

**Studienrichtung Vermessungswesen  
Technische Universität Wien**

**GEOWISSENSCHAFTLICHE  
MITTEILUNGEN**

**Heft 28**

**Orientierung von Amateuraufnahmen  
ohne Paßpunkte**

**von  
K. NOVAK**

**Veröffentlichung des Institutes für Photogrammetrie**

**Geowiss. Mitt.  
28, 1986**

**Wien, im August 1986**

Herausgeber und Verleger: o. Prof. Dr. Ing. K. Kraus  
Vorstand des Institutes für Photogrammetrie  
der Technischen Universität Wien  
A-1040 Wien, Gußhausstraße 27-29

Die Kosten für den Druck wurden aus der ordentlichen Dotation und aus eigenen Einnahmen des Instituts für Photogrammetrie der TU Wien getragen.

Einband: Fa. F. Manhardt, Wien

Druck: ÖHTUW - Vervielfältigung, Wien

Auflage: 300 Stück

## KURZFASSUNG

In der terrestrischen Photogrammetrie sind oft Bildverbände vorhanden, die mittels Bündeltriangulierung iterativ verknüpft werden können. Zur Bestimmung der inneren und äußeren Orientierung benötigt man üblicherweise Paßpunkte am Objekt; für die Unbekannten des Ausgleichs müssen Näherungswerte eingeführt werden.

In dieser Arbeit werden Algorithmen angegeben, die es ermöglichen, die Orientierungselemente nur aus den Bildkoordinaten zu ermitteln. Diese Verfahren setzen weder Näherungswerte noch Paßpunkte voraus, man muß allerdings gewisse Informationen über das abgebildete Objekt besitzen. Die Feldarbeit reduziert sich somit auf das Photographieren des Objekts und die Messung einer Referenzstrecke.

Es wird ein Algorithmus präsentiert, der die relative Orientierung zweier Meßaufnahmen eines ebenen Vierecks ermöglicht. Zur Ermittlung eines Skalierungsfaktors muß eine Strecke am Objekt bekannt sein. Daraus ergibt sich ein Verfahren zur Bestimmung der Kammerkonstanten aus drei Amateurbildern. Sind im Objektraum orthogonale Richtungen bekannt, so kann die gesamte innere Orientierung berechnet werden. Diese Methode wird aus einem graphischen Verfahren der darstellenden Geometrie abgeleitet und für photogrammetrische Zwecke adaptiert.

Für die genannten Verfahren werden Genauigkeitsuntersuchungen durchgeführt und etwaige gefährliche Aufnahmeanordnungen beschrieben. An praktischen Beispielen werden die Algorithmen erprobt und Näherungswerte für einen anschließenden Bündelausgleich ermittelt. Ein Vergleich der Ergebnisse zeigt, daß diese Verfahren für viele Anwendungen direkt eingesetzt werden können.

## ABSTRACT

In terrestrial photogrammetry image blicks are connected by numerical methods of bundle triangulation. To find the parameters of the interior and exterior orientation, control points are necessary at the object; approximate values of the unknowns are used for adjustment.

In this work new approaches are presented to derive the orientation parameters from image coordinates only. For these methods neither approximate values nor control points are required; certain information about the object is needed, however. Thus fieldwork can be reduced to photographing the object and measuring a reference distance.

First an algorithm is described which can be used for the relative orientation of two metric photographs of a plane object. One distance at the object is required as a scaling factor. This method has been extended to determine the principal distance of amateur cameras. If orthogonal directions are available at the object, the whole interior orientation can be calculated. This algorithm is derived from a graphical technique of descriptive geometry and adapted for photogrammetry.

For the new methods accuracy tests are made and weak positioning of images is pointed out. The algorithms are practically tested using amateur photographs of two buildings. By comparing the results with bundle adjustment, it can be seen that these new techniques may directly be used for many applications.

## INHALTSVERZEICHNIS

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 0       | VORWORT . . . . .   | 6  |
| 1       | EINLEITUNG . . . . .  | 7  |
| 2       | ORIENTIERUNG VON AUFNAHMEN EBENER OBJEKTE . . . . .                                   | 9  |
| 2.1     | EINE METHODE ZUR RELATIVEN ORIENTIERUNG VON<br>MESSBILDERN . . . . .                  | 10 |
| 2.1.1   | Kollineare Beziehung zwischen den Bildern . . .                                       | 10 |
| 2.1.2   | Einander entsprechende orthogonale Basisvektoren                                      | 11 |
| 2.1.3   | Aufsuchen einer Modellebene parallel zum Objekt                                       | 14 |
| 2.1.4   | Orientierung der Bilder zueinander . . . . .  | 16 |
| 2.2     | AUFFINDEN DER RICHTIGEN LÖSUNG . . . . .  | 19 |
| 2.2.1   | mit Halbstrahlen . . . . .  | 20 |
| 2.2.2   | mit Flächenvergleich . . . . .  | 23 |
| 2.2.3   | mit Objektinformationen . . . . .   | 23 |
| 2.3     | SINGULARITÄTEN UND GEFÄHRLICHE ÖRTER . . . . .  | 24 |
| 2.3.1   | Zwei Projektionszentren auf einer Normalen zur<br>Objektebene . . . . .               | 24 |
| 2.3.2   | Singularitäten und deren Ursachen . . . . .   | 27 |
| 2.3.2.1 | Singularitäten wegen schlechter Anordnung der<br>Objektpunkte . . . . .               | 27 |
| 2.3.2.2 | Singularitäten wegen schlechter<br>Aufnahmeanordnungen . . . . .                      | 28 |
| 2.4     | ERMITTLUNG DER KAMMERKONSTANTEN GEMEINSAM MIT DER<br>RELATIVEN ORIENTIERUNG . . . . . | 31 |
| 2.4.1   | Kammerkonstante als Parameter einer Funktion . .                                      | 31 |
| 2.4.2   | Bestimmung der Nullstelle dieser Funktion . . .                                       | 33 |
| 2.4.3   | Genauigkeitsbetrachtungen . . . . .   | 35 |
| 2.4.3.1 | Einfluß der Bildkoordinatengenauigkeit . . . .  | 36 |
| 2.4.3.2 | Hauptpunktverschiebung . . . . .  | 39 |
| 2.4.3.3 | Objektunebenheit . . . . .  | 40 |
| 3       | INNERE ORIENTIERUNG AUS ORTHOGONALITÄTSBEDINGUNGEN                                    | 42 |
| 3.1     | GEOMETRISCHE GRUNDLAGEN . . . . .   | 42 |
| 3.2     | ORTHOGONALE VEKTORENPAARE AM OBJEKT . . . . .   | 44 |
| 3.3     | BERECHNUNG DER INNEREN ORIENTIERUNG . . . . .   | 45 |
| 3.4     | GEFÄHRLICHE AUFNAHMEANORDNUNGEN . . . . .   | 50 |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 3.5   | GENAUIGKEITSBETRACHTUNGEN . . . . .                          | 51 |
| 3.5.1 | Einfluß der Bildkoordinatengenauigkeit . . . . .             | 52 |
| 3.5.2 | Hauptpunktverschiebung . . . . .                             | 53 |
| 3.5.3 | Abweichungen von der Orthogonalitätsbedingung . . . . .      | 54 |
| 3.5.4 | Fehlerverhalten am gefährlichen Ort . . . . .                | 60 |
| 3.6   | MODELLBILDUNG . . . . .                                      | 61 |
| 4     | ANWENDUNGSBEISPIELE . . . . .                                | 63 |
| 4.1   | ERMITTLUNG DER INNEREN ORIENTIERUNG . . . . .                | 63 |
| 4.2   | RELATIVE ORIENTIERUNG . . . . .                              | 66 |
| 4.2.1 | Bündel "Musikverein" . . . . .                               | 66 |
| 4.2.2 | Bündel "Secession" . . . . .                                 | 69 |
| 4.3   | GENAUIGKEITEN DER ERGEBNISSE . . . . .                       | 75 |
| 4.3.1 | Fehlergrößen aus Redundanzen . . . . .                       | 75 |
| 4.3.2 | Fehlergrößen aus einer Simulation . . . . .                  | 76 |
| 4.4   | FOLGERUNGEN AUS DEN PRAKTISCHEN TESTS . . . . .              | 80 |
| 5     | SCHLUSSFOLGERUNGEN UND ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN . . . . .     | 82 |
| 6     | ANHANG A: GEOMETRISCHE DEUTUNG DER BEIDEN LÖSUNGEN . . . . . | 84 |
| 7     | ANHANG B: BEISPIELE ZU DEN FUNKTIONSKURVEN . . . . .         | 86 |
| 8     | LITERATUR . . . . .  | 90 |
| 9     | LEBENS LAUF . . . . .  | 93 |

## 0 VORWORT

Die vorliegende Arbeit wurde in den Jahren 1985/86 am Institut für Photogrammetrie der TU Wien angefertigt.

Seit längerem existiert am Institut ein Programm zur Bündeltriangulation (ORIENT), welches die Orientierung beliebig geneigter photographischer Aufnahmen ermöglicht. Da zum Bündelausgleich Näherungswerte der unbekanntenen Orientierungsparameter benötigt werden, war man bestrebt, einfache Algorithmen zu finden, um diese bestimmen zu können. Ausgehend von einem Aufsatz von Prof. Dr. W. Wunderlich, der sich mit der Entzerrung ebener Vierecke aus zwei Photographien beschäftigt, wurden direkte Verfahren zur Ermittlung der Orientierungsparameter abgeleitet. Diese werden in der Arbeit ausführlich beschrieben. An praktischen Beispielen soll demonstriert werden, daß die entwickelten Methoden für viele Zwecke direkt verwendet werden können und ein Bündelausgleich oft nicht notwendig ist.

Für die Anregung dieser wissenschaftlichen Arbeit und die Möglichkeit, während der Studienzeit als Vertragsassistent am Institut tätig zu sein, möchte ich Herrn Prof. Dr. K. Kraus danken. Herrn Prof. Dr. H. Stachel, dem Vorstand des Instituts für Geometrie im Maschinenwesen, danke ich für die Übernahme des Koreferats und das rege Interesse am praktischen Einsatz der darstellenden Geometrie für photogrammetrische Zwecke \*). Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Dr. H. Kager für seine konstruktiven Anregungen zur Programmierung der Algorithmen, sowie bei Herrn Dipl. Ing. R. Kalliany und Herrn R. Gustavik für die Ausarbeitung der Photographien.

---

\*) Diese Arbeit wird bei der technisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Technischen Universität Wien zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der technischen Wissenschaften eingereicht.

## 1 EINLEITUNG

In der terrestrischen Photogrammetrie werden häufig Amateurkamern benutzt, die durch ihr geringes Gewicht und ihre kompakte Bauweise wesentlich handlicher sind als Meßkamern. Sie werden vor allem von Anwendern, die sich vor den relativ komplizierten und teuren Meßkamern scheuen, in der Architektur-, Archäologie- und Verkehrsunfallphotogrammetrie eingesetzt. Die Auswertung der Aufnahmen stellt für den Benutzer ein großes Problem dar. Üblicherweise wird sowohl die Lage der Aufnahmeorte und die Stellungen der Bilder zum Objektkoordinatensystem (äußere Orientierung), als auch die Lage des Aufnahmeortes zur Bildebene (innere Orientierung) mit Hilfe des Bündelausgleichs berechnet. Hierzu sind Paßpunkte, die mit geodätischen Meßverfahren bestimmt werden, und Näherungswerte für die Parameter der inneren und äußeren Orientierung notwendig. Diese Näherungswerte werden meist grob geschätzt oder ebenfalls geodätisch ermittelt, wodurch die Photogrammetrie von Feldmessungen abhängig wird.

Es ist Ziel dieser Arbeit, Verfahren anzugeben, die nur mit den Bildkoordinaten, unabhängig von Näherungswerten und Paßpunkten, eine Orientierung erlauben. Alle erforderlichen Informationen sollen aus den Bildern bezogen werden, um so den Einsatz der Bildmessung für Nichtphotogrammeter wesentlich zu vereinfachen.

In der Literatur wird diese Problemstellung nach Fachgebieten getrennt behandelt. Zum einen gibt es Ansätze der Darstellenden Geometrie, die sich mit der Entzerrung von Perspektiven beschäftigen (z.B.: Müller, Kruppa, 1961; Schmidt, 1911; Wunderlich, 1966). Da es sich um graphische Verfahren handelt, können sie in der analytischen Photogrammetrie nicht unmittelbar eingesetzt werden. Zum anderen werden viele Methoden zur Selbstkalibrierung veröffentlicht, die meist drei Bilder benötigen und immer in einem Bündelausgleich gipfeln, weshalb Näherungswerte notwendig sind (Jacobi, 1968; Kölbl, 1972; Wester-Ebbinghaus, 1983).



Zur Berechnung der gegenseitigen Lage zweier Bilder (relative Orientierung) geben Rinner (1963), Stefanovic (1973), van den Hout (1976) und Hoffmann-Wellenhof (1978) Lösungen an, die im Prinzip keine Näherungswerte benötigen; sie sind verhältnismäßig kompliziert und erfordern eine große Anzahl von Verknüpfungspunkten. Es existieren auch Ansätze, die jeweils für eine spezielle Aufgabe das Orientierungsproblem lösen. Rawiel (1980) verwendet einen rechteckigen Paßpunktrahmen zur Bestimmung der inneren Orientierung in der Nahbereichsphotogrammetrie, während Ethrog (1984) einen ähnlichen Algorithmus auf Einzelbilder quaderförmiger Gebäude anwendet. K. Killian (1984) und W. Wunderlich (1982) leiten Methoden zur Entzerrung ebener Objekte ab, die zur relativen Orientierung erweitert werden können, aber stets Meßbilder voraussetzen.

In den folgenden Kapiteln wird gezeigt, daß durch Kombination von Speziallösungen allgemeinere Orientierungsverfahren abgeleitet werden können. Es wird beschrieben, wie mit dem Algorithmus zur Entzerrung von vier in einer Ebene liegenden Punkte sowohl die relative Orientierung als auch die Kammerkonstante aus drei Bildern berechnet werden können. Ausgehend von den graphischen Methoden der darstellenden Geometrie wird die innere Orientierung mittels Orthogonalitätsbedingungen aus einem oder mehreren Bildern abgeleitet.

Die Orientierungsverfahren unterliegen folgenden Einschränkungen: Die Verzeichnungskorrektur wird bei der Bestimmung der inneren Orientierung vernachlässigt. Sie ist nicht notwendig, weil das Verfahren vor allem zur Ermittlung von Näherungswerten für einen anschließenden Bündelausgleich verwendet wird und hier ohnehin ein Verzeichnungspolynom definiert werden kann. Die zweite Einschränkung betrifft die Objektform. Es müssen entweder vier Punkte in einer Ebene oder aufeinander normal stehende Vektoren bekannt sein. Somit ergibt sich als Haupteinsatzfeld der neuen Orientierungsverfahren die terrestrische Photogrammetrie und die Architekturbildmessung, wo die genannten Objektformen häufig auftreten.

## 2 ORIENTIERUNG VON AUFNAHMEN EBENER OBJEKTE

Die relative Orientierung zweier photographischer Aufnahmen zueinander ist ein fundamentales Problem der Photogrammetrie. Ist die innere Orientierung der Bilder bekannt, so versucht man aus den Schnittbedingungen für fünf Paare homologer Strahlen die gegenseitige Orientierung zu ermitteln. Werden mehr als fünf Punkte angemessen, ist ein Ausgleich möglich (Kraus, 1982, Kap.4.2.3.1). Da solche iterative Verfahren sowohl zeit- als auch rechenaufwendig sind und Näherungswerte benötigen, ist man bemüht, Algorithmen einzusetzen, die eine direkte Lösung finden.

Unter der speziellen Voraussetzung, daß man vier in einer Ebene liegende Punkte in zwei Bildern anmessen kann, ist eine geschlossene Lösung der relativen Orientierung möglich. Dieses Problem wurde schon 1926 von Labussierie und 1937 von Weidmann behandelt, aber als zu kompliziert für die praktische Anwendung angesehen. Die vorgeschlagenen Lösungen sind nur aus theoretischer Sicht von Interesse. Erst die EDV ermöglicht einen sinnvollen Einsatz einer von Wunderlich (1983) modifizierten Version, die vor allem zur Entzerrung ohne Paßpunkte verwendet wird (Kager, Kraus, Novak, 1985).

Im folgenden wird dieser Algorithmus nur mehr kurz beschrieben. Es soll vielmehr gezeigt werden, wie er zur voraussetzungsfreien Orientierung auch bei unbekannter Kammerkonstante eingesetzt werden kann und welche Probleme dabei auftreten.

## 2.1 EINE METHODE ZUR RELATIVEN ORIENTIERUNG VON MESSBILDERN

### 2.1.1 Kollineare Beziehung zwischen den Bildern

Man nimmt an, daß ein ebenes Viereck (keine drei Punkte dürfen auf derselben Geraden liegen) in zwei Bildern gemessen wurde und die inneren Orientierungen der Aufnahmen bekannt sind (Abb. 2-1). Die beiden Bilder sind durch eine kollineare Transformation (Wunderlich, 1966, S. 111) miteinander verknüpft, zu deren Festlegung acht Koeffizienten erforderlich sind.

$$x' = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + 1} \quad y' = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + 1} \quad (2-1)$$

Zur weiteren Berechnung betten wir die Bildkoordinaten in Raumkoordinaten  $(x, y, z)$  bzw.  $(x', y', z')$  ein, deren Ursprung im Zentrum  $O$  bzw.  $O'$  liegt und deren dritte Koordinatenachse zum jeweiligen Hauptpunkt weist. Anstelle der Bildkoordinaten  $(\xi, \eta)$  bzw.  $(\xi', \eta')$  verwenden wir die Vektoren  $\underline{x}_{-1}$  bzw.  $\underline{x}'_{-1}$ , die vom Projektionszentrum zum Objekt gerichtet sind und deren dritte Koordinate je auf 1 normiert wird. Sind  $c_o, c'_o$  die Kammerkonstanten und  $(\xi_o, \eta_o)$  bzw.  $(\xi'_o, \eta'_o)$  die ursprünglichen Bildkoordinaten der Hauptpunkte, dann gilt für (2-1) in Matrixschreibweise:

$$\underline{x}'_{-1} = \lambda \underline{A} \underline{x}_{-1} \quad \text{bei} \quad \underline{x}_{-1} = \begin{pmatrix} (\xi - \xi_o)/c_o \\ (\eta - \eta_o)/c_o \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x}'_{-1} = \begin{pmatrix} (\xi' - \xi'_o)/c'_o \\ (\eta' - \eta'_o)/c'_o \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

$$\text{und} \quad \underline{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 1 \end{pmatrix} \quad \left| \underline{A} \right| \neq 0$$

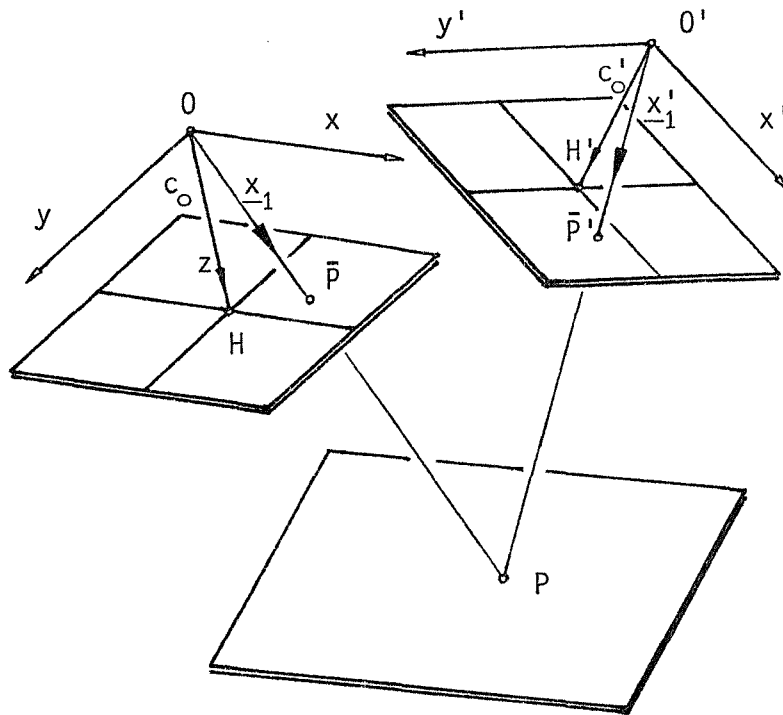


Abb. 2-1: Lage der Bildebenen zum Objekt

Die Matrix  $\underline{A}$  wird entweder aus acht Gleichungen (2-1) durch Einsetzen der gemessenen Bildkoordinaten oder nach der Methode der Flächenkoordinaten nach Wunderlich (1983) bestimmt, wobei für die Determinante gelten soll:  $\det(\underline{A}) > 0$  (Blaschke, 1954).

### 2.1.2 Einander entsprechende orthogonale Basisvektoren

(2-2) beschreibt eine räumliche affine Transformation, durch die eine Kugel um  $O$  in ein dreiachsiges Ellipsoid um  $O'$  überführt wird. Die drei Hauptachsen des Ellipsoids sind das Bild von drei zueinander

orthogonalen Durchmessern der Kugel. Findet man diese einander entsprechenden Dreibeine und verwendet man sie als Basisvektoren, so wird die Beziehung (2-2) wesentlich vereinfacht.

Man betrachtet vorerst einen beliebigen Strahl  $\underline{x}'_{-1}$  durch  $O'$  und beschreibt eine dazu normale Ebene mit folgender Gleichung:

$$\underline{n}'^T \cdot \underline{x}'_{-1} = 0 \quad \underline{n}' \dots \text{beliebiger Vektor der Normalebene}$$

Durch Einsetzen von (2-2) erhält man :

$$\underline{n}'^T \cdot \underline{A}^T \cdot \underline{A} \cdot \underline{x}_{-1} = 0 \quad \underline{A}^T \cdot \underline{A} =: \underline{B} \quad (2-3)$$

Die Matrix  $\underline{B}$  ist symmetrisch, also gilt:

- + sämtliche Eigenwerte von  $\underline{B}$  sind reell,
  - + die zu verschiedenen Eigenwerten gehörenden Eigenvektoren sind orthogonal
- (siehe z.B.: Bronstein, 1979).

Soll auch  $\underline{x}_{-1}$  normal zu  $\underline{n}$  sein, so muß (2-3) äquivalent sein zu :

$$\underline{n}^T \cdot \underline{x}_{-1} = 0$$

$$\underline{B} \cdot \underline{x}_{-1} = \rho \cdot \underline{x}_{-1}$$

$$(\underline{B} - \rho \cdot \underline{E}) \cdot \underline{x}_{-1} = 0 \quad \underline{E} \dots \text{Einheitsmatrix}$$

Also ist  $\rho$  ein Eigenwert und  $\underline{x}_{-1}$  ein zugehöriger Eigenvektor von  $\underline{B}$ . Die charakteristische Gleichung von  $\underline{B}$  lautet:

$$\rho^3 - \rho^2 \sum b_{ii} + \rho \sum B_{ii} - \det(\underline{B}) = 0 \quad (2-4)$$

$\sum b_{ii}$  ist die Spur der Matrix  $\underline{B}$ ;  $B_{ii}$  sind die algebraischen Komplemente, die jeweils durch Streichen der  $i$ -ten Zeile und Spalte entstehen.

$\underline{B}$  ist die symmetrische Koeffizientenmatrix für ein Ellipsoid, nämlich das Urbild zur Einheitskugel um  $O'$  in der obigen Affinität:

$$\underline{x}'^T \underline{x}' = 1 \implies \lambda^2 \underline{x}^T \underline{A}^T \underline{A} \underline{x} = 1$$

Es gibt also drei positive und in der Regel paarweise verschiedene Eigenwerte  $0 = \rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ . Die zugehörigen  $\underline{E}$  Eigenvektoren können durch Einsetzen der Eigenwerte aus  $(\underline{B} - \rho_i \underline{E}) = \underline{B}_{-i}$  bestimmt werden. Da die Spaltenvektoren von  $\underline{B}_{-i}$  eine Ebene normal zum  $i$ -ten Eigenvektor bilden, kann  $\underline{c}_{-i}$  als Kreuzprodukt jeweils zweier Spaltenvektoren berechnet werden. Aus Gründen der Rechenschärfe wählt man jenen Vektor  $\underline{h}_{-ki}$  (2-5), der die absolut größten Komponenten enthält und normiert diesen (Kager, S. 16, 1981). Nur dann, wenn ein zweifacher Eigenwert auftritt, sind je zwei Spaltenvektoren linear abhängig; jedes  $\underline{c}_{-i}$  ist Nullvektor (siehe gefährliche Örter, Kap. 2.3). Für die zu  $\underline{B}_{-i}$  gehörigen Spaltenvektoren  $\underline{b}_{-1}, \underline{b}_{-2}, \underline{b}_{-3}$  sei

$$\underline{H}_{-i} = (\underline{h}_{-1}, \underline{h}_{-2}, \underline{h}_{-3})_{-i} = (\underline{b}_{-2} \times \underline{b}_{-3}, \underline{b}_{-3} \times \underline{b}_{-1}, \underline{b}_{-1} \times \underline{b}_{-2})_{-i} \quad \text{und} \quad (2-5)$$

$$\underline{c}_{-i} = \underline{h}_{-ki} / h_{-ki}, \quad \text{falls } \underline{h}_{-ki} \text{ der Spaltenvektor von } \underline{H}_{-i} \text{ mit den größten Komponenten ist.}$$

Die normierten Eigenvektoren werden zur Matrix  $\underline{C} = (\underline{c}_{-1}, \underline{c}_{-2}, \underline{c}_{-3})$  zusammengefaßt. Nun können die Vektoren  $\underline{x}_{-1}$  bzw.  $\underline{x}'_{-1}$  in ein auf die Eigenvektoren bezogenes Koordinatensystem transformiert werden :

$$\begin{aligned}
\underline{C} &= (\underline{c}_1, \underline{c}_2, \underline{c}_3) \\
\underline{C}' &= \underline{A} \cdot \underline{C} \qquad \underline{C}'^T \cdot \underline{C}' = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \end{pmatrix} = \underline{G}^T \cdot \underline{G} \qquad (2-6) \\
\underline{G} &= \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_1} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\rho_2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\rho_3} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$\underline{C}''$  entsteht durch Normieren der Eigenvektoren im 2. Bild :

$$\underline{C}'' = \left( \frac{\underline{c}'_{-1}}{\left| \begin{matrix} \underline{c}'_{-1} \\ -1 \end{matrix} \right|}, \frac{\underline{c}'_{-2}}{\left| \begin{matrix} \underline{c}'_{-2} \\ -2 \end{matrix} \right|}, \frac{\underline{c}'_{-3}}{\left| \begin{matrix} \underline{c}'_{-3} \\ -3 \end{matrix} \right|} \right) = \underline{A} \cdot \underline{C} \cdot \underline{G}^{-1}$$

$$\underline{x}_{-2} = \underline{C}'^T \cdot \underline{x}_{-1} \qquad \underline{x}'_{-2} = \underline{C}''^T \cdot \underline{x}'_{-1} \qquad (2-7)$$

$$\underline{x}'_{-2} = \underline{G} \cdot \underline{x}_{-2} \qquad (2-8)$$

(2-8) beschreibt eine räumliche Affinität, wobei entlang der Basisvektoren Verzerrungen auftreten, die proportional zu den Quadratwurzeln der Eigenwerte von B sind.

### 2.1.3 Aufsuchen einer Modellebene parallel zum Objekt

Im nächsten Schritt versucht man, bezüglich des ersten Bündels eine Modellebene zu finden, die zur Objektebene parallel ist. Notwendig

hierfür ist, daß ein Kreis dieser Ebene durch die Affinität (2-8) wieder in einen Kreis übergeht. Urbild- und Bildkreis müssen allerdings nicht gleich groß sein.

Da jeder ebene Schnitt einer Kugel  $K'$  um  $O'$  ein Kreis ist, muß jene Ebene durch  $O$  berechnet werden, die das entsprechende Ellipsoid  $K$  ebenfalls nach einem Kreis schneidet. Es gibt zwei Kreisschnitte des Ellipsoids  $K$ , die man erhält, indem man eine Kugel mit Radius  $\sqrt{\rho_2}$  mit  $K$  schneidet (Abb. 2-2). Im Anhang A wird an einer einfachen Skizze gezeigt, wie man geometrisch zu diesen Lösungen kommt.

$$\text{Ellipsoid : } \rho_1 x_2^2 + \rho_2 y_2^2 + \rho_3 z_2^2 = 1$$

$$\text{Kugel : } \rho_2 x_2^2 + \rho_2 y_2^2 + \rho_2 z_2^2 = 1$$

---


$$(\rho_2 - \rho_1)x_2^2 - (\rho_3 - \rho_2)z_2^2 = 0 \quad (2-9)$$

$$(\sqrt{\rho_2 - \rho_1}x_2 + \sqrt{\rho_3 - \rho_2}z_2)(\sqrt{\rho_2 - \rho_1}x_2 - \sqrt{\rho_3 - \rho_2}z_2) = 0$$

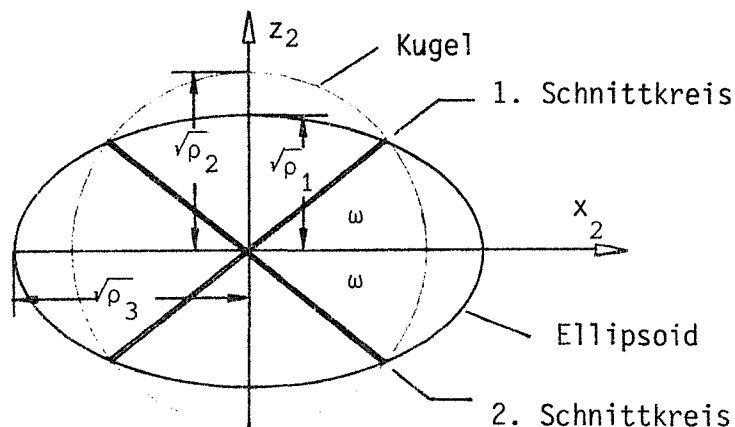


Abb. 2-2: Die beiden Ebenenschnitte eines dreiachsigen Ellipsoids



Die Gleichung (2-9) wird von den beiden Kreisschnittsebenen des Ellipsoids K erfüllt. Mit Hilfe der Eigenwerte kann aus ihnen der Winkel  $\omega$  zwischen den Kreisschnittsebenen und der Ebene  $x_2, y_2$  ermittelt werden:

$$\tan \omega = \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3 - \rho_2}} \quad (2-10)$$

Durch eine ebene Drehung um die  $y_2$ -Achse erhält man ein Koordinatensystem  $(x_3, y_3, z_3)$ , dessen  $xy$ -Ebene zur Objektebene parallel liegt (2-11) (Abb. 2-3). Zum Auffinden der richtigen Lösung gibt es einige Ansätze, die im Abschnitt 2.2 angeführt sind.

$$\underline{x}_3 = \underline{D} \cdot \underline{x}_2 \quad \underline{D} = \begin{pmatrix} \cos\omega & 0 & -\sin\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega & 0 & \cos\omega \end{pmatrix} \quad (2-11)$$

Modellpunkte können durch Schnitt der durch die Vektoren  $\underline{x}_3$  beschriebenen Bündelgeraden mit der im Abstand  $-m$  parallel zu  $x_3, y_3$  liegenden Ebene  $\bar{\psi}$  berechnet werden :

$$\bar{x} = -m \cdot x_3 / z_3 \quad \bar{y} = -m \cdot y_3 / z_3 \quad \bar{z} = 0 \quad (2-12)$$

#### 2.1.4 Orientierung der Bilder zueinander

Bis jetzt wurden lediglich Koordinatenwerte in einer zur Objektebene parallelen Ebene aus Bildpunkten ermittelt (2-12). Will man die relative Orientierung der beiden Aufnahmen berechnen, so muß der Algorithmus auf beide Bilder angewendet werden (Novak, 1984) :

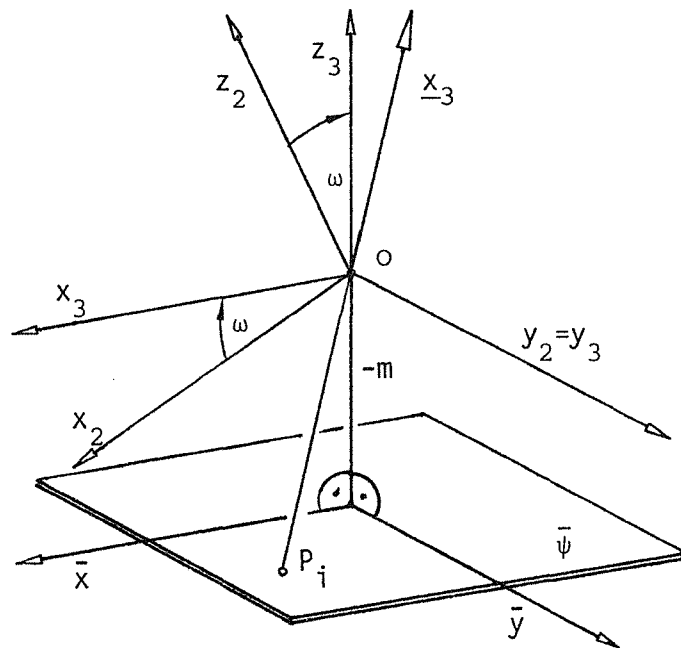


Abb. 2-3: Ermittlung von Punkten in einer Modellebene  $\bar{\psi}$  parallel zum Objekt

$$\bar{x}' = -m' \cdot x'_3 / z'_3 \quad \bar{y}' = -m' \cdot y'_3 / z'_3 \quad \bar{z}' = 0$$

Bezieht man die jeweils richtigen Lösungen aufeinander, d.h. macht man die beiden Bildvierecke des gegebenen Objektvierecks gleichsinnig kongruent, so ist die relative Orientierung erreicht.

Die richtige Lösung jedes Rechendurchgangs wird mittels einer "räumlichen" Ähnlichkeitstransformation in ein objektbezogenes Koordinatensystem gebracht, bei welchem Punkt 1 als Ursprung und die x-Achse durch Punkt 2 angenommen werden (Abb. 2-4); die Entfernung  $s_{12}$  ist beliebig zu wählen und kann zur Skalierung verwendet werden. Für alle Punkte der Objektebene gilt  $Z_i = 0$ .

Die Transformationsgleichung enthält einen Translationsvektor  $\underline{x}_0$ , der die Verschiebung vom Objektkoordinatenursprung in den Ursprung des Modellsystems  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  beschreibt, einen Maßstabsfaktor  $m = s_{12} / |\bar{x}(2) - \bar{x}(1)|$  und die ebene Rotationsmatrix um die  $\bar{z}$ -Achse (2-13)(Novak, 1984).

$$\underline{x}(i) = \underline{x}_0 + \underline{R} \cdot \bar{\underline{x}}(i) \quad \dots\dots 1. \text{ Bild} \quad (2-13)$$

$$\underline{x}(i) = \underline{x}'_0 + \underline{R}' \cdot \bar{\underline{x}}'(i) \quad \dots\dots 2. \text{ Bild}$$

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & -\sin \epsilon & 0 \\ \sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\bar{\underline{x}}(i)$  .... Koordinaten des Punktes i im System  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

$\underline{x}(i)$  .... Punktkoordinaten im Objektsystem (X,Y,Z)

$\underline{R}_{-\omega\phi\kappa}$  .... Gesamtrrotationsmatrix einer Photographie in (X,Y,Z)

$\omega, \phi, \kappa$  .. Drehungen um die drei Achsen gemäß Kraus (A2.2-3, 1982)

Die Objektkoordinaten des Projektionszentrums 0 errechnen sich durch Einsetzen von  $\bar{\underline{x}}(0)$  in (2-13), die Gesamtrrotationsmatrix  $\underline{R}_{-\omega\phi\kappa}$  durch Multiplikation aller Drehmatrizen, die bis jetzt auf die Bildkoordinaten angewendet wurden.

$$\underline{R}_{-\omega\phi\kappa} = \underline{R} \cdot \underline{D} \cdot \underline{C}^T \quad \bar{\underline{x}}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} \quad (\text{vgl. Abb. 2-3})$$

Analoges gilt für das 2. Bild.

Die relative Orientierung der beiden Aufnahmen ist somit erreicht. Wie man dieses Verfahren zur Entzerrung ebener Objekte und zur Orthophotoherstellung einsetzen kann wird in Kager, et. al. (1985, S.50) an einem Beispiel erläutert.

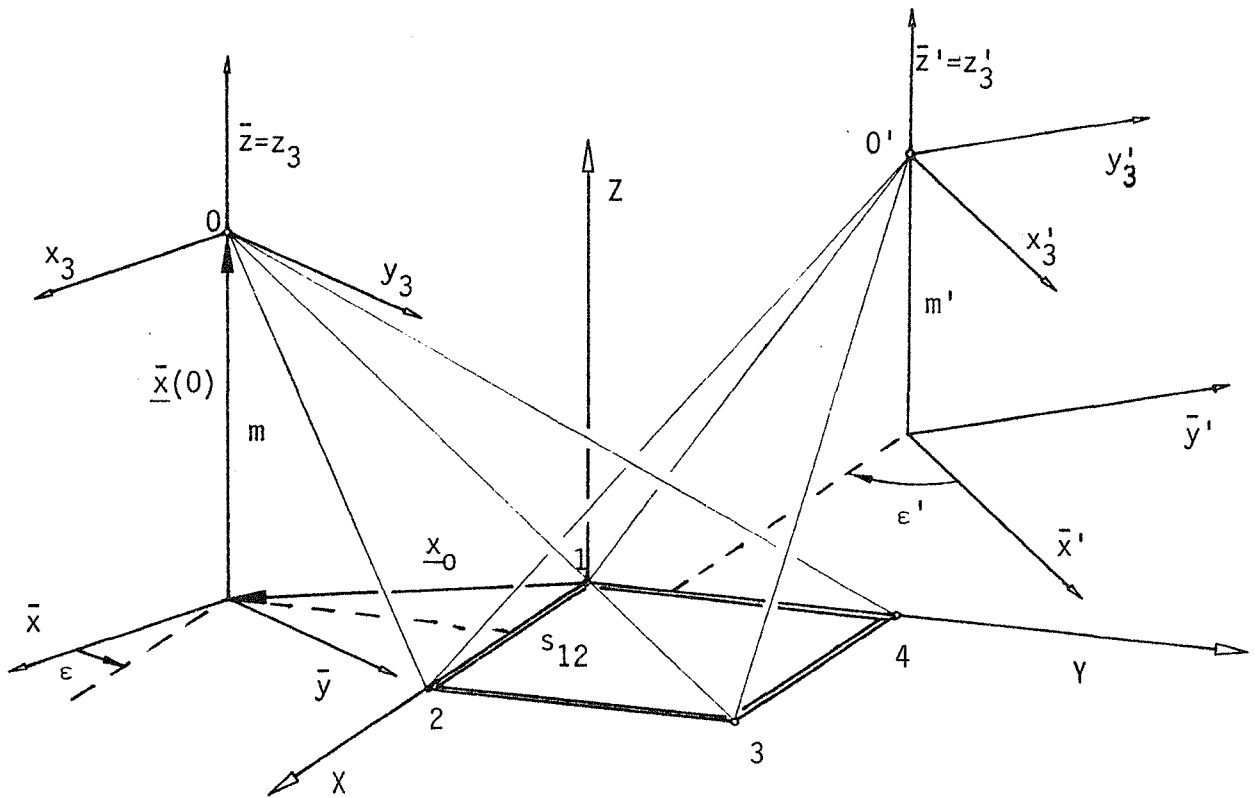


Abb. 2-4: Definition eines objektbezogenen Referenzsystems

## 2.2 AUFFINDEN DER RICHTIGEN LÖSUNG

Der im vorigen Kapitel beschriebene Algorithmus liefert immer zwei Lösungen, von denen die richtige nicht mit Sicherheit herausgefunden werden kann. Die beiden Lösungspaare, welche vom 1. Bild aus berechnet werden, sind ähnlich zu jenen vom 2. Bild (Beweis siehe Anhang A); es kann daher auf Grund der Ergebnisse aus beiden Bildern keine Entscheidung getroffen werden. Anhand folgender Überlegungen wird beschrieben, wie in einem Computerprogramm ein automatisches Auffinden der richtigen Lösung möglich ist, ohne daß man die wahren Objektpunkte näherungsweise kennt. Diese Methoden benutzen die entzerrten Objektfiguren und testen, ob sie topographisch plausibel

sind, d.h. ob sie als ebene Objektfiguren in Frage kommen.

### 2.2.1 mit Halbstrahlen

Es wird untersucht, ob an einer Lösung aus Formel (2-12) Objektverzerrungen auftreten, welche bei der zum Zeitpunkt der Aufnahme zwischen der Objekt- und der Bildebene bestehenden perspektiven Kollineation nicht möglich sind. Solche Verzerrungen wären "Überschläge" oder "Einbuchtungen", wenn man von einem regulären Viereck ausgeht.

Man betrachtet jene Sehstrahlen, die vom Projektionszentrum zum Objektviereck weisen (=Halbstrahlen), und ermittelt ihre Schnittpunkte mit der Modellebene (Abb. 2-3). Notwendig für die Zulässigkeit einer Lösung ist, daß alle vier Halbstrahlen gleichzeitig Schnittpunkte mit der Modellebene haben oder daß die vier Schnittpunkte gleichzeitig auf den negativen Verlängerungen liegen (Abb. 2-5, Novak, 1984). Die Schnitte von  $\underline{x}_i$  mit den Ebenen  $\psi$  und  $\psi'$  können richtige Lösungen ergeben, während die Punkte auf  $\psi'$  sicher eine falsche Lösung darstellen; hier erscheint das konvexe Viereck 1...4 "überschlagen".

An einer großen Testserie von simulierten Aufnahmen, deren Projektionszentren in einer konstanten Entfernung von der Objektebene rasterförmig angeordnet wurden und die miteinander beliebig zu Modellen kombiniert wurden, stellte man rein empirisch fest, daß diese Methode die richtige Lösung dann liefert, wenn die Symmetrieebene von  $O$  und  $O'$  das Objektviereck schneidet.

Unter Verwendung von Anhang A kann man dieses Ergebnis auch aus der Geometrie ableiten. Demnach kann die richtige Lösung mit dieser Methode genau dann gefunden werden, wenn:

+ die Symmetrieebene von  $O$  und  $O'$  das Objektviereck schneidet, oder

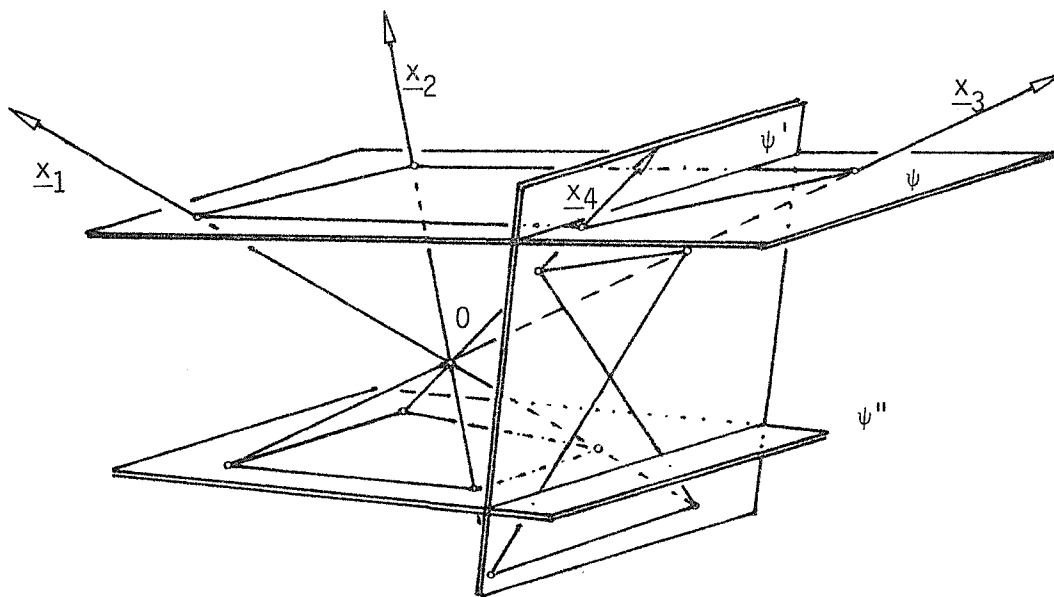


Abb. 2-5: Schnitte von Halbstrahlen mit verschiedenen Ebenen

+ ein beliebiger Punkt der vom Viereck eingeschlossenen Fläche von beiden Projektionszentren gleich weit entfernt ist.

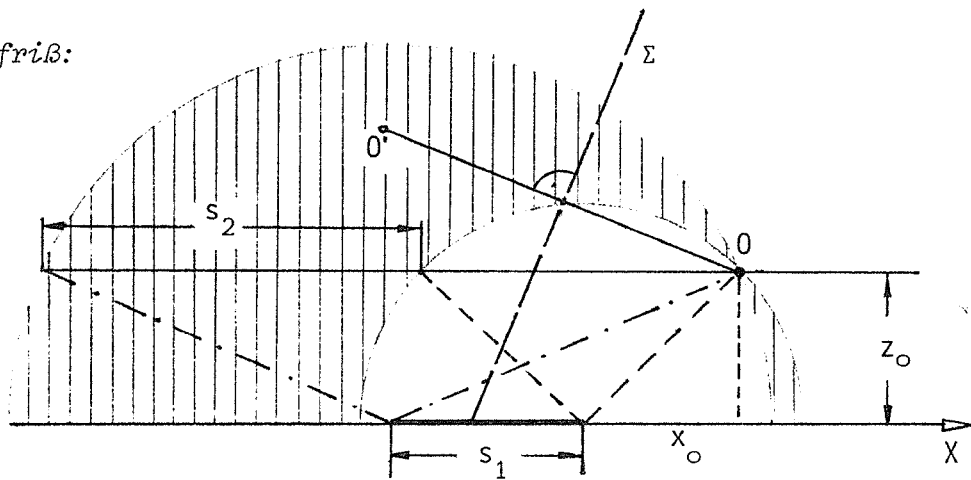
Die Verschwindungsgerade  $u$  (Abb. A-1) läuft durch das Objektviereck und bedingt daher eine Deformation des kollinearen Vierecks, welches der zweiten Lösung entspricht (vgl. Abb. A-2). Man kann daher einen Bereich festlegen, in dem  $O'$  bei vorgegebenen  $O$  liegen muß, um eine Identifikation mit diesem Verfahren zu ermöglichen (Abb. 2-6).

Sind beide Projektionszentren gleich weit von der Objektebene entfernt ( $z_0$ ), so besteht zwischen  $s_1$  und  $s_2$  folgender Zusammenhang:

$$s_2 = 2 \cdot (s_1 + x_0) - 2 \cdot x_0 = 2 \cdot s_1$$

Diese Formel kann verwendet werden, wenn eine lotrechte Ebene durch  $O$  und  $O'$  das Viereck schneidet. Es ist aber auch möglich, mit Hilfe der in den Grundriß projizierten Symmetrieebene  $\Sigma$ , den günstigen Aufnahmebereich von  $O'$  für jede beliebige Kameraposition  $O$  zu

Aufriß:



Grundriß:

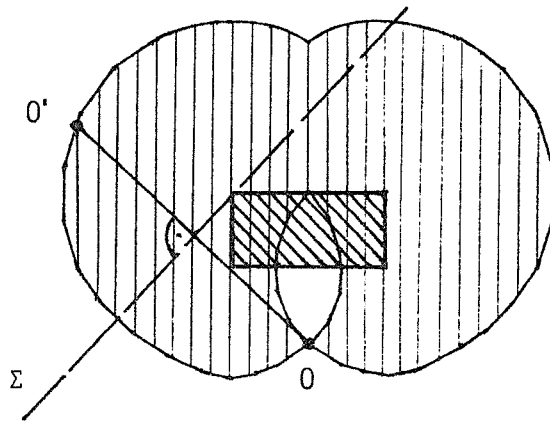


Abb. 2-6: Bereich, in dem  $O'$  liegen muß, um die richtige Lösung mit Halbstrahlen identifizieren zu können

konstruieren.

Die gängigen Aufnahmeanordnungen sind mit diesem Verfahren abgedeckt. Um auch bei Sonderfällen und extremen Aufnahmepositionen die Lösung ermitteln zu können müssen zusätzliche Unterscheidungskriterien angewendet werden.

### 2.2.2 mit Flächenvergleich

Man geht in diesem Fall davon aus, daß die Punkte, welche das Objektviereck definieren, möglichst weit voneinander entfernt in den äußersten Ecken der Objektebene liegen und möglichst quadratisch angeordnet sind. Man reduziert nun die Koordinatenwerte der beiden Lösungen (2-12) derart, daß der Umfang der beiden Vierecke gleich groß ist und berechnet ihre Flächeninhalte. Da das Quadrat von allen Vierecken mit gleichem Umfang die größte Fläche umschließt, wird jene Figur als richtig angenommen, welche die größere Fläche aufweist.

### 2.2.3 mit Objektinformationen

Dieses Verfahren setzt voraus, daß gewisse Informationen, wie Seitenverhältnisse oder von Seiten eingeschlossene Winkel bekannt sind. Sie ist vor allem für Vierecke mit einspringenden Ecken einzusetzen. Es sind deshalb zusätzliche Messungen am Objekt notwendig. Diese Messungen werden anschließend mit den errechneten Lösungen verglichen und daraus die richtige gewählt. Man könnte z.B. an einer Fassade Fensterpunkte anmessen, die ein Rechteck bilden und jene Lösung als richtig annehmen, deren Ergebnis ungefähr rechte Winkel in den Ecken aufweist. Handelt es sich beim Objektviereck um ein Parallelogramm, so genügt die Überprüfung der Parallelität zweier Seiten, um die richtige Lösung festlegen zu können.

Bei Entzerrungen (Kager et. al., 1985) bildet man bei extremen Aufnahmepositionen das Bild mittels beider Lösungen um und entscheidet dann anhand des photographischen Ergebnisses über das richtige Produkt.

Die praktischen Beispiele, die mit dem Algorithmus (2.1) berechnet wurden, haben gezeigt, daß durchwegs Verfahren 2.2.1 zum Auffinden der richtigen Lösung ausreicht.



## 2.3 SINGULARITÄTEN UND GEFÄHRLICHE ÖRTER

In diesem Abschnitt sollen die gefährlichen Örter der relativen Orientierung, die für diese Verfahren spezifisch sind, genannt und ihre Auswirkungen auf die Rechengrößen beschrieben werden. Dadurch wird es möglich, gefährliche Aufnahmedispositionen beim Fotografieren zu vermeiden. Aber auch im Rechengang sind Vorkehrungen für diese kritischen Situationen zu treffen.

### 2.3.1 Zwei Projektionszentren auf einer Normalen zur Objektebene

Bei dieser Orientierungsmethode tritt ein gefährlicher Ort auf, der in der Photogrammetrie bisher nicht bekannt war. Er wurde von K. Killian beschrieben: liegen die beiden Projektionszentren auf einer Normalen zur Objektebene, so handelt es sich um einen gefährlichen Ort (Killian, 1985).

Es soll nun dieser gefährliche Ort auch in Algorithmus 2.1 nachgewiesen werden. Dies geschah zuerst rein numerisch, indem versucht wurde, mit den vorhandenen Programmen zwei Bilder auf dem gefährlichen Ort zu entzerren. Man kommt zu folgendem Ergebnis:

Zwei der drei Eigenwerte werden gleich groß bzw. die Diskriminante der kubischen Gleichung verschwindet (2-4).

Für die Diskriminante gelten folgende Regeln:

- + Disk  $< 0$     3 paarweise verschiedene reelle Lösungen    (2-14)
- + Disk = 0    reelle Doppel- oder Dreifachlösung
- + Disk  $> 0$     1 reelle, 2 konjugiert komplexe Lösungen

Geometrisch kann man das Ergebnis mittels Abb. 2-7 interpretieren : Während früher eine Kugel mit dem Radius  $\sqrt{\rho_2}$  mit dem dreiachsigen Ellipsoid mit den Hauptachsen  $\sqrt{\rho_1}$ ,  $\sqrt{\rho_2}$ ,  $\sqrt{\rho_3}$  geschnitten wurde, handelt es sich jetzt um den "Schnitt" eines Rotationsellipsoids mit der längs des Äquators berührenden Kugel. Es kommt demnach zu einem

schleifenden Schnitt, was zu größeren Abweichungen führen kann. Wegen der Rechenschärfe der verwendeten Computer erhält man zwei richtige, aber wesentlich ungenauere Lösungen (Kriterium dafür, daß ein gefährlicher Ort vorliegen muß). Wegen der Gleichheit zweier Eigenwerte wird  $\omega$  gleich  $0^\circ$  oder  $100^\circ$ , und man kommt alleine durch die Transformation (2-7) zum Ergebnis.

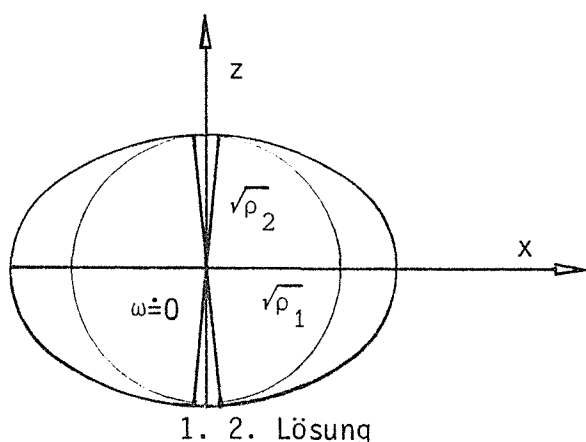


Abb. 2-7: Schleifender Schnitt: Kugel - Drehellipsoid

Der obige Algorithmus dürfte keine Lösung geben: Falls  $\rho_i$  zweifacher Eigenwert der symmetrischen Matrix  $\underline{B}$  ist, hat  $(\underline{B} - \rho_i \underline{E})$  den Rang 1. Das bedeutet, daß die Spaltenvektoren  $\underline{b}_k$  zueinander parallel sind. Da das Kreuzprodukt zweier paralleler Vektoren verschwindet, werden die Eigenvektoren der Doppellösung gleich dem Nullvektor  $\underline{o}$ .

$$\underline{H}_i = (b_{-2} \times b_{-3}, b_{-3} \times b_{-1}, b_{-1} \times b_{-2})_i \quad b_{-1} \| b_{-2} \| b_{-3}$$

$$\underline{c}_i = \underline{o} \quad i \dots \text{Doppellösung}$$

Der Algorithmus liefert lediglich die Richtung einer Koordinatenachse

(x-Achse in Abb. 2-7); die beiden anderen Achsen, die in der Orthogonalebene beliebig wählbar wären, bleiben unbestimmt. Somit kann die Transformation (2-7) nicht durchgeführt werden.

Versucht man, zwei Bilder, deren Projektionszentren auf einer Normalen zur Objektebene liegen, deren Bildebenen aber beliebig gegenüber dieser gekippt sind, relativ zu orientieren, so erhält man folgendes Ergebnis: Bei der numerischen Berechnung entstehen wegen  $\underline{c}_i \doteq \underline{o}$  Ungenauigkeiten, die um ein Vielfaches größer sind als bei der Durchrechnung mit Aufnahmeanordnungen abseits des gefährlichen Ortes. Man sollte deshalb bei der Programmierung sinnvolle Grenzen wählen, ab denen ein Vektor dem Nullvektor entspricht; noch besser wäre es, eine obere Grenze für  $(\rho_3 - \rho_2)$  und  $(\rho_2 - \rho_1)$  festzusetzen, da sich diese Differenzen unmittelbar auf den Winkel  $\omega$  auswirken.

$$| \underline{c}_i - \underline{o} | \geq \varepsilon \quad \text{z.B.} \quad \varepsilon = 0.00001$$

$$(\rho_3 - \rho_2) > \varepsilon, \quad (\rho_2 - \rho_1) > \varepsilon$$

Man erhält nach der Durchrechnung zwei Lösungen, die beide (mit gewissen Ungenauigkeiten) das Objektviereck darstellen. Diese Lösungen können mit den Methoden aus 2.2 nicht unterschieden werden, weil die beiden Lösungsebenen nahezu parallel sind. Da sich die beiden Ergebnisse nur wenig unterscheiden und symmetrisch zur Objektebene liegen (Abb. 2-7), liefert das arithmetische Mittel ihrer Koordinatenwerte die endgültige Lage der Projektionszentren und Objektpunkte. Die große Unsicherheit wird durch die Mittelbildung weitgehend aufgehoben.

Weil der Fall, daß die Zentren der zwei Aufnahmen genau auf derselben Normalen zur Objektebene sind, in der Praxis nicht erreichbar ist, wird man immer nur nahe am gefährlichen Ort liegen. Es ist daher nicht möglich durch Mittelung ein exaktes Ergebnis zu erhalten, da schon durch eine geringe Abweichung von der Normalen Fehler entstehen würden. Man sollte daher versuchen den gefährlichen Ort zu meiden.

### 2.3.2 Singularitäten und deren Ursachen

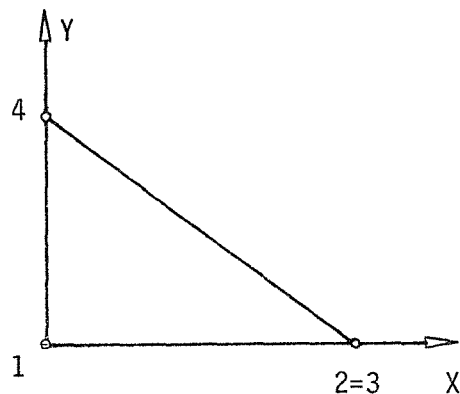
Es werden die Aufnahmeanordnungen und Objektkonfigurationen des Algorithmus 2.1 angegeben, für welche es bei der Berechnung zu Singularitäten kommt. Außerdem wird erläutert, wo die Unsicherheit im Algorithmus auftritt.

#### 2.3.2.1 Singularitäten wegen schlechter Anordnung der Objektpunkte

Laut Voraussetzung darf das Objektviereck nicht degeneriert sein. Im folgenden wird untersucht, wo bei unerlaubten Punktkonfigurationen Fehler im Algorithmus auftreten.

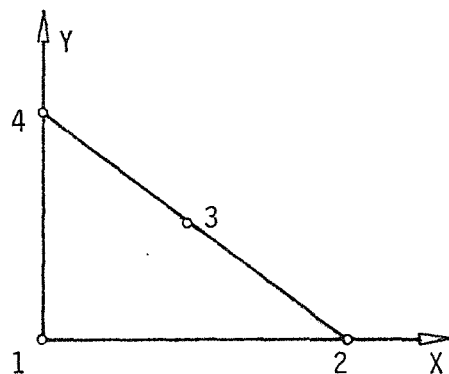
##### a) Zwei Objektpunkte fallen zusammen:

Die Lösung scheitert bereits an der Berechnung der Kollineationsmatrix  $\underline{A}$ . Verwendet man acht Gleichungen (2-1) zur Bestimmung der Koeffizienten, so ist dieses Gleichungssystem singulär, bei der Methode der Flächenkoordinaten nach Wunderlich (1983) tritt eine Division durch 0 auf. In einem Computerprogramm müssen diese Singularitäten abgefragt werden.



##### b) Drei Objektpunkte auf einer Geraden:

Bei der Durchrechnung stößt man auf keine Singularitäten und kommt auf ein numerisches Ergebnis, das aber völlig falsch ist. Als Indikator kann die Determinante von  $\underline{A}$  verwendet werden, die nach Berechnung der Koeffizienten kleiner 0 ist und gemäß (2-2) mit (-1) multipliziert werden



muß.

- c) Vier Objektpunkte auf einer Geraden:  
Es treten zwei Indikatoren auf, die im Programm berücksichtigt werden müssen:

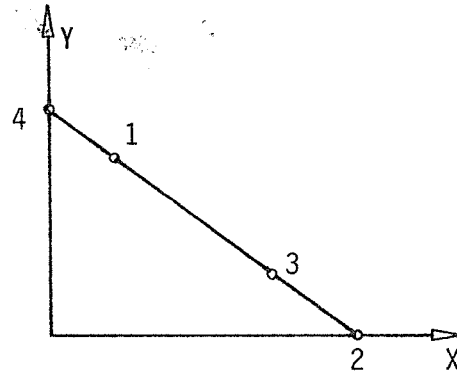
$$\det(\underline{A}) = 0 \quad (\text{vgl. (2-2)})$$

$$\text{Diskriminante} = 0 \quad (\text{vgl. (2-4)})$$

(der kub. Gleichung)

Laut (2-14) liegt eine Doppellösung vor und zwei Eigenwerte werden gleich groß. Es kann kein orthogonales Dreibein gefunden werden.

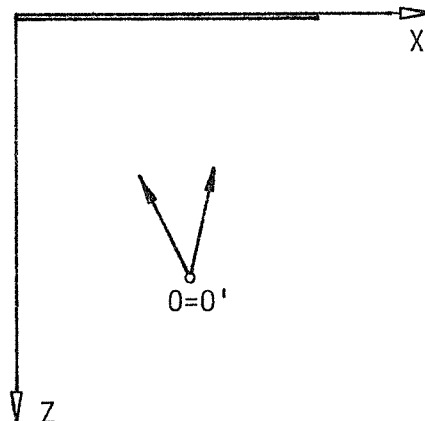
Bei der Berechnung im Computer findet man die Singularität aus Formel (2-12).  $z_3 = 0$ , d.h., die Objektebene wird als umgekippte Ebene betrachtet, welche die beiden Projektionszentren enthält.



### 2.3.2.2 Singularitäten wegen schlechter Aufnahmeanordnungen

- a) Zwei Aufnahmen von einem Punkt aus:

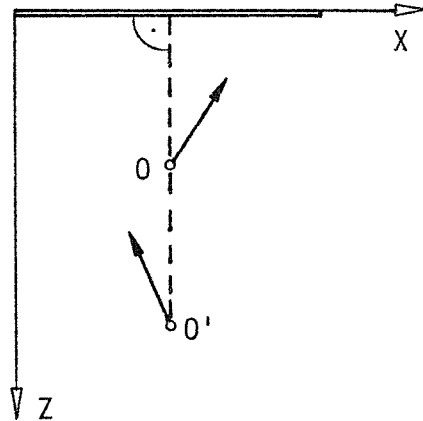
Da es keine Basis gibt, kann bei dieser Anordnung der Bilder eine relative Orientierung nicht möglich sein. Als Indikatoren für einen Programmabbruch können die Diskriminante der kubischen Gleichung (2-14), welche größer oder gleich 0 wird, oder der kleinste Eigenwert verwendet werden, der in diesem singulären Fall negativ wird (was



laut Voraussetzung nicht erlaubt ist (2-4), vgl. Matrix B).

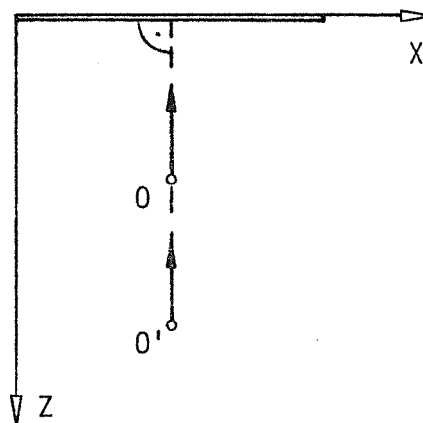
b) Beide Projektionszentren auf einer Normalen zur Objektebene:

Dieser gefährliche Ort wurde in 2.3.1 ausführlich beschrieben. Programmtechnisch kann man die Diskriminante ( $\text{Disk} = 0$ ) (2-14), die beiden gleichen Eigenwerte oder die Länge der Eigenvektoren ( $\underline{c}_{-1} = \underline{o}$ ) zur Identifikation heranziehen.



c) Gefährlicher Ort ohne Bilddrehungen:

Die Bildebenen beider Aufnahmen sind parallel zum Objekt, d.h. Bild und Objekt sind ähnlich zueinander. Die Kollineationsmatrix A ist daher diagonal und es gibt keine affine Verzerrung. Da  $\underline{A} = \underline{B} = \underline{E}$  wird, handelt es sich hierbei um eine Dreifachnullstelle der charakteristischen Gleichung.

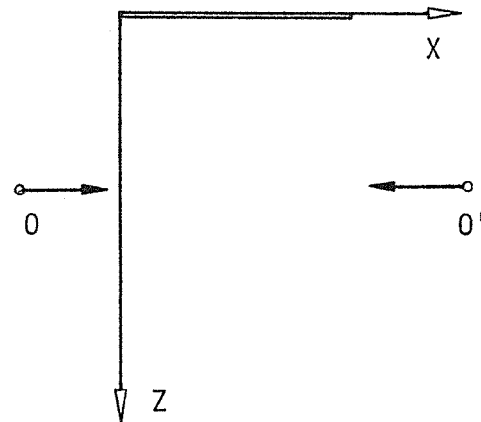


$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Dieses und die in Punkt b) genannten Kriterien können im Programm abgefragt und zum Abbruch des Programms wegen numerischer Schwächen verwendet werden.

d) Aufnahme "Auge in Auge":

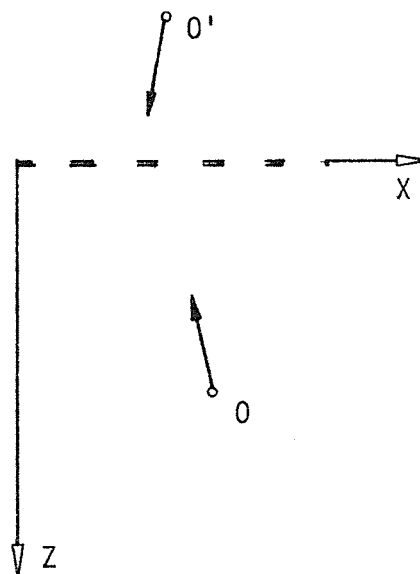
Die beiden Aufnahmen sind gegeneinander gerichtet, d.h.  $\phi' = 100^\circ$ ,  $\phi = -100^\circ$ . Die Entzerrung des Objektvierecks, sowie die Berechnung der Projektionszentren kann durchgeführt werden. In der Rotationsmatrix treten allerdings Unsicherheiten auf:  $\phi$  und  $\phi'$  können ermittelt werden, während  $\omega$  und  $\kappa$  unbestimmt sind.



e) Zwei Aufnahmen von verschiedenen Seiten der Objektebene aus:

Diese Aufnahmeanordnung wird man dann wählen, wenn das Objekt keine geschlossene Fläche darstellt, wie z.B. eine Häuserfassade, sondern lediglich vier Punkte vorhanden sind, die eine Ebene bilden, z.B. in Innenräumen von Gebäuden.

Die Entzerrung der Objektkoordinaten wird richtig durchgeführt, es gibt jedoch Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Projektionszentren, weil der Drehsinn der Vierecke in den beiden Bildern verschieden ist. Nun erreicht man die relative Orientierung, wenn die Bildvierecke ungleichsinnig kongruent gemacht werden (vgl. Kap. 2.1).



## 2.4 ERMITTLUNG DER KAMMERKONSTANTEN GEMEINSAM MIT DER RELATIVEN ORIENTIERUNG

Will man Amateuraufnahmen zur Entzerrung ebener Objekte mit der Methode 2.1 einsetzen, so muß die innere Orientierung der Bilder bestimmt werden. Im allgemeinen kann der Hauptpunkt im Bildmittelpunkt angenommen werden ( $\xi_0 = \eta_0 = 0$ ); es bleibt also nur noch die Kammerkonstante zu bestimmen. Man benötigt dazu eine weitere Redundanz, die man aus einer dritten Aufnahme erhält.

Dieser Ansatz zur Ermittlung der Kammerkonstanten aus drei Bildern ist frei von Annahmen über Näherungswerte. Da der Algorithmus 2.1 mehrmals durchlaufen wird, ist dieses Verfahren rechenaufwendiger als jenes von Abschnitt 3.

### 2.4.1 Kammerkonstante als Parameter einer Funktion

Hat man die Bildkoordinaten von drei Aufnahmen eines Objektvierecks gemessen, so können durch Kombination jeweils zweier Bilder mit dem Algorithmus 2.1 drei verschiedene Entzerrungen durchgeführt werden. Dies ist jedoch nur möglich, wenn man die innere Orientierung, die eine wichtige Eingangsgröße der Gleichung (2-2) ist, kennt.

Der Hauptpunkt wird im folgenden als Bildmittelpunkt (Rahmenmarkenschnittpunkt oder Bilddiagonalenschnittpunkt) definiert, und die Bildkoordinaten jeder Aufnahme werden auf diesen bezogen:

$$\xi_0 = 0, \quad \eta_0 = 0 \quad (2-15)$$

Die unbekannte Kammerkonstante  $c_0$  kann mittels folgender Iteration gewonnen werden: Man wählt für die Unbekannte  $c_0$  einen beliebigen Wert  $c_i$  und berechnet die drei Entzerrungen. Man erhält drei Vierecke, die, je nach Abweichung  $\Delta c$  der Kammerkonstanten vom wahren Wert, voneinander verschieden sind. Da die Modellvierecke jeweils auf dasselbe Koordinatensystem - mit Punkt 1 im Ursprung und Punkt 2 im



Abstand  $s_{12}$  auf der x-Achse - bezogen wurden (Abb. 2-8), kann man die Abweichungen der Punkte  $3', 3'', 3'''$  und  $4', 4'', 4'''$  feststellen. Man berechnet die mittlere Diskrepanz der Punktkoordinaten der drei Modelle.

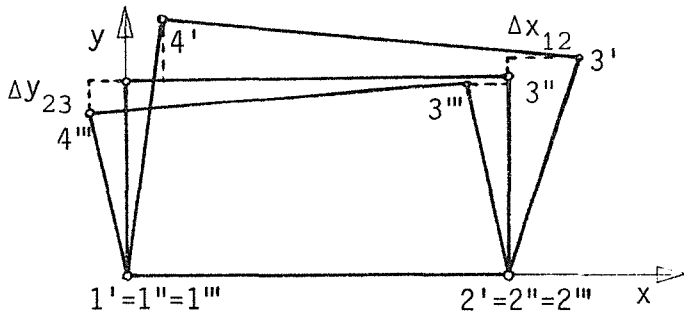


Abb. 2-8: Drei Entzerrungen in einem Modellkoordinatensystem

$$\Delta x_{ij}(k) = x_j(k) - x_i(k) \quad i=2,3,1$$

$$\Delta y_{ij}(k) = y_j(k) - y_i(k) \quad j=1,2,3 \dots \text{Bild (Kombination)}$$


---

$k=3,4 \dots \dots$  Punktnummer  
 $x,y \dots \dots$  entzerrte Objektkoordinaten  
 $dx,dy \dots \dots$  mittlere Diskrepanz in den Koordinatenrichtungen  
 $d \dots \dots$  mittlere Diskrepanz der Lage

$$d^2 = 1/2 \sum_{k=3}^4 (dx^2(k) + dy^2(k)) \quad (2-16)$$

Die mittlere Diskrepanz der Lage  $d$  ist ein Maß für die Abweichung der  $c_i$  vom wahren Wert  $c_o$ ; wenn  $d$  minimal wird, ist der genaue Wert für die Kammerkonstante gefunden.

Der funktionale Zusammenhang  $d = f(c)$  ist nur im Bereich um die wahre Kammerkonstante  $c_o$  stetig. Bei größeren Abweichungen  $\Delta c$  treten Unstetigkeitsstellen bzw. Sprünge in der Funktionskurve auf. Im Anhang B sind einige Funktionskurven für verschiedene

Aufnahmedispositionen und Objektformen angeführt. Man erkennt, daß die Form der Kurve vor allem von der Lage der Aufnahme Standpunkte abhängt.

Generell läßt sich feststellen:

- +  $d = f(c)$  hat nur positive Werte,
- + die Kurve wächst für  $c_i < c_0$  stärker als für  $c_i > c_0$ ,
- + Unstetigkeitsstellen der Funktionskurve treten für  $c_i < c_0$  häufiger auf,
- + spiegelt man die Kurve für  $c_i < c_0$  an der  $c$ -Achse, so ist die Funktion in  $c_0$  glatt (stetig differenzierbar), hat also keinen Knick (Abb. 2-9).

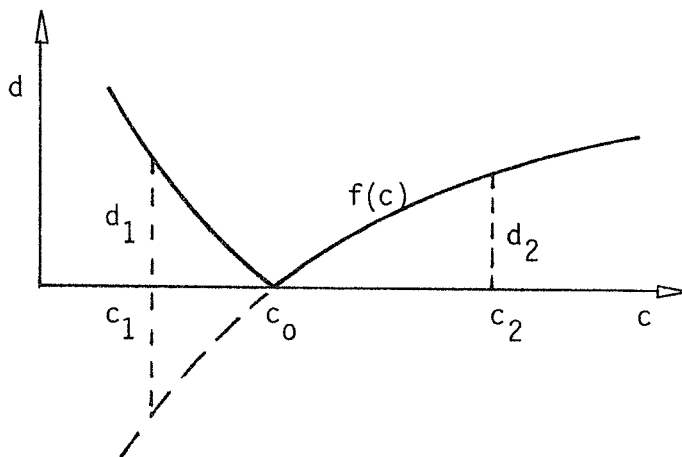


Abb. 2-9: Nullstelle der teilweise gespiegelten Funktion  $d=f(c)$

#### 2.4.2 Bestimmung der Nullstelle dieser Funktion

Als Lösung bietet sich an, die Funktionswerte  $d_i$  vor einem Minimum, d.h. für  $c_i < c_0$  zu spiegeln (Abb. 2-9). Durch die Punkte im gespiegelten Bereich ( $c_i < c_0$ ) und die Punkte im ungespiegelten Bereich ( $c_i > c_0$ ) kann man dann eine ausgleichende Kurve legen: die

Nullstelle ist der gesuchte Wert für die Kammerkonstante.

Diese Vorgangsweise ist aber nicht praktikabel, weil die Kurve im Bereich von  $c_0$  oft sehr flach ist. Es ist günstiger, eine modifizierte Version der regula falsi, einer bekannten Methode zum iterativen Nullstellensuchen, anzuwenden.

Man beläßt  $f(c)$  im positiven Quadranten und berechnet  $d_1$  für eine beliebige Kammerkonstante  $c_1$ , die sicher kleiner als die wahre Kammerkonstante  $c_0$  ist. Zu  $c_1$  werden konstante Werte  $\Delta c$  addiert und die entsprechenden Funktionswerte  $d_i = f(c_i)$  bestimmt. Außerdem wird ein Grenzwert  $d_g$  vorgegeben, der den glatten Bereich  $B(d_g)$  (2-17) der Funktion um  $c_0$  definiert (Abb. 2-10).

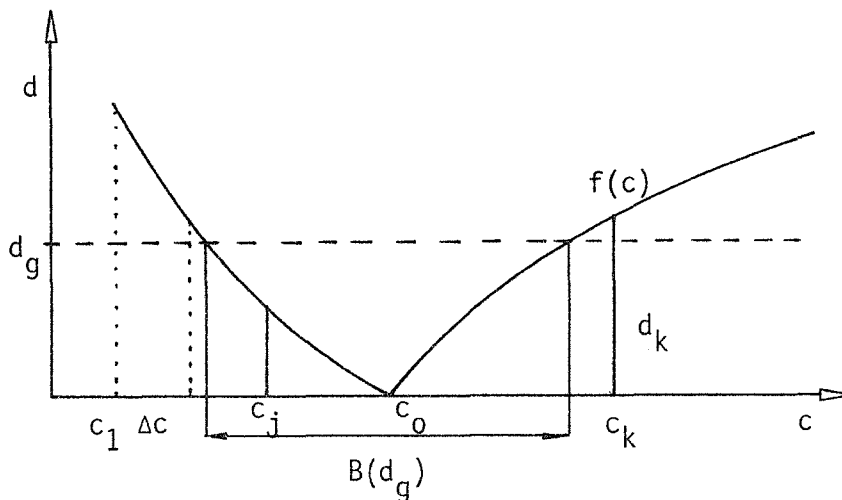


Abb. 2-10: Definition des glatten Bereiches  $B(d_g)$  und des Iterationsbereiches  $(c_j, c_k)$

$$B(d_g) = \{ c_i \mid f(c_i) = d_i < d_g \} \quad (2-17)$$

Der erste Wert  $c_j$ , der in den glatten Bereich fällt, und der erste, der wieder außerhalb liegt, ( $c_k$ ), werden festgehalten. Sie sind die Ausgangspunkte für die Nullstelleniteration (Abb. 2-11).

Die Gerade JK wird mit der  $c$ -Achse geschnitten und ergibt einen neuen Wert  $c_{k+1}$ , für den  $d_{k+1}$  aus (2-16) bestimmt wird. Die mittlere Diskrepanz  $d_{k+1}$  von  $c_{k+1}$  ist wesentlich geringer als jene von  $c_k$ .



der Objektebene gewählt und jeweils drei Aufnahmen zu einem Bündel kombiniert (Abb. 2-12). Daraus wurden  $c_0$  und die entzerrten Objektkoordinaten ermittelt.

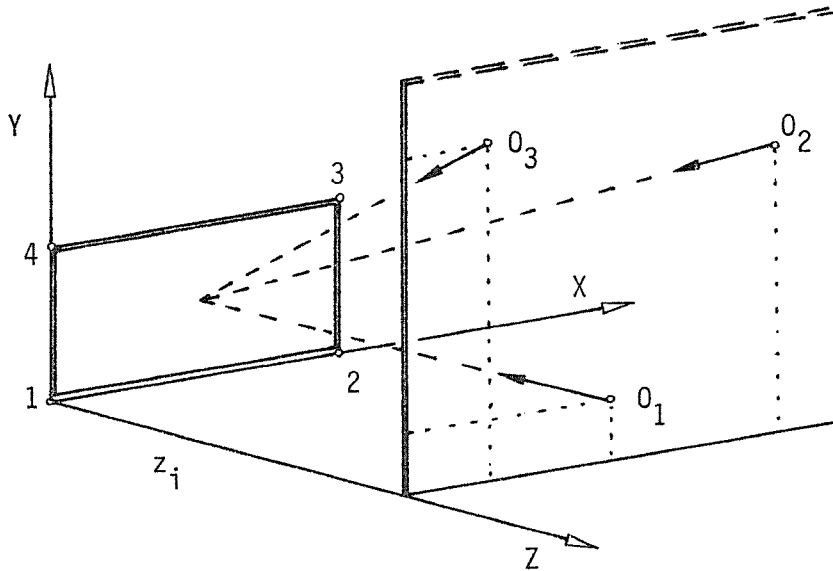


Abb. 2-12: Aufnahmeanordnung für die Testrechnungen

#### 2.4.3.1 Einfluß der Bildkoordinatenungenauigkeit

Zwei für die Praxis interessante Objekte wurden für Testrechnungen herangezogen:

|                | Objektrechteck | Entfernung der 0 | Kammerkonstante |
|----------------|----------------|------------------|-----------------|
| 1. Hausfassade | 10 x 5 m       | Z = 5.0 m        | c = 100 mm      |
| 2. Straße      | 30 x 8 m       | Z = 1.7 m        | c = 40 mm       |

Die Bildkoordinaten wurden in drei Genauigkeitsstufen zur Berechnung herangezogen: Tabelle 2-1 zeigt für die beiden Testobjekte die durchschnittlichen Abweichungen der Kammerkonstanten und der Objektpunktskoordinaten von den wahren Werten.

| Objekt                  | Rundung der Bildkoordinaten (mm) | $d_c$ (mm) | $d_{OB}$ (m) |
|-------------------------|----------------------------------|------------|--------------|
| Fassade<br>$c = 100$ mm | $10^{-2}$                        | 0.041      | 0.002        |
|                         | $10^{-1}$                        | 0.439      | 0.016        |
|                         | $10^0$                           | 6.886      | 0.320        |
| Straße<br>$c = 40$ mm   | $10^{-2}$                        | 0.001      | 0.031        |
|                         | $10^{-1}$                        | 2.365      | 0.816        |
|                         | $10^0$                           | 4.622      | 1.406        |

Tab. 2-1: Kammerkonstanten- und Punktlagefehler in Abhängigkeit der Bildkoordinatengenauigkeit

$d_c$  ... durchschnittliche Abweichung der errechneten Kammerkonstanten von  $c_0$

$d_{OB}$  ... durchschnittliche Abweichung der entzerrten Objektkoordinaten von den Ausgangswerten

Sind die Bildkoordinaten nicht genau gemessen, so ergibt sich eine Nullpunktverschiebung der Funktionskurve  $f(c)$ ; es wird daher ein falscher Wert für  $c_0$  ermittelt. Für das Testobjekt "Fassade" genügt gemäß dieser Simulation eine Meßgenauigkeit auf  $50 \mu\text{m}$ , weil dann die Objektkoordinatenfehler im cm-Bereich bleiben. Wählt man eine günstige Aufnahmedisposition, so reicht eine bei weitem geringere Meßgenauigkeit (Abb. 2-13): bei symmetrischer Anordnung der  $0_i$  erhält man für die Hausfassade bei einer Meßgenauigkeit von  $0.5$  mm ein  $d_{OB}$  von 1-2 cm.

Das Testobjekt "Straße" ist aus zwei Gründen für die praktische Anwendung interessant:

+ man sieht, wie sich der Algorithmus für extreme Aufnahmestandpunkte verhält (die Bildebene steht ungefähr normal zur Objektebene);

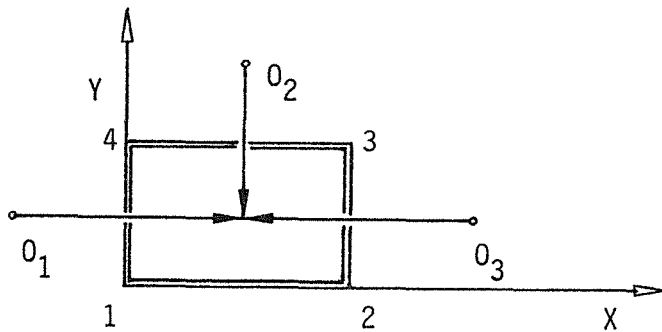


Abb. 2-13: Günstige Aufnahmeanordnung:  $Z = 5 \text{ m}$  für alle  $O_i$

+ man kann feststellen, ob die gefunden Objektkoordinaten als Näherungswerte für den Bündelausgleich verwendet werden können (z.B. Verkehrsunfallphotogrammetrie);

Da hier die Objektfehler rasch wachsen, ist eine optimale Aufnahmeanordnung besonders wichtig. In Extremsituationen wird die Fehlerkurve  $f(c)$  sehr flach und ihr Schnitt mit der  $c$ -Achse unsicher (vgl. Anhang B).

Hier sei angemerkt, daß  $\Delta c$  entsprechend klein gewählt werden muß, sodaß bei  $c_j$  die Nullstelle noch nicht überschritten wird (Abb. 2-14).

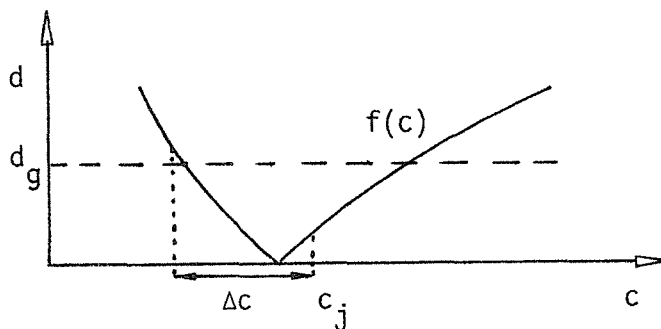


Abb. 2-14:  $\Delta c$  zu groß gewählt, der Algorithmus iteriert auf  $c_j$

Um die Genauigkeit des Verfahrens zu steigern, können  $d_g$  und  $\Delta c$  variiert werden. Ein kleineres  $d_g$  steigert die Genauigkeit der regula falsi, weil  $c_j$  nahe bei  $c_0$  zu liegen kommt. Je kleiner  $d_g$  ist, desto kleiner muß auch  $\Delta c$  gewählt werden, was einen erhöhten Rechenaufwand zur Folge hat.

### 2.4.3.2 Hauptpunktverschiebung

Da mit dem beschriebenen Verfahren lediglich die Kammerkonstante berechnet werden kann, ist zu untersuchen, wie genau die Hauptpunktlage bekannt sein muß. Man nimmt üblicherweise den Hauptpunkt in der Bildmitte (Diagonalenschnittpunkt der Bildecken) an.

Zur Bestimmung der folgenden Diagramme wurde das Testobjekt "Hausfassade" aus 2.4.3.1 von drei Standpunkten ( $0_1, 0_2, 0_3$ ) aus abgebildet (Abb. 2-12). In  $0_1$  wurde die Aufnahmerichtung verändert ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ), während die restlichen Bilder fest waren.

|       | X    | Y   | Z       | $\varepsilon_1$ | $\varepsilon_2$ | $\varepsilon_3$ |
|-------|------|-----|---------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $0_1$ | 0.0  | 0.0 | 5.0 (m) | 30.0            | 50.0            | 80.0 (gon)      |
| $0_2$ | 10.0 | 0.0 | 5.0 (m) | 50.0            |                 | (gon)           |
| $0_3$ | 10.0 | 5.0 | 5.0 (m) | 50.0            |                 | (gon)           |

(2-18)

$\varepsilon$  ... Gesamtneigung:  $\cos \varepsilon = \cos \omega \cdot \cos \phi$

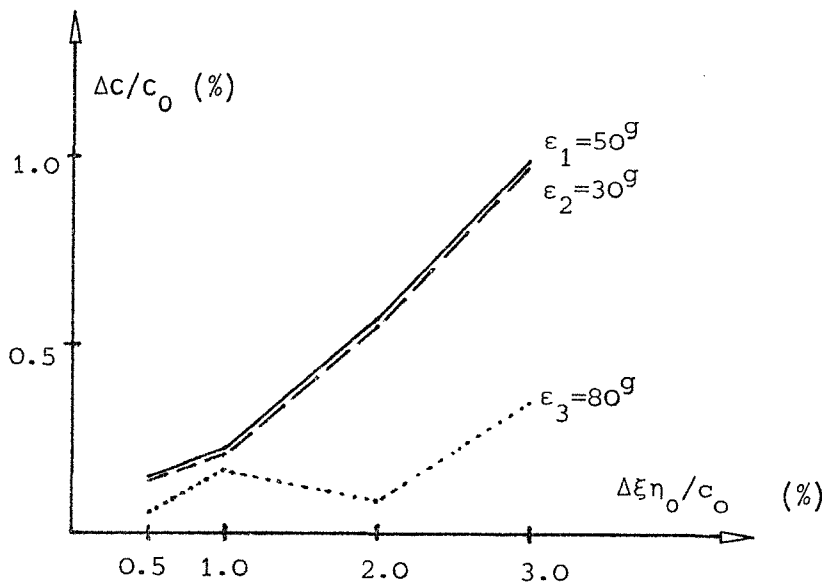


Abb. 2-15: Fehler der Kammerkonstanten wegen unbekannter Hauptpunktlage;  $\Delta c$  ... Abweichung von  $c_0$

Abb. 2-15 zeigt, wie sich die berechnete Kammerkonstante in Abhängigkeit des Hauptpunktfehlers ändert. Die Kurven entsprechen jenen aus Kapitel 3.5.2 (Abb. 3-8). Es zeigt sich, daß der Einfluß



des Hauptpunktsfehlers für starke Bildneigungen geringer ist, was allerdings zu starken Verzerrungen des Vierecks führt. Wenn man annimmt, daß der Hauptpunkt innerhalb eines 6mm Kreises ( $r=3\text{mm}$ ) um den Mittelpunkt liegt, bleibt  $\Delta c/c_0$  unter 1%.

### 2.4.3.3 Objektebenheit

Zur Orientierung wurde ein ebenes Viereck als Objekt vorausgesetzt. In der Praxis wird diese Planität nicht immer gegeben sein.

Im folgenden Diagramm (Abb. 2-16) wird gezeigt, wie sich der mittlere Punktlagefehler  $\Delta p$  eines entzerrten Vierecks, dessen Ecken nicht auf einer Ebene liegen, bei zunehmender Bildneigung  $\epsilon$  vergrößert. Es wurden jeweils zwei Meßbilder verwendet, wobei eine Aufnahme mit  $\epsilon = 50^\circ$  mit den im Diagramm angegebenen Aufnahmen kombiniert wurde. Man sieht, daß der mittlere relative Punktlagefehler der Entzerrung quadratisch mit einer Neigung der Bildebene wächst. Der Zusammenhang zwischen Objektebenheit und Objektkoordinatenfehler ist hingegen linear (Novak, 1984).

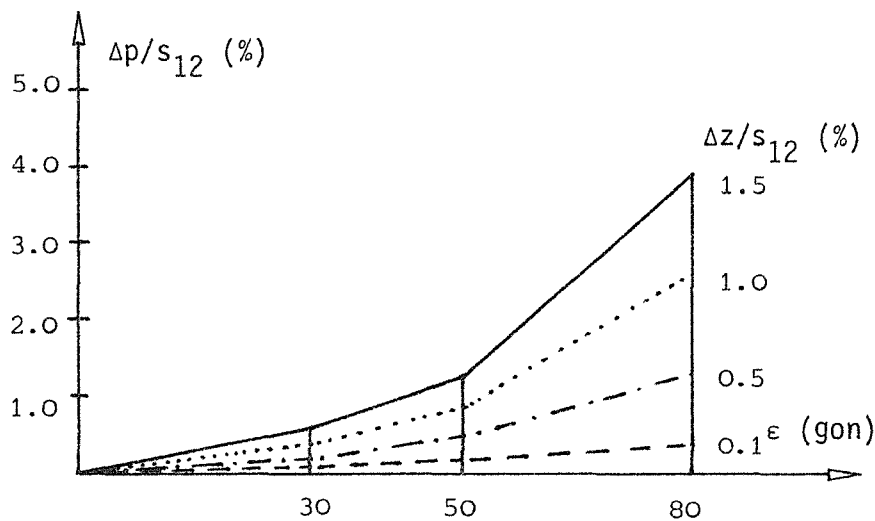


Abb. 2-16: Genauigkeitsverlust der relativen Orientierung, wenn ein Punkt um  $\Delta z$  von der Objektebene abweicht

Abb. 2-17 gibt den Zusammenhang von Objektebenheit  $\Delta z$  und Fehler der

Kammerkonstanten  $\Delta c$  bei der Verwendung dreier Amateuraufnahmen wieder.

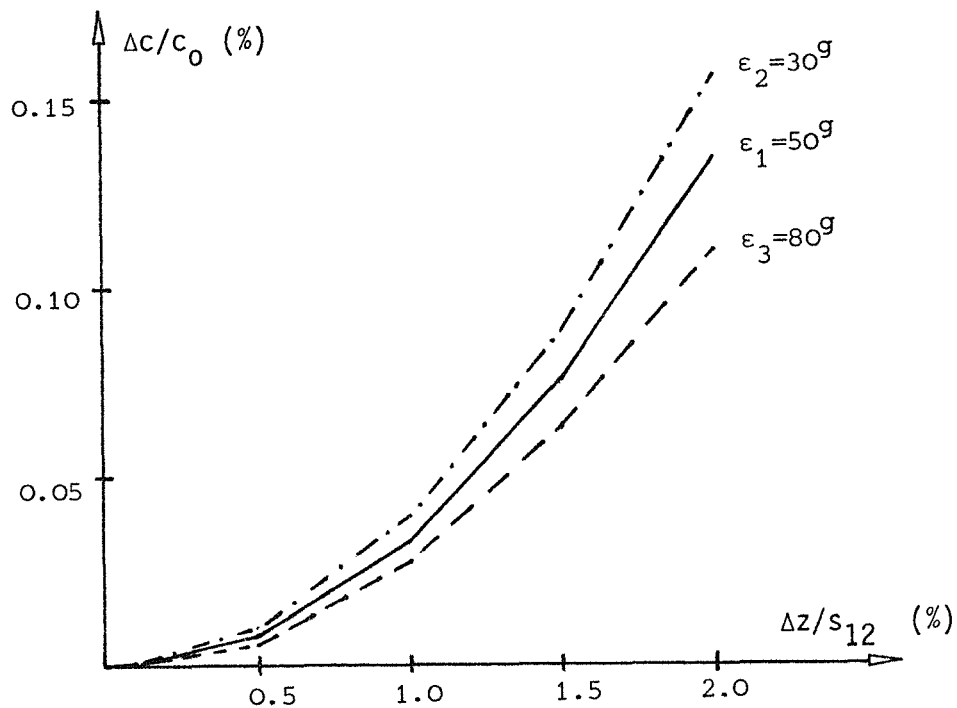


Abb. 2-17: Fehler der Kammerkonstanten wegen Objektunebenheit

Falls nur eine geringe Unebenheit der Objektfläche vorliegt ( $\Delta z/s_{12} < 1\%$ ), ist ihr Einfluß auf  $c$  zu vernachlässigen. Da die Kurven aus Diagramm (2-17) jedoch exponentiell wachsen, muß man danach trachten, ein möglichst ebenes Viereck abzubilden.

### 3 INNERE ORIENTIERUNG AUS ORTHOGONALITÄTSBEDINGUNGEN

Die folgenden Ansätze zur Bestimmung der inneren Orientierung sind größtenteils von Methoden der Darstellenden Geometrie abgeleitet. Sie werden in der Perspektive zur graphischen Ermittlung von Brennweite und Hauptpunktslage, sowie zur zeichnerischen Entzerrung verwendet. In der Photogrammetrie fanden diese Methoden bislang wenig Beachtung.

#### 3.1 GEOMETRISCHE GRUNDLAGEN

Es wird vorausgesetzt, daß eine Orthogonalitätsbedingung im Objektraum erfüllt ist. Im einfachsten Fall kann man sich vorstellen, daß Quaderkanten abgebildet sind (Abb. 3-1). Die Sehstrahlen, welche zu den Seiten  $s_1$  und  $s_2$  parallel sind, schneiden die Bildebene in den Fluchtpunkten  $F'_1$  und  $F'_2$ . Kennt man die beiden Fluchtpunkte, kann die Kammerkonstante  $c$  ermittelt werden, weil die Sehstrahlen orthogonal aufeinander stehen. (Halbkreis durch  $F'_1$ ,  $F'_2$  geschnitten mit einer Normalen auf H).

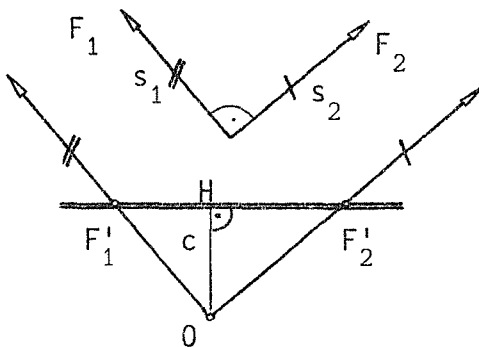


Abb. 3-1: Photographie einer Quaderkante

Man erkennt an diesem einfachen Beispiel, daß man zur Bestimmung der Kammerkonstanten lediglich einen rechten Winkel im Objektraum voraussetzen braucht, während man im Bild Fluchtpunkte und den Hauptpunkt  $H$  kennen muß. Allgemein kann gezeigt werden, daß drei im Endlichen gelegene Fluchtpunkte eines orthogonalen Dreibeins ( $\underline{x}$ ,  $\underline{y}$ ,  $\underline{z}$ )

notwendig sind, um sowohl Hauptpunktlage als auch Kammerkonstante zu bestimmen (Abb. 3-2) (Müller, Kruppa, 1961, S.360).

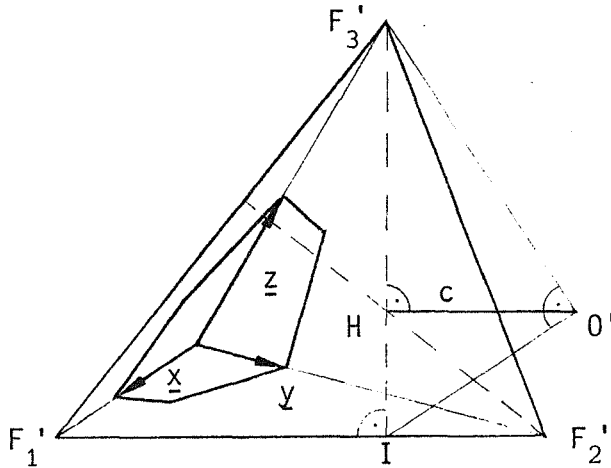


Abb. 3-2: Innere Orientierung aus drei Fluchtpunkten

Der Höhenschnittpunkt  $H$  des Fluchpunktdreiecks  $F'_1, F'_2, F'_3$ , das wegen der Orthogonalität des Dreikants  $x, y, z$  immer spitzwinklig sein muß, ist der Hauptpunkt des Bildes. Um die Kammerkonstante  $c$  zu bestimmen, klappt man das Dreieck  $(F'_3, I, O)$ , welches in einer Normalebene zur Geraden  $(F'_1, F'_2)$  liegt, in die Bildebene um. Es entsteht der Punkt  $O'$ , wobei die Strecke  $IO'$  der Höhe des Dreiecks  $(F'_1, F'_2, O)$  entspricht.  $HO'$  liefert die Länge der Kammerkonstante  $c$ .

Besitzt der Quader  $(x, y, z)$  eine zur Bildebene parallele Kante, z.B.:  $z$ , so liegt  $F'_3$  im Unendlichen und der Hauptpunkt kann auf der Geraden  $(F'_1, F'_2)$  nicht bestimmt werden. Man muß die Abmessungen der Grundfläche des Quaders kennen, um daraus die Hauptpunktlage auf  $(F'_1, F'_2)$  zu fixieren. Die Kammerkonstante findet man durch Schnitt einer in  $H$  errichteten Normalen mit dem Halbkreis um  $(F'_1, F'_2)$  (Müller, Kruppa, S. 363).

### 3.2 ORTHOGONALE VEKTORENPAARE AM OBJEKT

Die geometrischen Ansätze zur Ermittlung der inneren Orientierung werden vor allem zur graphischen Entzerrung von Gebäuden aus nur einem Bild verwendet (Beispiel: Müller, Kruppa, S. 364). Da für die beschriebene Methode rechte Winkel eine wichtige Grundlage darstellen, eignet sie sich vor allem für terrestrische Photogrammetrie und Architekturbildmessung. An Gebäuden können leicht senkrechte und waagrechte Linien gefunden werden, welche die Orthogonalitätsbedingungen erfüllen. Die zweite Bedingung - das Vorhandensein von Fluchtpunkten - wird dadurch erreicht, daß die Kamera gegenüber dem Objekt in zwei Richtungen gekippt wird, d.h. die Bilder sowohl der vertikalen als auch der horizontalen Linien einen endlichen Schnittpunkt haben.

Im Gegensatz zur Darstellenden Geometrie, wo die Lösung der Entzerrungsaufgaben mittels Linien bewerkstelligt wird, verwendet die analytische Photogrammetrie ausschließlich Punkte, von denen die Bildkoordinaten gemessen werden. Es ist daher notwendig auf eine Vektor- und Matrixnotation überzugehen, um Linien beschreiben zu können.

Ein Fluchtpunkt ist das photographische Bild des im Unendlichen liegenden Schnittpunkts paralleler Linien. Kennt man am Objekt zwei parallele Vektoren (Vektorenpaar), so kann man den Schnittpunkt der durch ihre Bilder bestimmten Geraden ermitteln (Abb. 3-3); dieser Fluchtpunkt  $F'$  muß nicht innerhalb des Bildes liegen. Drei zueinander paarweise orthogonale Vektorenpaare führen gemäß 3.1 auf drei Fluchtpunkte eines orthogonalen Dreibeins, ermöglichen also die Bestimmung der kompletten inneren Orientierung.

Um die drei Fluchtpunkte berechnen zu können, benötigt man maximal zwölf Bildpunkte (sechs Vektoren). Es ist allerdings nicht notwendig, daß alle Fluchtpunkte zu einem Bild gehören. Sind mehrere Aufnahmen mit gleicher innerer Orientierung, also ohne umzufokussieren, vorhanden, so kann - wie im folgenden gezeigt wird - mit nur zwei orthogonalen Vektorenpaaren die innere Orientierung aus drei Bildern ermittelt werden.

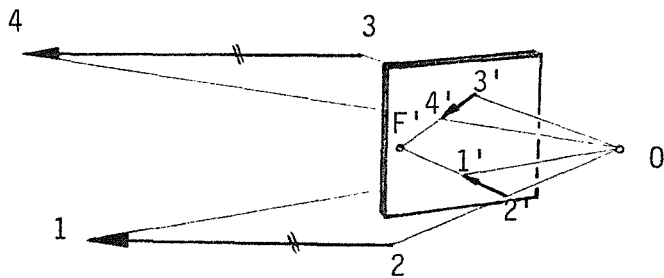


Abb. 3-3: Fluchtpunkt paralleler Vektoren in der Bildebene

### 3.3 BERECHNUNG DER INNEREN ORIENTIERUNG

Orientierungsverfahren, welche Orthogonalitätsbedingungen voraussetzen, werden in der Literatur für Spezialverfahren angeführt. Uzi Ethrog (1984) verwendet parallele und orthogonale Linien zur Berechnung der inneren Orientierung und der Rotationsmatrix einzelner Bilder. Rawiel (1980) setzt einen Paßpunktrahmen, auf dem Rechtecke bzw. Quadrate graviert sind, zur Bestimmung der inneren Orientierung aus zwei Bildern in der Nahbildmessung ein, wobei die Kamera fest bleibt und das Objekt gedreht wird.

Zur Berechnung der inneren Orientierung seien zunächst in einem Bild acht Orientierungspunkte, bzw. zwei orthogonale Vektorenpaare bekannt (Abb. 3-5). Man betrachtet vorerst das Vektorenpaar  $\underline{v}_1, \bar{\underline{v}}_1$  (Abb. 3-4): die Verbindungsvektoren  $(\underline{a}_1, \dots, \underline{a}_4)$  des Projektionszentrums mit den einzelnen Orientierungspunkten werden durch Bildkoordinaten, Hauptpunktlage und Kammerkonstante beschrieben:

$$\underline{a}_i = \begin{pmatrix} \xi_i - \xi_0 \\ \eta_i - \eta_0 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ c_0 \end{pmatrix} \quad i=1 \dots 4 \quad (3-1)$$

$\xi_i, \eta_i$  ... Bildkoordinaten: Punkt  $i$   
 $\xi_0, \eta_0$  ... Hauptpunktslage  
 $c_0$  ..... Kammerkonstante

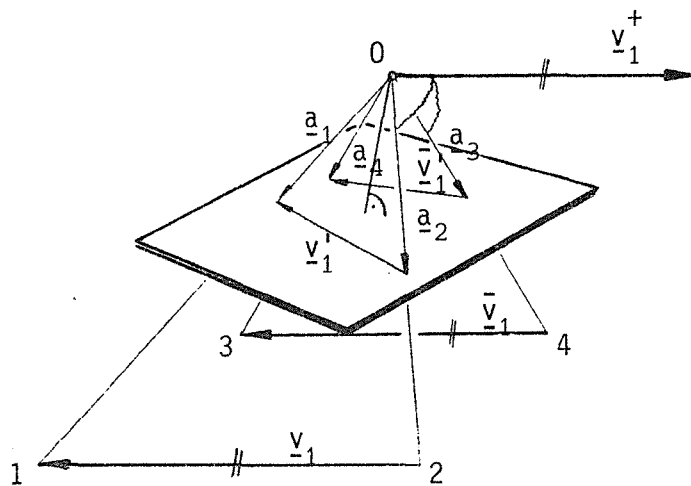


Abb. 3-4:  $\underline{v}_{-1}^+$  als Schnitt der Ebenen  $(0,1,2)$  und  $(0,3,4)$

Sowohl  $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{v}_{-1}, \underline{v}_{-1}'$ , als auch  $\underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{\bar{v}}_{-1}, \underline{\bar{v}}_{-1}'$  bilden jeweils eine Ebene, wobei sich diese Ebenen in einer Geraden durch  $O$  schneiden. Da aber  $\underline{v}_{-1}$  parallel zu  $\underline{\bar{v}}_{-1}$  liegt, muß auch der Schnittvektor der Ebenen,  $\underline{v}_{-1}^+$ , parallel zu diesen sein:

$$\underline{v}_{-1} \parallel \underline{\bar{v}}_{-1} \parallel \underline{v}_{-1}^+$$

$\underline{v}_{-1}^+$  wird über die Normalvektoren der Ebenen  $(0,1,2)$ ,  $(0,3,4)$  ermittelt:

$$\underline{v}_{-1}^+ = (\underline{a}_1 \times \underline{a}_2) \times (\underline{a}_4 \times \underline{a}_3) \quad (3-2)$$

Ist im selben Bild ein zweites Vektorenpaar  $(\underline{v}_{-2}, \underline{\bar{v}}_{-2})$  abgebildet, welches zum ersten Vektorenpaar  $\underline{v}_{-1}, \underline{\bar{v}}_{-1}$  normal steht (Abb. 3-5), so kann in analoger Weise ein auf  $\underline{v}_{-1}^+$  normaler Vektor  $\underline{v}_{-2}^+$  bestimmt werden.

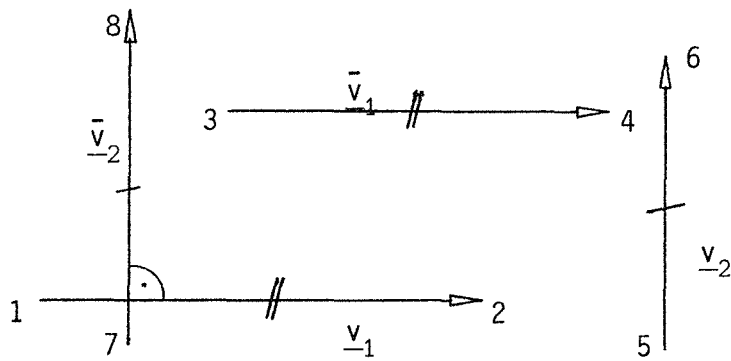


Abb. 3-5: Zwei orthogonale Vektorenpaare

$$\underline{v}_{-2} \parallel \bar{\underline{v}}_{-2} \parallel \underline{v}_{-2}^+$$

$$\underline{v}_{-2}^+ = (\underline{b}_{-5} \times \underline{b}_{-6}) \times (\underline{b}_{-8} \times \underline{b}_{-7}) \quad (3-3)$$

$$\underline{b}_{-i} = \begin{pmatrix} \xi_i & -\xi_o \\ \eta_i & -\eta_o \\ c_o & 0 \end{pmatrix} \quad i=5\dots 8$$

$\underline{b}_{-i}$  ... Verbindungsvektoren analog  $\underline{a}_{-i}$

$$\underline{v}_{-1} \perp \underline{v}_{-2} \implies \underline{v}_{-1}^+ \perp \underline{v}_{-2}^+$$

Zur Definition von  $\underline{v}_{-1}^+$  und  $\underline{v}_{-2}^+$  sind nur Hauptpunktslage  $(\xi_o, \eta_o)$ , Kammerkonstante  $c_o$  und Bildkoordinaten notwendig. Bildet man das skalare Produkt der beiden Vektoren, so erhält man eine lineare Gleichung in den drei Unbekannten  $\xi_o, \eta_o, c_o$ .

$$\underline{v}_{-1}^+ \cdot \underline{v}_{-2}^+ = 0 \quad (3-4)$$



Ableitung:

$$(\underline{a}_i \times \underline{a}_j) = \begin{pmatrix} y_i c_o - y_j c_o \\ x_j c_o - x_i c_o \\ x_i y_j - y_j x_i \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} i=1,4 \\ j=2,3 \end{matrix}$$

$$(\underline{b}_i \times \underline{b}_j) = \begin{pmatrix} y_i c_o - y_j c_o \\ x_j c_o - x_i c_o \\ x_i y_j - x_j y_i \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} i=5,8 \\ j=6,7 \end{matrix}$$

$$\underline{v}_1^+ = \begin{pmatrix} c_o(x_2-x_1)(x_4y_3-x_3y_4) - c_o(x_3-x_4)(x_1y_2-x_2y_1) \\ c_o(y_4-y_3)(x_1y_2-x_2y_1) - c_o(y_1-y_2)(x_4y_3-x_3y_4) \\ c_o^2(y_1-y_2)(x_3-x_4) - c_o^2(x_2-x_1)(y_4-y_3) \end{pmatrix}$$

$$\underline{v}_2^+ = \begin{pmatrix} c_o(x_6-x_5)(x_8y_7-x_7y_8) - c_o(x_7-x_8)(x_5y_6-x_6y_5) \\ c_o(y_8-y_7)(x_5y_6-x_6y_5) - c_o(y_5-y_6)(x_8y_7-x_7y_8) \\ c_o^2(y_5-y_6)(x_7-x_8) - c_o^2(y_6-y_5)(x_8-x_7) \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

Berücksichtigung von (3-1):

$$(x_i - x_j) = \xi_i - \xi_j + \xi_o - \xi_o$$

$$(y_i - y_j) = \eta_i - \eta_j + \eta_o - \eta_o$$

$$(x_i y_j - x_j y_i) = (\xi_i \eta_j - \eta_i \xi_j) + (\eta_j - \eta_i) \xi_o + (\xi_i - \xi_j) \eta_o + \xi_o \eta_o - \xi_o \eta_o$$

$$l_1 = \xi_4 \eta_3 - \xi_3 \eta_4$$

$$l_2 = \xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1$$

$$l_3 = \xi_8 \eta_7 - \xi_7 \eta_8$$

$$l_4 = \xi_5 \eta_6 - \xi_6 \eta_5$$

$$\underline{v}_1^+ = c_o \begin{pmatrix} (\xi_2 - \xi_1) l_1 - (\xi_3 - \xi_4) l_2 + [(\xi_2 - \xi_1)(\eta_3 - \eta_4) - (\xi_3 - \xi_4)(\eta_2 - \eta_1)] \xi_o \\ (\eta_4 - \eta_3) l_2 - (\eta_1 - \eta_2) l_1 + [(\eta_4 - \eta_3)(\xi_1 - \xi_2) - (\eta_1 - \eta_2)(\xi_4 - \xi_3)] \eta_o \\ c_o [(\eta_1 - \eta_2)(\xi_3 - \xi_4) - (\xi_2 - \xi_1)(\eta_4 - \eta_3)] \end{pmatrix} \quad (3-6)$$

$$\underline{v}_{-2}^+ = c_o \begin{pmatrix} \left( \begin{array}{c} (\xi_6 - \xi_5)l_3 - (\xi_7 - \xi_8)l_4 + [(\xi_6 - \xi_5)(\eta_7 - \eta_8) - (\xi_7 - \xi_8)(\eta_6 - \eta_5)] \xi_o \\ 1_9 \\ (\eta_8 - \eta_7)l_4 - (\eta_5 - \eta_6)l_3 + [(\eta_8 - \eta_7)(\xi_5 - \xi_6) - (\eta_5 - \eta_6)(\xi_8 - \xi_7)] \eta_o \\ 1_{10} \\ c_o [(\eta_5 - \eta_6)(\xi_7 - \xi_8) - (\xi_6 - \xi_5)(\eta_8 - \eta_7)] \\ 1_6 \end{array} \right) \xi_o \end{pmatrix} \quad (3-7)$$

$$\underline{v}_{-1}^+ \cdot \underline{v}_{-2}^+ = (1_7 + 1_5 \xi_o)(1_9 + 1_6 \xi_o) + (1_8 + 1_5 \eta_o)(1_{10} + 1_6 \eta_o) + c_o^2 1_5 1_6 = 0$$

$$\underbrace{(1_6 1_7 + 1_5 1_9)}_{K_{n1}} \xi_o + \underbrace{(1_6 1_8 + 1_5 1_{10})}_{K_{n2}} \eta_o + \underbrace{1_5 1_6 (\xi_o^2 + \eta_o^2 + c_o^2)}_{K_{n3}} + \underbrace{(1_7 1_9 + 1_8 1_{10})}_{K_{n4}} = 0 \quad (3-8)$$

Hat man drei Gleichungen (3-8), so ist die innere Orientierung bestimmt. Die Auflösung des linearen Gleichungssystems (3-9) liefert  $\xi_o$ ,  $\eta_o$  und  $(\xi_o^2 + \eta_o^2 + c_o^2)$ , sodaß nach einer kleinen Umformung auch  $c_o$  bekannt ist.

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_o \\ \eta_o \\ \xi_o^2 + \eta_o^2 + c_o^2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} K_{14} \\ K_{24} \\ K_{34} \end{pmatrix} \quad (3-9)$$

Man erhält dieses Gleichungssystem, wenn man drei orthogonale Vektorenpaare (Abb. 3-6) in einem Bild kennt (Ethrog, 1984); somit wird dieser Lösungsansatz auf die geometrische Methode zurückgeführt (vgl. Abb. 3-2). Man benötigt zwölf Punkte und kombiniert immer zwei der drei Vektorenpaare; die drei Kombinationsmöglichkeiten entsprechen den drei Gleichungen (3-9). Hat man mehrere Aufnahmen und jeweils die drei Vektorenpaare, so kann für jede die innere Orientierung unabhängig bestimmt werden.

Sind in einem Bild nur zwei Vektorenpaare vorhanden, so erhält man eine Gleichung. Aus drei Bildern mit jeweils zwei - gleichen oder verschiedenen - orthogonalen Vektorenpaaren ist die gesamte innere Orientierung berechenbar, vorausgesetzt diese hat sich zwischen den Aufnahmen nicht verändert. Man muß das Umfokussieren in diesem Fall unterlassen. Nimmt man den Hauptpunkt im Bildmittelpunkt an und setzt

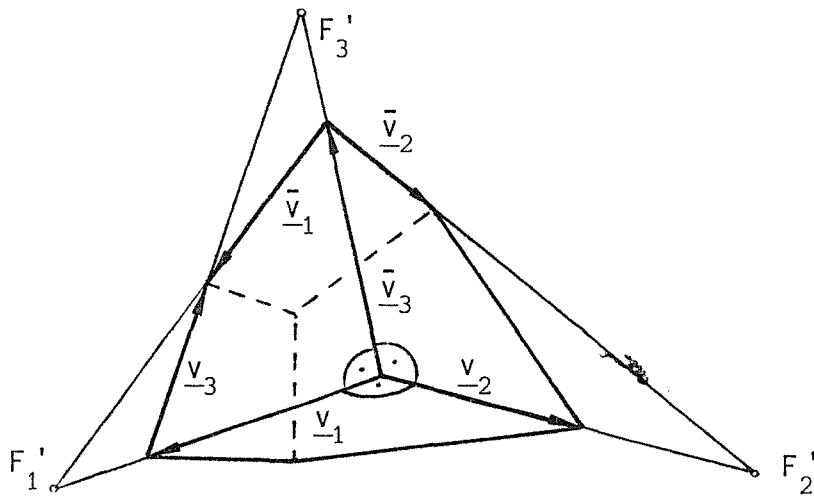


Abb. 3-6: Drei orthogonale Vektorenpaare am Quader

$\xi_o = \eta_o = 0$ , dann läßt sich  $c_o$  aus einem Bild mit zwei orthogonalen Vektorenpaaren berechnen.

### 3.4 GEFÄHRLICHE AUFNAHMEANORDNUNGEN

An den Konstanten der Gleichung (3-8) erkennt man die Schwäche der beschriebenen Methode: Wenn ein Vektorenpaar (z.B.:  $v'_1, \bar{v}'_1$ ) auch im Photo nahezu parallel abgebildet wird, also keinen im Endlichen liegenden Schnittpunkt besitzt, verschwindet der Koeffizient  $l_5$  (Abb. 3-7).

$$\begin{aligned}
 & (\eta_2 - \eta_1)(\xi_4 - \xi_3) - (\xi_2 - \xi_1)(\eta_4 - \eta_3) = \\
 & = \begin{vmatrix} \xi_4 - \xi_3 \\ \eta_4 - \eta_3 \\ 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \xi_2 - \xi_1 \\ \eta_2 - \eta_1 \\ 0 \end{vmatrix} = \\
 & = |\bar{v}'_1 \times v'_1| = l_5 \tag{3-10}
 \end{aligned}$$

Man kann  $l_5$  als Kreuzprodukt der Vektoren  $v'_1, \bar{v}'_1$  interpretieren, wobei

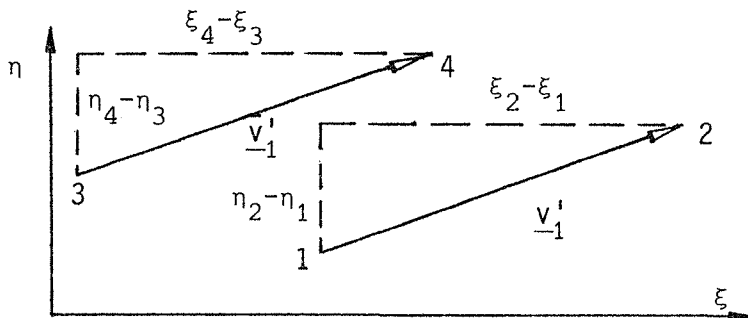


Abb. 3-7: Parallele Vektoren im Bild

sich bei Parallelität der beiden als Ergebnis der Nullvektor errechnet und die Unbekannte  $(\xi_o^2 + \eta_o^2 + c_o^2)$  unbestimmt wird.

Am Gleichungssystem (3-9) kann leicht festgestellt werden, ob es sich um eine gefährliche Aufnahmeanordnung handelt:

- + falls alle Unbekannten berechnet werden sollen, wird die Gleichungsmatrix singulär,
- + falls nur die Kammerkonstante aus einer Gleichung ermittelt wird, tritt eine Division durch Null auf.

Bei der Aufnahme der Bilder ist darauf zu achten, daß keine Objektkante parallel zur Bildebene liegt. Daher ist dieses Verfahren auch nicht für Photographien von Gebäuden mit lotrechter Bildebene anwendbar. Sind mehrere Bilder vorhanden und ist in einem ein Vektorenpaar parallel abgebildet, so muß die singuläre Gleichung weggelassen oder durch eine reguläre ersetzt werden.

### 3.5 GENAUIGKEITSBETRACHTUNGEN

An Hand der folgenden Diagramme wird gezeigt, wie sich die Elemente der inneren Orientierung ändern, wenn die geometrischen Annahmen nicht exakt erfüllt sind oder zufällige Fehler bei der Bildkoordinatenmessung auftreten.

### 3.5.1 Einfluß der Bildkoordinatengenauigkeit

In Tabelle 3-1 sind für verschieden genau gemessene Bildkoordinatenwerte jeweils die durchschnittlichen Abweichungen der Kammerkonstanten und des Hauptpunkts von den Ausgangswerten angegeben. Zur Berechnung wurden die selben Testobjekte wie in Kapitel 2.4.3.1, eine "Hausfassade" und eine "Straße", von verschiedenen Aufnahmepositionen aus abgebildet und die so ermittelten Bildkoordinaten auf  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ ,  $10^0$  mm gerundet. Es wurden die in 2.4.3.1 genannten Bildkombinationen verwendet.

| Objekt              | Rundung der Bildkoordinaten (mm) | $d_c^-$ (mm) | $d_{c_o}$ (mm) | $d_{\xi\eta_o}$ (mm) |
|---------------------|----------------------------------|--------------|----------------|----------------------|
| Fassade<br>c=100 mm | $10^{-2}$                        | 0.20         | 0.38           | 0.09                 |
|                     | $10^{-1}$                        | 1.33         | 4.33           | 0.83                 |
|                     | $10^0$                           | 2.70         | 29.64          | 5.10                 |
| Straße<br>c=40 mm   | $10^{-2}$                        | 0.11         | 0.10           | 0.02                 |
|                     | $10^{-1}$                        | 1.04         | 1.76           | 0.90                 |
|                     | $10^0$                           | 9.46         | 9.76           | 4.20                 |

Tab. 3-1: Durchschnittliche Fehler der inneren Orientierung in Abhängigkeit der Bildkoordinatengenauigkeit

$d_c^-$  ..... Kammerkonstante aus drei Bildern berechnet  
 $d_{c_o}^-$ ,  $d_{\xi\eta_o}$  .. Innere Orientierung komplett berechnet

Verwendet man Aufnahmepositionen, die entlang der Rechtecksdiagonalen liegen, so wird das Ergebnis wesentlich verbessert (Tab. 3-2):

| Objekt  | Rundungsstelle (mm) | $d_c^-$ (mm) | $d_{c_o}$ (mm) | $d_{\xi\eta_o}$ (mm) |
|---------|---------------------|--------------|----------------|----------------------|
| Fassade | $10^{-1}$           | 0.18         | 0.45           | 0.34                 |

Tab. 3-2: Aufnahmestandpunkte in den Ecken eines Rechtecks.

Durch geschickte Wahl der Aufnahmestandpunkte kann der Fehler der inneren Orientierung auch bei einer Bildkoordinatenmeßgenauigkeit von 0.05 mm so gering gehalten werden, daß die Ergebnisse für bestimmte Zwecke direkt verwendet werden können und kein Bündelausgleich notwendig ist. Ein Vergleich der Werte für  $d_{\bar{c}}$  aus Tabelle 3-1 mit  $d_c$  aus Tabelle 2-1 zeigt einen geringen Genauigkeitsverlust gegenüber dem Verfahren aus Kapitel 2. Werden die Bilder von günstigen Standpunkten aus aufgenommen (Tab. 3-2), so ist jedoch diese Methode jener aus Kapitel 2 überlegen.

### 3.5.2 Hauptpunktsverschiebung

Sind weniger als drei Gleichungen (3-8) vorhanden, so kann nur die Kammerkonstante  $c_0$  berechnet werden, wobei man  $\xi_0 = \eta_0 = 0$  setzt. Üblicherweise wird ein Koordinatensystem im Bildmittelpunkt (Diagonalenschnittpunkt) angenommen. Die Fehler, mit denen die errechnete Kammerkonstante unter Vernachlässigung der Hauptpunktslage behaftet ist, sind im Diagramm 3-8 dargestellt.

Man sieht, daß der Fehler der Kammerkonstanten  $\Delta c$  in Abhängigkeit einer unbekanntten Hauptpunktslage  $\Delta \xi \eta_0$  linear wächst. Ebenso wie in Abb. 2-15 verkleinert eine stark geneigte Bildebene den auftretenden Genauigkeitsverlust, d.h. die Berechnung von  $c_0$  sollte mittels stärker geneigten Aufnahmen durchgeführt werden. Da man bei drei bekannten Gleichungen die gesamte innere Orientierung bestimmen wird, tritt kein Fehler in der Kammerkonstanten auf. Kennt man nur eine oder zwei Gleichungen, so erreicht der Fehler höchstens den Wert

$$\Delta c_{\max}$$

- $\Delta \xi \eta_0$  ... Entfernung des Hauptpunkts  $(\xi_0, \eta_0)$  vom Bildmittelpunkt  $(0,0)$  in den Koordinatenrichtungen, z.B.:  $\Delta \xi \eta_0 = 1.0 : \xi_0 = \eta_0 = 1$
- $\overline{\Delta c}$  ..... Abweichung des Mittelwerts von  $c_0$  aus drei Gleichungen
- $\Delta c_{\max}$  .. maximale Abweichung aus einer Gleichung

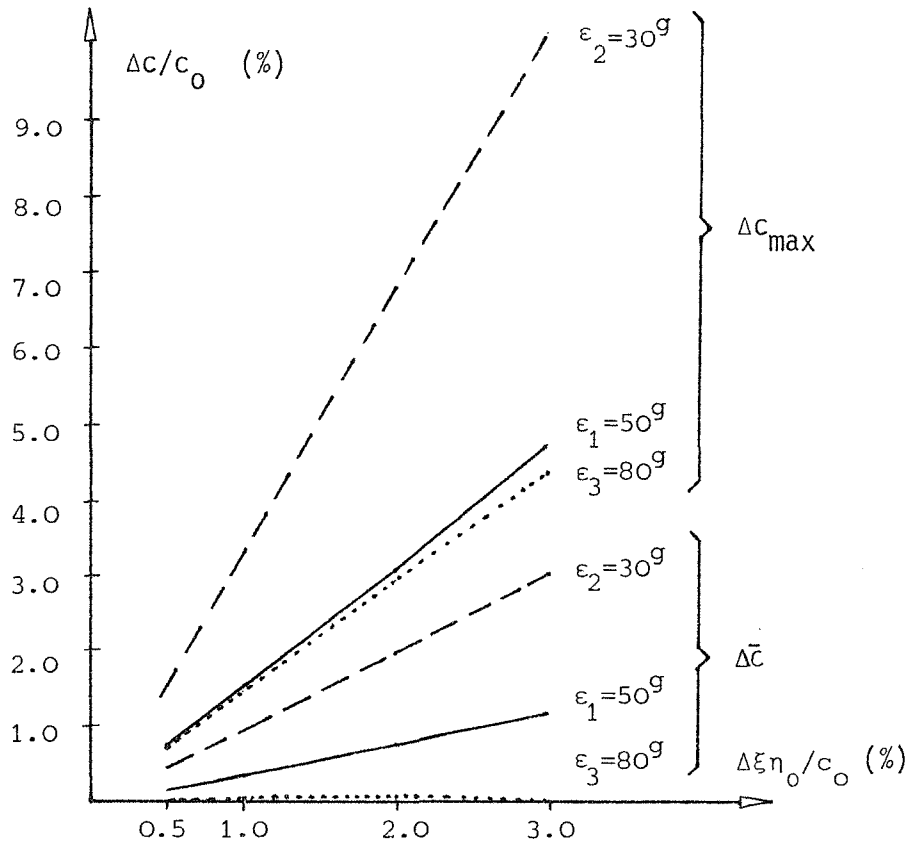


Abb. 3-8: Fehler der Kammerkonstanten wegen unbekannter Hauptpunktslage

### 3.5.3 Abweichungen von der Orthogonalitätsbedingung

In Abschnitt 3.2 wurde vorausgesetzt, daß man am Objekt orthogonale Vektorenpaare kennt. Es soll nun untersucht werden, wie sich die innere Orientierung verändert, wenn eine Orthogonalitätsbedingung nicht erfüllt ist.

Sind zwei Vektorenpaare, die zwar jeweils parallel sind, aber keinen rechten Winkel einschließen ( $\underline{v}_1, \bar{v}_1$  sind gegenüber  $\underline{v}_2, \bar{v}_2$  um  $\Delta\alpha$  verdreht), und drei Bilder vorhanden (Abb. 3-9), so kann die innere Orientierung berechnet werden. Die folgenden Diagramme zeigen die Fehler der Kammerkonstanten und Hauptpunktslage, als Abweichungen von den vorgegebenen Werten, in Abhängigkeit vom Orthogonalitätsfehler  $\Delta\alpha$ . Als Testobjekt wurde die Fassade aus Kapitel 2.4.3.1 mit den Aufnahmekonfigurationen aus 2.4.3.2 (Abb. 2-12) verwendet.

Für Abb. 3-10 wurde aus drei Bildern jeweils nur die Kammerkonstante  $\bar{c}$  berechnet und der Hauptpunkt in der Bildmitte angenommen. In Abb. 3-11 sind für dieselben Aufnahmeanordnungen die Fehler bei einer

Berechnung der gesamten inneren Orientierung angegeben.

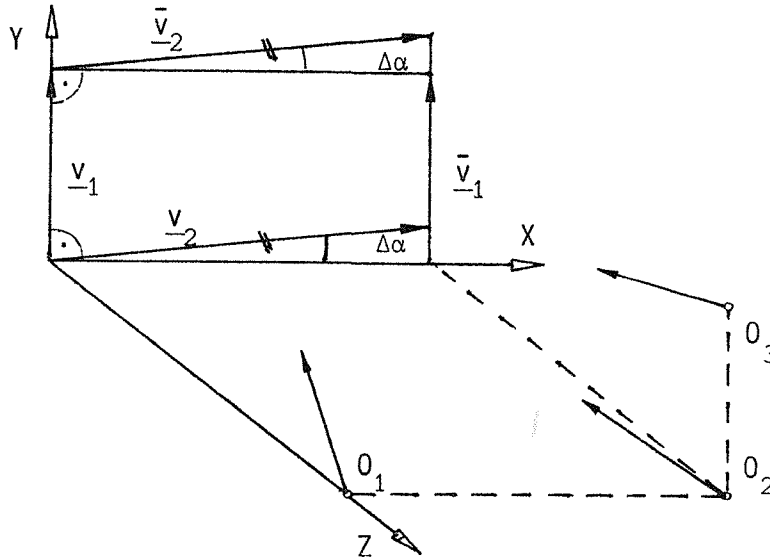


Abb. 3-9: Zwei nicht orthogonale Vektorenpaare werden von drei Standpunkten aus abgebildet

Vektorenpaare sind nicht orthogonal:

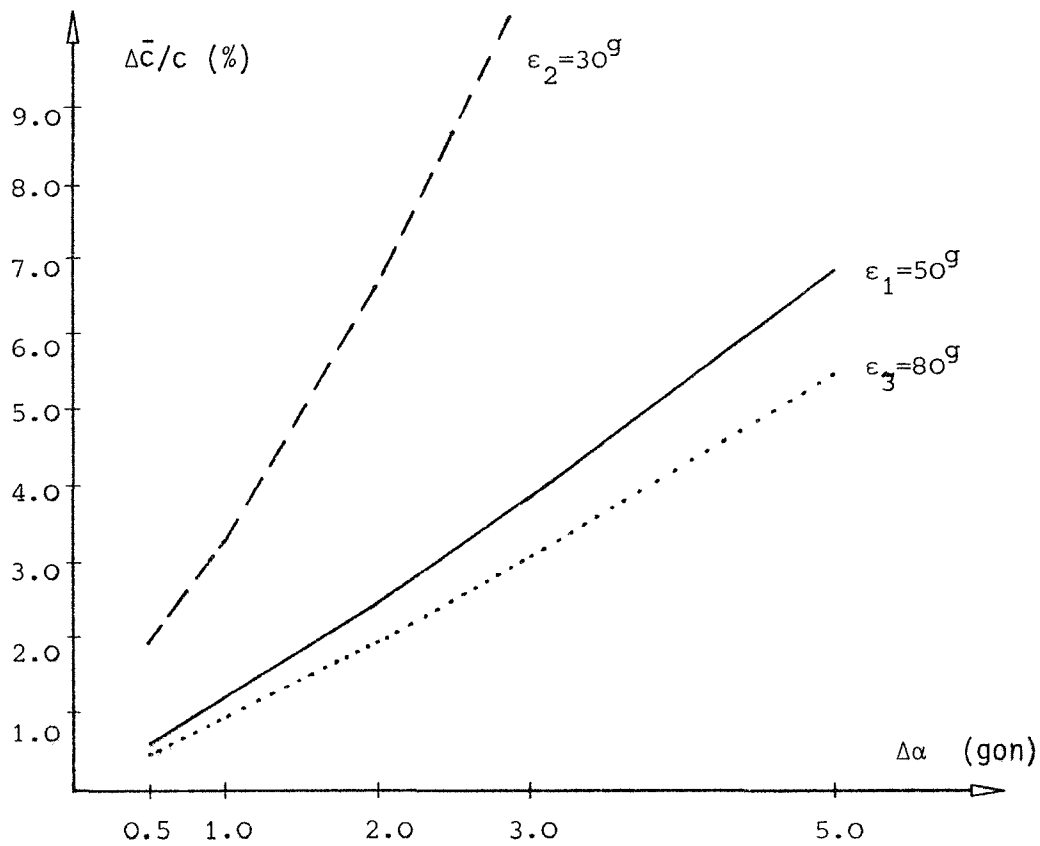


Abb. 3-10: Fehler der mittleren Kammerkonstante  $\bar{c}$



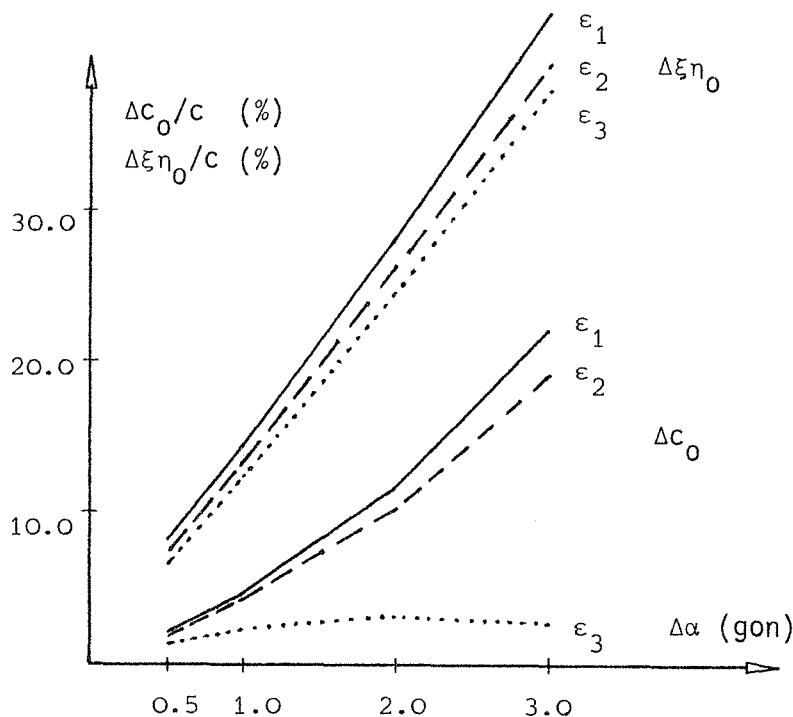


Abb. 3-11: Fehler der inneren Orientierung

In beiden Fällen ist das Fehlerverhalten bei stark geneigten Aufnahmen ( $\epsilon=80^\circ$ ) günstiger, als bei wenig geneigten.

Nimmt man an, daß nur einer der Vektoren  $\underline{v}_1$  oder  $\bar{\underline{v}}_1$  um  $\Delta\alpha$  verdreht wurde, die Vektoren also nicht parallel sind, einer jedoch orthogonal auf  $\underline{v}_2$  und  $\bar{\underline{v}}_2$  steht, so erhält man die Diagramme 3-12 und 3-13. Das Ergebnis gleicht jenem von oben (Abb. 3-10, Abb. 3-11), lediglich bei der Berechnung einer mittleren Kammerkonstante  $\bar{c}$ , zeigt Abb. 3-12 einen günstigeren Verlauf der Fehlerkurven.

In den bis jetzt behandelten Fällen wurden wegen des Abweichens vom rechten Winkel alle drei Gleichungen des Systems (3-9) beeinflusst, weil am Objekt nur eine Orthogonalitätsbedingung bekannt war und die innere Orientierung aus drei Aufnahmen berechnet wurde. Sind die drei Gleichungen jedoch aus einem Bild ableitbar (drei orthogonale Vektorenpaare auf einem quaderförmigen Objekt) und ist ein Vektorenpaar nicht orthogonal zu den beiden anderen (Abb. 3-16), so ergeben sich die Fehlerkurven aus Abb. 3-14 und Abb. 3-15.

Ein Vektorenpaar ist nicht parallel:

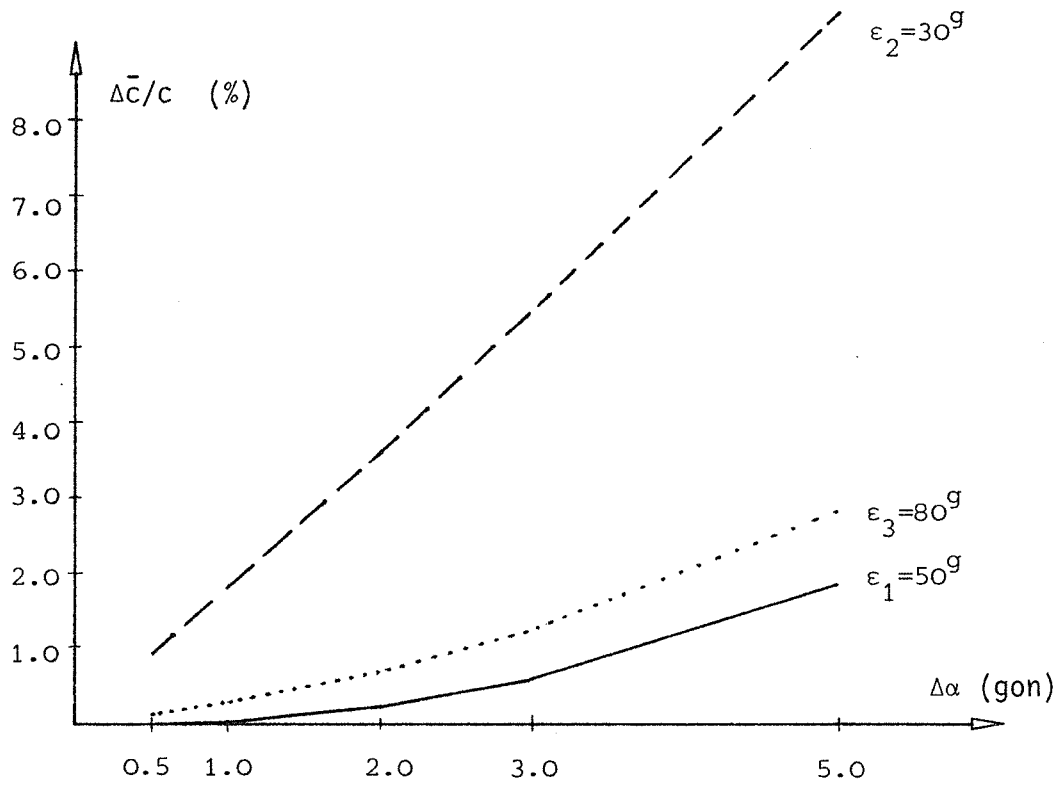


Abb. 3-12: Fehler der mittleren Kammerkonstanten  $\bar{c}$

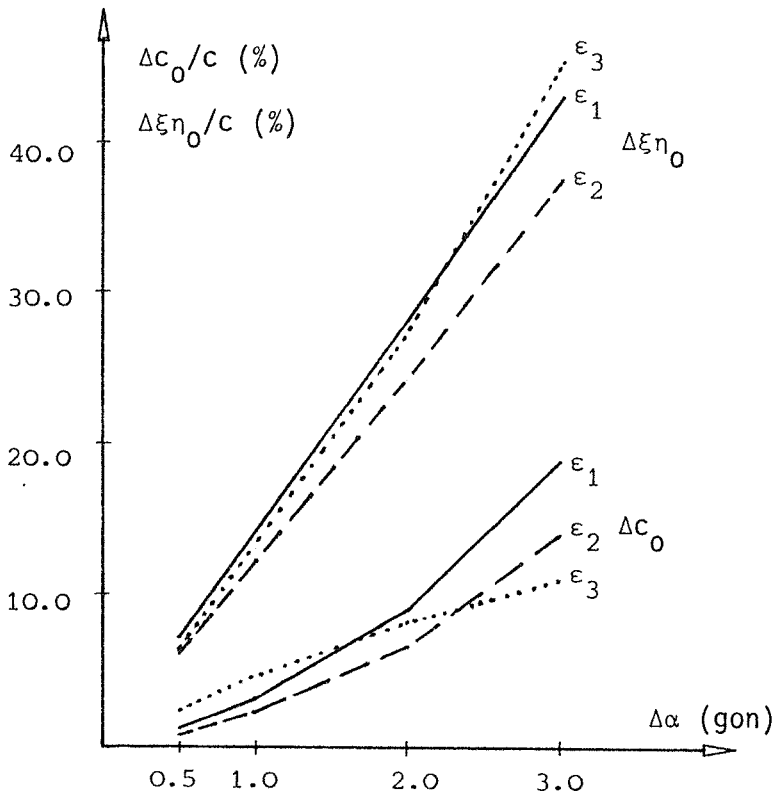


Abb. 3-13: Fehler der inneren Orientierung

Hier wird nur eine Gleichung (3-8) beeinflusst, da eine der drei Orthogonalitätsbedingungen nicht erfüllt ist. Falls man aus jeder Gleichung die Kammerkonstante  $c_0$  für  $\xi_0 = \eta_0 = 0$  errechnet, kann die falsche Gleichung identifiziert werden, indem man jenes Ergebnis, das von den anderen wesentlich abweicht, eliminiert. Die beiden restlichen Gleichungen liefern jeweils einen eindeutigen Wert für die Kammerkonstante und können gemittelt werden.

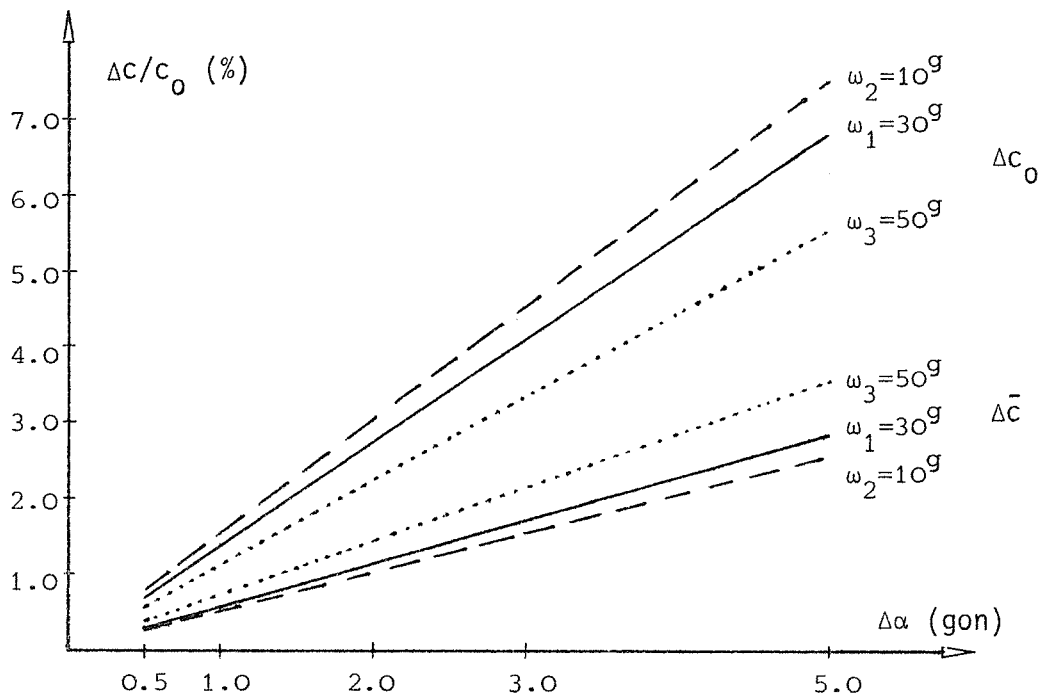


Abb. 3-14: Fehler von  $\bar{c}$  und  $c_0$  aus einem Bild

Zur Erstellung der Diagramme wurde ein quaderförmiges Objekt angenommen, welches vom Aufnahmestandpunkt  $(-5,0,5)$  mit verschiedenen Primärdrehwinkeln  $\omega_i$  und einer fixen Sekundärdrehung  $\phi = -50^\circ$  abgebildet wurde. Eine der Quaderflächen war jeweils um  $\Delta\alpha$  gegenüber dem rechten Winkel verdreht (Abb. 3-16). Solche Fehler werden in der Praxis dann auftreten, wenn man Gebäude mit nicht rechtwinklig aufeinander stehenden Wänden photographiert.

Man erkennt aus den einzelnen Diagrammen, daß bei einer Abweichung vom

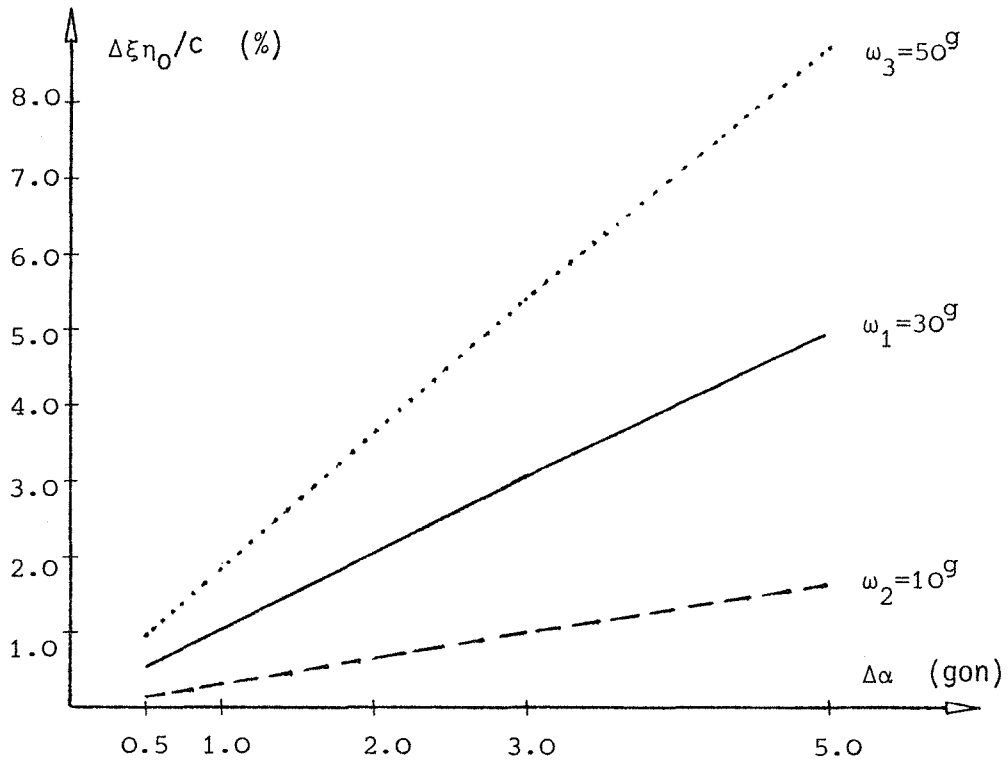


Abb. 3-15: Fehler der Hauptpunktslage  $\Delta\xi\eta_0$  aus einem Bild

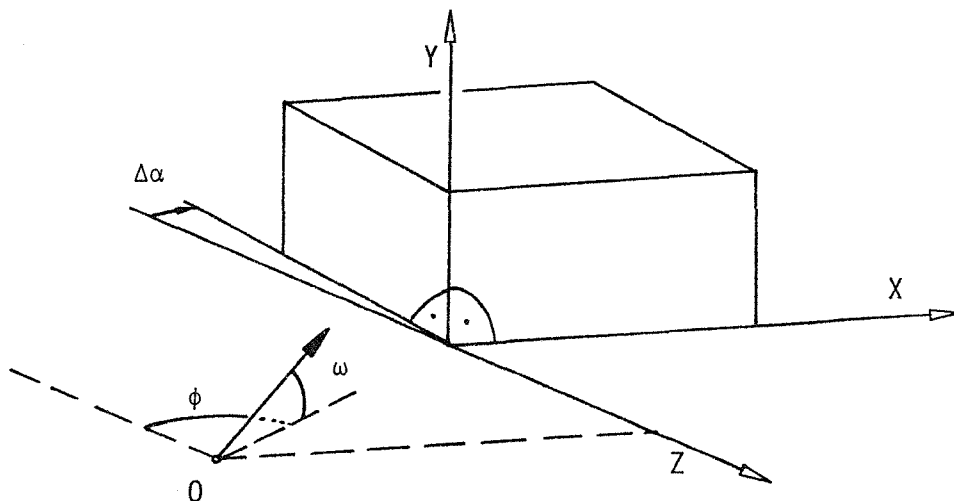


Abb. 3-16: Quaderförmiges Objekt, das eine Orthogonalitätsbedingung nicht erfüllt

rechten Winkel die Fehler weitestgehend linear wachsen. Die Lage des Hauptpunktes ist von der Neigung der Bildebene am stärksten abhängig

(Abb. 3-15), während die ermittelten Kammerkonstantenwerte  $c$  relativ wenig voneinander verschieden sind. Da  $\Delta\bar{c}$  stets kleiner als  $\Delta c_0$  ist, sollte man für jede der drei Gleichungen die Kammerkonstante einzeln berechnen und das Mittel  $\bar{c}$  verwenden. Der Hauptpunkt wird in der Bildmitte angenommen:  $\xi_0 = \eta_0 = 0$ .

#### 3.5.4 Fehlerverhalten am gefährlichen Ort

Ein gefährlicher Ort liegt vor, wenn eines der Vektorenpaare im Photo parallel abgebildet wird (vgl. 3.4). Es ist nun interessant zu wissen, wie nahe man am gefährlichen Ort sein darf, um noch verwendbare Ergebnisse zu erhalten.

In einer Testreihe wurde aus jeweils einem Bild eines ebenen Rechtecks (Vektoren  $\underline{v}_1, \bar{\underline{v}}_1, |\underline{v}_1|=b=5$  m, Abb. 3-17) die Kammerkonstante berechnet. Das Objekt wurde vom Punkt (10,0,5) aus mit einer Sekundärdrehung  $\phi = 50^\circ$  und wechselnden Primärdrehungen  $\omega_1 \rightarrow 0$  aufgenommen, sodaß im Photo  $\underline{v}'_1$  nahezu parallel zu  $\bar{\underline{v}}'_1$  wird.

Wie man aus den Kurven aus Abb. 3-13 ablesen kann, ist der Parallelabstand der beiden Vektoren -  $a$  - eine wichtige Einflußgröße. Je geringer der Abstand am Objekt und je weniger die Bildebene zu den Vektoren ( $\underline{v}_1, \bar{\underline{v}}_1$ ) gekippt ist (ausgedrückt durch  $\omega$ ), desto schleifender wird der Schnitt der Vektoren im Bild, d.h. der entsprechende Fluchtpunkt ist unsicher.

Bereits für quadratische Objektvierecke reicht die Genauigkeit noch nahe am gefährlichen Ort für die meisten Zwecke aus. Man kann demnach dieses Verfahren für Freihandaufnahmen ohne besondere Beachtung der Kameradrehungen verwenden, wenn man im Sucher leicht stürzende Linien erkennt.

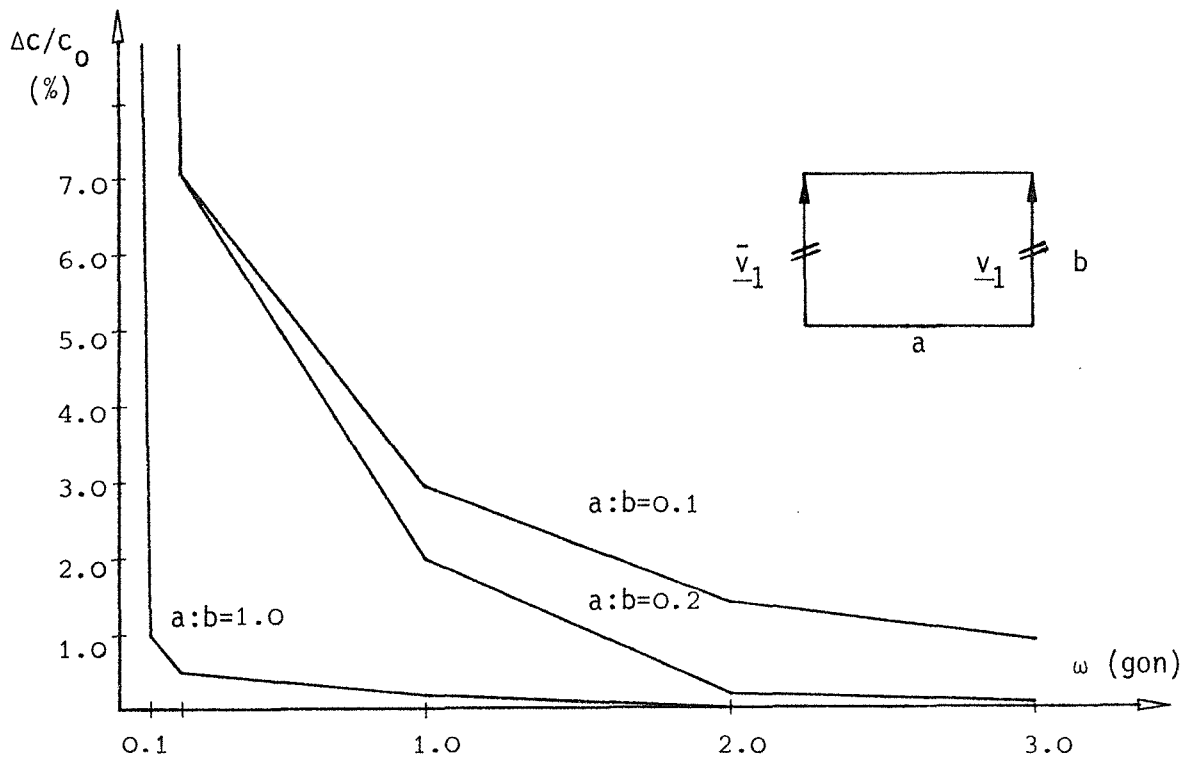


Abb. 3-17: Genauigkeitsverlust am gefährlichen Ort

### 3.6 MODELLBILDUNG

In jedem Bild sind bei dem beschriebenen Verfahren mindestens zwei Vektorenpaare vorhanden. Da jedes der Vektorenpaare eine Ebene am Objekt aufspannt, kann jedesmal der Algorithmus 2.1 zur relativen Orientierung der Aufnahmen verwendet werden. Die beiden Vektorenpaare erlauben daher eine gute Kontrolle der Bildkoordinatenmessung.

Es ist nun zu bedenken, daß das Orientierungsverfahren 2.1 die Objektpunkte in eine der Koordinatenebenen (z.B.: XY-Ebene) transformiert (vgl. Abb. 2-4). Wären Paßpunkte vorhanden, könnte das Koordinatensystem beliebig zum Objekt orientiert werden. Bei einer relativen Orientierung mittels 2.1 wird das Objektkoordinatensystem jedoch immer auf ein ebenes Viereck am Objekt bezogen.

Da die beiden Vektorenpaare im allgemeinen nicht dieselbe Ebene aufspannen, ist es günstig, jene beiden Vektoren zu wählen, die auf Grund der Betrachtungen aus Kapitel 2.1 für das ebene Orientierungsverfahren am geeignetsten sind (Abb. 3-18):

- + die vier Punkte sollten eine möglichst große Fläche aufspannen (Orientierungsgenauigkeit, Auffinden der richtigen Lösung),
- + die Bezugsebene des Orientierungsverfahrens sollte mit einer Ebene am Objekt zusammenfallen.

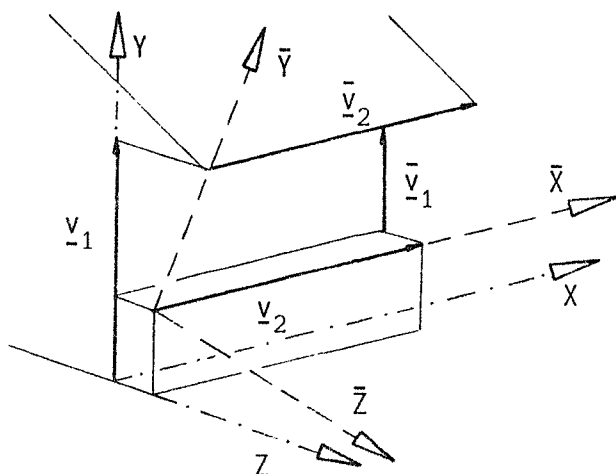


Abb. 3-18: Definition zweier Referenzsysteme mittels paralleler Vektorenpaare

Das Objektsystem  $(X, Y, Z)$  welches an den Vektoren  $\underline{v}_1$  und  $\underline{v}_2$  orientiert wurde, enthält eine senkrechte Fassade und ist somit auch horizontalisiert. Dies entspricht einem lokalen, geodätischen Koordinatensystem und ist somit anschaulicher und einfacher zu handhaben (Transformation ins Landessystem durch Drehung um eine lotrechte Achse und Translation) als das System  $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ , welches verdreht im Raum liegt.

## 4 ANWENDUNGSBEISPIELE

Um die Algorithmen aus Kap. 2. und Kap. 3. praktisch zu erproben, wurden zwei bekannte Wiener Bauwerke - das Gebäude des Musikvereins und die Secession - ausgewählt. Jeweils vier Bilder (Nummern: M2, M4, M5, M6, S7, S8, S9, S10) wurden mit der Amateurkamera Hasselblad EL mit einem Bildformat von 6x6 cm aufgenommen (Abb. 4-5, Abb. 4-8). Die innere Orientierung dieser Kamera war unbekannt und sollte nur aus den Bildkoordinaten bestimmt werden. Zwischen den einzelnen Aufnahmen eines Bündels wurde nicht umfokussiert, um die innere Orientierung konstant zu halten.

### 4.1 ERMITTLUNG DER INNEREN ORIENTIERUNG

Um beide Verfahren testen zu können, wurden in den einzelnen Bildern Objektpunkte bzw. Vektoren ausgewählt, die sowohl der Ebenenbedingung aus Kap. 2., als auch der Orthogonalitätsbedingung aus Kap. 3. genügen. Die Bildkoordinaten wurden am analytischen Auswertegerät WILD AVIOLYT AC1 im Monokomparatormodus gemessen. Da vier Aufnahmen gleichzeitig in einem Bildträger eingelegt wurden, konnte die Messung wesentlich beschleunigt werden. Die Genauigkeit der Koordinatenwerte kann, je nach Ansprechbarkeit der Objektpunkte, mit mindestens 50  $\mu\text{m}$  im Bild angenommen werden. Die gemessenen Koordinaten wurden vom Maschinensystem auf den jeweiligen Bildmittelpunkt reduziert.

Aus diesen Bildkoordinatenwerten wurde nun die innere Orientierung mit den beschriebenen Verfahren mehrfach berechnet. Tab. 4-1 zeigt das Ergebnis für den "Musikverein", Tab. 4-2 für die "Secession". In den Tabellen ist angegeben, welche Bilder, welche Punkte und welche Methoden (Kap. 2. oder Kap. 3.) zur Anwendung kamen. Vier Punkte in einer Zeile definieren eine Ebene (Kap. 2.) oder ein paralleles Vektorenpaar (Kap. 3.). Für  $\xi_0 = \eta_0 = 0.00$  wurde nur die Kammerkonstante ermittelt.



| INNERE ORIENTIERUNG |                  |               | BERECHNUNG             |          |                                       |
|---------------------|------------------|---------------|------------------------|----------|---------------------------------------|
| $\xi_o$<br>(mm)     | $\eta_o$<br>(mm) | $c_o$<br>(mm) | Verfahren<br>(Kapitel) | Bilder   | Punkte                                |
| 0.00                | 0.00             | 49.49         | 2.                     | M4 M5 M6 | 1,2,13,14                             |
| 0.00                | 0.00             | 50.86         | 3.                     | M4 M5 M6 | 1,2,13,14<br>2,13,1,14                |
| 1.42                | -0.06            | 50.48         | 3.                     | M2       | 9,10,11,12                            |
| 0.00                | 0.00             | 50.66         | 3.                     | M2       | 9,16,12,15<br>10,11,16,15             |
| 0.53                | -0.36            | 50.57         | 3.                     | M2       | 1,2,13,14                             |
| 0.00                | 0.00             | 51.29         | 3.                     | M2       | 2,13,1,14<br>9,10,11,12               |
| 0.40                | -0.32            | 50.63         | 3.                     | M2       | 9,10,11,12<br>9,16,12,15<br>2,13,1,14 |
| -0.19               | -0.69            | 51.81         | 3.                     | M2 M4 M6 | 1,2,3,4<br>2,3,4,1                    |
| 0.00                | 0.00             | 50.20         | 3.                     | M2       | 9,16,12,15<br>9,12,16 15              |
|                     |                  |               |                        | M4 M6    | 5,8,6,7<br>5,6,8,7                    |
| 0.00                | 0.00             | 51.28         | 3.                     | M2 M4 M6 | 1,2,14,13                             |
| 0.00                | 0.00             | 49.51         | 2.                     |          | 1,14,2,13                             |

Tab. 4-1: Berechnung der inneren Orientierung des Bündels  
"Musikverein"

| INNERE ORIENTIERUNG |                  |               | BERECHNUNG             |           |                               |
|---------------------|------------------|---------------|------------------------|-----------|-------------------------------|
| $\xi_o$<br>(mm)     | $\eta_o$<br>(mm) | $c_o$<br>(mm) | Verfahren<br>(Kapitel) | Bilder    | Punkte                        |
| 0.00                | 0.00             | 51.80         | 2.                     | S7 S8 S10 | 1,2,3,4                       |
| 0.00                | 0.00             | 50.58         | 3.                     | S7        | 1,2,3,4                       |
| -1.51               | 3.89             | 49.64         | 3.                     | S8        | 1,2,3,4<br>2,11,12,3          |
|                     |                  |               |                        | S10       | 1,2,3,4<br>1,10,4,9           |
| -0.04               | -3.31            | 50.62         | 3.                     | S7        | 1,2,3,4<br>2,3,4,1<br>5,6,7,8 |
| 0.00                | 0.00             | 50.04         | 3.                     | S7        | 1,2,3,4<br>5,6,7,8            |
| 0.00                | 0.00             | 52.57         | 2.                     | S7 S9 S10 | 1,2,3,4                       |
| 0.00                | 0.00             | 52.16         | 2.                     | S8 S9 S10 | 1,2,3,4                       |

Tab. 4-2: Berechnung der inneren Orientierung des Bündels  
"Secession"

Als Ausgangswerte für alle weiteren Berechnungen dienten die arithmetischen Mittel (4-1) und (4-2), welche aus den Daten beider Tabellen gebildet wurden. Aus der Standardabweichung einer berechneten inneren Orientierung ( $\sigma_{\xi_o}$ ,  $\sigma_{\eta_o}$ ,  $\sigma_{c_o}$ ) kann abgelesen werden, daß die Ergebnisse von (4-1) wesentlich sicherer sind als die von (4-2). Im Bündel "Secession" liegt nämlich eine Abweichung von der Orthogonalitätsbedingung vor: die Vektoren  $\vec{14}$  und  $\vec{23}$  stehen nicht normal zur X-Achse.  $s_{34}$  ist wesentlich länger als  $s_{12}$  (vgl. Tab. 4-6):  $s_{12} = 26.20$  m,  $s_{34} = 26.40$  m (ausgeglichenen Werte).

|             | $\xi_o$ $\sigma_{\xi_o}$ | $\eta_o$ $\sigma_{\eta_o}$ | $c_o$ $\sigma_{c_o}$ |       |
|-------------|--------------------------|----------------------------|----------------------|-------|
| Musikverein | 0.54 $\pm 0.67$          | -0.36 $\pm 0.26$           | 50.62 $\pm 0.71$     | (4-1) |
| Secession   | -0.78 $\pm 1.04$         | 0.29 $\pm 5.09$            | 51.06 $\pm 1.12$     | (4-2) |

Man erkennt, daß die Mittelwerte der inneren Orientierung voneinander abweichen, was eine Folge des Umfokussierens zwischen den beiden Bündeln sein könnte.

(4-1) und (4-2) werden in der Folge zur relativen Orientierung jedes Bündels wie auch als Näherungswerte für einen anschließenden Bündelausgleich herangezogen.

## 4.2 RELATIVE ORIENTIERUNG

Zur Bestimmung der Objektpunkte, der Projektionszentren und der Drehungen der Bildebenen in einem lokalen Koordinatensystem kann der Algorithmus 2.1 verwendet werden. Durch Kombination jeweils zweier Bilder werden die Objektkoordinaten mehrfach berechnet und gemittelt. Aus dieser Überbestimmung kann man einen Punktlagefehler ableiten ( $\sigma_N$ , Kap. 4.3.1).

### 4.2.1 Bündel "Musikverein"

Die vier Aufnahmen (M2, M4, M5, M6) werden auf ein lokales Koordinatensystem am Gebäude bezogen (vgl. 3.7)(Abb. 4-5, Bilder: M4, M6). Der Ursprung liegt im Punkt 1, die X-Achse läuft durch 2, wobei die Strecke  $s_{12}$  am Gebäude gemessen wurde ( $s_{12} = 22.85$  m). Die Y-Achse liegt in der lotrechten Fassadenebene, während die Z-Koordinate die Entfernung von dieser Ebene (definiert durch die Punkte 1, 2, 13, 14) angibt. Als innere Orientierung verwendet man (4-1).

Tab. 4-3 (Spalte Näherungswerte) gibt die Koordinatenwerte der Projektionszentren und der Objektpunkte, als auch die Drehwinkel an, wie sie mit 2.1 bzw. den Formeln für eine stereoskopische Punktbestimmung (Kraus, A2.3, 1982) ermittelt werden können.

Diese Daten werden nun als Näherungswerte für einen Bündelausgleich mit dem Programmsystem ORIENT (Kager, 1980) verwendet. Alle Objektpunkte (außer 1 und 2 zur Lagerung des Koordinatensystems), sowie die innere und äußere Orientierung, wurden als Unbekannte in den Ausgleich eingeführt. Zur Berechnung der Ergebniswerte, die in Tab. 4-3 in der rechten Spalte angegeben sind, waren nur zwei Iterationen notwendig. Bei ähnlichen Blöcken benötigte man bisher durchschnittlich fünf Durchgänge. Dies bedeutet, daß durch die Verwendung dieser genauen Näherungswerte eine Verkürzung der Rechenarbeit möglich ist. Außerdem treten von Beginn der Rechnung an nur geringe Spannungen im Ausgleich auf.

Vergleicht man einander entsprechende Werte aus Tab. 4-3 und bildet die durchschnittlichen Differenzen ( $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ), so erhält man Tab. 4-4. Hier zeigt sich, daß die Genauigkeit der äußeren Orientierung der Bilder nicht allzu groß ist. Diese Daten sind allerdings nur von geringem Interesse, weil die Aufnahmestandpunkte ohnehin nicht mehr lokalisierbar sind, falls ohne Stativ photographiert wurde. Von größerer Bedeutung ist die geringe Abweichung zwischen den Näherungen und den ausgeglichenen Objektkoordinaten. Eine Standardabweichung  $m$  von nur 2 cm, berechnet aus den Differenzen der Punktkoordinaten vor und nach dem Ausgleich, bedeutet, daß die Ergebnisse der Methoden dieser Arbeit für viele Zwecke direkt eingesetzt werden können.

|                | NÄHERUNGSWERTE  |                   |                | BÜNDELAUSGLEICH |                   |                     |
|----------------|-----------------|-------------------|----------------|-----------------|-------------------|---------------------|
| INNERE ORIENT. | $\xi_o$<br>0.54 | $\eta_o$<br>-0.36 | $c_o$<br>50.62 | $\xi_o$<br>0.40 | $\eta_o$<br>-0.63 | $c_o$<br>50.18 (mm) |
| PROJ. ZENTREN  | $x_o$           | $y_o$             | $z_o$          | $x_o$           | $y_o$             | $z_o$               |
| M 2            | 68.58           | -7.89             | 30.51          | 68.03           | -7.90             | 30.21 (m)           |
| M 4            | 47.86           | -8.17             | 31.84          | 47.44           | -8.29             | 31.65 (m)           |
| M 5            | 26.94           | -7.84             | 28.40          | 26.90           | -7.63             | 28.09 (m)           |
| M 6            | -31.44          | -7.04             | 22.82          | -31.12          | -7.10             | 22.61 (m)           |
| DREHWINKEL     | $\omega$        | $\phi$            | $\kappa$       | $\omega$        | $\phi$            | $\kappa$            |
| M 2            | 13.96           | 45.96             | -9.00          | 13.69           | 45.93             | -8.70 (gon)         |
| M 4            | 19.25           | 37.03             | -9.32          | 19.17           | 36.86             | -9.18 (gon)         |
| M 5            | 25.94           | 29.80             | -12.45         | 25.44           | 30.19             | -12.31 (gon)        |
| M 6            | 31.69           | -47.66            | 18.09          | 31.58           | -47.38            | 17.85 (gon)         |
| OBJEKTPUNKTE   | X               | Y                 | Z              | X               | Y                 | Z                   |
| 1              | 0.00            | 0.00              | 0.00           | 0.00            | 0.00              | 0.00 (m)            |
| 2              | 22.85           | 0.00              | 0.00           | 22.85           | 0.00              | 0.00 (m)            |
| 3              | 22.87           | 9.28              | 0.04           | 22.87           | 9.28              | 0.06 (m)            |
| 4              | -0.08           | 9.25              | 0.03           | -0.05           | 9.26              | 0.05 (m)            |
| 5              | 42.48           | 0.02              | -4.82          | 42.45           | 0.02              | -4.81 (m)           |
| 6              | 42.44           | 9.32              | -4.86          | 42.42           | 9.34              | -4.82 (m)           |
| 7              | -19.43          | 9.34              | -4.93          | -19.44          | 9.33              | -4.84 (m)           |
| 8              | -19.38          | 0.13              | -5.01          | -19.40          | 0.11              | -4.90 (m)           |
| 13             | 22.80           | 17.64             | 0.02           | 22.79           | 17.64             | 0.04 (m)            |
| 14             | -0.07           | 17.58             | 0.00           | -0.03           | 17.61             | 0.02 (m)            |
| 15             | -18.69          | -7.03             | -5.61          | -18.72          | -7.07             | -5.51 (m)           |
| 16             | 41.82           | -7.20             | -5.40          | 41.79           | -7.20             | -5.42 (m)           |

Tab. 4-3: Vergleich der Näherungen mit den ausgeglichenen Werten,  
Bündel "Musikverein"

|               | $m_X$ | $m_Y$ | $m_Z$ | $m$        |
|---------------|-------|-------|-------|------------|
| PROJ. ZENTREN | 0.19  | 0.06  | 0.13  | 0.24 (m)   |
| DREHWINKEL    | 0.18  | 0.13  | 0.11  | 0.25 (gon) |
| OBJEKT-PUNKTE | 0.01  | 0.00  | 0.02  | 0.02 (m)   |

$$m = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2 + m_Z^2}$$

Tab. 4-4: Mittlere Abweichungen der Näherungen vom Endergebnis, Bündel "Musikverein"

#### 4.2.2 Bündel "Secession"

In Tab. 4-6 sind wiederum Näherungswerte und ausgeglichene Werte gelistet, wobei das lokale Koordinatensystem auf die Hauptfassade (Punkte 1, 2, 3, 4) bezogen wird (Abb. 4-8, Bilder: S7, S10). Die Referenzstrecke  $s_{12}$  ist 26.20 m lang.

Aus (4-2) weiß man, daß wegen einer falschen Modellannahme (die Orthogonalität ist nicht exakt erfüllt) die Werte der inneren Orientierung für dieses Bündel wesentlich unsicherer sind als jene von (4-1). Dieser Umstand läßt ungenauere Ergebnisse der relativen Orientierung erwarten.

Betrachtet man die mittleren Fehler der ausgeglichenen Werte, die ebenfalls mittels ORIENT berechnet worden sind, so decken sie die Schwächen dieses Bündels auf: Der mittlere Punktlagefehler ( $\sigma_p$ ) der ausgeglichenen Projektionszentren liegt im Bündel "Secession" im Durchschnitt bei  $\pm 0.50$  m, beim "Musikverein" bei  $\pm 0.10$  m, d.h. die ermittelten Werte für die "Secession" sind ziemlich unsicher. Allerdings ist auch hier der Unterschied zwischen Näherungen und ausgeglichenen Werten gering (Tab. 4-7).

|                | NÄHERUNGSWERTE |          |          | BÜNDELAUSGLEICH |          |              |
|----------------|----------------|----------|----------|-----------------|----------|--------------|
|                | $\xi_o$        | $\eta_o$ | $c_o$    | $\xi_o$         | $\eta_o$ | $c_o$        |
| INNERE ORIENT. | -0.78          | 0.29     | 51.06    | -0.11           | 0.19     | 51.20 (mm)   |
| PROJ. ZENTREN  | $x_o$          | $y_o$    | $z_o$    | $x_o$           | $y_o$    | $z_o$        |
| S 7            | 41.62          | 0.33     | 29.17    | 41.72           | 0.31     | 29.44 (m)    |
| S 8            | 36.77          | -0.71    | 17.53    | 36.86           | -0.75    | 17.65 (m)    |
| S 9            | 11.19          | -0.03    | 28.47    | 11.63           | 0.38     | 28.62 (m)    |
| S10            | -5.59          | 0.07     | 20.39    | -5.64           | -0.08    | 20.28 (m)    |
| DREHWINKEL     | $\omega$       | $\phi$   | $\kappa$ | $\omega$        | $\phi$   | $\kappa$     |
| S 7            | 14.47          | 38.81    | -9.94    | 14.17           | 37.93    | -9.54 (gon)  |
| S 8            | 17.96          | 44.00    | -11.99   | 17.68           | 43.29    | -11.62 (gon) |
| S 9            | 12.60          | -3.52    | 0.93     | 11.63           | -3.22    | 1.08 (gon)   |
| S10            | 17.58          | -38.26   | 9.00     | 17.99           | -39.19   | 9.09 (gon)   |
| OBJEKTpunkte   | X              | Y        | Z        | X               | Y        | Z            |
| 1              | 0.00           | 0.00     | 0.00     | 0.00            | 0.00     | 0.00 (m)     |
| 2              | 26.20          | 0.00     | 0.00     | 26.20           | 0.00     | 0.00 (m)     |
| 3              | 26.36          | 6.97     | -0.01    | 26.32           | 7.00     | 0.00 (m)     |
| 4              | -0.07          | 7.01     | -0.02    | -0.08           | 6.98     | -0.01 (m)    |
| 21             | 15.50          | -1.90    | 2.68     | 15.53           | -1.90    | 2.63 (m)     |
| 22             | 16.01          | 14.42    | -2.56    | 15.91           | 14.39    | -2.52 (m)    |

Tab. 4-6: Vergleich der Näherungen mit den ausgeglichenen Werten, Bündel "Secession"

|               | $m_x$ | $m_y$ | $m_z$ | m          |
|---------------|-------|-------|-------|------------|
| PROJ. ZENTREN | 0.12  | 0.10  | 0.09  | 0.18 (m)   |
| DREHWINKEL    | 0.28  | 0.37  | 0.14  | 0.48 (gon) |
| OBJEKTpunkte  | 0.02  | 0.01  | 0.01  | 0.02 (m)   |

$$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2}$$

Tab. 4-7: Mittlere Abweichungen der Näherungen vom Endergebnis, Bündel "Secession"



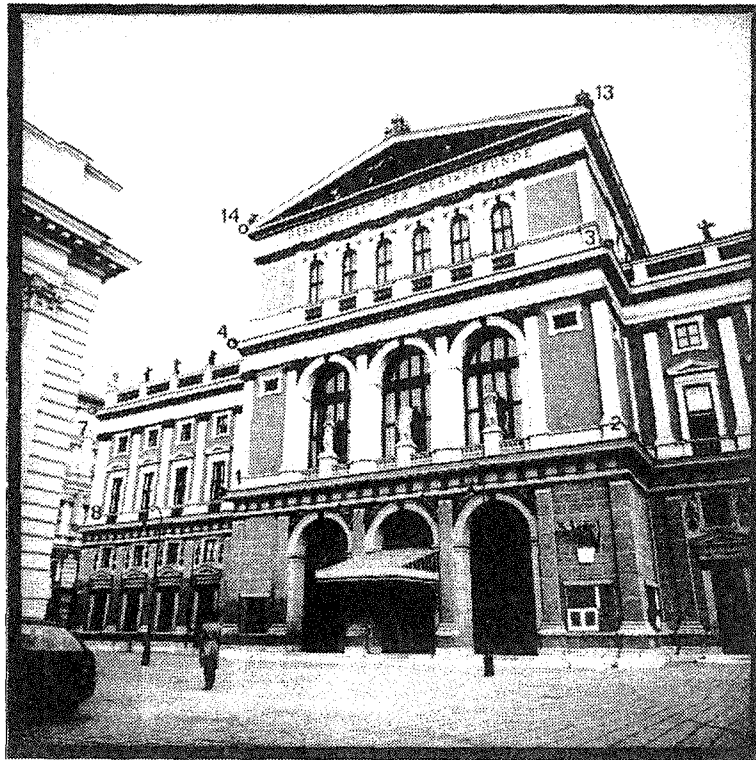
*Bild M2*



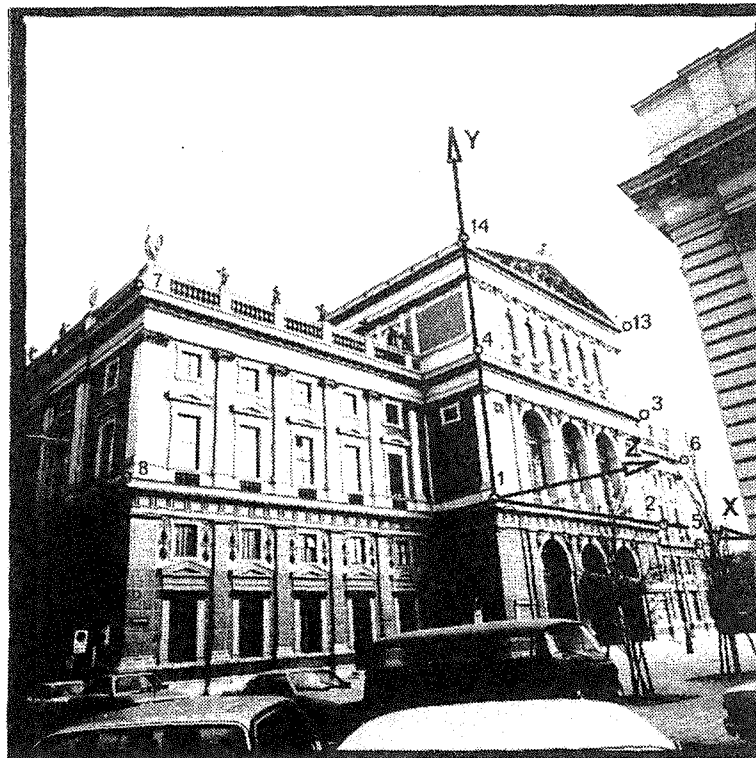
*Bild M4*

*Abb. 4-5: Vier Photographien des 'Musikvereingebäudes'; die gemessenen Objektpunkte sind in jedem Bild markiert.*





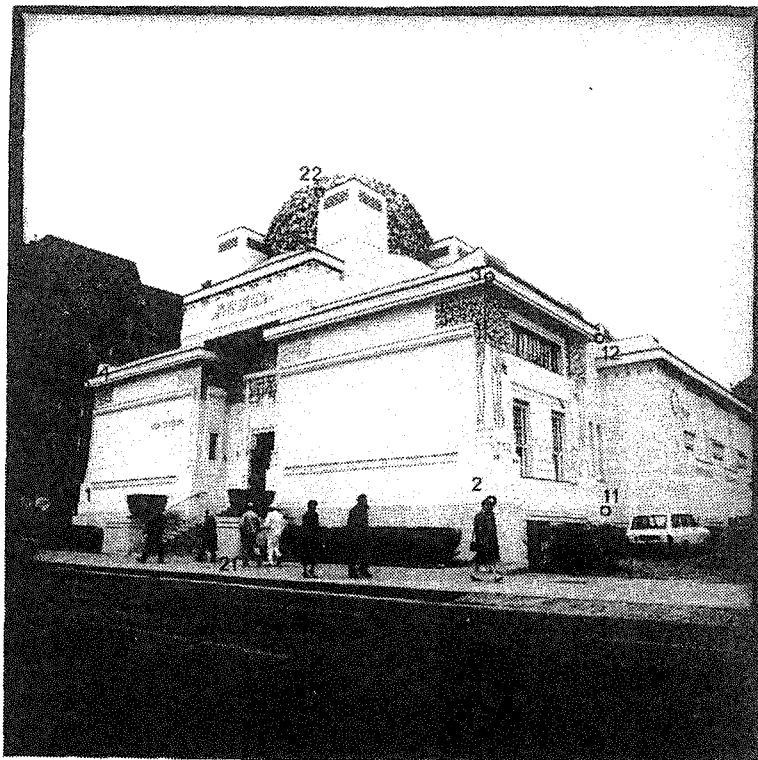
*Bild M5*



*Bild M6*

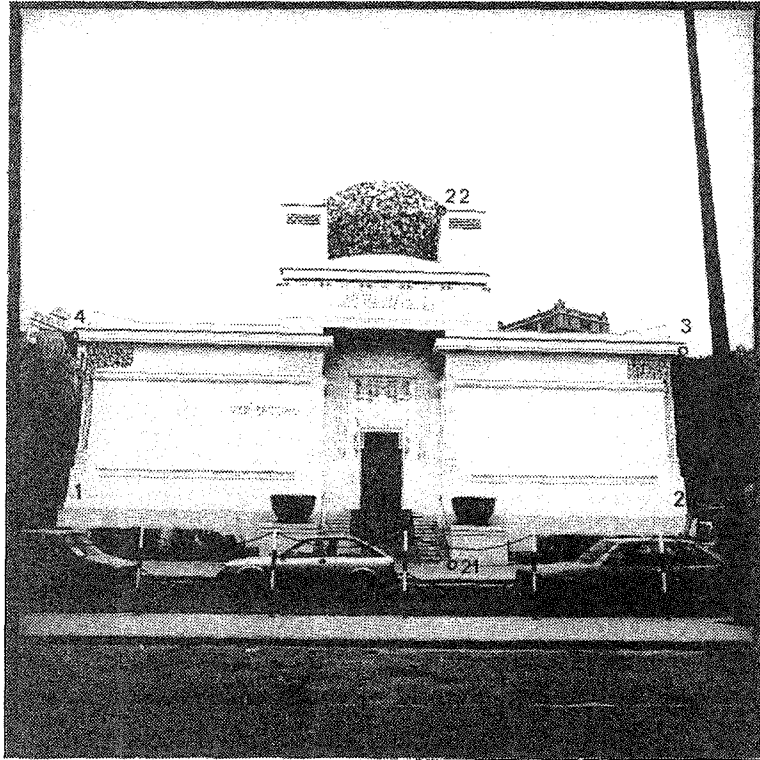


*Bild S7*



*Bild S8*

*Abb. 4-8: Vier Photographien der 'Secession';  
die gemessenen Objektpunkte sind in jedem Bild markiert.*



*Bild S9*



*Bild S10*

### 4.3 GENAUIGKEITEN DER ERGEBNISSE

Es werden im folgenden zwei Möglichkeiten beschrieben, wie Fehlergrößen für die berechneten Ergebnisse ermittelt werden können. Sie geben an, ob ein Bündelausgleich zur exakten Bestimmung der Werte notwendig ist, oder ob die Genauigkeit der geschlossenen Lösungen ausreicht.

#### 4.3.1 Fehlergrößen aus Redundanzen

In 4.1 wurde die innere Orientierung durch verschiedene Punktkombinationen und mittels unterschiedlicher Verfahren berechnet. Man erhält daraus mehrere Ergebnisse, deren arithmetisches Mittel daraufhin gebildet wurde. Die Standardabweichungen ( $\sigma_{\xi_0}, \sigma_{\eta_0}, \sigma_{c_0}$ ) sind in (4-1) und (4-2) angegeben und zeigen, daß im Bündel "Secession" große Unsicherheiten auftreten.

Ähnlich geht man bei den Punktkoordinaten vor: Die meisten Punkte werden durch die Kombination jeweils zweier Bilder mehrfach berechnet und anschließend gemittelt. Auch hier gibt die Standardabweichung ( $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ ) die Lageunsicherheit in den Koordinatenrichtungen an. Tab. 4-9 vergleicht die Standardabweichungen der Näherungen der beiden Aufnahmebündel mit den mittleren Fehlern des Ausgleichs. Es zeigt sich, daß der Punktlagefehler der Näherungen ( $\sigma_N$ ) eher optimistisch eingeschätzt wird. Der mittlere Fehler des Ausgleichs ( $\sigma_A$ ) weist auf die relativ ungünstige Anordnung der Aufnahmeestandpunkte des Bündels "Secession" hin.

| OBJEKT      | NÄHERUNGEN (m) |            |            |            | AUSGLEICH (m) |             |             |            |
|-------------|----------------|------------|------------|------------|---------------|-------------|-------------|------------|
|             | $\sigma_X$     | $\sigma_Y$ | $\sigma_Z$ | $\sigma_N$ | $\sigma'_X$   | $\sigma'_Y$ | $\sigma'_Z$ | $\sigma_A$ |
| MUSIKVEREIN | 0.04           | 0.04       | 0.06       | 0.08       | 0.03          | 0.02        | 0.02        | 0.04       |
| SECESSION   | 0.05           | 0.04       | 0.07       | 0.09       | 0.05          | 0.07        | 0.17        | 0.19       |

$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2} \qquad \sigma_A = \sqrt{\sigma'_X{}^2 + \sigma'_Y{}^2 + \sigma'_Z{}^2}$$

Tab. 4-9: Vergleich der Standardabweichungen der Objektpunkte

$\sigma_X$ ,  $\sigma_Y$ ,  $\sigma_Z$  entsprechen dimensionsmäßig jenen Fehlern, die durch die Ungenauigkeiten der Koordinatenmessung entstehen:

$$m_b = 1/500 \qquad \sigma_\xi = 50 \mu\text{m} \quad \Rightarrow \quad \sigma_X = 2.5 \text{ cm}$$

$m_b$  .... Bildmaßstab (Entfernung vom Objekt: 25 m)

$\sigma_\xi$  ... Bildkoordinatenmeßgenauigkeit (vgl. 4.1)

#### 4.3.2 Fehlergrößen aus einer Simulation

Zur Abschätzung der Fehler der Orientierungselemente, welche durch die Anordnung der Aufnahmestandpunkte entstehen, eignet sich eine Simulation.

Man nimmt hierzu für die innere Orientierung, die Projektionszentren, die Drehwinkel und die Objektpunkte Werte an, wie sie ungefähr der tatsächlichen Aufnahmekonfiguration entsprechen. Aus diesen Vorgaben können Bildkoordinaten berechnet werden (perspektive Abbildung, Kraus, 1982), welche man auf den Wert der Koordinatenmeßgenauigkeit rundet, z.B. auf  $10^{-1}$  (mm). Aus diesen simulierten Bildkoordinaten können wiederum die innere und die relative Orientierung bestimmt werden. Vergleicht man die Ergebnisse mit den Ausgangswerten, so erhält man die mittleren Abweichungen, die durch Bildkoordinatenungenauigkeit und Aufnahmekonfiguration bedingt sind.

Tab. 4-10 und Tab. 4-11 stellen jeweils drei simulierte Aufnahmen der beiden Testobjekte (MS4, MS5, MS6, SS8, SS9, SS10) den berechneten Werten gegenüber. Als Bezugsebene dienen die Punkte 1, 2, 13, 14 des "Musikvereins" und 1, 2, 3, 4 der "Secession" (die Abweichung von der Orthogonalität im praktischen Beispiel bleibt hier unberücksichtigt).

Aus den Differenzen zwischen berechneten und vorgegebenen Werten konnten die mittleren Abweichungen (Tab. 4-12, Tab. 4-13) abgeleitet werden.

|                | NÄHERUNGSWERTE |          |          | AUSGANGSDATEN |          |              |
|----------------|----------------|----------|----------|---------------|----------|--------------|
|                | $\xi_o$        | $\eta_o$ | $c_o$    | $\xi_o$       | $\eta_o$ | $c_o$        |
| INNERE ORIENT. | -0.14          | -1.04    | 49.59    | 0.00          | 0.00     | 50.00 (mm)   |
| PROJ. ZENTREN  | $x_o$          | $y_o$    | $z_o$    | $x_o$         | $y_o$    | $z_o$        |
| MS 4           | 47.03          | -7.99    | 32.57    | 47.00         | -8.00    | 32.00 (m)    |
| MS 5           | 26.91          | -7.13    | 29.05    | 27.00         | -7.00    | 29.00 (m)    |
| MS 6           | -30.94         | -7.12    | 23.11    | -31.00        | -7.00    | 23.00 (m)    |
| DREHWINKEL     | $\omega$       | $\phi$   | $\kappa$ | $\omega$      | $\phi$   | $\kappa$     |
| MS 4           | 19.79          | 36.51    | -9.76    | 20.00         | 37.00    | -10.00 (gon) |
| MS 5           | 26.25          | 29.80    | -12.89   | 26.00         | 30.00    | -13.00 (gon) |
| MS 6           | 32.20          | -46.73   | 17.99    | 32.00         | -47.00   | 18.00 (gon)  |
| OBJEKTPUNKTE   | X              | Y        | Z        | X             | Y        | Z            |
| 1              | 0.00           | 0.00     | 0.00     | 0.00          | 0.00     | 0.00 (m)     |
| 2              | 23.00          | 0.00     | 0.00     | 23.00         | 0.00     | 0.00 (m)     |
| 13             | 23.03          | 18.15    | 0.00     | 23.00         | 18.00    | 0.00 (m)     |
| 14             | -0.03          | 18.09    | 0.00     | 0.00          | 18.00    | 0.00 (m)     |

Tab. 4-10: Vergleich der errechneten mit den vorgegebenen Daten,  
Bündel "Musikverein"

|                | NÄHERUNGSWERTE |          |          | AUSGANGSDATEN |          |              |
|----------------|----------------|----------|----------|---------------|----------|--------------|
|                | $\xi_o$        | $\eta_o$ | $c_o$    | $\xi_o$       | $\eta_o$ | $c_o$        |
| INNERE ORIENT. | -0.63          | -1.08    | 49.30    | 0.00          | 0.00     | 50.00 (mm)   |
| PROJ. ZENTRUM  | $x_o$          | $y_o$    | $z_o$    | $x_o$         | $y_o$    | $z_o$        |
| SS 8           | 36.16          | -1.07    | 17.11    | 36.00         | -1.00    | 17.00 (m)    |
| SS 9           | 12.11          | 0.15     | 28.35    | 12.00         | 0.00     | 28.00 (m)    |
| SS10           | -5.15          | -0.11    | 20.24    | -5.00         | 0.00     | 20.00 (m)    |
| DREHWINKEL     | $\omega$       | $\phi$   | $\kappa$ | $\omega$      | $\phi$   | $\kappa$     |
| SS 8           | 17.07          | 43.19    | -11.08   | 17.00         | 43.00    | -11.00 (gon) |
| SS 9           | 12.56          | -3.75    | -0.04    | 13.00         | -4.00    | 0.00 (gon)   |
| SS10           | 18.09          | -39.04   | 8.83     | 18.00         | -39.00   | 9.00 (gon)   |
| OBJEKTPUNKTE   | X              | Y        | Z        | X             | Y        | Z            |
| 1              | 0.00           | 0.00     | 0.00     | 0.00          | 0.00     | 0.00 (m)     |
| 2              | 26.00          | 0.00     | 0.00     | 26.00         | 0.00     | 0.00 (m)     |
| 3              | 25.97          | 6.99     | 0.00     | 26.00         | 7.00     | 0.00 (m)     |
| 4              | 0.01           | 7.02     | 0.00     | 0.00          | 7.00     | 0.00 (m)     |

Tab. 4-11: Vergleich der errechneten mit den vorgegebenen Daten,  
Bündel "Secession"

|               | $m_X$ | $m_Y$ | $m_Z$ | $m$        |
|---------------|-------|-------|-------|------------|
| PROJ. ZENTREN | 0.04  | 0.06  | 0.19  | 0.20 (m)   |
| DREHWINKEL    | 0.13  | 0.20  | 0.09  | 0.26 (gon) |

$$m = \sqrt{m_X^2 + m_Y^2 + m_Z^2}$$

Tab. 4-12: Mittlere Abweichungen der berechneten von den vorgegebenen Werten, Bündel "Musikverein"

|               | $m_X$ | $m_Y$ | $m_Z$ | $m$        |
|---------------|-------|-------|-------|------------|
| PROJ. ZENTREN | 0.08  | 0.07  | 0.15  | 0.18 (m)   |
| DREHWINKEL    | 0.15  | 0.11  | 0.06  | 0.20 (gon) |

Tab. 4-13: Mittlere Abweichungen der berechneten von den vorgegebenen Werten, Bündel "Secession"

Vergleicht man diese Tabellen (Tab. 4-12, Tab. 4-13) mit jenen des praktischen Beispiels (Tab. 4-4, Tab. 4-7), so sieht man, daß die simulierten Werte die tatsächlich auftretenden Fehlergrößen recht gut annähern.

Des weiteren konnte festgestellt werden, daß die  $\sigma_{c_s}$  (Standardabweichung einer Kammerkonstantenberechnung in der Simulation) den  $\sigma_{c_o}$  aus (4-1) und (4-2) entsprechen (Tab. 4-14).

| KAMMERKONSTANTE | Simulation |                | prakt. Beispiel |                |
|-----------------|------------|----------------|-----------------|----------------|
|                 | $c_s$      | $\sigma_{c_s}$ | $c_o$           | $\sigma_{c_o}$ |
| MUSIKVEREIN     | 49.59      | +0.71          | 50.62           | +0.71 (mm)     |
| SECESSION       | 49.30      | +2.10          | 51.06           | +1.12 (mm)     |

Tab. 4-14: Vergleich der Standardabweichungen der Kammerkonstanten

Die größere Standardabweichung im Beispiel "Secession" deutet darauf hin, daß die Aufnahmeconfiguration ungünstiger ist als beim "Musikverein".



#### 4.4 FOLGERUNGEN AUS DEN PRAKTISCHEN TESTS

Um beim Einsatz dieser Verfahren in der Praxis Fehler zu vermeiden, die wegen unzulänglich erfüllter Voraussetzungen auftreten können, sollten folgende Regeln beachtet werden:

- + Die innere Orientierung wird am günstigsten aus nur einem Bild mit drei orthogonalen Vektorenpaaren ermittelt. Man sollte zusätzlich versuchen, den Hauptpunkt im Bildmittelpunkt anzunehmen und nur die Kammerkonstante zu berechnen.
- + Sind drei Bilder vorhanden, so versucht man, in jedem Bild mindestens eine Orthogonalität festzulegen. Bei einer Fassade mit regelmäßig angeordneten Fenstern nimmt man Fensterecken oder ähnliche in dieser Ebene liegende Punkte, um ein Rechteck definieren zu können (gilt für beide Verfahren). Werden Mauervorsprünge, Giebelkanten u. ä. verwendet, um Vektoren festzulegen (wie es in den praktischen Beispielen geschah), so ist es günstiger, horizontale Vektorenpaare zur Definition des rechten Winkels einzusetzen. Übereinander liegende Objektpunkte beschreiben nicht unbedingt eine exakt vertikale Richtung (vgl. "Secession" - Orthogonalitätsfehler). Zur Berechnung der inneren Orientierung aus den Bildern S7, S8, S10 wurde die Orthogonalität der Gebäudekanten im Grundriß ausgenutzt (vgl. Tab. 4-2).
- + Bei der Berechnung mittels Methode 3.3 verwendet man stark geneigte Bilder, die keine parallelen Linien aufweisen (vgl. 3.4). Am günstigsten wäre es, ein Rechteck zum einen von den Eckpunkten aus, zum anderen auch von einem erhöhten Ort aus (z.B. Balkon, Hubkanzel) zu photographieren. Für das Verfahren 2.4 braucht die Aufnahme nur in eine Richtung gekippt zu sein (Abb. 4-8, Bild S9).

+ Zur relativen Orientierung eignen sich am besten Bilder, die von allen Seiten des Objekts aus aufgenommen wurden. Damit die richtige Lösung gefunden werden kann, müssen die Entfernungen der beiden Projektionszentren zu irgendeinem Punkt des Objektvierecks gleich lang sein (2.2.1). Außerdem sollten die Objektpunkte in mehreren Bildern gemessen werden, um aus der Redundanz einen Punktlagefehler ableiten zu können.

## 5 SCHLUSSFOLGERUNGEN UND ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN

Die in dieser Arbeit behandelten Verfahren sollen dazu beitragen, die Photogrammetrie unabhängig von der Geodäsie betreiben zu können. Ihr Hauptzweck liegt einerseits in der Aufwertung der Freihandphotographie mit Amateurkamern, andererseits in der Reduktion der im Gelände zu messenden Paßpunkte. Die geodätischen Messungen können durch eine größere Anzahl von Photographien sowie durch definierte Beziehungen am Objekt (Ebenenbedingung, Orthogonalität) ersetzt werden. Durch die Anwendung dieser Methoden wird die Bestimmung von Paßpunkten im Gelände überflüssig und die Feldarbeit wird auf das Photographieren beschränkt. Da nur einzelne Distanzen zur Skalierung eines Modells notwendig sind, kann man hier auf einen Theodoliten gänzlich verzichten. Das kommt vor allem dem nicht geodätisch geschulten Anwender zugute. Ihm fällt es leichter, mehrere Bilder mit einer Amateurkamera zu photographieren, als Paßpunkte im Gelände einzumessen.

Die Anwendungsbereiche für die beschriebenen Verfahren ergeben sich aus den Objektbeziehungen, die zur Lösung der Algorithmen vorausgesetzt werden:

Zur Herstellung von Orthophotos ebener Objekte verwendet man das Verfahren 2.1. Waren bisher vier Paßpunkte zur Berechnung der Entzerrung eines Meßbildes notwendig, so ist es nun möglich, mit zwei Meßbildern oder drei Amateuraufnahmen alle Eingabedaten für eine digitale Umbildung mit dem WILD AVIOPLAN OR1 bzw. dem Programm SORA-PR (WILD, 1980) zu bestimmen. Ein Beispiel dazu findet man im Aufsatz von Kager et. al. (BuL, 1985). Durch nur eine zusätzliche Aufnahme werden die vier Paßpunkte ersetzt.

Für Photomontagen, bei denen neu zu errichtende Gebäude oder Gebäudeteile in eine Photographie eingezeichnet werden, reicht die Genauigkeit dieser direkten Verfahren aus. Auch hier wurden bisher meist ein Meßbild und mehrere geodätisch bestimmte Paßpunkte verwendet, um die Beziehung zum geplanten Objekt herzustellen. Mit diesen Methoden werden die Orientierungsdaten aus zwei oder mehreren

Bildern gewonnen. Die Paßpunkte sind somit entbehrlich. Die Referenz zum geplanten Objekt ist durch das Modellsystem (2.1) oder eines der Vektorenpaare (3.6) gegeben. Neue Objektpunkte können aus Planvorlagen in die Bildebenen transformiert bzw. auf das Bild geplottet werden. Photomontagen sind für Architekten wichtige Mittel zur anschaulichen Präsentation ihrer Pläne.

Ein weiterer Einsatzbereich dieser Verfahren ist die Ermittlung von Näherungswerten für den Bündelausgleich. Besonders bei terrestrischen Bündeln ist es oft mühsam, Näherungswerte für die innere und äußere Orientierung zu finden. Meist wird mit großen Mengen geodätischer Paßpunkte versucht durch räumliche Rückwärtsschnitte das Problem zu lösen. Gerade in städtischen Gebieten, wo viele horizontale bzw. vertikale Linien und ebene Flächen auftreten, könnten die beschriebenen Algorithmen vorteilhaft eingesetzt werden. Es ist denkbar, daß diese Methoden in ein Bündelausgleichsprogramm (z.B. ORIENT) implementiert werden. Sofern die geometrischen Bedingungen am Objekt hinreichend genau erfüllt sind, können genaue Näherungswerte gefunden und ein sehr effektiver Ausgleich mit nur wenigen Iterationen berechnet werden.

## 6 ANHANG A: GEOMETRISCHE DEUTUNG DER BEIDEN LÖSUNGEN

In Abb. A-1 sind zwei Projektionszentren ( $O_1, O_2$ ), sowie ein ebenes Objekt  $\psi$  dargestellt. Die Ebenen  $\psi_1$  und  $\psi_2$  sind parallel zu jenen Ebenen, die durch das jeweilige Zentrum und die Gerade  $u$  festgelegt werden. Die Verschwindungsgerade  $u$  entsteht als Schnitt von  $\psi$  mit der Symmetrieebene  $\Sigma$ . Es soll nun gezeigt werden, daß entsprechende Punkte in  $\psi_1$  und  $\psi_2$  einander ähnlich zugeordnet sind, und daß daher  $\psi_1$  und  $\psi$  bzw.  $\psi_2$  und  $\psi$  jeweils die beiden Lösungen des Algorithmus 2.1 repräsentieren.

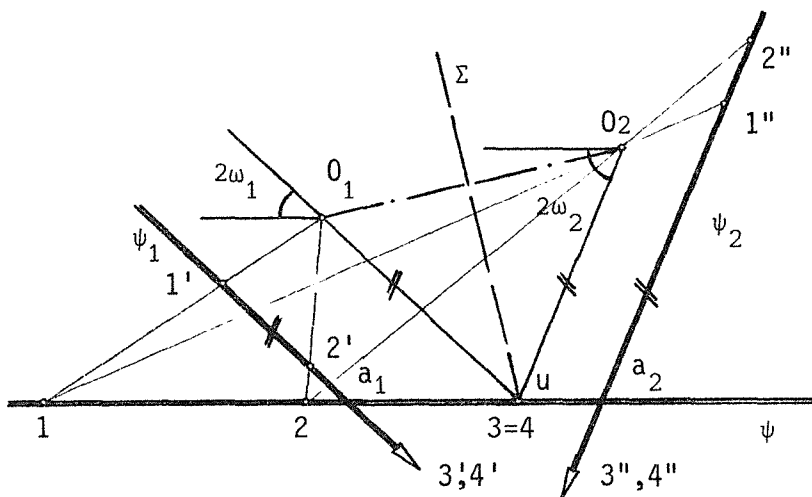


Abb. A-1: Die kollinearen Beziehungen zwischen den Doppellösungen

Sowohl zwischen  $\psi_1$  und  $\psi$ , als auch zwischen  $\psi_2$  und  $\psi$  besteht eine Kollineation mit den Zentren  $O_1$  bzw.  $O_2$  und den Achsen  $a_1$  bzw.  $a_2$ . Wenn die freie Kollineation zwischen  $\psi_1$  und  $\psi_2$  Winkel unverändert abbildet, ist die verzerrungsfreie Zuordnung der Ebenen nachgewiesen und die beiden Lösungen, die von  $O_1$  aus berechnet wurden, sind ähnlich zu jenen von  $O_2$ .

Man betrachtet zuerst die Gerade  $1'2'$  mit dem Fernpunkt  $3'$ . Eine Parallele zu  $1'2'$  durch  $O_1$  schneidet  $\psi$  im Punkt 3 auf der Verschwindungsgeraden  $u$ . Auch die zugeordnete Gerade  $1''2''$  auf  $\psi_2$  besitzt denselben Fluchtpunkt 3. Ist eine zweite Gerade der Ebene  $\psi_1$  durch  $1'$  mit dem Fluchtpunkt  $4'$  vorhanden, so erkennt man, daß die

Dreiecke  $4,3,0_1$  und  $4,3,0_2$  gleich sind, da wegen der Symmetrie die Entfernungen von einem Punkt der Verschwindungsgeraden zu den Projektionszentren gleich groß sind. Winkel werden also durch diese Zuordnung nicht verzerrt und die Bilder  $\psi_1$  und  $\psi_2$  sind ähnlich. Die Ebenen  $\psi_1$  und  $\psi$  bzw.  $\psi_2$  und  $\psi$  schließen die in (2-10) berechneten Winkel  $2\omega_1$  bzw.  $2\omega_2$  ein und entsprechen daher den beiden Schnittkreisen aus Abb. 2-2.

Alle Punkte der Ebene  $\psi$  können mittels der Gesetze der Kollineation nach  $\psi_1$  bzw.  $\psi_2$  übertragen werden. Man stellt fest, daß bei einem konvexen Viereck in  $\psi$  genau dann eine Objektdeformation gemäß Kap. 2.2 in  $\psi_1$  bzw.  $\psi_2$  auftritt, wenn die Verschwindungsgerade  $u$  durch das Viereck in  $\psi$  läuft (Abb. A-2). Falls die Symmetrieebene  $\Sigma$  von  $O_1$  und  $O_2$  das Objektviereck schneidet bzw. wenn die Entfernungen eines beliebigen Punktes innerhalb des Vierecks zu den beiden Zentren gleich groß sind, kann die richtige Lösung mit Halbstrahlen (Kap. 2.2.1) gefunden werden.

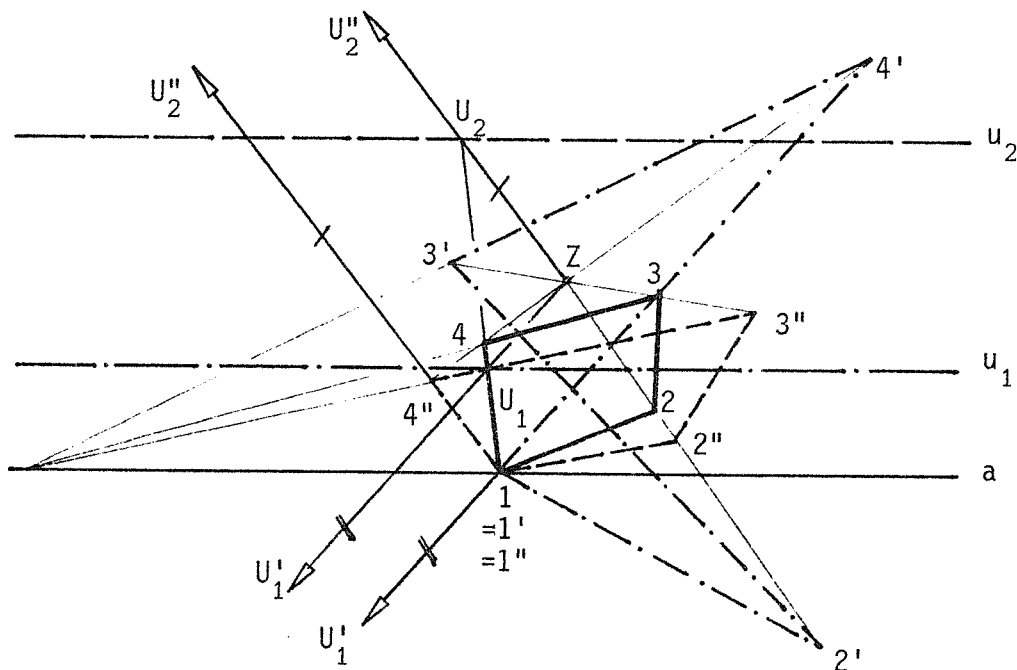


Abb. A-2: Objektdeformation bei einer ebenen Kollineation

7 ANHANG B: BEISPIELE ZU DEN FUNKTIONSKURVEN

Es wird im folgenden die Funktion  $d = f(c)$  aus Kapitel 2.4 für die beiden Testobjekte "Hausfassade" und "Straße" (vgl. 2.4.3.1) angegeben (Abb. A-3 - Abb. A-6). Man erkennt, daß die Kurven von der Lage der Aufnahmestandpunkte und der Objektform abhängen. Bei ungünstigen Aufnahmedispositionen entstehen schleifende Schnitte und Unstetigkeitsstellen (Abb. A-6).

Testobjekt "Straße":

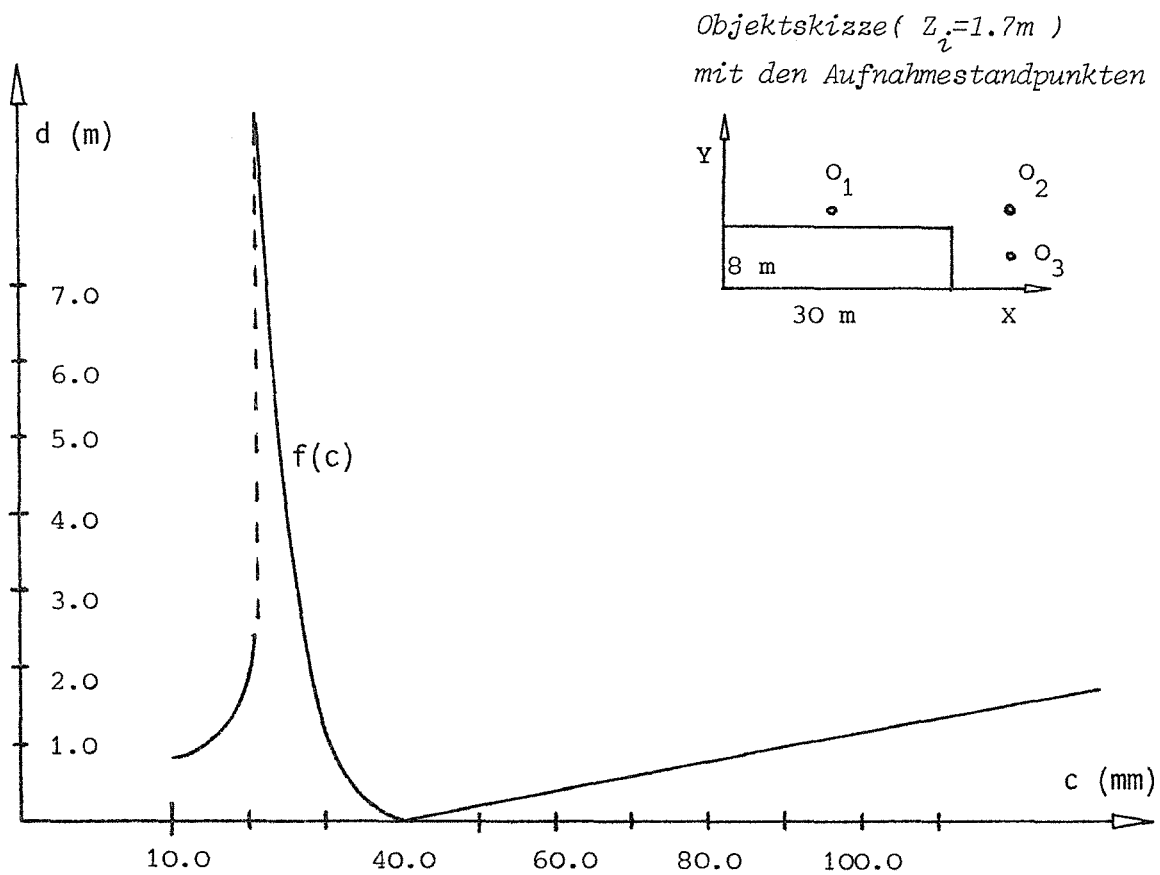


Abb. A-3: Funktionskurve bei schlechter Aufnahmeanordnung

Testobjekt "Straße":

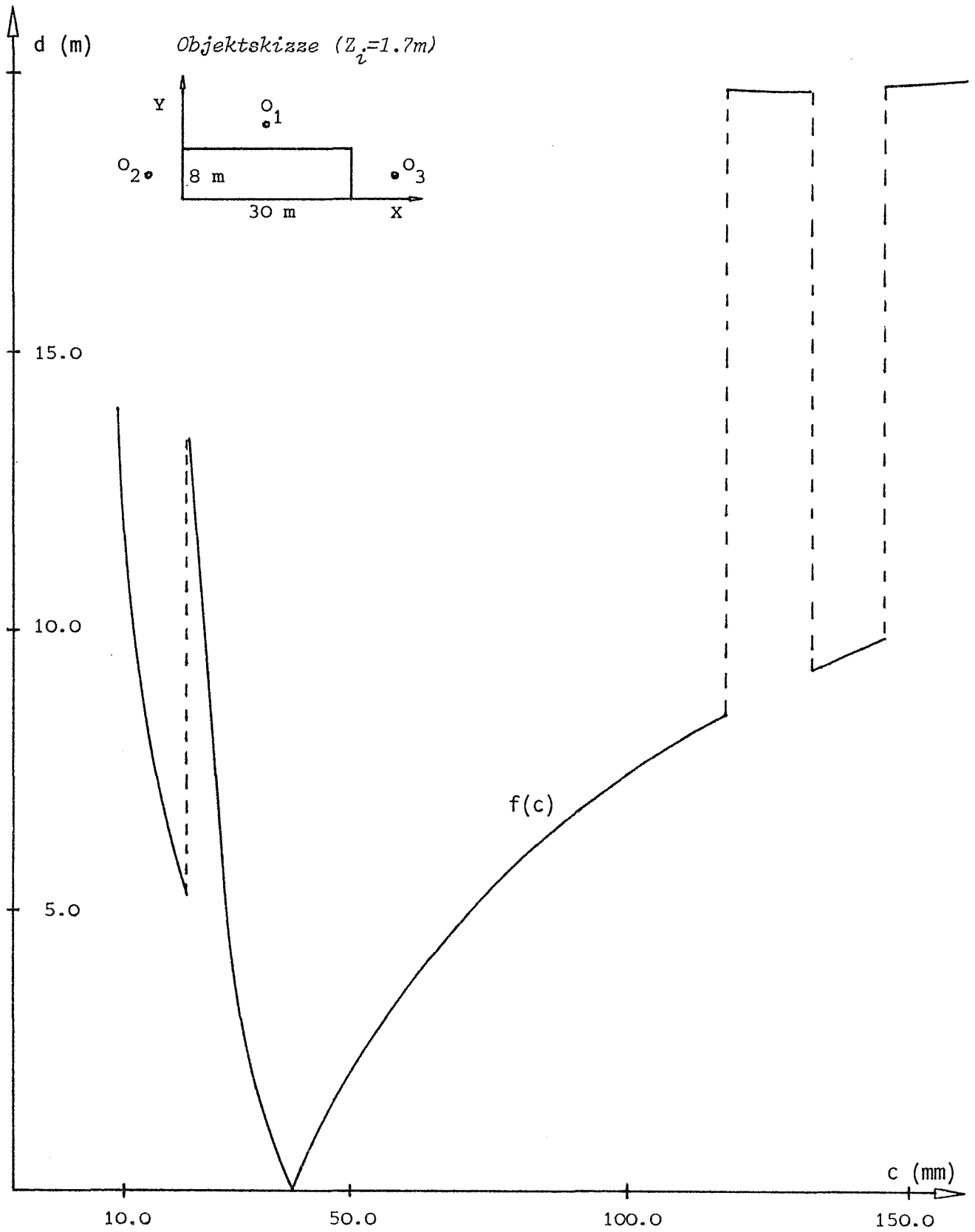


Abb. A-4: Funktionskurve bei günstiger Aufnahmeanordnung



Testobjekt "Fassade":

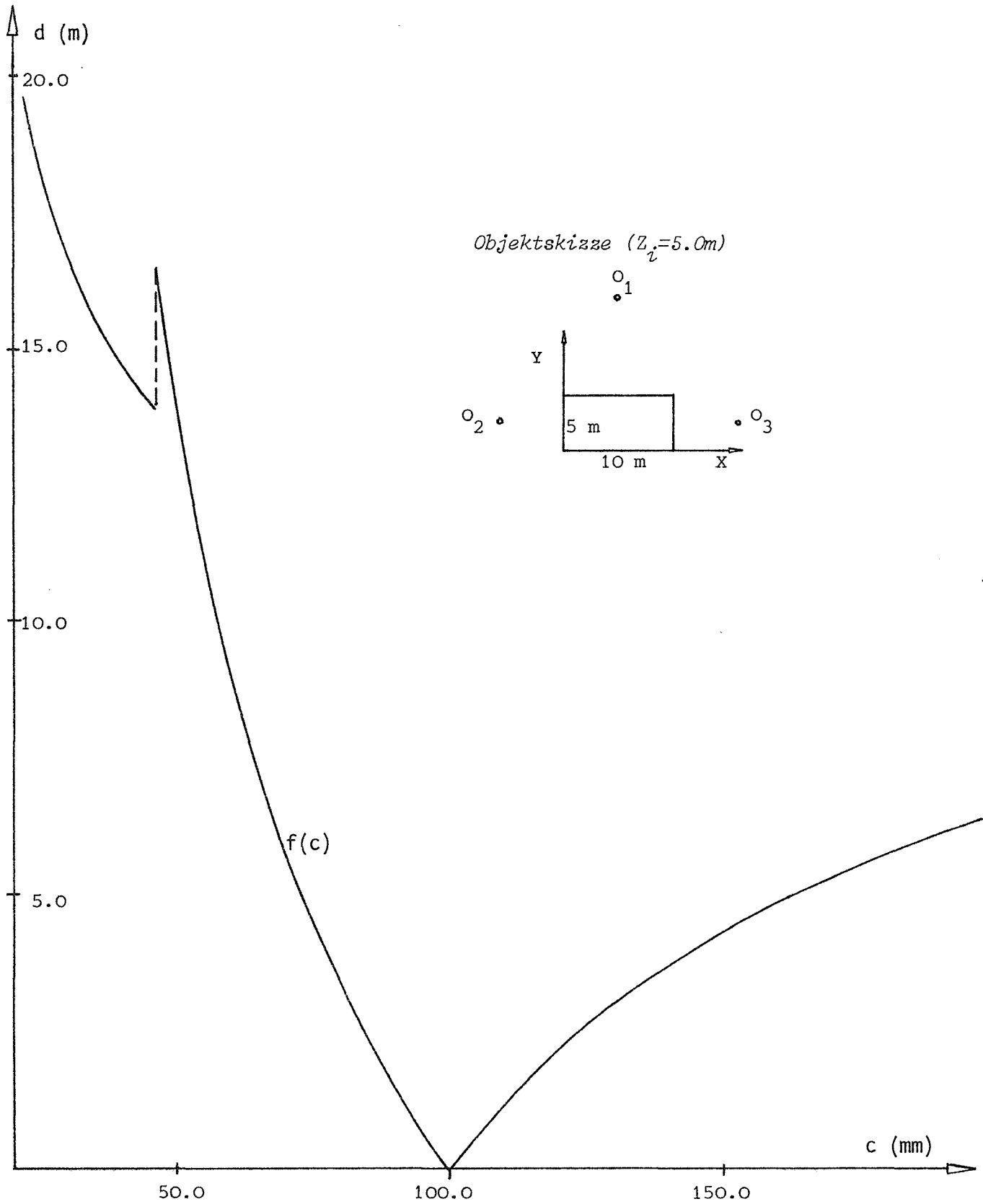


Abb. A-5: Funktionskurve bei günstiger Aufnahmeanordnung

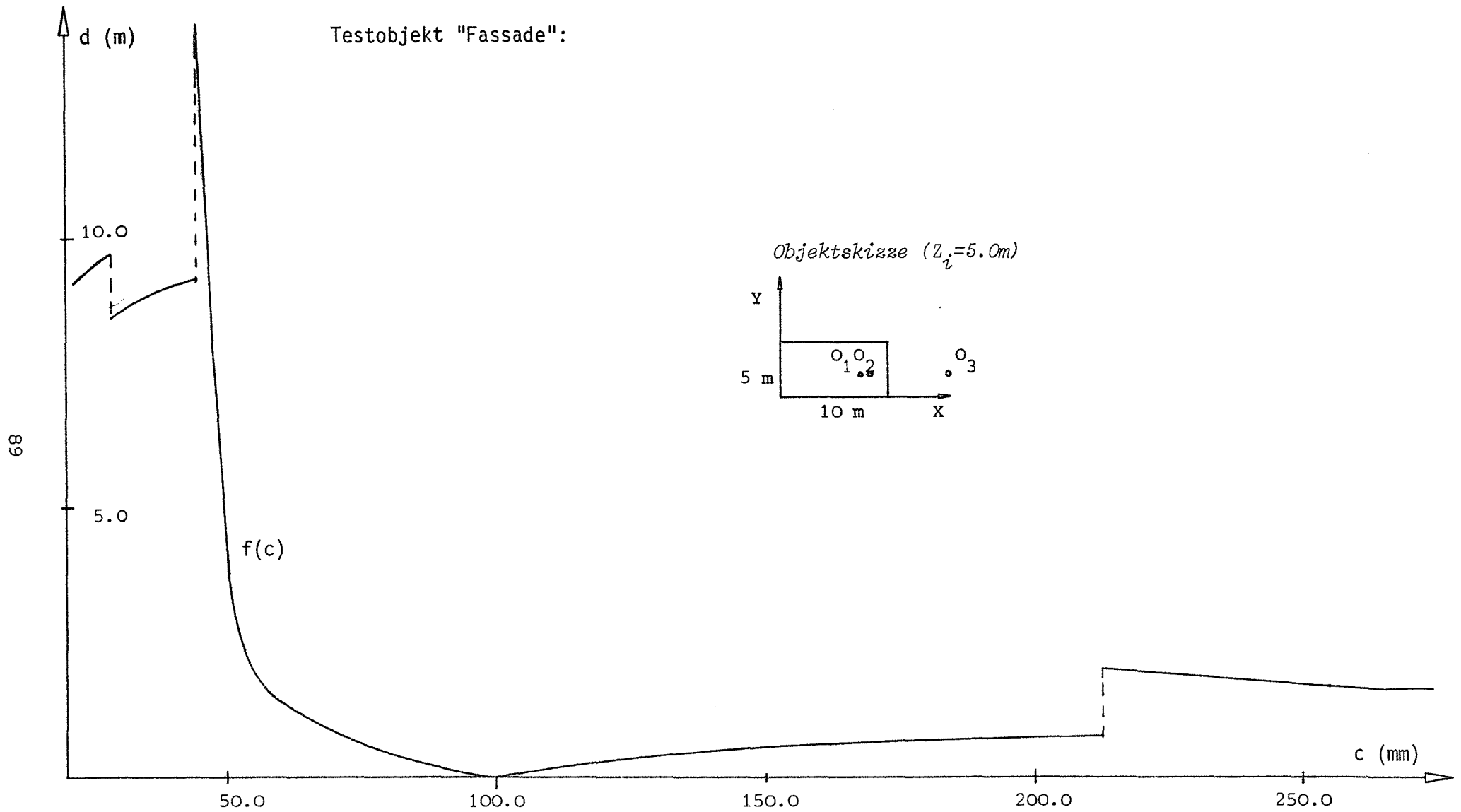


Abb. A-6: Funktionskurve bei schlechter Aufnahmeanordnung

## 8 LITERATUR

- BLASCHKE: Analytische Geometrie, Wolfenbüttel, Hannover, 1954.
- BRONSTEIN-SEMENDJAJEW: Handbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1979.
- ETHROG U.: Non-metric Camera Calibration and Photo Orientation using Parallel and Perpendicular Lines, Photogrammetria, Vol. 39/Nr. 1, März 1984, S.13 ff.
- FEYER E.: Die Geometrischen Zusammenhänge der Photogrammetrie, BuL 1927(4), S.160 ff.
- HOFFMANN-WELLENHOF B.: Die gegenseitige Orientierung von zwei Strahlenbündeln bei unbekanntem Näherungswerten durch ein nicht iteratives Verfahren, Dissertation, TU Graz, 1978.
- van den HOUT, STEFANOVIC : Efficient Analytical Relative Orientation, ITC-Journal, 1976-2, S.304 ff.
- JACOBI O.: Kalibrieren gewöhnlicher Photoapparate und deren Verwendung als Meßkammern, BuL 2/1968, S.59 ff.
- KAGER H.: Das interaktive Programmpaket ORIENT im Einsatz, Presented Paper, XIV. ISP Kongreß, Hamburg, 1980.
- KAGER H.: Bündeltriangulation mit indirekt beobachteten Kreiszentren, Geowissenschaftliche Mitteilungen, Heft 19, Wien 1981.
- KAGER H., KRAUS K., NOVAK K.:Entzerrung ohne Paßpunkte, BuL 2/1985, S.43 ff.

- KARARA H.M., ABDEL-AZIZ Y.I.: Accuracy Aspects of Non-metric Imageries, PE 40(9), 1974, S.1107 ff.
- KILLIAN K.: Ebenes und räumliches Rückwärtseinschneiden eines Dreiecks in Hinblick auf die Luftbildmessung, ÖZfV, 1966, S.181 ff.
- KILLIAN K., MEISSL P.: Zur Lösung geometrisch überbestimmter Probleme, ÖZfVuPh, Nr.3/4, 1977, S.81 ff.
- KILLIAN K.: Zur Lösung geometrisch überbestimmter Probleme II (Beispiele), ÖZfVuPh, Nr.1, 1979, S.14 ff.
- KILLIAN K.: Numerische Auswertung zweier nicht orientierter photogrammetrischer Bilder eines ebene Vierecks, ÖZfVuPh, Nr.3, 1984, S.95 ff.  
Ergänzung: ÖZfVuPh, Nr.2, 1985, S.121 f.
- KÖLBL O.: Selbstkalibrierung von Aufnahmekammern, BuL 1/1972, S.31 ff.
- KRAMES J.: Über die bei der Hauptaufgabe der Luftphotogrammetrie auftretenden "gefährlichen Flächen", BuL 1/2, 1942, S.1 ff.
- KRAUS K.: Photogrammetrie, Band 1, Dümmler, Bonn, 1982.
- MOLNAR L.: Self Checking Analytical Relative Orientation and Strip Formation, Geow. Mitteilungen, Heft 14, Wien 1978.
- MÜLLER, KRUPPA: Lehrbuch der Darstellenden Geometrie, 6. Auflage, Springer Wien, 1961.
- RAWIEL R.: Eine Methode zur Bestimmung der inneren Orientierung von Meßkammern in der Nahbildmessung, BuL, 2/1980, S.36 ff.

- RINNER K.: Studien über eine allgemeine voraussetzungslose Lösung des Folgebildanschlusses, ÖZfV, Sonderheft 23, 1963.
- SCHMIDT Th.: Orientierungsprobleme der Photogrammetrie, Internat. Archiv f. Photogr., III. Band, 1911-1913, S.307 ff.
- STEFANOVIC P.: Relative Orientation - a New Approach, ITC-Journal 3, 1973, S.417 ff.
- WEIDMANN F.: Über die gegenseitige Orientierung zweier Luftbilder eines ebenen Geländes bei gegebenen inneren Orientierungen und beliebigen Nadirdistanzen, BuL, 1/1937, S.29 ff.
- WESTER-EBBINGHAUS W.: Einzelstandpunkt-Selbstkalibrierung - ein Beitrag zur Feldkalibrierung von Aufnahmekammern, Dte. Geodät. Kommission, Heft 289, München 1983.
- WILD-HEERBRUGG: SORA-PR, Instruction Manual, 1980.
- WUNDERLICH W.: Darstellende Geometrie I und II, BI-Hochschultaschenbücher, Mannheim, 1966.
- WUNDERLICH W.: Rechnerische Rekonstruktion eines ebenen Objekts aus zwei Photographien, Geodaesia Universalis, Festschrift K. Rinner, 1982.

Verwendete Abkürzungen:

- BuL ..... Bildmessung und Luftbildwesen
- ISP ..... International Society for Photogrammetry
- ITC ..... International Training Center, Delft
- ÖZfVuPh ... Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und  
Photogrammetrie
- PE ..... Photogrammetric Engineering

## 9 LEBENSLAUF

28. 2. 1961 geboren in Mistelbach  
Eltern: Ing. Robert NOVAK  
Margarete NOVAK, geb. ARTNER
- 1967 - 1971 Besuch der Volksschule in Mistelbach
- 1971 - 1979 Besuch des Bundesrealgymnasiums in Laa/Thaya, Martin  
Wachterplatz 6
21. 6. 1979 Reifeprüfung mit Auszeichnung
- 1979 Beginn des Studiums des Vermessungswesens an der  
Technischen Universität Wien
27. 2. 1982 1. Diplomprüfung mit Auszeichnung
28. 3. 1984 2. Diplomprüfung
- 1985 Beginn des Doktoratsstudiums der technischen  
Wissenschaften, sowie des Aufbaustudiums der Betriebs-,  
Rechts- und Wirtschaftswissenschaften
1. 3. 1985 Beginn der Tätigkeit als Vertragsassistent am Institut  
für Photogrammetrie der Technischen Universität Wien

Bisher erschienen:

- Heft 1 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1970 - 1973, Dezember 1973.
- Heft 2 EGGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Taschenrechner HP 45 und HP 65, Programme und Anwendung im Vermessungswesen, 1. Auflage, März 1974, Special Edition in English, Juli 1974, 2. verbesserte Auflage, November 1974.
- Heft 3 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1973 - 1974, September 1974.
- Heft 4 EGGER-PALFINGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Tektronix-Tischrechner TEK 31, Programmbibliothek für den Einsatz im Vermessungswesen, November 1974.
- Heft 5 K. LEDERSTEGER, Die horizontale Isostasie und das isostatische Geoid, Februar 1975.
- Heft 6 F. REINHART, Katalog von FK4 Horrebow-Paaren für Breiten von +30 bis +60 , Oktober 1975.
- Heft 7 Arbeiten aus dem Institut für Höhere Geodäsie, Wien, Dezember 1975.
- Heft 8 Veröffentlichungen des Instituts für Photogrammetrie zum XIII. Internationalen Kongreß für Photogrammetrie in Helsinki 1976, Wien, Juli 1976.
- Heft 9 W. PILLEWIZER, Felsdarstellung aus Orthophotos, Wien, Juni 1976.
- Heft 10 PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Der Einsatz des programmierbaren Taschenrechners Texas Instruments SR-52 mit Drucker PC100 in der ingenieurgeodätischen Rechentechnik, Wien, Mai 1976.
- Heft 11 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1974 - 1976, November 1976.
- Heft 12 Kartographische Vorträge der Geodätischen Informationstage 1976, Wien, Mai 1977.
- Heft 13 Veröffentlichung des Instituts für Photogrammetrie anlässlich des 80. Geburtstages von Prof. Dr.h.c. K. Neumaier, Wien, Januar 1978.
- Heft 14 L. MOLNAR, Self Checking Analytical Relative Orientation and Strip Formation, Wien, Dezember 1978.
- Heft 15 Veröffentlichung des Instituts für Landesvermessung anlässlich des 80. Geburtstages von Prof. Dr. Alois Bavir, Wien, Januar 1979.

- Heft 16 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1976 - 1979, Wien, November 1979.
- Heft 17 E. VOZIKIS, Die photographische Differentialumbildung gekrümmter Flächen mit Beispielen aus der Architekturbildmessung, Wien, Dezember 1979.
- Heft 18 Veröffentlichung des Instituts für Allgemeine Geodäsie anlässlich des 75. Geburtstages von Prof.Dipl.Ing.Dr.F. Hauer, Die Höhe des Großglockners, Wien 1981.
- Heft 19 H. KAGER, Bündeltriangulation mit indirekt beobachteten Kreiszentren, Wien, April 1981.
- Heft 20 Kartographische Vorträge der Geodätischen Informationstage 1980, Wien, Mai 1982.
- Heft 21 Veröffentlichung des Instituts für Kartographie anlässlich des 70. Geburtstags von Prof. Dr. Wolfgang Pillewizer: Glaziologie und Kartographie, Wien, Dezember 1982.
- Heft 22 K. TEMPFLI, Genauigkeitsschätzung digitaler Höhenmodelle mittels Spektralanalyse, Wien, Mai 1982.
- Heft 23 E. CSAPLOVICS, Interpretation von Farbinfrarotbildern, Wien, November 1982.
- Heft 24 J. JANSKA, Rektifizierung von Multispektral-Scanneraufnahmen - Entwicklung und Erprobung eines EDV-Programms, Wien, Mai 1983.
- Heft 25 Zusammenfassungen der Diplomarbeiten, Dissertationen und Habilitationen an den geodätischen Instituten der TU Wien, Wien, November 1984.
- Heft 26 T. WUNDERLICH, Die voraussetzungsfreie Bestimmung von Refraktionswinkeln, Wien, August 1985.
- Heft 27 G. GERSTBACH (Hrsg.), Geowissenschaftliche/geotechnische Daten in Landinformationssystemen - Bedarf und Möglichkeiten in Österreich, Wien, Juni 1986.
- Heft 28 K. NOVAK, Orientierung von Amateuraufnahmen ohne Paßpunkte, Wien, August 1986.