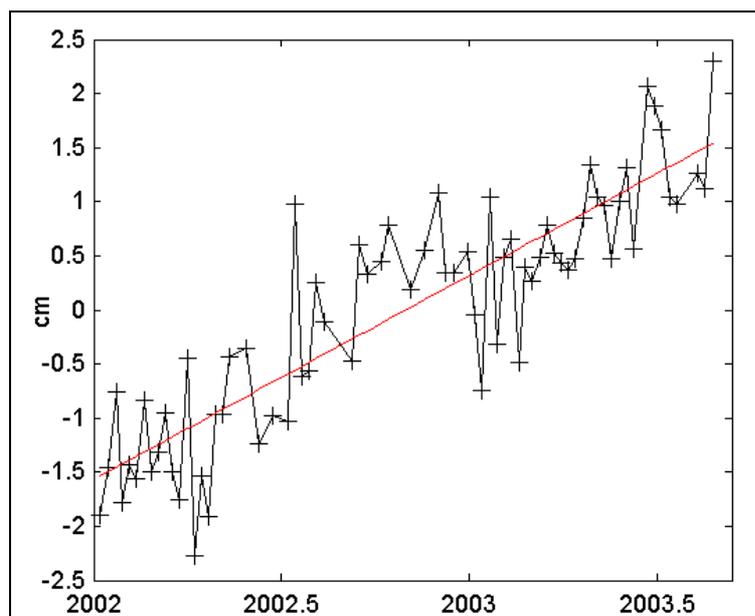


Abb. 6-5. Aus IVS-R1 VLBI-Experimenten bestimmte Basislinienlängen zwischen den Stationen Wettzell und Westford (+) und die Regressionsgerade. Die Wiederholbarkeit σ ist die Standardabweichung der Differenzen zur Regressionsgeraden. Man erkennt deutlich das Auseinanderdriften der eurasischen und der nordamerikanischen Platte mit einer Rate von ungefähr 2 cm pro Jahr.

$$\text{Gl. 6.2-2} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (b_i - b_0)^2}{n-1}}$$

b_i bezeichnet dabei die geschätzte Basislinienlänge für ein bestimmtes 24h-Experiment i , b_0 ist der zugehörige Wert auf der Regressionsgeraden für diesen Zeitpunkt, und n ist die Anzahl der Experimente.

6.2.2 Auswertestrategie

Zur Auswertung der VLBI-Experimente wird die Software OCCAM v. 5.1 (Titov et al., 2001) mit dem klassischen Ausgleich nach kleinsten Quadraten (Gauß-Markoff Modell) verwendet.

Für die folgenden Untersuchungen wird das Datum so festgelegt, dass keine Zwänge auf das Stationsnetz ausgeübt werden, d.h., dass die innere Geometrie aus den VLBI-Beobachtungen erhalten bleibt. Dies wird dadurch erreicht, dass für jedes Experiment ein freies Netz gerechnet wird, bei dem die Koordinaten im Sinne einer Gesamtpurminimierung auf die a priori ITRF2000-Koordinaten transformiert werden (Koch, 1997). Dabei werden die drei Translations- und die drei Rotationsparameter mitgeschätzt, während der Maßstab der VLBI-Beobachtungen erhalten bleibt. Pro 24h-Experiment wird außerdem ein Satz aus fünf Erdorientierungsparametern (Nutation, Polbewegung, dUT1) geschätzt, und die Gradienten nach MacMillan (1995) werden alle 6 Stunden neu bestimmt.

Für die atmosphärischen Auflasteffekte werden die Parameter nach Petrov und Boy (2003) verwendet, und für die ozeanischen Auflasteffekte jene nach Scherneck und Bos (2002) mit dem CSR4.0 Modell (Eanes, 1994). Der Cutoff-Elevationswinkel wird für die Bestimmung der Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen auf 5° gesetzt.

Die Wiederholbarkeiten werden sowohl für die CONT02 Experimente (16. bis 30. Oktober 2002, siehe Anhang A.3) als auch für die IVS-R1 und IVS-R4 Experimente von Jänner 2002 bis August 2003 berechnet. Für die folgenden Untersuchungen sind allerdings keine Basislinien mit der Station Gilmore Creek (Alaska, U.S.A) vor dem Erdbeben am 3. November 2003 und der Station in Tigo Concepcion (Chile) verwendet worden. Die kleine Antenne in Tigo Concepcion (~ 6 m Durchmesser) mit dem damit verbundenen niedrigen SNR erlaubt nämlich keine verlässliche Validierung der troposphärischen Projektionsfunktionen.

Zur Beurteilung werden die relativen Verbesserungen δ_j der Wiederholbarkeiten in % verwendet, und zwar für VMF(fast) und IMF im Vergleich zu NMF. So gilt z.B. für VMF(fast) und die Basislinie j :

$$\text{Gl. 6.2-3} \quad \delta_j = \frac{(\sigma_{\text{NMF},j} - \sigma_{\text{VMF},j})}{\sigma_{\text{NMF},j}} \cdot 100$$

Die mittlere relative Verbesserung ist dann der Mittelwert der Verbesserungen über alle Basislinien. Sie ist in erster Linie ein Kriterium für die Beurteilung der inneren Genauigkeit der neuen Projektionsfunktionen.

6.2.3 Wiederholbarkeiten für IVS-R1

Die wöchentlichen IVS-R1 24h-Experimente finden seit Anfang Jänner 2002 statt, und zwar zumeist an den Montagen. In die Berechnung der Wiederholbarkeiten σ der Basislinienlängen sind alle Experimente bis Ende August 2003 eingegangen. Abb. 6-6 zeigt diese Wiederholbarkeiten für die Projektionsfunktionen NMF, IMF und VMF(fast).

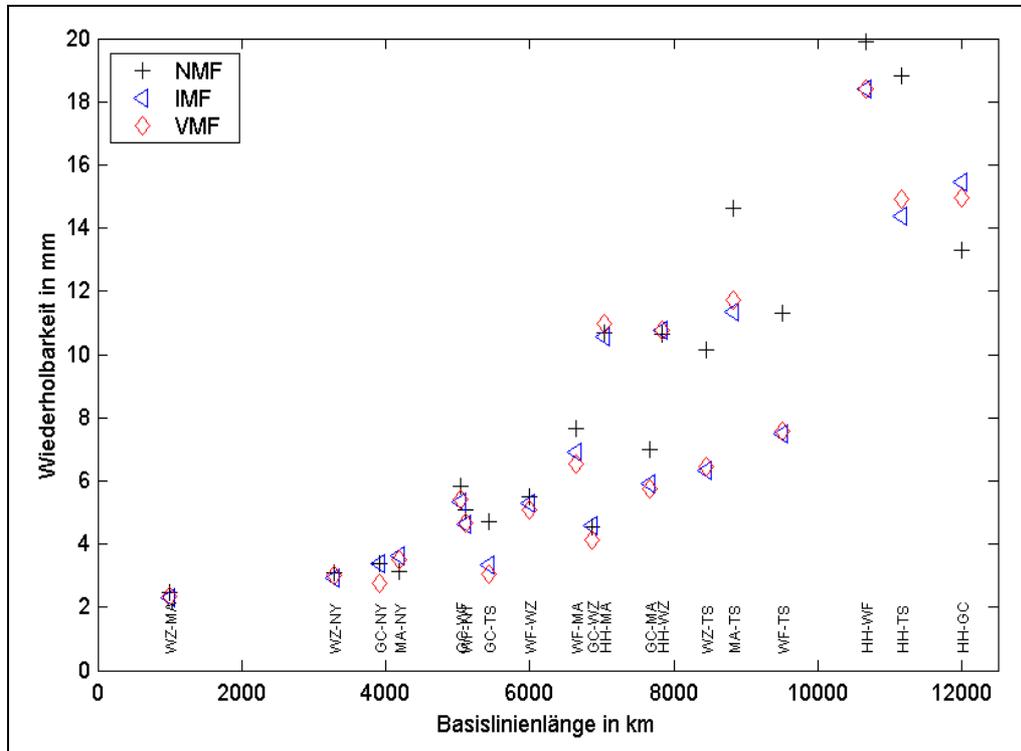


Abb. 6-6. Wiederholbarkeiten σ der Basislinienlängen aus den IVS-R1 Experimenten von Jänner 2002 bis August 2003 in Abhängigkeit von der Basislinienlänge in km. Man erkennt deutlich die Verbesserung aufgrund der Projektionsfunktionen, welche auf numerischen Wettermodellen basieren (IMF und VMF(fast)). Lediglich bei der längsten Basislinie von Hartebeesthoek (Südafrika) nach Gilmore Creek (Alaska, U.S.A.) ist eine deutliche Verschlechterung zu sehen. Für die Zuordnung der Basislinien zu den VLBI-Stationen sind die 2-letter IVS-Codes der Stationen angegeben.

Man erkennt eine deutliche Verbesserung der Wiederholbarkeiten mit den neuen Projektionsfunktionen IMF und VMF(fast), die auf numerischen Wettermodellen basieren. Lediglich die längste Basislinie von Hartebeesthoek (HH, Südafrika) nach Gilmore Creek (GC, Alaska, U.S.A.) von rund 12000 km Länge zeigt eine klare Verschlechterung der Wiederholbarkeit. Das könnte damit zusammenhängen, dass das zugrunde liegende Wettermodell von ECMWF an den beiden Stationen nicht sehr genau ist. Wahrscheinlicher ist jedoch, dass aufgrund der schlechten Geometrie nur sehr wenige Beobachtungen zur Bestimmung dieser Basislinie beitragen, und diese daher generell sehr schlecht bestimmt ist. Jedenfalls sollten dahingehend noch weiterreichende Untersuchungen durchgeführt werden.

Abb. 6-7 zeigt das zugehörige Histogramm mit den Verbesserungen der IVS-R1 Basislinien. Man erkennt, dass die Mehrheit der Basislinien mit den neuen Projektionsfunktionen verbessert wird und nur vier Basislinien im Vergleich zu NMF (zum Teil geringfügig) verschlechtert werden.

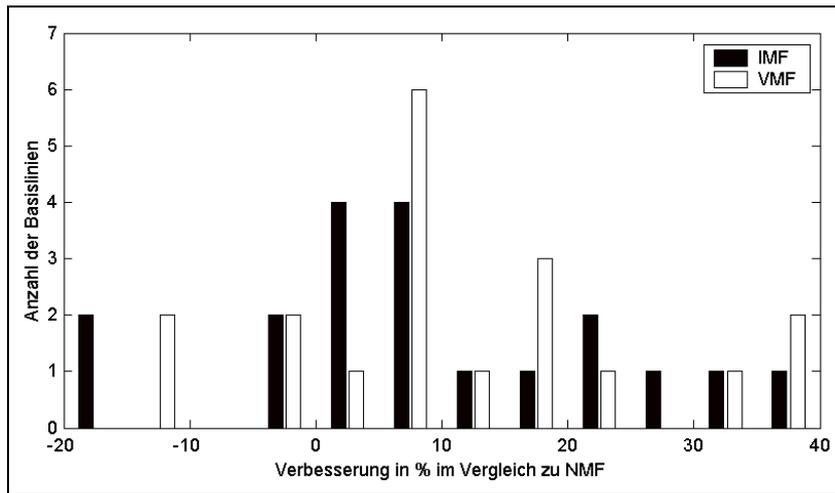


Abb. 6-7. Histogramm für die Verbesserungen der IVS-R1 Basislinien mit IMF und VMF(fast) im Vergleich zu NMF. Für vier Basislinien wird die Wiederholbarkeit schlechter, für die Mehrheit der Basislinien wird die Wiederholbarkeit aber klar besser.

6.2.4 Wiederholbarkeiten für IVS-R4

Die wöchentlichen IVS-R4 24h-Experimente finden ebenfalls seit Anfang Jänner 2002 statt, und zwar zumeist an den Donnerstagen. Auch hier sind in die Berechnung der Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen alle Experimente bis Ende August 2003 eingegangen, und ähnlich wie bei IVS-R1 sind auch hier keine Basislinien mit Gilmore Creek vor dem Erdbeben am 3. November 2002 und Tigo Concepcion verwendet worden.

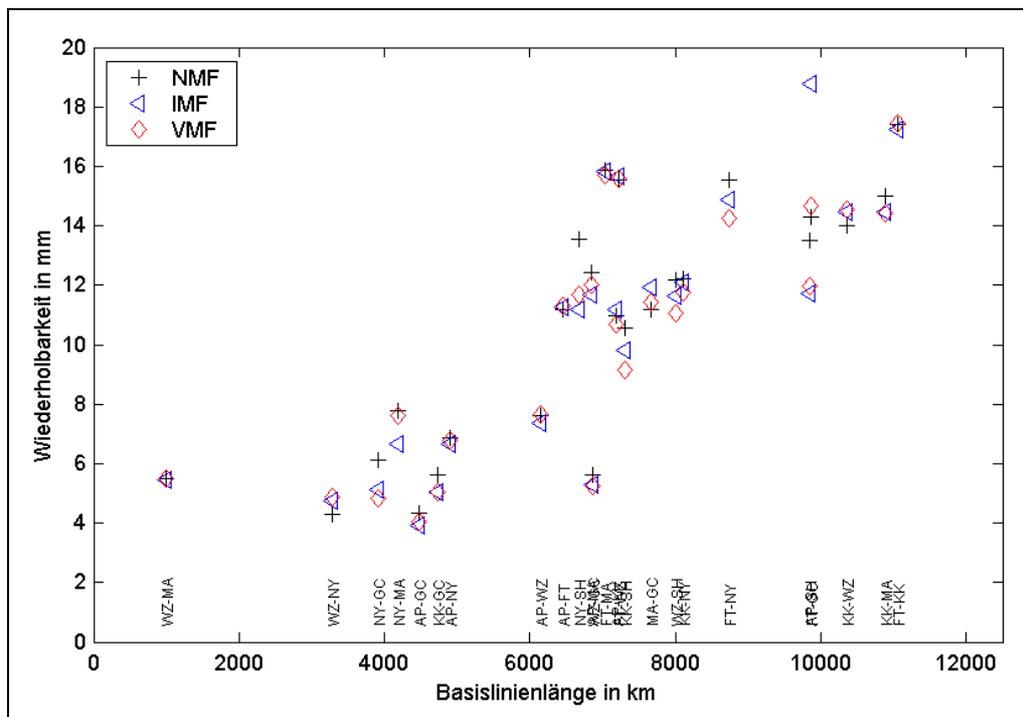


Abb. 6-8. Wiederholbarkeiten σ der Basislinienlängen aus den IVS-R4 Experimenten von Jänner 2002 bis August 2003 in Abhängigkeit von der Basislinienlänge in km. Die Verbesserung mit den neuen Projektionsfunktionen IMF und VMF(fast) ist nicht mehr so deutlich zu erkennen wie bei den IVS-R1 Experimenten (Abb. 6-6), dennoch werden rund drei Viertel der Basislinien verbessert. Für die Zuordnung der Basislinien zu den VLBI-Stationen sind die 2-letter IVS-Codes der Stationen angegeben.

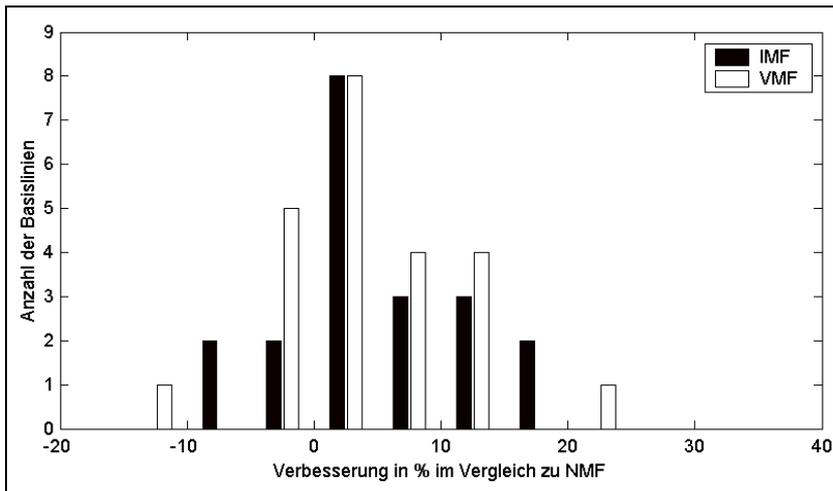


Abb. 6-9. Histogramm für die Verbesserungen der IVS-R4 Basislinien mit IMF und VMF(fast) im Vergleich zu NMF. Für vier (IMF) bzw. sechs (VMF(fast)) Basislinien wird die Wiederholbarkeit schlechter, für die Mehrheit der Basislinien wird die Wiederholbarkeit aber besser mit den neuen Projektionsfunktionen.

Die Verbesserung mit IMF und VMF(fast) gegenüber NMF ist nicht so deutlich zu erkennen wie bei den IVS-R1 Experimenten (Abb. 6-6), dennoch werden rund drei Viertel aller Basislinien verbessert. Ähnlich wie bei den IVS-R1 Experimenten ist die mittlere Verbesserung für IMF und VMF(fast) ungefähr gleich groß.

6.2.5 Wiederholbarkeiten für CONT02

Die Kampagne CONT02 besteht aus 15 aufeinanderfolgenden 24h-Experimenten in der zweiten Oktoberhälfte des Jahres 2002 mit acht VLBI-Stationen (siehe Anhang A.3). Abb. 6-10 zeigt die zugehörigen Wiederholbarkeiten mit den Projektionsfunktionen NMF, IMF und VMF(fast), und Abb. 6-11 beinhaltet das entsprechende Histogramm für die Verbesserungen δ_j . Daraus lässt sich erkennen, dass bei CONT02 die Verbesserungen mit VMF(fast) wesentlich größer sind als mit IMF.

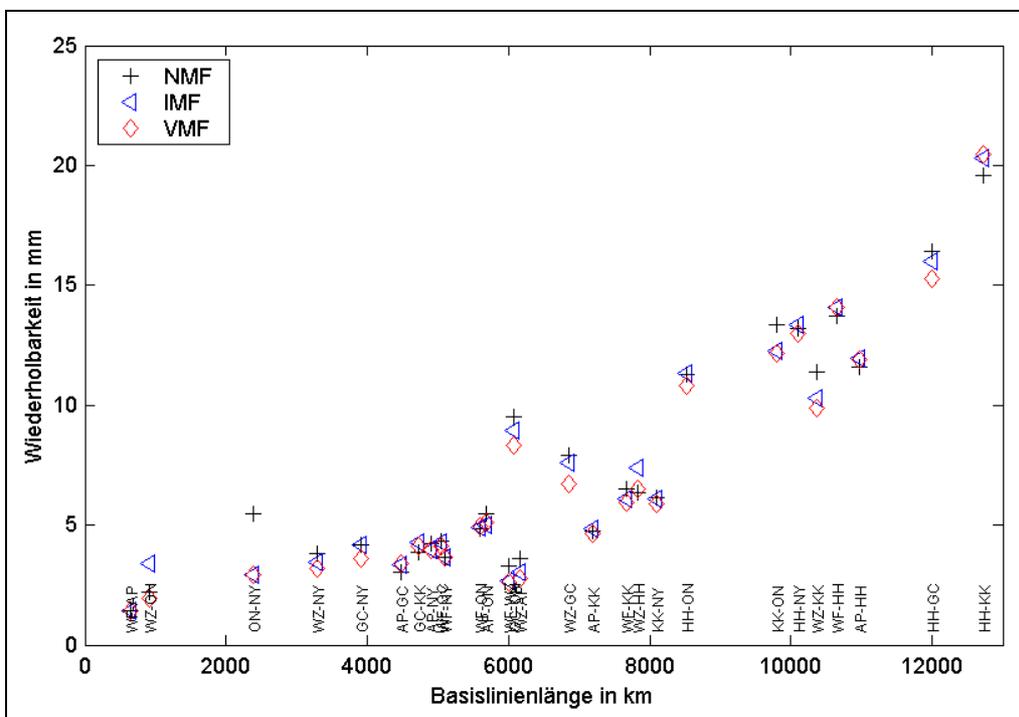


Abb. 6-10. Wiederholbarkeiten σ der Basislinienlängen aus den CONT02 Experimenten in der zweiten Oktoberhälfte 2002 in Abhängigkeit von der Basislinienlänge in km. Im Gegensatz zu den IVS-R1 und IVS-R4 Experimenten ist auch eine systematische Verbesserung mit VMF(fast) im Vergleich zu IMF zu erkennen. Für die Zuordnung der Basislinien zu den VLBI-Stationen sind die 2-letter IVS-Codes der Stationen angegeben.

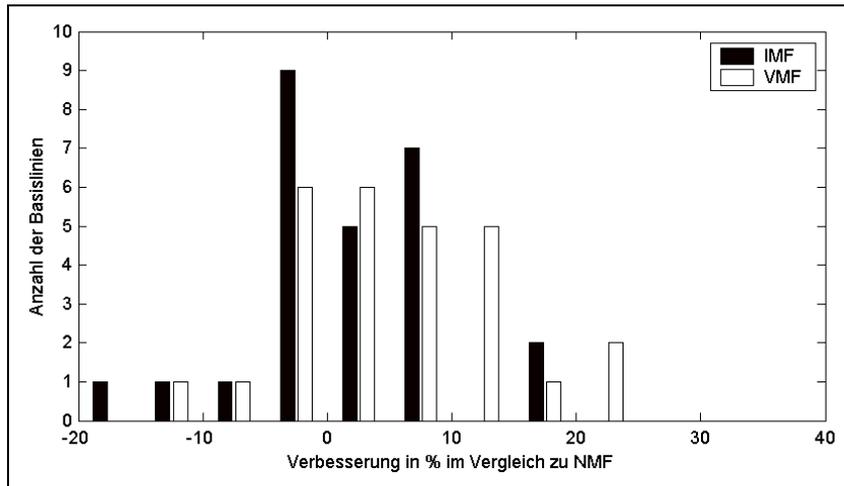


Abb. 6-11. Histogramm für die Verbesserungen der CONT02 Basislinien mit IMF und VMF(fast) im Vergleich zu NMF. Im Gegensatz zu IVS-R1 und IVS-R4 erkennt man bei CONT02 auch eine deutliche Verbesserung mit VMF(fast) im Vergleich zu IMF.

6.2.6 Zusammenfassung der Wiederholbarkeiten

Die Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen ermöglichen eine sehr gute Beurteilung v.a. der inneren Genauigkeit der Projektionsfunktionen.

Tab. 6.2-1 zeigt den Prozentsatz an verbesserten Basislinien, wenn IMF bzw. VMF(fast) anstelle von NMF verwendet werden. So z.B. werden 78% der IVS-R1 Basislinien mit VMF(fast) verbessert.

Tab. 6.2-2 gibt einen Überblick über die mittleren Verbesserungen mit den neuen Projektionsfunktionen. Man erkennt, dass, abgesehen von CONT02, die Verbesserungen für IMF und VMF(fast) ungefähr gleich groß sind und für IVS-R1 ~10% bzw. für IVS-R4 ~5% betragen. Nur bei CONT02 ist die Verbesserung mit IMF relativ klein (1.9 %).

Tab. 6.2-1. Prozentsatz der Basislinien mit besseren Wiederholbarkeiten im Vergleich zu NMF in %.

	CONT02	IVS-R1	IVS-R4
IMF	54 %	79 %	80 %
VMF(fast)	70 %	78 %	74 %

Tab. 6.2-2. Mittlere Werte der Verbesserungen in % (bezogen auf die Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen mit NMF). Die Wiederholbarkeiten für VMF(fast) sind dabei etwas besser als die für IMF. Die Verbesserung ist am größten für IVS-R1 mit VMF(fast).

	CONT02	IVS-R1	IVS-R4
IMF	1.9 %	9.5 %	4.5 %
VMF(fast)	5.2 %	11.2 %	4.4 %

6.3 Wiederholbarkeit von Stationshöhen für CONT02

Für CONT02 sind zusätzlich zu den Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen auch die Wiederholbarkeiten der Stationshöhen berechnet worden (Abb. 6-12). Dabei sind die horizontalen Stationskomponenten auf ITRF2000 fixiert und nur die Stationshöhen geschätzt worden. Bei dieser Auswertestrategie kommt der Einfluss der Projektionsfunktionen noch stärker zum Tragen. Diese Strategie ist aber für längere Zeiträume (z.B. IVS-R1 oder IVS-R4) nur sehr schwer durchzuführen, weil bei diesen Serien ständig andere Stationen an den Experimenten teilnehmen und daher das Beo-

bachtungsnetz ständig anders gelagert werden würde. Ein weiterer Nachteil ist natürlich auch, dass Fehler in den horizontalen Stationskomponenten die Ergebnisse beeinflussen können.

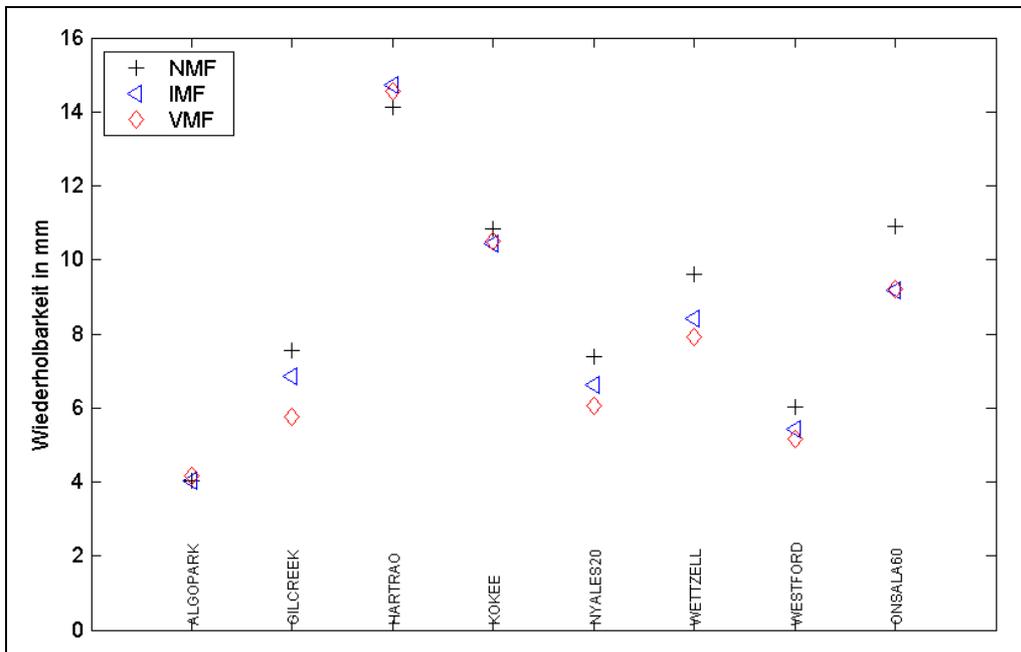


Abb. 6-12. Wiederholbarkeit der Stationshöhen in mm für CONT02. An 6 der 8 Stationen wird die Wiederholbarkeit der Höhenkomponenten zum Teil deutlich verbessert, nur an den Stationen Hartebeesthoek (HARTRAO, Südafrika) und Algonquin Park (ALGOPARK, Kanada) kommt es zu einer geringfügigen Verschlechterung.

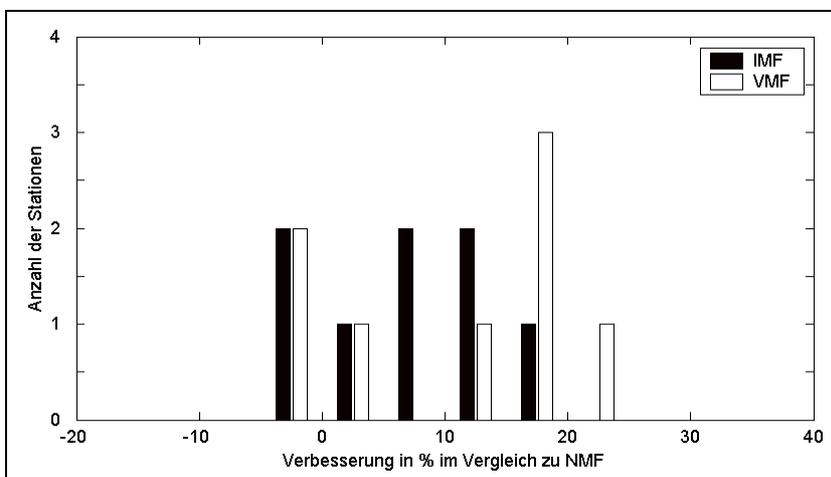


Abb. 6-13. Histogramm für die Verbesserungen der CONT02 Stationshöhen mit IMF und VMF(fast) im Vergleich zu NMF. Im Gegensatz zu IVS-R1 und IVS-R4 erkennt man bei CONT02 auch eine deutliche Verbesserung mit VMF(fast) im Vergleich zu IMF.

Abb. 6-12 und Abb. 6-13 zeigen allerdings auch, dass die Wiederholbarkeiten von zwei der acht Stationshöhen in CONT02 mit den neuen Projektionsfunktionen IMF und VMF(fast) geringfügig verschlechtert werden. Das könnte darauf zurückzuführen sein, dass das verwendete numerische Wettermodell von ECMWF für diese beiden Stationen in Südafrika und Alaska nicht sehr genau ist. Im Fall von Hartebeesthoek (Südafrika) würde diese Vermutung die Verschlechterung der längsten IVS-R1 Basislinie von Hartebeesthoek nach Gilmore Creek bestätigen (siehe Abb. 6-6).

6.4 Elevation angle cutoff tests

Ein anderes Kriterium für die Beurteilung der Genauigkeiten von Projektionsfunktionen sind die sogenannten 'elevation angle cutoff tests' (Herring, 1983). Diese Tests untersuchen das Verhalten von Basislinienlängen, wenn der Cutoff-Elevationswinkel verändert wird. Von hochgenauen Projektionsfunktionen würde man erwarten, dass sich die Längen der Basislinien nicht ändern, wenn der Cutoff-Elevationswinkel variiert wird.

Im Gegensatz zur Wiederholbarkeit der Basislinienlängen sind diese Tests in erster Linie ein Kriterium für die absolute Genauigkeit der Projektionsfunktionen. Eine mögliche Ursache für ein schlechtes Abschneiden der VMF(fast) beim 'cutoff elevation angle test' wäre ein fehlerhaftes Strahlverfolgungsprogramm, d.h. wenn z.B. die Strahlbrechung in der Atmosphäre systematisch falsch berechnet werden würde.

6.4.1 IVS-R1

Abb. 6-14 zeigt den 'cutoff elevation angle test' für IVS-R1 mit 10° und 5° Elevation: Die aufgetragenen Werte entsprechen den Differenzen der Basislinienlängen bei einem Cutoff-Elevationswinkel von 10° und denen bei 5° . Die Änderungen der Basislinienlängen selbst sind dabei immer kleiner als deren Wiederholbarkeiten (vgl. Abb. 6-6).

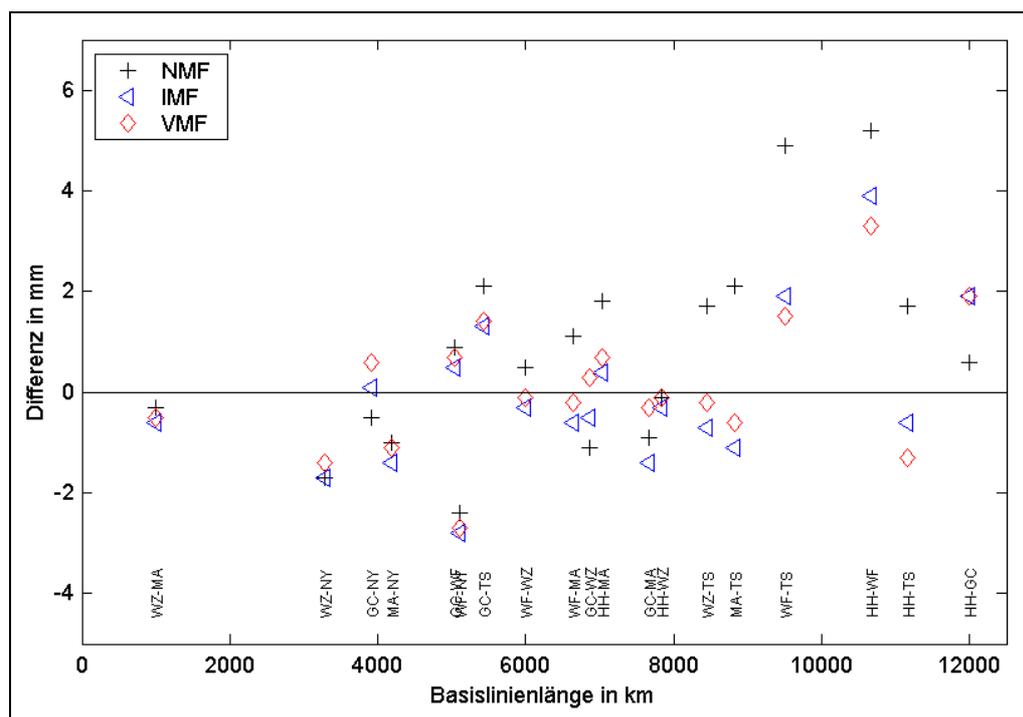


Abb. 6-14. 'Cutoff elevation angle test' (10° Cutoff-Winkel minus 5° Cutoff-Winkel) in Abhängigkeit von der Basislinienlänge in km für IVS-R1. Deutlich zu erkennen ist, dass die Differenzen für NMF zumeist über den zugehörigen Differenzen von IMF und VMF(fast) liegen.

In Abb. 6-14 erkennt man, dass die Differenzen für NMF zumeist über den Differenzen von IMF und VMF(fast) liegen. Da sich die mit verschiedenen Projektionsfunktionen bestimmten Basislinienlängen bei wachsendem Cutoff-Elevationswinkel ($> 10^\circ$) einander annähern, bedeutet das, dass die IVS-R1 Basislinienlängen bei einem Cutoff-Winkel von 5° mit IMF und VMF(fast) zumeist größer geschätzt werden als jene

mit NMF. Nach der in 6.1.3 angeführten Faustformel von Niell et al. (2001) ist das darauf zurückzuführen, dass die IMF- und VMF(fast)-Projektionsfunktionen bei 5° Elevation etwas größer sind als die NMF-Projektionsfunktionen. Abb. 6-15 zeigt das zugehörige Histogramm für die Differenzen bezogen auf die Differenzen von NMF (z.B. $[(VMF_{10^\circ} - VMF_{5^\circ}) - (NMF_{10^\circ} - NMF_{5^\circ})]$).

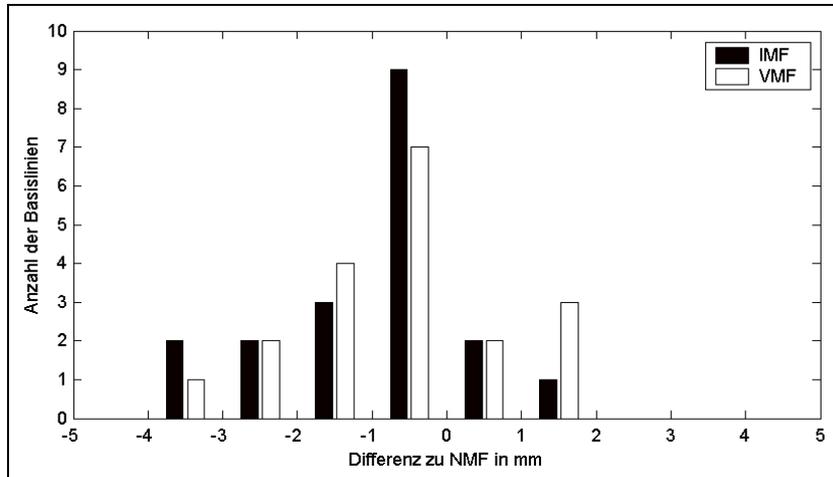


Abb. 6-15. Differenzen der Basislinienlängen (10° minus 5° Cutoff-Winkel) mit IMF und VMF(fast) bezogen auf die Differenzen mit NMF (vgl. Abb. 6-14). Die zumeist negativen Differenzen implizieren, dass die IVS-R1 Basislinienlängen bei einem Cutoff-Winkel von 5° mit IMF und VMF(fast) zumeist größer geschätzt werden als mit NMF (siehe Text).

Interessant in Abb. 6-14 ist auch, dass bei der längsten Basislinie von Hartebeesthoek (HH, Südafrika) nach Gilmore Creek (GC, Alaska, U.S.A.) die Differenz für NMF wieder deutlich kleiner ist als für IMF und VMF(fast). Ähnlich wie bei den Wiederholbarkeiten (Abb. 6-6) ist also auch beim 'cutoff elevation angle test' eine Verschlechterung für diese Basislinie mit IMF und VMF(fast) zu erkennen.

6.4.2 IVS-R4

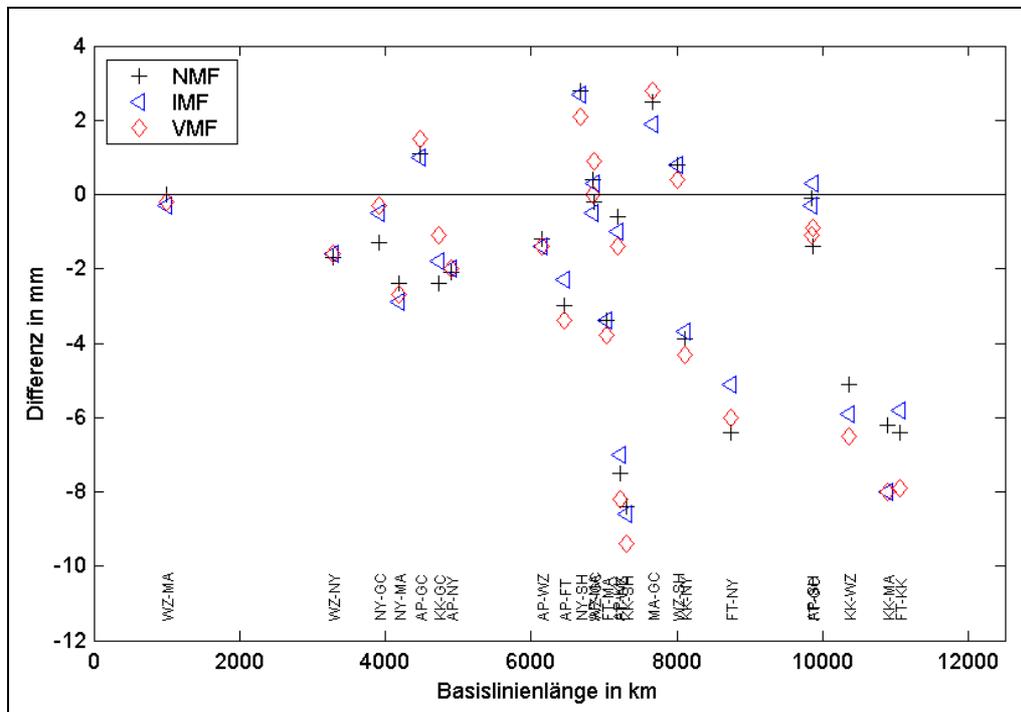


Abb. 6-16. 'Cutoff elevation angle test' (10° Cutoff-Winkel minus 5° Cutoff-Winkel) in Abhängigkeit von der Basislinienlänge in km für IVS-R4. Es ist zu erkennen, dass im Gegensatz zu IVS-R1 die Differenzen im Betrag größer sind, die Unterschiede zwischen den Projektionsfunktionen sind jedoch kleiner.

Abb. 6-16 zeigt den 'cutoff elevation angle test' für IVS-R4 mit den Cutoff-Elevationswinkeln 10° und 5° . Im Gegensatz zu IVS-R1 (Abb. 6-14) sind die Differenzen vom Betrag her größer (bis -10 mm), die Unterschiede zwischen den einzelnen Projektionsfunktionen sind allerdings kleiner als bei IVS-R1.

Auffallend ist auch, dass speziell für lange Basislinien die Differenzen negativ sind, was bedeutet, dass bei IVS-R4 die langen Basislinien mit allen Projektionsfunktionen bei einem Cutoff-Elevationswinkel von 10° kürzer geschätzt werden als bei 5° .

Abb. 6-17 zeigt das Histogramm für die Differenzen bezogen auf die Differenzen von NMF. Im Gegensatz zu IVS-R1 sind die Unterschiede zu NMF aber wesentlich kleiner, und die Verteilung erscheint nahezu normalverteilt.

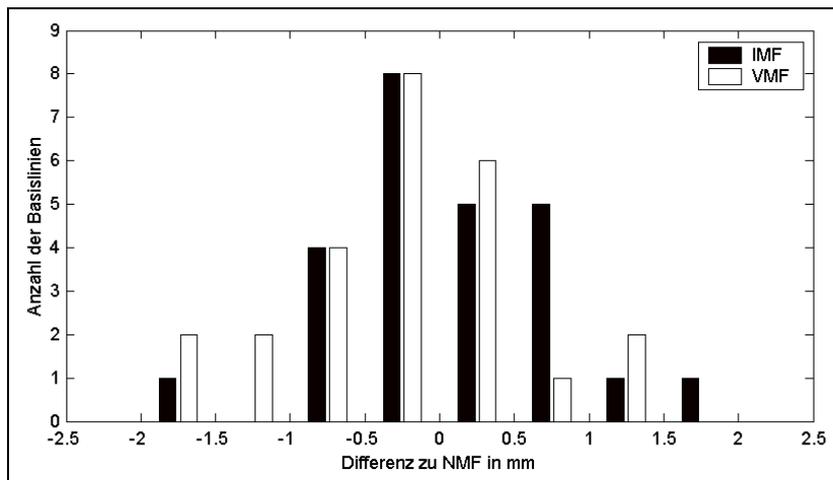


Abb. 6-17. Differenzen der Basislinienlängen (10° minus 5° Cutoff-Winkel) mit IMF und VMF(fast) bezogen auf die Differenzen mit NMF (vgl. Abb. 6-16) für IVS-R4. Die Unterschiede erscheinen hier normalverteilt.

6.4.3 CONT02

In Abb. 6-18 ist der 'cutoff elevation angle test' für CONT02 dargestellt, und zwar ebenfalls für die Cutoff-Elevationswinkel 10° und 5° .

Anhand der Basislinie von Kokee Park (KK, Hawaii, U.S.A.) nach Onsala (ON, Schweden) von knapp 10000 km Länge soll nun erklärt werden, wie die Differenz von rund $+3.6$ mm zwischen NMF und VMF(fast) in Abb. 6-18 zustande kommt:

$$\text{Gl. 6.4-1} \quad (NMF_{10^\circ} - NMF_{5^\circ}) - (VMF(\text{fast})_{10^\circ} - VMF(\text{fast})_{5^\circ}) = 3.6 \text{ mm} \quad \text{oder}$$

$$\text{Gl. 6.4-2} \quad (VMF(\text{fast})_{5^\circ} - NMF_{5^\circ}) - (VMF(\text{fast})_{10^\circ} - NMF_{10^\circ}) = 3.6 \text{ mm},$$

wenn der untere Index den jeweiligen Cutoff-Elevationswinkel bezeichnet.

➤ Zunächst werden Mittelwerte der hydrostatischen und feuchten Projektionsfunktionen während CONT02 bestimmt. Die entsprechenden Differenzen sind für beide Stationen etwa gleich groß, und sie sind in der 2. bzw. 4. Spalte von Tab. 6.4-1 für die Elevationen 10° und 5° dargestellt.

➤ Danach werden diese Differenzen in den Projektionsfunktionen mit 2000 mm und 100 mm hydrostatischer bzw. feuchter Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung in Laufzeitunterschiede in mm umgerechnet. Diese betragen bei 10° Elevation 3 mm und bei 5° Elevation 18 mm (Summe aus 3. und 5. Spalte in Tab. 6.4-1).

- Nach der Faustformel von Niell et al. (2001) können diese Unterschiede mit dem Faktor 1/3 in Höhenänderungen an den beiden Stationen umgerechnet werden. Für diese Untersuchungen werden jene Faktoren verwendet, die in Kapitel 6.1.3 gefunden worden sind (Tab. 6.1-1 und Tab. 6.1-2), also 0.2 für einen 5° bzw. 0.4 für einen 10° Cutoff-Elevationswinkel.
- An beiden Stationen erhält man daher eine Höhenänderung von rund +1.2 mm bei einem Cutoff-Elevationswinkel von 10° und rund +3.6 mm bei 5°, wenn man anstelle von NMF die Projektionsfunktion VMF(fast) verwendet (6. Spalte in Tab. 6.4-1.).

Elevation	VMFh(fast) – NMFh	Differenz bei 2000 mm ΔL_h^z	VMFw(fast) – NMFw	Differenz bei 100 mm ΔL_w^z	Einfluss auf Höhe in mm
10°	0.001	2 mm	0.01	1 mm	1.2 mm
5°	0.005	10 mm	0.08	8 mm	3.6 mm

Tab. 6.4-1. Mittlere Abweichung der Projektionsfunktionen VMF(fast) und NMF an der Stationen Onsala (Schweden) und Kokee Park (Hawaii, U.S.A.) während CONT02 für die Elevationswinkel 10° und 5°. Die 2. und 4. Spalte zeigen die Biases in den hydrostatischen bzw. feuchten Projektionsfunktionen, und die 3. und 5. Spalte beinhalten die zugehörigen Laufzeitverzögerung in mm bei 2000 mm hydrostatischer bzw. 100 mm feuchter Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung. Die 6. Spalte zeigt dann die entsprechenden Höhenänderungen an den Stationen (siehe Text).

- Projiziert man die Höhenänderungen nun auf die Richtung der Basislinie und addiert die Effekte an den beiden Stationen, dann erhält man eine Änderung der Basislinienlänge von 5.4 mm bei 5° bzw. 1.8 mm bei 10°, und man erkennt, dass Gl. 6.4-2 erfüllt ist.

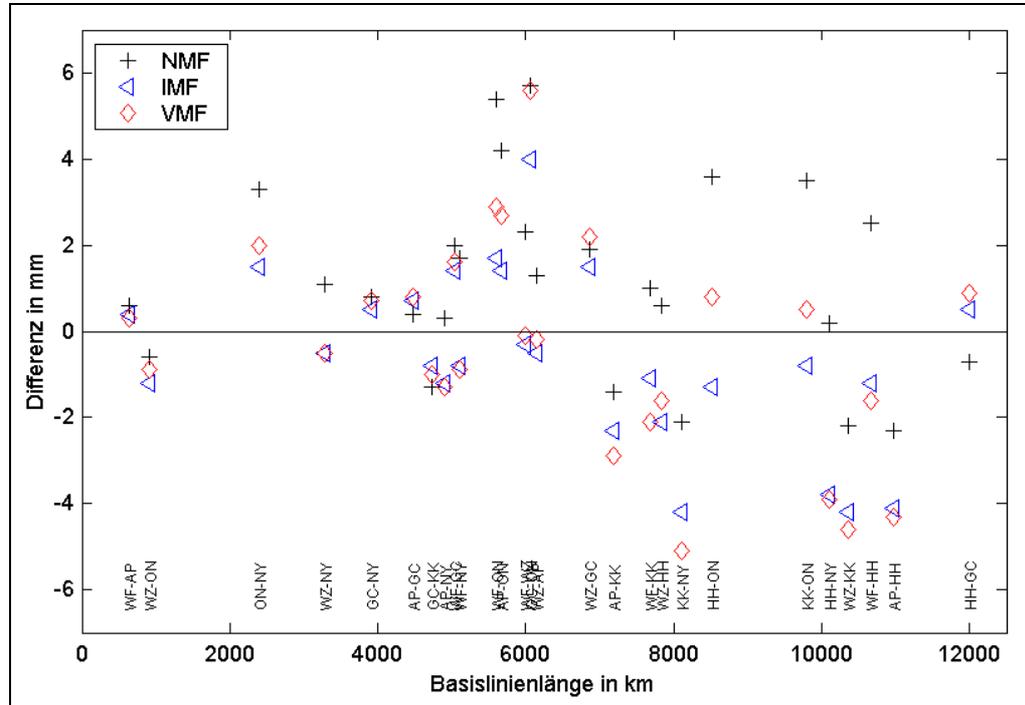


Abb. 6-18. 'Cutoff elevation angle test' (10° Cutoff-Winkel minus 5° Cutoff-Winkel) in Abhängigkeit von der Basislinienlänge in km für CONT02. Deutlich zu erkennen ist, dass die Differenzen für NMF zumeist über den zugehörigen Differenzen von IMF und VMF(fast) liegen.

Ähnlich wie bei IVS-R1 sind auch hier die Differenzen für NMF zumeist über den zugehörigen Differenzen von IMF und VMF(fast).

Zur Veranschaulichung dieser Systematik zeigt Abb. 6-19 das zugehörige Histogramm für die Differenzen bezogen auf die Differenzen von NMF.

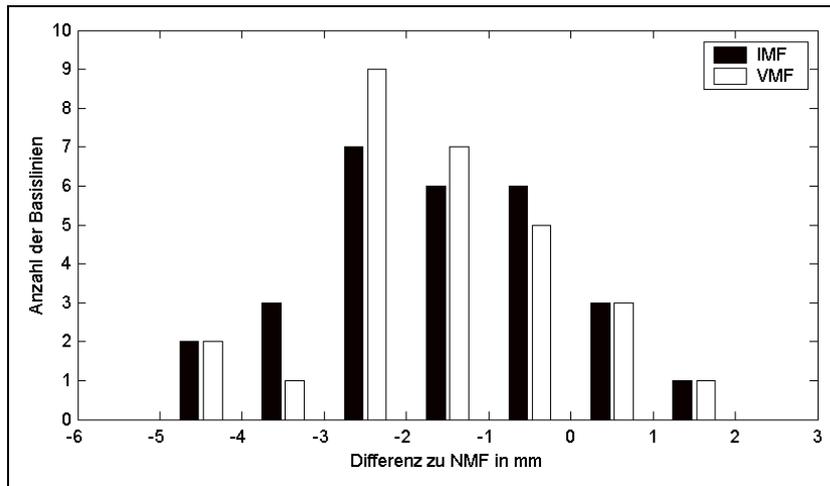


Abb. 6-19. Differenzen der Basislinienlängen (10° minus 5° Cutoff-Winkel) mit IMF und VMF(fast) bezogen auf die Differenzen mit NMF (vgl. Abb. 6-14).

6.4.4 Zusammenfassung der 'cutoff elevation angle tests'

Tab. 6.4-2 fasst die RMS-Differenzen der Basislinienlängen für IVS-R1, IVS-R4 und CONT02 zusammen, wenn der Cutoff-Elevationswinkel von 5° auf 10° erhöht wird. Daraus lässt sich jedenfalls keine Verbesserung mit IMF oder VMF(fast) gegenüber NMF ableiten.

Tab. 6.4-2. RMS-Differenzen in cm der Basislinienlängen aus den 'cutoff elevation angle tests' (10° minus 5°) für IVS-R1, IVS-R4 und CONT02 mit den Projektionsfunktionen NMF, IMF und VMF(fast).

	IVS-R1	IVS-R4	CONT02
NMF	0.91	1.86	1.56
IMF	0.65	1.86	1.39
VMF(fast)	0.57	2.10	1.65

Wie bereits erwähnt sind diese Tests sensitiv für systematische Fehler in den Projektionsfunktionen und daher Kriterien für deren äußere Genauigkeit. Mögliche Fehlerquellen sind:

- NMF: In die Berechnung der Koeffizienten der NMF-Projektionsfunktionen gehen nur der Tag des Jahres und die Breite als einfache Sinus-Funktionen ein. Daher erscheint es leicht denkbar, dass die NMF-Projektionsfunktionen in Gebieten, die von einem solch einfachen klimatischen Modell abweichen, signifikante Fehler aufweisen können. Außerdem geht in NMFw die Stationshöhe nicht ein, was bedeutet, dass die Zunahme der feuchten Projektionsfunktion mit der Stationshöhe nicht modelliert wird. Trotz des einfachen Modells schneidet aber NMF bei den 'cutoff elevation angle tests' erstaunlich gut ab.
- IMF: IMFw (smfw3) ist abhängig von der Anzahl und den Höhen der durch das numerische Wettermodell vorgegebenen Druckflächen. Jedes Wettermodell wird daher geringfügig andere Werte für smfw3 liefern.
- VMF: Die Genauigkeit von VMF (und IMF) ist abhängig von der Genauigkeit des zugrunde liegenden Wettermodells. In Gebieten, wo das Wettermodell nur sehr schlecht bestimmt ist, kann daher auch VMF systematische Fehler aufweisen. Die äußere Genauigkeit der VMF ist natürlich auch eng mit der Qualität des verwendeten Strahlverfolgungsprogramms verknüpft.

Betrachtet man Abb. 6-14 bis Abb. 6-19, so erkennt man u.a. zwei auffällige Merkmale bei den 'cutoff elevation angle tests':

- Bei den IVS-R1 und CONT02 Experimenten sind die Differenzen der Basislinienlängen (Cutoff-Winkel 10° minus Cutoff-Winkel 5°) für NMF zumeist positiver als für IMF und VMF(fast). Das bedeutet, dass bei einem Cutoff-Elevationswinkel von 5° die Basislinien mit IMF und VMF(fast) größer geschätzt werden als mit NMF. Bei IVS-R4 tritt dieses Phänomen zwar auch auf, die Unterschiede sind aber kleiner.
- Andererseits sind bei den IVS-R4 Experimenten im Gegensatz zu IVS-R1 und CONT02 die Differenzen der langen Basislinienlängen für alle Projektionsfunktionen teilweise stark negativ. Das bedeutet, dass bei IVS-R4 mit allen Projektionsfunktionen die Basislängen bei einem Cutoff-Winkel von 10° die Basislängen deutlich kürzer geschätzt werden als bei 5° .

Deswegen müssen in weiteren Untersuchungen die unterschiedlichen Beobachtungsstrategien für IVS-R1, IVS-R4 und CONT02 noch eingehender untersucht werden. Das beinhaltet auch, dass Plots von der Himmelsabdeckung mit Beobachtungen an den einzelnen Stationen angefertigt werden müssen. Aus der Verteilung von Azimut und Elevation der Beobachtungen kann dann versucht werden, Rückschlüsse auf Probleme bei der troposphärischen Modellierung zu ziehen.

Zusätzlich sollte auch untersucht werden, ob die derzeitigen Gradientenmodelle ausreichend sind oder für Teile dieser systematischen Effekte verantwortlich sein können.

7 Schlussfolgerungen und Ausblick

Die vorliegende Arbeit zeigt deutlich, dass die neuen Projektionsfunktionen (VMF und IMF), die auf Daten aus numerischen Wettermodellen basieren, eine wesentliche Genauigkeitssteigerung für die geodätische VLBI bringen. So werden die Wiederholbarkeiten der Basislinienlängen gegenüber der bisher meist verwendeten NMF für IVS-R1 um ~10% und für IVS-R4 um ~5% verbessert. Diese Wiederholbarkeiten sind in erster Linie ein Kriterium für die innere Genauigkeit der Projektionsfunktionen.

Die äußere Genauigkeit der Projektionsfunktionen kann sehr gut mit den 'cutoff elevation angle tests' (Herring, 1983) beurteilt werden, weil diese Tests systematische Fehler aufdecken können. Allerdings kann aus den hier vorliegenden Untersuchungen noch nicht der endgültige Schluss gezogen werden, dass die äußere Genauigkeit von IMF und VMF besser ist als von NMF. Das ist aber andererseits ein Zeichen dafür, dass NMF in Bezug auf längere Zeiträume bereits von sehr hoher Qualität ist. Dennoch sollten in diesem Zusammenhang die Projektionsfunktionen auch aus anderen Wettermodellen als ECMWF berechnet und zur Validierung herangezogen werden.

Es soll aber nicht der Eindruck entstehen, dass alleine die Projektionsfunktionen für die Abweichungen beim 'cutoff elevation angle test' verantwortlich sind, denn es gibt eine Reihe weiterer möglicher Fehlerquellen, wengleich diese nicht immer elevationsabhängig sind (z.B. instrumentelle Fehler).

So müssen sich zukünftige Untersuchungen der troposphärischen Laufzeitverzögerungen auch mit den azimutalen Asymmetrien befassen. Numerische Wettermodelle wie die des ECMWF können nämlich dazu verwendet werden, verbesserte Gradientenmodelle aufzustellen.

Die Untersuchungen in Kapitel 6 zeigen keine signifikanten Verbesserungen mit VMF im Vergleich zu IMF, obwohl vom zugrunde liegenden Modell her die VMF bessere Ergebnisse liefern müsste. Endgültige Aussagen darüber müssen allerdings noch abgewartet werden, da bei der VMF erst seit August 2003 die bestmögliche räumliche Auflösung verwendet worden ist (siehe Anhang A.1). Außerdem werden zukünftige Verbesserungen der ECMWF-Daten einen größeren Einfluss auf VMF als auf IMF haben.

Die vorliegenden Untersuchungen mit den neuen Projektionsfunktionen VMF und IMF waren jedenfalls so erfolgreich, dass am Institut für Geodäsie und Geophysik der TU Wien ein Service für die Bereitstellung der Parameter für die Projektionsfunktionen eingerichtet worden ist. Diese Parameter werden regelmäßig aus ECMWF-Daten berechnet und können für nicht-kommerzielle Zwecke verwendet werden. Die Datensätze sind im Anhang A.1 beschrieben, und der Zugang zu den Daten erfolgt über die Webpage <http://www.hg.tuwien.ac.at/~ecmwf>.

Für das GPS stehen die Parameter der IMF auf einem globalen Raster zur Verfügung, und für alle VLBI-Stationen sind außerdem die Parameter für VMF(fast) seit 1979 berechnet worden. Mehr Details findet man im Anhang A.1.

Ähnliche Untersuchungen wie in Kapitel 6 für die VLBI sollen in nächster Zeit auch für das GPS durchgeführt werden. Entsprechend große Verbesserungen sind dabei allerdings nicht zu erwarten, da die tiefen Beobachtungen bei GPS aufgrund von Phasenzentrumsvariationen und Mehrwegeeffekten schwierig zu handhaben sind.

A.1 ECMWF-Daten

Das ECMWF ('European Centre for Medium-Range Weather Forecasts') ist ein Zusammenschluss von 24 europäischen Staaten zur gemeinsamen Wettervorhersage. Außerdem verfügt dieses Zentrum mit Sitz in Reading (England) über Archive mit verschiedensten meteorologischen Datensätzen der letzten Jahrzehnte. Über den österreichischen Partner des ECMWF, die Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik (ZAMG), hat das Institut für Geodäsie und Geophysik der TU Wien dankenswerterweise Zugang zu diesen Daten, und kann sie auch für die Zwecke der troposphärischen Modellierung verwenden.

A.1.1 Verwendete Datensätze

Aus den zahlreichen zur Verfügung stehenden Datensätzen des ECMWF werden für die Berechnung der Projektionsfunktionen, die auf numerischen Wettermodellen basieren, zwei Klassen von Daten verwendet. Zum einen sind das die Druckflächendaten ('pressure level data') der 40-jährigen 'Re-Analyse' (ERA-40), und zum anderen die operationellen Druckflächendaten, die täglich für den Vortag gerechnet werden. Beide Datensätze sind mit einer zeitlichen Auflösung von 6 Stunden gegeben.

Tab. A.1-1. Spezifikation des ERA-40 und des operationellen Datensatzes.

	ERA-40	operationell
zeitliche Auflösung	6 h	6 h
räumliche Auflösung	~ 1.1°	~ 0.3° seit 2001
Druckflächen	23 Flächen: 1, 2, 3, 5, 7, 10, 20, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 600, 700, 775, 850, 925, 1000 hPa	21 Flächen: 1, 2, 3, 5, 7, 10, 20, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 700, 850, 925, 1000 hPa

Tab. A.1-2. ECMWF-Datensätze für die Parameter der IMF und VMF.

	IMF	VMF
doy 1 in 1979 - doy 365 in 2001	2.5° x 2.0° ERA-40 Re-Analysis Druckflächendaten (15 Flächen von 1000 bis 10 hPa)	2.5° x 2.0° ERA-40 Re-Analysis Druckflächendaten (15 Flächen von 1000 bis 10 hPa)
doy 1 in 2002 - doy 238 in 2003	2.5° x 2.0° operational Druckflächendaten (15 Flächen von 1000 bis 10 hPa)	2.5° x 2.0° operationelle Druckflächendaten (15 Flächen von 1000 bis 10 hPa)
doy 239 in 2003 - jetzt		operationelle Druckflächendaten (21 Flächen von 1000 bis 1 hPa, Auflösung ~0.3°)

Für die Berechnung der Parameter der IMF (z_{200} , $smfw_3$) und der VMF(fast) (a_h , a_w) bis zum 26. August 2003 (doy 238 in 2003) werden die ERA-40 Daten verwendet, und zwar mit einer räumlichen Auflösung von 2.5° x 2.0° (Ost/West x Nord/Süd) und mit 15 Druckflächen (10, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 700, 850, 925, 1000 hPa). Die Parameter der IMF werden auf einem globalen 2.5° x 2.0° Raster berechnet, die Koeffizienten der VMF hingegen für alle VLBI-Stationen, jedoch nicht auf einem globalen Raster.

Für die Berechnung der Projektionsfunktionen ab dem 27. August 2003 werden die operationellen Datensätze verwendet, weil mit diesen die Berechnung der Parameter automatisiert werden kann. Die Parameter der IMF werden dabei wieder für ein 2.5° x 2.0° Gitternetz berechnet (mit denselben 15 Druckflächen). Die Berechnung der

Koeffizienten der VMF erfolgt weiterhin nur für ausgewählte Stationen (VLBI-Stationen), nun aber mit der bestmöglichen räumlichen ($\sim 0.3^\circ$) und vertikalen (21 Druckflächen) Auflösung. Tab. A.1-2 gibt einen Überblick der ECMWF-Datensätze, wie sie für die Berechnung der IMF und VMF verwendet werden. Diese Parameter werden vom Institut für Geodäsie und Geophysik auch auf einer eigenen Webpage zur Verfügung gestellt. Die Adresse lautet www.hg.tuwien.ac.at/~ecmwf.

Für die Berechnung der Laufzeitverzögerung bzw. der Refraktivität benötigt man 4D-Modelle des Drucks, der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit. Im Folgenden wird beschrieben werden, was speziell bei der Behandlung der Höhe und der Feuchtigkeit zu beachten ist.

A.1.2 Höhe

Wetterdienste wie das ECMWF stellen ihre meteorologischen Parameter (u.a. Druck, Temperatur und spezifische Feuchte) für verschiedene Höhen zur Verfügung. Deren Berechnung erfolgt in Potentialdifferenzen bezogen auf das Geoid, das ungefähr der mittleren Meeresoberfläche entspricht. Die Einheit dieser Potentialdifferenzen C ist m^2/s^2 . Um zu üblicheren Höhen in m zu kommen, dividieren die Meteorologen die Potentialdifferenzen gerne durch den konstanten Schwerewert $g_N = 9.80665 \text{ m/s}^2$ und erhalten somit die 'geopotentielle Höhe' gph in geopotentiellen Metern gpm .

$$\text{Gl. A.1-1} \quad gph = \frac{C}{g_N}$$

Mit der geographischen Breite φ und der 'geometrischen Höhe' z gilt (Kraus, 2001):

$$\text{Gl. A.1-2} \quad gph = \frac{1}{g_N} \int_0^z g(\varphi, z) dz \approx \frac{1}{g_N} g\left(\varphi, \frac{z}{2}\right) z$$

Verwendet man nun die Schwereformel

$$\text{Gl. A.1-3} \quad g(\varphi, z) = g_N \left(1 - 0.0026373 \cos(2\varphi) + 0.0000059 \cos^2(2\varphi)\right) \cdot \left(1 - 3.14 \cdot 10^{-7} z\right),$$

dann ergibt sich für die geopotentielle Höhe:

$$\text{Gl. A.1-4} \quad gph = \left(1 - 0.0026373 \cos(2\varphi) + 0.0000059 \cos^2(2\varphi)\right) \cdot \left(1 - 1.57 \cdot 10^{-7} z\right) \cdot z$$

In Gl. A.1-4 wird also die Schwere in halber Höhe anstelle des integralen Mittelwertes der Schwere von 0 bis z verwendet.

Um obige Gleichungen mit tatsächlichen Schwerewerten zu kontrollieren, werden exemplarisch die Werte des Geopotentialmodells EGM96 über der Station Wettzell untersucht. Dabei werden zunächst für bestimmte ellipsoidische Höhen über dem GRS80-Ellipsoid die Werte des Schwerepotentials bestimmt (Gravitationspotential +

Fliehkraftpotential). Um Potentialdifferenzen zu erhalten, wird das Potential in der Höhe des Geoids (mittlere Meeresoberfläche) abgezogen (4. Spalte in Tab. A.1-3). Somit verfügt man über eine exakte Zuordnung zwischen orthometrischen (= ellipsoidische Höhe minus Geoidundulation) und geopotentiellen Höhen. Außerdem sind in der letzten Spalte der Tab. A.1-1 auch die geometrischen Höhen z gegeben, die aus den geopotentiellen Höhen mit der Umkehrung der Gl. A.1-4 bestimmt werden können.

Tab. A.1-3. Ellipsoidische Höhen (1.Spalte), orthometrische Höhen (2. Spalte, Geoidundulation = 46.9 m) und Schwerepotential (Gravitationspotential + Fliehkraftpotential) aus dem Geopotentialmodell EGM96. Daraus werden die Potentialdifferenzen zum Geoid bestimmt (4. Spalte) und mit diesen dann die geopotentiellen Höhen (5. Spalte) und die geometrischen Höhen z (6. Spalte) berechnet.

ellipsoidische Höhe in m	orthometrische Höhe in m	Schwerepot. aus EGM96 in m^2/s^2	Potentialdiff. zum Geoid in m^2/s^2	gpm in m	geom. Höhe z in m
0	-46.9	62637317	-460	-46.9	-46.9
46.9	0	62636857	0	0	0
100	53.1	62636336	521	53.2	53.1
200	153.1	62635355	1502	153.2	153.1
300	253.1	62634374	2483	253.2	253.1
500	453.1	62632412	4445	453.3	453.1
669.1	622.3	62630753	6104	622.4	622.3
1000	953.1	62627508	9349	953.4	953.1
2000	1953.1	62617702	19155	1953.3	1953.1
3000	2953.1	62607900	28958	2952.9	2953.1
5000	4953.1	62588304	48554	4951.1	4953.1
7000	6953.1	62568720	68138	6948.1	6953.1
10000	9953.1	62539367	97490	9941.2	9953.1
15000	14953.1	62490508	146350	14923.5	14953.2
20000	19953.1	62441725	195133	19898	19953.2
30000	29953.1	62344388	292469	29823.6	29953.5
40000	39953.1	62247356	389501	39718.1	39954.1

Man erkennt, dass die geometrischen Höhen z wesentlich näher bei den orthometrischen Höhen liegen als die geopotentiellen Höhen. So ist in 40 km Höhe die Abweichung der geometrischen Höhen gerade 1 m, die Abweichung der geopotentiellen Höhe aber bereits über 200 m.

Für die Berechnung der Laufzeitverzögerungen im Strahlverfolgungsprogramm (Anhang A.2) ist es daher unbedingt notwendig, die geopotentiellen Höhen in geometrischen Höhen nach Gl. A.1-4 umzurechnen, um höchste Genauigkeiten zu erreichen.

A.1.3 Feuchte

Die Umrechnung der spezifischen Feuchte s in kg/kg in den Wasserdampfdruck e in hPa erfolgt streng genommen mit:

$$\text{Gl. A.1-5} \quad e = s \cdot \frac{p}{\left(\frac{m_w}{m_d} + \left(1 - \frac{m_w}{m_d} \right) \cdot s \right)} = s \cdot \frac{p}{(0.622 + 0.378 \cdot s)}$$

Für die Zwecke in dieser Arbeit reicht aber auch die Näherungsformel

$$\text{Gl. A.1-6} \quad e = s \cdot \frac{p}{0.622}$$

aus.

A.2 Strahlverfolgung

In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie man unter der Annahme azimuthaler Symmetrie aus Radiosonden- bzw. Druckflächendaten Werte für die hydrostatische und feuchte Projektionsfunktion bestimmen kann. Außerdem fällt bei dieser Berechnung der Wert der Strahlbrechung in der Atmosphäre an. Im Folgenden wird nun zwar auf die Druckflächendaten des ECMWF (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts) Bezug genommen, die Überlegungen gelten aber ganz analog auch für Radiosondendaten oder Daten von anderen Wettermodellen (NCEP, DAO).

A.2.1 Erhöhung der vertikalen Auflösung

Gegeben seien die geometrischen Höhen in m (siehe Anhang A.1), die Temperaturen T in Kelvin und Werte für den Dampfdruck e in hPa zu 15 verschiedenen Druckflächen. Die Druckwerte in hPa sind üblicherweise 10, 30, 50, 70, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 700, 850, 925 und 1000 hPa und erstrecken sich ungefähr von der Erdoberfläche (1000 hPa) bis in eine Höhe von ~30 km (10 hPa). Um nun die Strahlverfolgung mit ausreichender Genauigkeit rechnen zu können, müssen die Schrittweiten für die Integration (Abstände zwischen den Druckflächen) verringert werden, und außerdem müssen oberhalb der 10 hPa Druckfläche noch weitere Werte angehängt werden, da diese für die Strahlbrechung und die hydrostatische Laufzeitverzögerung von Bedeutung sind. Nach Rocken et al. (2001) werden höhenabhängige Schrittweiten verwendet (Tab. A.2-1). Liegt die Stationshöhe auf Meeresebene, dann werden die meteorologischen Daten für ungefähr 1000 Schichten berechnet.

Tab. A.2-1 Schrittweiten für die Strahlverfolgung durch die Druckflächendaten nach Rocken et al. (2001).

zwischen	Schrittweite
0 km - 2 km	10 m
2 km - 6 km	20 m
6 km - 16 km	50 m
16 km - 36 km	100 m
36 km - 136 km	500 m

Die Interpolation für die Temperatur erfolgt linear zwischen den vorgegebenen Werten an den 15 Druckflächen, und oberhalb der 10 hPa Druckfläche werden die Temperaturwerte linear in einem Standardmodell interpoliert (Tab. A.2-2).

Tab. A.2-2. Standardmodell für die Temperatur ab einer Höhe von 25 km.

Höhe in km	25	50	80	100	130	150
Temp. in K	220	268	200	210	533	893

Die Bestimmung der Werte für den Dampfdruck e erfolgt durch Interpolation mit einem exponentiellen Ansatz:

$$\text{Gl. A.2-1} \quad e = e_0 \cdot \exp^{(h-h_0)/c}$$

Dabei bezeichnen e_0 und h_0 den Wert des Dampfdruckes bzw. die Höhe der nächsten Druckfläche und c einen Koeffizienten, der aus den Werten des Dampfdruckes an

den beiden nächstgelegenen Druckflächen (einer oberhalb und einer unterhalb) bestimmt worden ist. Oberhalb der höchsten vorgegebenen Druckfläche wird e gleich null gesetzt.

Die Bestimmung der Werte des totalen Druckes p erfolgt unter Zuhilfenahme der hypsometrischen Gleichung

$$\text{Gl. A.2-2} \quad h - h_0 = \frac{R_d \cdot T_v}{g} \ln \frac{p_0}{p}$$

mit der virtuellen Temperatur

$$\text{Gl. A.2-3} \quad T_v = T \cdot \frac{p}{\left(p - \left(1 - \frac{M_w}{M_d} \right) e \right)}$$

und der spezifischen Gaskonstanten $R_d = R/M_d$. (M_d und M_w bezeichnen die molaren Massen der trockenen Anteile der Atmosphäre bzw. des Wassers.) Der Index 0 in Gl. A.2-2 bezeichnet dabei immer die nächstgelegene Druckfläche, und die Werte der virtuellen Temperatur T_v und der Schwere g (nach Gl. A.1-3) werden immer für die mittlere Höhe $(h + h_0)/2$ ausgewertet. Die MATLAB Funktion zur Erhöhung der vertikalen Auflösung 'increment.m' ist ebenfalls beigelegt. In Abb. A.2-1 ist ein Beispiel für die Erhöhung der vertikalen Auflösung zu sehen.

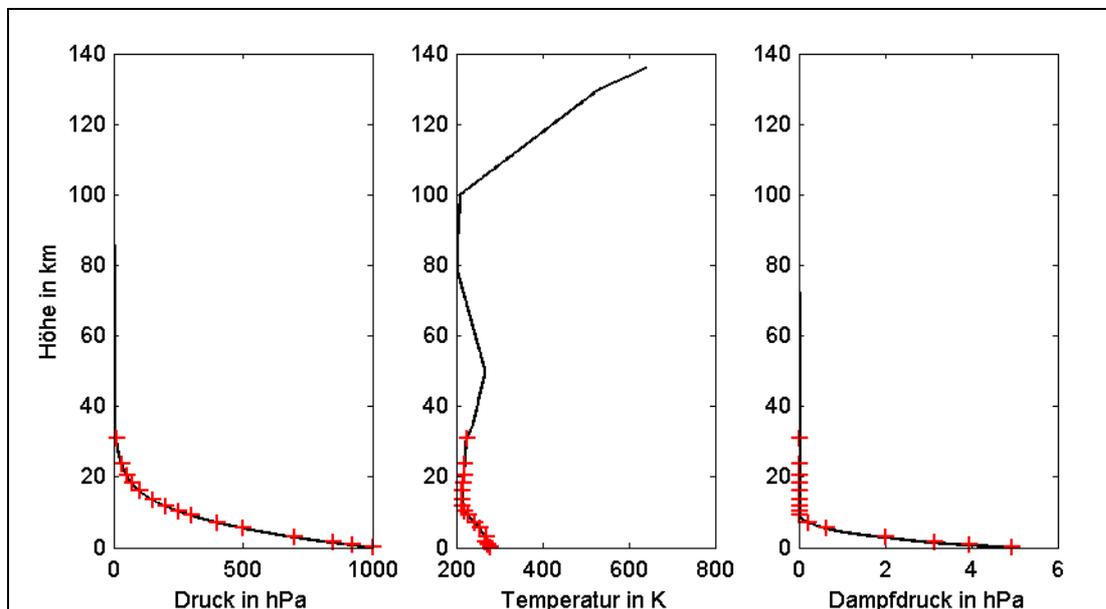


Abb. A.2-1. ECMWF-Druckflächendaten für die VLBI-Station Algonquin Park (Kanada) am 15. Oktober 2002 um 0:00 UT. Die Kreuze kennzeichnen die 15 Druckflächenwerte für die Temperaturen, Druck- und Dampfdruckwerte. Dazwischen und bis in eine Höhe von 136 km wurde inter- bzw. extrapoliert.

A.2.2 Bestimmung der Refraktivität

An den rund 1000 Höhen müssen nun die hydrostatische, die feuchte und die totale Refraktivität bestimmt werden. Die ersten beiden sind für die jeweilige Laufzeitverzögerung von Bedeutung, die totale Refraktivität wird für die Strahlbrechung benötigt. Zunächst werden die Dichten der trockenen (Gl. A.2-4) und feuchten Anteile (Gl. A.2-5) für jede Höhe h bestimmt:

$$\text{Gl. A.2-4} \quad \rho_d = (p - e) \frac{M_d}{R} \frac{1}{T}$$

$$\text{Gl. A.2-5} \quad \rho_w = e \frac{M_w}{R} \frac{1}{T}$$

Dabei bezeichnet R die allgemeine Gaskonstante und M_d bzw. M_w die molaren Massen der trockenen und feuchten Anteile. Die Gesamtdichte berechnet sich dann als Summe der trockenen und feuchten Dichten:

$$\text{Gl. A.2-6} \quad \rho = \rho_d + \rho_w$$

Nun kann mithilfe der Gesamtdichte die hydrostatische und die feuchte Refraktivität bestimmt werden. Es ist dabei zu beachten, dass aufgrund des Unterschiedes zwischen der hydrostatischen und trockenen Anteile die feuchten Terme für die Dichte (Gl. A.2-5) und die Refraktivität (Gl. A.2-8) einander nicht entsprechen:

$$\text{Gl. A.2-7} \quad N_h = k_1 \frac{M_d}{R} \rho$$

$$\text{Gl. A.2-8} \quad N_w = k_3 \frac{e}{T^2} + k'_2 \frac{e}{T}$$

Die Koeffizienten k_1 , k'_2 und k_3 sind empirisch bestimmte Koeffizienten (siehe Kapitel 3). Die Gesamtrefraktivität berechnet sich dann wieder als Summe der Teilrefraktivitäten. Es gilt, wenn n den Brechungsindex bezeichnet:

$$\text{Gl. A.2-9} \quad N = (n - 1) \cdot 10^6 = N_h + N_w$$

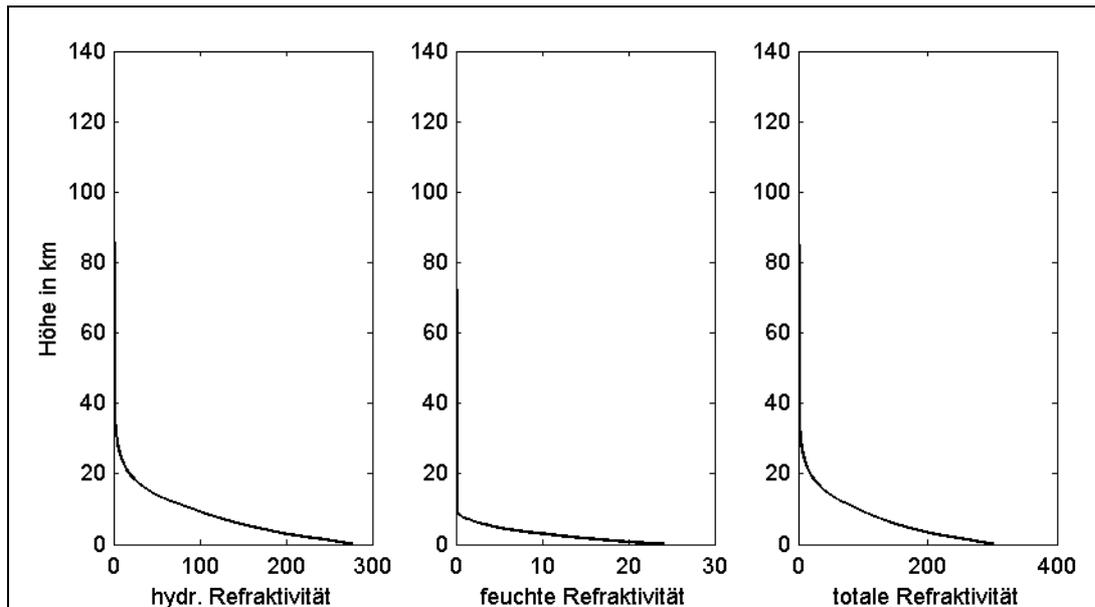


Abb. A.2-2. Werte der hydrostatischen, feuchten und totalen Refraktivität, berechnet an rund 1000 Höhen für die VLBI-Station Algonquin Park (Kanada) am 15. Oktober 2002 um 0:00 UT. Obwohl die Refraktivitäten schon ab einer Höhe von rund 30 km sehr klein werden, ist deren Berücksichtigung bis in Höhen von mehr als 100 km von Bedeutung.

Schließlich werden noch die Profile für die Refraktivitäten an der tatsächlichen Stationshöhe abgeschnitten, sodass keine Schichten zur Bestimmung der Laufzeitverzögerungen betragen, die unter der Erdoberfläche liegen.

A.2.3 Berechnung der Strahlverfolgung

Zunächst sei wiederholt, welche Daten zur Verfügung stehen (vgl. Abb. A.2-3): An k Punkten (~ 1000) sind die totalen, hydrostatischen und feuchten Refraktivitäten bekannt. Daraus können für die $(k-1)$ Schichten dazwischen die totalen (N_h) und feuchten (N_w) Refraktivitäten und die totalen Brechungsindizes n durch Mittelbildung bestimmt werden:

$$\text{Gl. A.2-10} \quad N_{hi}, N_{wi}, n_i \quad \dots \quad i = 1, \dots (k-1)$$

Weiters sollen im Folgenden die Größen r die Abstände der Punkte vom Erdmittelpunkt bezeichnen. Es gilt, wenn r_0 den Erdradius bezeichnet:

$$\text{Gl. A.2-11} \quad r_i = r_0 + h_i \quad \dots \quad i = 1, \dots k$$

Ist nun an der Station der Elevationswinkel e_1 vorgegeben, so folgt für den ersten Punkt P_1 auch:

$$\text{Gl. A.2-12} \quad \theta_1 = e_1$$

Die Entfernung zum zweiten Punkt folgt dann aus:

$$\text{Gl. A.2-13} \quad s_1 = -r_1 \sin \theta_1 + \sqrt{r_2^2 - r_1^2 \cos^2 \theta_1}$$

Die geozentrischen Koordinaten der beiden ersten Punkte lauten

$$\begin{aligned} \text{Gl. A.2-14} \quad z_1 &= r_1 & y_1 &= 0 \\ z_2 &= z_1 + s_1 \sin e_1 & y_2 &= y_1 + s_1 \cos e_1, \end{aligned}$$

und die zugehörigen Winkel im Geozentrum sind:

$$\begin{aligned} \text{Gl. A.2-15} \quad \eta_1 &= 0 \\ \eta_2 &= \arctan(y_2/z_2) \end{aligned}$$

Damit können im Punkt P_2 unter Verwendung des Brechungsgesetzes von Snellius die Winkel θ_2 und e_2 berechnet werden:

$$\text{Gl. A.2-16} \quad \theta_2 = \arccos\left(\frac{n_1}{n_2} \cos(\theta_1 + \eta_2)\right)$$

$$\text{Gl. A.2-17} \quad e_2 = \theta_2 - \eta_2$$

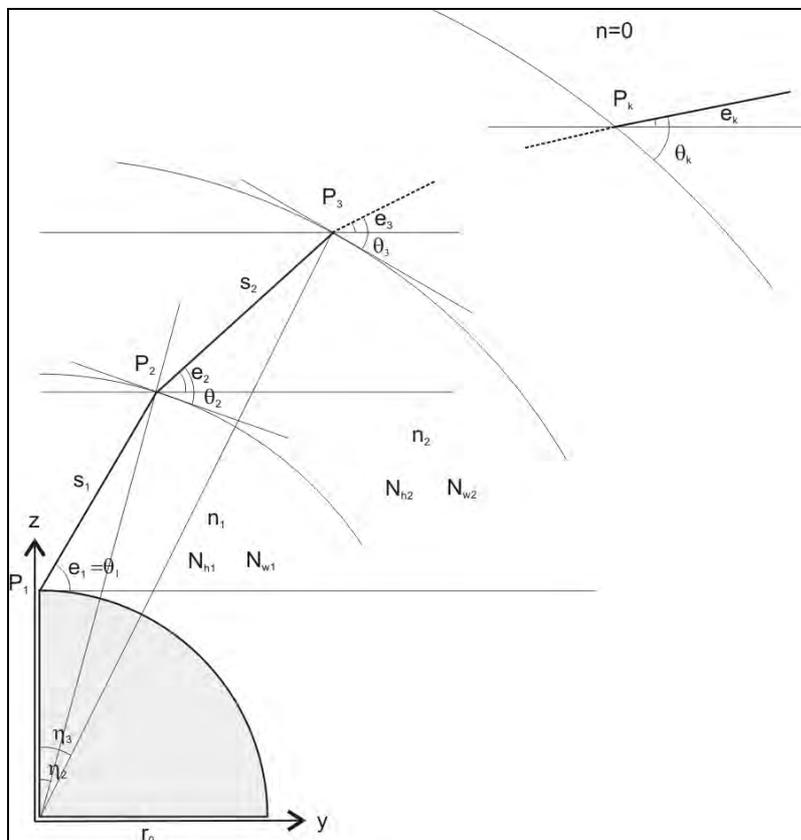


Abb. A.2-3. Schematische Darstellung der Strahlverfolgung.

Für alle weiteren Schichten kann dann eine Schleife i angelegt werden, welche die Werte von 2 bis $(k-1)$ durchläuft:

$$\text{Gl. A.2-18} \quad s_i = -r_i \sin \theta_i + \sqrt{r_{i+1}^2 - r_i^2 \cos^2 \theta_i}$$

$$\text{Gl. A.2-19} \quad z_{i+1} = z_i + s_i \sin e_i \quad y_{i+1} = y_i + s_i \cos e_i$$

$$\text{Gl. A.2-20} \quad \eta_{i+1} = \arctan(y_{i+1}/z_{i+1})$$

$$\text{Gl. A.2-21} \quad \delta_{i+1} = \eta_{i+1} - \eta_i$$

$$\text{Gl. A.2-22} \quad \theta_{i+1} = \arccos\left(\frac{n_i}{n_{i+1}} \cos(\theta_i + \delta_{i+1})\right)$$

$$\text{Gl. A.2-23} \quad e_{i+1} = \theta_{i+1} - \eta_{i+1}$$

Damit kennt man alle inkrementellen Wegstücke s_i und den ausgehenden Elevationswinkel e_k . Die hydrostatische und die feuchte Laufzeitverzögerung entlang des Signalweges kann durch Summation berechnet werden:

$$\text{Gl. A.2-24} \quad ds_h = \sum_{i=1}^{k-1} s_i N_{hi} \quad ds_w = \sum_{i=1}^{k-1} s_i N_{wi}$$

Andererseits können auch die Laufzeitverzögerungen in Zenitrichtung bestimmt werden:

$$\text{Gl. A.2-25} \quad dz_h = \sum_{i=1}^{k-1} dh_i N_{hi} \quad dz_w = \sum_{i=1}^{k-1} dh_i N_{wi}$$

A.2.4 Bestimmung der Projektionsfunktionen mit Strahlverfolgung

Wie in Kapitel 3 gezeigt wird, besteht die Laufzeitverzögerung nicht nur aus der Verlangsamung des Signals entlang des Weges S sondern auch aus dem geometrischen Umweg. Dieser kann wie folgt aus der Strahlverfolgung berechnet werden:

$$\text{Gl. A.2-26} \quad d_{\text{geo}} = \sum_{i=1}^{k-1} [s_i - \cos(e_i - e_k) \cdot s_i]$$

Dieser geometrische Anteil wird üblicherweise bei der troposphärischen Modellierung der hydrostatischen Projektionsfunktion zugeschlagen. Somit ergibt sich für die Berechnung der Projektionsfunktionen aus der Strahlverfolgung:

$$\text{Gl. A.2-27} \quad mf_h = (ds_h + d_{\text{geo}})/dz_h$$

$$\text{Gl. A.2-28} \quad mf_w = ds_w/dz_w$$

Die MATLAB Funktion zur Berechnung der Projektionsfunktionen 'delay.m' ist ebenfalls beigefügt.

```
function [pres1,hght1,temp1,wvpr1] = increment (pres,hght,temp,wvpr,phi,href,gpm);
% jboehm 2003 Jul 2
%      2003 Aug 4
%      2003 Aug 18
%      2003 Aug 19

% input parameters
% pres .. vector with pressure values in hPa
% hght .. height values in m
% temp .. temp in K
% wvpr .. water vapour pressure in hPa
% phi .. latitude in radians
% href .. station height
% gpm .. 1 if geopotential meters
%       0 if geometric meters

% output parameters
% vectors with higher resolution,
% starting at the station height up to 136 km

% gas constant in kg m2 / kmol / s2 / K
R = 8314.510;
% molar weight of water vapour and dry constituents in kg / kmol
Mw = 18.01528;
Md = 28.9644;
% specific gas constants
Rw = R/Mw;
Rd = R/Md;
% empirically determined constant (Bevis)
k1 = 77.60;

% no station heights below zero
if href < 0
    href = 0;
end

% conversion of geopotential meters to meters above the geoid
if gpm == 1
    hght = gpm2z(hght,phi);
end

% get maximum height
[hmax,index] = max(hght);
tmax = temp(index);
pmax = pres(index);

% temperature values from Niell, email 2003 Aug 19
hext0 = [ 25000, 50000, 80000,100000,130000,150000];
text0 = [ 220, 268, 200, 210, 533, 893];
eext0 = [ 0, 0, 0, 0, 0, 0];

% increase resolution
hext = 25000:5000:150000;
text = interp1(hext0,text0,hext,'linear','extrap');
eext = interp1(hext0,eext0,hext,'linear','extrap');
```

```
% start Niell's values at highest levels
k = find (hext(:) < hmax);
hext(k) = [];
text(k) = [];
eext(k) = [];
hext = [hmax,hext];
text = [tmax,text];
eext = [ 0,eext];

% pressure at highest level
pext = [pmax];

% find the corresponding pressure values
% gravity values
gext = 9.80665*(1-0.0026373*cos(2*phi) + 0.0000059*(cos(2*phi))^2)*(1-3.14e-7*hext);
% get pressure values
for i = 2:length(hext)
    hmid = (hext(i) + hext(i-1))/2;
    tmid = interp1(hext,text,hmid,'linear');
    gmid = interp1(hext,gext,hmid,'linear');
    pext(i) = pext(i-1)*exp(gmid/Rd/tmid*(hext(i-1)-hext(i)));
end

% add values of standard atmosphere
k = find(hext(:) > max(hght)+1);
hght = [hght, hext(k)];
pres = [pres, pext(k)];
temp = [temp, text(k)];
wvpr = [wvpr, eext(k)];

% virtual temperature in K
vtem = temp.*pres./(pres - (1 - Mw/Md)*wvpr);

% gravity in m/s2
grav = 9.80665*(1-0.0026373*cos(2*phi) + 0.0000059*(cos(2*phi))^2)*(1-3.14e-7*hght);

% get values
icount = 0;
for ht = href:10:2000
    icount = icount + 1;
    hght1(icount) = ht;
    [minh,index] = min(abs(ht - hght));
    % total pressure
    pres1(icount) = pres(index)*exp(grav(index)/Rd/vtem(index)*(hght(index)-ht));
    % wvpr
    if (ht < hght(index))&(index > 1)
        index = index - 1;
    end
    if ~((wvpr(index+1)==0) | (wvpr(index)==0) | (wvpr(index)==wvpr(index+1)))
        c = (hght(index+1) - hght(index))/log(wvpr(index+1)/wvpr(index));
        wvpr1(icount) = wvpr(index)*exp((ht - hght(index))/c);
    else
        wvpr1(icount) = interp1(hght,wvpr,ht,'linear');
    end
    temp1(icount) = interp1(hght,temp,ht,'linear','extrap');
end
```

```
if href > 2000
    ht1 = href;
else
    ht1 = hght1(icount);
end

for ht = ht1+20:20:6000
    icount = icount + 1;
    hght1(icount) = ht;
    [minh,index] = min(abs(ht - hght));
    % total pressure
    pres1(icount) = pres(index)*exp(grav(index)/Rd/vtem(index)*(hght(index)-ht));
    % wvpr
    if ht <= hght(index)
        index = index - 1;
    end
    if ~((wvpr(index+1)==0)|(wvpr(index)==0)|(wvpr(index)==wvpr(index+1)))
        c = (hght(index+1) - hght(index))/log(wvpr(index+1)/wvpr(index));
        wvpr1(icount) = wvpr(index)*exp((ht - hght(index))/c);
    else
        wvpr1(icount) = interp1(hght,wvpr,ht,'linear');
    end
    temp1(icount) = interp1(hght,temp,ht,'linear');
end

for ht = hght1(icount)+50:50:16000
    icount = icount + 1;
    hght1(icount) = ht;
    [minh,index] = min(abs(ht - hght));
    % total pressure
    pres1(icount) = pres(index)*exp(grav(index)/Rd/vtem(index)*(hght(index)-ht));
    % wvpr
    if ht <= hght(index)
        index = index - 1;
    end
    if ~((wvpr(index+1)==0)|(wvpr(index)==0)|(wvpr(index)==wvpr(index+1)))
        c = (hght(index+1) - hght(index))/log(wvpr(index+1)/wvpr(index));
        wvpr1(icount) = wvpr(index)*exp((ht - hght(index))/c);
    else
        wvpr1(icount) = interp1(hght,wvpr,ht,'linear');
    end
    temp1(icount) = interp1(hght,temp,ht,'linear');
end

for ht = hght1(icount)+100:100:36000
    icount = icount + 1;
    hght1(icount) = ht;
    [minh,index] = min(abs(ht - hght));
    % total pressure
    pres1(icount) = pres(index)*exp(grav(index)/Rd/vtem(index)*(hght(index)-ht));
    % wvpr
    wvpr1(icount) = 0;
    temp1(icount) = interp1(hght,temp,ht,'linear','extrap');
end
```

```
for ht = hght1(icount)+500:500:136000
    icount = icount + 1;
    hght1(icount) = ht;
    [minh,index] = min(abs(ht - hght));
    % total pressure
    pres1(icount) = pres(index)*exp(grav(index)/Rd/vtem(index)*(hght(index)-ht));
    % wvpr
    wvpr1(icount) = 0;
    temp1(icount) = interp1(hght,temp,ht,'linear','extrap');
end
```

```
function ray = delay (pres,hght,temp,wvpr,href,e0);

% jboehm, 2003 Jan

% function to calculate the
% - outgoing elevation angle in degree
% - hydrostatic delay in m
% - hydrostatic zenith delay in m
% - wet delay
% - wet zenith delay

% input parameters:
% arrays are starting at the lowest height
% pres: pressure array in hPa
% hght: height array in m
% temp: temperature array in Kelvin
% wvpr: water vapor pressure in hPa
% href: station height in m
% e0: starting elevation angle in degree

% ---

% constants
% gas constant in kg m2 / kmol / s2 / K
R = 8314.510;
% molar weight of water vapour and dry constituents in kg / kmol
Mw = 18.01528;
Md = 28.9644;
% specific gas constants
Rw = R/Mw;
Rd = R/Md;
% empirically determined constant (Bevis)
k1 = 77.60;
k3 = 373900; % K2 / hPa
k2p = 22.1;
% radius of the Earth in m
R_e = 6378e3;

% ---

% elevation in radians
e0 = e0*pi/180;
% number of pressure levels
icount = length(hght);
% densities and refractivities are calculated
r = [];
ref_w = []; ref_h = []; ref = [];
rho_w = []; rho_d = []; rho = [];
for i = 1:icount
    % densities
    rho_d(i) = (pres(i)-wvpr(i))/Rd/temp(i);
    rho_w(i) = wvpr(i) /Rw/temp(i);
    rho(i) = rho_d(i) + rho_w(i);
    % refractivities
    ref_w(i) = k3*wvpr(i)/temp(i)^2 + k2p*wvpr(i)/temp(i);
    ref_h(i) = k1*Rd*rho(i);
```

```
ref(i) = ref_h(i) + ref_w(i);
% radius
r(i) = R_e + hght(i);
end

% the actual height of the station is used
% refractivities are calculated for this height (linear interpolation)
rref = R_e + href;
% first refractivity
if href < hght(1)
    nref_w = ref_w(1);
    nref_h = ref_h(1);
    nref = ref(1);
else
    nref_w = interp1(hght,ref_w,href,'linear');
    nref_h = interp1(hght,ref_h,href,'linear');
    nref = interp1(hght,ref, href,'linear');
end

% pressure levels below href are discarded
k = find (hght < href);
hght(k) = [];
r(k) = [];
ref_w(k) = [];
ref_h(k) = [];
ref(k) = [];
% create new arrays
hght = [href, hght];
r = [rref, r];
ref_w = [nref_w, ref_w];
ref_h = [nref_h, ref_h];
ref = [nref, ref];

% mean values of refractivity between the levels are calculated
mref = []; mref_w = []; mref_h = [];

for i = 1:length(hght)-1;
    % leave mref like that
    mref (i) = (ref (i+1) + ref (i))/2;
    % perhaps this should be changed
    mref_w(i) = (ref_w(i+1) + ref_w(i))/2;
    mref_h(i) = (ref_h(i+1) + ref_h(i))/2;
end

mref(length(hght)) = 0;
% refractive indices (about 1.0003..) are needed for bending
mref = mref*1e-6 + 1;

% here the path lengths s between the levels are calucated (with light bending)
% the last value for eps is the elevation angle when the ray leaves the troposphere
theta(1) = e0;
eps (1) = e0;
s (1) = -r(1)*sin(theta(1)) + sqrt(r(2)^2 - r(1)^2*(cos(theta(1)))^2);
z(1) = r(1);
y(1) = 0;
z(2) = z(1) + s(1)*sin(eps(1));
```

```
y(2) = y(1) + s(1)*cos(eps(1));
eta(1) = 0;
eta(2) = atan(y(2)/z(2));
theta(2) = acos(mref(1)/mref(2)*cos(theta(1) + eta(2)));
eps(2) = theta(2) - eta(2);
for i = 2:length(hght)-1;
    s(i) = -r(i)*sin(theta(i)) + sqrt(r(i+1)^2 - r(i)^2*(cos(theta(i)))^2);
    z(i+1) = z(i) + s(i)*sin(eps(i));
    y(i+1) = y(i) + s(i)*cos(eps(i));
    eta(i+1) = atan(y(i+1)/z(i+1));
    deta(i+1) = eta(i+1) - eta(i);
    theta(i+1) = acos(mref(i)/mref(i+1)*cos(theta(i) + deta(i+1)));
    eps(i+1) = theta(i+1) - eta(i+1);
end
% determine the geometric bending effect
dgeo = [];
eps_final = eps(length(hght));
for i = 1:length(eps)-1
    dgeo(i) = s(i) - cos(eps(i)-eps_final)*s(i);
end
% height differences between levels in zenith direction
for i = 1:length(hght)-1
    dh(i) = hght(i+1) - hght(i);
end
ray(1) = eps_final*180/pi;
ray(2) = ((mref_h*1e-6)*s' + sum(dgeo))/((mref_h*1e-6)*dh');
ray(3) = ((mref_w*1e-6)*s' )/((mref_w*1e-6)*dh');
ray(4) = ((mref_h*1e-6)*dh');
ray(5) = ((mref_w*1e-6)*dh');
```

A.3 CONT02

CONT02 (Continuous VLBI 2002) ist eine zweiwöchige VLBI Kampagne (16. - 31. Oktober 2002), an der acht Stationen teilnehmen. Diese Kampagne soll die bestmögliche Genauigkeit demonstrieren, zu der die geodätische VLBI zur Zeit im Stande ist. Abb. A.3-1 zeigt die globale Verteilung der Stationen, und Tab. A.3-1 zeigt weitere Details.

Tab. A.3-1. VLBI Stationen in CONT02.

Station	8-letter Code	2-letter Code	Breite	Länge	Höhe	Country
Algonquin Park	Algopark	ap	46	282	224	Kanada
Gilmore Creek	Gilcreek	gc	65	213	332	U.S.A.
Hartebeesthoek	HartRAO	hh	-26	28	1416	Südafrika
Kokee Park	Kokee	kk	22	200	1177	U.S.A.
Ny Alesund	Nyales20	ny	79	12	87	Norwegen
Wettzell	Wettzell	wz	49	13	669	Deutschland
Westford	Westford	wf	43	289	87	U.S.A.
Onsala	Onsala60	on	57	12	59	Schweden

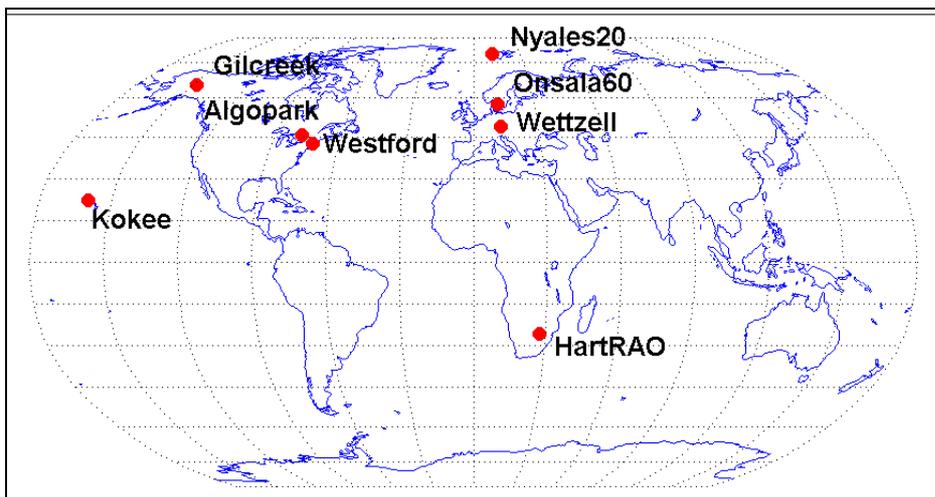


Abb. A.3-1. Stationen, die an CONT02 teilnehmen. CONT02 besteht aus 15 24h-Experimenten vom 16. Oktober 2002 bis zum 31. Oktober 2002.

Literaturverzeichnis

Bevis, M., S. Businger, T.A. Herring, C. Rocken, R.A. Anthes and R.H. Ware, GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water Vapour Using the Global Positioning System, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 97, No. D14, pp. 15787-15801, 1992.

Bevis, M., Businger, S., Chiswell, S., Herring, T.A., Anthes, R.A., Rocken C., and Ware, R.H., GPS Meteorology: Mapping Zenith Wet Delays onto Precipitable Water, *J. of Applied Meteorology*, Vol. 33, pp. 379-386, 1994.

Boehm, J., and H. Schuh, Spherical Harmonics as a Supplement to Global Tropospheric Mapping Functions and Horizontal Gradients, in: D. Behrend and A. Rius (Eds.): *Proceedings of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry*, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Barcelona, Spain, 2001.

Boehm, J. and H. Schuh, Vienna Mapping Functions, in: *Proceedings of the 16th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry*, Leipzig, May 9-10, 2003, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 2003.

Boehm, J., H. Schuh, V. Tesmer and H. Schmitz-Huebsch, Determination of Tropospheric Parameters By VLBI as a contribution to climatological studies, *Oesterreichische Zeitschrift fuer Vermessung & Geoinformation (VGI)*, 1/2003, ed. by H. Schuh, F. Brunner, and H. Kahmen, pp. 21 - 28, 2003a.

Born, M., and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th edition, Cambridge University Press, ISBN 0-521-642221, 1999.

Boudouris, G., On the Index of Refraction of Air, the Absorption and Dispersion of Centimeter Waves by Gases, *Journal of Research of the National Bureau of Standards - D. Radio Propagation*, Vol. 67 D, No. 6, 1963.

Bretterbauer, K., *Physik der Atmosphäre für Geodäten*, Vorlesungsskriptum an der TU Wien, 1987.

Campbell, J., Die Radiointerferometrie auf langen Basen als geodätisches Meßprinzip hoher Genauigkeit, *Habilitationsschrift, DGK Reihe C, Nr. 254*, 1979.

Campbell J., A. Nothnagel, und H. Schuh, Die Radiointerferometrie auf langen Basislinien (VLBI) als geodätischen Meßverfahren höchster Genauigkeit, *Allgemeine Vermessungsnachrichten*, 11-12, pp. 484-502, 1992.

Campbell, J., From Quasars to Benchmarks: VLBI Links Heaven and Earth, in *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2000 General Meeting Proceedings*, edited by Nancy R. Vandenberg and Karen D. Baver, NASA/CP-2000-209893, 2000.

Chen, G., and T.A. Herring, Effects of atmospheric azimuthal asymmetry on the analysis of space geodetic data, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 102, No. B9, pp. 20489-20502, 1997.

Chao, C.C., The troposphere calibration model for Mariner Mars 1971, JPL Technical Report 32-1587, NASA JPL, Pasadena CA, 1974.

Clark, T.A. et al., Precision Geodesy using the Mk-III Very-Long-Baseline Interferometer System, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. GE-23, No. 4, pp. 438-449, 1985.

Davis, J.L., T.A. Herring, I.I. Shapiro, A.E.E. Rogers and G. Elgered, Geodesy by Radio Interferometry: Effects of Atmospheric Modeling Errors on Estimates of Baseline Length, Radio Science, Vol. 20, No. 6, pp. 1593-1607, 1985.

Davis, J.L., Atmospheric Propagation Effects on Radio Interferometry, Scientific Report No. 1, Air Force Geophysics Laboratory, AFGL-TR-86-0243, 1986.

Davis, J.L., G. Elgered, A.E. Niell, C.E. Kuehn, Ground-based measurement of gradients in the "wet" radio refractivity of air, Radio Science, Vol. 28, No. 6, pp. 1003-1018, 1993.

Debye, P., Polar Molecules, Dover, New York, 1929.

Deichl, K., Der Brechungsindex für Licht und Mikrowellen, Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 3, 1984.

Demtröder, W., Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik, 2. Auflage, Springer Berlin - Heidelberg - New York, ISBN 3-540-65196-9, 1999.

Eanes, R.J., Diurnal and Semidiurnal tides from TOPEX/POSEIDON altimetry. Eos Trans. AGU, 75(16):108, 1994.

Elgered, G., B. Rönnäng, E. Winberg, and J. Askne, Satellite-Earth Range. I. Correction of the Excess Path Length due to Atmospheric Water Vapour by Ground Based Microwave Radiometry, Research Report No. 147, Research Laboratory of Electronics and Onsala Space Observatory, Gothenburg, Sweden, 1985.

Essen, L., and K.D. Froome, The Refractive Indices and Dielectric Constants of Air and its Principal Constituents at 24,000 Mc/s, Proc. Phys. Soc. B 64, pp. 862-875, 1951.

Estermann, G., Untersuchung von auflastbedingten Deformationen mittels VLBI, Diplomarbeit am Institut für Geodäsie und Geophysik der TU Wien, 2003.

Fölsche, U., Tropospheric water vapor imaging by combination of spaceborne and ground-based GNSS sounding data, Dissertation an der Universität Graz, 1999.

Gardner, C.S., Effects of horizontal refractivity gradients on the accuracy of laser ranging to satellites, Radio Science, Vol. 11, pp. 1037-1044, 1976.

Gradinarsky L., Remote sensing of small-scale structures of atmospheric water vapor, Technical Report No. 339L, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2000.

Haas, R., A. Nothnagel, H. Schuh and O. Titov, Explanatory Supplement to the Section 'Antenna Deformation' of the IERS Conventions (1996), in H. Schuh (ed.) IAG/ETC Working Group 6 on 'Solid Earth Tides in Space Geodetic Techniques', Report 71, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut München, 1999.

Hartmann, G.K., and R. Leitinger, Range Errors due to Ionospheric and Tropospheric Effects for Signal Frequencies above 100 MHz, *Bulletin Geodésique*, 58, pp. 109-136, 1984.

Herring, T.A., Precision and Accuracy of Intercontinental Distance Determination using Radio Interferometry, MIT Cambridge, Scientific Report No. 1, AFGL-TR-84-0182, 1983.

Herring, T.A., J.L. Davis, I.I. Shapiro, Geodesy by Radio Interferometry: The Application of Kalman Filtering to the Analysis of Very Long Baseline Interferometry Data, *J. Geophys. Res.*, 95, B8, pp. 12561-12581, 1990.

Herring, T.A., Modeling Atmospheric Delays in the Analysis of Space Geodetic Data, in: *Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy*, DeMunck & Spoelstra (eds.), Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, No. 36, pp. 157-164, 1992.

Hobiger, T., Bestimmung von Ionosphärenparametern durch die VLBI, Diplomarbeit am Institut für Geodäsie und Geophysik der TU Wien, 2002.

IVS, International VLBI Service for Geodesy and Astrometry, Homepage: <http://ivsc.gsfc.nasa.gov>, Stand Oktober 2003.

Hill, R.J., R.S. Lawrence and J.T. Priestley, Theoretical and Computational Aspects of the Radio Refractive Index of Water Vapour, *Radio Science*, Vol. 17, No. 5, pp. 1251-1257, 1982.

Koch, K.R., Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen, 3. Auflage, Ferdinand Dümmlers Verlag, Bonn, 1997.

Kraus, H., *Die Atmosphäre der Erde - Eine Einführung in die Meteorologie*, Springer Berlin - Heidelberg - New York, ISBN 3-540-41844-X, 2001.

Liebe, H.J., An Updated Model for Millimeter Wave Propagation in Moist Air, *Radio Science*, Vol. 20, No. 5, pp. 1069-1089, 1985.

Liebe, H.J., G.H. Hufford and M.G. Cotton, Propagation Modeling of Moist Air and Suspended Water/Ice Particles at Frequencies below 1000 GHz, AGARD 52nd Specialists' Meeting of the Electromagnetic Wave Propagation Panel, Palma de Mallorca, Spain, 1993.

MacMillan, D.S., and C. Ma, Evaluation of very long baseline interferometry atmospheric modeling improvements, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 99, No. B1, pp. 637-651, 1994.

MacMillan, D.S., Atmospheric gradients from very long baseline interferometry observations, *Geoph. Res. Letters*, Vol. 22, No. 9, pp. 1041-1044, 1995.

Marini, J.W., Correction of satellite tracking data for an arbitrary tropospheric profile, *Radio Science*, Vol. 7, No. 2, pp. 223-231, 1972.

Marini, J.W. and C.W. Murray, Correction of laser range tracking data for atmospheric refraction at elevation angles above 10 degrees, NASA Technical Report X-591-73-351, GSFC, Greenbelt, MD, 1973.

Heiskanen, W.A, and H. Moritz, *Physical Geodesy*, W.H. Freeman, San Francisco, 1967.

Niell, A.E., Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths, *J. Geophys. Res.*, 101, B2, pp. 3227-3246, 1996.

Niell, A.E., Improved atmospheric mapping functions for VLBI and GPS, *Earth Planets Space*, 52, pp. 699-702, 2000.

Niell, A.E., A.J. Coster, F.S. Solheim, V.B. Mendes, P.C. Toor, R.B. Langley and C.A. Upham, Comparison of Measurements of Atmospheric Wet Delay by Radiosonde, Water Vapor Radiometer, GPS and VLBI, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18, pp. 830-850, 2001.

Niell, A.E., Preliminary Evaluation of Atmospheric Mapping Functions Based on Numerical Weather Models, *Phys. Chem. Earth*, 26 No.6-8, pp. 476-480, 2001.

Niell, A.E., An a priori Hydrostatic Gradient Model for Atmospheric Delay, in: D. Behrend and A. Rius (Eds.): *Proceedings of the 15th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry*, Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Barcelona, Spain, 2001a.

Niell, A.E., and L. Petrov, Using a Numerical Weather Model to Improve Geodesy, in *Proceedings: The State of GPS Vertical Positioning Precision: Separation of Earth Processes by Space Geodesy*, April 2-4, 2003, Luxembourg, 2003.

Nothnagel, A., *Der Einfluss des Wasserdampfes auf die modernen raumgestützten Messverfahren*, *Mittlungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, Band 16, 2000.

Nottarp, K., and R. Kilger, Design criteria of a radio telescope for geodetic and astrometric purposes, *Techniques d'Interferometrie a tres grande Base*, CNES, pp. 41-54, Toulouse, 1982.

Owens, J.C., Optical refractive index of air: Dependence on pressure, temperature and composition, *Applied Optics*, 6, No. 51, 1967.

Petrov, L., and C. Ma, Study of harmonic site position variations determined by VLBI, *J. Geophys. Res.*, 108, B4, 2003.

Petrov, L., and J.P. Boy, Study of atmospheric pressure loading signal in VLBI observations, *Journal of Geophysical Research*, 10.1029/2003JB002500, 2003.

Rocken, C., S. Sokolovskij, J.M. Johnson and D. Hunt, Improved Mapping of Tropospheric Delays, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18, pp. 1205-1213, 2001.

Rogers, A.E.E., Phase and Group Delay Calibration of Very Long Baseline Interferometer by the East Coast VLBI Group, *Radio Interferometry Techniques for Geodesy*, NASA Conference Publication 2115, pp. 255-262, 1980.

Rothacher M., T.A. Springer, S. Schaer and G. Beutler, Processing Strategies for Regional GPS Networks, in *Proceedings: Advances in Positioning and Reference Frames*, IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Sept. 3-9, 1997 (ed. F.K. Brunner), 1998.

Rueger, J.M., *Refractive Indices of Light, Infrared and Radio Waves in the Atmosphere*, IAG Report of the ad-hoc Working Party of the IAG Special Commission SC3 - Fundamental Constants, 1999.

Saastamoinen, J., Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction, Part II, *Bulletin Geodesique*, Vol. 107, pp. 13-34, 1973.

Scherneck, H.-G., and M.S. Bos, Ocean Tide and Atmospheric Loading, *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2002 General Meeting Proceedings*, edited by Nancy R. Vandenberg and Karen D. Baver, NASA/CP-2002-210002, 205-214, 2002.

Schubert, S.D., J. Pjaendtner and R. Rood, An assimilated data set for Earth science applications, *B.A.M.S.*, 74, pp. 2331-2342, 1993.

Schuh, H., *Die Radiointerferometrie auf langen Basen zur Bestimmung von Punktverschiebungen und Erdrotationsparametern*, DGK Reihe C, Nr. 328, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München, 1987.

Schuh, H., and J. Boehm, Status Report of the IVS Pilot Project - Tropospheric Parameters, in *International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2002 Annual Report*, edited by N. R. Vandenberg and K. D. Baver, NASA/TP-2003-211619, 2003.

Shapiro, I.I., C.A. Knight, *Geophysical Applications of Long-Baseline Interferometry, Earthquake Displacement Fields and the Rotation of the Earth*, D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht, Niederlande, pp. 284-301, 1970.

Takahashi, F., T. Kondo, Y. Takahashi and Y. Koyama, *Very Long Baseline Interferometer*, Wave Summit Course, Ohmsha, IOS Press, 2000.

Thayer, G.D., An Improved Equation for the Radio Refractive Index of Air, *Radio Science*, Vol. 9, No. 10, pp. 803-807, 1974.

Thompson, A.R., J.M. Moran and G.W. Swenson Jr., *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., 2001.

Titov, O., V. Tesmer, J. Boehm, Occam Version 5.0 Software User Guide, AUSLIG Technical Report 7, 2001.

Whitney, A.R., A Very-Long Baseline Interferometer for Geodetic Applications, Radio Science, Vol. 11, pp. 421-432, 1976.

Whitney, A.R., How Do VLBI Correlators Work, in International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2000 General Meeting Proceedings, edited by Nancy R. Vandenberg and Karen D. Baver, NASA/CP-2000-209893, 2000.

Wohlleben, R., H. Mattes, Interferometrie in Radioastronomie und Radartechnik, Vogel Verlag, Würzburg, 1973.

Johannes BÖHM
Stift Zwettl 42
A-3910 Zwettl

LEBENS LAUF

- | | |
|-----------------------|--|
| 12.7.1972 | Geboren in Zwettl
als Sohn von Johann und Ernestine Böhm |
| 1978 – 1982 | Besuch der Volksschule in Zwettl |
| 1982 - 1990 | Besuch des Bundesrealgymnasiums in Zwettl |
| Juni 1990 | Reifeprüfung |
| Okt. 1990 - Mai 1991 | Ableistung des ordentlichen Präsenzdienstes beim
Österreichischen Bundesheer in Allentsteig |
| Okt. 1991 | Immatrikulation an der TU Wien
Inskription der Studienrichtung Vermessungswesen
Seit Juni 1997 Studienzweig Geodäsie und Geophysik,
Wahlfachgruppe Geotechnik und Ingenieurwissenschaften |
| 15.12.1994 | Ablegung der 1. Diplomprüfung |
| 18.1.1999 | Ablegung der 2. Diplomprüfung
(Thema der Diplomarbeit:
'Grundlagen moderner Geopotentialmodelle') |
| Jan. 1999 – Okt. 2000 | Projektmitarbeiter an der Abteilung Höhere Geodäsie
Institut für Geodäsie und Geophysik |
| Seit Nov. 2000: | Universitätsassistent an der Abteilung Höhere Geodäsie
Institut für Geodäsie und Geophysik
TU Wien |

Danksagung

Bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald Schuh, der mich zur VLBI gebracht hat und den Anstoß zur vorliegenden Arbeit gab. Durch die Unterstützung und den Freiraum, den er mir bei meiner Tätigkeit an der TU Wien gewährt hat, konnte ich meine Ziele eingehend verfolgen und durch die Teilnahme an Konferenzen und Workshops wichtige Aspekte dazulernen und nötige Kontakte knüpfen.

Danken möchte ich meinen Kollegen von der Forschungsgruppe Höhere Geodäsie des Instituts für Geodäsie und Geophysik der TU Wien, vor allem Herrn Dipl.-Ing. Dr. Robert Weber und Herrn Dipl.-Ing. Thomas Hobiger für die Ratschläge und Diskussionen, die zur Entstehung dieser Arbeit wesentlich beigetragen haben.

Mein Dank gilt auch den vielen internationalen Kollegen, die ich während meiner Arbeit kennen gelernt habe. Speziell erwähnen möchte ich in diesem Zusammenhang Herrn Prof. Dr.-Ing. James Campbell von der Universität Bonn für die Begutachtung der vorliegenden Arbeit, Herrn Dr.-Ing. Volker Tesmer vom DGFI in München für die freundschaftliche Zusammenarbeit bei der Entwicklung der Auswertesoftware und Herrn Dr. Arthur Niell vom MIT in Boston für die äußerst wichtigen Ratschläge und Diskussionen auf dem Gebiet der troposphärischen Modellierung.

Abschließend möchte ich mich besonders bei meiner Familie bedanken, die das Erreichen eines solchen Zieles erst ermöglicht hat.

GEOWISSENSCHAFTLICHE MITTEILUNGEN

Bisher erschienen:

Heft 1: Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen. 1970 - 1973, Dezember 1973.

Heft 2: EGGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Taschenrechner HP 45 und HP 65, Programme und Anwendungen im Vermessungswesen. 1. Auflage, März 1974, Special Edition in English, Juli 1974, 2. verbesserte Auflage, November 1974.

Heft 3: Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1973 - 1974, September 1974.

Heft 4: EGGER-PALFINGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Tektronix-Tischrechner TEK 31, Programmbibliothek für den Einsatz im Vermessungswesen, November 1974.

Heft 5: K.LEDERSTEGGER, Die horizontale Isostasie und das isostatische Geoid, Februar 1975.

Heft 6: F.REINHART, Katalog von FK4 Horrebow-Paaren für Breiten von +30 bis +60, Oktober 1975.

Heft 7: Arbeiten aus dem Institut für Höhere Geodäsie, Wien, Dezember 1975.

Heft 8: Veröffentlichungen des Instituts für Photogrammetrie zum XIII. Internationalen Kongreß für Photogrammetrie in Helsinki 1976, Wien, Juli 1976.

Heft 9: W.PILLEWIZER, Felsdarstellung aus Orthophotos, Wien, Juni 1976.

Heft 10: PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Der Einsatz des programmierbaren Taschenrechners Texas Instruments SR-52 mit Drucker PC100 in ingenieurgeodätischen Rechentechnik, Wien, Mai 1976.

Heft 11: Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1974 - 1976, November 1976.

Heft 12: Kartographische Vorträge der Geodätischen Informationstage 1976, Wien, Mai 1977.

Heft 13: Veröffentlichung des Instituts für Photogrammetrie anlässlich des 80. Geburtstages von Prof.Dr.h.c.K.Neumaier, Wien, Januar 1978.

Heft 14: L.MOLNAR, Self Checking Analytical Relative Orientation and Strip Formation, Wien, Dezember 1978.

Heft 15: Veröffentlichung des Instituts für Landesvermessung anlässlich des 80. Geburtstages von Prof.Dr.Alois Bavir, Wien, Januar 1979.

Heft 16: Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1976 - 1978, Wien, November 1979.

Heft 17: E.VOZIKIS, Die photographische Differentialumbildung gekrümmter Flächen mit Beispielen aus der Architekturbildmessung, Wien, Dezember 1979.

Heft 18: Veröffentlichung des Instituts für Allgemeine Geodäsie anlässlich des 75. Geburtstages von Prof.Dipl.Ing.Dr.F.Hauer, Die Höhe des Großglockners, Wien, 1981.

Heft 19: H.KAGER, Bündeltriangulation mit indirekt beobachteten Kreiszentren, Wien, April 1981.

Heft 20: Kartographische Vorträge der Geodätischen Informationstage 1980, Wien, Mai 1982.

Heft 21: Veröffentlichung des Instituts für Kartographie anlässlich des 70. Geburtstages von Prof.Dr.Wolfgang Pillewizer: Glaziologie und Kartographie, Wien, Dezember 1982.

Heft 22: K.TEMPFLI, Genauigkeitsschätzung digitaler Höhenmodelle mittels Spektralanalyse, Wien, Mai 1982.

Heft 23: E.CSAPLOVICS, Interpretation von Farbinfrarotbildern, Wien, November 1982.

Heft 24: J.JANSA, Rektifizierung von Multispektral-Scanneraufnahmen - Entwicklung und Erprobung eines EDV-Programms, Wien, Mai 1983.

Heft 25: Zusammenfassung der Diplomarbeiten, Dissertationen und Habilitationen an den geodätischen Instituten der TU Wien, Wien, November 1984.

Heft 26: T.WUNDERLICH, Die voraussetzungsfreie Bestimmung von Refraktionswinkeln, Wien, August 1985.

Heft 27: G.GERSTBACH (Hrsg.), Geowissenschaftliche/geotechnische Daten in Landinformationssystemen - Bedarf und Möglichkeiten in Österreich, Juni 1986.

Heft 28: K.NOVAK, Orientierung von Amateuraufnahmen ohne Paßpunkte, Wien, August 1986.

Heft 29: Veröffentlichung des Instituts für Landesvermessung und Ingenieurgeodäsie, Abt. Ingenieurgeodäsie, anlässlich des 80. Geburtstages von Prof.Dipl.Ing.Dr.F.Hauer, Wien, Oktober 1986.

Heft 30: K.-H.ROCH, Über die Bedeutung dynamisch ermittelter Parameter für die Bestimmung von Gesteins- und Gebirgseigenschaften, Wien, Februar 1987.

Heft 31: G. HE, Bildverbesserung mittels digitaler Filterung, Wien, April 1989.

Heft 32: F.SCHLÖGELHOFER, Qualitäts- und Wirtschaftlichkeitsmodelle für die Ingenieurphotogrammetrie, Wien, April 1989.

Heft 33: G.GERSTBACH (Hrsg.), Geowissenschaftliche/geotechnische Daten in Landinformationssystemen - Datenbestände und Datenaustausch in Österreich, Wien, Juni 1989.

Heft 34: F.HOCHSTÖGER, Ein Beitrag zur Anwendung und Visualisierung digitaler Geländemodelle, Wien, Dezember 1989.

Heft 35: R.WEBER, Lokale Schwerefeldmodellierung unter Berücksichtigung spektraler Methoden zur Geländereduktion, Wien, April 1990.

Heft 36: o.Prof.Dr.Hans Schmid zum 70. Geburtstag. Veröffentlichung der Abteilung für Landesvermessung, Wien, Oktober 1990.

Heft 37: G.GERSTBACH, H.P.HÖLLRIEGL und R.WEBER, Geowissenschaftliche Informationsbörse - Eine Nachlese zu GeoLIS II, Wien, Oktober 1990.

Heft 38: R.ECKER, Rastergraphische Visualisierungen mittels digitaler Geländemodelle, Wien, August 1991.

Heft 39: Kartographische Forschungen und Anwendungsorientierte Entwicklungen, herausgegeben von W.Stams und F.Kelnhofer zum 80. Geburtstag von Prof.Dr.W.Pillewizer, Wien, Juli 1991.

Heft 39a: W.RIEGER, Hydrologische Anwendungen des digitalen Geländemodell, Wien, Juli 1992.

Heft 40: K.STEINNOCHER, Methodische Erweiterungen der Landnutzungsklassifikation und Implementierung auf einem Transputernetzwerk, Wien, Juli 1994.

Heft 41: G.FORKERT, Die Lösung photogrammetrischer Orientierungs- und Rekonstruktionsaufgaben mittels allgemeiner kurvenförmiger Elemente, Wien, Juli 1994.

Heft 42: M.SCHÖNER, W.SCHÖNER, Photogrammetrische und glaziologische Untersuchungen am Gäsbre (Ergebnisse der Spitzbergenexpedition 1991), Wien, Mai 1996.

- Heft 43: M.ROIC. Erfassung von nicht signalisierten 3D-Strukturen mit Videotheodoliten, Wien, April 1996.
- Heft 44: G.RETSCHER, 3D-Gleiserfassung mit einem Multisensorsystem und linearen Filterverfahren, Wien, April 1996.
- Heft 45: W.DAXINGER, Astrogravimetrische Geoidbestimmung für Ingenieurprojekte, Wien, Juli 1996.
- Heft 46: M.PLONER, CCD-Astrometrie von Objekten des geostationären Ringes, Wien, November 1996.
- Heft 47: Zum Gedenken an Karl Killian "Ingenieur" und "Geodät" 1903-1991, Veröffentlichung der Fachgruppe Geowissenschaften, Wien, Februar 1997.
- Heft 48: A.SINDHUBER, Ergänzung und Fortführung eines digitalen Landschaftsmodelles mit multispektralen und hochauflösenden Fernerkundungsaufnahmen, Wien, Mai 1998.
- Heft 49: W.WAGNER, Soil Moisture Retrieval from ERS Scatterometer Data, Wien, Dezember 1998.
- Heft 50: R.WEBER, E.FRAGNER (Editoren), Prof. Bretterbauer, Festschrift zum 70. Geburtstag, Wien, Juli 1999.
- Heft 51: Ch.ÖHRENER, A Similarity Measure for Global Image Matching Based on The Forward Modeling Principle, Wien, April 1999.
- Heft 52: M.LECHTHALER, G.GARTNER, Per Aspera ad Astra, Festschrift für Fritz Kelnhofer zum 60. Geburtstag, Wien, Jänner 2000.
- Heft 53: F.KELNHOFER, M.LECHTHALER, Interaktive Karten (Atlanten) und Multimedia – Applikationen, Wien, März 2000.
- Heft 54: A.MISCHKE, Entwicklung eines Videotheodlit-Meßsystems zur automatischen Richtungsmessung von nicht signalisierten Objektpunkten, Wien, Mai 2000
- Heft 55: Veröffentlichung des I.P.F. anlässlich der Emeritierung von Prof. Dr. Peter Waldhäusl, Wien.
- Heft 56: F.ROTTENSTEINER, Semi-automatic Extraction of Buildings Based on Hybrid Adjustment Using 3D Surface Models and Management of Building Data in a TIS, Wien, Juni 2001.
- Heft 57: D.LEGENSTEIN, Objektrekonstruktion aus perspektiven Bildern unter Einbeziehung von Umrisslinien, Wien, Mai 2001.
- Heft 58: F.KELNHOFER, M.LECHTHALER und K.BRUNNER (Hrsg.), Telekartographie und Location Based Services, Wien, Jänner 2002.
- Heft 59: K.BRETTTERBAUER, Die runde Erde eben dargestellt: Abbildungslehre und sphärische Kartennetzentwürfe, Wien, 2002.
- Heft 60: G.GARTNER, Maps and the Internet 2002, Wien 2002.
- Heft 61: L.DORFFNER, Erzeugung von qualitativ hochwertigen 3D Photomodellen für Internetbasierte Anwendungen mit besonderem Augenmerk auf Objekte der Nahbereichsphotogrammetrie, Wien, Jänner 2002.
- Heft 62: CHMELINA, Wissensbasierte Analyse von Verschiebungsdaten im Tunnelbau Wien 2002
- Heft 63: A.NIESSNER, Qualitative Deformationsanalyse unter Ausnutzung der Farbinformation, Wien 2002
- Heft 64: K.BRETTTERBAUER; R.WEBER, A Primer of Geodesy for GIS-Users, Wien im Herbst 2003

Heft 65: N.PFEIFER, 3D Terrain Models on the basis of a triangulation, Wien, Jänner 2002.

Heft 66: G.GARTNER (Hrsg), Location Based Services & Telecartography, Wien, 2004

Heft 67: I.KABASHI, Gleichzeitig-gegenseitige Zenitwinkelmessung über größere Entfernungen mit automatischen Zielsystemen, Wien, 2004