

Studienrichtung Vermessungswesen  
TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

GEOWISSENSCHAFTLICHE  
MITTEILUNGEN

Heft 50

Festschrift

**KURT BRETTTERBAUER**

zum 70. Geburtstag

Schriftleitung

Robert Weber, Elisabeth Fragner  
Institut für Geodäsie und Geophysik  
Technische Universität Wien

Veröffentlichung der Fachgruppe Geowissenschaften

**Herausgeber und Verleger:**

Robert Weber

Institut für Geodäsie und Geophysik

Technische Universität Wien

Gußhausstraße 27-29

A – 1040 Wien

Die Kosten für den Druck wurden aus der ordentlichen Dotation aller Institute der Fachgruppe Geowissenschaften getragen.

Druck:           Hochschülerschaft TU Wien  
                  Wirtschaftsbetriebe GmbH.

A 1040 Wien

Auflage:       150 Stück



**O. Univ. Prof. Dr. Kurt Bretterbauer**

## **Festschrift Kurt Bretterbauer**

### **Würdigung**

Der holländische Philosoph Baruch de Spinoza (1632 - 1677) meinte „Jede Erscheinung beweist ihre Notwendigkeit durch ihr Dasein“. Die Person Kurt Bretterbauer eignet sich vortrefflich, die Gültigkeit dieser Behauptung zu untermauern.

In Zeiten wie diesen, wo der schnöde Mammon Regie führt und persönliche Attribute wie Idealismus, Selbstlosigkeit, Bescheidenheit Gefahr laufen, der modernen Gesellschaft abhanden zu kommen, in diesen Zeiten ist es ein besonderer Glücksfall, mit Menschen arbeiten zu dürfen, die gerade diese Eigenschaften leben und so Vorbild sind. Kurt Bretterbauer ist ein solches Vorbild, im Überfluß – wie ich meine.

Erlauben Sie mir, daß ich Ihnen Kurt Bretterbauer und seine persönlichen Meilensteine kurz vorstelle, wobei der Mut zur Lücke gefordert ist angesichts der zahlreichen Meilensteine auf dem langen Weg seines Schaffens.

Kurt Bretterbauer ist ein Wiener Kind des Jahrganges 1929. Nach seiner Matura im Jahr 1947 betritt er akademischen Boden als Student der Studienrichtung Vermessungswesen an der damaligen Technischen Hochschule Wien. Nach nur 4 Jahren beendet er sein Studium sehr erfolgreich im Jahr 1953 und tritt in die Abteilung für Erdmessung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (BEV) ein.

Neben seiner Tätigkeit am BEV studiert Kurt Bretterbauer Mathematik und Astronomie an der Universität Wien und baut so sein naturwissenschaftliches Fundament, auf dem er später so manche beachtenswerte Bauwerke errichtet.

Seine bis dahin schon weit über Österreich hinaus bekannten wissenschaftlichen Arbeiten, vor allem im Rahmen des damaligen Internationalen Geophysikalischen Jahres, führen zu einer Einladung des Department of Geodetic Science der Ohio State University in Columbus, Ohio als Stipendiat der American Academy of Sciences. Im Mekka der Geodäsie bieten sich ihm zahlreiche Gelegenheiten, seine mathematischen Fähigkeiten und seine profunde Kenntnis der Astronomie gekonnt zum Einsatz zu bringen, etwa im Rahmen des World Gravity Project, der Kartographie des Mondes oder der Flugnavigation.

Nach seiner Rückkehr aus dem Lande der unbegrenzten (aber nicht grenzenlosen) Möglichkeiten stellt er sein Wissen acht Jahre lang dem BEV zur Verfügung und kehrt danach im Jahre 1967 wieder an seine Alma Mater zurück, wo er bei Prof. Ledersteger 1970 zum Doktor der Technischen Wissenschaften mit Auszeichnung promoviert.

Schon drei Jahre danach erfolgt 1973 seine Berufung zum Nachfolger seines Doktorvaters und somit zum ordentlichen Universitätsprofessor für Höhere Geodäsie. Und darauf schließt ein Vierteljahrhundert intensiver Tätigkeit innerhalb und außerhalb seiner Technischen Universität Wien an. Es würde gewiß zu weit führen, seine zahlreichen Funktionen hier auszubreiten, daher seien stellvertretend lediglich einige wenige genannt: Vorsitzender der Diplomprüfungskommission, Vorsitzender der Fachgruppe „Geowissenschaften“, Sekretär der damaligen Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Sekretär des Nationalkomitees für Geodäsie und Geophysik der Österreichischen Akademie der Wissenschaften.

Seine Tätigkeit in Funktionen hält Kurt Bretterbauer jedoch nicht davon ab, weiterhin intensiv geowissenschaftliche Forschung zu betreiben und sich mit viel Engagement seinen von Studenten gerne besuchten und sehr geschätzten Lehrveranstaltungen zu widmen. Aufgrund seiner frühen Geburt (und wohl nur deshalb) emeritiert Kurt Bretterbauer im Jahr 1997 – dies aber wohl nur auf dem Papier. Der theoretisch vakante Lehrstuhl ist auch seither praktisch ständig besetzt – von Kurt Bretterbauer, wofür ihm die Technische Universität im allgemeinen und seine Schüler im besonderen zu großem Dank verpflichtet sind.

Trotz seines beachtlichen wissenschaftlichen Tiefgangs entwickelt Kurt Bretterbauer eine enorme Breite in seiner wissenschaftlichen Forschung, die weit über sein ureigenes Fachgebiet hinausgeht. So liefert er zahlreiche, viel beachtete Beiträge zum Zustand und der Zustandsänderung der Erde im Laufe der Erdgeschichte, etwa in bezug auf die Veränderung von Form und Größe der Erde, die Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit und somit die Tageslänge und viele andere mehr. Interdisziplinäres Denken zeichnet Kurt Bretterbauer ganz besonders wohltuend aus und so widmet er viel Augenmerk der Rolle des Treibhauseffektes und seine Wirkung auf die Gestalt und das dynamische Verhalten der festen Erde – ganz im Sinne der heutigen „Global Change“ – Forschung.

Seine solide geodätische Ausbildung und seine zusätzlich erworbene naturwissenschaftliche Basis bilden sich in klassisch-geodätischen Forschungsarbeiten über Refraktion und Abbildungslehre ab. Seine Liebe zur Astronomie kommt in zahlreichen Forschungs- und Entwicklungsbeiträgen über Zenitkammern und die Automatisierung von terrestrischen astronomischen Beobachtungen und schließlich in seiner jüngsten und viel beachteten Astrometrie zum Ausdruck, der Kurt Bretterbauer mit seiner CCD-Entwicklung zu einer neu entdeckten Bedeutung für die Zwecke der Bahnbestimmung von Satelliten verhilft.

Kurt Bretterbauer ist aber nicht nur ein begabter Forscher, sondern ein wohl ebenso begnadeter Lehrer. Er versteht es in bewunderswerter Weise, mit seinen mitunter ungewöhnlichen wissenschaftlichen Ideen die Zuhörer in seinen Bann zu ziehen, zu faszinieren, zu begeistern und zur Erkundung wissenschaftlichen Neulands anzuregen. Mit größtem Genuß verfolgte und verfolge ich persönlich seine geradezu spannenden Vorträge und empfinde in seinem gesprochenen Wort stets eine sehr wertvolle Bereicherung.

Nicht minder wertvoll sind seine persönlichen Attribute. Kurt Bretterbauer beweist stets Mut zum aufrechten Gang und nennt die Dinge grundehrlich beim Namen, ohne dabei verletzend zu wirken. Er strahlt Vertrauen aus und verbreitet Zuversicht, selbst dann, wenn einmal die Zeichen auf Sturm stehen. Er fördert den wissenschaftlichen Nachwuchs durch aktive fachliche Unterstützung und bescheidene Zurückhaltung dann, wenn es um das Empfangen von Pokalen geht. Er ist ein Mensch der Kooperation und der Zuneigung – er ist ganz einfach ein guter Freund.

An dieser Stelle sei es mir gestattet, noch einige ganz persönliche Worte an Kurt Bretterbauer zu richten.

Lieber Kurt !

Ich habe Dich in all den Jahren Deines Wirkens an der Technischen Universität Wien und an Deinem Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik als einen Kollegen kennengelernt, der in wohltuendem Gegensatz zu so manchen kontemporären Gepflogenheiten sein Licht nie in den Vordergrund gestellt hat, der für seine jungen Mitarbeiter ein hervorragender Lehrer und Mentor zugleich ist, als einen Kollegen, mit dem es sich trefflich diskutieren läßt – weit über den eigenen Fachbereich hinaus, als einen Menschen mit ausgeprägten integrativen Eigenschaften, als einen Mann, der hart zu arbeiten weiß und dennoch Platz für Humor hat, mit dem ich wunderschöne gemeinsame Stunden verbringen und genießen durfte.

Ich danke Dir dafür und verbinde meinen Dank sogleich mit der Bitte, Deine ungetrübte Leistungskraft noch viele Jahre der Wissenschaft im allgemeinen und unserem wissenschaftlichen Nachwuchs im besonderen zur Verfügung zu stellen. Genieße aber auch Deinen neuen Lebensabschnitt in vollen Zügen – Du hast es wirklich verdient.

In enger Verbundenheit,  
Dein

*Hans Sünkel*

## Vorwort

Am 31. Jänner 1999 vollendete Prof. Dr. Kurt Bretterbauer, emeritierter Ordinarius des Lehrstuhls für Höhere Geodäsie, sein 70. Lebensjahr. Es wurde die Idee geboren, aus diesem Anlaß eine Festschrift zusammenzustellen, die möglichst weitgehend das weite wissenschaftliche Spektrum des Jubilars beleuchten soll.

Mit besonderer Freude sei deshalb darauf hingewiesen, daß es gelungen ist, aktuelle Beiträge zu den Schwerpunkten Genauigkeit der Satellitenmeßtechnik, Funktionsweise aktiver GPS/GLONASS Permanentnetze, Anwendung analytischer Geometrie in Problemen der Ingenieurgeodäsie, Koordinatentransformation sowie CCD-Einsatz in der Astrometrie zusammenzustellen. Der thematische Bogen schließt sich mit Arbeiten zur Geoidbestimmung, einer Betrachtung der Höhenproblematik aus ingenieurgeodätischer Sicht und dem Einsatz von GPS als Hilfsmittel zur Erkundung der Dynamik des Erdkörpers. Die angegebene Folge tangiert somit eine Vielzahl jener Fachgebiete, denen K. Bretterbauer in seiner reichen Schaffenstätigkeit wesentliche Impulse geliefert hat. Als Wermutstropfen ist sicher das Fehlen einer Arbeit zur Kartenentwurfslehre in diesem Band zu sehen, denn der Lehre der Abbildungen von Kugel und Ellipsoid widmete K. Bretterbauer in einer Vielzahl von Publikationen seine Aufmerksamkeit. Es wäre unbedingt notwendig die adäquate Weitergabe seines diesbezüglichen Wissens an künftige Studierende zu sichern, sind doch heute selbst Verlage kaum mehr imstande über die verwendeten Projektionen der von ihnen erzeugten Atlanten Auskunft zu geben.

Alle Autoren standen im Laufe der Jahre mit dem Jubilar als Kollegen, Assistenten oder Doktoranden in enger Verbindung. Jene, die als Autoren nicht Berücksichtigung fanden, mögen mir dies mit Hinweis auf den Umfang der Festschrift verzeihen. Sie haben sich aber dankenswerterweise mit ihrer Eintragung in die Glückwunschliste in den Kreis der Gratulanten gereiht und ich freue mich, sehr viele von ihnen bei der heutigen Festveranstaltung im Boeckl-Saal der TU-Wien begrüßen zu dürfen.

Kurt Bretterbauer hat es immer vortrefflich verstanden die Positionierung der Höheren Geodäsie als wesentliches Bindeglied zwischen der Astronomie und der Geophysik herauszustreichen. Sein Engagement im Lehrbetrieb ging weit über den üblichen Rahmen hinaus und seine Fähigkeit, die Zuhörerschaft trotz der nicht immer leichten Materie in den Bann zu ziehen, kann eine Generation von Geodäten bestätigen. Er hat immer Wert darauf gelegt, den Studierenden auch Grundlagenwissen aus Physik, Mathematik und Astronomie weiterzugeben, das in unserer schnellebigen Zeit nicht allzu rasch an Wert verliert. Die Fähigkeit Probleme auf dem Niveau einer Hochschulausbildung lösen zu können ist in unserer Arbeitswelt gefragt und sollte hier vermittelt werden. Die derzeitigen Berufsfelder seiner Absolventen in Wirtschaft, Industrie und Forschung bestätigen offensichtlich seinen Erfolg in diesem Bemühen.

Der Jubilar hat sich mit seinen weitreichenden und oft unkonventionellen Ideen nicht immer Freunde aber in jedem Fall Anerkennung geschaffen. Für den Verfasser dieser Zeilen war er ein besonderer Lehrer, ist er doch ein Mensch der neben der fachlichen Komponente seinen Mitarbeitern noch die Entfaltung eigenständiger Persönlichkeit und eine positive Sicht der Zukunft mitgeben konnte.

Die Mitarbeiter der Abteilung Höhere Geodäsie wünschen K.Bretterbauer jedenfalls die Möglichkeit in guter Gesundheit nun etwas mehr Muße zur Ausübung seiner Hobbys zu finden. Uns wünschen wir weiterhin seinen Rat, seinen Beistand und möglichst häufige Besuche an seiner ehemaligen Wirkungsstätte.

*Robert Weber*

Wien, 14. Jänner 2000



## INHALTSVERZEICHNIS

Fritz K. Brunner	1
Zur Präzision von GPS Messungen	
Helmut Titz	11
Regionale GPS/GLONASS-Echtzeitsysteme in Österreich	
Thomas A. Wunderlich	21
Ein elliptischer Steg	
Martin Ploner, Paul Jackson	29
Satellitenastrometrie mit CCD	
Gottfried Gerstbach	45
CCD und Astro-Geodäsie	
Unterwegs zur automatischen Lotrichtungsmessung	
Werner Daxinger	59
Interpolation von Geoidhöhen aus einem Raster	
Heinz Stanek	71
Verdichtung des Höhennetzes der Stadtgemeinde Klosterneuburg mit Satellitenverfahren	
Robert Weber	79
Zur Länge eines Tages	

---

# ZUR PRÄZISION VON GPS MESSUNGEN

Fritz K. Brunner

Ingenieurvermessung und Meßtechnik  
Technische Universität Graz  
Steyrergasse 30  
8010 Graz, Österreich

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird die Formulierung der Präzision von statischen GPS Messungen untersucht. Dafür wird die Strukturfunktion der Phasen verwendet, welche mit der atmosphärischen Turbulenz in Zusammenhang steht. Es wird gezeigt, daß die Varianz der gemessenen Basislinienlängen und der Höhenunterschiede exponentiell von der Distanz abhängig ist. Für Distanzen, die kürzer als die Tiefe der Atmosphäre (etwa 3 km) sind, gilt der Exponent  $5/3$ , für längere Distanzen gilt der Exponent  $2/3$ . Das neue stochastische Modell für statische GPS Messungen ist für alle Distanzbereiche einheitlich anwendbar. Auch die Dauer der statischen GPS Sessionen wird in der neuen Formel berücksichtigt. Die Resultate eines GPS Experimentes werden benutzt, um die numerischen Werte der Parameter der neuen Formel zu bestimmen.

## Summary

This paper investigates the formulation of the precision of static GPS measurements. For this purpose the phase structure function is used which is related to atmospheric turbulence. It is shown that the variance of the measured baselines and height differences is exponentially dependent on the baseline length. The exponent of  $5/3$  is valid for distances shorter than the depth of the atmosphere (about 3 km), and the exponent of  $2/3$  is valid for distances longer than the depth of the atmosphere. This new stochastic model for static GPS measurements is applicable for all ranges of distances. In addition, the duration of a static GPS session is included in the new formula. The results of an GPS experiment are used for the determination of the numerical values of the parameters in the new formula.

## 1 Einleitung

In dieser Arbeit wird die Beschreibung der Präzision von statischen GPS Resultaten (Länge und Höhenunterschied der Basislinien) untersucht. Die erreichbare Präzision der Basislinien,

die mit GPS bestimmt werden, wird von den Herstellern der GPS Hardware meistens als Standardabweichung in der Form

$$\sigma = a + b \cdot s \quad (1)$$

also mit einem konstanten Teil ( $a$ ) und einem distanzabhängigen Teil ( $b$ ) angegeben, wobei  $s$  die Basislinienlänge ist. Diese Formulierung ist auch für EDM üblich und wurde für GPS unter anderem von Larson und Agnew (1991) verwendet.

A-priori Angaben über die Präzision von statischen Basislinienmessungen mit GPS sind vor allem notwendig, wenn diese in einer Netzausgleichung weiterverarbeitet werden sollen. Dafür wurde auch die Varianz in der Form

$$\sigma^2 = A^2 + B^2 \cdot s^2 \quad (2)$$

vorgeschlagen. Formel (2) hätte gegenüber Formel (1) den Vorteil, daß sie für Varianzkomponentenschätzungen direkt verwendbar ist. Diese Formulierung wurde unter anderem von MacMillan und Ma (1994) verwendet.

Beide Formeln haben den Nachteil, daß die Varianzen für längere Basislinien (wegen  $b$  bzw.  $B$ ) im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen zu groß werden. Es ist daher üblich, die entsprechenden Werte separat für kurze und lange Basislinien anzugeben. Auch wird die gleiche Formulierung, allerdings mit anderen numerischen Koeffizienten, für die horizontalen und die vertikalen Basislinienkomponenten verwendet. Larson und Agnew (1991) haben die Präzision von GPS Messungen im Detail untersucht und dabei angemerkt, daß eine verbesserte Formulierung wünschenswert wäre.

Die numerischen Werte für die Parameter  $a$  und  $b$  der Gleichung (1) bzw. für  $A$  und  $B$  der Gleichung (2) werden im allgemeinen aus Abweichungen der Wiederholungsmessungen um eine lineare Regressionsgerade berechnet. Für lange Basislinien (ungefähr 500 bis 1000 km) haben sich als typische Werte für  $A$  3 bis 5 mm und für  $B$  1 bis 3 ppb (parts per billion) ergeben, z.B. MacMillan und Ma (1994), Pohl und Schenke (1996). Bei Basislinien kleiner als 100 km wurde  $B$  eher in ppm als im ppb Bereich gefunden. Es soll nochmals betont werden, daß in dieser Arbeit  $\sigma^2$  als Wiederholbarkeitspräzision interpretiert wird. Daher werden die Koeffizienten der Formeln auch aus Wiederholungsmessungen berechnet. Es ist allgemein bekannt, daß die aus der Ausgleichung berechneten Varianzfaktoren um den Faktor 6 bis 10 zu klein erhalten werden. Die Ursache dafür wird in der Nichtbeachtung der physikalischen Korrelationen zwischen den GPS Phasenmessungen gesehen. Daher werden die a-posteriori Varianzfaktoren der Ausgleichung in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Einige Autoren haben die Abhängigkeit der Präzision von der statischen Sessionsdauer untersucht (z.B. Heister et al., 1997). Obwohl die Ergebnisse den zu erwartenden Zusammenhang von Sessionsdauer und Varianz gezeigt haben, wurde dieser nicht explizit formuliert. Daher soll dieser Anteil in die neue Formel als Funktion der Dauer in Stunden,  $f(h)$ , aufgenommen werden.

Bis jetzt wurde in der Formel (2) eine quadratische Abhängigkeit der Varianz von der Basislinienlänge verwendet. Es ist aber bekannt, daß die Varianz von Phasendifferenzmessungen mit VLBI den Exponenten signifikant kleiner als 2 ergeben hat (Thompson et al., 1986). Es sollte daher interessant sein, auch für GPS Resultate zu untersuchen, welche Werte für diese Hochzahl tatsächlich zutreffend sind.

Für die weiteren Überlegungen in dieser Arbeit wollen wir daher die folgende allgemeine

Formel für die Varianz von statischen Basislinienmessungen mit GPS untersuchen:

$$\sigma^2 = f(h) \cdot [A^2 + B^2 \cdot s^\beta] \quad (3)$$

Zuerst werden einige theoretische Überlegungen angestellt und dann experimentelle Ergebnisse vorgestellt. Die Werte  $A$  und  $B$  werden separat für die Länge und den Höhenunterschied der Basislinien bestimmt werden. Weiters wird vorausgesetzt, daß die Ambiguitäten korrekt gelöst werden konnten und nicht Teil der endgültigen Parameterschätzung der Koordinaten sind. Die Kovarianzen zwischen den Basislinien in geodätischen Netzen sollen hier nicht behandelt werden. Wie schon vorher angemerkt, soll diese Arbeit als eine Anregung zur Diskussion der Formulierung des stochastischen Modells von GPS Basislinienmessungen verstanden werden.

## 2 Theoretische Betrachtungen

### 2.1 Die Funktion $f(h)$

Man könnte vermuten, daß sich die Varianz  $\sigma^2$ , Formel (3), als Wiederholungspräzision ähnlich wie die Varianz des Mittelwertes von direkten Messungen verhalten sollte. Alle unsere Meßresultate, vor allem von kürzeren Basislinien, haben diese Prädiktion bestätigt. Daher erscheint es sinnvoll,

$$f(h) = \frac{1}{h} \quad (4)$$

invers proportional zur Sessionsdauer in Stunden anzusetzen. Damit entsprechen die Werte  $A^2$  und  $B^2 \cdot s^\beta$  den Varianzen der Mittelwerte für eine Stunde der Basislinienkomponenten.

### 2.2 Varianzen der Basislinienkomponenten

Nun wollen wir die Distanzabhängigkeit von  $\sigma^2$  in Formel (3) etwas näher untersuchen. Dafür ist es sinnvoll, mit der Varianz der Einzeldifferenzen der GPS Phasenmessungen zu beginnen. Eine Phaseinzeldifferenz,  $\Delta\Phi$ , ist die Differenz der Phasenwerte  $\Phi$ , die auf zwei Stationen zu einem Satelliten gemessen werden. Die Positionen der Stationen werden mit den Vektoren  $\underline{r}$  und  $(\underline{r} + \underline{\rho})$  beschrieben. Der Vektor der Basislinie zwischen den beiden Stationen ist dann  $\underline{\rho}$ . Die Varianz von  $\Delta\Phi$  kann aus den Residuen der Phasenwerte,  $\varphi$ , berechnet werden

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = \langle [\varphi(\underline{r}) - \varphi(\underline{r} + \underline{\rho})]^2 \rangle \quad (5)$$

wobei die winkligen Klammern die Mittelung über alle Werte bedeuten. Die Phasenresiduen  $\varphi$  entstehen durch die Schätzung der unbekanntenen Koordinaten aus den gemessenen Phasen.

Die Phasenresiduen  $\varphi$  werden vor allem durch nicht modellierte Ausbreitungseffekte und Mehrwegeeffekte beeinflusst. Wir erkennen, daß Gleichung (5) aber auch der Definition der Strukturfunktion  $D_\varphi(\underline{\rho})$  der Phasen entspricht, siehe z.B. Ishimaru (1978). Daher können wir Gleichung (5) folgendermaßen umschreiben:

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = D_\varphi(\underline{\rho}) \quad (6)$$

Wir verschieben die Diskussion der Phasenstrukturfunktion  $D_\varphi(\underline{\rho})$  auf das nächste Kapitel, da wir zunächst die Varianzfortpflanzung von  $\sigma_{\Delta\varphi}^2$  verfolgen wollen. Im allgemeinen werden die GPS Resultate aus Phasendoppeldifferenzen ( $\nabla\Delta\Phi$ ) zu zwei Satelliten bestimmt, um vor allem die Uhrenfehler der Satelliten und der Empfänger zu eliminieren. Mit Hilfe des Doppeldifferenzoperators,  $H$ , entstehen aus den  $\Delta\Phi$  die Doppeldifferenzen der Phasen

$$\nabla\Delta\Phi = H \cdot \Delta\Phi \quad (7)$$

Bezeichnen wir die Kovarianzmatrix der  $\Delta\Phi$  mit  $\Sigma_{\Delta\Phi}$ , dann ergibt sich durch Anwendung des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes auf Gleichung (7) die Kovarianzmatrix der Doppeldifferenzen als

$$\Sigma_{\nabla\Delta\Phi} = H \cdot \Sigma_{\Delta\Phi} \cdot H^T \quad (8)$$

Um die folgende Argumentation einfach zu halten, nehmen wir vorerst einmal an, daß die  $\sigma_{\Delta\varphi}^2$  Werte für alle Satelliten gleich groß sind. Natürlich wissen wir, daß das eine starke Vereinfachung ist, da das Rauschen der GPS Phasen auch stark vom Elevationswinkel der Satelliten abhängig ist. Für diese Annahme wird die Varianzmatrix  $\Sigma_{\Delta\Phi}$  der  $\Delta\Phi$

$$\Sigma_{\Delta\Phi} = \sigma_{\Delta\varphi}^2 \cdot I \quad (9)$$

wobei  $I$  die Einheitsmatrix ist. Damit finden wir für Gleichung (8)

$$\Sigma_{\nabla\Delta\Phi} = \sigma_{\Delta\varphi}^2 \cdot (HH^T) \quad (10)$$

wobei  $(HH^T)$  die Kovarianzmatrix der mathematischen Korrelationen zwischen den Doppeldifferenzmessungen ist. Die physikalischen Korrelationen zwischen den simultanen Phasemessungen zu verschiedenen Satelliten sollen in dieser Arbeit, wie schon erwähnt, nicht betrachtet werden.

Unter den oben gemachten Voraussetzungen läßt sich mit Hilfe des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes zeigen, daß die Varianzen der Koordinatenunterschiede einer Basislinie als Produkt eines Designfaktors  $q$  (Basislinien- und Satellitengeometrie) mit  $\sigma_{\Delta\varphi}^2$  darstellbar sind:

$$\sigma^2 = q \cdot \sigma_{\Delta\varphi}^2 \quad (11)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (6) finden wir mit

$$\sigma^2 = q \cdot D_\varphi(\underline{\rho}) \quad (12)$$

einen einfachen Zusammenhang zwischen  $\sigma^2$  und der Phasenstrukturfunktion  $D_\varphi(\underline{\rho})$ . Dafür war es notwendig, einige einschränkende Annahmen über  $\Sigma_{\Delta\Phi}$  zu machen. Eine verallgemeinerte Herleitung der obigen Zusammenhänge ist aber nicht Gegenstand dieser Arbeit. Hier wollen wir nur die Abhängigkeit von  $\sigma^2$  von der Varianz der Phasendifferenzresiduen zeigen.

### 2.3 Der Parameter $\beta$

Gleichung (12) erlaubt nun die Untersuchung der Distanzabhängigkeit von  $\sigma^2$  auf der Basis der Strukturfunktion  $D_\varphi(\underline{\rho})$  der Phasen. Strukturfunktionen wurden eingeführt, um die tur-

bulenten Fluktuationen von atmosphärischen Parametern und deren Effekte auf die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen zu beschreiben, z.B. Ishimaru (1978). Die Strukturfunktion der Phase ist definiert als

$$D_{\varphi}(\underline{\rho}) = \langle [\varphi(\underline{r}) - \varphi(\underline{r} + \underline{\rho})]^2 \rangle \quad (13)$$

wobei  $\underline{\rho}$  den Vektor zwischen den beiden Meßpunkten darstellt. Für isotrope turbulente Prozesse konnte gezeigt werden, daß die Strukturfunktion nur mehr von der Länge der Raumdistanz  $\rho$  und einer Konstanten  $C^2$ , welche die Stärke der Turbulenzerscheinungen angibt, abhängig ist:

$$D_{\varphi}(\rho) = C^2 \cdot \rho^{\beta} \quad (14)$$

Coulman (1990) hat eine wichtige Bestandsaufnahme über  $D_{\varphi}(\rho)$  verfaßt, die für die vorliegende Aufgabenstellung besondere Relevanz hat. Beginnen wir, indem wir eine Phasenfront betrachten, die sich vertikal durch die turbulente Atmosphäre ausbreitet. Dafür müssen wir zwei Fälle unterscheiden: (1) wenn die Tiefe der Atmosphäre,  $t$ , größer ist als  $\rho$ , und (2) wenn  $t \leq \rho$ . Für Ausbreitungseffekte von Mikrowellen sind hauptsächlich die feuchten Schichten der Troposphäre maßgeblich, wofür  $t$  mit 2 bis 3 km geschätzt werden kann. Im Fall (1) können die dreidimensionalen turbulenten Strukturen isotropisch angenommen werden. Damit ergibt sich

$$D_{\varphi}(\rho) = C_1^2 \cdot \rho^{5/3}, \quad t \gg \rho \quad (15)$$

Im Fall (2) und für große Abstände  $\rho$  (größer als 10 km) wird die Atmosphäre wie eine dünne Schicht wirken und am effektivsten durch einen zweidimensionalen Turbulenzprozeß beschrieben. Dafür ergibt sich nun

$$D_{\varphi}(\rho) = C_2^2 \cdot \rho^{2/3}, \quad t \leq \rho \quad (16)$$

Den Übergang von  $5/3$  zu  $2/3$  für den Exponenten  $\beta$  in Gleichung (14) haben Dravskikh and Finkelstein (1979) mit 5.6 km festgelegt. Coulman (1990) argumentierte, daß dieser Wert aber eher 2 bis 3 km betragen soll. Zur Zeit ist keine Untersuchung bekannt, die den Wert für  $t$  mit überzeugenden experimentellen Daten bestimmt. Daher wollen wir vorläufig  $t$  mit 3 km festlegen. Wir beabsichtigen aber, mit entsprechenden GPS Messungen diesen Punkt im Detail noch zu untersuchen.

Schon diese kurz gehaltene Betrachtung der korrekten Beschreibung der Phasenfluktuationen mit Strukturfunktionen zeigt, daß die Abhängigkeit der Präzision von Basislinienmessungen von der Länge der Basislinie sicherlich nicht quadratisch sein sollte.

## 2.4 Der Parameter $A^2$

Die Formulierung der Präzision  $\sigma^2$  der Basislinienmessungen durch Gleichung (12) mit Gleichung (15) oder Gleichung (16) für die Phasenstrukturfunktion ergibt Null als minimale Varianz. Daher erscheint es sinnvoll, auch angeregt durch eine ähnliche Vorgangsweise für VLBI-Daten von Armstrong and Sramek (1982), das Phasenrauschen (Rauschen der Uhren und Empfänger), das von der Basislinienlänge unabhängig ist, zu addieren.  $A^2$  in Gleichung (3) repräsentiert die erreichbare Präzision bei extrem kurzen Basislinien, vor allem dominiert durch das GPS Empfängerrauschen.

Im idealisierten Fall sollte  $A^2$  die Varianz einer Nullbasislinienbestimmung ausdrücken. Da bei Nullbasislinienmessungen alle externen Effekte, wie z.B. Ausbreitungseffekte und Mehrwegeeffekte, eliminiert werden, würde diese Möglichkeit der Bestimmung von  $A^2$  viel zu kleine, völlig unrealistische, Werte liefern.  $A^2$  sollte daher mit Hilfe von sehr kurzen Basislinien bestimmt werden. Die Mehrwegeffekte werden dabei bereits die Resultate verschlechtern, allerdings nur infolge der Differenz der Mehrwegeffekte beider GPS Stationen. Bei längeren Basislinien ist zu erwarten, daß der gesamte Mehrwegeffekt größer werden wird, da kein gemeinsamer Anteil mehr auftreten wird. Allerdings werden bei statischen GPS Wiederholungsmessungen die periodischen Mehrwegeffekte durch die Verwendung von längeren Sessionsdauern stark reduziert. Die Ausbreitungseffekte sind bei kurzen Basislinien zu vernachlässigen. Das ist von Vorteil, da ja das  $B^2 \cdot s^\beta$  Glied diese Effekte zu modellieren hat, was im vorherigen Kapitel bereits diskutiert wurde.

## 2.5 Einheitliche Formulierung von $\sigma^2$

Da  $A^2$  der Präzision einer sehr kurzen Basislinie entspricht, wird diese ebenfalls mit  $f(h)$  in Abhängigkeit von der Sessiondauer  $h$  zu skalieren sein. Mit den Gleichungen (15) und (16) finden wir daher die folgenden Formeln für die Präzision einer statischen Basislinienmessung mit einer Sessionsdauer von  $h$  Stunden:

$$\sigma^2 = \begin{cases} (A^2 + q \cdot C_1^2 \cdot \rho^{5/3})/h & , \quad t \gg \rho \\ (A^2 + q \cdot C_2^2 \cdot \rho^{2/3})/h & , \quad t \leq \rho \end{cases} \quad (17)$$

Wir wollen diese beiden Formeln so abstimmen, daß die  $\sigma^2$  für die beiden Fälle (1) und (2) im Punkt  $t$  gleich sind. Setzen wir  $q \cdot C_1^2 = B^2$ , dann finden wir die endgültigen Formeln mit

$$\sigma^2 = \begin{cases} (A^2 + B^2 \cdot \rho^{5/3})/h & , \quad t \gg \rho \\ (A^2 + B^2 \cdot t \cdot \rho^{2/3})/h & , \quad t \leq \rho \end{cases} \quad (18)$$

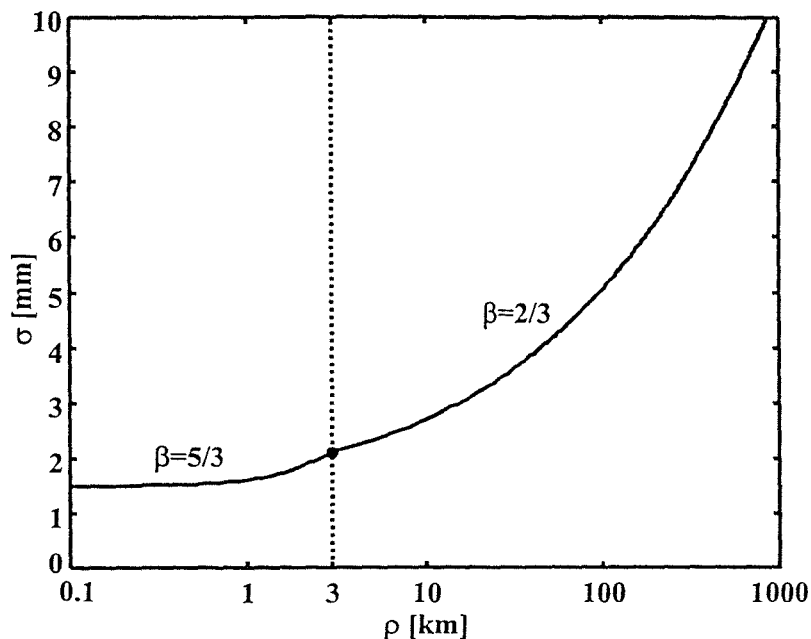


Abb. 1: Schematischer Verlauf der  $\sigma$  Kurve nach Gleichung (18) für den Fall (1) mit  $\beta = 5/3$  und den Fall (2) mit  $\beta = 2/3$  mit  $t = 3$  km

Der schematische Verlauf der  $\sigma$  Kurve ist in Abbildung 1 gezeigt. Bei der experimentellen

Bestimmung von  $A^2$  und  $B^2$  sind diese, separat für Basislinienlängen und Höhenunterschiede, aus den Auswertungen der Wiederholungsmessungen jeweils einer Basislinienmessung zu berechnen.

### 3 Experimentelle Daten

#### 3.1 Ein GPS Experiment

Mit einem GPS Experiment haben wir versucht zu klären, welche Präzision mittels statischer GPS Messungen bei Basislinienlängen kleiner 5 km, wie sie in Ingenieurnetzen vorwiegend auftreten, erreicht werden kann. Insbesondere sollte untersucht werden, wie die Präzision von der Meßdauer und der Basislinienlänge abhängt. Da die Angaben der inneren Genauigkeit in GPS Netzen immer zu optimistisch sind, ist es besonders wichtig zu wissen, welche Wiederholbarkeitspräzision erreicht werden kann. Im folgenden wird die Wiederholbarkeitspräzision als RMS (Root Mean Square Error) der wiederholten Einzelmessungen ausgedrückt.

Für die Untersuchungen wurde südlich von Graz, in der Nähe des Flughafens Graz-Thalerhof, ein GPS Experiment durchgeführt. Bei der Festlegung der Punkte wurde darauf geachtet, daß sie nahezu auf einer Geraden liegen und geringe Höhenunterschiede aufweisen. Die Testbasis bestand aus 6 Punkten, wobei die Abstände der einzelnen Punkte so gewählt wurden, daß bei der Auswertung möglichst viele verschiedene Basislinienlängen berechnet werden konnten (siehe Abbildung 2). Die GPS Messungen wurden als 24 Stunden Beobachtungen am 02.04.1997 um 15h30 lokaler Zeit gestartet. Auf allen Punkten wurde gleichzeitig mit Leica SR299 und SR399 GPS Empfängern (Datenrate 30 s, minimaler Elevationswinkel  $15^\circ$ ) beobachtet.

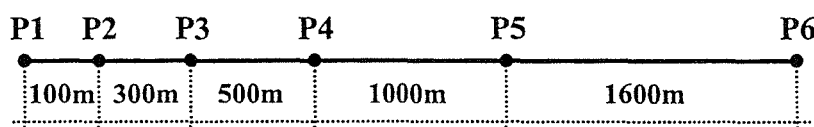


Abb. 2: Skizze der verwendeten Punkte mit Distanzangaben

Die Auswertung erfolgte mit der Berner Software Version 4.0 (Rothacher and Mervart, 1996). Aufgrund der geringen Höhenunterschiede zwischen den Punkten wurde zur Korrektur des troposphärischen Einflusses nur das Standardmodell der Berner Software verwendet. Der ionosphärische Ausbreitungsfehler war im Jahr 1996 wegen des 11-jährigen Zyklus der Sonnenaktivitäten sehr gering, was auch durch das Datenmaterial dieser Arbeit bestätigt wurde. Daher wurde keine ionosphärische Korrektur vorgenommen. Für die folgenden Resultate sind nur die L1 Phasenbeobachtungen verwendet worden.

Mit den Daten der 6 Empfänger konnten 15 Basislinien bestimmt werden, wobei jede Basislinie separat berechnet wurde. Weiters wurden die 24 Stunden Daten in verschiedene Teilintervalle (8 Intervalle zu 3 h, 24 Intervalle zu 1 h und 48 Intervalle zu 0.5 h) geteilt. Jedes Teilintervall wurde unabhängig von den anderen ausgewertet, also auch die Ambiguitäten separat gelöst. Als Ergebnis erhält man für jede Basislinie und jedes Teilintervall die entsprechenden Basislinienkomponenten. Daraus konnte der RMS der Wiederholbarkeitspräzision gerechnet werden. Um die erhaltenen RMS Werte vergleichbar zu machen, wurden diese der Gleichung (4) entsprechend skaliert. Diese RMS Werte beziehen sich daher auf den Mittelwert von einer Stunde und sind in Abbildung 3 für die Basislinienlänge der Distanz dargestellt.



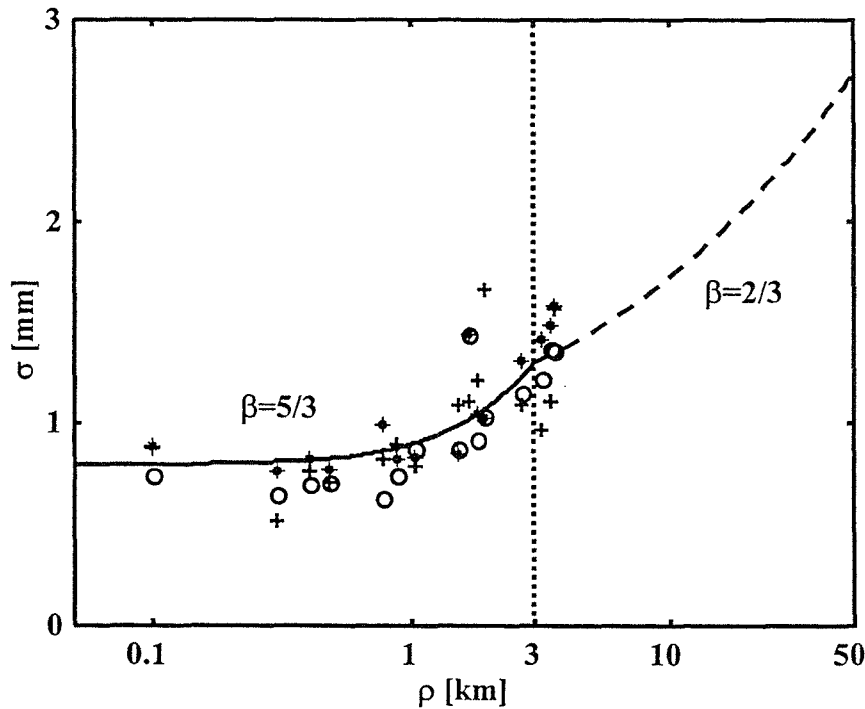


Abb. 3: Experimentelle Werte der 3 h (+), 1 h (o), und 0.5 h (\*) RMS Werte der Basislinienlänge in [mm], alle skaliert auf 1h Werte. Dabei wurde  $t$  mit 3 km angenommen.

### 3.2 Analyse

Die in Abbildung 3 gezeigten Resultate sind natürlich nur eine kleine Stichprobe und sind auch nicht vollständig unabhängig. Durch die gleiche Ausrichtung der Basislinien, bleibt die Satellitengeometrie für alle Basislinien gleich. Es erscheint dennoch zulässig, alle Basislinien zu verwenden, da diese ja unabhängig voneinander angesetzt wurden. Allerdings wird das gleiche Datenmaterial für die Auswertung mit verschiedenen Sessionsdauern verwendet. Jedenfalls bestätigt Abbildung 3, daß die Skalierung nach Gleichung (4) richtig ist.

Die Resultate des Experimentes eignen sich nur bedingt zur gemeinsamen Bestimmung der numerischen Werte von  $A$ ,  $B$  und  $\beta$ , da sich  $\beta$  aus der Parameterschätzung nicht signifikant bestimmen läßt. Es ist daher besser, zuerst den Wert für  $A$  festzulegen. Die experimentellen Daten (siehe Abbildung 3) ergeben für  $A = 0.8$  mm. Dieser Wert wird auch durch die Resultate von Ernst et al. (1999) und Heister et al. (1997) bestätigt. Mit  $A = 0.8$  mm ergibt eine Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate für  $\beta = 1.53$ . Jedenfalls kann ein Exponent von  $5/3$  nicht widerlegt werden. Wenn auch etwas schwach belegt, so ergeben die experimentellen Daten die folgenden Werte für die Präzision der Basislinienlängen:

$$\sigma_l^2 = (0.8^2 + 0.4^2 \cdot \rho^{5/3})/h \quad \text{in [mm}^2\text{]} \quad (19)$$

Dabei wird  $\rho$  in Kilometer und  $h$  in Stunden eingeführt. Die Kurve der Gleichung (19) wurde auch in Abbildung 3 bis  $t = 3$  km eingetragen. Der anschließende Kurvenast mit dem Exponenten  $2/3$  nach Gleichung (18) ist ebenfalls dargestellt.

Eine analoge Analyse der Resultate der Höhenunterschiede ergab für die Varianz

$$\sigma_{\Delta h}^2 = (1.7^2 + 0.9^2 \cdot \rho^{5/3})/h \quad \text{in [mm}^2\text{]} \quad (20)$$

wobei  $\rho$  in Kilometer und  $h$  in Stunden eingeführt wird. Der Wert  $A = 1.7$  mm in Formel (20) wurde auch durch Heister et al. (1997) bestätigt. Die Arbeit von Heister et al. (1997) läßt aber auch vermuten, daß  $A$  noch von der Antennencharakteristik abhängig sein wird. Die Höhenunterschiede der Stationen waren sehr gering. Für größere Höhenunterschiede wird es sinnvoll sein, die Abhängigkeit der Präzision von der Größe des Höhenunterschiedes zu untersuchen. Natürlich wird dabei die Modellierung des atmosphärischen Ausbreitungseffektes eine entscheidende Rolle spielen.

Der Übergang vom Exponentenwert  $5/3$  zu  $2/3$  kann mit den vorliegenden Daten nicht untersucht werden. Daher wurde dieser bei  $t = 3$  km angenommen. Eine erste Betrachtung der Resultate von Pohl und Schenke (1996) für längere Basislinien zeigt eine mögliche Beschreibung durch Gleichung (18) mit der Verwendung des Exponenten  $2/3$ .

Ein Vergleich der GPS Resultate mit jenen aus VLBI Messungen ist interessant. Armstrong and Sramek (1982) haben aus VLBI Messungen von Basislinienlängen zwischen 1 und 35 km den Exponenten  $\beta = 1.4$  gefunden. Sramek (1990) hat später einen wesentlich größeren Datensatz untersucht und  $\beta = 0.68$  für  $\rho > 1$  km festgestellt. Für  $\rho < 1$  km und an Sommertagen mit starker Luftturbulenz fand er  $\beta = 1.44$ , wobei  $\beta = 5/3$  nicht signifikant widerlegt werden konnte.

## 4 Diskussion

In dieser Arbeit wurde auf der Basis der Strukturfunktion der Phase eines GPS Signals, welches sich durch die turbulente Atmosphäre ausbreitet, eine Formel für die Präzision der Basislinienresultate entwickelt. Auch wurde die Dauer der Session einer statischen GPS Messung berücksichtigt. Vor allem konnte die bis jetzt allgemein verwendete quadratische Abhängigkeit der Varianz von der Basislinienlänge nicht bestätigt werden. Es wurde gezeigt, daß diese Abhängigkeit der Exponenten  $5/3$  für Basislinienlängen kleiner als die Tiefe der Atmosphäre und  $2/3$  für Basislinienlängen größer als die Atmosphäre auf Grund turbulenztheoretischer Überlegungen verlangt.

Die Struktur der vorgeschlagenen Präzisionsformel (18) gilt einheitlich für alle Distanzbereiche und sowohl für Basislinienlängen als auch Höhendifferenzen. Obwohl es in dieser Arbeit vordringlich um die Struktur der neuen Formel ging, wurden die Resultate eines GPS Experimentes benutzt, um die numerischen Werte der Parameter zu bestimmen. Diese stimmen mit anderen Untersuchungen überein und werden auch durch entsprechende Untersuchungen von VLBI Messungen unterstützt.

Die vorliegenden Daten haben weder die Bestimmung von  $t$  noch die Untersuchung von  $\beta$  für längere Basislinien ermöglicht. Eine entsprechende Auswertung der AREF Daten könnte dazu einen Beitrag liefern. Auch sollten noch längere Zeitreihen von GPS Messungen benutzt werden, um die Gültigkeit der numerischen Werte von  $A$  und  $B$  zur Beschreibung der äußeren Präzision zu untersuchen.

Diese Arbeit soll die Diskussion der korrekten Formulierung des stochastischen Modells von statischen GPS Messungen anregen. Die Analyse von größeren GPS Datensätzen wird notwendig sein, um die vorgestellten Formeln der Präzision von statischen GPS Messungen im Detail zu verifizieren.

## Verdankungen

Diese Arbeit wurde durch den Jubiläumsfond der Österreichischen Nationalbank (Projektnummer 5497) unterstützt. M. Ratkajec hat die Auswertung der GPS Messungen durchgeführt. Sein Aufenthalt an der TU Graz wurde durch den ÖAAD unterstützt. Die Firma R&A Rost hat drei Leica GPS Empfänger für die Messungen zur Verfügung gestellt.

## Literatur

- Armstrong, J. W. and Sramek, R. A., 1982: *Observations of tropospheric phase scintillations at 5 GHz on vertical paths*. Radio Science, 17: 1579-1586.
- Coulman, C. E., 1990: *Atmospheric structure, turbulence and radioastronomical "seeing"*. In J.E. Baldwin and Wang Shouguan (Eds) Radio Astronomical Seeing. Pergamon Press, 11-20.
- Dravskikh, A. F., and Finkelstein A. M., 1979: *Tropospheric limitations in phase and frequency coordinate measurements in astronomy*. Astrophysics. Space Sci., 60: 251-265.
- Ernst, H, Fuhlbrügge, H. J., Siemes, M., 1999: *Ein hybrides Meßverfahren für das Kataster - Einsatzmöglichkeiten von GPS-Einfrequenzempfängern in Verbindung mit elektronischen Tachymetern*. VR, 61/1: 31-49.
- Heister, H., Hollmann, R., und Lang, M., 1997: *Multipath-Einfluß bei GPS-Phasenmessungen: Auswirkungen und Konsequenzen für praktische Messungen*. AVN, 104: 166-177.
- Ishimaru, A., 1978: *Wave propagation and scattering in radom media*. Vol. 2, Academic Press.
- Larson, K. M., and Agnew, D. C., 1991: *Application of the Global Positioning System to Crustal Deformation Measurement 1. Precision and Accuracy*. J. Geophys. Res., 96: 16,547-16,565.
- MacMillan, D. S., and Ma, C., 1994: *Evaluation of very long baseline inerferometry atmospheric modeling improvements*. J. Geophys. Res., 99: 637-651.
- Pohl, M., and Schenke, H. W., 1996: *Precise Baseline Determination using GAMIT/GLOBK Software*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B: Nr. 304.
- Rothacher, M., and Mervart, L., 1996: *Bernese GPS Software, Version 4.0*. Astronomical Institute, University of Berne.
- Sramek, R. A., 1990: *Atmospheric phase stability at the VLA*. In J.E. Baldwin and Wang Shouguan (Eds) Radio Astronomical Seeing. Pergamon Press, 20-30.
- Thompson, A. R., Moran, J. M., and Swenson, G. W., Jr., 1986: *Interferometry and Synthesis in radio Astronomy*. Wiley-Interscience.

# REGIONALE GPS/GLONASS-ECHTZEITSYSTEME IN ÖSTERREICH

Helmut Titz

Höhere Geodäsie  
Technische Universität Wien  
Gußhausstraße 27 – 29  
1040 Wien, Österreich

## Kurzfassung

In diesem Artikel werden zwei kombinierte GPS/GLONASS-Referenzstationsnetze der österreichischen Energieversorgungsunternehmen im Burgenland und in Kärnten beschrieben, von denen das eine bereits seit 1997 besteht und das andere sich derzeit im Aufbau befindet. Unterschiede im Netzkonzept werden klar herausgestellt und Probleme im laufenden Betrieb aufgezeigt. Das bei beiden Netzen eingesetzte flächenhafte Fehlermodell erfaßt entfernungsabhängige Fehler wie Ionosphäreneinflüsse und Orbitfehler und ermöglicht die Echtzeitpositionierung mit einer homogenen Genauigkeit von  $\pm 1 - 3$  cm auch auf langen Basislinien bis zu 35 km. Dies wird durch extensive Testmessungen belegt.

## 1 Einleitung

Die Genauigkeitsanforderung an ein modernes Satellitensystem liegt heute im Bereich von  $\pm 1 - 3$  cm bei der relativen Positionsbestimmung. Läßt sich dieser Wert im Postprocessing routinemäßig auch bei kurzen Beobachtungszeiten erreichen, so gelingt dies bei Echtzeitvermessungen nur bedingt. In Kooperation mit der Abteilung Höhere Geodäsie der TU Wien wurde von der Burgenländischen Elektrizitätswirtschafts-AG (BEWAG) bereits im August 1997 das GPS-Referenzstationsnetzwerk SATVB (Satellitenvermessung Burgenland) in Betrieb genommen, welches gerade auf diesen Genauigkeitsbereich ausgelegt ist und sowohl der Praxis bei der BEWAG als auch der wissenschaftlichen Forschung gerecht wird. Als zweite Ausbaustufe erfolgte im Mai 1999 die vollständige Umrüstung von SATVB auf kombinierte GPS/GLONASS-Empfänger, um sowohl die Verfügbarkeit speziell in stärker abgeschatteten Bereichen wie z. B. Häuserschluchten zu erhöhen, als auch die Zuverlässigkeit der Positionierung durch Prüfung der GPS-Lösung mittels eines zweiten, unabhängigen Systems zu steigern.

Aufgrund der überzeugenden Leistungsparameter der SATVB-Lösung im Burgenland hat sich auch das Kärntner Energieversorgungsunternehmen KELAG entschlossen, eine landesweite GPS/GLONASS-Infrastruktur aufzubauen. Mit Unterstützung der Abteilung

Höhere Geodäsie der TU Wien und der Abteilung Ingenieurvermessung und Meßtechnik der TU Graz entsteht derzeit in Kärnten eines der weltweit größten regionalen GPS/GLONASS-Referenzstationsnetzwerke. Als erste Ausbaustufe konnten noch im Dezember 1999 vier von insgesamt 8 geplanten Referenzstationen in Betrieb genommen werden.

Primäre Zielsetzung beider Netze ist die Bereitstellung einer multifunktionalen Infrastruktur zur satellitengestützten Vermessung im innerbetrieblichen Bereich z. B. zur Leitungs- und Einbautendokumentation sowie deren Absteckung oder für Bauwerksüberwachungen. Dieses Bestreben umfaßt im wesentlichen

- die Schaffung eines Rahmens für GPS-Echtzeitmessungen im Genauigkeitsbereich von  $\pm 1 - 3$  cm über das gesamte Bundesland,
- die Ausstrahlung von Code-Korrekturen für GIS- und Navigationszwecke,
- die Bereitstellung von Meßdaten im RINEX-Format für Postprocessing-Anwendungen
- und die volle Integration der Ergebnisse der Satellitenvermessung in das firmeneigene GIS.

Bietet das Burgenland aufgrund der wenig bewegten Topographie und der geringen Bewaldung für GPS-Echtzeitsysteme ein optimales Einsatzgebiet, so ergeben sich im hochalpinen Kärnten zusätzliche Herausforderungen. Einerseits gehen mit der zu erwartenden größeren Abschattungsproblematik starke Geometriedefekte einher, andererseits erfordern die stark wechselnden meteorologischen Bedingungen aufgrund großer Höhenunterschiede und horizontal stark variierender Wetterbedingungen z. B. in benachbarten Tälern eine spezielle Behandlung. Diese Thematiken sowie die optimale Anbindung der regionalen Systeme an globale Koordinatenrahmen und an das amtliche Festpunktfeld sind Gegenstand zukünftiger Untersuchungen.

## 2 Datenübertragungstechnik

Die österreichischen Energieversorger verfügen über zwei wesentliche Ressourcen als Voraussetzung für den Aufbau regionaler GPS/GLONASS-Infrastrukturen: So sind einerseits landesweite Datennetze verfügbar, auf denen das Satellitensystem „nur“ als ein weiterer zusätzlicher Service mitbedient wird, was ein enormer Kostenvorteil ist. Zum Aufbau von Datenverbindungen werden in der Regel alle verfügbaren physikalischen Medien, die einen Datentransfer erlauben, genutzt. Die Datenübermittlung erfolgt auf optischem Weg z. B. durch Glasfaserkabel, welche in Erdungsseile von Hochspannungsfreileitungen eingeflochten oder als Erdkabel verlegt sind, über Richtfunkstrecken, Telefonleitungen und nicht zuletzt direkt über das 230 V-Stromnetz mittels Power Line Communication (PLC). Über sogenannte Multiplexer, die einen genormten Zugang zum Datenübertragungssystem bieten, können diese Kommunikationsnetze herangezogen werden, um lokale Rechnernetzwerke von verteilten Betriebsstandorten zu verbinden. Oder sie ermöglichen z. B. eine Peripheriegeräteanbindung an entfernten Standorten über transparente, „sehr lange“ serielle Leitungen.

Weiters stehen den Energieversorgern auch die benötigten Funkkanäle in Form lizenzierter Funkfrequenzen im 70cm- und 4m-Band zur Verfügung, um die GPS/GLONASS-Korrekturdaten der Referenzstationen an die mobilen Roverstationen zu senden. Erfolgt der Datenfunk derzeit noch ausschließlich im 4m-Band mittels analoger Funkmodemtechnik, so ist bereits ab dem Frühjahr 2000 mit dem Probetrieb des neuen, digitalen Betriebsfunksystems TETRA im Datenmodus zu rechnen. Der europäische Funkstandard

TETRA arbeitet im 70cm-Band und erlaubt, ähnlich dem Mobilfunkstandard GSM, gemischten Sprach- und Datenbetrieb. TETRA bietet gegenüber dem analogen Funksystem zusätzlich auch einen Rückkanal. Das GPS/GLONASS-Korrekturdatensignal stellt innerhalb des TETRA-Funksystems wieder nur einen von zahlreichen Diensten dar.

### **3 Netzwerkkonzepte**

#### **3.1 Flächenhafte Fehlermodellierung**

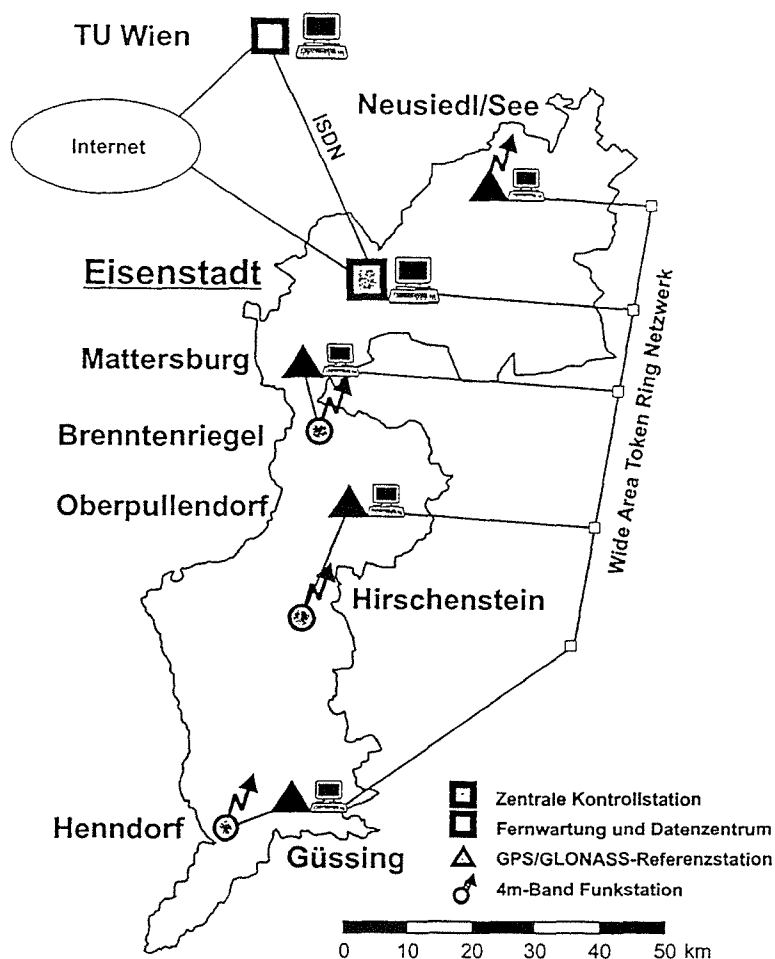
Die Idee der sogenannten Vernetzung von GPS/GLONASS-Referenzstationen basiert auf dem Fehlermodell differenzierter Phasenmessungen und dem dadurch bedingten eingeschränkten Einsatzradius von Echtzeitsystemen. So stellen hauptsächlich atmosphärische Störungen des Meßsignals und Orbitfehler limitierende Faktoren für Echtzeitsysteme dar und begrenzen als entfernungsabhängige Fehler deren praxisgerechten Einsatz auf Basislinienlängen von höchstens 10 – 15 km. Abhilfe könnten IGS-Produkte wie präzise Bahndaten, Ionosphärenmodelle und Troposphärenparameter bringen. Diese sind aber zum Zeitpunkt der Messung noch nicht verfügbar. Der differentielle Ionosphäreinfluß kann aber auch aus aktuellen Meßdaten der Referenzstationen geschätzt werden. Eine Bahnverbesserung mittels Short-Arc-Verfahren ist ebenfalls in Echtzeit möglich. Dazu müssen aber die an den Referenzstationen anfallenden Daten online über ein Datennetz auf einem zentralen Rechner zusammengeführt und gemeinsam zu einer Netzwerklösung verarbeitet werden. Dieses Netzwerkkonzept versucht nun durch den Ansatz flächenhafter Fehlermodelle die erwähnten entfernungsabhängigen Fehler aus der Netzwerklösung in Echtzeit abzuleiten. Übermittelt man diese Korrekturmodelle zusätzlich zu dem ursprünglichen RTCM-Datenstrom der einzelnen Referenzstationen an die Rover, so können die entfernungsabhängigen Fehler vorab eliminiert werden. Das hat drei wesentliche Verbesserungen zur Folge: Der Rover initialisiert schneller und zuverlässiger. Ein Einsatz des Echtzeitsystems bis zu Basislinienlängen von 35 km ist möglich. Die Genauigkeit der Positionsbestimmung wird von der Basislinienlänge unabhängig, man spricht von homogener Genauigkeit.

#### **3.2 Das Satellitenvermessungssystem SATVB der BEWAG**

Im Burgenland sind seit Mai 1999 vier Javad Legacy GPS/GLONASS Empfänger mit Choke-Ring Antennen des Typs Regant Dual Depth im Einsatz, nachdem das seit August 1997 bestehende SATVB GPS-Netz um die GLONASS-Fähigkeit erweitert worden war. Die vier SATVB-Referenzstationen in Neusiedl/See, Mattersburg, Oberpullendorf und Güssing sind als autonome Referenzstationen aufgebaut und bestehen aus je einem Pentium Pro 200 Rechner unter OS/2, einem Javad Empfänger, einem Sende- und einem Empfangsmodem für den Datenfunk im 4m-Band sowie der Referenzstationssoftware GNSMART der Firma Geo++. Die Sendeanlagen selbst wurden aus funktechnischen Gründen an erhöhten Standorten in Neusiedl/See, am Brenntenriegel, am Hirschenstein und in Henndorf situiert und werden mit einer Datenrate von 9600 Baud betrieben. Jeweils 2 Sender nutzen dieselbe Frequenz im Zeitmultiplexbetrieb. Mit 9600 Baud und gemischtem GPS/GLONASS-Betrieb ist in dieser Betriebsart eine maximale Update-Rate der Korrekturdaten von 2 s möglich.

Die vier Referenzstationen sind über ein Rechnernetz auf TCP/IP-Basis mit dem Zentralrechner in Eisenstadt verbunden. Dieser berechnet in Echtzeit die flächenhaften Korrekturmodelle und überträgt diese zurück an die Referenzstationen, wo sie zusätzlich zu den RTCM-Daten ausgestrahlt werden. Über dasselbe Rechnernetz erfolgt auch die

Fernadministration. Per ISDN kann auf das gesamte Referenzstationsnetz auch von der TU Wien aus zugegriffen werden. Über eine Internetverbindung ist der Zugriff auf RINEX-Meßdatenfiles aller Stationen möglich, die auf einem speziellen FTP-Server täglich abgelegt werden.



Das GPS/GLONASS Referenzstationsnetz SATVB der BEWAG im Burgenland

Abb. 1: Das GPS/GLONASS-Referenzstationsnetz SATVB der BEWAG im Burgenland

Die Station Mattersburg ist integraler Bestandteil des International GLONASS Experiment (IGEX) und liefert auf diesem Weg einen wesentlichen Beitrag zur präzisen Bahnbestimmung von GLONASS-Satelliten. Bereits während der IGEX-98-Kampagne konnten in Mattersburg erste Erfahrungen mit der Kombination von GPS und GLONASS gemacht werden, damals noch mit einem Ashtech GG24 Einfrequenz-Kombinationsgerät, welches von September 1998 bis März 1999 zusätzlich zum bestehenden GPS-System installiert wurde.

Als sehr vorteilhaft hat sich das Konzept der autonomen Referenzstationen erwiesen. Fällt das Datennetz oder der Zentralrechner in Eisenstadt aus, so ist ein Standalone-Betrieb weiterhin möglich, was vor allem für die Bereitstellung von kontinuierlichen RINEX-Dateien für das Postprocessing wichtig ist. Die Schwächen in der SATVB-Implementierung liegen nun

einerseits gerade in der rechnerbasierten Netzwerktechnik. Durch Netzwerkinstabilitäten und fehlerhafte Softwarekomponenten kommt es fallweise zum Verbindungsabbruch. Hier hilft dann nur manueller Neustart der Programme. Viel problematischer ist allerdings der Zeitmultiplexbetrieb beim Datenfunk. Übertragen die Sender nicht völlig zeitsynchron, so überlagern sich deren Funksignale in der Luft und stören sich gegenseitig. Am Rover ist dann kein Empfang der Korrekturdaten und somit auch keine Messung möglich. Auch hier hilft nur manuelles Eingreifen im Fehlerfall. Abhilfe wird erst die bevorstehende Umstellung auf das digitale TETRA-Funksystem ab Mitte 2000 bringen. TETRA ist in der Lage, Datenströme mit 7200, 14400 und 28800 Baud zu übertragen und wird nicht nur das Zeitmultiplexing des 4m-Funks überflüssig machen, sondern auch eine Update-Rate von 1 s erlauben.

### 3.3 Das Satellitenvermessungssystem der KELAG

Beim Satellitensystem der Kärntner KELAG wurde das bewährte Konzept der autonomen Referenzstationen zugunsten eines reinen Sensornetzes mit zentraler Steuerung aufgegeben. Die Referenzstationen der KELAG bestehen nur noch aus den Javad Legacy Empfängern samt Regant Dual Depth Antennen, welche direkt mittels serieller Schnittstelle an die Multiplexer des Kommunikationssystems der KELAG angeschlossen sind. Alle seriellen Datenströme werden an zwei Pentium III 500 Rechnern in Klagenfurt zusammengeführt. Hier erfolgt dann zentral das Datenlogging, die Generierung der RTCM-Korrekturdatensignale für alle Stationen und die Berechnung der Fehlermodelle. Man umgeht auf diese Weise die Problematik der Netzverbindungen über Rechnernetzwerke und spart gleichzeitig bis zu 8 PCs ein. Bei einer 6wöchigen Teststellung im April/Mai 1999 zeigte sich die transparente, serielle Kommunikation über große Distanzen als äußerst stabil und fiel während der gesamten Zeit kein einziges Mal aus.

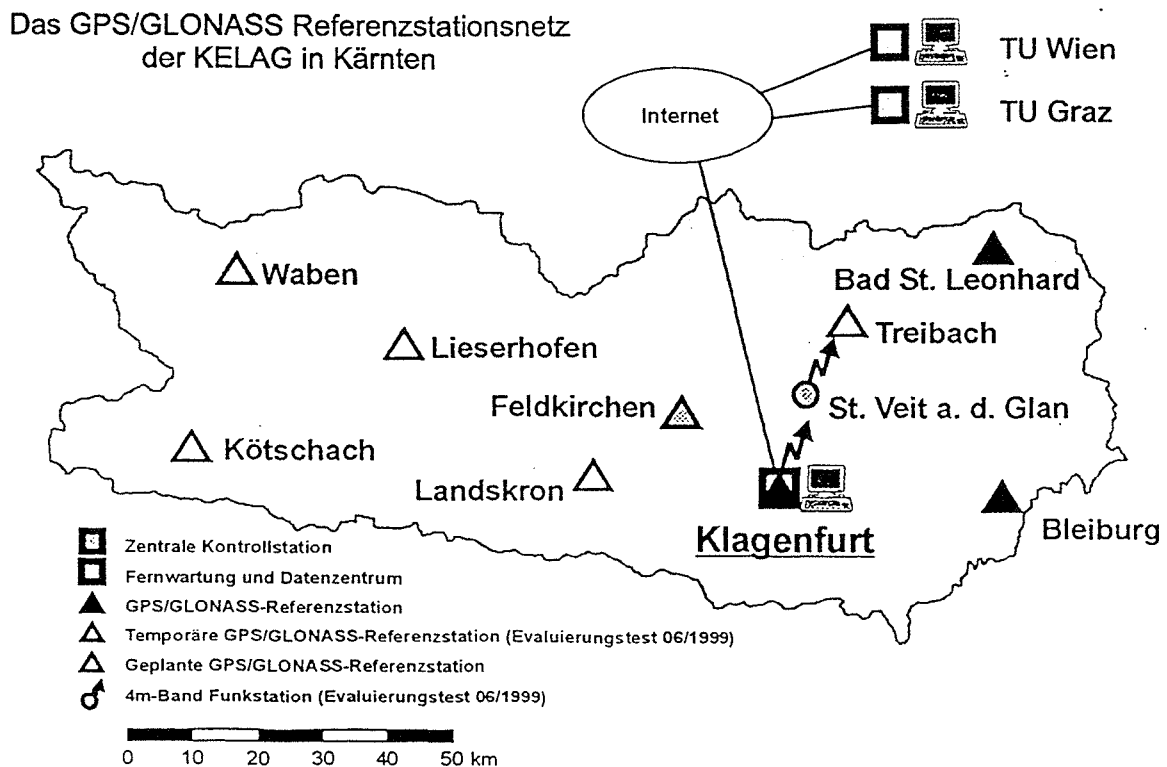


Abb. 2: Das geplante GPS/GLONASS-Referenzstationsnetz der KELAG Satellitenvermessung in Kärnten



Analoger 4m-Funk wird derzeit für Testzwecke eingesetzt, soll aber in Kärnten nicht flächendeckend ausgebaut werden. Ab Mitte 2000 wird ähnlich wie im Burgenland auch in Kärnten ein flächendeckendes TETRA-Funksystem in Betrieb gehen, welches als primäres Funksystem für den RTCM-Datentransfer eingesetzt werden soll.

Seit Anfang Dezember 1999 sind vier GPS/GLONASS-Referenzstationen in Unterkärnten im Probetrieb. Der flächendeckende Vollausbau auf 7 bis 8 Stationen soll im Jahr 2000 erfolgen.

## 4 Testmessungen

In den vergangenen 2 Jahren wurden im Burgenland intensive Testmessungen durchgeführt, die vorwiegend folgende Punkte zum Ziel hatten:

- Überprüfung der Koordinatengenauigkeit und der Homogenität der Echtzeitlösungen,
- Überprüfung der Qualität der Funkdatenübertragung,
- Bestimmung optimaler Transformationsparameter und Beurteilung des amtlichen Festpunktfelds.

Um diese Aufgaben in einem einzigen Meßvorgang parallel durchzuführen, hat sich folgende Meßanordnung als zielführend erwiesen: Auf einem GPS-tauglichen Festpunkt (meist KT-Stein) wird eine mindestens zweistündige, statische Messung durchgeführt, wobei die Satellitenantenne auf einem Stativ zentrisch über dem Punkt aufgestellt wird. Parallel zum Datenlogging im RINEX-Format wird das Echtzeitsystem gestartet und eine Folge von Initialisierungszyklen am Rover durchgeführt. Die Echtzeitkoordinaten werden in einer roverinternen Datenbank gespeichert und später mit dem Ergebnis der statischen Positionierung verglichen.

An vielen Standpunkten war es möglich, durch einfachen Frequenzwechsel das Korrekturdatensignal von zwei benachbarten Referenzstationen zu empfangen und ohne Standortwechsel zwei unterschiedliche Basislinienlängen für die Initialisierung zu verwenden. Im Zuge dieser Messungen wurden auch die einzelnen Initialisierungszeiten sowie die Funkfehlerraten aufgeschrieben. Diese Daten erlauben, in Kombination mit einer theoretischen Funkabschattungskarte auf Basis eines digitalen Höhenmodells, die Funkqualität prinzipiell zu beurteilen.

Fordert man eine flächendeckende, homogene Meßpunktverteilung mit einem mittleren Punktabstand von ca. 10 km, so ergibt sich ein Basisnetz von ca. 50 Punkten im Burgenland. Diese Punkte mußten so ausgewählt werden, daß nach Möglichkeit alle verschiedenen Basislinienlängen bis ca. 40 km mit den Testmessungen abgedeckt werden konnten. Die notwendigen Messungen sind beginnend mit Feber 1998 während der vergangenen zwei Jahre noch in der Mehrzahl mit dem alten System ohne GLONASS-Option erfolgt. Die wesentlichen Ergebnisse sind in den Abbildungen 3 und 4 dargestellt.

Abbildung 3 gibt zunächst einen Überblick über das burgenländische Test- und Referenznetz. Dargestellt sind außerdem die Restklaffungen, die sich nach der Transformation der homogenen 3D-Koordinaten der statischen GPS-Lösung auf das Festpunktfeld unter Verwendung eines gesamtburgenländischen Satzes von Transformationsparametern ergeben. Dieser Grafik lassen sich einerseits deutliche Systematiken sowohl im Nordburgenland als auch im Bereich südlich von Güssing entnehmen. Andererseits sind die Maximalbeträge der

Klaffungen insgesamt kleiner als 50 cm. Für viele Anwendungen speziell im GIS-Bereich reicht somit ein landesweiter Satz von Transformationsparametern völlig aus. Für technische Großprojekte ermöglichen 6 weitere Parametersätze den Festpunktanschluß im 10cm-Genauigkeitsbereich.

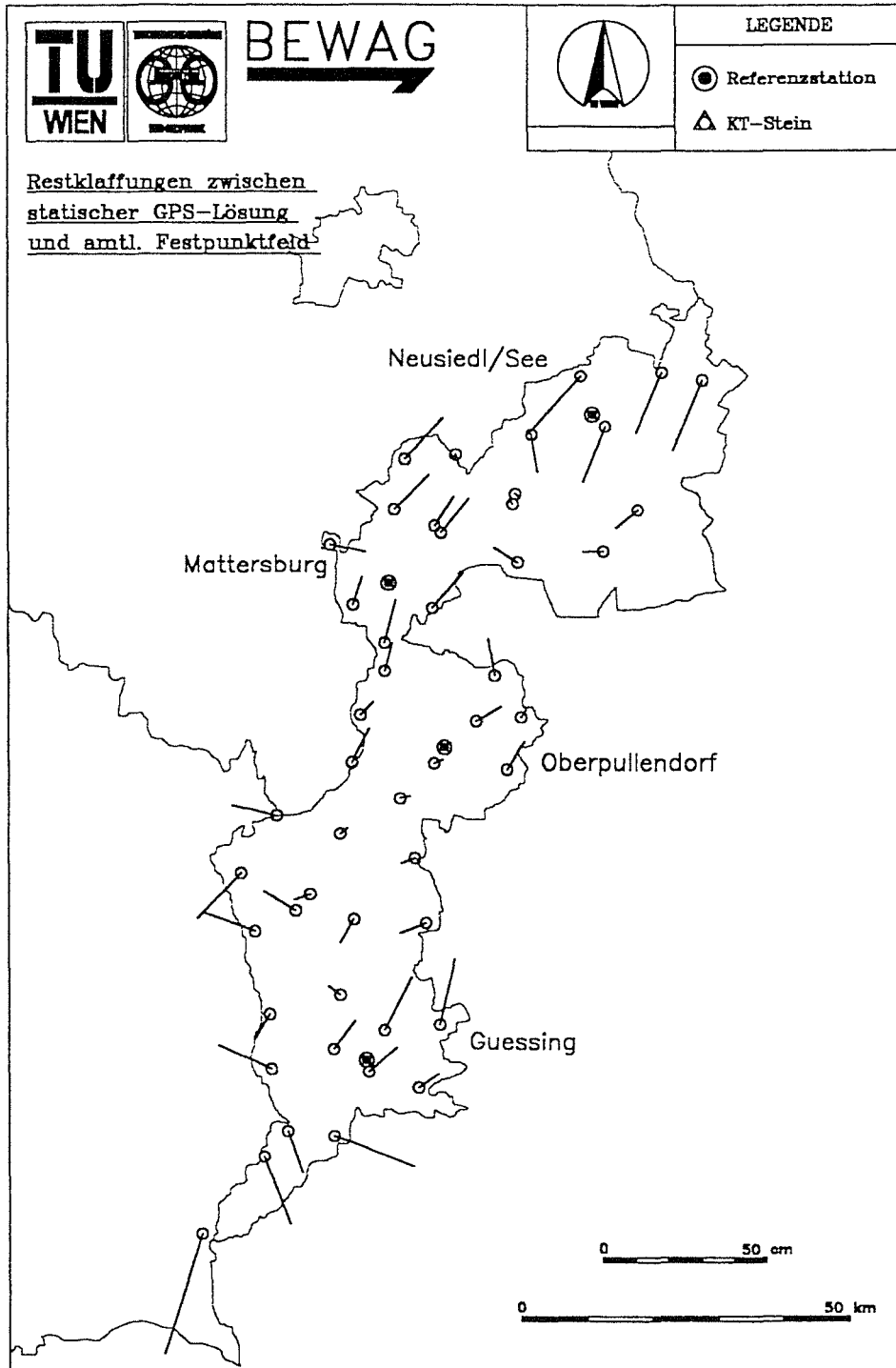


Abb. 3: Restklaffungen bei der Transformation homogener 3D-Koordinaten in das historisch gewachsene amtliche Festpunktfeld unter Verwendung eines einzigen, landesweiten Satzes von Transformationsparametern

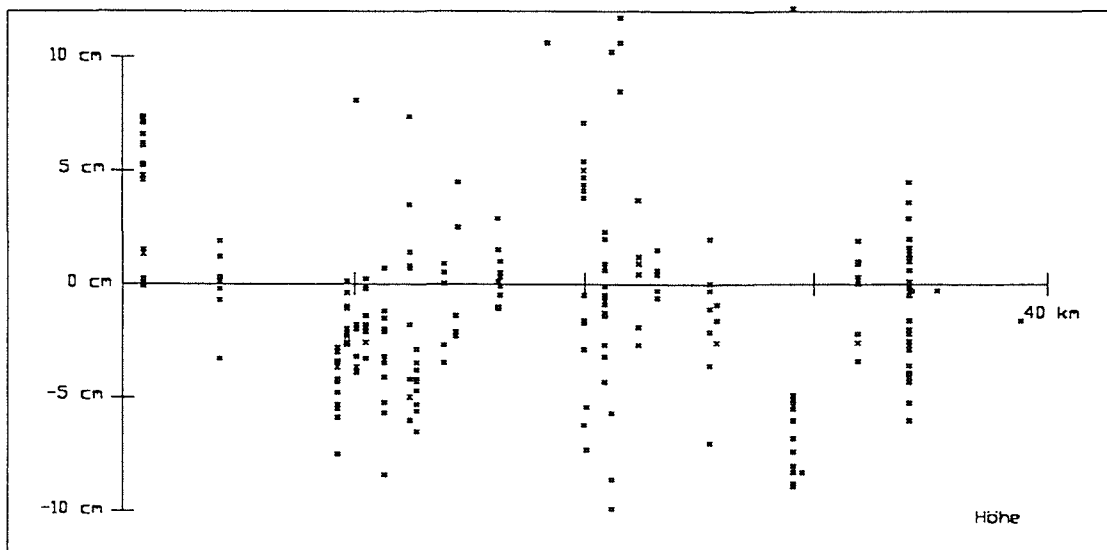
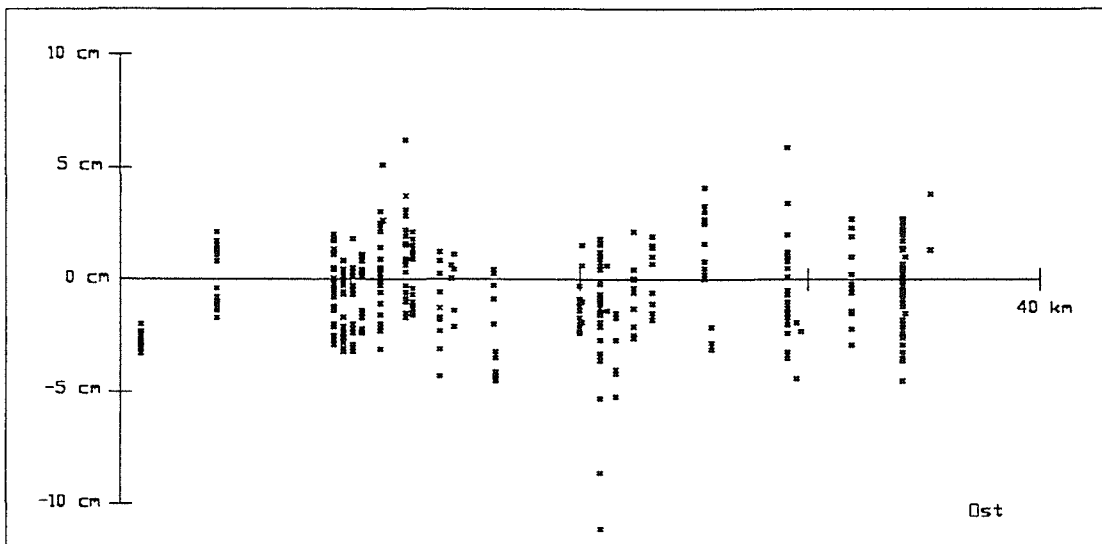
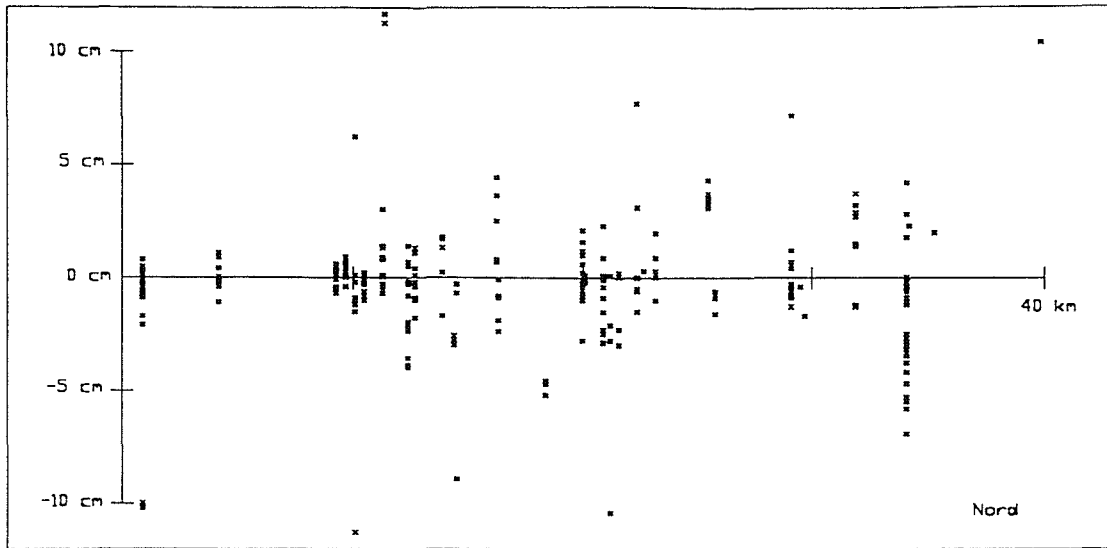


Abb. 4: Nord-, Ost- und Höhenkomponente der Abweichungen der Echtzeitmessungen von einer statischen Langzeitmessung in Abhängigkeit von der Basislinienlänge

Auf allen in Abbildung 3 dargestellten Punkten wurden Echtzeitmessungen durchgeführt und Abweichungen von den Sollkoordinaten auf Basis der statischen GPS-Lösung berechnet. Diese Abweichungen sind in Abbildung 4 in Abhängigkeit der Basislinienlänge dargestellt. Jedes Kreuz markiert einen unabhängigen Initialisierungszyklus am Rover. Man erkennt deutlich, daß die Echtzeitlösung im Bereich weniger Zentimeter um die Sollkoordinate streut. Zeigt die Lageabweichung in Nord- und Ostkomponente keine Entfernungsabhängigkeiten und Beträge im Mittel von  $\pm 1 - 3$  cm, so erkennt man in der Höhenkomponente nicht nur eine größere Streuung, sondern auch einen negativen systematischen Effekt, der vor allem durch das verwendete Troposphärenmodell bedingt sein dürfte.

Die in Echtzeit gemessenen Lagekoordinaten weichen insgesamt im Mittel nur um kleine Beträge im cm-Bereich von einer langzeitstatisch bestimmten Solllösung ab. Diese Abweichung zeigt keine ersichtliche Entfernungsabhängigkeit und erfüllt somit die Homogenitätsforderung. Die Höhenmessung ist deutlich ungenauer und enthält außerdem noch systematische Fehleranteile.

Zeigt sich der Genauigkeitsverlauf als entfernungsunabhängig, so steigt die Initialisierungszeit doch allmählich mit der Entfernung zur Referenzstation an. Generell lagen die Initialisierungszeiten bei den Testmessungen im Bereich von 20 – 100 s. Eine deutliche Verlängerung der Initialisierungsphase bedeutet in der Regel einen Hinweis auf einen vorliegenden Fehler wie z. B. eine Unterbrechung der Funkverbindung. In ähnlicher Weise verursacht aber auch der Verlust der Netzwerklösung und das dadurch bedingte Fehlen eines aktuellen Fehlermodells innerhalb des Referenzstationsnetzes längere Initialisierungszeiten. Ein sehr großer Anteil der in Abbildung 4 dargestellten Ausreißer hat sich bereits bei der Messung im Feld durch überaus lange Initialisierungszeiten angekündigt. Als Faustregel darf man deshalb in der Praxis aus der Initialisierungszeit auf die Zuverlässigkeit und Genauigkeit der Messung schließen.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Der Aufbau einer vernetzten GPS/GLONASS-Infrastruktur auf Basis autonomer Referenzstationen hat sich im Burgenland in der Praxis bewährt. Die sehr hoch gesteckten Zielsetzungen hinsichtlich der Genauigkeit und Homogenität der Echtzeitkoordinaten konnten im wesentlichen durch das verwendete flächenhafte Fehlermodell erfüllt werden. Probleme des analogen Funksystems und des notwendigen Zeitmultiplexbetriebs können durch die Umstellung auf das im Aufbau befindliche TETRA-Funksystem behoben werden. Die Nutzung zusätzlicher GLONASS-Satelliten soll die Verfügbarkeit des Echtzeitsystems bei stärkerer Abschattung erhöhen. Das dies möglich ist, belegen aktuelle Simulationsrechnungen und vereinzelte Testmessungen mit Einfrequenzempfängern. Ausgedehnte Testmessungen mit dem aktuellen System stehen allerdings noch aus.

Das Konzept reiner Sensornetze mit zentraler Steuerung, wie es in Kärnten verwirklicht werden soll, erweist sich als übersichtlicher und leichter administrierbar als ein Netzwerk autonomer Referenzstationen. Ein solches System ist sehr flexibel und erlaubt z. B. bei Bedarf die einfache Integration temporärer Referenzstationen, stellt aber außerordentlich hohe Anforderungen an die Stabilität des zugrundeliegenden Kommunikationssystems.

Durch die Kooperation der beiden Energieversorgungsunternehmen BEWAG und KELAG

mit den Universitäten in Wien und Graz steht den Wissenschaftlern und Studierenden demnächst der Zugriff auf die Meßdaten eines Netzes von bis zu 12 kombinierten GPS/GLONASS-Referenzstationen zur Verfügung. Diese Daten sollen in Zukunft sowohl für geodynamische als auch meteorologische Forschungsvorhaben genutzt werden. So lassen sich z. B. aus Zeitreihen von Stationskoordinaten Bewegungen der Referenzstationen ableiten. Die Berechnung von Troposphärenparametern auf Basis aktueller Messungen erlaubt die Bestimmung des Wasserdampfgehalts der Atmosphäre, ein GPS/GLONASS-Produkt, das von Meteorologen zur Wettervorhersage genutzt werden kann. Nicht zuletzt enthalten die Daten der Referenzstationen wertvolle Informationen über den Elektronengehalt der Ionosphäre.

## Literatur

- Titz, H., Weber, R., 1998: *SATVB – A multipurpose GPS/GLONASS reference station network in Burgenland/Austria*. Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, IAG Special Commission 4, Eisenstadt
- Weber, R., Fragner, E., 1999: *Combined GLONASS Orbits*. Proceedings of the IGEX-98 Workshop, Nashville, in Druck.
- Weber, R., Titz, H., 1998: *SATVB – Echtzeitvermessung im Burgenland*. Vorträge des 1. SAPOS Symposiums, Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland, Hamburg
- Wübbena, G., Bagge, A., Seeber, G., Böder, V., Hankemeier, P., 1996: *Reducing Distance Dependent Errors for Real-Time Precise DGPS Applications by Establishing Reference Station Networks*. Proceedings of ION 1996, Kansas City

# EIN ELLIPTISCHER STEG

Thomas A. Wunderlich

Abteilung Angewandte Geodäsie und Ingenieurgeodäsie  
Technische Universität Wien  
Gußhausstraße 27-29  
1040 Wien, Österreich

## Einleitung

An einem seit Urzeiten als mystisch angesehenen Ort im nördlichen Weinviertel, dem sogenannten „Heiligen Stein“ werden derzeit die Fundamente eines historischen Gotteshauses freigelegt. Um den zahlreichen interessierten Besuchern eine bessere Betrachtungsperspektive zu bieten, hat der Fremdenverkehrsverein Retzbach Herrn Architekt Mag.arch. Max Pauly, Wien mit der Planung einer, die Ausgrabung umschließenden, erhöhten Plattform beauftragt. Der entsprechende Entwurf sieht einen, in einer leicht geneigten Ebene im Raum liegenden, elliptischen Steg vor, welcher von, normal zur Ebene und zur Achsellipse ausgerichteten, Stützen getragen werden soll. Die Umsetzung des roh bemaßten CAD-Entwurfs in exakte Fertigungs- und Absteckungsangaben wurde von dem für die Absteckung verantwortlichen Geodäten, Herrn Ingenieurkonsulent f. VW Dipl.-Ing. Wolfgang Hofbauer, Retz, dem Autor dieses Artikels übertragen. Über die verschiedenen Rechenarbeiten beim Übergang von den Modellparametern zu den Landeskoordinaten der Hauptpunkte soll hier berichtet werden.

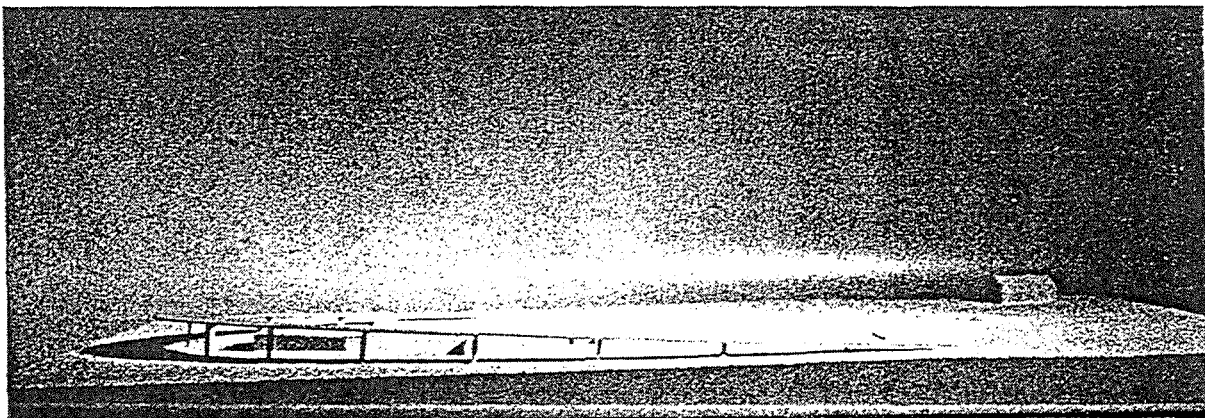


Abb.1: Modell des Stegentwurfes

# 1 Entwurfsgrößen

Als Formparameter waren die Längen der großen und kleinen Halbachse der Achsellipse sowie die Abstände der Haupt- und Nebenscheitel der beiden Randellipsen von jenen der Achsellipse gegeben. Die Ansatzpunkte der Stützenachsen auf der Achsellipse waren durch Bogenlängen von je 5 Metern, gezählt vom oberen Hauptscheitel in der Ebene bestimmt. Der Übergang auf GK-Koordinaten im Meridianstreifensystem M34 und Gebrauchshöhen sollte durch die Vorgabe der Landeskoordinaten und Höhen der Endpunkte des Achsellipsenbogens sowie der Höhe des Hauptscheitels der äußeren Randellipse erfolgen. Diese Punkte waren zunächst in der Natur vermarktet, gingen aber zu Beginn der Bauführung verloren. Dies wurde zum Anlaß genommen, ihre Koordinaten und Höhen nur als Näherungswerte zu betrachten, da wegen der CAD-Approximation durchaus Spannungen zwischen den Maßen des Entwurfs und der strengen Lösung vorzusehen waren.

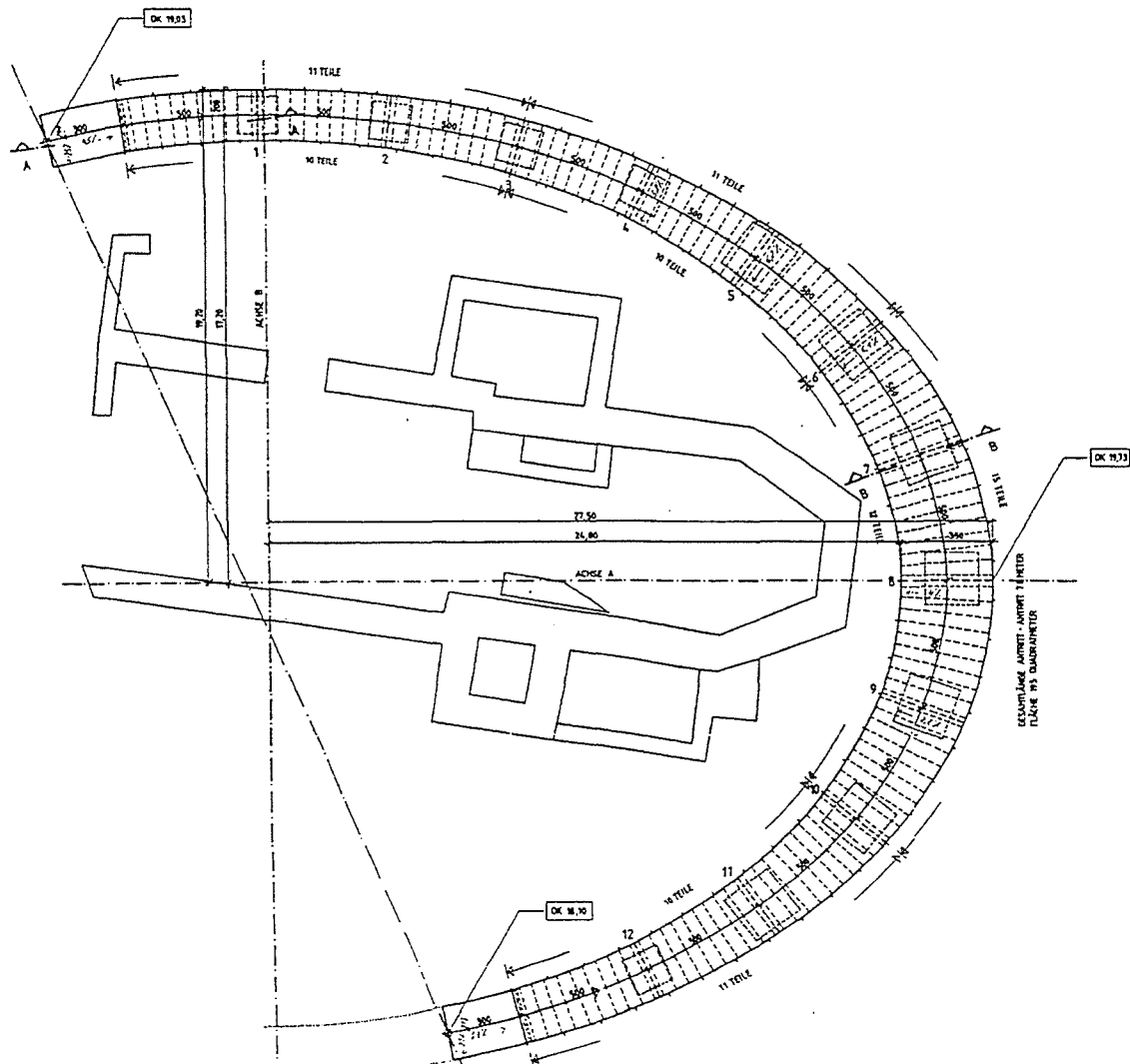


Abb.2: CAD-Entwurf

Gefragt waren primär die GK-Koordinaten und Gebrauchshöhen der Ellipsenhauptpunkte und der Stützenansatzpunkte. Desweiteren sollten die zu den vorgegebenen Bogenlängen korrespondierenden Elementlängen der Randellipsen berechnet werden. Schließlich waren auch

noch die Koordinaten der Durchstoßpunkte der Stützenachsen mit den zugehörigen Stützenköchersohlen definierter Höhe verlangt. Da die Randellipsen keine Parallelkurven zur Achsellipse darstellen, wurde auch noch die Angabe des jeweiligen Schnittwinkels der Stützenrichtung (normal auf Achsellipse) mit der Tangentenrichtung im Schnittpunkt mit der Randellipse vereinbart, um Montageschwierigkeiten der Randelemente abzufangen.

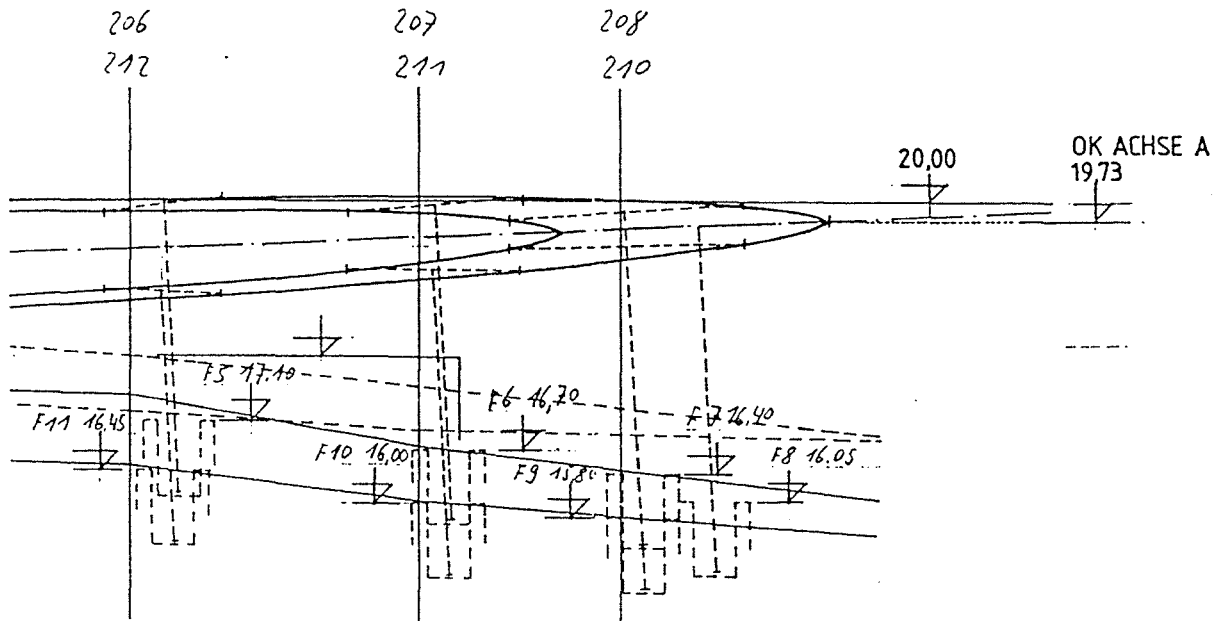


Abb.3: Köcheranordnung für die schrägen Stegstützen

Die Punktlagegenauigkeit wurde einvernehmlich mit  $\pm 5\text{mm}$  abgemacht, konnte aber ohne besondere Aufwandserhöhung mit  $\pm 1\text{mm}$  sichergestellt werden.

## 2 Berechnungsgang

Die Berechnung wird sinnvollerweise in 5 Schritte gestaffelt:

- Koordinatenrechnung im Ellipsensystem
- Bogenlängen- und Schnittwinkelermittlung im Ellipsensystem
- Ableitung der Transformationsparameter; Transformation ins Landessystem
- Durchstoßpunktberechnung im Landessystem
- Formkontrolle im Landessystem

Das Ellipsensystem ist als mathematisches Koordinatensystem in der gemeinsamen Trägerebene der in Hauptlage angenommenen Kurven definiert; die  $\xi$ -Achse trägt die Hauptachsen, die  $\eta$ -Achse die Nebenachsen.

Als heikelster Punkt erweist sich unmittelbar die Anfangsaufgabe, nämlich die Koordinatenrechnung auf Basis von Bogenlängen. Die aus dem geometrischen Teil der Höheren Geodäsie geläufigen Legendreschen Reihenentwicklungen (z.B. *Bretterbauer, 1976; Heck, 1987*) eignen sich nur für geringe numerische Exzentrizitäten  $e$ ; für die vorliegenden Werte von rund 0.7 ist die Konvergenz völlig unbefriedigend. Es wird daher ein anderer Weg beschritten und



auf die Möglichkeit der numerischen Integration mit Hilfe eines modernen Taschenrechners (HP48) zurückgegriffen. Man wertet also iterativ das elliptische Integral (Bogenmaß!)

$$l = a(1 - e^2) \int_0^\varphi \frac{1}{W^3} d\varphi \quad \text{mit } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad \text{und } W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

bis zum Erhalt der gewünschten Bogenlänge  $l$  aus und gewinnt so den zugehörigen Breitenwinkel  $\varphi$  (gezählt vom Hauptscheitel in Richtung Nebenscheitel). Dieser erlaubt dann die direkte Koordinatenrechnung, z.B. mit Hilfe der Affinität (*Wunderlich, 1966*):

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{b}{a} \tan \varphi & \xi &= a \cos \beta \\ \beta \dots \text{reduzierte Breite} & & \eta &= b \sin \beta . \end{aligned}$$

Die Genauigkeit der numerischen Integration kontrolliert man am besten durch Vergleich des Ellipsenumfangs mit der sehr genauen Näherung von Ramanujan (*Strubecker, 1980*):

$$U = \pi \left[ 3(a+b) - \sqrt{(a+3b)(3a+b)} \right].$$

Die Schnittpunkte der Achsellipsennormalen mit den Randellipsen ermittelt man streng analytisch durch Einsetzen der jeweiligen Geradengleichung

$$\eta = k\xi + d \quad (k = \tan \varphi, \text{ d durch Einsetzen des Punktes auf der Achsellipse})$$

in die betreffende Ellipsengleichung (z.B. Index a für außen) in der Form

$$\frac{b_a^2}{a_a^2} \xi^2 + \eta^2 - b_a^2 = 0 .$$

Damit ergeben sich die  $\xi$ -Koordinaten des Schnittpunktpaares aus

$$\xi_{1,2} = \frac{1}{\left(\frac{b_a^2}{a_a^2} + k^2\right)} \left[ -kd \pm b_a \sqrt{\frac{b_a^2}{a_a^2} + k^2 - \frac{d^2}{a_a^2}} \right]$$

sowie die  $\eta$ -Koordinaten durch Rücksubstitution. Vom Schnittpunktpaar ist jeweils der dem Achsellipsenpunkt nähergelegene Punkt zu nehmen. Zur Berechnung des Schnittwinkels zwischen Achsellipsennormaler und Randellipsentangente verwendet man am günstigsten die Relation

$$\tan \varphi_1 = \frac{a_a^2}{b_a^2} \frac{\eta_1}{\xi_1} \quad \text{für die Normalenrichtung im Randellipsenpunkt.}$$

Der Schnittwinkel folgt dann aus  $\sigma = (\varphi_1 + 100^\circ) - \varphi$  .

Für die stahlbautechnische Fertigung der stegbegrenzenden Randschienen können noch die Radien der Schmiegunskreise in den Elementstoßstellen von Interesse sein. Sie entsprechen den Meridiankrümmungsradien am Erdellipsoid (*Bretterbauer, 1976*) und lauten demnach:

$$r_{a,1} = \frac{a_a(1-e_a^2)}{W_{a,1}^3} \text{ oder } r_{a,1} = \frac{g_{a,1}^3}{a_a b_a}$$

mit dem zentrischen Radiusvektor  $g_{a,1} = \sqrt{a_a^2 \cos^2 \beta_1 + b_a^2 \sin^2 \beta_1}$ .

Die Schmiegekreismitelpunkte rechnen sich elegant nach (*Strubecker, 1967*) zu:

$$\xi_{a,M} = \frac{a_a^2 - b_a^2}{a_a^4} \xi_1^3 \quad \text{und} \quad \eta_{a,M} = -\frac{a_a^2 - b_a^2}{b_a^4} \eta_1^3.$$

Nun verbleibt noch die Berechnung der Bogenlängen zwischen den Randellipsenpunkten, was auf Basis der bekannten Winkel  $\varphi_1$  wieder mittels numerischer Integration geschieht.

Alle errechneten Ellipsenpunkte müssen nun vom lokalen mathematischen System in das übergeordnete System der Landesvermessung transformiert werden. Zur Bestimmung der Transformationsparameter bietet sich das Modell der räumlichen Drehstreckung ohne Überbestimmung (*Rinner und Benz, 1966*) vorteilhaft an. Die dabei anfallenden 7 Parameter (3 Translationen, 3 Rotationen, 1 Skalierung) werden klaffungsfrei aus zwei Vollpaßpunkten und einem Höhenpaßpunkt abgeleitet. Es sind dies die Koordinaten und Höhen der beiden Endpunkte des Achsellipsenbogens und die Höhe des oberen Hauptscheitelpunktes der äußeren Randellipse. Wie in der Einleitung erwähnt, besaßen die aus dem ursprünglichen CAD-Entwurf ins Gelände übertragenen Koordinaten und Höhen dieser Punkte nur Näherungscharakter, was sich durch eine Klaffung von mehreren Zentimetern in der Verbindungsstrecke der Bogenendpunkte zwischen der Vorabsteckung und dem aus der strengen Neuberechnung gewonnenen Wert manifestierte. Es erschien daher sinnvoll, nur die Näherungskordinaten eines Bogenendpunktes und die Richtung zum zweiten zu übernehmen; die Koordinaten dieses zweiten Punktes wurden mit der horizontierten Sollstrecke aus der strengen Entwurfsumsetzung errechnet, wobei ein kleiner Maßstabsfaktor wegen der Reduktionen zufolge GK-Projektion und mittlerer Geländehöhe wohlbeachtet wurde. Anhand des in *Rinner, 1976* vorbildlich dokumentierten Formelwerks konnten dann die Transformationsparameter (Translationsvektor  $\mathbf{X}_0$ , Räumliche Drehmatrix  $\mathbf{R}$ , Maßstabsfaktor  $m$ ) bestimmt und die Transformation ins Landessystem nach der bekannten vektoriellen Beziehung

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_0 + m \mathbf{R} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$$

vorgenommen werden. Die  $\mathbf{x}_i(\xi, \eta, 0)$  sind die Punktvektoren im lokalen Ausgangssystem, die  $\mathbf{X}_i(y, x, H)$  jene im übergeordneten Zielsystem (GK-Projektion, Gebrauchshöhen). Der Index 0 bezeichnet jenen Bogenendpunkt, dessen Koordinaten aus dem Vorprojekt gehalten wurden.

Mit den Projektskoordinaten im Landessystem kann nun die vierte Aufgabe, die Berechnung der Stützenachsrichtung als Normalvektor der Stegebene sowie der Durchstoßpunkte der einzelnen Stützenachsen mit den vorgegebenen Köchersohniveaus  $K$  erledigt werden. Dazu dreht man am einfachsten den Richtungseinheitsvektor  $\mathbf{n}(0,0,-1)$  der Normalen zur Ellipsebene mit  $\mathbf{N}(n_y, n_x, n_z) = \mathbf{R} \mathbf{n}$  ins Landessystem, heftet diesen dann an den jeweiligen Achsellipsenpunkt an und findet schließlich aus der dritten Zeile der Vektorgleichung  $\mathbf{X}_K(y_K, x_K, K) = \mathbf{X}(y, x, H) + \lambda \mathbf{N}$  den unbekanntem Faktor  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{(K - H)}{n_z} .$$

Damit liegen die Koordinaten  $y_K = y + \lambda n_y$  und  $x_K = x + \lambda n_x$  der Stützsohlpunkte vor.

Alle vorstehenden Berechnungen wurden mittels unabhängiger Algorithmen durchgreifend verprobt; von diesen Ansätzen soll hier nur jene Kontrolle wiedergegeben werden, welche die Erfüllung der jeweiligen Ellipsengleichung für alle berechneten Punkte der Achs- und Randellipsen im Landessystem zum Ziel hatte. Dazu braucht man nur die bekannte Bedingung heranzuziehen, daß ein nicht ausgearteter Kegelschnitt durch 5 Punkte bestimmt ist, da ja in der allgemeinen Gleichung einer Kurve 2.Ordnung

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

immer eine Konstante zu eins zu machen ist:

$$\frac{A}{F}x^2 + \frac{B}{F}xy + \frac{C}{F}y^2 + \frac{D}{F}x + \frac{E}{F}y + 1 = 0 .$$

Die obere Bedingung läßt sich mathematisch so nutzen, daß man die Konstanten A-F als Adjunkten der Funktionaldeterminante eines linearen Gleichungssystems interpretiert, in dessen erster Zeile die Koordinaten eines beliebigen Ellipsenpunktes allgemein angeschrieben werden (z.B. *Baule, 1947*):

$$\begin{vmatrix} x^2 & xy & y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3y_3 & y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & x_4y_4 & y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \\ x_5^2 & x_5y_5 & y_5^2 & x_5 & y_5 & 1 \end{vmatrix} = 0 .$$

Bildet man jetzt mit den Koordinaten von 5 homogen verteilten Punkten (Bogenanfang und -ende, Hauptscheitel, Stützen 4 und 11) die numerischen Werte der Adjunkten, so kann das Verschwinden der Determinante für jeden beliebigen Punkt des betreffenden Kegelschnitts durch Einsetzen in die erste Zeile und Entwicklung nach dieser geprüft werden.

Abgesehen von den numerischen Integrationen mit dem HP48 lassen sich alle Rechnungen mit MS-Excel übersichtlich schematisieren und damit auch allen, die Daten weiterverwendenden, Projektbeteiligten durchschaubar präsentieren.

Zuletzt sei noch angemerkt, daß die Absteckung und das Einrichten der schräg zu montierenden Stützen eine äußerst diffizile Unternehmung darstellte, über welche aber an anderer Stelle von Herrn Dipl.-Ing. W.Hofbauer berichtet werden soll.

## Literatur

- Baule, B., 1947: *Analytische Geometrie*. Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs, Band III, Verlag S.Hirzel, Zürich.
- Bretterbauer, K., 1976: *Skriptum zur Vorlesung „Höhere Geodäsie“*. TU Wien.
- Heck, B., 1987: *Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung*. Verlag Wichmann, Karlsruhe.
- Rinner, K. und Benz, F., 1966: *Die Entfernungsmessung mit elektromagnetischen Wellen und ihre geodätische Anwendungen*. Jordan-Eggert-Kneissl, Handbuch der Vermessungskunde, Band VI, J.B.Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- Rinner, K., 1976: *Berichte zur Meeresgeodäsie und Satellitengeodäsie*. Mitt. d. geod. Inst. d. TU Graz, Folge 23, Anhang 4.
- Strubecker, K., 1967: *Differentialrechnung einer reellen Veränderlichen*. Einführung in die Höhere Mathematik, Band II, Verlag R.Oldenbourg, München-Wien.
- Strubecker, K., 1980: *Integralrechnung einer reellen Veränderlichen*. Einführung in die Höhere Mathematik, Band III, Verlag R.Oldenbourg, München-Wien.
- Wunderlich, W., 1966: *Darstellende Geometrie, Band 1*. BI Hochschultaschenbücher, Band 96, Wissenschaftsverlag, Mannheim-Wien-Zürich.

## Widmung:

*Diese Arbeit ist in höchster Wertschätzung Herrn em.o.Univ.Prof.Dr. K. Bretterbauer zu dessen 70. Geburtstag gewidmet. Sein Vortrag hat mich als Student allzeit inspiriert und begeistert, seine Förderung durfte ich als Diplomand und Dissertant genießen. Insbesondere die überzeugende Vermittlung des geometrischen Teils seines Faches „Höhere Geodäsie“ hat mir im Einklang mit den Wiener Vorlesungen aus dem Gebiet „Darstellende Geometrie“ die Neigung zur Bearbeitung geometrisch anspruchsvoller ingenieurgeodätischer Aufgaben bewußt gemacht. Deshalb habe ich die vorliegende Arbeit verfaßt, welche in diesem Band auf die besondere Bedachtnahme des verehrten Lehrers auf die praktische Umsetzung alles Gelernten deutlich hinweisen soll.*



# SATELLITENASTROMETRIE MIT CCD

Martin Ploner

Paul Jackson

Astronomisches Institut  
Universität Bern  
Siedlerstraße 5  
3012 Bern, Schweiz

Institut für Astronomie  
Universität Wien  
Türkenschantzstraße 17  
1180 Wien, Österreich

## Zusammenfassung

Durch den Einsatz der CCD-Technologie haben astrometrische Verfahren in der Satellitenbeobachtung wieder an Bedeutung gewonnen. So können optische Beobachtungen zu geostationären Satelliten einen wichtigen Beitrag für die Bestimmung gewisser Koeffizienten des Erdpotentials ( $C_{22}$ ,  $S_{22}$ ) liefern. In einer zweimonatigen Meßkampagne im Frühjahr 1996 konnte gezeigt werden, daß die erzielbare Genauigkeit dieser resonanten Geopotentialkoeffizienten nur unwesentlich unter jener des Modell JGM-3 liegt. Die Genauigkeit einer Richtungsbeobachtung lag damals bei etwa 0.5 Bogensekunden. Die Transformation der CCD-Koordinaten der Satelliten in raumfeste Himmelskoordinaten mußte mit Hilfe von Referenzsternen des PPM-Kataloges durchgeführt werden. Seit 1997 steht nun der „ACT Reference Catalog“ zur Verfügung, dessen Positionen auf jenen des Hipparcos- bzw. Tycho-Kataloges beruhen. Die Eigenbewegungen der Katalogsterne wurden jedoch mit Hilfe des „Astrographic Catalogue AC 2000“ neu berechnet. Eine Neuauswertung obiger Beobachtungen sollte nun zeigen, in welcher Weise sich die höhere Genauigkeit der Referenzsterne auf das Meßresultat auswirkt. Weiters wurden Beobachtungen zu GPS Satelliten herangezogen, um die Software für die astrometrische Auswertung der Satellitenbeobachtungen auf eventuelle systematische Fehler zu überprüfen.

## 1 CCD-KAMERA SITE 1024B

Die Finanzierung dieser professionellen CCD-Kamera wurde durch ein von Univ.-Prof. Dr. Kurt Bretterbauer eingereichtes und vom Jubiläumsfonds der Österreichischen Nationalbank bewilligtes Forschungsprojekt ermöglicht (Nationalbankprojekt Nr. 5258).

Die Besonderheit des von der Firma SITE produzierten Chips liegt darin, daß es sich um einen sogenannten backside illuminated Chip handelt, wodurch eine sehr hohe Quanteneffizienz erreicht wird. Die technischen Daten können untenstehender Tabelle entnommen werden.

Format	1024*1024 Pixel
Pixelgröße	24*24 µm
Bildfeld	24.6*24.6 mm
Typ	backside illuminated
Gesamtkapazität	249000 Elektronen
Dynamikumfang	35500 : 1
Quanteneffizienz	85% bei 640 nm
Analog-Digital Konverter	16 bit / 40 kHz
Auslesezeit	26.4 Sekunden bei 1x Gain 52 Sekunden bei 4x Gain
Kühlung (3-stufige Peltierkühlung)	-40 °C
Dunkelstrom (MPP-Mode)	0.39 Elektronen / Pixel / Sekunde
Leserauschen	7.07 Elektronen / Pixel bei 1x Gain 4.26 Elektronen / Pixel bei 4x Gain
Verhältnis Elektronen – ADU (Analog-Digital-Units)	3.87 Elektronen / ADU bei 1x Gain 0.92 Elektronen / ADU bei 4x Gain

Tab. 1.1: Technische Daten der CCD-Kamera SITE 1024B

## 2 TELESKOPE

### 2.1 Zeiss BMK

Das ballistische Meßkamarasystem BMK 75/18/1:2.5 der Satellitenbeobachtungsstation Graz-Lustbühel wurde von der Firma Carl Zeiss, Oberkochen, für die fotografische Richtungsmessung nach passiven, aktiven und laserbestrahlten Satelliten Anfang der 70-iger Jahre entwickelt.

Das optische System besteht aus dem 10-linsigen Objektiv ASTRO-TOPAR 2.5/750 mit einer Brennweite von 750 mm und einem maximalen Öffnungsverhältnis von 1:2.5. Die größte Öffnung der Blende ist 300 mm, der Durchmesser der Frontlinse beträgt 338 mm. Die eingebaute Irisblende ermöglicht eine stufenlose Abblendung bis 1:22. Der Optik können Lichtfilter vorgesetzt werden. Standardmäßig ist ein Gelbfilter (Filter C) mit einer Filterkante von 511 nm bei einer Transparenz von 50% montiert. Laut Firmenangabe beträgt die Nennverzeichnung der Optik 5 µm.

Die CCD-Kamera SITE 1024B wurde anstelle der automatischen Plattenwechseleinrichtung montiert. Das Bildfeld beträgt 1°53' \* 1°53', wobei 1 Pixel 6.6" entspricht.

### 2.2 Celestron C11

Bei diesem transportablen Spiegelteleskop handelt es sich um ein Schmidt-Cassegrain Teleskop mit einer Öffnung von 28 cm und einer Brennweite von 2800 mm. Damit ergibt sich ein Öffnungsverhältnis von 1:10. Bei Verwendung der CCD-Kamera SITE 1024B als Bilddetektor ergibt sich ein Bildfeld von 30' \* 30' mit einer Auflösung von 1.8" pro Pixel.

## 3 AUFNAHMETECHNIK

Von größter Bedeutung bei der Satellitenbeobachtung ist die Registrierung der exakten Belichtungszeiten. Strebt man eine Genauigkeit der Richtungsbeobachtung von 0.1" an, so muß bei geostationären Satelliten die Belichtungszeit auf 7 ms genau erfaßt werden, bei GPS-Satelliten mit 3 ms. Für tiefer fliegende Satelliten wie zum Beispiel der Satellit GFZ 1, der eine

Bahnhöhe von lediglich 365 km aufweist, muß der Belichtungszeitpunkt sogar mit einer Genauigkeit von 0.1 ms erfaßt werden, um eine Genauigkeit der Richtungsbeobachtung von 0.5" zu ermöglichen. Es ist jedoch offensichtlich, daß diese geforderte Genauigkeit nicht über mechanische Verschlüsse zu erreichen ist. Die Öffnungs- bzw. Schließzeit des Verschlusses beträgt 30 - 50 ms. Man kann jedoch die Schiebeimpulse für das Parallelverschieben des CCD-Bildes für eine exakte Zeitregistrierung heranziehen (Schildknecht 1994, Ploner 1996).

Nach dem Öffnen des Verschlusses wird zunächst das gesamte CCD-Bild durch Parallelverschieben um 1024 Zeilen gelöscht. Streng genommen handelt es sich dabei um kein vollständiges Löschen des Chips, da der Verschluß ja bereits geöffnet ist. Nach der folgenden normalen Belichtung wird das CCD-Bild abermals um 15 Zeilen parallelverschoben und anschließend der Verschluß geschlossen. Der Belichtungsanfang entspricht dem Ende des ersten Parallelverschiebens der CCD-Zeilen, das Belichtungsende wird durch das Starten des zweiten Schiebevorgangs festgelegt.

Die Registrierung der Schiebeimpulse erfolgt mit einer speziellen Zeitkarte (*bc627 AT*), die über einen eigenen GPS-Empfänger (*Trimble Acutime II*) mit einer Genauigkeit von 2 µs synchronisiert werden kann. Die Genauigkeit der Zeitregistrierung ist durch die Dauer des Parallelverschiebens einer CCD-Zeile limitiert und beträgt etwa 30 µs. Umgelegt auf den Satelliten GFZ 1 bedeutet dies eine Unsicherheit in der Richtungsbeobachtung von 0.2".

## 4 ASTRONOMISCHE AUSWERTUNG

### 4.1 Objektdetektion

Die wichtigste Kenngröße bei der Objektdetektion ist die Schwellgrenze, ab welcher Pixelwerte als Objektpixel erkannt werden. Dieser Grenzwert ( $G$ ) errechnet sich aus dem Hintergrundrauschen ( $R$ ) und dessen Standardabweichung ( $\sigma$ ) nach folgender Beziehung:

$$G = R + k \cdot \sigma \quad (4.1)$$

Der Multiplikationsfaktor  $k$  kann im allgemeinen Werte zwischen 1 und 3 annehmen. Die Berechnung des Hintergrundrauschens und der Standardabweichung sowie die Detektion der Objektpixel laufen in einem gemeinsamen iterativen Prozeß ab. Zunächst errechnet man einen Intensitätsmittelwert unter Berücksichtigung aller Pixelwerte in einem Feld von 60\*60 Pixel. Als erster Näherungswert für die Schwellgrenze wird der doppelte Mittelwert angenommen. Dadurch können Objektpixel weitgehend eliminiert werden. Bei bekannten Näherungswerten für die Objektposition wird in einem Feld von 9\*9 Pixel nach jenem mit der höchsten Intensität gesucht. Ausgehend von diesem können nun alle benachbarten Pixel detektiert werden, wobei folgende zwei Bedingungen für die Erkennung als Objektpixel erfüllt sein müssen:

- Pixelintensität und der mit einem 3\*3 Filter gefilterte Wert liegt über der Schwellgrenze
- Es muß eine solche Verbindung zum hellsten Pixel bestehen, daß man von diesem ausgehend zu jedem Objektpixel gelangen kann, wobei nur nach links, rechts, unten und oben geschritten werden darf, nicht jedoch diagonal.

Zunächst werden die das hellste Objektpixel umgebenden Pixel untersucht, ob sie die Bedingungen erfüllen. Jedes erkannte Objektpixel wird zusätzlich in einer Liste vermerkt. Aus dieser Liste werden nun alle Pixel auf Nachbarpixel untersucht und, falls es sich um neue Objektpixel handelt, wieder in dieser Liste abgespeichert. Der Vorgang wird solange wiederholt, bis diese Pixelliste abgearbeitet ist; d.h. keine Pixel mehr aufscheinen.

Mit Hilfe der Objektgröße (maximale Pixelanzahl in x- bzw. y-Richtung) wird das Feld für



die Berechnung der Schwellgrenze neu festgelegt. Dieses berechnet sich aus dem dreifachen Wert der maximalen Objektausdehnung, wobei ein Wert von 30 Pixel nicht unterschritten bzw. 150 Pixel nicht überschritten werden darf. Hier startet der Iterationsprozeß. In diesem Feld werden neben dem ausgewählten Objekt (durch Eingabe der Näherungskordinaten) alle weiteren Objekte detektiert. Aus den verbleibenden Pixelintensitäten kann nun ein neuer Intensitätsmittelwert und die Standardabweichung berechnet werden. Der Vorgang wird solange wiederholt, bis sich die Pixelanzahl des Objekts nicht um mehr als 3 Pixel zum vorhergehenden Durchgang unterscheidet. Der Iterationsvorgang wird auf jeden Fall nach 5 Durchgängen abgebrochen. Die Objektkordinaten werden anschließend durch einfache Lichtschwerpunkt-bildung berechnet. Auch verschiedene Fitalgorithmen, sogenannte „Pointsreadfunctions (PSF)“ können für die Berechnung der Objektkordinaten herangezogen werden. Hierbei wird die Pixelintensitätskurve durch eine kalibrierte Funktion nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate angenähert. Bei sehr schwachen Objekten kann eine zweidimensionale Gauß-Verteilung zu einer Genauigkeitssteigerung beitragen (Ploner 1996). Bei helleren Objekten scheint die Verwendung von PSFs jedoch nicht gerechtfertigt (Weinwurm 1998). Für die Berechnung der Magnitudo des Objekts wird die Summe der Intensitäten der Objektpixel bestimmt, wobei bei den Pixelintensitäten der berechnete Wert für das Hintergrundrauschen subtrahiert wird.

## 4.2 Referenzsterne

Mit Hilfe der mitgespeicherten Aufnahmedaten kann die der CCD-Aufnahme entsprechende Sternkarte dargestellt werden. Zunächst muß ein Referenzstern auf dem CCD-Bild identifiziert und dessen Bildkoordinaten berechnet werden. Bei Kenntnis der Brennweite des verwendeten Teleskops bzw. der Orientierung kann nun die genäherte Position eines weiteren Referenzsterns auf der CCD-Aufnahme bestimmt werden. Mit Hilfe dieser Näherungskordinaten erfolgt die Sterndetektion bzw. Berechnung der Sternkoordinaten nach obigem Verfahren. Sind die Bildkoordinaten zweier Referenzsterne bekannt, so können alle weiteren Sterne über eine Helmerttransformation automatisch identifiziert werden.

Die Sterndetektion startet genau an jener Position, d.h. die Suche nach dem hellsten Pixel in einem Feld von etwa 9\*9 Pixel beginnt von neuem. Für die Berechnung der Transformationsparameter werden maximal 10 Sterne herangezogen, da für die Sternidentifizierung die Genauigkeit vollkommen ausreichend ist.

Die Referenzsterne können verschiedenen Katalogen entnommen werden. Zum Einsatz kommen folgende Sternkataloge: *Hipparcos*-, *ACT*- und *Guide Star Catalog (GSC)*. Die Positionen des *ACT Reference Catalog* beruhen auf den Positionen des *Hipparcos*- und des *Tycho*-kataloges, die Eigenbewegungen wurden jedoch mit Hilfe des *Astrographic Catalogue (AC 2000)* neu berechnet. Es zeigte sich nämlich, daß aufgrund der geringen Genauigkeit der Eigenbewegungen des *Tycho*kataloges bereits nach wenigen Jahren die Sternpositionen Fehler bis zu einigen Zehntel Bogensekunden aufweisen (Weinwurm 1998). Während man bei Aufnahmen mit der Zeiss BMK in Graz mit dem *Hipparcos*- bzw. *ACT*-Katalog das Auslangen findet, muß bei Aufnahmen mit dem Celestron C11 auch auf den *GSC* Katalog zurückgegriffen werden.

Die den Sternkatalogen entnommenen Referenzsterne werden unter Berücksichtigung von Eigenbewegung, Präzession, Nutation und Aberration auf die Beobachtungsepoche reduziert (Expl. Suppl. 1992, Ploner 1996). Zusätzliche müssen noch Refraktionseffekte berücksichtigt werden, wobei nur differentielle Einflüsse von Bedeutung sind. Sind Spektralklassen der Referenzsterne bekannt, kann die atmosphärische Dispersion berechnet werden. Es konnte jedoch gezeigt werden, daß bei Aufnahmen mit der Zeiss BMK unter Verwendung des Gelbfilters diese Effekte unter der Beobachtungsgenauigkeit liegen (Weinwurm 1998).

### 4.3 Reduktionsmethode

Unter Annahme einer strengen Zentralprojektion können ebene Tangentialkoordinaten  $(\alpha, \delta)$  in bezug auf eine als bekannt vorausgesetzte Aufnahme­richtung  $(\alpha_0, \delta_0)$  berechnet werden. Der Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems befindet sich im Bildhauptpunkt, die  $\xi$ -Achse weist nach Osten, die  $\eta$ -Achse nach Norden. Somit lauten die Beziehungen:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{\sin(\alpha - \alpha_0)}{\tan \delta \sin \delta_0 + \cos \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0)} \\ \eta &= \frac{\tan \delta \cos \delta_0 - \sin \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0)}{\tan \delta \sin \delta_0 + \cos \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0)}\end{aligned}\quad (4.2)$$

Unter idealisierten Bedingungen würden sich die berechneten Tangentialkoordinaten von den Meßkoordinaten lediglich um Meßfehler unterscheiden. Tatsächlich ist der Zusammenhang wesentlich komplizierter und wird durch die Transformationsgleichungen zwischen den Tangentialkoordinaten  $(\xi, \eta)$  und den Meßkoordinaten  $(x, y)$  beschrieben. Im allgemeinen kann man nicht einen bekannten Maßstabsfaktor (aufgrund starker Temperaturabhängigkeit des optischen Systems) und eine bekannte Orientierung des CCD-Chips voraussetzen.

Eine weitere Unbekannte sind die exakte Position des Teleskops und somit die Koordinaten der Aufnahme­richtung. Eine Verschiebung des Koordinatenursprungs ist dabei einer Verkip­pung des Bildsensors gleichzusetzen und führt zum Auftreten sogenannter Neigungs- oder Kipp­terme in den Transformationsgleichungen. Resteinflüsse der Refraktion können zum Auftreten quadratischer Terme in den Transformationsgleichungen führen.

Aufgrund oben genannter Einflüsse scheinen folgende Transformationsgleichungen sinnvoll:

- Affintransformation: Neben einer Verschiebung des Koordinatenursprungs werden zusätzlich eine Nichtorthogonalität der Koordinatenachsen und zwei getrennte Maßstabsfaktoren für diese angenommen. Dadurch werden die linearen Terme der Refraktionsfehler fast vollständig eliminiert.

$$\begin{aligned}\xi &= a + b \cdot x + c \cdot y \\ \eta &= d + e \cdot x + f \cdot y\end{aligned}\quad (4.3)$$

- 8-Parameter-Transformation: Bei dieser wird eine eventuelle Kippung der Bildebene durch Einführung zusätzlicher Parameter  $(g, h)$  kompensiert:

$$\begin{aligned}\xi &= a + b \cdot x + c \cdot y + g \cdot x \cdot y + h \cdot x^2 \\ \eta &= d + e \cdot x + f \cdot y + h \cdot x \cdot y + g \cdot y^2\end{aligned}\quad (4.4)$$

- 12-Parameter-Transformation: Resteinflüsse der Refraktion (quadratische Terme) werden berücksichtigt:

$$\begin{aligned}\xi &= a + b \cdot x + c \cdot y + g \cdot x^2 + h \cdot x \cdot y + i \cdot y^2 \\ \mu &= d + e \cdot x + f \cdot y + j \cdot x^2 + k \cdot x \cdot y + l \cdot y^2\end{aligned}\quad (4.5)$$

Problematisch ist die Bestimmung der Kipp­terme, da eine Neigung des Bildsensors nicht von einer Verschiebung des Koordinatenursprungs zu trennen ist. Eine Verschiebung bedeutet, daß das „Bild“ der optischen Achse nicht mit dem Mittelpunkt des CCD-Feldes zusammen­fällt. Da der Verschiebungsvektor nicht bestimmt werden konnte, wurde er willkürlich als Nullvektor angenommen. Aufgrund der Unkenntnis der exakten Aufnahme­richtung muß die Berechnung der Transformationsparameter in einem iterativen Prozeß erfolgen.

Mit Hilfe der genäherten Aufnahme­richtung werden die Tangentialkoordinaten der Referenzsterne berechnet. Anschließend erfolgt die Bestimmung der Transformationsparameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Erreicht die Verbesserung jenes Referenzsterns mit der maximalen Verbesserung einen Wert  $>1''$  in Deklination bzw.  $1''/\cos(\delta)$  in Rektaszension, so wird dieser aus der Liste der Referenzsterne vorläufig eliminiert und die Transformationsparameter neu berechnet. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis keine Verbesserungen  $>1''$  auftreten. Die sphärischen Koordinaten  $(\alpha, \delta)$  des Chipzentrums berechnen sich nach:

$$\begin{aligned} \tan(\alpha - \alpha_0) &= \frac{\xi}{\cos \delta_0 - \eta \sin \delta_0} \\ \tan \delta &= \frac{\sin \delta_0 + \eta \cos \delta_0}{\sqrt{\xi^2 + (\cos \delta_0 - \eta \sin \delta_0)^2}} \end{aligned} \quad \text{mit:} \quad \begin{aligned} \xi &= a \\ \eta &= d \end{aligned} \quad (4.6)$$

Mit den verbesserten Näherungskkoordinaten für die Aufnahme­richtung werden die Tangentialkoordinaten aller Sterne neu berechnet (auch diejenigen, welche zuvor wegen des Auftretens zu großer Verbesserungen eliminiert wurden). Der Prozeß wird solange fortgesetzt, bis die Änderungen der Aufnahme­richtung unter  $0.01''$  liegen.

#### 4.4 Helligkeitsmessung

Das Verhältnis der Intensitäten zweier Sterne ( $I_1, I_2$ ) und deren Magnituden ( $m_1, m_2$ ) ist durch folgende Beziehung gegeben:

$$m_1 - m_2 = 2.512 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} \quad (4.7)$$

Die Intensitäten der Referenzsterne werden bei der Sterndetektion durch die Summe aller detektierten Pixel berechnet. Die entsprechenden Magnituden können dem gewählten Sternkatalog entnommen werden. Ziel des Ausgleichsverfahrens ist es, die einer bestimmten Magnitudo  $m_1$  entsprechenden Intensität  $I_1$  nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate zu bestimmen. Als Referenzsterne für die Helligkeitsmessung werden nur jene Sterne akzeptiert, deren Verbesserung unter  $0.5 \text{ mag}$  liegt.

#### 4.5 Testaufnahmen eines Sternfeldes in Zenit- und Horizontnähe

Um die Unterschiede der einzelnen Transformationsarten aufzuzeigen und die am besten geeignete auszuwählen, wurden in der Nacht vom 13. auf den 14.08.1997 3 Serien á 10 Aufnahmen mit der Zeiss BMK in Graz durchgeführt. Die Zenitdistanz der ersten Serie (Bildnummer 1–10) betrug rund  $62^\circ$ , der zweiten Serie  $48^\circ$  (Bildnummer 31–40). Bei der dritten Serie (Bildnummer 51–60) befand sich das Sternfeld ( $\alpha = 0^{\text{h}}24^{\text{m}}$ ,  $\delta = 35^\circ$ ) in Zenitnähe ( $z = 12^\circ$ ). Es sollten daher bei der letzten Aufnahmeserie die Refraktionseinflüsse minimiert sein. Betrachtet man die mittleren Fehler der Aufnahmen in Rektaszension (die Rektaszensionswerte wurden mit dem Faktor  $\cos \delta$  normiert) und Deklination bei unterschiedlichen Transformationsansätzen, so zeigt sich, daß die Unterschiede lediglich im Bereich von  $0.01''$  liegen. Auch die Residuen der Referenzsterne unterscheiden sich lediglich um Beträge, die unter  $0.05''$  liegen. Betrachtet man die mittleren Fehler der Transformationsparameter bei der 8- bzw. 12-Parametertransformation, so treten keine signifikanten Werte bei den quadratischen Gliedern auf. Als Beispiel sei hier das Ergebnis der Aufnahme 51 angegeben:

## 8-Paramtertransformation:

$$\begin{array}{l}
 x: -0.0000 \pm 0.000093 \\
 0.997294 \pm 0.00001081 [x] \\
 0.007367 \pm 0.00001234 [y] \\
 0.00000153 \pm 0.000013572 [xy] \\
 0.00000158 \pm 0.000012804 [x^2]
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 y: -0.0000 \pm 0.000093 \\
 -0.007405 \pm 0.00001081 [x] \\
 0.997380 \pm 0.00001198 [y] \\
 0.00000158 \pm 0.000012804 [xy] \\
 0.00000153 \pm 0.000013572 [y^2]
 \end{array}$$

## 12-Parametertransformation:

$$\begin{array}{l}
 x: -0.0000 \pm 0.000133 \\
 0.997298 \pm 0.00001145 [x] \\
 0.007363 \pm 0.00001294 [y] \\
 0.00000057 \pm 0.000019701 [xy] \\
 0.00000262 \pm 0.000017332 [x^2] \\
 0.00000176 \pm 0.000019321 [y^2]
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 y: -0.0000 \pm 0.000133 \\
 -0.007403 \pm 0.00001145 [x] \\
 0.997379 \pm 0.00001294 [y] \\
 0.00000043 \pm 0.000019701 [xy] \\
 -0.00000041 \pm 0.000017332 [x^2] \\
 0.00000237 \pm 0.000019321 [y^2]
 \end{array}$$

Es kann daher keiner Transformation der Vorzug gegeben werden. Wie Tabelle (4.1) entnommen werden kann, liegen die mittleren Fehler ( $m\alpha$ ,  $m\delta$ ) unter  $0.15''$ . Dies entspricht einer Größe von  $0.5 \mu\text{m}$  auf dem CCD-Chip bzw. unter  $1/40$  der Pixelgröße!

Bild Nr.	Affin Tr.		8 – Parameter Tr.		12 – Parameter Tr.	
	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$
51	0.14	0.13	0.14	0.13	0.13	0.13
52	0.13	0.12	0.13	0.12	0.12	0.11
53	0.18	0.13	0.14	0.13	0.13	0.11
54	0.17	0.13	0.16	0.13	0.15	0.11
55	0.15	0.15	0.14	0.14	0.14	0.13
56	0.15	0.14	0.15	0.13	0.15	0.13
57	0.13	0.11	0.13	0.11	0.13	0.11
58	0.15	0.12	0.15	0.12	0.14	0.11
59	0.16	0.16	0.15	0.13	0.14	0.13
60	0.16	0.11	0.15	0.11	0.15	0.10

Tab. 4.1: Vergleich verschiedener Transformationsansätze bei Aufnahmen in Zenitnähe

Neben der hohen Genauigkeit sind jedoch auch systematische Fehler bei gewissen Referenzsternen auffällig (Tabelle 4.2). Diese erreichen zum Beispiel beim Stern T226900002401 Werte von rund  $0.4''$ .

Bild Nr.	T226900119601	T227300001201	T226900002401	T2269000086901
51	-0.28	0.10	0.02	-0.28
52	-0.17	0.12	0.07	-0.22
53	0.06	0.15	-0.05	-0.15
54	0.13	0.12	-0.48	-0.21
55	0.24	0.16	-0.22	-0.34
56	-0.24	0.12	-0.12	-0.23
57	0.01	0.08	0.01	-0.12
58	-0.05	0.23	-0.22	-0.34
59	0.12	0.15	-0.13	-0.28
60	0.08	0.08	-0.15	-0.24

Tab. 4.2: Systematische Fehler ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) bei ausgewählten Sternen des Tycho-Kataloges

Mögliche Ursache für diese systematischen Fehler könnte darin liegen, daß es sich um Doppelsterne handelt, die jedoch aufgrund der kurzen Brennweite des Teleskops ( $75 \text{ cm}$ ) nicht aufgelöst werden konnten. Weiters sei hier noch einmal auf die Problematik der Eigenbewe-

gungen hingewiesen. Es wurden alle Eigenbewegungen der Tychosterne dem ACT Reference Catalog entnommen, da die dem Tycho Katalog entnommenen Werte zum Teil mit groben Fehlern behaftet sind (Weinwurm 1998). Die Berechnung der Eigenbewegungen des ACT erfolgte mit Hilfe des Tycho Kataloges und des Astrographic Catalogue AC 2000. Die Beobachtung des AC 2000 liegt jedoch rund 100 Jahre zurück. Die systematischen Abweichungen in der Größenordnung von 0.2" könnten daher auch auf die geringere Beobachtungsgenauigkeit der damaligen Zeit zurückzuführen sein. Alle Sterne des Tycho Kataloges, deren Astrometrie flag ein „X“ aufweisen, wurden nicht als Referenzsterne herangezogen.

Auch bei Aufnahmen in Horizontnähe kann keiner Transformation der Vorzug gegeben werden. Betrachtet man wiederum die mittleren Fehler der Transformationsparameter bei der 8- bzw. 12-Parametertransformation, so treten ebenfalls keine signifikanten Werte bei den quadratischen Gliedern auf. Als Beispiel sei hier das Ergebnis der Aufnahme 1 angegeben:

8-Parametertransformation:

$$\begin{array}{ll}
 x: & -0.0000 \pm 0.000149 \\
 & 0.997098 \pm 0.0001902 [x] \\
 & 0.007453 \pm 0.0001865 [y] \\
 & 0.00000409 \pm 0.000021009 [xy] \\
 & -0.00000125 \pm 0.000021124 [x^2] \\
 y: & -0.0000 \pm 0.000149 \\
 & -0.007355 \pm 0.0001902 [x] \\
 & 0.997099 \pm 0.0001872 [y] \\
 & -0.00000125 \pm 0.000021124 [xy] \\
 & 0.00000409 \pm 0.000021009 [y^2]
 \end{array}$$

12-Parametertransformation:

$$\begin{array}{ll}
 x: & 0.0000 \pm 0.000230 \\
 & 0.997105 \pm 0.0002014 [x] \\
 & 0.007457 \pm 0.0001998 [y] \\
 & 0.00000150 \pm 0.000030123 [xy] \\
 & -0.00000404 \pm 0.000031794 [x^2] \\
 & -0.00000133 \pm 0.000032644 [y^2] \\
 y: & 0.0000 \pm 0.000230 \\
 & -0.007365 \pm 0.0002014 [x] \\
 & 0.997097 \pm 0.0001998 [y] \\
 & 0.00000195 \pm 0.000030123 [xy] \\
 & 0.00000303 \pm 0.000031794 [x^2] \\
 & 0.00000730 \pm 0.000032644 [y^2]
 \end{array}$$

Die mittleren Fehler ( $m\alpha$ ,  $m\delta$ ) nahmen um einen Faktor 1.7 zu, was auf Refraktionsanomalien zurückzuführen ist. Systematische Abweichungen bei den selben Sternen sind auch hier zu erkennen.

Bild Nr.	Affintransformation		8-Parameter Tr.		12-Parameter Tr.	
1	0.24	0.21	0.23	0.24	0.23	0.24
2	0.20	0.21	0.22	0.20	0.21	0.19
3	0.30	0.24	0.29	0.24	0.28	0.24
4	0.28	0.25	0.25	0.23	0.22	0.22
5	0.22	0.20	0.25	0.24	0.23	0.23
6	0.27	0.23	0.25	0.22	0.25	0.22
7	0.27	0.26	0.25	0.27	0.24	0.26
8	0.25	0.20	0.23	0.20	0.21	0.18
9	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23
10	0.26	0.17	0.25	0.18	0.25	0.21

Tab. 4.3: Vergleich verschiedener Transformationsansätze bei Aufnahmen in Horizontnähe

An dieser Stelle sei vermerkt, daß es sich bei den ausgewerteten CCD-Aufnahmen um „Rohaufnahmen“ handelt. Dies bedeutet, daß die Aufnahmen keiner Dunkelbild- bzw. Flatfieldkorrektur unterzogen wurden. Es läßt sich zeigen, daß bei einer Neuberechnung der Schwellgrenze für die Objektdetektion für jedes einzelne Objekt auf diese Korrekturen ohne Genauigkeitsverlust verzichtet werden kann (Ploner 1996, Weinwurm 1998). Dies trifft nicht nur auf die Positionsbestimmung, sondern auch auf die Helligkeitsmessung zu. Dies überrascht zunächst, da für eine photometrische Auswertung eine sorgfältige Kalibrierung der CCD-Aufnahmen (Biasbild, Dunkelbild, Flatfield) als unablässig angesehen wird. Der Grund dürfte im starken Streulichtanteil, verursacht durch die Großstadt Graz, liegen, der eine exakte Photometrie nicht ermöglicht. So beträgt der mittlere Fehler der Magnitudenmessungen

rund 0.2 mag.

## 5 GPS - SATELLITEN

Im Zeitraum April – August 1997 wurden zahlreiche Beobachtungen von GPS-Satelliten sowohl mit der Zeiss BMK in Graz als auch mit dem Celestron C11 auf dem Coudé der Wiener Universitätsternwarte durchgeführt. Die Belichtungszeiten bewegten sich zwischen 1 und 5 Sekunden. Alle Beobachtungen wurden bei ausgeschalteter Sternnachführung durchgeführt. Sowohl die Referenzsterne als auch die Satelliten bildeten sich daher als Strichspuren ab. Die Bildkoordinaten aller Objekte (Referenzsterne, Satelliten) wurden durch Lichtschwerpunktbildung berechnet. Bei der Objektdetektion wurde ein Multiplikationsfaktor von 3 gewählt (siehe Kapitel 4.1), außerdem wurde ein 3\*3 Filter verwendet. Als Transformationsansatz kam bei den Grazer Aufnahmen die 8-Parametertransformation zum Einsatz. Als Sternkatalog diente der Hipparcos- sowie der ACT-Katalog. Bei den Wiener Aufnahmen wurde aufgrund des kleineren Gesichtsfeldes eine Affintransformation verwendet. Neben den obigen Sternkatalogen mußte zusätzlich der GSC verwendet werden, da meist nicht genügend Referenzsterne vorhanden waren. Die Helligkeit der Satelliten lag zwischen 10 und 14 mag und ist stark vom Beleuchtungswinkel der Sonne abhängig. Die Sonnensegel werden stets der Sonne nachgeführt, um eine optimale Energiezufuhr zu ermöglichen. Je nach Blickwinkel von der Beobachtungsstation aus gesehen kann es daher zu erheblichen Helligkeitsschwankungen kommen.

Um die Genauigkeit der Ergebnisse überprüfen zu können, wurden die Satellitenorbits mit Hilfe der vom International GPS Service for Geodynamics (IGS) publizierten IGS-Ephemeriden durch ein Polynom 10. Grades angenähert (Titz 1995) und die Satellitenpositionen für den jeweiligen Belichtungszeitpunkt interpoliert. Die Genauigkeit der interpolierten Positionen ist besser als 1 m, welches einem Richtungsfehler von 0.01" entspricht. Beachtet werden muß dabei, daß die Beobachtungen in der UTC-Zeitskala vorliegen, die publizierten Satellitenpositionen beziehen sich jedoch auf GPS-Zeit. Außerdem müssen die Belichtungszeitpunkte  $t$  wegen des Effekts der Lichtzeit korrigiert werden:

$$t_c = t - \frac{r}{c} \quad (5.1)$$

- $c$  Lichtgeschwindigkeit
- $r$  Distanz Satellit – Beobachtungsstation
- $t_c$  korrigierter Beobachtungszeitpunkt

Da die exakte Entfernung des Satelliten bei reinen Richtungsbeobachtungen nicht bekannt ist, kann die Korrektur wegen der Lichtzeit nur in einem iterativen Prozeß erfolgen.

Man erhält den topozentrischen Positionsvektor eines Satelliten  $\mathbf{r}_{\text{Top}}$  durch einfache Vektorsubtraktion von geozentrischem Positionsvektor  $\mathbf{r}_{\text{Geo}}$  und des Positionsvektors der Beobachtungsstation  $\mathbf{r}_{\text{St}}$ :

$$\mathbf{r}_{\text{Top}} = \rho \cdot \begin{pmatrix} \cos \delta \cdot \cos \alpha \\ \cos \delta \cdot \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \mathbf{r}_{\text{Geo}} - \mathbf{r}_{\text{St}} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Die topozentrischen Satellitenkoordinaten Deklination  $\delta$ , Rektaszension  $\alpha$  und Distanz  $\rho$  sind durch folgende Beziehung gegeben:

$$\begin{aligned}
\delta &= \arcsin \frac{\Delta z}{\rho} \\
\alpha &= \arctan \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
\rho &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Die Koordinaten der Beobachtungsstation beziehen sich meist auf das erdfeste ITRF-System, der geozentrische Satellitenvektor liegt jedoch im Inertialsystem J2000.0 vor. Daher müssen die Stationskoordinaten zuvor noch in das System J2000.0 transformiert werden. Die Beziehung zwischen J2000.0 und ITRF wird durch mehrere Rotationsmatrizen beschrieben, welche die Effekte der Präzession, Nutation, Erdrotation und Polbewegung beinhalten. Durch Berücksichtigung der Präzession und Nutation erfolgt der Übergang vom mittleren Äquinoktium der Epoche J2000.0 auf das wahre Äquinoktium des Datums. Erdrotation und Polbewegung beschreiben den Übergang vom momentanen wahren Äquatorsystem auf das ITRF-System. Die Erdrotation wird durch die wahre Sternzeit in Greenwich  $\theta_{Gr}$  beschrieben, die Polbewegung wird durch die Koordinaten des momentanen Himmelspols (CEP = Celestial Ephemeris Pole)  $x_p$  und  $y_p$  relativ zum CTP (Conventional Terrestrial Pole) angegeben. Die aktuellen Werte der Erdrotationsparameter ( $x_p$ ,  $y_p$  und  $dUT_1 = UT1 - UTC$ ) können dem IERS Bulletin A bzw. B entnommen werden. Die Transformation vom System J2000.0 in das ITRF System erfolgt mit:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{ITRF} &= \mathbf{P}_m \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}_{J2000.0} \\
\mathbf{P}_m \cdot \mathbf{E} &= \mathbf{R}_2(-x_p) \cdot \mathbf{R}_1(-y_p) \cdot \mathbf{R}_3(\Theta_{Gr})
\end{aligned} \tag{5.4}$$

$\mathbf{P}_m$  Polbewegungsmatrix  
 $\mathbf{E}$  Erdrotationsmatrix  
 $\mathbf{N}$  Nutationsmatrix  
 $\mathbf{P}$  Präzessionsmatrix

Die Transformation vom ITRF System in das System J2000.0 lautet:

$$\mathbf{x}_{J2000.0} = \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{E}^T \cdot \mathbf{P}_m^T \cdot \mathbf{x}_{ITRF} \tag{5.5}$$

Die Stationskoordinaten von Graz bzw. Wien wurden mittels GPS Beobachtungen neu vermessen und im ITRF 94 System berechnet:

Graz BMK: $x = 4194439.6$ m	Wien Coudé: $x = 4084900.0$ m
$y = 1162718.4$ m	$y = 1197069.1$ m
$z = 4647224.5$ m	$z = 4734340.1$ m

Mit Hilfe des topozentrischen Positionsvektors kann nun eine verbesserte Näherung für die Entfernung Satellit – Beobachter berechnet und damit die Lichtzeit korrigiert werden. Unter Berücksichtigung dieser Korrektur wird die Satellitenposition neu interpoliert. Die Iteration wird solange fortgesetzt, bis sich die Entfernung des Satelliten um weniger als 1 m zum vorhergehenden Iterationsschritt unterscheidet.

Zuletzt muß noch eine Korrektur wegen der Satellitenrefraktion erfolgen. Diese erreicht bei GPS-Satelliten bei Beobachtungen in einer Zenitdistanz von  $60^\circ$  rund  $0.1''$ .

In untenstehenden Tabellen sind sämtliche GPS-Beobachtungen (Rektaszension  $\alpha$ , Deklination  $\delta$ , Magnitudo  $mag$ ), die mittleren Fehler der Referenzsterne ( $d\alpha$ ,  $d\delta$ ,  $mag$ ) und die Abweichung zur interpolierten Satellitenposition angegeben ( $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\delta$ ). Bei den Beobachtungen des 24.04.1997 treten in den Rektaszensionswerten kleine systematische Effekte auf. Die Dif-

ferenzen in Rektaszension wurden nicht mit dem Faktor  $\cos(\delta)$  normiert! Alle anderen Beobachtungen scheinen frei von systematischen Fehlern zu sein.

### Graz Zeiss BMK

GPS15 24.04.97

MJD	$\alpha$ [h.mms]	$\delta$ [°.'"]	mag	$d\alpha$ ["]	$d\delta$ ["]	dmag	$\Delta\alpha$ ["]	$\Delta\delta$ ["]
50562.850700080	13.1113347	27.532640	12.01	0.16	0.15	0.21	-0.07	-0.59
50562.854073515	13.1857210	25.294999	11.84	0.22	0.15	0.21	-0.15	-0.15
50562.860017315	13.3145321	21.144649	11.78	0.18	0.14	0.23	-0.26	0.01
50562.860513852	13.3246981	20.532339	11.80	0.17	0.15	0.23	-0.41	-0.18
50562.861035412	13.3351340	20.305468	11.82	0.18	0.19	0.23	-0.18	-0.00
50562.861556856	13.3455310	20.082599	11.75	0.15	0.15	0.24	-0.08	-0.07

GPS29 24.04.97

50562.871498786	13.2743829	42.234947	12.33	0.13	0.10	0.23	-0.07	-0.23
50562.874906115	13.4103198	44.100786	12.33	0.13	0.14	0.19	-0.79	-0.06
50562.877934611	13.5333881	45.385775	12.05	0.16	0.16	0.25	-0.21	-0.04
50562.878450252	13.5545570	45.533064	12.37	0.16	0.15	0.26	-0.19	0.24
50562.878941021	13.5751953	46.071188	12.35	0.14	0.13	0.26	-0.02	0.37

GPS26 16.07.97

50645.993577495	19.5331855	34.210330	9.83	0.24	0.22	0.28	-0.10	0.20
50645.994113336	19.5505890	34.004572	9.31	0.22	0.21	0.28	-0.28	0.15
50645.994625425	19.5634946	33.411772	9.28	0.23	0.21	0.27	0.22	0.15
50645.997166583	20.0346347	32.034259	10.84	0.22	0.21	0.30	-0.05	-0.44
50646.000723769	20.1322077	29.443495	11.70	0.24	0.22	0.28	-0.10	0.06
50646.001237055	20.1442625	29.241728	11.43	0.22	0.19	0.25	-0.31	0.34
50646.001735170	20.1600156	29.043331	11.65	0.21	0.22	0.28	0.23	0.02
50646.006825278	20.2841708	25.402529	11.82	0.20	0.20	0.27	-0.34	0.50
50646.007335227	20.2955043	25.194639	11.95	0.23	0.19	0.26	-0.04	-0.61
50646.009655400	20.3522594	23.451863	11.65	0.21	0.19	0.25	-0.28	0.02
50646.010168095	20.3633600	23.242182	11.82	0.19	0.16	0.25	0.36	-0.65
50646.010684744	20.3744742	23.031253	11.82	0.20	0.16	0.25	0.14	-0.30
50646.013211511	20.4326071	21.192306	11.95	0.21	0.18	0.25	0.17	-0.20
50646.013716517	20.4433039	20.583405	12.03	0.20	0.17	0.25	0.18	-0.44
50646.014217861	20.4539142	20.375268	10.56	0.20	0.20	0.26	-0.07	-0.56

GPS9 11.08.97

50671.994469092	22.1236477	50.153595	11.57	0.17	0.17	0.22	-0.29	-0.32
50671.997986789	22.2913077	48.450496	14.41	0.17	0.17	0.26	-0.56	-0.05
50671.998524135	22.3139891	48.302845	11.97	0.18	0.16	0.27	-0.51	0.17
50671.999753756	22.3710516	47.561945	12.07	0.18	0.18	0.28	-0.62	0.09
50672.000271582	22.3927500	47.413908	12.04	0.19	0.16	0.27	-0.09	-0.25
50672.002803458	22.5018856	46.272838	11.99	0.17	0.16	0.25	-0.17	0.18
50672.003329011	22.5230230	46.113603	12.04	0.18	0.17	0.25	0.11	0.05
50672.003950026	22.5503792	45.523882	12.21	0.18	0.14	0.24	0.68	-0.37
50672.004506807	22.5720067	45.352730	12.20	0.18	0.14	0.25	-0.48	0.25

GPS7 12.08.97

50672.933381757	0.0656105	22.253091	12.53	0.18	0.18	0.17	-0.26	-0.08
50672.933928466	0.0815447	22.462586	12.57	0.18	0.13	0.17	0.36	0.43
50672.934432533	0.0929141	23.054168	12.63	0.17	0.18	0.18	0.18	-0.35
50672.936801186	0.1521918	24.353498	12.73	0.16	0.15	0.21	-0.33	-0.57
50672.937309772	0.1639065	24.544426	12.84	0.19	0.15	0.22	0.14	0.26
50672.938476249	0.1938042	25.383040	12.77	0.20	0.16	0.22	0.52	0.72

GPS7 26.08.97

50686.825405021	23.3521805	41.165460	14.29	0.23	0.15	0.24	0.30	0.11
50686.833460057	0.0044243	36.471486	12.86	0.19	0.16	0.26	0.19	-0.07

### Wien Coudé Celestron C11

GPS10 04.06.97

50604.002087406	15.5451678	30.370183	11.90	0.28	0.27	0.27	0.71	-0.76
50604.005066236	16.0310288	28.420268	11.78	0.28	0.31	0.25	-0.17	-0.02
50604.010451294	16.1717947	25.091347	10.93	0.31	0.30	0.23	-0.67	0.79

GPS27 09.06.97

50608.944437046	16.0236408	30.381473	11.97	0.21	0.22	0.19	0.11	-0.45
50608.948599374	16.1358771	33.173927	11.34	0.28	0.27	0.22	-1.11	-0.88
50608.951376440	16.2159699	35.015514	11.20	0.22	0.28	0.24	0.18	0.10
50608.954847726	16.3233086	37.092954	11.47	0.23	0.24	0.26	0.25	0.18
50608.958317671	16.4345310	39.132553	11.97	0.23	0.22	0.24	-0.01	-0.07
50608.961107058	16.5316511	40.500135	11.81	0.20	0.18	0.28	0.16	0.28
50608.967351002	17.1625388	44.143436	11.45	0.34	0.23	0.25	-0.55	0.11
50608.970133946	17.2737641	45.393739	11.10	0.25	0.24	0.21	0.07	-0.00
50608.972910465	17.3923378	47.000625	11.66	0.23	0.29	0.27	0.25	-0.12



	50608.975683186	17.5144250	48.153855	11.97	0.27	0.25	0.25	0.24	0.18
GPS19 09.06.97									
	50608.899264212	16.3142501	33.461135	11.23	0.23	0.27	0.27	0.81	0.18
GPS10 10.06.97									
	50609.990261964	16.0656381	27.315006	11.35	0.21	0.26	0.28	-0.21	0.79
	50609.994435582	16.1742277	24.455890	11.46	0.32	0.25	0.28	0.05	0.36

## 6 GEOSTATIONÄRE SATELLITEN

Während einer Beobachtungskampagne von 17.04.1996 bis 22.07.1996 wurden in Graz-Lustbühel mit der Satellitenkamera Zeiss BMK unter anderem Beobachtungen der geostationären Satelliten Meteosat 5 und Meteosat 6 durchgeführt. Die Auswertung erfolgte damals mit Hilfe des PPM-Kataloges, da der ACT Katalog noch nicht publiziert war (Ploner 1996).

Ziel einer Neuauswertung war, ob die höhere Genauigkeit des ACT Kataloges zu einer Verbesserung bzw. systematischen Änderungen der damaligen Ergebnisse führen. Als Referenzsterne wurden sämtliche Sterne herangezogen, die auf den CCD-Aufnahmen identifiziert werden konnten. Die Bildkoordinaten der Referenzsterne wurden neu berechnet, da zahlreiche ACT-Sterne nicht im PPM-Katalog enthalten sind. Angemerkt sei an dieser Stelle jedoch, daß sich die Bildkoordinaten von Sternen, die bei beiden Auswertungen als Referenzsterne herangezogen wurden, um geringe Beträge unterscheiden können. Ursache liegt in einem geänderten Algorithmus für die Berechnung des Hintergrundrauschens.

Die Bildkoordinaten der Satelliten wurden zunächst aus der früheren Auswertung übernommen. Hiermit sollte sichergestellt werden, daß eventuelle Abweichungen in den Satellitenpositionen im raumfesten Referenzsystem nicht auf Modifizierungen des Auswerteprogrammes zurückzuführen sind. Da eine große Anzahl an Referenzsternen auf jeder einzelnen Aufnahme zur Verfügung stand, war ein Genauigkeitserfolg durch die präziseren Sternkoordinaten nicht zu erwarten. Die Güte der Beobachtungen kann allerdings nur durch eine Bahnintegration beurteilt werden, da keine anderen unabhängigen Beobachtungen zur Verfügung standen. Weiters können aus den Residuen der Beobachtungen keine Rückschlüsse auf eventuelle systematischen Abweichungen gezogen werden. Diese können jedoch durch einen direkten Vergleich der raumfesten Satellitenpositionen aufgezeigt werden.

Im Diagramm 6.1 ist die Differenz der Positionen von Meteosat 6 bei Verwendung des ACT bzw. PPM Kataloges dargestellt. Deutlich ist eine systematische Abweichungen sowohl in Rektaszension als auch in Deklination in der Größenordnung von  $0.1''$  bis  $0.2''$  zu erkennen. Diese deutet auf systematische Differenzen in den Sternkatalogen (PPM, ACT) hin. Bei Meteosat 5 sind die gleichen Effekte zu beobachten.

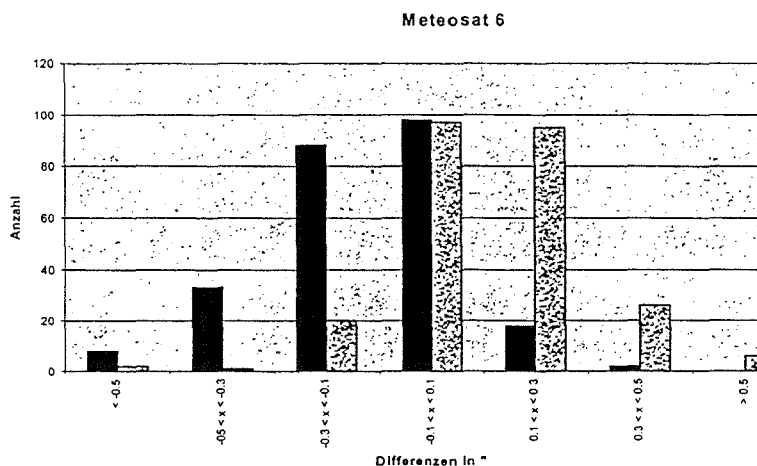


Diagramm 6.1: Differenz ACT - PPM bei Meteosat 6

Um die Genauigkeit der Beobachtungen beurteilen zu können, wurde eine Bahnintegration mit Hilfe des Programmes ORBDet durchgeführt. Dieses am astronomischen Institut der Universität Bern entwickelte Programm erlaubt die Berechnung von Bahnelementen, Strahlungsdruckparametern sowie Erdgravitationsparametern. Die Bahnintegration wird im Inertialsystem J2000 durchgeführt, wobei im Kräftemodell folgende Effekte berücksichtigt werden:

- Erdpotential JGM-3 bis zu Grad und Ordnung 10
- Gravitation von Sonne und Mond mit Hilfe der JPL DE405 Ephemeriden
- direkter Strahlungsdruck
- Gezeitenpotential
- Präzession und Nutation, gegeben durch die IAU 1976- und IAU 1980-Modell
- Korrektur UT1 - UTC sowie Polbewegung (Quelle: IERS)

Für die Transformation der Bildkoordinaten in raumfeste Himmelskoordinaten kam die 8-Parameter-Transformation zum Einsatz. Die Residuen der Beobachtungen zeigen keine signifikante Genauigkeitssteigerung durch Verwendung des ACT Kataloges als Referenzkatalog. Wie Tabelle 6.1 entnommen werden kann, stimmen die mittleren Fehler der Satellitenpositionen sowohl bei Meteosat 5 als auch bei Meteosat 6 mit der früheren Auswertung (Ploner 1996) überein. Lediglich bei Meteosat 6 konnte ein geringer Genauigkeitsgewinn unter Verwendung des Lichtschwerpunktes festgestellt werden.

	Meteosat 5 Lichtschwerpunkt	Meteosat 5 Gauß 2	Meteosat 6 Lichtschwerpunkt	Meteosat 6 Gauß 2
PPM	0.62"	0.50"	0.73"	0.55"
ACT	0.63"	0.51"	0.67"	0.55"

Tab. 6.1: Residuen Meteosat 5 und Meteosat 6

Um den geänderten Algorithmus für die Berechnung des Hintergrundrauschens zu überprüfen, wurden in einem zweiten Schritt auch die Bildkoordinaten der Satelliten neu berechnet. Bei der Berechnung mittels Lichtschwerpunkt wurden für den Multiplikationsfaktor  $k$  (Formel 4.1) verschiedene Werte (1.5, 2.0, 3.0) verwendet. Weiters sollte untersucht werden, wie sich ein zusätzlicher Objektrand von einem Pixel auf das Ergebnis auswirkt.

Neben der Berechnung mittels Lichtschwerpunkt kam auch die zweidimensionale Gaußverteilung zum Einsatz. Unter Annahme konzentrischer Kreise bei Schnitten parallel zur  $xy$ -Ebene ist die Objektposition durch die Parameter  $b$  und  $c$  gegeben:

$$f(x, y; a, b, c, d) = a \cdot \exp \left[ - \ln 2 \left( \frac{(x - b)^2 + (y - c)^2}{d^2} \right) \right] \quad (6.1)$$

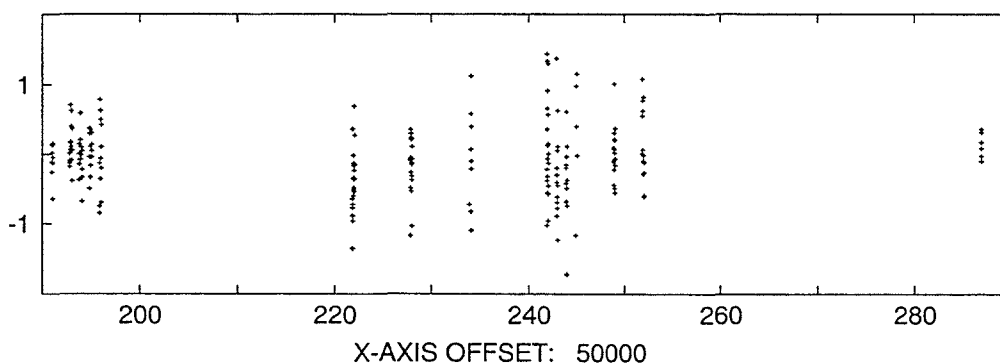
Während der Parameter  $a$  nur einen Normierungsfaktor darstellt, ist der Parameter  $d$  ein wichtiges Merkmal für die Schärfe der Abbildung auf dem CCD. Diese ist in erster Linie durch die optischen Eigenschaften des Teleskops sowie durch Seeingeffekte bestimmt. Würden geeignete Kalibrierungsaufnahmen vorliegen, könnte dieser  $a$  priori bestimmt werden. Die Berechnung der Schwellgrenze für die Detektion der Objektpixel erfolgte mit  $k = 3$ . Bei der Berechnung der Parameter der Gaußverteilung wurde ein Rand von 1 Pixel berücksichtigt. Es zeigt sich, daß für die Berechnung der CCD-Koordinaten die Lichtschwerpunktbildung mit  $k = 3$  zum besten Ergebnis führt. Die Genauigkeit (bei Lichtschwerpunkt) konnte mittels verbesserter Algorithmen für die Detektierung der Objektpixel um mehr als 20% gesteigert werden. Die Verwendung der zweidimensionalen Gaußverteilung führte im Gegensatz zur früheren Auswertung zu einem etwas schlechteren Ergebnis. Dies steht im Einklang zu der Arbeit von (Weinwurm 1998), die zu gleichem Resultat bei helleren Objekten gekommen ist.

	1.5	2.0	3.0	3.0 + Rand	3.0 + Rand + Gauß 2
Meteosat 5	0".56	0".51	0".48	0".67	0".50
Meteosat 6	0".60	0".60	0".53	0".72	0".57

Tab. 6.2: mittlerer Fehler der Satellitenpositionen bei unterschiedlicher Berechnung der Objektposition

In Figur 6.1 sind die Residuen der einzelnen Beobachtungen für den Satelliten Meteosat 6 dargestellt (Einheiten Bogensekunden bzw. MJD). Es kann kein systematischer Resteinfluß erkannt werden. Trotz des langen Integrationsintervalles (96 Tage bei Meteosat 6) scheinen alle Störeinflüsse im Modell mit genügend hoher Genauigkeit berücksichtigt zu werden.

### Meteosat 6, Rektaszension



### Meteosat 6, Deklination

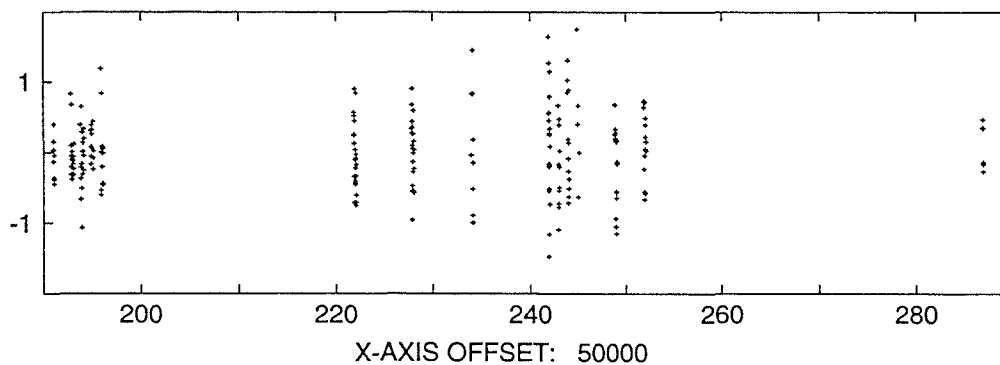


Abb 6.1: Residuen bei Meteosat 5 und Meteosat 6, Lichtschwerpunkt , k =3

Die verbesserten Satellitenpositionen wurden nun herangezogen, um die resonanten Geopotentialkoeffizienten  $C_{22}$  und  $S_{22}$  neu zu berechnen. Die Messungen wurden mit jenen von Zimmerwald kombiniert (Hugentobler et al., 1998), die ebenfalls einer Neuauswertung mit Hilfe des ACT Kataloges unterzogen wurden. Es zeigt sich, daß gegenüber der Auswertung mit Hilfe des PPM Kataloges keine Genauigkeitssteigerung erzielt werden konnte, die Übereinstimmung bezüglich des JGM-3 Modells ist beim Parameter  $C_{22}$  ist sogar etwas geringer.

	JGM-3	ACT	PPM
$C_{22}$	$(2.43926 \pm 0.00004) \cdot 10^{-6}$	$(2.43913 \pm 0.00044) \cdot 10^{-6}$	$(2.43923 \pm 0.00039) \cdot 10^{-6}$
$S_{22}$	$-(1.40027 \pm 0.00004) \cdot 10^{-6}$	$-(1.40031 \pm 0.00008) \cdot 10^{-6}$	$-(1.40031 \pm 0.00010) \cdot 10^{-6}$

Tab. 6.3: Geopotentialkoeffizienten  $C_{22}$  und  $S_{22}$

## 7 GFZ 1

Dieser kugelförmige Satellit mit einem Durchmesser von etwa 20 cm ist mit Laserreflektoren bestückt und umkreist die Erde in einer Höhe von rund 365 km. Damit ergibt sich eine Umlaufzeit von 91 min. Seine kreisförmige Bahn weist eine Bahnneigung von  $52^\circ$  auf. GFZ-1 dient in erster Linie der Erforschung des Gravitationspotentials der Erde und wurde im Jahre 1995 in seine Umlaufbahn gebracht. Aufgrund seiner hohen Bahngeschwindigkeit (7.7 km/s) und der geringen Größe ist eine optische Beobachtung äußerst schwierig und gelang erstmals am 6.10.1997 in Graz mit der Zeiss BMK. Als Bilddetektor wurde die CCD-Kamera SITE 1024B verwendet. Die Helligkeit des Satelliten betrug 9.6 mag.



Abb. 7.1: GFZ 1, 6.10.1997, 17h47m31s UTC, Belichtungszeit 0.5s

## 8 AUSBLICK

Wie anhand des Satelliten GFZ-1 gezeigt werden konnte, können optische Beobachtungen auch von tieffliegenden Satelliten durchgeführt werden. Besonders die Kombination von Richtungsmessung und Laserdistanzmessung in Graz eröffnet interessante Zukunftsaussblicke, da auf diesem Weg der räumliche Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  vollständig bestimmt werden kann (Rektaszension  $\alpha$  und Deklination  $\delta$  über CCD-Messungen, Distanzmessung  $\rho$  mittels Laser).

$$\mathbf{r} = \varrho \cdot \begin{pmatrix} \cos\delta \cdot \cos\alpha \\ \cos\delta \cdot \sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

Die Komponente normal zur Bewegungsrichtung des Satelliten (out of plane) sollte mit einer Genauigkeit von 0.3" bestimmt werden können, wie Aufnahmen von GPS-Satelliten gezeigt haben. In Bewegungsrichtung (along track) dürfte der mittlere Fehler um einen Faktor 2 ansteigen, da Strichspuren schwieriger auszuwerten sind. Diese Problematik könnte durch sehr kurze Belichtungszeiten (< 0.1s) umgangen werden. Zur Zeit sind jedoch die technischen Voraussetzungen für solch kurze Verschlusszeiten nicht gegeben. Weiters müßte die Möglichkeit geschaffen werden, die Belichtung zu einem exakt gegebenen Zeitpunkt automatisch auszulösen. Auch die Positionierung der Zeiss BMK gestaltet sich äußerst schwierig, der Umbau auf eine Computersteuerung ist für umfangreichere Meßkampagnen unumgänglich.

Aufgrund des kleineren Gesichtsfeldes kann das Celestron C11 in erster Linie für die Beobachtung von geostationären Satelliten verwendet werden. Die erzielbare Genauigkeit dürfte im Bereich der Zeiss BMK für solch schwache Objekte liegen (0.5"). Größter Vorteil ist die Transportabilität, wodurch die Anzahl der Beobachtungsnächte wesentlich erhöht werden kann. Es müßte jedoch die Möglichkeit einer digitalen Ablesung der Teleskopposition in Kombination mit einer Feinbewegung geschaffen werden.

## Literatur

- Bretterbauer, K., 1969: *Beiträge zum Refraktionsproblem in der Höheren Geodäsie*. Dissertation an der TU Wien.
- Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac, 1992: Hrsg. v. K. Seidelmann. Mill Valley; University Science Book.
- Hugentobler, U., 1997: *Astrometry and Satellite Orbits: Theoretical Considerations and Typical Applications*. Inauguraldissertation der Philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bern.
- Hugentobler, U., Ploner, M., Schildknecht, T., Beutler, G., 1998: *Determination of Geopotential Terms Using Optical Observations of Geostationary Satellites*. 32th COSPAR Scientific Assembly, Nagoya, Japan.
- Ploner, M., 1996: *CCD-Astrometrie von Objekten des geostationären Ringes*. Geowissenschaftliche Mitteilungen Heft 46. Veröffentlichung des Instituts für Theoretische Geodäsie und Geophysik, Abteilung Theoretische Geodäsie, TU Wien.
- Schildknecht, T., 1994: *Optical Astrometry of Fast Moving Objects using CCD Detectors*. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. Schweizer Geodätische Kommission, Band 49.
- Titz, H., 1995: *Numerische Integration von GPS-Satellitenbahnen auf einem Parallelrechner*. Diplomarbeit am Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik der TU Wien, Abteilung Theoretische Geodäsie.
- Weinwurm, G., 1998: *CCD-Astrometrie zur Beobachtung künstlicher Erdsatelliten*. Diplomarbeit am Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik der TU Wien, Abteilung Theoretische Geodäsie.

# CCD UND ASTRO-GEODÄSIE

## Unterwegs zur automatischen Lotrichtungsmessung

Gottfried Gerstbach

Institut für Geodäsie und Geophysik  
Technische Universität Wien  
Gußhausstraße 27-29  
1040 Wien, Österreich

### Zusammenfassung

Wie die Erfahrungen dreier Projekte (Richtungsmessung zu Satelliten und Sternen) zeigen, kann die Astrogeodäsie mittels CCD-Technik in 1-2 Jahren automatisiert und beschleunigt werden. Die Messung von Lotabweichung oder Azimut wird in etwa  $\frac{1}{2}$  Stunde Genauigkeiten  $<0.5''$  liefern (visuell derzeit: knapp 1 Stunde,  $\pm 0.2''$ ). Die Verwendung üblicher Instrumente (Servotheodolit, Astrolab) erfordert Kompromisse bei Größe, Empfindlichkeit und Auslesung der Sensoren, die aber bei genügend hellen Sternen tragbar sind. Zenitteleskope sind zwar schwerer und durch Kühlung aufwendiger, verkürzen aber die eigentliche Messung.

Der Artikel beschreibt das CCD-Prinzip und bisherige Versuche. Kleine Linien- oder Flächensensoren erlauben mit Theodolit oder Astrolab Sternmessungen auf  $\pm 0.5-1''$ , was mit 10-15 Sternen die Lotrichtung auf  $\pm 0.3''$  ergibt. Die Zenitmethode wurde mit einem hochempfindlichen Sensor erprobt und ergab  $\pm 0.4''$ . In 5-10 Jahren wird die absehbare Pixel-Verkleinerung die Genauigkeit an die der visuellen Messung heranführen.

### Summary

Automatic astrogeodetic measurements (vertical deflections, azimuths) will be possible in the next years, using CCD and transportable instruments. The experiences of three projects (observing satellites and stars) show that accuracies  $<0.5''$  can be expected by  $\frac{1}{2}$  hour star measurements (visually at present:  $\pm 0.2''$ , 1 hour). Small instruments (servo theodolite, astrolabe) require some compromises in size, sensitivity or reading the devices. Also a Zenith telescope with a high sensitive CCD was tested which works quicker but is heavy.

The article describes some tests with small CCD sensors of line and array type, which produce star pointings of  $\pm 0.5-1''$ . With 10-15 stars the vertical deflection accuracy will be  $\pm 0.3''$ . The zenith method gives  $\pm 0.4''$ . Assuming the development of smaller CCD pixels, the accuracy will reach the visual one within 5-10 years.

## 1 Ziel und Motivation: das Zentimeter-Geoid

Österreich ist seit langem ein Motor der Geoidforschung. J. Litschauer hat 1953 das weltweit erste Landesgeoid publiziert - mit damals beachtlicher Genauigkeit von  $\frac{1}{2}$ -1 m. Projekte des Jubilars [Bretterbauer 1978] trugen entscheidend zum Geoid 1983 bei, das die Qualitätsmarke auf  $\pm 5$  cm setzte. Seit 1987 hat Österreich das dichteste Lotabweichungsnetz der Welt: mittlere Punktabstände 7-13 km, siehe Bild [Bretterbauer / Gerstbach 1983, Bretterbauer 1997]. Ich meine, daß man derzeit die Bedeutung astrogeodätischer Messungen zu gering achtet. Mit Ausnahme Südamerikas [Cerrato 1998] sinkt ihre Anwendung seit einem Höhenflug 1970-1990, was folgende Gründe haben dürfte:



**Bild 1:** Lotabweichungspunkte im Osten Österreichs (alle 5-7 km, Geoidstudie Wien 1975-91)

- a) **Terrestrische Netze** und ihre Orientierung nehmen wegen GPS etwas ab - und daher das Bewußtsein, daß terrestrische Meßgrößen wegen Lotabweichung zu reduzieren sind. Auch ist nicht immer bekannt, daß GPS-Höhentransformation ein genaues Geoid erfordert.
- b) **Geoidbestimmung** ist in vielen flachen Ländern flächendeckend genauer als 10 cm (oft GPS-gestützt), gilt aber im Gebirge und für  $\pm 1$ -5 cm fälschlich als aufwendig [Marti et al 1995].
- c) **Beobachtungserfahrung** in astro-geodätischen Methoden kann wegen GIS und anderer neuer Studieninhalte nicht mehr an allen Hochschulen erworben werden.
- d) **Moderne Gravimetrie** scheint  $\sim 5$  mal rascher als Lotrichtungsmessung zu sein, im Hügelland und Gebirge wendet sich aber das Verhältnis [Gerstbach 1997/99, Kühtreiber 1999].
- e) **Inertialmethoden** haben zwar hohe Lagegenauigkeiten gebracht, die Hoffnung auf Lotabweichungen besser als  $1''$  haben sich aber nicht erfüllt [Schwarz 1995].
- f) **Digitale Terrainmodelle:** viele meinen, daß Lotabweichungen auch ohne dichtes Meßnetz mit DTM auf  $\pm 1''$  interpolierbar sind. Tatsächlich bewirken Dichteanomalien weitere  $1$ - $5''$ .

Die Scheu vor astrogeodätischen Messungen soll nun durch Automatisierung und Verminderung des sonst großen Aufwands für ein cm-Geoid überwunden werden. Frühe Ansätze hiezu befriedigten nicht ganz [Weilguny 1986, Zahradnik 1986], auch nicht mit Zenitkameras [Marti et al 1995]. Den raschen Aufnahmen der Fotoplatten folgte ja deren stundenlange Auswertung, die auf  $\pm 2$ - $3 \mu\text{m}$  beschränkt ist [Studenten 1998] und den Aspekt (c) nicht restlos aufhebt.

CCD stärkt nun die Impulse zur Automatisierung (Kapitel 5-7). Erfolgreiche Astrometrie an Großteleskopen, motorisierte Videotheodolite und militärische Star-Tracker haben unser Institut zur Weiterentwicklung und Beschleunigung astrogeodätischer Feldmethoden mittels CCD ermutigt. Einschlägige Diplomarbeiten und Dissertationen sind an der TU Wien und andernorts im Gang. Damit werden die Gründe b - d und f wegfallen und die Wirtschaftlichkeit genauer terrestrischer Netze steigt.





## 2 CCD-Technik mit Vor- und Nachteilen

Charge-Coupled Devices wurden 1974 in den USA patentiert und für Planetensonden und das Hubble Space Telescope entscheidend weiterentwickelt. Sie wandeln Photonen in Ladungen winziger Halbleiter um und bestehen aus Sensor, Auslesemodul, Schnittstelle zum PC und Software. Meist gehören auch Kameragehäuse und Objektiv(e) dazu.

Weit verbreitet sind z.B. die Hobby-Astrokameras ST4, 6 und 8 [Köberl 1994, Kosalla 1998] und digitale Kameras von Kodak (Bild), aber inzwischen auch vieler anderer Fotofirmen. Größere Sensoren werden u.a. von Dalsa, EEV, Fairchild, JVC, Kodak, SITE-Tektronix, Sony, TI und Thomson hergestellt [Deuerling 1995, www 1999].

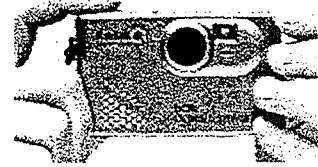


Bild 2: Miniatur 1999

Sie besitzen Zehntausende bis Millionen kleiner "Pixel" (picture elements, 35-150 pro mm), sind aber zu erschwinglichen Preisen derzeit auf die Größe einiger cm bzw. cm<sup>2</sup> beschränkt.

CCD-Sensoren gibt es als Fläche ("array", bis 100.000 S / cm<sup>2</sup>) oder als Zeile ("strip", bis ca. 20.000 S / Zoll). Sie bestehen aus Silizium, dessen Kristallstruktur wegen eng benachbarter Elektronenschalen auf Lichtquanten mit feinen Potentialänderungen reagieren (Valenz- bzw. Leitungselektronen). Dieses p- und n-dotierte Si ist durch isolierendes SiO<sub>2</sub> getrennt. Jedes

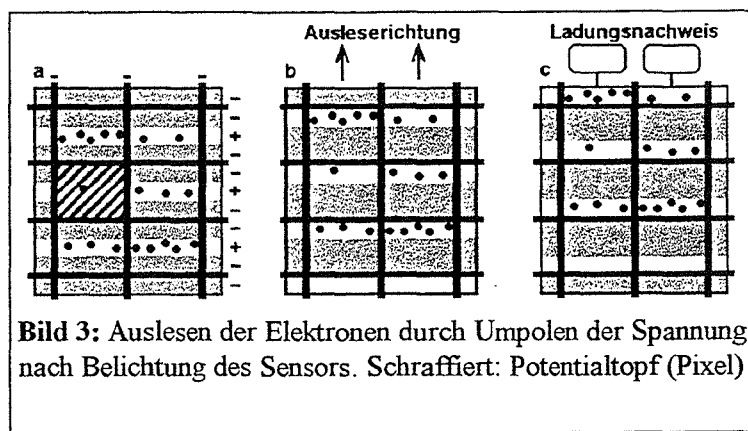


Bild 3: Auslesen der Elektronen durch Umpolen der Spannung nach Belichtung des Sensors. Schraffiert: Potentialtopf (Pixel)

Pixel hat drei winzige n-Si-Elektroden und wird vom nächsten (Abstand 6-30µm) durch "channel stops" abgegrenzt. An die mittleren Elektroden (Bild 3) wird positivere Spannung als an außen angelegt, was "Potentialtöpfe" mit Elektronendefizit erzeugt.

Ins Silizium eindringende Photonen ändern diese Potentiale. Da die gleichartigen Elektroden jeder Reihe verbunden sind, können belichtete Stellen an ihrer Spannung erkannt und mit Dioden und Analog-Digital-Wandler (ADC, "Schieberegister") zeilenweise ausgelesen, d.h. gezählt werden. Bei "full well capacity" bis 10<sup>5</sup> Elektronen beträgt die Auslesezeit pro Pixel etwa 10µs, dauert also bei großen Sensoren fast 1 Minute [Deuerling 1995, www 1999].

CCD erreicht fast die Auflösung und Dynamik bester fotografischer Filme (einige µm; 10<sup>3</sup>-10<sup>5</sup>), aber höhere Empfindlichkeit (<1Lux, Quanteneffizienz 40-85% statt 1-5%), gute Linearität und automatischen Datenfluß [Kahmen/Gruen 1995, DVC/www 1998]. Daher sind viele Anwendungen bei Prozeßsteuerung und Überwachung möglich (Produkt- und Fließbandkontrolle, Bergbau, Rutschhänge...), was die Preise weiter senken wird.

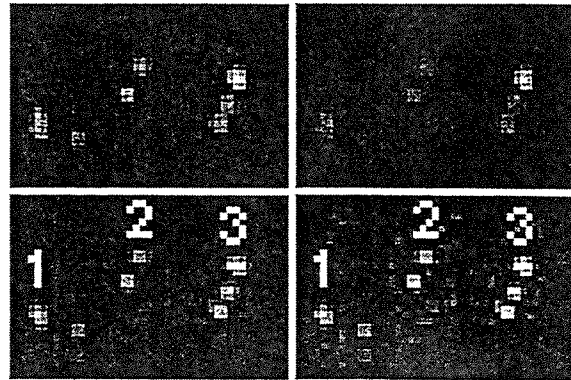
Nachteilige Effekte können meist gut beherrscht werden [Ploner 1996, George 1998]:

- Dunkelstrom (thermisches Elektronenrauschen) durch Kühlung, MP-Pinning [SITE 1995], "noise floor"-Statistik, längere Belichtung und "dark field reduction" (gemittelttes Dunkelbild passender Belichtungszeit). Zusammenhang mit Pixelgröße und Empfindlichkeit siehe (e).

b) Tote und heiße Pixel (je nach Preis bis 1%) bzw. ungleich empfindliche Pixel durch Tiefpaßfilter (Bild 4) oder "flat field reduction" (CCD-Bild einer gleichmäßigen Leuchtfläche).

c) Auslaufen heller Sterne durch "Antiblooming"-Pixelschranken [ADF 1998] auf Kosten von Empfindlichkeit, Linearität und Lesezeit. Eine Software-Lösung wäre besser [Kosalla 1998].

d) Zu geringe Auflösung durch Bildverarbeitung: Schärfung (Bild 4), Hochpaßfilter [George 98] oder Gewichtung nach Helligkeit. Bei Sternbild ab 10 Pixel "Zentroid" auf  $\pm 0.1$  px, asymmetrische Ziele  $\sim 0.2$  Pixel. Ruhende Objekte: Überlagern einiger Bilder oder Microscanning [Ratledge 1996, Gerstbach 1999, www 1999].



**Bild 4:** idente Sterne 2x im 7cm-Nachtglas. Bilder von 3-5 px (unten) sind heller, doch 6-10 px (oben) genauer meßbar. Rechts Filterung: Doppel-Tiefpaß (Glättung) bzw. Schärfung (verstärkter Kontrast).

e) Geringe Empfindlichkeit durch größere Pixel [Ploner 1996] oder Binning, ein elektronisches Koppeln von 4-9 Pixeln [Fosu 1997, Holmes 1998]. Der Gewinn ist freilich (wie bei a) oft durch städtisches Streulicht (Bild 7) begrenzt.

f) Kleines Gesichtsfeld (einige  $\text{cm}^2$ ) durch variable Vergrößerung, Steuerungssoftware oder Macroscanning [diverse Firmen www 1998, Ratledge 1996].

g) Zeitregistrierung (mechan. Verschuß  $\pm 10$  ms) durch FrameTransfer [www 1999] oder Hard / Software-Kombination: Shutter-Temperaturfühler, TimingCard, Prozessor-Schieben von CCD-Zeilen [Schildknecht 1994, Ploner 1996]. Übliche PC-Uhren (auch mit DCF-Funk) haben nach meinen Tests Fehler um  $\pm 0.04^s$ , reduzierbar mit GPS-Zeitsignalen auf einige  $\mu\text{s}$ .

h) Fehlende Farbe ( $2^8$ - $2^{16}$  Graustufen) falls nötig durch Filter [Kosalla 1998] oder farbbeschichtete Pixel [diverse Firmen 1997-99], aber spektral beschränkt auf  $0,5$ - $1,1 \mu\text{m}$  [Fritsch/Hobbie 1995, DVC 1999]; dünne "backside" ab  $0,3 \mu\text{m}$  [SITE 1995f].

i) Leserausachen (Ladungstransport, Verstärkung, Digitalisierung; 5-50 Elektronen/Pixel) nur teilweise vermindernbar: statistische Methoden, gute Abstimmung von Quantifizierung (Graustufen), Dynamikumfang und Auslesezyklus [Deuerling 1995, ADF 1998, Holmes 1998]. Wiederholtes Auslesen senkt das Rauschen mit  $\sqrt{n}$ , kann aber einige Minuten dauern.

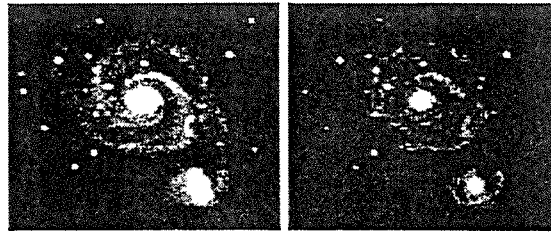
j) Photon Noise oder Shot Noise (prop.  $\sqrt{\text{Photonenzahl}}$  wegen Poissonverteilung): nicht vermindernbar; begrenzender Faktor bei kurzen Belichtungszeiten [Schildknecht 1994].

Verzerrungen der Pixelmatrix sind minimal ( $< 0.1 \mu\text{m}$ ). Die Effizienz des Ladungstransports liegt bei 99.999%, wird aber durch das Rauschen im A-D-Wandler (Großteil von i) relativiert. Einziges Problem bleibt das Streulicht (sky noise) und bei großen Sensoren die hohe Datenrate und Auslesezeit auch an schnellen Computern. Bei Zeilenelementen ist der Datenfluß wesentlich geringer, was für Sterndurchgänge nutzbar wäre (Kapitel 5).

Statt CCD könnte man auch *charge injection CIDs* [www 1998], Lawinenfotodioden [z.B. Weilguny 1986], Fotomultiplier oder *position sensitive devices* [Reider 1996] verwenden, doch sind dabei Empfindlichkeits-, Kühlungs- und andere Probleme zu lösen. *Transfer Devices CTD* hätten gegenüber Ladungskopplung den Vorteil direkter Pixel-Adressierung, brauchen aber Kühlung und längere Auslesezeit [Dittrich 1990].

### 3 Astrometrie und Geodäsie mit CCD

Astrophysiker setzen CCD schon seit Beginn ein. Objekte mit großer Lichtspanne werden u.a. mit Kontraststretching in geeigneten Helligkeitsbereichen untersucht (Bild 4), wodurch die hohe CCD-Dynamik genützt wird. In letzter Zeit wird auch die *Astrometrie* (Richtungsmessung) entwickelt. Teleskope mit 1-5m Brennweite geben Genauigkeiten bis  $0.2''$ ; gekühlte sog. *Backside-Sensoren* erfassen auch schwache Sterne und hohe Satelliten jenseits  $15^m$ . Nach Schildknecht [1994f] kann der 50cm-Spiegel bei Bern hohe Satelliten auf  $0.2''$  erfassen und tiefe (rasch bewegte) Satelliten auf immerhin  $0.5''$ . Die Planetoiden-Entdecker Meyer/Raab messen auf  $\pm 0.3''$  mit ihrem 30/150cm-Reflektor in Davidschlag, OÖ. Er erreicht  $17-19^m$ , also 50mal schwächere Objekte, als in diesem Fernrohr *visuell* sichtbar wären. Ploner [1996] belegt diese Genauigkeit auch am Grazer Stadtrand mit Meteosat ( $37.000\text{ km}$  Höhe,  $14-16^m$ ), der sich wie andere Synchronsatelliten um  $<0.1''/s$  bewegt.



**Bild 5:** aus gleichem Bild Kontrasteinstellung auf Spiralarme bzw Zentrum der Galaxis M51.

Während die Meßfehler kleiner (geodätischer) Instrumente neben der Pixelgröße von Optik und Brennweite bestimmt werden, entscheidet bei größeren Teleskopen das *Seeing*. Mit Ausnahme klimatisch idealer Orte beträgt der Einfluß der Luftunruhe  $1-5''$ , läßt sich aber wegen quasi-zufälliger Natur durch längere Meßdauer vermindern [www]. *Terrestrisches Seeing* ist nach meiner Erfahrung 50% kleiner, aber *trendbehaftet*; Kabashi [1999] erhielt  $\pm 0.5''$  (Meßkeller) bzw.  $0.2-1''$  ( $450\text{ m}$ ,  $10\text{ m}$  über Dächern) mit  $1-3''$  Trend pro Stunde. Positiven Effekt hat das Seeing dadurch, daß jeder Stern mehrere bis Dutzende Pixel belichtet und daher das Zentroid durch spezielle Verfahren auf 5-15% der Pixelgröße meßbar ist. Die theoretische 2%-Genauigkeit vieler Algorithmen [Kahmen / Gruen 1995] kann ja in der Praxis (Probleme mit Referenzbild, Kontrast, asymmetrische Ziele...) 3-10mal schlechter sein.

Moderne *Bildverarbeitung* [Köberl 1994, George 1998] optimiert Kontrast, Rauschen und oben erwähnte Bildfehler. ESO (europ.Südsternwarte) und viele Astronomen verwenden das Linux-Programm *MIDAS* [Köberl 1994]. Es enthält neben radio- und geometrischer Reduktion bzw. Analyse auch Datenbank-, Statistik- und grafische Funktionen (Datenaustausch mit FITS-Norm). Unser Institut setzt für astrometrische Transformation und Objektdetektion (Satelliten, Sterne, Linien) die Eigenentwicklung *CCD* ein [Ploner und Bretterbauer 1996]. Sie wurde 1998 auf im Weltraum gemessene, hochpräzise Sternkataloge Hipparcos und Tycho erweitert und auf Refraktionseffekte der Sternfarben angewandt [Weinwurm 1998].

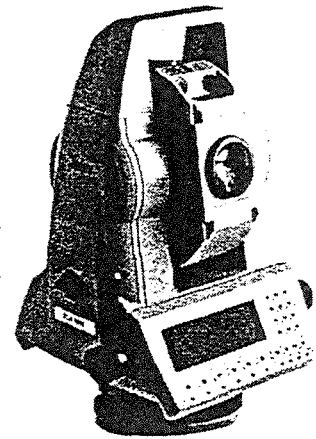
Für die Bearbeitung von Digitalfotos ist *PHOTOSHOP* [Adobe 1998] weitverbreitet. Von vielen Modulen nütze ich u.a. Filter, Schärfung, Kontrastanpassung, Farbextraktion und Entzerrung, sowie Dateiumwandlungen (BMP, GIF, JPG, PCX, Pixar, TIF etc). Einige dieser Formate wurden entwickelt, um große Bilddateien für Internet und rasche Verarbeitung zu *komprimieren*. So hat ein BMP-oder TIF-File mit den in der Digitalfotografie üblichen  $640 \times 480$  Pixeln [diverse Firmen, www, ADF 1998]  $308\text{ kB}$ , in JPG jedoch je nach Helligkeitsvarianz  $8-70\text{ kB}$ . Nachteilig an GIF, JPG etc. ist freilich, daß sehr feine Details verloren gehen, falls sie innert weniger Pixel stark variieren [JPEG 1998, ADF 1999]. Ein File wie das Original von Bild 9 hat je nach Fadenbeleuchtung  $15-30\text{ kB}$ , seine FFT-ähnliche Komprimierung in Gruppen von  $8 \times 8$  Pixel erkennt man aber nur bei Kontrastverstärkung oder an scharfen Spiegelungen.

Wichtig zur Bildverbesserung sind Dark- und Flatfieldreduktion (gegen Systematik im Rauschen, fehlerhafte Pixel oder Staubschatten) sowie **Hoch/Tiefpaßfilter**. Letztere (Bild 4) vermindern unkorreliertes Pixelrauschen ("peppered image") mittels Konvolutionskern, der im einfachsten Fall je 3x3 Pixel mit dem Original-Grauwert des zentralen Pixels mittelt (Institutsprogramm CCD). Feiner wirken *Biasing* oder *Building Custom Kernels*, die auch ein Modul von PHOTOSHOP verwendet. Das Gegenteil sind Hochpaßfilter, die zur Schärfung von Bilddetails oder Konturen dienen und die Unterschiede der Pixel zu ihren 4-8 Nachbarn *verstärken*. Man kann sie als Tiefpaß negativen Gewichts deuten. Zur Messung schwacher Sterne im Rauschen [Ploner 1996] sind fast alle dieser Schritte nötig, für helle (Kapitel 6) nur Reduktion.

**Automatische Meßverfahren** gibt es an Sternwarten schon seit Jahrzehnten: lichtelektrische Fotometer 1912, Fotomultiplier, Komparatoren, selbsttätige Meridiankreise... [Herrmann 1993]. Demgegenüber ist in der Geodäsie die visuelle Messung schwieriger ersetzbar - teils wegen kleinerer Instrumente, teils durch die interaktive Arbeitsweise. Automatisierung ist hier neben beschleunigter Messung auch durch Verringerung der Fehler motiviert. So beeinflusst die Reaktionszeit des Beobachters astronomische Längen um 0.1-0.4s. Sie bleibt zwar innerhalb von  $\pm 0.03s$  konstant [Bretterbauer / Gerstbach 1983], läßt sich aber durch "unpersönliche Mikrometer" auf etwa  $0.05 \pm 0.01s$  verkleinern. Nach anderen lichtelektrischen Methoden befruchtet nun auch CCD die Geodätische Astronomie.

Video-Messungen bei Nacht sind gegenüber der **Ingenieurgeodäsie** [Wieser 1996] vom Kontrast begünstigt, was die Anforderungen an kleine (ungekühlte) Sensoren verringert und Astrogeodäsie mit Theodoliten erlaubt. Leider ist das industrielle Interesse hierfür durch den engen Markt begrenzt. Von geodätischen CCD-Meßsystemen scheiden jene aus, die zur Zielsuche Reflektoren benötigen [z.B. Leica 1995-98]. Auch starke Nachvergrößerung (Kapitel 7) oder Infrarotsensoren sind für Gestirnmessungen ungünstig.

**CCD-Theodolite** brauchen hohe Signalgüte, wenig Rauschen und Stromverbrauch, Miniaturisierung und Wetterfestigkeit. Sie dienen zur Steuerung im Maschinen- und Tunnelbau (auch Infrarot) und zur Bauwerks- oder Hangüberwachung [Katowski 1989, Leica 1995f]. Diffuses Tageslicht, hoher "Dunkel"-Strom bei Sonnenhitze und Genauigkeiten um 1" erfordern spezielle Methoden für Kontrast, Sensibilisierung und Rektifikation. Die TU Wien entwickelt automatische Ziel- und Meßmethoden für motorisierte Videotheodolite [Wieser 1996], unter anderem für Monitoring im Bergbau.



**Bild 6:** Servotheodolit TCA 1800 von Leica

GIS-Meßsysteme wie VISAT [Schwarz 1995] verwenden 4-8 **Videokameras** auf bewegter, GPS- und inertial gestützter Plattform. Automatische Extraktion der Strahlenbündel gibt cm-Schnittgenauigkeit bis 50m Distanz, doch dauert die Nachbearbeitung der enormen Datenmengen (viele GByte pro Häuserblock) noch etwa 50mal länger als die Meßfahrt.

#### 4 Wozu Automatisierung der Astrogeodäsie?

Obwohl geodätische Messungen zu Sonne oder Sternen gewisse Erfahrung voraussetzen, sind diese kontrastreichen, berechenbaren Ziele einer Automatisierung durch CCD zugänglich. Nützlich wären **Azimute** für besseres Netzdesign und **Lotabweichungen** zur Reduktion aller Messungen aufs Ellipsoid. Bei mittleren Anforderungen (1-3 mgon) sind Orientierungen mit der Sonne sehr ökonomisch, wenn bei Polygonzügen, freier Stationierung oder kleinen Netzen Sichthindernisse oder Festpunktangel auftritt [Gerstbach/Peters 1985].

Mit Theodolit und Armbanduhr in wenigen Minuten durchführbar, verbessern sie auch die Netzgüte. Das Wetter Mitteleuropas läßt die visuelle Methode an 50-70% der regenfreien Tage zu. Ihre Automatisierung mit Notebook oder Palmtop scheint bis 2001 möglich, erfordert aber Servotheodolite mit Spezialroutinen zur Zielung bei variablem Kontrast und Spiegelungen.

Höhere Genauigkeit (0.3-1.5" oder 0.1-0.5 mgon) ist mit Sternen erzielbar. Für Orientierungen ist der Polarstern optimal (bei guter Sicht auch tagsüber meßbar), für Lotabweichungen die Methode gleicher Höhen. Bei **Theodolit oder Ni2-Astrolab** ( $f \sim 30\text{cm}$ ) entsprechen Pixelgrößen von  $7\ \mu\text{m}$  etwa 5". Geeignete Sterne sind auf  $0.1\text{px} = 0.5''$  zentrierbar [Ploner 1996, Gerstbach 1999], womit 10 Sterndurchgänge  $\pm 0.3''$  ergäben. Für cm-Geoidbestimmung oder Orientierung großer Netze [Bretterbauer / Gerstbach 1983] wären  $\pm 0.2''$  optimal, um trotz rascher Messung typische Interpolationseffekte von 0.3-1" [Bauer 1995, Gerstbach 1990] zu berücksichtigen. Visuell lassen sich 0.15" durch Optimierung von Beobachtungsanordnung und Auswertemodell in 40-60<sup>m</sup> erzielen [Gerstbach 1976], was bei CCD einige Stunden Meßdauer [Dittrich 1990] oder weitere Miniaturisierung und Automatisierung erfordern würde.

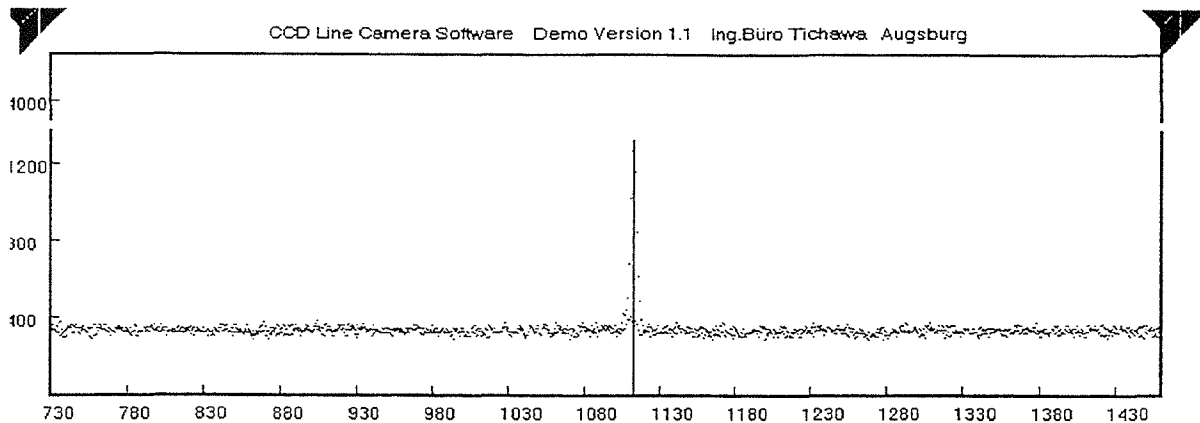
An der TU Stuttgart [Schirmer 1994] wurde ein **Universaltheodolit DKM3-A** (kompaktes 8cm-Spiegellinsenfernrohr; mit Zubehör von 2 Personen tragbar) auf CCD umgebaut, kalibriert und an Lot- und Azimutmessungen erprobt. Die Genauigkeit erreicht  $\pm 0.4''$  und könnte bei Motorisierung und vollelektronischer Ablesung noch etwas steigen. Mit Sicherheit ermöglichen also übliche Informatiktheodolite  $\pm 0.5''$ , wenn die mechanische Stabilität der Videometrie ausreicht. Diese Forderung ist bei Mitabbildung des Fadennetzes (Bild 9) entschärft.

## 5 CCD-Lotrichtungsprojekt an der TU Wien

Die Abteilung Höhere Geodäsie (emer. Prof. K. Bretterbauer) erforscht seit längerem die Möglichkeiten, das Geoid auf 1 cm zu verbessern: durch Optimierung von Lotabweichungsmessungen, gravimetrisch-geologische Modellbildung, FFT und GPS [Bretterbauer / Gerstbach 1983, Gerstbach 1976/90, Walter / Weber 1993, Bauer 1995]. Bezüglich CCD laufen Entwicklungen zur Astrometrie hoher und niedriger Satelliten [Ploner 1996f, Bretterbauer 1997, Fragner et al. 1999], Software-Kooperationen mit der Universität Bern (Schildknecht / Titz / Weber 1998) und Arbeiten zur Geodätischen Astronomie [Deuerling 1995, Gerstbach 1996-99]. Letztere werden vom ÖNB-Forschungsfonds als Projekt 6331 finanziell gefördert.

Die automatische Azimutmessung (Kapitel 4) wird ab nächstem Jahr entwickelt, da sie wegen terrestrischer Ziele komplizierter ist. Hingegen wurde die Messung der Lotabweichung bereits halb automatisiert (Methode gleicher Höhen  $\pm 0.5''$ , siehe unten). Visuell sind mit tragbaren Astrolabien 0.1-0.2" erreichbar, wenn systematische Fehlerquellen in Messung und Auswertung vermieden werden [Gerstbach 1976]. Mit CCD scheint diese Genauigkeit durch Pixelverkleinerung und spezielle Software bis 2005 möglich - siehe Kapitel 2-3.

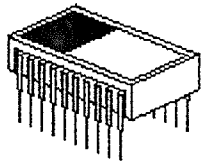
Am Astrolab genügen **Zeilen-** statt Flächensensoren, weil Sterne in konstanter Zenitdistanz gemessen werden (analog könnte solch ein CCD auch vertikale Linien definieren). Bild 7 zeigt zwei aufeinanderfolgende Lichtprofile, während ein heller Stern passiert. Die Durchgangszeiten werden mit  $14\ \mu\text{m}$ -Pixeln ( $10''$ ) auf  $\pm 0.15\text{s}$  genau, die Lotrichtung mit 10-15 Sternen auf etwa  $\pm 0.5''$  [Gerstbach 1999]. Künftige Auswertung mit automatischem Datenfluß zum Notebook oder Palmtop [analog Zahradnik / Weber 1986] soll garantieren, daß man den Meßpunkt erst bei erreichter Güte der Lotabweichung verläßt.



**Bild 7:** Stern quer Zeilensensor Sony ILX (2048 Pixel à 14  $\mu\text{m}$ ), Helligk.  $4096=10^{-4}\text{W/cm}$ , Belichtung 50  $\mu\text{s}$ . Zwei überlagerte Profile, Maximum=1333, 9 Pixel >500, Himmelsrauschen= $343\pm 17$ . Submaximum = 446.

Im Jahr 2000 ist die automatische Stern-Ansteuerung eines Astrolabs Ni2 mit Schrittmotoren geplant, womit die Flexibilität jene bei [Schirmer 1994] übertreffen könnte. Einige parallele CCD-Zeilen würden die Methode merklich verbessern und beschleunigen, doch sind zunächst **Flächensensoren** in Erprobung.

Da diese klein (also ungekühlt) sein müssen, übersteigen nur helle Sterne das Rauschen. Bei  $3^{\text{m}}$  [Grenzhelligkeit Weilguny 1986] fallen  $10^8$  Photonen pro Sekunde ein, sodaß etwa in  $10^{-4}\text{s}$  10 Pixel sicher belichtet wären.

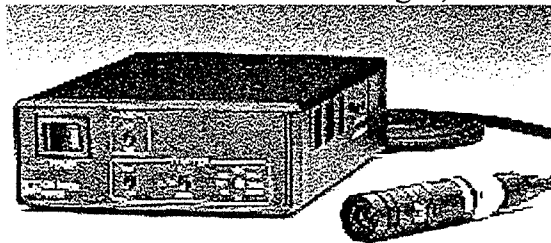


**Bild 8b:** hochempfindl. TC245, aber durch Frame Transfer zu groß

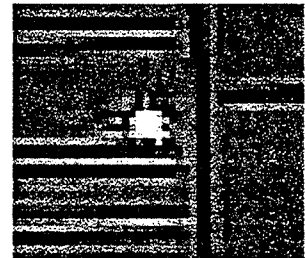
Ich hoffe, am Elektronikmarkt bald einen hochempfindlichen, gut steuerbaren Sensor zu finden, der im Fokalbereich ohne großen Umbau Platz hat.

Zunächst wurde die Methode mit einer Digitalkamera Olympus C400 getestet ( $f=5\text{mm}$ ,  $640\times 480$  Farbpixel). Mit speziellem Adapter hinter dem Astrolab-Okular (32x) montiert, entspricht ein Pixel  $9''$ . Bild 9 zeigt die Fadennetz-Mitte und einen Stern, dessen Helligkeit ( $1^{\text{m}}$ ) auf 24 Pixel überstrahlt. Der Rest sind JPG-Artefakte, s. Kap.3. Die hellste Stelle ist 1 px exzentrisch, das Original hat 6 farbige Pixel am Rand. Am Schirm ist das Zentrum visuell auf  $\frac{1}{4}$  Pixel zu orten, analytisch (2D-Gaußkurve) auf 0.12 px oder  $\pm 1.1''$ .

Sterne  $2-3^{\text{m}}$  (von denen stündlich 5-8 das Gesichtsfeld queren) sind etwa gleich genau, schwächere (häufigere) belichten aber nur wenige Pixel und sind ungünstig. Ich halte 4-5 Pixel für notwendig (siehe unten), Fosu [1997] neun. Für Meßzeiten unter  $\frac{1}{2}$  Stunde muß der Sensor jedenfalls empfindlicher als 1 Lux sein.



**Bild 8a:** CS3150, ein geeigneter Sensor, doch leider nur in TV-Technik (mit Zeilensprung).



**Bild 9:** Sterndurchgang im Ni2-Astrolab, Olympus C400, 4x vergrößert vom JPG-Farboriginal. Belichtung 0.1 s.

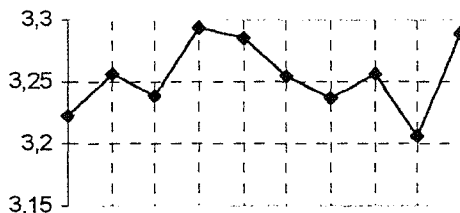
## 6 Analyse der Genauigkeit am Astrolab

Die derart mit CCD-Arrays erreichbare Genauigkeit hängt von einigen Faktoren ab:

- Stabilität und Parallelität zwischen Fernrohr und CCD: genaue Kalibrierung mit Testbildern erforderlich, oder Abbildung eines Fadennetzes wie im Bild 9.
- Bildmaßstab (wirksame Brennweite) und Bildverzerrung.
- Empfindlichkeit und Rauschen des Sensors (*Signal-to-Noise Ratio*  $\text{SNR} > 10^4$ , s. Kapitel 2).

- d) Sternhelligkeit (1-30 belichtete Pixel), Belichtungszeit und Seeing (Luftunruhe).
- e) Qualität und Abstufung des ADC bzw. der Konversion der Farbkanäle in Grauwerte.
- f) Qualität der Bildverarbeitung ("Zentroid" der Sternabbildung, je nach (d)  $\pm 0.05$ -0.3 Pixel).

Die Bildverzerrung wurde durch Liniendetektion der Fäden (21 im Ni2-Astrolab) und ihre gewichtete Ausgleichung [Behm 1999] getestet. So streuen in Bild 9 die aus je 150-170 Pixeln ermittelten Fadenneigungen zwischen  $1.1^\circ$  und  $1.5^\circ$  (je  $\pm 0.1^\circ$ ). Der Einheitsfehler von  $\pm 0.3$  px des einzelnen Fadenpixels ist daher real um  $\frac{1}{4}$  besser. Die Abstände der Doppelfäden und ihre Sollwerte ( $30''$ ) ergaben Bildmaßstäbe von  $9.22'' \pm 0.08''$ , die sich an weiteren CCD-Bildern bestätigten.



**Bild 10:** Maßstab von Bild 9 (Pixelanzahl pro  $30''$ -Doppelfaden von oben nach unten). Daher empfiehlt sich die Einmessung des Sternzentroids zu den *nächstgelegenen* Fäden.

Auf größere Abstände ist der Maßstab wegen Schiefe, Verzerrung (a, b) und Schatteneffekten (e) uneinheitlich: auf  $10'$  betrug das Maximum  $9.5''$ .

Der Einfluß von Sternhelligkeit und Farbkonversion (c-e) wurde anhand von Sternen 1-3<sup>m</sup> abgeschätzt. Durchschnittlich ergab sich

1<sup>m</sup> 20-30 Pixel,  $\pm 1.2''$       2<sup>m</sup>  $\sim 10$  px,  $\pm 1-1.5''$       3<sup>m</sup>  $\sim 5$  px,  $\pm 2''$       4<sup>m</sup> 0-3 px

mit kleinen Unterschieden der einzelnen Farbkanäle. Die meisten Sterne leuchten am stärksten in Grün oder Blau. Die orange-gelbe Fadenbeleuchtung ist jedoch in Rot am deutlichsten. Sie kann bei schwachen Sternen aufs Minimum herabgeregelt werden und bleibt dennoch im Rotkanal meßbar, was die Kalibrierung (a) löst. Typisch für einen Faden mit 150 Pixeln ist:

Rot  $\pm 0.03$  px      Grün  $\pm 0.04$  px      Blau ca.  $\pm 0.05$  px.

## 7 Messungen mit Servotheodolit und Zenitkamera

Im ÖNB-Projekt 6331 (Kapitel 5-6) wurden 1998 vom Autor bzw. einem Dissertanten zusätzlich CCD-Tests an Servotheodoliten und im Zenit durchgeführt. Für das Projekt 5258 von Prof. Bretterbauer [siehe Artikel 1997] hat M. Ploner eine große Zenitkamera erprobt.

Ein Präzisionstheodolit Wild **TM 3000V** der Abteilung Ingenieurgeodäsie (Prof. H. Kahmen) mit 13 kg und Drehraten von  $0.001^\circ$  bis  $50^\circ/s$  erwies sich mit dem internen CCD-Sensor als für Sterne ungeeignet - wohl wegen der Infrarot-Sensibilisierung (für Laserreflexe) und 10-fachen Nachvergrößerung. Der dadurch stark verminderter Kontrast reichte nur für Messungen des Mondrandes. Das Instrument wird aber für Monitoring in Bergbau und Ingenieurvermessung erfolgreich eingesetzt [Wieser 1996, Kabashi 1999].

Ein normaler TM mit *externem* Panasonic-CCD erreichte jedoch Sterne 1-2<sup>m</sup> (3<sup>m</sup> dürfte die Grenze sein). Bei  $7''$  Pixelmaßstab stellte die Genauigkeit von  $1''$  zufrieden, doch sind Handhabung (viele Kabel, 2 Rechner), Software und Datenkonversion relativ kompliziert.

Daher habe ich den leichten Servotheodolit **TCA 1800** (Bild 6; Leihe v. Fa. Rost, Wien 15) getestet, der nur 6 kg wiegt und benutzerfreundlichere Software besitzt. Zwar war eine speziell kleine CCD-Kamera (C350,  $640 \times 480$  Pixel) wegen des schmalen Fernrohr-Gesichtsfeldes schwierig zu montieren, ergab jedoch mit  $10''$  pro Pixel Sternzentroide auf  $\pm 1''$ . Ursprüngliche Absicht war, das automatische Zielsystem ATR zu nutzen, es funktioniert aber nur mit der exakten Laserfrequenz und nicht bei Sternen.

Ein Dissertant testet motorisierte Theodolite von Geotronic. Sie dürften die Lotrichtung auf  $\pm 0.3''$  ergeben, wenn 10-15 Sterne je 4mal abgebildet werden. Künftige Feldmessungen werden mit GPS-Navigationsempfängern kombiniert, welche die ellipsoidischen Koordinaten der Punkte im Differenzmodus (dGPS) auf einige Meter messen. Mit dem DARC-System (Data Radio Channel) auf Ö1 ergaben jüngste Tests meines Kollegen Helmut Titz  $\pm 2$  m im 20 km-Umkreis von Wien.

Zuletzt seien 4 Zenitkamera-Prototypen besprochen. Im ÖNB-Projekt Prof. Bretterbauers wird ein hochempfindliches backside-CCD **SITe Photometrics** ( $1024^2$  Pixel à  $24 \mu\text{m}$ , Peltierkühlung) eingesetzt [Bretterbauer 1997, Ploner 1996]. Es hat im MPP-Modus einen äußerst geringen Dunkelstrom (0.4 Elektronen/s), ein Leserauschen von 4-7 Elektronen/Pixel und hohe Dynamik (SNR 35500). Mit der Grazer Satellitenkamera BMK75 reicht es bis Sterne 15. Größe. Derselbe Sensor hinter einem Spiegelteleskop ETX (9 cm /  $f=125$  cm, Bild 11), montiert auf dem Drehteller der Sopron-Wien-Zenitkamera, ergab den zenitnahen Achspunkt auf  $\pm 0.4''$ . Diese *innere* Genauigkeit ermittelte M. Ploner 1998

durch wechselseitige Transformation von Sternen der Kataloge Hipparcos und Tycho. Das System wiegt samt Kühlung rund 30 kg. Künftig mit Digitallibellen ausgerüstet könnte die reine Meßzeit pro Punkt unter 15 min liegen.

An der **Universität der Bundeswehr München** wird eine etwas größere CCD-Zenitkamera entwickelt: Spiegel 18 cm /  $f=180$  cm, Sensor Photometrics  $2048^2$  Pixel à  $9 \mu\text{m}$ . Theoretisch scheinen Messungen bis  $\pm 0.15$  px pro Stern möglich [Fosu 1997]. De facto sind es (wegen Binning?) 0.5 px oder  $\pm 0.5''$ , was später auch mit kürzerem Fernrohr ( $f \sim 1$  m) erhofft wird.

1998/99 habe ich den Theodolit **DKM3a** für Zenitaufnahmen mit Olympus 400 eingesetzt. Das zwar hochauflösende, aber unempfindliche CCD (Kap. 6) zeigt im Zentrum Wiens nur Sterne  $5^m$ , wovon das Gesichtsfeld maximal 3 enthält. Da aber kaum Verzeichnung auftritt, genügt eine Helmert-Transformation, die an sternreichen Himmelsgegenden bzw. am Stadtrand *innere* Genauigkeiten von  $1-2''$  ergibt. Ein Diplomand wird die Methode automatisieren und mit 4 Bildern pro Standpunkt Lotrichtungen auf etwa  $\pm 1''$  erzielen. Ein zur Wahl stehender Sensor mit einer Sättigung schon bei 1 Lux (Olympus  $\sim 30$  Lux) sollte durchschnittlich 5 Sterne zeigen und in 10 Minuten Genauigkeiten um  $\pm 0.4''$  liefern.

Mit einem Celestron C8 (20 cm /  $f=200$  cm) reicht der o.e. Sensor bis  $7^m$ , doch sind wegen der Verzeichnung ( $\sim 1\%$ ) Transformationen mit 8-10 Parametern oder größeres Gesichtsfeld notwendig. Am Einbau von Telekompressor und empfindlicherem CCD wird gearbeitet.

Als Prototyp einer **Miniatur-Zenitkamera** teste ich ein lichtstarkes Teleobjektiv 7 cm /  $f=21$  cm. Die inneren Genauigkeiten liegen bei  $1-3''$ , werden aber durch spezielle Verzeichnungsreduktion auf unter  $1''$  sinken. Mit geeignetem Drehteller soll es ein leicht transportables System (ohne Notebook 3-4 kg) für Lotabweichungsprofile im Gebirge bilden.

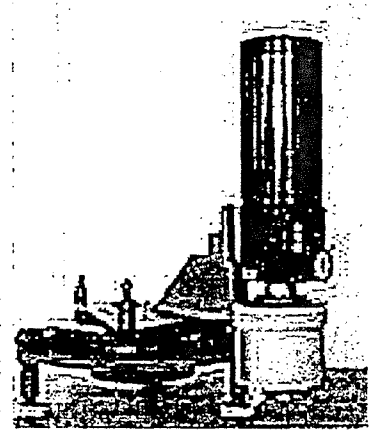


Bild 11: CCD 1024b mit ETX

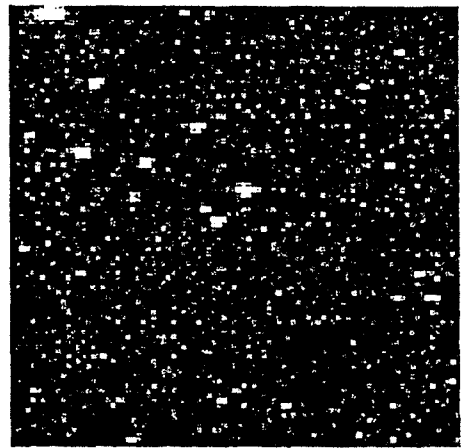


Bild 12: Ausschnitt  $8 \times 8'$ , Lese- und Himmelsrauschen, helle Sterne  $7-8^m$ .

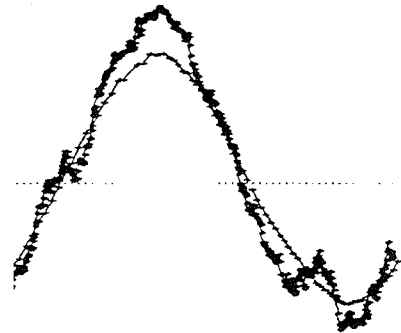


## 8 Ausblick

Die CCD-Technik hat in diesem Jahrzehnt auch in die Geodäsie Platz gefunden. Von wenigen Spezialanwendungen mit Lasern abgesehen, ist sie in der Meßgenauigkeit den visuellen Methoden noch unterlegen, in der Schnelligkeit aber bereits voran. Wenn sie um 2001 automatisiert ist, kann eine breite Anwendung astro-geodätischer Methoden beginnen. Ohne die eingangs genannten Einschränkungen werden dann Lot-, Azimut- und Geoidbestimmungen rasch und später auch bei Tag möglich sein, was die Attraktivität terrestrischer Präzisionsnetze heben und ihre sinnvolle Kombination mit GPS weiter fördern wird.

Projekte wie das argentinische Geoid [Cerrato 1998], das trotz 80km Punktabstand  $\pm 26\text{cm}$  lieferte, wären dann mit 5-10 Meßpunkten pro Nacht schneller oder genauer durchführbar.

Sobald die Genauigkeit  $\pm 0.1''$  übertrifft - was schon jetzt mit Brennweiten von 2m möglich wäre - kommen geodynamische Anwendungen wie vor 1990 in Frage. Damals wurden viele ortsfeste Photo-Zenit-Teleskope wegen des hohen Aufwands stillgelegt, obwohl sie die Erdachse auf  $\pm 0.05''$  messen konnten [BAKG 1998, Bild 13]. Hier bahnt sich durch CCD eine „Renaissance der Astrometrie“ an, wie sie unser Institut [Bretterbauer 1997, Gerstbach 1996] bereits für Satellitengeodäsie bzw. Geodätische Astronomie angekündigt hat.



**Bild 13:** Korrelation Breite : Schwere (+,  $\diamond$ ) Homburg 1984,  $\pm 0.14''$ : 7 mgal. Gemessen mit Zeiß PZT2 und Supraleitendem Gravimeter [BAKG 1998].

## 9 Literatur

- ADF, 1998: *Website der Arbeitsgemeinschaft Digitale Fotografie*. WWW.adf.de.
- Adobe, 1998: „*Photoshop*“, *Programm und Handbuch zur Bildverarbeitung*. Versionen 4.0 und 5.0.
- Bauer, Ch., 1995: *Bestimmung eines Geoidprofils in Tirol mittels GPS und Nivellement*. Diplomarbeit Abt. Höhere Geodäsie (HG), TU Wien.
- Behm, M., 1999: Pascal-Programm zur Analyse von Pixelobjekten und -Linien. Abt. HG, TU Wien.
- Bretterbauer, K., 1978: *On the Present State of Geoidal Research in Austria*. IAG Ancona, 14 S.
- Bretterbauer, K., Gerstbach, G., 1983: *Die astro-geodätischen Arbeiten der TU Wien*. Das Geoid in Österreich, ÖKIE neue Folge Band III, S. 61-72, Graz.
- Bretterbauer, K., Ploner, M., 1996: *CCD-Beobachtung geostationärer Satelliten*. Planetarium-Sem., 22 S., Wien.
- Bretterbauer, K., 1997: *Eine Renaissance der Astrometrie in der Geodäsie*. VGI 1/97, S.15-20, Wien.
- Bundesamt f. Kartographie und Geodäsie, 1998: *Earth Rotation*. Sonderheft 60 S., Frankfurt/Main.
- Cerrato, A. et al., 1998: *A tentative Astro-geodetic Geoid for the Provinces of Buenos Aires and La Pampa, covering ~600.000km<sup>2</sup>*. Paper 15 S., Gravity & Geoid Meeting, Sept. 1998 Trieste.
- Deuerling, W., 1995: *Einsatzmöglichkeiten von CCD-Sensoren in geodätischen Instrumenten*. Vortrag 24.4.95 und Skriptum 20 S., Erdmessungsseminar der TU Wien.

- Dittrich, J., 1990: *Automatisches Sternsensor-System auf der Grundlage von Charge Transfer Devices (CTD)*. Vermessungstechnik 38/4, S. 143, Berlin.
- diverse Firmen 1995-98: Prospekte, Datenblätter etc. zu CCD-Arrays und zu Linienelementen. EU und USA.
- Fosu, C., 1997: *Technical Notes on Astrogeodetic Levelling by the Combination of GPS and digital Zenith Camera*. Universität der Bundeswehr, Heft 1+2, 20+42 p., München.
- Fragner, E., Weber, R., Ploner, M., 1998: *Orbit Modelling based on Laser and CCD-Observations*. IGGOS, 4 S.
- Fritsch, D., Hobbie, D. (Hsg), 1995: *Photogrammetric Week '95*. Tagungsband Univ. Stuttgart Okt. 95, 356 S., Wichmann-Verlag Heidelberg.
- George, D., Holmes, A., 1998: *CCD Imaging and Image Processing*. WWW.skypub.com/imaging/ccd/, USA.
- Gerstbach, G., 1976: *Beiträge zur Optimierung von Astrolab-Beobachtungen*. Geowiss.Mitt. Band 7, S. 103-134, TU Wien.
- Gerstbach, G., Peters, K., 1985: *Astronomische Orientierungen in der Kataster- und Ingenieurvermessung*. Vermessungswesen und Raumordnung 47/1, S. 20-38, Bonn.
- Gerstbach, G., 1990: *Ein Weg zum Zentimeter-Geoid in Österreich. Wie GPS und "Astro-geologisches Geoid" das Nivellement ersetzen können*. ÖZVuPh 78/1, S. 14-38, Wien.
- Gerstbach, G., 1996: *CCD und Geodätische Astronomie - zur Nutzbarkeit von CCD für Lot- und Azimutmessungen*. VGI 1/96, S. 63-68, Wien.
- Gerstbach, G., 1997: *How to get an European Centimeter Geoid ("astro-geological geoid")*. Physics and Chemistry of the Earth 21/4, p. 343-346, Lindau/London.
- Gerstbach, G., 1999: *Automatic Vertical Deflection Measurement by CCD - Steps to Centimeter Geoid Monitoring*. Eingereicht bei Bolletino di Geofisica, Italien.
- Herrmann, J., 1993: *Atlas zur Astronomie*. 11. Auflage, 288 S., dtv-Verlag, München.
- JPEG-Komitee, 1998: *Multimedia-Datenformate, Abschn.2 (JPG-Kompression)*, ~30 S., WWW/semin.etc.
- Kabashi, I., 1999: *Hochfrequente Refraktions-Testmessungen mit Videotheodolit TM3000*. Persönliche Informationen, Abt. Ingenieurgeodäsie, TU Wien.
- Kahmen, H., Gruen, A. (Hsg), 1995: *Optical 3-D Measurement Techniques III*. Tagungsband, Wien - Zürich.
- Katowski, O., 1989: *Deformationsmessung an Bauwerken mit dem automatischen Theodolitmeß-System ATMS*. Opt.3-D-Measurement Techniques I, Wichmann, Karlsruhe.
- Kosalla, F., 1998: *Die duale CCD-Kamera ST8 von SBIG*. SuW 2/98, S. 173-177, Heidelberg.
- Köberl, Th., 1994: *Elektronische Datenerfassung in der Astronomie: Wesen und Ergebnisse der CCD-Technik*. Sternenbote 37/5, S. 86-98, Wien.
- Kühtreiber, N., 1999: *Combining Gravity Anomalies and Deflections of the Vertical for a Precise Austrian Geoid*. Eingereicht bei Bolletino di Geofisica, Italien.
- Leica A.G., 1995-98: Prospekte und Datenblätter der Systeme TM3000, TPS, APS und Space. Heerbrugg.

- Marti, U., Bürki, B., Kahle, H.G., 1995: *National Geoid Investigations in Switzerland*. New Geoids in the World (IAG Bull. 77, IGES Spec. Issue 4), p.181-190, Milano/Toulouse.
- Meyer, E., Raab, H., 1996: Persönliche Mitteilungen zu CCD-Astrometrie, Sternfreundeforum, OÖ / Wien.
- Ploner, M., 1996: *CCD-Astrometrie von Objekten des geostationären Ringes*. Geowiss.Mitt. Band 46, Diss. 133 S., TU Wien. Ferner Programmodule und persönliche Mitteilungen, 1997.
- Ratledge, D. (Hsg.), 1996: *The Art and Science of CCD Astronomy*. 165 S., Claus, USA.
- Reider, G., 1996: Persönl. Mitteilung zu CCD und verwandten Techniken; elektrotech. Inst. TU Wien.
- Schildknecht, Th., 1994f: *Optical Astrometry of Fast Moving Objects using CCD Detectors*. Geodät.-geophys. Arb. Schweiz, Band 49, 201 S., Diss. ETH Zürich. Persönliche Mitteilungen 1996.
- Schirmer, W., 1994: *Universaltheodolit und CCD-Kamera - ein unpersönliches Meßsystem für astronomisch-geodätische Beobachtungen*. DGK Reihe C/427, 93 S., München.
- Schwarz, K.-P., 1995: *VISAT - ein kinematisches Meßsystem für hochgenaue GIS-Anwendungen*. Vortrag 18.10.95 TU Wien, sowie persönliche Mitteilungen.
- Studenten 1998: *Auswertung fotografischer Satelliten- und Sternspuren an Komparatoren (im Mittel  $\pm 3 \mu\text{m}$  oder  $\pm 0.8''$ )*. Lehrveranstaltung „Satellitengeodäsie“ des Autors, TU Wien., University of Berne.
- Tichawa, N.: *CCD-Zeilenkamera 703/A mit Analogausgang*. Benutzerhandbuch, 15 p., Augsburg 1996.
- Walter, G., Weber, R., 1993: *Geoidstudie Imst*. Bericht an die ÖKIE-Geoidkommission, TU Wien / Graz.
- Weilguny, R., 1986: *Aufbau eines piezoelektrischen Positionsdetektors zur automatischen Registrierung von Sterndurchgängen*. Dissertation, Fak.f.Elekrotechnik / Naturwiss., TU Wien.
- Weinwurm, G., 1998: *CCD-Astrometrie zur Beobachtung künstlicher Erdsatelliten*. Diplomarbeit an der Abt. Höhere Geodäsie, TU Wien.
- Wieser, A., 1996: *Ingenieurgeodätische Überwachungsmessung mit Videotheodoliten*. Diplomarbeit und persönliche Mitteilungen, Abt. Ingenieurgeodäsie, TU Wien.
- WWW, 1998-99: Homepages diverser CCD-Hersteller (z.B. TI.com, DVC.com).
- Zahradnik, D., Weber, R., 1986: *Eine automatisierte Zeitnehmung für astronomische Feldbeobachtung nach der Methode gleicher Höhen*. ZfV 9/1986, S. 432-435, Stuttgart.



# INTERPOLATION VON GEOIDHÖHEN AUS EINEM RASTER

Werner Daxinger

Leica AG  
9435 Heerbrugg  
Schweiz

## Zusammenfassung

Im vorliegenden Bericht werden Methoden zur Interpolation von Geoidundulationen aus einem regelmäßigen Raster untersucht. Dabei werden die bilineare Interpolation, die multiquadratische Interpolation nach Hardy, die Spline-Interpolation und die biquadratische Interpolation behandelt.

Anhand des Schweizer Geoides werden konkrete Berechnungen durchgeführt und Genauigkeitsbetrachtungen angestellt.

## 1 Einleitung

In den 70er Jahren begannen die nationalen geodätischen Institutionen, lokale hochauflösende Geoidmodelle zu bestimmen. Diese Geoidmodelle wiesen eine Genauigkeit von etwa 10-15 cm im alpinen Bereich auf.

In vielen Ländern der Erde sind derzeit Neuberechnungen der Geoidmodelle im Gange oder bereits abgeschlossen. Die erreichbare Genauigkeit einer modernen Geoidbestimmung liegt im Bereich von 2-5 cm, wobei die 2 cm in flacheren Gebieten zutreffen und die 5 cm im alpinen Bereich. Diese Werte werden z.B. durch die Schweizer Geoidbestimmung 1997/98 (*Marti, 1997, 1998*) und die nordamerikanische Geoidbestimmung 1996 (*Milbert and Smith, 1996, 1997*) bestätigt.

Das Geoid ist aus zweierlei Gründen wieder vermehrt in das Zentrum der geodätischen Forschung gerückt:

Erstens stehen qualitativ und quantitativ verbesserte Datensätze von Lotabweichungen, Schwerewerten, sowie Gelände- und Dichtemodelle zur Verfügung. Zusätzlich liegen aus GPS Messungen durch den Vergleich mit der orthometrischen Höhe in den betrachteten Punkten auch eine Reihe von direkt beobachteten Geoidundulationen vor, welche zur Festlegung der langwelligen Anteile des Geoides beitragen.

Zweitens wurde durch das zunehmende Vordringen von GPS Meßtechniken in die Vermessungspraxis der Ruf nach hochgenauen Geoidmodellen immer lauter.

Mit Post-Processing GPS können Punktgenauigkeiten von wenigen cm praktisch distanz-

unabhängig erreicht werden. Der praktisch tätige Vermessungsingenieur arbeitet kleinräumig und nutzt neben den Post-Processing GPS Techniken nun vielfach die Echtzeitverfahren von GPS. Dabei wird mit Hilfe einer Telemetrie Verbindung (Funk, GSM) zwischen Referenz- und Roverstation die Roverposition in Echtzeit mit einer Genauigkeit von typisch 1 - 3 cm im Raum bestimmt.

Die mit GPS erhaltenen Punkthöhen(unterschiede) sind ellipsoidische Höhen(unterschiede). Um daraus genaue orthometrische (oder Gebrauchshöhen) zu erhalten, muß die Geoidundulation für jeden dieser Punkte aus einem Raster interpoliert werden. Da mit GPS Echtzeitverfahren die Gebrauchskoordinaten unmittelbar vorliegen und hohe Punkttagesleistungen erreichbar sind, tritt diese Interpolation auch am Feldrechner ständig auf.

## 2 INTERPOLATIONSMETHODEN

Um die Geoidundulation für einen beliebigen Punkt streng berechnen zu können, muß die Wirkung des Massenmodells auf den betrachteten Punkt bestimmt werden. Diese strenge Berechnung ist aus verschiedenen Gründen nicht praxistauglich und kann nur von den bei der Geoidbestimmung einbezogenen Institutionen durchgeführt werden.

Daher ist es sinnvoll, dem praktisch tätigen Vermessungsingenieur einen regelmäßigen Raster der Geoidundulationen zur Verfügung zu stellen, aus dem dann für die gemessenen Punkte die Undulationen interpoliert werden können.

Es besteht somit die Aufgabe, in einem Feld von  $n$  Stützpunkten  $S_i(x_i, y_i)$  mit vorgegebenen Funktionswerten  $z_i$  den entsprechenden Funktionswert  $z_p$  für einen beliebigen im Stützpunktbereich gelegenen Punkt  $P(x_p, y_p)$  zu ermitteln.

Im vorliegenden Fall handelt es sich um zweidimensional, regelmäßig verteilte Stützpunkte  $S_i$  und um eindimensionale Funktionswerte  $z_i$ , eben die Geoidundulationen.

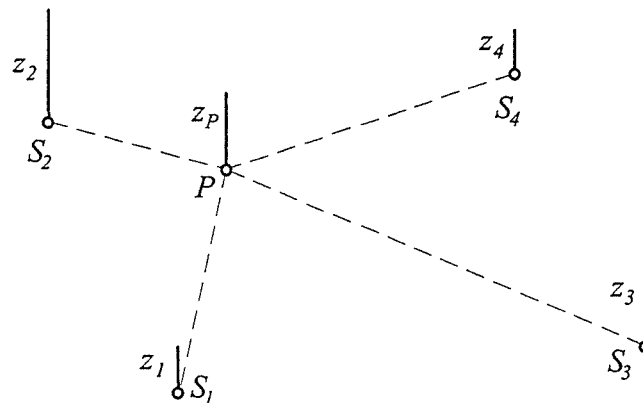


Abb. 1: Stützpunkte mit eindimensionalen Funktionswerten

Definiert man nun eine Funktion  $f(x, y)$  derart, daß die Funktionswerte an den Stützpunkten exakt wiedergegeben werden, so spricht man von einer Interpolationsfunktion,

$$f(x_i, y_i) = z_i \quad . \quad (1)$$

Über die Interpolationsfunktion kann verfügt werden, es existieren hierfür verschiedene Lösungsansätze. Manche Interpolationsfunktionen können nur eine feste Anzahl von Stützpunkten verarbeiten, andere arbeiten unabhängig von der Anzahl der Stützpunkte. Je nach Verfahren erhält man unterschiedliche Ergebnisse für den interpolierten Funktionswert in  $P$ . Für die Interpolation von Geoidundulationen aus einem regelmäßigen Raster kommen nur lokale Methoden zum Einsatz, es werden also nur Stützpunkte in der Umgebung von  $P$  zur

Bestimmung der Interpolationfunktion herangezogen.

Im folgenden werden nun verschiedenen Interpolationmethoden näher betrachtet.

## 2.1 Die multiquadratische Interpolation nach Hardy

Ein weit verbreitetes Interpolationsverfahren stellt die multiquadratische Interpolation dar. Nach (Hardy, 1971, 1972) kann jede glatte, analytisch nicht darstellbare Fläche durch Überlagerung regulärer Flächen dargestellt werden (eigentlich ist der Ausdruck 'multiquadratisch' eine falsche Übersetzung des englischen Wortes 'multiquadric'. Hardy hat diese Methode durch Überlagerung von Quadriken gewonnen). Für das gesamte Interpolationsgebiet wird eine einzige Interpolationsgleichung benützt, deren Koeffizienten aus den Stützpunkten berechnet werden.

Für den Interpolationswert  $z_P$  in einem Punkt  $P$  gilt

$$z_P = z_m + \mathbf{c}' \mathbf{C}^{-1} \mathbf{dz}, \quad (2)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sqrt{G} & s_{12} & \cdot & \cdot & s_{1n} \\ s_{21} & \sqrt{G} & & & s_{2n} \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ s_{n1} & s_{n2} & \cdot & \cdot & \sqrt{G} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{c}' = [s_{P1} \ s_{P2} \ \cdot \ \cdot \ s_{Pn}], \quad (4)$$

$$s_{ij} = \left\{ (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + G \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

$$dz_i = z_i - z_m. \quad (6)$$

$z_m$  ist der Mittelwert der  $n$  gegebenen Funktionswerte  $z_i$  in den Stützpunkten,  $G$  wird als Glättungsfaktor bezeichnet. Der Interpolationsvektor  $\mathbf{c}'$  wird aus den Distanzen (unter Berücksichtigung von  $G$ ) zu den Stützpunkten gebildet.

Die Funktionsmatrix  $\mathbf{C}$  enthält ausschließlich Distanzen (unter Berücksichtigung von  $G$ ) zwischen den Stützpunkten und ist bei der Interpolation aus einem regelmäßigen Geodraster konstant.  $\mathbf{C}$  ist daher nur für den ersten Interpolationspunkt zu berechnen und zu invertieren, wodurch das Verfahren wesentlich beschleunigt wird.

Die Interpolationsfläche entsteht durch Überlagerung von Hyperboloiden, für  $G=0$  gehen diese in Kreiskegel über und in den Stützpunkten entstehen Spitzen.

Nach (Göpfert, 1977) erreicht man mit einem empirisch bestimmten Glättungsfaktor

$$G = 0.6 s_{min}^2 \quad (7)$$

gute Interpolationsergebnisse; darin ist  $s_{min}$  die minimale Distanz zwischen den Stützpunkten.

## 2.2 Die bilineare Interpolation

Durch die in beiden Koordinatenrichtungen verlaufenden Profillinien des Geoidmodells entstehen im Raum windschiefe Vierseite (Abbildung 2). Die Fläche innerhalb eines solchen Vierseites ist eine doppelt gekrümmte Regelfläche und wird als hyperbolisches Paraboloid bezeichnet (Brauner und Kickingner, 1977, S 60).

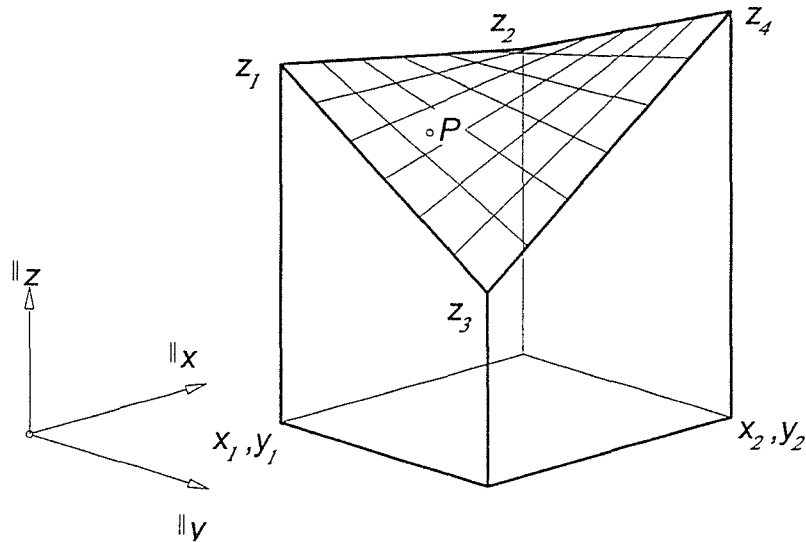


Abb. 2: Hyperbolisches Paraboloid

Mathematisch läßt sich diese Fläche als Produkt zweier linearer Funktionen beschreiben:

$$z = f(x, y) = (b_0 + b_1 x) (c_0 + c_1 y) = a + b x + c y + d xy \quad , \quad (8)$$

$$x \text{ in } [x_1, x_2], \quad y \text{ in } [y_1, y_2] .$$

Aus den vier Stützpunkten, die  $P$  umgeben, läßt sich die bilineare Funktion eindeutig bestimmen. Legt man den Koordinatenursprung in den Punkt  $(x_1, y_1)$  und nimmt man die Rasterweite  $RW_x$  und  $RW_y$  des Geoidmodells in  $x$  und  $y$ -Richtung als Einheit, so lassen sich die Koeffizienten besonders einfach bestimmen:

$$d = z_1 - z_2 - z_3 + z_4 \quad (9)$$

$$b = z_2 - z_1$$

$$c = z_3 - z_1$$

$$a = z_1 .$$

Der zu interpolierende Punkt ist dann vor der Interpolation in dieses System zu transformieren:

$$\bar{x}_P = \frac{x_P - x_1}{RW_x} \quad \bar{y}_P = \frac{y_P - y_1}{RW_y} . \quad (10)$$

Für die bilineare Funktion können nur die umliegenden vier Stützstellen einbezogen werden, sie hat somit streng lokalen Charakter. Ein Nachteil dieser Methode ist, daß eine aus mehreren Rasterelementen gebildete Fläche zwar stetig, aber nicht glatt ist. An den Begrenzungsflächen der einzelnen Rasterelemente treten Unstetigkeiten in den Gradienten auf.



## 2.3 Spline-Interpolation

Da die zweidimensionale Spline-Interpolation auf dem eindimensionalen Fall aufbaut, werden hier auch die Berechnungsformeln für die eindimensionale Spline-Interpolation angegeben. Aus Platzgründen muß für eine ausführliche Darstellung auf die Literatur verwiesen werden (Ahlberg et al, 1967; Späth, 1990, 1991; Sünkel, 1980).

### 2.3.1 Eindimensionale natürliche kubische Spline-Interpolierende

Unter einer Spline-Interpolierenden mit  $n$  Stützstellen  $x$  versteht man eine Anzahl von  $(n-1)$  jeweils auf  $[x_k, x_{k+1}]$ , ( $k=1, \dots, n-1$ ), definierten Funktionen  $f_k$ , die an den Stützstellen  $j$  mal, mit  $j \geq 0$ , stetig differenzierbar ineinander übergehen.

Bei der kubischen Spline-Interpolierenden werden zweimal stetig differenzierbare kubische Polynome

$$y_k = f_k(x) = a_k + b_k(x - x_k) + c_k(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3 \quad (11)$$

aneinandergesetzt ( $x \dots$  Abszisse,  $y \dots$  Ordinate).

Führt man die zweiten Ableitungen an den Stützstellen  $y_k'' = f_k''(x_k)$  als Unbekannte ein, und setzt man äquidistante Stützstellen mit dem Abstand (Rasterweite  $RW$ ) als Einheit ( $x_{k+1} - x_k = 1$ ) voraus, so erhält man ein lineares Gleichungssystem

$$y_{k-1}'' + 4y_k'' + y_{k+1}'' = 6(y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1}), \quad (k = 2, \dots, n-1). \quad (12)$$

Aus diesen  $(n-2)$  Gleichungen können die  $n$  Unbekannten nur durch Einführung von zwei zusätzlichen Bedingungen eindeutig bestimmt werden. Wählt man  $y_1'' = y_n'' = 0$ , so bezeichnet man (11) als natürliche kubische Spline-Interpolierende.

Für  $n=4$  Stützstellen erhält man somit folgendes Gleichungssystem mit einer symmetrischen, tridiagonalen und streng diagonal dominanten Koeffizientenmatrix  $A$ :

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2'' \\ y_3'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(y_3 - 2y_2 + y_1) \\ 6(y_4 - 2y_3 + y_2) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$A y = l.$$

Mit den nun bekannten zweiten Ableitungen errechnet man die Koeffizienten aus:

$$\begin{aligned} a_k &= y_k \\ b_k &= (y_{k+1} - y_k) - \frac{1}{6}(y_{k+1}'' + 2y_k'') \\ c_k &= \frac{1}{2}y_k'' \\ d_k &= \frac{1}{6}(y_{k+1}'' - y_k'') \end{aligned} \quad (14)$$

Damit ist die Spline-Interpolierende im gesamten Stützpunktebereich bestimmt.

Man kann auch die ersten Ableitungen an den Stützstellen  $y_k' = f_k'(x_k)$  als Unbekannte einführen und erhält ein (12) entsprechendes Gleichungssystem. Wenn man dann aber an den Randbedingungen  $y_1'' = y_n'' = 0$  festhält, so erhält man ein Gleichungssystem mit  $n$  anstatt  $(n-2)$  Gleichungen (Späth, 1990, S104).

Die ersten Ableitungen an den Stützstellen erhält man auch aus den Koeffizienten,

$$\begin{aligned} y'_k &= f'_k(x_k) = b_k \\ y'_{k+1} &= f'_k(x_{k+1}) = 3 d_k + 2 c_k + b_k \end{aligned} \quad (15)$$

### 2.3.2 Zweidimensionale natürliche kubische Spline-Interpolierende

Im zweidimensionalen Fall geht man von einem gleichmäßigem Raster von  $o \cdot p$  ( $o, p \geq 2$ ) Stützpunkten in  $x$  und  $y$  aus. Dieser Raster aus  $o \cdot p$  Stützpunkten kann wiederum ein Teilra-ster eines übergeordneten Rasters sein, etwa die in der näheren Umgebung des zu interpolierenden Punktes gelegenen Stützpunkte. Wählt man  $o=p=4$ , so werden die dem Interpolati- onspunkt nächsten 16 Stützpunkte einbezogen.

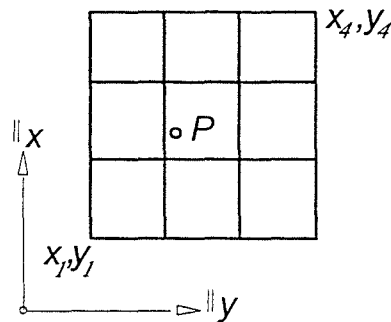


Abb. 3: Zweidimensionale Spline-Interpolation aus 16 Punkten

Da im eindimensionalen Fall die Rasterweite als Einheit verwendet wurde, müssen auch hier die Koordinaten auf die Rasterweite bezogen werden,

$$\bar{x} = \frac{x - x_m}{RW_x} \quad \bar{y} = \frac{y - y_n}{RW_y} . \quad (16)$$

Die  $o \cdot p$  Stützpunkte formen  $(o-1) \cdot (p-1)$  Rechtecke, im Fall gleicher Rasterweite  $RW_x$  und  $RW_y$  des Geoidmodells in  $x$  und  $y$  Quadrate. Eine zweidimensionale bikubische Spline-Interpolierende setzt sich nun aus  $(o-1) \cdot (p-1)$  jeweils in  $[x_m, x_{m+1}; y_n, y_{n+1}]$ , ( $m=1, \dots, o-1$ ), ( $n=1, \dots, p-1$ ), definierten bikubischen Polynomen in  $x$  und  $y$  zusammen,

$$f(x, y)^{mn} = \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{x} \\ \bar{x}^2 \\ \bar{x}^3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_{11}^{mn} & a_{12}^{mn} & a_{13}^{mn} & a_{14}^{mn} \\ a_{21}^{mn} & a_{22}^{mn} & a_{23}^{mn} & a_{24}^{mn} \\ a_{31}^{mn} & a_{32}^{mn} & a_{33}^{mn} & a_{34}^{mn} \\ a_{41}^{mn} & a_{42}^{mn} & a_{43}^{mn} & a_{44}^{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{y} \\ \bar{y}^2 \\ \bar{y}^3 \end{bmatrix} , \quad (17)$$

$$f(x, y)^{mn} = \mathbf{g}^m(\bar{x})^T \mathbf{A}^{mn} \mathbf{g}^n(\bar{y}) ,$$

oder, anders dargestellt

$$f(x, y)^{mn} = \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 a_{kl}^{mn} \bar{x}^{(k)} \bar{y}^{(l)} , \quad (18)$$

(k), (l) Exponenten .

Für die Koeffizientenmatrix  $A^{mn}$  gilt

$$A^{mn} = V^T C V , \quad (19)$$

mit

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$C = \begin{bmatrix} f_{mn} & q_{mn} & f_{m,n+1} & q_{m,n+1} \\ p_{mn} & r_{mn} & p_{m,n+1} & r_{m,n+1} \\ f_{m+1,n} & q_{m+1,n} & f_{m+1,n+1} & q_{m+1,n+1} \\ p_{m+1,n} & r_{m+1,n} & p_{m+1,n+1} & r_{m+1,n+1} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

worin

- $f_{mn}$  Funktionswert an der Stützstelle  $(m,n)$
- $p_{mn}$  partielle Ableitung nach  $x$  an der Stützstelle  $(m,n)$
- $q_{mn}$  partielle Ableitung nach  $y$  an der Stützstelle  $(m,n)$
- $r_{mn}$  gemischte Ableitung nach  $xy$  an der Stützstelle  $(m,n)$  .

Da die Ableitungen an den Stützstellen unbekannt sind, müssen sie zuvor mit Hilfe der eindimensionalen natürlichen kubischen Spline-Interpolierenden bestimmt werden:

1. Es werden die Splinekoeffizienten für die  $x$ -Profile  $f_{mn}$ , ( $m=1, \dots, o$ ), nach (14) berechnet; aus den Koeffizienten können nach (15) die ersten Ableitungen in  $x$ -Richtung an den Stützpunkten berechnet werden.  
Dies ist für alle ( $n=1, \dots, p$ )  $x$ -Profile durchzuführen. Als Ergebnis liegen die ersten Ableitungen  $p_{mn}$  in  $x$ -Richtung für alle Stützpunkte vor.
2. Nun wird der erste Schritt auf alle  $y$ -Profile angewandt; es werden die Splinekoeffizienten für die  $y$ -Profile  $f_{mn}$ , ( $n=1, \dots, p$ ), nach (14) berechnet; aus den Koeffizienten können wiederum nach (15) die ersten Ableitungen in  $y$ -Richtung an den Stützpunkten berechnet werden.  
Dies ist für alle ( $m=1, \dots, o$ )  $y$ -Profile durchzuführen. Als Ergebnis liegen die ersten Ableitungen  $q_{mn}$  in  $y$ -Richtung für alle Stützpunkte vor.
3. Die  $f$ -Werte können durch die  $q$ -Werte ersetzt werden und der 1. Schritt wird dann auf die  $q$ -Werte angewandt. Gleichwertig ist es, die  $f$ -Werte durch die  $p$ -Werte zu ersetzen und den 2. Schritt auf die  $p$ -Werte anzuwenden.  
Als Ergebnis erhält man sämtliche gemischten Ableitungen  $r_{mn}$ .

Die Matrix  $C$  (und in der Folge die Matrix  $A$ ) wird nur für die den Interpolationspunkt  $P$  enthaltende Rastermasche berechnet. Somit liegt mit (17) die zweidimensionale natürliche kubische Spline-Interpolierende in der betrachteten Rastermasche vor.

Die Koordinaten von  $P$  ergeben sich dann aus Abbildung 3 zu

$$\bar{x}_P = \frac{x_P - x_2}{RW_x} \quad \bar{y}_P = \frac{y_P - y_2}{RW_y}, \quad (22)$$

## 2.4 Die biquadratische Interpolation

Bei der biquadratischen Interpolationsfunktion ergeben die Schnitte mit zur  $x$  und  $y$ -Achse parallelen Vertikalebene Parabeln. Die biquadratische Funktion wird über die dem Interpo-

lationspunkt nächstgelegenen 9 Rasterpunkten definiert,

$$z = f(x,y) = a + b x + c y + d xy + e x^2 + f y^2 + g xy^2 + h x^2 y + i x^2 y^2,$$

$$x \text{ in } [x_1, x_3], \quad y \text{ in } [y_1, y_3]. \quad (23)$$

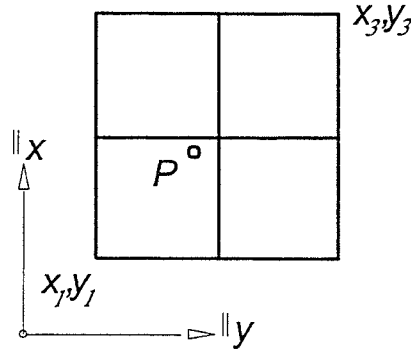


Abb. 4: Biquadratische Interpolation aus 9 Punkten

Setzt man für die 9 Stützpunkte 9 Gleichungen (23) an, so sind die 9 Koeffizienten  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  eindeutig bestimmt. In Matrixschreibweise erhält man

$$A k = l, \quad (24)$$

und den Lösungsvektor der gesuchten Koeffizienten,

$$k = A^{-1} l. \quad (25)$$

Die  $A$  Matrix wird aus den bekannten Koordinaten der 9 Stützpunkte gebildet, der  $l$  Vektor enthält die Geoidundulationen der Stützpunkte. Legt man den Koordinatenursprung der 9 Stützpunkte etwa in den Stützpunkt  $x_2, y_2$ , so ist die  $A$  Matrix bei jedem Interpolationsvorgang ident. Daher braucht  $A^{-1}$  nur ein einziges Mal berechnet zu werden, nämlich beim erstmaligen Aufruf der Interpolationsroutine.

Der  $l$  Vektor ändert sich für jeden Interpolationspunkt.

Das Gleichungssystem (24) kann aber auch aufgelöst und die 9 Koeffizienten direkt berechnet werden. Legt man den Koordinatenursprung in den Punkt  $(x_2, y_2)$  und nimmt man die Rasterweite  $RW_x$  und  $RW_y$  des Geoidmodells in  $x$  und  $y$ -Richtung als Einheit, so liegen die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten der Stützpunkte im Integer Wertebereich  $[-1, 1]$ . Die Koeffizienten ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} a &= z_5 \\ b &= (z_6 - z_4) / 2 \\ c &= (z_8 - z_2) / 2 \\ d &= (z_1 - z_7 - z_3 + z_9) / 4 \\ e &= (z_4 + z_6) / 2 - z_5 \\ f &= (z_2 + z_8) / 2 - z_5 \\ g &= (z_2 - z_8) / 2 + (z_7 - z_1 - z_3 + z_9) / 4 \\ h &= (z_4 - z_6) / 2 + (z_3 - z_1 - z_7 + z_9) / 4 \\ i &= z_5 - (z_6 + z_8 + z_4 + z_2) / 2 + (z_9 + z_7 + z_1 + z_3) / 4 \end{aligned} \quad (26)$$

Vor der Interpolation ist der Neupunkt mit (22) in das lokale Koordinatensystem zu transformieren.

### 3 TESTRECHNUNGEN

In der Schweiz wurde vom Bundesamt für Landestopographie 1997 eine umfassende Neuberechnung des Geoides durchgeführt (Marti, 1997). Da seither zusätzliche Meßdaten und Geländeinformation hinzukamen, erfolgte die Berechnung 1998 erneut (Marti, 1998). Die so erhaltene Lösung wird als „Geoid der Schweiz 1998“ bezeichnet.

In die Berechnung gingen mehr als 500 astrogeodätische Lotabweichungen und 72 mit GPS und Nivellement direkt bestimmte Geoidundulationen ein. Schwerewerte wurden nur zur Datenreduktion verwendet, nicht aber für die eigentliche Berechnung. Als Massenmodell stand ein 25m-Höhenmodell mit Dichteinformation zur Verfügung, sowie separate Modelle für besondere geologische Strukturen. Kern der Berechnungsmethode ist die Kollokation nach einem zweidimensionalen Markov Modell.

Das Geoid der Schweiz 1998 weist lokal (bis 10 km) eine relative Genauigkeit von 1 cm, und über größere Distanzen eine Genauigkeit von 2 bis 3 cm auf.



Abb. 5: Geoid der Schweiz 1998 (Marti, 1998)

Im folgenden werden nun die aus dem Massenmodell streng berechneten Geoidundulationen in 4467 über die Schweiz verteilten Punkten mit den aus einem festen Raster des Schweizer Geoides interpolierten Werten verglichen. Der Raster repräsentiert ein regelmäßiges Gitter von streng aus dem Massenmodell berechneten Geoidundulationen.

Dieser Vergleich wird sowohl mit einem 5 km Raster als auch mit einem 1 km Raster nach den in Kap. 2 angeführten Interpolationsmethoden durchgeführt. Dabei werden bei der bilinearen Methode die dem Interpolationspunkt nächsten 4 Rasterpunkte verwendet, bei der biquadratischen Methode die nächsten 9 Rasterpunkte, und bei der Hardy und Spline Methode die jeweils 16 nächsten Rasterpunkte.

Differenz in [mm]	Biquadratisch		Bilinear		Hardy		Spline	
	An- zahl	%	An- zahl	%	An- zahl	%	An- zahl	%
0 - 2	1235	28	589	13	1289	29	1304	29
2 - 5	1079	24	846	19	1197	27	1163	26
5 - 10	945	21	1052	24	981	22	952	21
10 - 20	717	16	1066	24	639	14	678	16
20 - 30	303	7	475	10	232	5	230	5
30 - 50	146	3	306	7	119	3	126	3
> 50	42	1	133	3	10	0	14	0
Σ	4467	100	4467	100	4467	100	4467	100

Max. Diff. [mm]	81	110	66	74
--------------------	----	-----	----	----

Tab 1: Differenzen zwischen interpolierter und streng gerechneter Geoidundulation  
Geoidraster mit 5 km Rasterweite in x und y

Differenz in [mm]	Biquadratisch		Bilinear		Hardy		Spline	
	An- zahl	%	An- zahl	%	An- zahl	%	An- zahl	%
0 - 2	4447	99.6	4193	93.9	4444	99.5	4449	99.6
2 - 5	20	0.4	259	5.8	23	0.5	18	0.4
5 - 10	0		15	0.3	0		0	
10 - 20	0		0		0		0	
20 - 30	0		0		0		0	
30 - 50	0		0		0		0	
> 50	0		0		0		0	
Σ	4467	100	4467	100	4467	100	4467	100

Max. Diff. [mm]	3.9	6.4	3.4	3.1
--------------------	-----	-----	-----	-----

Tabelle 2: Differenzen zwischen interpolierter und streng gerechneter Geoidundulation  
Geoidraster mit 1 km Rasterweite in x und y

Die Tabellen 1 und 2 geben die absoluten Differenzen zwischen der streng berechneten Geoidundulation und der aus dem Raster interpolierten Geoidundulation wieder.

Man erkennt deutlich, daß der 5 km Raster die hochfrequenten Anteile des Geoides nicht enthält und wiedergeben kann. Mit der bilinearen Interpolationsmethode erzielt man deutlich schlechtere Ergebnisse als mit den anderen drei Methoden; der Grund dafür ist die Beschränkung der Stützpunktinformation auf die Rastermasche, in welcher der Interpolationspunkt liegt. Die biquadratische, die Spline und die Hardy Interpolation liefern gleichwertige Resultate.

Fordert man eine Interpolationsgenauigkeit von etwa 1-2 mm, so muß die Rasterweite des Geoidrasters auf 1 km verringert werden. Erst dann wird das Geoid durch den Raster genau

genug repräsentiert.

Die bilineare Methode vermag jedoch auch bei verringerter Rasterweite nicht, entsprechende Interpolationsresultate sicherzustellen. Die biquadratische, die Spline und die Hardy Interpolation erfüllen die gestellte Forderung hinreichend.

## Literatur

- Ahlberg, J.H., Nilson, E.N., Walsh, J.L., 1967: *The Theory of Splines and Their Application*. Academic Press, New York and London.
- Brauner, H., Kickingner, W., 1977: *Baugeometrie*. Band 1, S 60, Bauverlag, Wiesbaden und Berlin.
- Hardy, R.L., 1971: *Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces*. Journal of Geophysical Research, Vol. 76, pp. 1905-1915.
- Hardy, R.L., 1972: *Geodetic applications of multiquadric analysis*. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 79. Jg., S 398-406, Wichmann, Karlsruhe.
- Göpfert, W., 1977: *Interpolationsergebnisse mit der Multiquadratischen Methode*. Zeitschrift für Vermessungswesen, 102. Jg., S 457-460, Wittwer, Stuttgart.
- Marti, U., 1997: *Geoid der Schweiz 1997*. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Schweizerische Geodätische Kommission, Band 56, Zürich.
- Marti, U., 1998: *Das Geoid der Schweiz 1998*. Technischer Bericht 98-25 (Entwurf), Bundesamt für Landestopographie, Wabern, Schweiz.
- Milbert, D.G. and Smith, D.A., 1996: *Converting GPS Height into NAVD 88 Elevation with the GEOID96 Geoid Height Model*. Proceedings of GIS/LIS '96 Annual Conference and Exposition, Denver, Nov. 19-21, 1996, American Congress on Surveying and Mapping, Washington, D.C., pp. 681-692.
- Milbert, D.G. and Smith, D.A., 1997: *Converting GPS Height into Local Elevation*. Geomatics Info Magazine (GIM), Vol. 11, Sept. 1997, GITC, Lemmer, Netherlands.
- Moritz, H., 1978: *Introduction to Interpolation and Approximation*. In Moritz, H., Sünkel, H. (Editors): *Approximation Methods in Geodesy*, Wichmann, Karlsruhe.
- Schnädelbach, K., 1995: *Zur Interpretation von Interpolationsergebnissen*. Festschrift für H. Draheim, E. Kuntz und H. Mälzer, Geodätisches Institut der Universität Karlsruhe.
- Späth, H., 1990: *Eindimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen*. Oldenbourg, München-Wien.
- Späth, H., 1991: *Zweidimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen*. Oldenbourg, München-Wien.
- Ishimaru, A., 1978: *Wave propagation and scattering in radom media*. Vol. 2, Academic Press.
- Sünkel, H., 1980: *A General Surface Representation Module designed for Geodesy*. The Ohio State University, Report. No. 292.
- Vanicek, P., Zhang, C., Ong, P., 1990: *Computation of a File of Geoidal Heights using Molodenskij's Truncation Method, Chapter 5*. Report, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Canada.





# VERDICHTUNG DES HÖHENNETZES DER STADTGEMEINDE KLOSTERNEUBURG MIT SATELLITENVERFAHREN

Heinz Stanek

Ingenieurkonsulentenbüro f. Vermessungswesen  
Dipl. Ing. P. Schmid  
Kreilplatz 1/2  
1190 Wien, Österreich

## Zusammenfassung

Im Gemeindegebiet von Klosterneuburg sollten Höhenfestpunkte bestimmt werden. Die Wahl diese Aufgabe mit GPS zu lösen erfolgte aufgrund der hügeligen Topographie, der gestreuten Siedlungsstruktur des Stadtgebietes und der engen zeitlichen Rahmenbedingungen für die Realisierung. Da sich GPS-Höhen auf ein mittleres Erdellipsoid beziehen, orthometrische Höhen jedoch auf das Geoid, müssen die mit GPS bestimmten ellipsoidischen Höhen in orthometrische Höhen übergeführt werden. Für Klosterneuburg wurden die orthometrischen Höhen relativ zu bekannten Höhenfestpunkten des BEV mit differentiellm Trägerphasen-GPS bestimmt. Um die die Genauigkeit beeinträchtigenden Faktoren zu minimieren, wurden Fehlerquellen wie die Exzentrizitäten der Empfangsantennen, Abschattungen der Satelliten etc., durch geeignete technische und methodische Verfahrensweisen weitgehend ausgeschaltet. Mit der gewählten Methode wurde eine Lösung realisiert, die es ermöglichte, flächendeckend und homogen die Höhenfestpunkte mit der geforderten Genauigkeit und im vorgesehenen Zeitrahmen festzulegen.

## 1 Einleitung und Aufgabenstellung

Für das im Gemeindegebiet von Klosterneuburg gelegene Bauland waren Höhenfestpunkte mit Angabe von Höhenkoten bezogen auf Adria-Null einzumessen. Die geschaffenen Festpunkte sollen als Anbindepunkte für Höhenfestlegungen, wie Höhenbekanntgaben, technische Projekte, administrative und technische Belange der Verwaltung etc., dienen.

Klassisch geodätische Meßverfahren in Form von Nivellementzügen erfordern relativ hohen personellen und zeitlichen Einsatz. Sie sind bei Taleinschnitten aufgrund geländebedingter Einschränkungen meist nur unwirtschaftlich für die Höhenübertragung einzusetzen. Um rasch, homogen, spannungsminimiert und kostengünstig die Anbindung an die aktuellen, vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen beobachteten, Nivellementlinien mit der hier erforderlichen Qualität durchführen zu können und aufgrund der geometrischen, zeitlichen und personellen Rahmenbedingungen wurde anstelle eines herkömmlichen Nivellements die Hö-

henbestimmung mittels GPS unter Ausnützung der dabei erreichbaren Genauigkeit eingesetzt. Der Bedarf nach Einsatz solcher Systeme ist schon seit längerem gegeben, doch erst seit die gesetzlichen und technischen Rahmenbedingungen verfügbar sind, ist die Realisierung in der Praxis möglich.

### 1.1 Voraussetzungen der Messungen in Klosterneuburg

Aufgrund der topologischen Bedingungen in Klosterneuburg, wie die komplexe Struktur des Siedlungsgebietes, große Höhenunterschiede des Geländes, tiefe Einschnitte und die Tallage vieler Punkte, ist es schwierig bzw. unmöglich, Punktbestimmung mittels klassischer Meßmethoden (geschlossene netzartige Nivellements Schleifen) durchzuführen.

Bei der geforderten Höhen-Genauigkeit im Bereich von 1 bis 2 cm kann über größere Distanzen mit herkömmlichen Vermessungsmethoden keine Homogenität der Ergebnisse garantiert werden. Um die Erfassung der Höhen wirtschaftlich durchführen zu können, ist ein effizienter Einsatz sämtlicher verfügbarer Ressourcen wichtig (Personal, technisches Gerät, Know-how, etc.).

## 2 NAVSTAR - GPS

Das Global Positioning System ist ein raumbasiertes Navigationssystem, das vom US Department of Defense für militärische Zwecke entwickelt wurde. Ziel ist es, Position und Geschwindigkeit von Objekten an Land, auf dem Wasser und in der Luft in einem einheitlichen Referenzsystem bestimmen zu können. Theoretisch umrunden 24 Satelliten in sechs Bahnebenen, die um  $55^\circ$  gegenüber der Äquatorebene geneigt sind, mit jeweils vier Satelliten pro Bahnebene in einer Höhe von rund 20200 km die Erde. Die Umlaufzeit beträgt etwa 12 Stunden. In der Praxis sind derzeit sogar 25-27 Satelliten verfügbar.

Im Bereich der praktischen Anwendung in der Vermessung wird dieses System seit etwa 1985 verwendet. Die Anfänge der Nutzung von GPS waren geprägt von Einschränkungen aufgrund der nur teilweise verfügbaren Satellitenausstattung. Seit 1993 ist der Vollausbau von 24 Satelliten erreicht und somit ist GPS jederzeit und an jedem Ort der Erde einsetzbar. Das Grundprinzip von GPS besteht darin, gleichzeitig zu mindestens drei Satelliten die Entfernungen mit Hilfe von Laufzeitmessungen von elektromagnetischen Signalen zu messen.

Mit Hilfe der Positionen der Satelliten können die Koordinaten der Empfängerantenne im Raum durch Schnitt dreier Kugelschalen bestimmt werden. Da die Uhren in Satelliten und Empfänger nicht streng synchron laufen, ist zur Korrektur der (Pseudo-) Entfernungen das Signal eines vierten Satelliten notwendig.

## 3 Wechselwirkung beteiligter Bezugssysteme

Die Positionsbestimmung mit GPS liefert Koordinaten im WGS 84, einem globalen geozentrischen kartesischen Koordinatensystem (X, Y, Z), dessen Z-Achse mit der mittleren Rotationsachse der Erde zusammenfällt und dessen X-Achse in der Meridianebene von Greenwich liegt. Alle drei Koordinatenrichtungen werden gleichberechtigt gehandhabt. In der Landesvermessung werden hingegen herkömmlich Lage- und Höheninformationen voneinander getrennt behandelt. Die GPS-Koordinaten müssen daher in 2-dimensionale Lagekoordinaten und 1-dimensionale Höhen aufgespaltet werden, um in bestehende Koordinatensysteme übernommen werden zu können.

In der Landesvermessung werden Punkte auf ein (lokales) Ellipsoid bezogen und durch ellip-

soidische Koordinaten  $(\varphi, \lambda, h)$  festgelegt. Die ellipsoidische Höhe entspricht dem Normalabstand eines Punktes von der Ellipsoidoberfläche. Die geographische Länge und Breite definieren den Durchstoßpunkt der Normalen durch den Meßpunkt mit dem Ellipsoid. Die österreichische Landesvermessung verwendet aus praktischen Gründen für den Ausgang der Längenzählung den Meridian durch Ferro, der definitionsgemäß  $17^{\circ}40'$  westlich von Greenwich liegt.

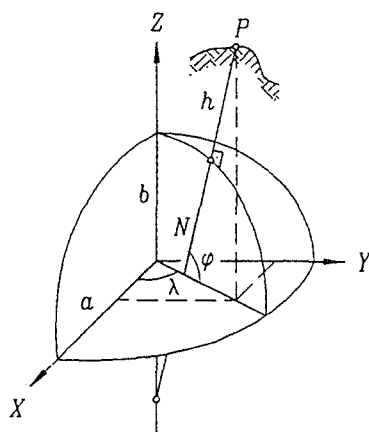


Abb.1: Kartesische und ellipsoidische Koordinaten

### 3.1 Höhenbezugssysteme

Unter dem Begriff „Höhe“ wird im allgemeinen der vertikale Abstand von einer Bezugsfläche verstanden. Die Höhen verschiedener Systeme können nicht direkt kombiniert werden, weil den einzelnen Systemen unterschiedliche Horizonte zugrunde liegen:

Die mittels **GPS**-Verfahren im WGS 84 bestimmten Höhen beziehen sich vorerst auf ein mittleres Erdellipsoid. Die Transformation in **Ellipsoidische Höhen** der Landesvermessung setzen die Kenntnis der Lagerung des lokalen Ellipsoids relativ zum mittleren Erdellipsoid voraus. Dimension und Lagerung des lokalen Ellipsoids passen dieses in der jeweiligen Region an das durch physikalische Gesetze definierte Geoid an. Für Österreich wird ein speziell gelagertes Bessel-Ellipsoid verwendet.

Neben diesen geometrischen Definitionen der Höhe sind in den meisten Bereichen des Vermessungswesens für praktische Anwendungen oft physikalische Definitionen zielführender. **Orthometrische Höhen** sind Abstände zu speziellen Niveauflächen (entlang von Niveauflächen fließt kein Wasser). Das Geoid ist als jene Niveaufläche definiert, die im Bereich der Ozeane genähert mit der mittleren Meeresoberfläche zusammenfällt. Die durch Pegel eingemessene mittlere Meeresoberfläche stellt somit im allgemeinen die Referenz für die orthometrischen Höhen (Meereshöhen) dar. In Europa werden die Pegel von Amsterdam, Marseille und, wie im Falle Österreichs, Triest verwendet. Im kontinentalen Bereich ist das Geoid unregelmäßig und stark von der Geländetopographie abhängig. Selbst in flachen Gebieten treten Änderungen der Geoidundulation (Abweichung des Geoids vom Ellipsoid) von mehreren Zentimetern pro Kilometer auf. Die relativen Geoidundulationen sind, wie bereits aus dem oben gesagten folgt, von der Lage und der Dimension des Bezugsellipsoids abhängig. Sie variieren in Österreich von  $-2$  bis  $+4$  Meter, die absoluten Undulationen von rund  $+44$  bis  $+52$  Meter.

Der Zusammenhang zwischen physikalischer und geometrischer Bezugsfläche ist aus nachfolgender Darstellung ersichtlich.

orthometrische Höhe  $H$   
 ellipsoidische Höhe  $h$   
 Geoidundulation  $N$

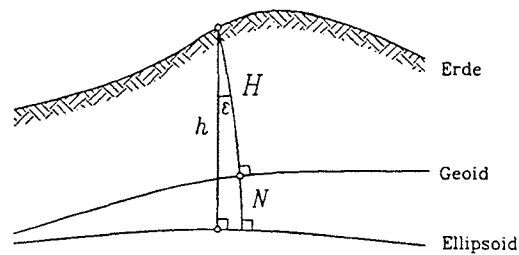
$$h = H + N$$


Abb.2: Beziehung der Höhensysteme

Die ellipsoidische Höhe  $h$  erhält man aus der Transformation dreidimensionaler kartesischer Koordinaten in ellipsoidische Koordinaten. In der Landesvermessung verwendet man die orthometrische Höhe  $H$ , die den Abstand des Punktes vom Geoid entlang der (gekrümmten) natürlichen Lotlinie darstellt.  $N$  bezeichnet hier die bereits erwähnte Geoidundulation. Die angeführte Gleichung stellt lediglich eine Näherung dar, da der als Lotabweichung bezeichnete Winkel vernachlässigt wird. Für praktische Anwendungen ist diese Annäherung jedoch ausreichend genau.

Durch Kombination von GPS-Messungen mit Nivellements, Zenitdistanzmessungen und astronomischen Azimut- und Breitenbestimmungen können Informationen über die geometrischen Beziehungen zwischen dem Geoid und dem lokalen Ellipsoid gewonnen werden. Umgekehrt ist es somit in weiterer Folge möglich, GPS zur Höhenbestimmung einzusetzen. Mit GPS bestimmte ellipsoidische Höhen können durch Anbringung der Geoidundulationen an die ellipsoidischen Höhen oder relativ, ausgehend von bekannten Punkten, in orthometrische Höhen übergeführt werden.

Im hier vorgestellten Projekt Klosterneuburg wurde zur Bestimmung orthometrischer Höhen die GPS – Relativ – Methode eingesetzt:

Dabei werden ellipsoidische Höhenunterschiede  $\Delta h$  zwischen der Referenzstation (auf einem Punkt bekannter Höhe) und den Neupunkten bestimmt. Man rechnet also nicht mit Absolut-Höhen, sondern mit Höhendifferenzen. Dabei werden auch hinsichtlich aller Korrekturen nur die jeweiligen Differenzen wirksam. Um orthometrische Höhenunterschiede  $\Delta H$  berechnen zu können, müssen sowohl in den Referenzpunkten, als auch in den Neupunkten die Geoidundulationen  $N$  bekannt sein. Nur wenn dieses örtliche Geoid mit hinreichender Genauigkeit vorliegt, können aus Höhen, die mit GPS bestimmt wurden, orthometrische Höhen abgeleitet werden.

Da im Projektbereich Klosterneuburg infolge der flächenmäßig sehr geringen Ausdehnung die Geoidundulationen und Lotabweichungen nahezu konstant sind, konnte die Auswertung in vereinfachter Form erfolgen. Die dabei getroffenen Annahmen wurden durch apriori Abschätzung der Einflußnahme auf die Ergebnisse der Punkthöhen bzw. deren Genauigkeiten überprüft.

## 4 Verfahrenbeschreibung

Für den zu erfassenden Bereich wurden vorerst dauerhafte „Referenzpunkte“ bestimmt. Dieser Projektabschnitt wird als Schaffung des Netzdatums bezeichnet. Die Datumspunkte sind im Vorhinein unter Berücksichtigung der geforderten Genauigkeit, der Konfiguration und der

Tauglichkeit für GPS-Messungen mit dem Auftraggeber abzustimmen und festzulegen. Wesentlich bei ihrer Auswahl ist neben der geometrischen Qualität auch deren räumliche Verteilung im Vermessungsbereich und die weitgehende Absenz von Abschattungen. Es empfiehlt sich, um Abschattungen durch Laub zu vermeiden, die Messungen erst nach Laubfall durchzuführen.

Das zu erstellende Höhenfestpunktfeld wird nun mittels GPS Höhenübertragung schrittweise aufgebaut. Ausgehend von den bekannten Punkten werden relative Positionen im Raum bestimmt. Die Ausgangspunkte sollten aus Genauigkeitsgründen nicht weiter als 12 km von den zu bestimmenden Punkten entfernt sind. Diese 3D- Differenzvektoren werden in Satellitenbahnkoordinatensystem (WGS 84) ermittelt. Um Absolutwerte (Lagekoordinaten und Höhenkoten) im Landessystem zu erhalten, werden die (vorerst fast beliebig gelagerten) Relativvektoren transformiert.

Zur Bestimmung der Transformationsparameter können Punkte des AREF 1 (Austrian Reference Frame: Vertrieb durch die DGPS ZT GmbH) und amtliche Festpunkte des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen im Zuge der Meßkampagne mitgemessen werden. Die Ermittlung der Transformationsparameter wird in einer bzw. mehreren GPS-Beobachtungsepochen durchgeführt. Dabei wird die mathematisch-funktionale Beziehung zwischen WGS84 und GK M34 (in Lage und Höhen bzgl. Adria) bestimmt und kontrolliert. Mit Hilfe der Transformationen können die Ergebnisse, insbesondere die Höhen, direkt in das GK M34 System übergeben werden.

Im Allgemeinen ist es leider notwendig, die GPS-Messung auf einem Exzenter mit möglichst geringen Abschattungen durchzuführen und anschließend eine kontrollierte Punktübertragung per Nivellement auf den stabilisierten neuen Festpunkt vorzunehmen. Die Qualität der Beobachtungsgeräte muß der erwarteten Genauigkeit entsprechen, ebenso wie die verwendete Auswertesoftware und das Meßsystem. Die Auswertung erfolgte mit der Software Geotracer der Fa. Spectra Precision Terrasat GmbH. Als Meßmethode wurde die Variante der kurzzeit-statischen Messung gewählt. Sie verbindet die Vorteile hoher Beobachtungsgenauigkeit von  $\pm 5 \text{ mm} + 1 \text{ ppm}$  und einer vergleichsweise kurzen Satellitenbeobachtungsdauer von 10 bis 12 Minuten je Station.

Für die Bestimmung des Netzdatums wurde in einem Bereich von 25 km (Bereich Klosterneuburg bis Wienerwaldsee) 2 Präzisionsnivellementlinien des BEV ausgewählt (Linie Nr.1037, Meßjahr 1994, und Linie Nr.1034 bzw. 826, Meßjahr 1994). In zwei unabhängigen Sessionen wurden das Punktfeld und die Position der Referenzstation 1 bereits so gewählt, daß sie für alle Folgemessungen verwendet werden können. Für die Transformation mußten sowohl Punkte in Lage (GK M34) als auch Punkte der genannten Nivellementlinien 1. Ordnung berücksichtigt werden. In der Transformation wurden jeweils nur die spezifischen Koordinaten-Komponenten für die Bestimmung der Transformationsparameter verwendet. Für die Lage-Transformation wurden 9 KT und 8 Höhenfestpunkte gemessen. Bei der anschließenden Auswertung wurden 2 KT bei der Transformation außer Acht gelassen und ein KT berichtet. Die Transformation erfolgte über die orthometrischen Höhen der KT's. Abschließend wurden für die Höhenfestpunkte GK-Koordinaten bestimmt und damit eine Höhentransformation über das Gesamtnetz ermöglicht.

Nach Verfügbarkeit des Netzdatums konnten die einzelnen Punkte, die durch GPS als Raumvektoren bezogen auf die jeweilige Basisstation bestimmt wurden, und die ermittelten Koordinaten ins Zielsystem transformiert werden. Die Punkte wurden durch den Auftraggeber ausgewählt, das Einverständnis der jeweiligen Grundeigentümer eingeholt und in Form von

dauerhaften Höhenbolzen vermarktet. Da Höhenbolzen an Bauwerken etc. bestimmt werden sollten, war eine direkte Aufstellung auf dem Punkt selten möglich. Es wurde daher, wie oben beschrieben, in direkter Umgebung ein für die Satellitenbeobachtung geeigneter Punkt geschaffen und beobachtet. Die Übertragung der Höhe zum Höhenbolzen wurde durch zweifachen Nivellementzug bestimmt und kontrolliert. Zwecks Vermeidung der Genauigkeitsverluste infolge von Exzentrizitätseffekten der verwendeten Antennen wurde für alle Punkte die selbe Antennenausstattung verwendet. Zusätzlich wurden die Antennen auf jedem Standpunkt gleich orientiert. Für die zu erfassenden Punkte wurde mit dem beschriebenen Meßkonzept die geforderte Genauigkeit erreicht. In drei Fällen wurde die Überprüfung durch Liniennivellement durchgeführt. In diesen Bereichen konnten topologische Rahmenbedingungen als genauigkeitsreduzierende Faktoren zugewiesen werden.

## 5 Qualitätssicherung, Qualitätsnachweis

Eine möglichst unabhängige Kontrolle der Satellitenbeobachtungspunkte wurde durch wiederholte Beobachtung nach etwa 3 Wochen realisiert. Aufgrund der geänderten geometrischen Satellitenkonstellationen als auch wegen der unterschiedlichen Witterungsverhältnisse sind die Meßergebnisse voneinander unabhängig.

Die Abweichungen der Ergebnisse wurden in der Auswertung analysiert. In jedem Fall blieben die mehrfach bestimmten Höhen bzw. deren Abweichungen in den geplanten Schranken. In Fällen extremer Sichtbeschränkungen wurden ergänzend trigonometrische und geometrische Nivellementzüge zur Kontrolle beobachtet. Um diesen Effekt noch zu verstärken, wurde weitestgehend darauf geachtet, die zu kontrollierenden Punkte mit tageszeitlicher Verschiebung zur Erstmessung zu bestimmen. Für etwa 15% der Punkte wurde auf Grund von Abweichungen eine weitere Kontrollmessung durchgeführt.

## 6 Ausblick

Mit Hilfe von GPS konnten alle entsprechend der Zielvorgabe gestellten Anforderungen rasch erfüllt und ein homogener Datenbestand erstellt werden. Im gegenständlichen Fall wurde mit GPS eine Lösung realisiert, die es ermöglichte, sowohl rasch, als auch flächendeckend die Koordinaten der zu bestimmenden Punkte, insbesondere die Höhenkomponenten, mit der geforderten Genauigkeit festzulegen. Im Zuge der Ausarbeitung des Projektes wurden vollständige Topographien der Höhenfestpunkte erstellt, die in die zu liefernde Datenbank aufgenommen wurden.

GPS hat die Ortsbestimmung revolutioniert. Ohne direkte Sichtverbindung zu bekannten terrestrischen Punkten können Positionen völlig witterungsunabhängig und somit in vorhersehbaren Zeiträumen und auf wirtschaftliche Weise bestimmt werden. Dazu kommt, daß die Geräte laufend günstiger und benutzerfreundlicher angeboten werden.

Die Nutzung als DGPS wird durch diverse Anbieter des Korrektursignals begünstigt. Der breite abdeckbare Genauigkeitsbereich („stand-alone“ Codeposition bis zur Phasendifferenz-Echtzeitmessung) bieten mannigfaltige Verwendungsmöglichkeiten, die es zukünftig zu erkennen und zu realisieren gilt. Bei Verwendung eines Satelliten-Positionierungs-Systems, das sowohl GPS (USA), als auch Signale anderer Satelliten, wie zum Beispiel GLONASS (USR) verwendet, könnte eine Effizienzsteigerung der satellitenbasierten Positionsbestimmungssysteme erzielt werden. Die Vorteile, welche eine Verwendung beider Systeme bietet, sind

vor allem die größere erreichbare Genauigkeit, kürzere Beobachtungszeiten, weniger Probleme mit Abschattungen und geringere Abhängigkeit von nur einem Systembetreiber.

Die Möglichkeit des Einsatzes neuer Technologien der Meß- und Auswertetechnik darf in keinem Fall über das grundsätzliche Qualitätsbewußtsein des Geodäten gestellt werden. Die Qualität und Genauigkeit der Verfahren kann nur bei fachgerechtem Einsatz und korrekter Interpretation der Messungen und Auswertungen gewährleistet werden. Der Einsatz der Technologien fordert daher die Geodäten, einerseits neue Technologien fachgerecht einzusetzen und andererseits Qualitätsüberlegungen in jeweils geeigneter Form und Umfang durchzuführen.

„Last but not least“ möchte ich die Verdienste von Prof. K. Bretterbauer würdigen, der immer bemüht war einer Generation von Studenten ein vernünftiges wissenschaftliches Rüstzeug für ihren späteren Berufsweg mitzugeben. Er hat sich dabei nie gescheut auf moderne Technologien zu setzen und die vorgestellte Arbeit möge einen kleinen Baustein zur Umsetzung seiner vielfältigen Ideen widerspiegeln.

## Literatur

- Forsberg, R., Madsen, F.: *High-Precision Geoid Heights for GPS Levelling*. Paper, GPS-90 Symposium, 1990, Ottawa.
- Hofmann-Wellenhof, B., Kienast, G., Lichtenegger, H.: *GPS in der Praxis*. Springer-Verlag, Juni 1994, Wien New York.
- Lechner, W.: *NAVSTAR GPS and GLONASS- Competitors or Initial Elements of a Future Global Satellite Navigation System?* SPN 1/1992, p.8.
- Jorgensen, P.S.: *Navstar/GPS 18-Satellite Constellations*. GPS/Papers published in Navigation, Vol. II, 1984, Washington.
- Polly, H.: *Vermessen mit GPS: Exakte Daten für Ihr GIS?*. IIR-Fachkonferenz „Geographische Informationssysteme“ Institute for International Research, 1998, Neunkirchen.
- Schreiber, R.: *Numerische Untersuchungen zur Koordinatentransformation mit geozentrischen Datumparametern – Moderne Verfahren der Landesvermessung Teil I: GPS* Schriftenreihe der Universität der Bundeswehr München Heft 38/1 Schödlbauer A. (Hrsg.), 1990, Neubiberg
- Schödlbauer, A., Heister, H., Krack K., Scherer B.: *Höhenübertragung über den großen Belt unter Nutzung des GPS in Verbindung mit lokalen Nivellements, Messungen von Zenitdistanzen, und astronomischen Azimut- und Breitenbestimmungen*. XI. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Sept. 1992, Zürich.
- Wunderlich, Th. A.: *Die geometrischen Grundlagen der GPS-Einzelpunktbestimmung* XI. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Sept. 1992, Zürich.





# ZUR DAUER EINES TAGES

Robert Weber

Institut für Geodäsie und Geophysik  
Abteilung Höhere Geodäsie  
TU-Wien

## Einleitung

Kurt Bretterbauer hat sich sehr viel mit der Rolle der Zeit in Astronomie und Geodäsie beschäftigt. So erschien unter anderem ein ausführlicher gleichnamiger Artikel des Jubilars (Bretterbauer, 1984) im Begleitband zum in Wien abgehaltenen Symposium *Das Phänomen Zeit*. Neben den in seiner reichen Vortrags- und Vorlesungstätigkeit erklärten Beziehungen und Fundamenten der in Gebrauch stehenden Zeitskalen tauchte auch immer wieder die Frage nach der Länge des Urtages sowie seiner Änderung bis zur Gegenwart auf. Diese und die eng verbundene Fragestellung nach der Paläofigur der Erde ist z.B. in den Arbeiten (Bretterbauer, 1982a, 1982b, 1985a, 1985b, 1987a, 1987b, 1993b) wohl dokumentiert, wengleich auch die beste Textstelle nicht die Faszination eines von K. Bretterbauer zu dieser Thematik engagiert gehaltenen Vortrages ersetzen kann.

Der vorliegende Artikel skizziert die modernen Möglichkeiten zur Bestimmung der Tageslänge mit Hilfe der Raumtechniken und soll die derzeitige Grenze in der Genauigkeit dieser Meßgröße aufzeigen. Effekte, die zur Variation der Tageslänge führen, werden kurz diskutiert. Anschließend sei versucht, einen Konnex zu einem weiteren Schwerpunkt in Bretterbauers Arbeiten herzustellen. So veröffentlichte der Jubilar schon ab 1983 Untersuchungen zum auch heute noch brandaktuellen Thema *Treibhauseffekt und Eisbilanz*, in dem er auf Auswirkungen eines Abschmelzens bzw. Anwachsens der Polkappen auf die Rotationsdauer der Erde hinweist. Die abschließende Literaturliste soll einen möglichst umfangreichen Überblick auf Bretterbauers Schaffen zu diesen Themenkreisen geben, wengleich sie sicher nicht als vollständig bezeichnet werden kann.

## 1 Zeitskalen

Zum besseren Verständnis der folgenden Kapitel seien in aller Kürze einige Grundlagen zu einer Reihe der in Gebrauch stehenden Zeitskalen vorangestellt.

Die *mittlere Sternzeit*  $\bar{\Theta}$  ist der Stundenwinkel des mittleren Frühlingspunktes. Zuerst sei bemerkt, daß ein *mittlerer Sterntag* wegen der Präzession um rund  $0.009^s$  kürzer als die Dauer einer vollen Erddrehung ist. Zudem ist dieses Zeitmaß trotz der Bezeichnung ‚mittlere‘ keineswegs gleichförmig. Unregelmäßigkeiten der Erdrotation, die in Kapitel 3 genauer besprochen werden, tragen die Schuld daran. Die *mittlere Sternzeit* für Greenwich  $\bar{\Theta}_{Gr}$  steht über (1) in direkter Verbindung zur Weltzeit UT1:

$$\bar{\Theta}_{Gr} = UT1 + 6^h 41^m 50.54841^s + 8640184.812866^s T + 0.093104^s T^2 - 6.2^s T^3 \quad (1)$$

T entspricht dem Zeitintervall in Julianischen Jahrhunderten zu 36525 Tagen, das seit dem 1.1.2000, 12<sup>h</sup> UT1 verfloßen ist. Die Weltzeit ist also der Greenwicher Stundenwinkel der fiktiven mittleren Sonne +12<sup>h</sup>. Setzen wir UT1 in obiger Formel = 0<sup>h</sup> so folgt die *mittlere Sternzeit* für die Mitternacht in Greenwich  $\bar{\Theta}_{Gr,0^h UT}$ . Ein kleines Problem aufgrund des verschiedenen Maßstabs beider Zeitskalen wäre noch zu lösen. Möchten wir das mittlere Sternzeitintervall von 0<sup>h</sup> UT1 bis zur Beobachtungsepoche berechnen, so wäre Formel (2) anzuwenden,

$$\bar{\Theta}_{Gr} = \bar{\Theta}_{Gr,0^h UT1} + r[(UT1 - UTC) + UTC] \quad (2)$$

wobei  $r \approx 1.002737909350795$  die Maßstabsdifferenz und  $dUT1 = UT1 - UTC$  den nur aus Beobachtungen ableitbaren Offset zur *koordinierten Weltzeit* UTC (siehe unten unter Atomzeit) bedeuten.

Der Übergang zur *wahren Sternzeit* (Stundenwinkel des wahren Frühlingspunktes) erfolgt primär durch Addition der auf den Äquator projizierten Nutation in Länge (*Gleichung der Äquinoktien*).

$$\Theta_{Gr} = \bar{\Theta}_{Gr} + \Delta\psi \cos\epsilon + f(\text{mittl. Länge des aufsteigenden Mondknotens}) \quad (3)$$

Im Gegensatz zu den nur aus Beobachtungen ableitbaren (bisher eben nicht modellierbaren) Rotationsschwankungen stellt die Nutation den durch äußere Kräfte (Mond, Sonne, Planeten) bewirkten berechenbaren Anteil dar. Nutationsamplituden werden üblicherweise vorerst für ein starres Erdmodell hergeleitet und dann mittels geeigneter Transferfunktionen auf das aktuelle elastische mehrschichtige Erdmodell bezogen. Der interessierte Leser sei in diesem Zusammenhang auf die Arbeiten von (Wahr, 1981; Dehant et al., 1999) verwiesen. Wir werden die Nutation noch für die Umrechnung zwischen dem erdfesten System und dem Inertialsystem (Gleichung 5) benötigen.

Die Einheit der *Atomzeit* TAI ist die SI-Sekunde auf Meeresniveau (Geoid). Die Atomzeit wurde offiziell 1972 eingeführt, war aber de facto bereits seit 1955 verfügbar. Caesium-Normale erreichen heute eine relative Genauigkeit von  $10^{-13} - 10^{-14}$ . Auch die *Terrestrische Zeit* TT (entspricht der *Terrestrischen Dynamischen Zeit* TDT und folgte 1984 der seit 1954 verwendeten *Ephemeris Time* ET) wird in SI-Sekunden gemessen. Dies darf nicht verwundern, wurde doch die SI-Sekunde bestmöglich der auf der Länge des tropischen Jahres 1900 basierenden ET-Sekunde angenähert.

Die feste Beziehung der Atomzeit zur TT lautet  $TT = TAI + 32.184^s$ . Damit gelten beide Zeitmaße als gleichwertig und gleichförmig. Dennoch sei auf ihre grundlegende Verschiedenheit speziell hingewiesen. Während die TT die unabhängige Variable in den Bewegungsgleichungen der Körper unseres Planetensystems darstellt, beruht die TAI auf der Quantenmechanik und ist zudem eine Art statistisches Zeitmaß basierend auf dem gewichteten Mittel vieler weltweit verteilter Atomuhren. Unterschiede in den Zeitskalen sind daher prinzipiell möglich, entziehen sich aber derzeit unserer Beobachtungsgenauigkeit.

Die Differenz UT1-TAI wurde am 1. Jänner 1958 gleich Null gesetzt. Bis 1999 erreichte der akkumulierte Wert der Abweichung dieser Zeitskalen einen Wert von rund 32 Sekunden. UTC stellt nun einen Kompromiß zwischen Weltzeit und gleichförmiger Atomzeit dar. Sie besitzt als Einheit die SI-Sekunde, wird aber bei Bedarf in 1<sup>s</sup>-Schritten (Schaltsekunde) der UT1 nachgeführt. Eine Regelung, die übrigens gerade in jüngster Zeit heftig diskutiert wird.

Somit unterscheidet sich die UTC von der TAI immer durch das ganzzahlige Vielfache einer Sekunde. Der Betrag der Differenz UT1-UTC übersteigt nie eine Sekunde. Die GPS-Zeit unterliegt übrigens nicht der Schaltsekundenregel und stellt ein gleichförmiges Zeitmaß mit der festen Beziehung  $GPS = TAI - 19^s$  zur Atomzeit dar.

Zuletzt sei noch die Korrektur  $\Delta T = TT-UT1$  angesprochen. Aus dem oben gesagten ergibt sich für diese Größe derzeit (1999) ein Wert von ca.  $+64^s$ . Stellt man die Winkelgeschwindigkeit der Erde in Funktion einer gleichförmigen Zeit  $T$  dar, finden wir für langfristige Vorhersagen von  $\Delta T$

$$\Delta T = 24.349^s + 72.3165^s T + 29.949^s T^2 + 1.821B \quad (4)$$

mit  $T$  wie in (1)

Der konstante Term läßt  $\Delta T$  zur Epoche 1900 verschwinden, der lineare Term ergibt sich aus der etwas schnelleren Rotation der Erde um 1900 (siehe Definition der ET-Sekunde), und der quadratische Term spiegelt die säkulare Verlangsamung (Gezeitenbremse, siehe Kap. 3) wider. Der Term  $B$  repräsentiert die irregulären Fluktuationen der Erdrotation und verhindert eben die Vorhersage von  $\Delta T$  ohne zusätzliche Beobachtung.

Die Differenz zwischen der astronomisch (geodätisch) bestimmten Dauer eines Tages und  $86400$  s TAI (oder TT) wird  $LOD = \text{,Length of Day'}$  (oder  $\text{,Excess Length of Day'}$ ) genannt. Die Änderung von UT1 relativ zu einer gleichförmig ablaufenden Zeit repräsentiert also die Rotationsschwankungen der Erde. Schon allein die Tatsache, daß sich UT1 auf Messungen von auf der Erdoberfläche gut bestimmten Punkten zu astronomischen Zielen bzw. zu natürlichen und künstlichen Satelliten der Erde stützt (siehe nächstes Kapitel), zeigt die Abhängigkeit der Zeitbestimmung von der Stabilität der Meßstellen. So begrenzt z.B. eine (heute noch nicht erreichte) Längendefinition eines Meßpunktes am Äquator von  $\pm 1$  mm die zu erwartende Genauigkeit in der Zeitbestimmung auf bestenfalls  $\pm 2 \mu s$  (unbeschadet der formalen Genauigkeit der Schätzgröße).

## 2 Moderne Raumtechniken

Zu den modernen Raumtechniken zählen wir heute die Very Long Baseline Interferometry (VLBI), Satellite Laser Ranging (SLR) und nicht zuletzt die Mikrowellendistanzmessungen zu Satelliten (GPS, GLONASS, DORIS). Alle diese Techniken haben ihre spezifischen Stärken und Schwächen. So ist SLR äußerst sensibel für die Überwachung des Geozentrums, und die Laserdistanzmessungen zum Mond sind fundamental für die Bestimmung des Produktes  $GM_{Erde}$ . Leider leidet diese älteste der Raumtechniken an der (bis vor kurzem) geringen Anzahl von Raumzielen, am nicht unwesentlichen finanziellen und technischen Aufwand permanent operabel zu sein, und natürlich an den Wetterverhältnissen. SLR ist aber im Gegensatz zu den anderen Techniken faktisch unabhängig vom Feuchtegehalt der Atmosphäre.

Das französische DORIS System verfügt über die wohl beste globale Verteilung von Bodenstationen. Weniger erfreulich für den Nutzer ist vielleicht die Tatsache, daß bei DORIS die Meßdaten am Satelliten anfallen und Stationskoordinaten ( $\pm 2$  cm) erst über die Zentrale berechnet und bekanntgegeben werden. DORIS ist eine wesentliche Komponente zur Verdichtung des ITRF (=International Terrestrial Reference Frame), für die Überwachung der Erdrotation allerdings derzeit um einen Faktor 2-3 zu schwach.

VLBI verfügt über den direkten Zugang zum Inertialsystem, das heißt, die Koordinaten der angezielten Radioquellen (ICRF=International Terrestrial Reference Frame) stellen dessen Realisierung dar. Begrenzt wird diese kostenintensive Technik jedoch einerseits durch die geringe Anzahl und schwache Verteilung der aktiven Stationen, andererseits durch die bisher geringe Frequenz durchgeführter ‚Experimente‘ (ein 24-Stunden Experiment/ Woche). Das 1997 ins Leben gerufene CORE Projekt soll jedoch spätestens im Jahre 2003 täglich (7 Tage / Woche) überlappende, aktive VLBI-Subnetze koordinieren und so zur permanenten Überwachung auch der hochfrequenten Erdrotation ganz entscheidend beitragen können. Während die formalen Fehler einer UT1-Bestimmung mit  $\pm 1\mu s$  VLBI als die wohl genaueste Technik ausweisen, zeigen die Ergebnisse beim Übergang auf eine andere Netzwerkkonfiguration eine äußere Genauigkeit von rund  $\pm 10\mu s$ .

Da der Autor sich nun seit rund 7 Jahren mit der Ableitung von Erdrotationsparametern (ERPs) aus GPS-Beobachtungen beschäftigt, wird dieser Technik in der Folge breiterer Raum eingeräumt. Die Leser (vor allem jene der ‚VLBI-Gemeinde‘) mögen diesen Umstand verzeihen. Die große Zahl der primär an Navigationsaufgaben interessierten zivilen und militärischen GPS-Anwender, der Konkurrenzdruck zwischen den Herstellerfirmen sowie die Tatsache, daß GPS im Differenzverfahren weit höhere Genauigkeiten verspricht, ließen die Preise für entsprechende Hard- und Software andauernd sinken. Somit ergibt sich heute ein vergleichsweise geringer finanzieller und organisatorischer Aufwand zum Betrieb einer GPS-Referenzstation. Von wissenschaftlicher Relevanz ist sicher das auf ca. 200 Stationen basierende globale IGS-Netzwerk (International GPS Service; nähere Informationen über die Web-Page im Lit.Verzeichnis). Die Meßdaten werden innerhalb weniger Stunden nach ihrer Aufnahme an globale Datenzentren weitergeleitet (eine technisch in entlegenen Gebieten deutlich schwierigere Aufgabe als der Stationsbetrieb), und ein Subset der Daten wird sodann von IGS Analysezentren abgerufen und bearbeitet. 12 Stunden später stehen den öffentlichen und privaten Nutzern Satellitenbahnen mit einer Genauigkeit weniger Dezimeter kostenlos zur Verfügung. Sogar eine Voraus-Extrapolation über 48 Stunden für Real-Time Anwendungen mit etwas geringerer Genauigkeit wird angeboten. Für die ERP-Bestimmung greifen wir aber auf die präzisen IGS-Ephemeriden der Satelliten zurück. Sie errechnen sich mit einem Zeitverzug von höchstens 7 Tagen aus der gewichteten Kombination der Lösungen aller IGS-Analysezentren (die Konsistenz der Einzellösungen liegt derzeit bei  $\pm 5cm$ ).

Diese Bahnpunkte repräsentieren abhängig vom verwendeten Kräftemodell zumindest über kurze Zeiträume unser Inertialsystem. Von Vorteil ist hier sicher die große Bahnhöhe der GPS-Satelliten, die eine einfache Behandlung des irdischen Schwerfeldes bei der Störungsrechnung zuläßt. Von Nachteil sind dagegen nicht-gravitative Kräfte - allen voran der Strahlungsdruck der Sonne, der auf die großen Sonnensegel der Satelliten wirkt und Bahnfehler im Meterbereich pro Tag nach sich zieht. Auf der anderen Seite realisieren die Stationskoordinaten der Bodenstationen (ITRF) das erdfeste Koordinatensystem (fixiert an der Kruste der nicht-starren Erde). Die Transformation zwischen den Systemen gelingt mittels räumlicher Drehmatrizen mit den 5 (abhängigen) Argumenten  $\delta\Delta\psi, \delta\Delta\varepsilon$  (Poloffset relativ zur IAU-1980 Nutationstheorie; Bewegung des Celestial Ephemeris Pole (CEP) im ICRF), der wahren Sternzeit Greenwich  $\Theta_{Gr}$  (Rotation der Erde um den CEP) und den Polkoordinaten im erdfesten System  $x_p, y_p$ .

$$\vec{r}_{ICRF} = PN(\delta\Delta\psi, \delta\Delta\varepsilon)U(-\Theta_{Gr})XY(x_p, y_p)\vec{r}_{ITRF} - \vec{o} \quad (5)$$

Es ist durchaus interessant anzumerken, daß die Nutationsmatrix als Produkt dreier Submatrizen angeschrieben werden kann, wobei  $-\delta\Delta\psi\cos\varepsilon$  das Argument für die Drehung um die z-Achse ist. Dies entspricht aber genau der Gleichung der Äquinoktien (siehe Gleichung 3). Beim Übergang auf ein neues Nutationsmodell wird also weder der Nullpunkt der Längenzählung noch UT1 berührt. Der Vektor  $\bar{o}$  bezeichnet den Übergang vom ITRF-Ursprung zum momentanen Geozentrum (Massenzentrum der Erde inklusive der Ozeane und der Atmosphäre).

Für eine ausführlichere Diskussion der Drehmatrizen muß auf die reichlich vorhandene Literatur verwiesen werden (z.B. Eubanks, 1993; Mc Carthy, 1996; Weber, 1999). Umgekehrt können nun natürlich auch aus der Verknüpfung beider Systeme durch die Beobachtungen diese Argumente bestimmt werden. Abbildung 1 und 2 zeigen die am Astronomischen Institut der Univ. Bern (IGS-Center CODE) aus GPS Beobachtungen berechnete Polbewegung seit Juli 1993 (entspricht ca. 5.5 Chandler-Perioden zu rund 430 Tagen). Die äußere Genauigkeit dieser Bestimmung liegt momentan bei  $\pm 0.1\text{mas}$  pro Komponente und entspricht damit rund 3mm an der Erdoberfläche.

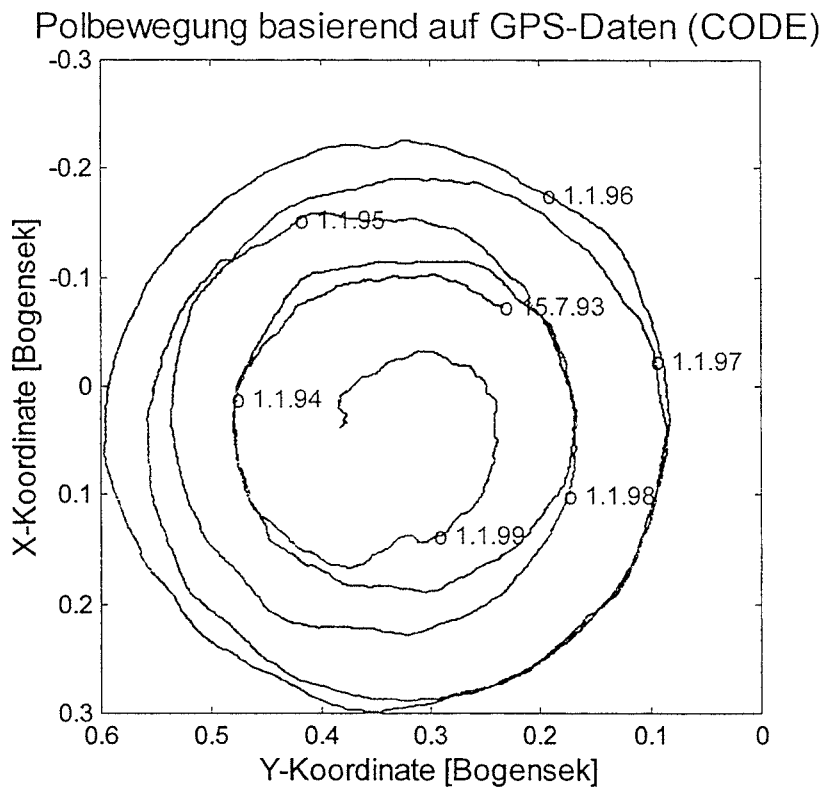


Abbildung 1

Wenngleich wir uns gemäß der zentralen Thematik des Artikels ab nun vorrangig mit der Drehung um die ‚genäherte‘ Rotationsachse der Erde beschäftigen, sei noch erwähnt, daß sich das Zentrum der ‚Chandler – Kreise‘ (mittlere Figurenachse) langfristig mit rund 3 mas/Jahr gegen 70 Grad West verlagert (Secular Polar Motion) und die Polbewegung ja nichts anderes als eine Rotation um die äquatorealen Koordinatenachsen darstellt.

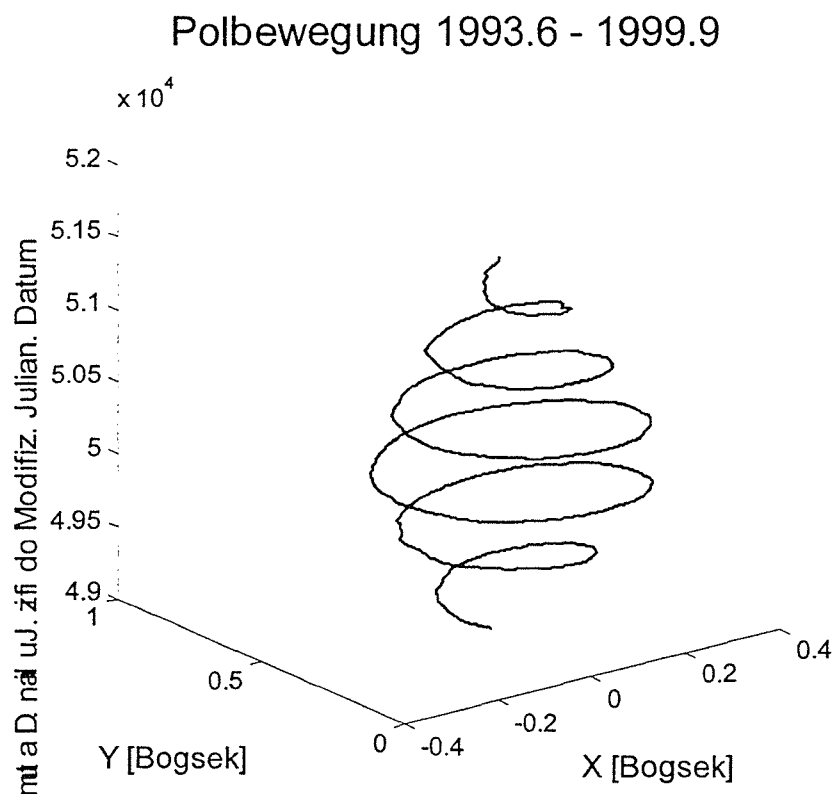


Abbildung 2

### 3 Die veränderliche Länge des Tages

Natürlich können die eben besprochenen Techniken nur Auskunft über die Rotationsschwankungen der Erde der letzten 20-30 Jahre geben. Für weit in die Vergangenheit der Erdgeschichte reichende Aussagen benötigen wir *paläontologische Uhren* wie z.B. Wachstumsinkremente organischer Strukturen. Bretterbauer zitiert in (Bretterbauer, 1989b, 1993b) Untersuchungen, die nach Auszählung von Tagesringen fossiler Korallen für den Zeitraum 500 Mill. – 70 Mill. Jahre vor unserer Zeit auf 420 - 375 Tage pro Jahr schließen lassen. Diese Funde führen auf eine mittlere Tagesverlängerung von 2 ms/Jhdt. (Quadratischer Term in (5)).

Schließen wir uns der allgemeinen Ansicht an, daß die Abnahme der Winkelgeschwindigkeit der Erde auf Gezeiteneffekte zurückzuführen ist, so zeigt die Rückwärtsextrapolation der augenblicklichen Zunahme des Mondbahnradius im Laufe der Zeit natürlich erheblich stärkere Gezeiteneffekte und eine gefährliche Nähe des Mondes zur Erde vor rund 1.8 Milliarden Jahren. Da das Alter sowohl des Mondes als auch der Erde gesichert mit rund 4.5 Milliarden Jahren angenommen werden kann, unterstützt dies wieder die derzeit angesehenste Erklärung für die Entstehung des Mondes durch einen bedeutenden Einschlag auf die (noch junge) Erde. Für diese Theorie spricht auch der bereits nachgewiesene sehr kleine Mondkern. Ungeklärt bleibt derzeit aber noch die Frage nach dem Termin des Einschlags (vor 4 Milliarden Jahren oder doch deutlich später? - wobei Geochemiker dem ersten Wert deutlich den Vorzug einräumen). (Varga et al., 1993) zeigen in einer neueren Arbeit, daß die Abnahme der Tageslänge vor mehr als 1 Milliarde Jahren um einen Faktor 2 geringer war als heute und erklären diesen Umstand im wechselnden Anteil der täglichen und halbtäglichen Gezeiten aufgrund der variierenden Kontinentverteilung.

Bewegen wir uns in Richtung Beginn der Erdgeschichte, so finden wir in (Bretterbauer, 1993) und (Denis, Varga, 1990) Untersuchungen, welche auf unabhängige Weise die Dauer des Urtages mit rund  $8^h$  bestimmen, andere Arbeiten gehen von minimal  $12^h$  aus.

Zur Bestimmung der Tageslänge in jüngerer Zeit dienen uns zumindest für den Zeitraum 1000 v.Chr. bis heute astronomische Beobachtungen (Finsternisse). Diese sind zwar prinzipiell mit der besagten mittleren LOD-Änderung von 2 ms/Jhdt. kompatibel, zeigen aber bereits deutlich Schwankungen dieses Wertes für Subperioden, die keinesfalls auf Gezeiteneffekte zurückzuführen sind. Unter anderem scheint auch die Verringerung der Erdabplattung nach dem Abschmelzen des eiszeitlichen Eispanzers (post-glacial rebound) eine nicht unwesentliche Rolle zu spielen.

Mit Beginn des 17. Jhdt. stehen uns schon deutlich genauere Bestimmungen des LOD (berechnet aus dem Zeitargument der Mondephemeride) zur Verfügung (Stephenson, Morrison, 1984). Diese Zeitreihen zeigen Schwankungen des LOD mit Amplituden von 3-4 Millisekunden (msec) über Dekaden von Jahren. Als Ursprung der auftretenden Drehmomente kommt eigentlich nur die Kern-Mantel Grenze (Core-Mantle Boundary CMB) in Betracht. Noch ist unklar, ob es sich dabei um eine *elektromagnetische* oder rein *topographische* Kern-Mantel Kopplung handelt. Das elektromagnetische Drehmoment wird durch die Lorentzkraft zwischen den elektrischen Strömen im unteren Erdmantel und dem Magnetfeld der Kerns erzeugt. Es hängt speziell von der Leitfähigkeit des Mantels in der Nähe der CMB ab. Existiert dagegen eine differentielle Rotation des Mantels relativ zum Kern (jüngste Forschungsberichte scheinen dies zu bestätigen) reichen schon geringe ‚Unebenheiten‘ an der CMB von rund 500m um die beobachteten LOD – Schwankungen als topographische Kopplung zu erklären. Im übrigen sind diese ‚Unebenheiten‘ auch für langwellige Strukturen des Geoids von Bedeutung.

Hochfrequenter Rotationsschwankungen (mit Perioden von 2-5 Jahren) können der Atmosphäre bzw. der Interaktion Atmosphäre - Ozeane zugeordnet werden. Sie erreichen eine Größenordnung von rund 0.5 msec und die wohl bekannteste hier einordenbare Erscheinung ist die ‚El Nino – Southern Oscillation‘ (ENSO). Da wir am Ende dieses Kapitels nochmals auf das El Nino Phänomen zu sprechen kommen, sei hier auf eine detaillierte Diskussion verzichtet.

Abbildung 3 gibt einen grob schematischen Überblick auf die nun wirklich von den Raumtechniken mit bislang unerreichter Genauigkeit detektierten LOD-Variationen und ihren jeweils zurechenbaren Quellen. Gleichzeitig sei auch immer ein Blick auf die Abbildungen 4 gestattet. Die vom IGS Analysezentrum CODE veröffentlichten Tageslängenbestimmungen weisen bei formalen Fehlern im  $\pm 1 \mu s/d$  Bereich eine äußere Genauigkeit von rund  $\pm 20 \mu s/d$  auf. Es ist zu bemerken, daß Satellitenverfahren aufgrund einer vollständigen Korrelation mit dem Knoten des Bahnsystems nicht in der Lage sind, UT1 zu beobachten. Sehr wohl besteht aber die Möglichkeit die erste Ableitung, also LOD zu messen. Eine ausführliche Behandlung dieses Problems kann z.B. (Rothacher et al., 1999) entnommen werden. Um wieder Weltzeit zu erhalten, sind die LOD-Werte zu integrieren. Man ist nun international übereingekommen das Ergebnis dieser Integration mit UT zu benennen, um eine klare Unterscheidung zur direkten Bestimmung mit VLBI (UT1) zu treffen.

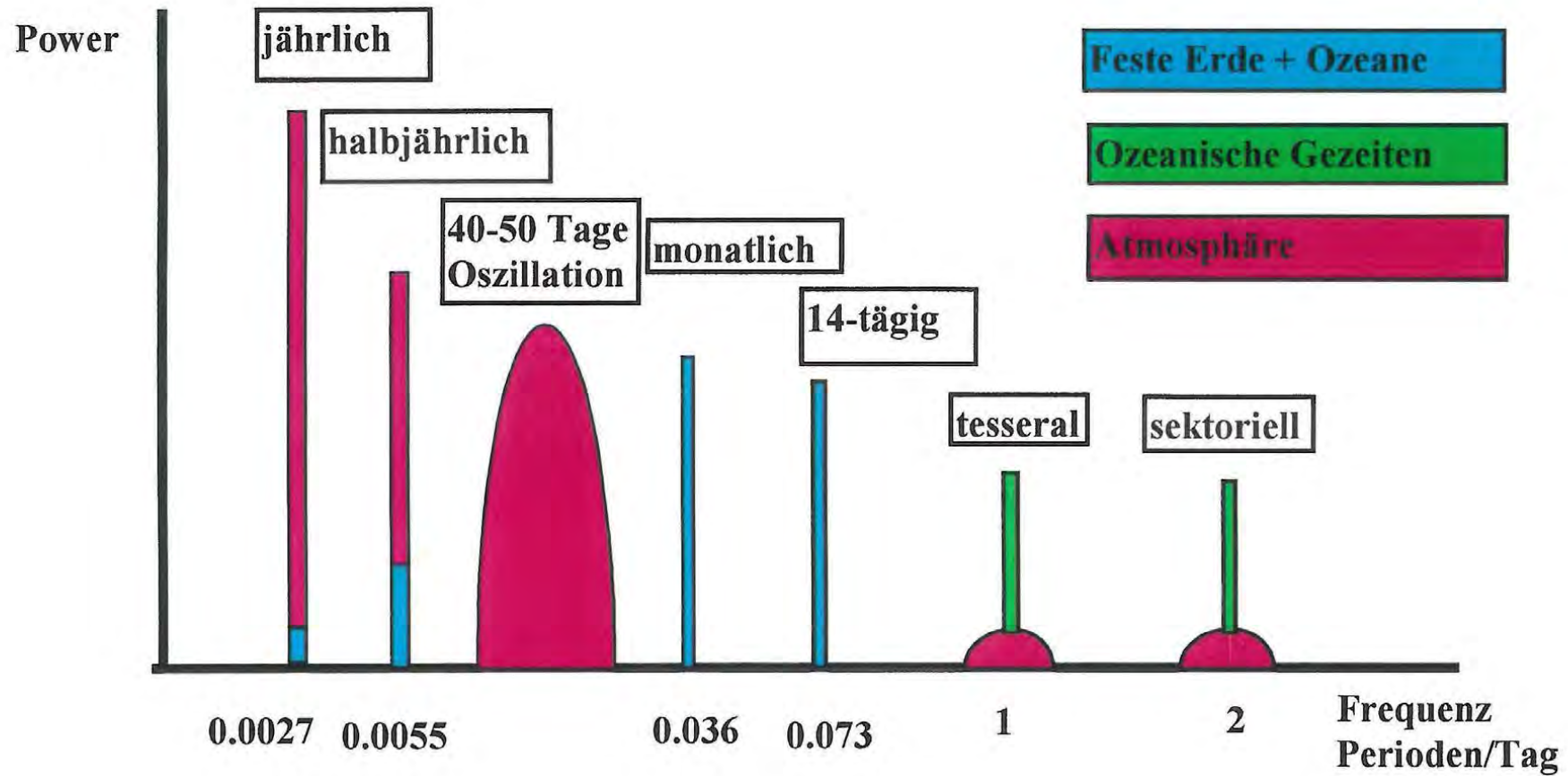


Abbildung 3: Schematisches Powerspektrum LOD



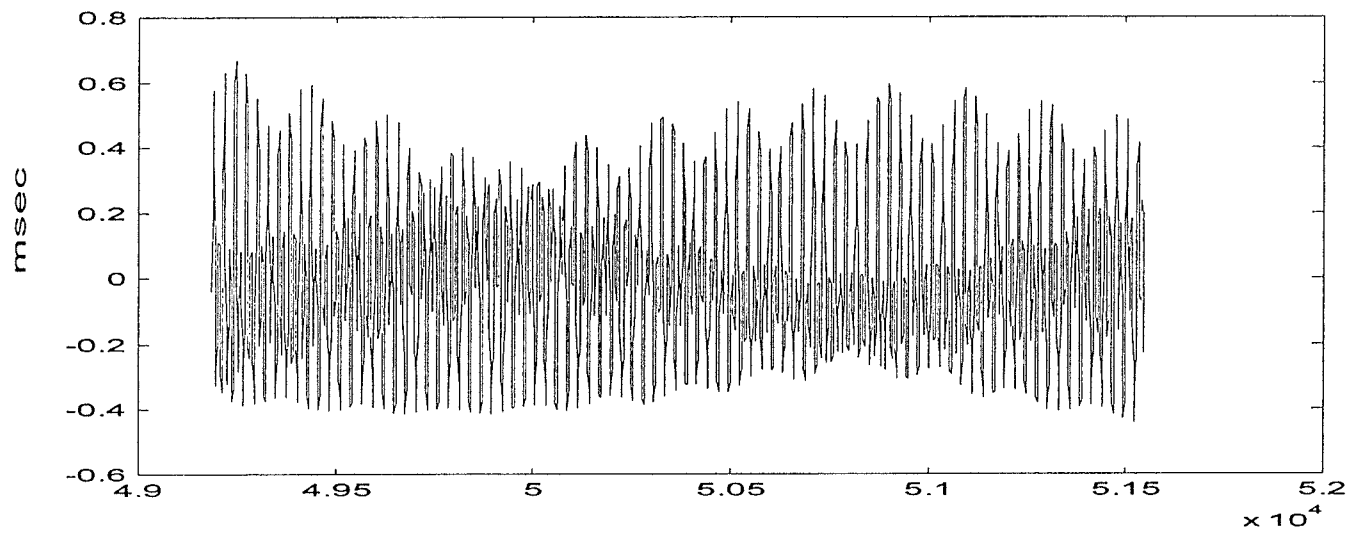
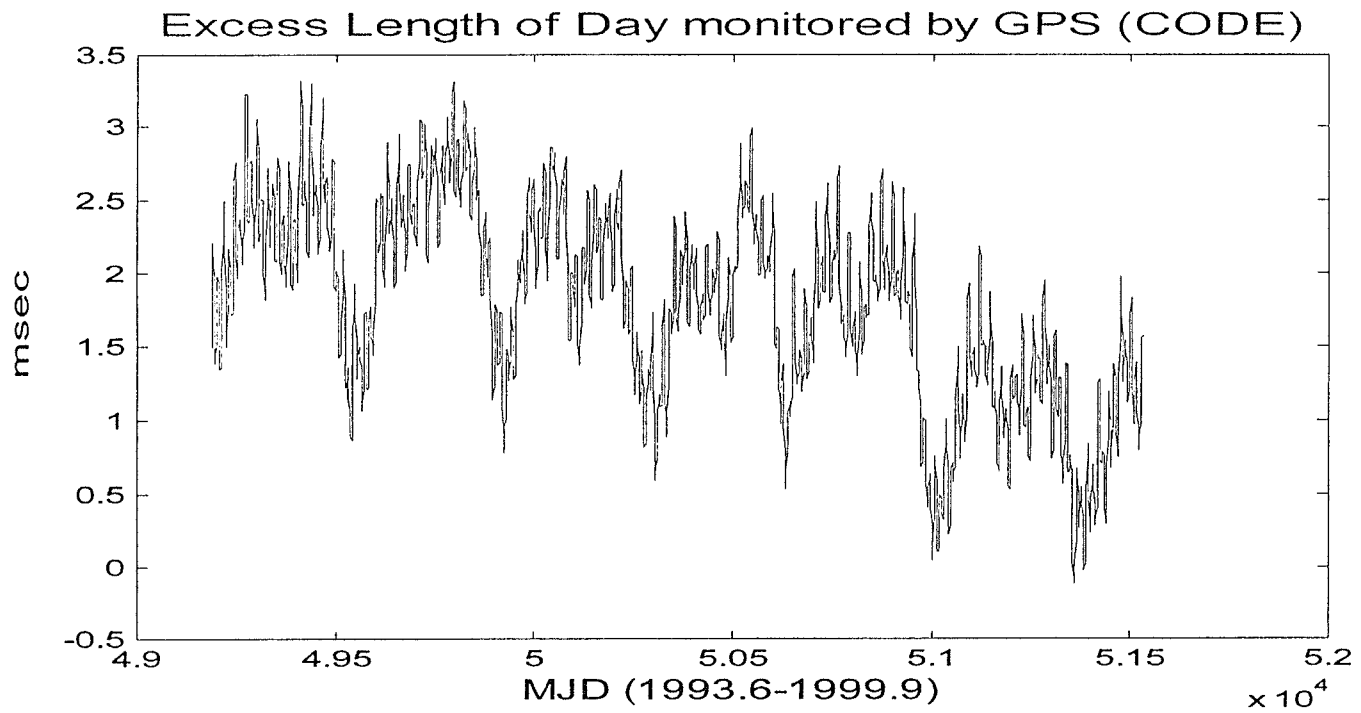


Abbildung 4a,b: LOD-Verlauf und zonaler Gezeitenanteil von 1993.6-1999.9

Jährliche LOD – Änderungen lassen sich fast vollständig auf die Variationen zonaler Winde zurückführen. Die von internationalen Wetterdiensten zur Verfügung gestellte *effektive axiale Drehimpulsfunktion*  $\chi_{3,eff}$  zeigt eine mehr als 90% Korrelation mit den mit geodätischen Methoden gewonnenen Werten (Weber,1999). Die  $\chi_{3,eff}$  errechnen sich aus einer Integration der Massen- (Druck-) und Windterme über die gesamte Atmosphäre. Der ozeanische Beitrag zu jährlichen LOD-Schwankungen ist zu vernachlässigen (dies ist allerdings nicht der Fall für die Polbewegung). Die in Abbildung 4a auffallende wiederkehrende Struktur mit einer Amplitude von 0.5-0.8 msec (seasonal oscillation) setzt sich genaugenommen aus einem jährlichen und einem etwas kleineren halbjährlichen Term zusammen. Wenngleich wir im halbjährlichen Term einen durchaus bemerkenswerten gezeitengetriebenen Anteil haben, gelten ebenfalls Wind- und Druckvariationen als seine Hauptverursacher.

Eine Spektralanalyse der Funktionswerte in Abbildung 4a würde sofort dominierende Anteile bei rund 13.7 und 27.6 Tagen ausweisen. Diese gehören zu den sogenannten ‚zonalen Gezeitentermen mit Perioden kleiner als 35 Tagen‘. Üblicherweise werden diese UT1 bzw.LOD-Variationen, basierend auf einem einfachen Modell der elastischen Deformation der Erde (Änderung des Trägheitstensors), zur einfacheren Interpolation von den Meßwerten abgezogen. Abbildung 4.b zeigt genau den Verlauf des auf eine Arbeit von (Yoder et al.,1981) zurückgehenden Modells. In neueren Serien wird auch der ozeanische Anteil in diesen Termen berücksichtigt. Der Effekt der vernachlässigten Glieder mit längeren Perioden reduziert sich im wesentlichen auf einen halbjährlichen Term mit einer Amplitude von 0.2 msec.

Wenig genaues ist über die breitbandigen Variationen mit Perioden zwischen 40-50 Tagen bekannt. Sie zeigen max. Amplituden um rund 0.2 msec in LOD und scheinen jahreszeitlich verschieden stark ausgeprägt aufzutreten. So ist nur ihr atmosphärischer Ursprung ziemlich gesichert und die Tatsache, daß derartige Variationen vor allem zur Winterzeit auf der nördlichen Hemisphäre leicht nachweisbar sind. Die Wavelet Analyse einer ausreichend langen von VLBI und GPS bestimmten LOD Zeitreihe wäre wohl lohnend. Derzeit wird versucht, über die Berechnung atmosphärischer Drehimpulsfunktionen (siehe oben, auch mit AAM bezeichnet) für verschiedene geographische Zonen und Jahreszeiten dem Phänomen auf den Grund zu gehen.

Im hochfrequenten Bereich (tägliche und halbtägliche Terme) dominiert eindeutig die Interaktion der Ozeane mit der festen Erde. Gezeitengetriebene Strömungen und Meereshöhenänderungen rufen einen relativen ozeanischen Drehimpuls hervor, auf den die feste Erde (wegen das Satzes von der Erhaltung des Drehimpulses des Gesamtsystems) nur mit Rotationsschwankungen antworten kann. GPS ist schon allein wegen der in den 90-er Jahren unübertroffenen zeitlichen Auflösung der LOD-Meßreihen der ideale Sensor zum Nachweis dieser Schwankungen. So steht am CODE-Analysezentrum seit 1996 neben der offiziellen täglichen Schätzung auch eine ununterbrochenen Meßreihe mit 2-Stundenauflösung zur Verfügung. Der Autor arbeitet derzeit an einer weiteren Verfeinerung der Zeitreihen. Die Ergebnisse der Schätzung der Amplituden von 41 Termen eines ozeanischen Gezeitenmodells basierend auf 3-jährigen GPS-Messungen können in (Rothacher et al., 2000) nachgelesen werden. Es sei nur in aller Kürze erwähnt, daß die halbtägliche Mondtide  $M_2$  mit einer Amplitude von rund 0.2 msec/d die größten LOD-Schwankungen hervorruft und die Übereinstimmung der geschätzten Amplituden mit einem aus TOPEX/Poseidon Altimeterdaten abgeleiteten Modell besser als  $\pm 1\mu s$  ist.

Gehen wir nochmals zu den Abbildungen 4 zurück und ziehen den in 4b ausgewiesenen Anteil von der Grundserie ab. Wir erhalten somit sofort die in Abbildung 5 (oben) dargestellte Differenzserie der ‚atmosphärengetriebenen saisonalen Oszillationen‘. Sie zeigt uns z.B. sehr einfach, daß die Erde immer in der Zeit von Ende Juni bis Anfang August um rund 1-1.5 msec/Tag schneller rotiert als in den restlichen Monaten. Üblicherweise wird nun eine aus vielen jährlichen Schwankungen gemittelte Standardkurve (standard seasonal oscillation) abgezogen um noch spezielle saisonale Effekte herauszufiltern. Ein derartiges Ereignis war sicher der El-Nino der Jahre 1997-1998. Während eines El-Nino brechen die üblicherweise starken Westwinde in mittleren Breiten zusammen und warme Wasserströme aus dem westlichen Pazifik erreichen die Küste von Südamerika. Die zusätzlichen Wassermassen können unter anderem sehr einfach mit Altimetermessungen nachgewiesen werden. Dieser Effekt ändert nicht nur das typische Jet-Strom Muster sondern zieht auch weltweit die bekannten schweren Wetteranomalitäten nach sich. Neben den erwähnten TOPEX/Poseidon Messungen können die Geodäten El-Nino auch durch Schätzungen der Tageslänge nachweisen. Der signifikante Anstieg des LOD bereits im April 1997 ist einer der ersten Vorboten eines El-Nino Ereignisses, ein anderer ist die anomale Umkehr der Druckverhältnisse an 2 Meßstellen im östlichen und westlichen Pazifik (Southern Oscillation). Die vom katastrophalen El-Nino der Jahre 1982-83 verursachte LOD Verlängerung war allerdings mit über 1 msec deutlich ausgeprägter als die hier gezeigte Erscheinung.

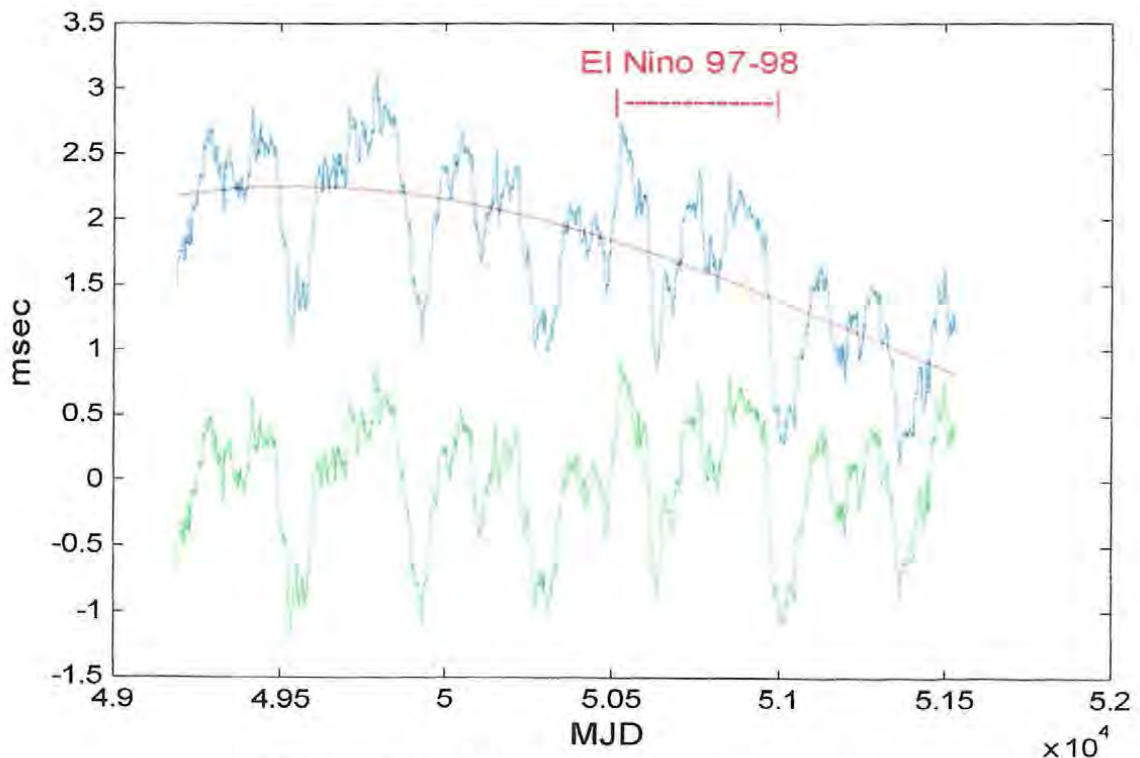


Abbildung 5: Saisonale LOD Schwankung (trendreduziert)

#### 4 Klimaänderung und LOD

Bretterbauer geht in seinem höchst interessanten Artikel (Bretterbauer, 1990a) von folgendem Gedankenexperiment aus. Er untersucht die Auswirkung der Verdunstung einer 1.5m dicken Wasserschicht der Weltmeere auf die geometrischen und physikalischen Parameter der Erde.

Es wird in dieser Schrift allerdings gleichzeitig darauf hingewiesen, daß die krasse Annahme rein der Ableitung qualitativer Aussagen dient und dieses Maß an Verdunstung quantitativ in keiner Weise in den nächsten hundert Jahren zu erwarten ist. Im Gegensatz zu Horrormeldungen verschiedener Medien, die sich mit schöner Regelmäßigkeit auch in den Aussagen zuständiger Politiker wiederfinden, gehen seriöse wissenschaftliche Arbeiten von einer Erwärmung der Troposphäre von  $1^{\circ} C$  in den letzten 20 Jahren und von einem mittleren Anstieg des Meeresspiegels um 1-2 mm/Jahr aus (der durchaus rein aus der Erwärmung der oberen Wasserschicht zu erklären wäre). Eine langfristige Extrapolation auf der Basis dieser Zahlen ist vorerst reine Spekulation.

Bretterbauer vermutet, im Gegensatz zu einigen Fachkollegen, als Folge der Erwärmung sogar eine Zunahme der Niederschläge in den Polarregionen und damit ein Anwachsen der Eismassen über Grönland und der Antarktis. Er teilt in seinen Berechnungen die Erde in rund 500 Gebiete, in denen Massenänderungen zu erwarten sind und ermittelt unter Berücksichtigung der Verschiebung des Erdkörpers in Bezug auf das Massenzentrum Isolinien der Meeresspiegeländerung. Ohne nun auf alle Details (wie z.B. die Tatsache, daß die Richtung des Verschiebungsvektors nur von der augenblicklichen Kontinentverteilung abhängt) der Arbeit eingehen zu können, sei noch die angegebene Änderung des Trägheitsmoments um die Rotationsachse C erwähnt. Da der Gesamtdrehimpuls erhalten bleibt (6), muß bei vermindertem C die Winkelgeschwindigkeit der Erde zunehmen und damit die Tageslänge abnehmen.

$$C \cdot \omega = 2\pi C / T = const. \quad (6)$$

Bei obiger Annahme ergibt sich eine Verkürzung des Tages um 15 msec. Die umgekehrte Annahme einer Erhöhung des Meeresspiegels um 5cm in 25 Jahren (eine pure lineare Extrapolation der obigen Zahlen; mehr Masse in achsferne Gebiete) durch Abschmelzung von Eismassen der Antarktis würde den Tag um 0.75 msec verlängern. Die Beobachtung von LOD kann also langfristig durchaus Aussagen zur Eisbilanz der Erde liefern, wenngleich ein Trend von  $30 \mu s$ /Jahr derzeit noch nicht von anderen langperiodischen Effekten (siehe Kapitel 3 und Abbildung 5) zu trennen ist.

## Literatur

- Bretterbauer K., 1982a: *Zur Länge des Urtages*. Gerlands Beiträge Geophysik, Band 91-3, pp 200-204, Leipzig.
- Bretterbauer K., 1982b: *Eismassenänderungen und Eustatisches Meeresspiegel*, Geowissenschaftliche Mitteilungen der Studienrichtung Vermessungswesen, TU-Wien, Heft 21, pp.17-31, Wien.
- Bretterbauer K., 1984a: *Expandiert die Erde*, Österr. Zeitschrift f. VuPh., Jahrgang 72, Heft 1984/3, pp. 81-91, Wien.
- Bretterbauer K., 1984b: *Die Rolle der Zeit in Astronomie und Geodäsie*, Begleitband zum Symposium 'Das Phänomen Zeit', pp. 43-63, Verlag Literas, Wien.
- Bretterbauer K., 1985a: *On the Paleo-Figure of the Earth*, Papers in Honour of Antal Tarczy-Hornoch, Sopron.
- Bretterbauer K., 1985b: *Die Figur der Erde ist ihre Geschichte*, DGK bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Berichte zur Vollsitzung im Nov.1984, pp. 234-247, München.

- Bretterbauer K., 1985c: *Die Zeit: Wichtigste Meßgröße der Geodäsie*, Institutsmittelungen des Instituts für Geodäsie der Univ. Innsbruck, Band 8, pp. 37-52, Innsbruck.
- Bretterbauer K., 1986: *Geodesy and Cosmogony*, Geodetic and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences, Sopron.
- Bretterbauer K., 1987a: *Geodäsie und Erdgeschichte*, Zeitschrift f. Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie; Vermessungstechnik, Heft 5/87, pp. 146-149, Berlin.
- Bretterbauer K., 1987b: *The Paleo-Rotation of the Earth*, Geodetic and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences, Winter Seminar on Geodynamics 87, pp. 1-26, Sopron.
- Bretterbauer K., 1987c: *Der Canon der Finsternisse und die Rotationsdauer der Erde*, Geod. Arbeiten der Österr. Kommission f.d. Internat. Erdmessung, Vol. V, pp. 37-47, Wien.
- Bretterbauer K., 1989a: *Treibhauseffekt und Erdfigur*, Text zum gleichnamigen Vortrag an der UniBW München am 20.Dez.1989.
- Bretterbauer K., 1989b: *Die Bewegungen der Erde*, Sternfreundeseminar 1989, pp. 29-74, Planetarium Wien.
- Bretterbauer K., 1989c: *Bedarf das Newton'sche Gravitationsgesetz einer Revision*, Österr. Zeitschrift f. VuPh., Jahrgang 77, Heft 1989/2, pp. 92-96, Wien.
- Bretterbauer K., 1990a: *Klima, Eis und Erdfigur*, Institutsmittelungen des Instituts für Geodäsie der Univ. Innsbruck, Band 14, pp. 93-110, Innsbruck.
- Bretterbauer K., 1990b: *The Effect of a Possible Change in Climate on the Earth's Figure*, Lecture Notes in Earth Sciences 29: Developments in Four-Dimensional Geodesy, pp. 100-109, Springer, Berlin.
- Bretterbauer K., 1993a: *Klimaentwicklung und Meeresniveau*, Nova Acta Leopoldina, NF 69, Nr.285, pp. 151-161, Halle.
- Bretterbauer K., 1993b: *LOD and the Figure of the Earth*, Wiss. Zeitschrift der TU-Dresden, Heft 6, pp. 52-55, VIII. Int. Lohrmann Symposium, Dresden.
- Dehant et al., 1999: *Considerations concerning the non-rigid Earth Nutation Theory*, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, Vol. 72, pp. 245-310, Kluwer Academic Publishers, Niederlande.
- Denis C., Varga P., 1990: *Tectonic Consequences of the Earth's Variable Rotation on Geological Time Scales*, in Brosche, Sündermann *Earth's Rotation from Eons to Days*, Springer Verlag, Berlin.
- Dickey J.O., 1993: *Atmospheric Excitation of the Earth Rotation: Progress and Prospects Via Space Geodesy*, in Contributions of Space Geodesy to Geodynamics; Earth Dynamics, AGU Geodynamics Series, Volume 24, pp. 55-70, Washington.
- Eubanks T.M., 1993: *Variations in the Orientation of the Earth*, in Contributions of Space Geodesy to Geodynamics; Earth Dynamics, AGU Geodynamics Series, Volume 24, pp. 1-54, Washington.
- Hefty J., Rothacher M., Springer T., Weber R. and Beutler G.: *Analysis of the First Year of Earth Rotation Parameters with a Sub-Daily Resolution gained at the CODE Processing Center of the IGS*, accepted by JGR.
- McCarthy D.D., 1996: *IERS Conventions 1996*, IERS Technical Note 21, Paris.
- Rothacher M., Beutler G., Herring T., and Weber R., 1999: *Estimation of Nutation Using the Global Positioning System*. Journal of Geophysical Research, Vol. 104, No. B3, pp 4835-4859.
- Rothacher M., Beutler G., Weber R., and Hefty J., 2000: *High-Frequency Earth Rotation Variations from Three Years of Global Positioning System Data*, accepted by JGR.
- Stephenson F.R., Morrison L.V., 1984: *Long term changes in the rotation of the Earth: 700 B.C. to A.D. 1980*, Phil. Trans. Roy. Soc. London A313, London.

- Varga P., Denis C., and Varga T., 1993: *On temporal variations in the earth tidal despinning rate*, *Wiss.Z. Techn. Univ. Dresden* 42, Heft 6, Dresden.
- Wahr J.M., 1981: *The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth*, *Geophys. J. R. Astron. Society*, Vol. 64, pp. 705-727, London.
- Weber. R., and Rothacher M., 1998: *High Frequency Earth Rotation Variations over the CONT96 Period deduced from GPS-data*. Proceedings of the Journées 1998, pp. 269-270, Editors: J.Vondrak, N.Capitaine, Observatoire de Paris.
- Weber, R., 1999: *The Ability of the GPS to Monitor Earth Rotation Variations*, *Acta Geodaetica et Geophysica Hungaria*, Vol. 34, Nr.4, pp. 457-473, Budapest.
- Yoder C.F., Williams J.G., and Parke M.E., 1981: *Tidal Variations of Earth Rotation*, *JGR*, Vol 86, pp. 881-891.
- IGS- Central Bureau: <http://igs.cb.jpl.nasa.gov>

# GEOWISSENSCHAFTLICHE MITTEILUNGEN

Bisher erschienen:

- Heft 1 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen. 1970 - 1973, Dezember 1973.
- Heft 2 EGGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Taschenrechner HP 45 und HP 65, Programme und Anwendungen im Vermessungswesen. 1. Auflage, März 1974, Special Edition in English, Juli 1974, 2. verbesserte Auflage, November 1974.
- Heft 3 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1973 - 1974, September 1974.
- Heft 4 EGGER-PALFINGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Tektronix-Tischrechner TEK 31, Programmbibliothek für den Einsatz im Vermessungswesen, November 1974.
- Heft 5 K.LEDERSTEGER, Die horizontale Isostasie und das isostatische Geoid, Februar 1975.
- Heft 6 F.REINHART, Katalog von FK4 Horrebow-Paaren für Breiten von +30 bis +60, Oktober 1975.
- Heft 7 Arbeiten aus dem Institut für Höhere Geodäsie, Wien, Dezember 1975.
- Heft 8 Veröffentlichungen des Instituts für Photogrammetrie zum XIII. Internationalen Kongreß für Photogrammetrie in Helsinki 1976, Wien, Juli 1976.
- Heft 9 W.PILLEWIZER, Felsdarstellung aus Orthophotos, Wien, Juni 1976.
- Heft 10 PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Der Einsatz des programmierbaren Taschenrechners Texas Instruments SR-52 mit Drucker PC100 in ingenieurgeodätischen Rechentechnik, Wien, Mai 1976.
- Heft 11 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1974 - 1976, November 1976.
- Heft 12 Kartographische Vorträge der Geodätischen Informationstage 1976, Wien, Mai 1977.
- Heft 13 Veröffentlichung des Instituts für Photogrammetrie anlässlich des 80. Geburtstages von Prof.Dr.h.c.K.Neumaier, Wien, Januar 1978.
- Heft 14 L.MOLNAR, Self Checking Analytical Relative Orientation and Strip Formation, Wien, Dezember 1978.
- Heft 15 Veröffentlichung des Instituts für Landesvermessung anlässlich des 80. Geburtstages von Prof.Dr.Alois Bavor, Wien, Januar 1979.
- Heft 16 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1976 - 1978, Wien, November 1979.
- Heft 17 E.VOZIKIS, Die photographische Differentialumbildung Flächen mit Beispielen aus der Architekturbildmessung, Wien, Dezember 1979.
- Heft 18 Veröffentlichung des Instituts für Allgemeine Geodäsie anlässlich des 75. Geburtstages von Prof.Dipl.Ing.Dr.F.Hauer, Die Höhe des Großglockners, Wien, 1981.

- Heft 19 H.KAGER, Bündeltriangulation mit indirekt beobachteten Kreiszentren, Wien, April 1981.
- Heft 20 Kartographische Vorträge der Geodätischen Informationstage 1980, Wien, Mai 1982.
- Heft 21 Veröffentlichung des Instituts für Kartographie anlässlich des 70. Geburtstages von Prof.Dr.Wolfgang Pillewizer: Glaziologie und Kartographie, Wien, Dezember 1982.
- Heft 22 K.TEMPFLI, Genauigkeitsschätzung digitaler Höhenmodelle mittels Spektralanalyse, Wien, Mai 1982.
- Heft 23 E.CSAPLOVICS, Interpretation von Farbinfrarotbildern, Wien, November 1982.
- Heft 24 J.JANSA, Rektifizierung von Multispektral-Scanneraufnahmen -Entwicklung und Erprobung eines EDV-Programms, Wien, Mai 1983.
- Heft 25 Zusammenfassung der Diplomarbeiten, Dissertationen und Habilitationen an den geodätischen Instituten der TU Wien, Wien, November 1984.
- Heft 26 T.WUNDERLICH, Die voraussetzungsfree Bestimmung von Refraktionswinkeln, Wien, August 1985.
- Heft 27 G.GERSTBACH (Hrsg.), Geowissenschaftliche/geotechnische Daten in Landinformationssystemen - Bedarf und Möglichkeiten in Österreich, Juni 1986.
- Heft 28 K.NOVAK, Orientierung von Amateuraufnahmen ohne Paßpunkte, Wien, August 1986.
- Heft 29 Veröffentlichung des Instituts für Landesvermessung und Ingenieurgeodäsie, Abt. Ingenieurgeodäsie, anlässlich des 80. Geburtstages von Prof.Dipl.Ing.Dr.F.Hauer, Wien, Oktober 1986.
- Heft 30 K.-H.ROCH, Über die Bedeutung dynamisch ermittelter Parameter für die Bestimmung von Gesteins- und Gebirgseigenschaften, Wien, Februar 1987.
- Heft 31 G. HE, Bildverbesserung mittels digitaler Filterung, Wien, April 1989.
- Heft 32 F.SCHLÖGELHOFER, Qualitäts- und Wirtschaftlichkeitsmodelle für die Ingenieurphotogrammetrie, Wien, April 1989.
- Heft 33 G.GERSTBACH (Hrsg.), Geowissenschaftliche/geotechnische Daten in Landinformationssystemen - Datenbestände und Datenaustausch in Österreich, Wien, Juni 1989.
- Heft 34 F.HOCHSTÖGER, Ein Beitrag zur Anwendung und Visualisierung digitaler Geländemodelle, Wien, Dezember 1989.
- Heft 35 R.WEBER, Lokale Schwerefeldmodellierung unter Berücksichtigung spektraler Methoden zur Geländereduktion, Wien, April 1990.
- Heft 36 o.Prof.Dr.Hans Schmid zum 70. Geburtstag. Veröffentlichung der Abteilung für Landesvermessung, Wien, Oktober 1990.
- Heft 37 G.GERSTBACH, H.P.HÖLLRIEGL und R.WEBER, Geowissenschaftliche Informationsbörse - Eine Nachlese zu GeoLIS II, Wien, Oktober 1990.
- Heft 38 R.ECKER, Rastergraphische Visualisierungen mittels digitaler Geländemodelle, Wien, August 1991.
- Heft 39 Kartographische Forschungen und Anwendungsorientierte Entwicklungen, herausgegeben von W.Stams und F.Kelnhofner zum 80. Geburtstag von Prof.Dr.W.Pillewizer, Wien, Juli 1991.



- Heft 39a W.RIEGER, Hydrologische Anwendungen des digitalen Geländemodelles, Wien, Juli 1992.
- Heft 40 K.STEINNOCHER, Methodische Erweiterungen der Landnutzungs-klassifikation und Implementierung auf einem Transputer Netzwerk, Wien, Juli 1994.
- Heft 41 G.FORKERT, Die Lösung photogrammetrischer Orientierungs- und Rekonstruktionsaufgaben mittels allgemeiner kurvenförmiger Elemente, Wien, Juli 1994.
- Heft 42 M.SCHÖNER, W.SCHÖNER, Photogrammetrische und glaziologische Untersuchungen am Gâsbre (kErgebnisse der Spitzbergenexpedition 1991), Wien, Mai 1996.
- Heft 43 M.ROIC. Erfassung von nicht signalisierten 3D-Strukturen mit Video-theodoliten, Wien, April 1996.
- Heft 44 G.RETSCHER, 3D-Gleiserfassung mit einem Multisensorsystem und linearen Filterverfahren, Wien, April 1996.
- Heft 45 W.DAXINGER, Astrogravimetrische Geoidbestimmung für Ingenieurprojekte, Wien, Juli 1996
- Heft 46 M.PLONER, CCD-Astrometrie von Objekten des geostationären Ringes, Wien, November 1996
- Heft 47 Zum Gedenken an Karl Killian "Ingenieur" und "Geodät" 1903-1991, Veröffentlichung der Fachgruppe Geowissenschaften, Wien, Februar 1997.
- Heft 48 A.SINDHUBER, Ergänzung und Fortführung eines digitalen Landschaftsmodelles mit multispektralen und hochauflösenden Fernerkundungsaufnahmen, Wien, Mai 1998.
- Heft 49 W.WAGNER, Soil Moisture Retrieval from ERS Scatterometer Data, Wien, Dezember 1998.
- Heft 50 R.WEBER, E.FRAGNER (Editoren), Prof. K.Bretterbauer, Festschrift zum 70.Geburtstag, Wien, August 1999.