Geowiss.Mitt.
21, 1982/S.113-151

EIN GLETSCHERMECHANISCHES MODELL DES UNTERSULZBACH KEESES

von

E. BRÜCKL

Prof. Dr. phil. habil. Wolfgang Pillewizer
zum 70. Geburtstag

Dipl.Ing.Dr.phil. Ewald Brückl
Überfuhrstr. 16/8
A - 5020 Salzburg

1. Einleitung

Die vielseitigen, am Untersulzbachkees ausgeführten Untersuchungen fordern dazu heraus, die mit den verschiedenen Methoden gewonnenen Daten in einem gletschermechanischen Modell zusammenzuführen und auf ihre gegenseitige Verträglichkeit hin zu prüfen.

Neben dem amtlichen Kartenwerk liegen Orthophotokarten der Jahre 1969, 1974 und 1980 vor (NIEDERMAYR (1975), PILLEWIZER (1976), MANSBERGER (1982). Seit dem Jahre 1975 wurden Pegelmessungen ausgeführt und in geodätischer und glaziologischer Hinsicht ausgewertet. Eine Darstellung der Ergebnisse gibt JIRESCH (1982) in dieser Publikationsnummer. Refraktionsseismische Eisdickenmessungen wurden im Firngebiet 1974 ausgeführt (BRÜCKL et. al., 1980) und im Jahre 1979 durch reflexionsseismische Messungen auf der Zunge ergänzt (ARIĆ, unpubliziert).

Gletschermechanische Theorien über das stationäre Fließen wurden in zweidimensionaler Betrachtungsweise erstellt (z.B. NYE, 1957 und 1965), das instationäre Verhalten wurde analytisch auf eindimensionaler Basis erfaßt (z. B. NYE, 1963).

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll versucht werden, mit einem eindimensionalen Modell das Auslangen zu finden, wobei jedoch die bestehenden theoretischen Erkenntnisse über das Fließverhalten des Eises in allen wesentlichen Teilen berücksichtigt werden sollen. Ähnliche bestehende Modelle (BUDD und JENSSEN, 1975) können diesem Anspruch nicht voll entsprechen.

2. Modellparameter

Der Auswahl der Modellparameter liegt der Gedanke zugrunde, eine möglichst einfache und eindeutige Herleitung der Modellparameter aus Feldbeobachtungen zu gewährleisten.

Als X-Koordinate soll eine krummlinige, vom Gletscherbeginn etwa der mittleren Stromlinie zum Gletscherende hin folgende Bezugslinie in Horizontalprojektion gewählt werden, auf die alle anderen ortsabhängigen Größen als Modellparameter bezogen werden können.

Zur numerischen Behandlung des Gletschermodells werden der X-Koordinate Sample-Werte

$$X(I) = I.XO$$

zugeordnet, wobei XO das Sample-Intervall bedeutet.

An den Sample-Punkten werden folgende Gletscherparameter definiert:

Z(I) ... Höhe der Eisoberfläche des Gletschers bzw. der Höhe der Geländeoberfläche im Vorfeld
W(I) ... Breite des Gletschers
S(I) ... Querschnittsfläche (Vertikalschnitt) des Gletschers
U(I) ... mittlere Fließgeschwindigkeit im Querschnitt S(I)
B(I) ... Spezifische Nettomassenbilanz

Weiters gelte:

$H(I) = S(I)/W(I)$ ... mittlere Eisdicke
$Q(I) = S(I).U(I)$ ... Eisfluß
$F = XO.\sum W(I)$ ...... Gesamtfläche
$V = XO.\sum S(I)$ ...... Gesamtvolumen.

Es sollen nun Verfahren angegeben werden, wie diese Parameter an realen Gletschern bestimmt werden können.

Die Höhe der Gletscheroberfläche Z(I) wird direkt entlang der X-Koordinate über dem Sample-Punkt X(I) aus Höhenmessungen oder einer topographischen Karte bestimmt.

Die Gletscherbreite am Sample-Punkt ist definiert als

$$W(I) = \Delta F(I)/XO \ .$$

$\Delta F(I)$ entspricht jenem Teil der Gletscheroberfläche in Horizontalprojektion, der durch die Isohypsen, welche im Abstand von $\pm$ XO/2 von X(I) die X-Koordinate schneiden, begrenzt wird. Diese Definition erfüllt die Forderung

$$F = XO.\sum W(I).$$

Der Gletscherquerschnitt am Sample-Punkt X(I) ist definiert als

$$S(I) = \Delta V(I)/XO$$

$\Delta V(I)$ ist das vertikal unter der Fläche $\Delta F(I)$ befindliche Eisvolumen. Aus dieser Definition folgt

$$V = XO.\sum S(I).$$

Die mittlere Fließgeschwindigkeit U(I) ist als Mittelwert der horizontalen und normal zu den Isohypsen orientierten Komponente der Fließbewegung im Querschnitt Q(I) bestimmt.

Die Größe B(I) ist der Mittelwert der spezifischen Nettomassenbilanz über der Gletscheroberfläche $\Delta F(I)$.

Da glaziale Taleinschnitte keine Rechteckform haben, ist bei veränderlichen Querschnitten S(I) mit veränderlichen Gletscherbreiten W(I) zu rechnen. Die Abhängigkeit W(I) von S(I) könnte rechnerisch nur durch ein dreidimensionales Modell erfaßt werden. Im Rahmen eines eindimensionalen Modells besteht die Möglichkeit, diesen Zusammenhang empirisch aus der Talform und der Dokumentation unterschiedlicher Gletscherstände zumindest in guter Näherung zu bestimmen.

Auf eine Definition der Höhe des Gletscherbetts wird verzichtet, da sich die in Frage kommende Größe

$$Z(I) - S(I)/W(I) = Z(I) - H(I)$$

mit veränderlichem Gletscherquerschnitt S(I) ändert und nur für S(I) = O in die Geländehöhe des Gletschervorfeldes entlang der X-Koordinate übergeht.

3. Bestimmung der Gletscherquerschnitte

Ausgangspunkt für die Bestimmung der Gletscherquerschnitte bildeten die im Jahr 1974 im Firnfeld des Untersulzbachkeeses durchgeführten seismischen Eisdickenmessungen (BRÜCKL et.al., 1980). Darauf aufbauend und mit Hilfe der kartographischen Unterlagen (ÖK 1:25 000, Gletscherstand 1934; Orthophotokarte 1:10 000, Gletscherstand 1974, Institut für Kartographie und Reproduktionstechnik) wurde im Jahr 1976 eine Karte des Gletscheruntergrundes konstruiert. Da über die Erstellung dieser Untergrundkarte bisher noch nicht ausführlich berichtet wurde, soll dies im folgenden vorgenommen werden, obwohl nachfolgende reflexionsseismische Messungen (ARIĆ, unpubliziert) und die das Thema dieser Arbeit bildende Modellrechnung eine Korrektur erforderlich machen.

Da eine Messung oder jeder sonstige Aufschluß der Eismächtigkeit nur als Stichprobe aufgefaßt werden kann, muß ein Verfahren gefunden werden, mit dessen Hilfe die Eisdicken interpoliert werden können. Auf Grund zuvor gemachter guter Erfahrungen (BRÜCKL, 1970) wurde das Plastizitätsmodell (NYE, 1951 und 1952) unter Vernachlässigung der Longitudinalspannungen verwendet.
Die Beziehung lautet

$$R.\varrho.g.\sin\alpha = K \qquad (3.1)$$

In Gleichung (3.1) bedeuten R den hydraulischen Radius, ϱ die Dichte des Gletschereises, g die Erdbeschleunigung, α die Oberflächenneigung in Fließrichtung und K die Fließgrenze. Im Firngebiet kann wegen des geringen Randeinflusses der hydraulische Radius durch die mittlere Eisdicke H ersetzt werden.

Als Oberflächenneigung gilt der Neigungswinkel der Tangente an die Fallinie, gemittelt über eine Länge von der

Größe der Eismächtigkeit.

Im Firngebiet des Untersulzbachkeeses wurden 3 seismische Profile gemessen. Entlang dieser Profile wurden an 13 gleichmäßig verteilten Stellen die Größe $H.\sin\alpha$ bestimmt. Ihr Mittelwert beträgt 14,0 +/- 2,8 m. Entgegen den Erwartungen des Plastizitätsmodells zeigt $H.\sin\alpha$ jedoch noch eine deutliche Abhängigkeit von $\sin\alpha$. Dieser Zusammenhang ist in Abb.1 logarithmisch dargestellt. Die Ausgleichsgerade wurde zur Konstruktion des Gletscherbettes im Bereich des Firngebietes (etwa bis 2800 m) herangezogen.

Das Plastizitäts-Modell eines Gletschers bietet die Möglichkeit, aus dem Vergleich von Karten verschiedener Gletscherstände Aussagen über die Eismächtigkeiten zu machen. Hierbei müssen jedoch die folgenden zusätzlichen Annahmen getroffen werden:

1) das Gletscherbett bleibt im betrachteten Zeitintervall unverändert
2) die Fließgrenze und die Dichte des Gletschereises bleiben konstant.

Nehmen wir die beiden zusätzlichen Annahmen als hinreichend genau erfüllt an, so können zwei Methoden zur Bestimmung der Eismächtigkeiten aus Kartenvergleichen angegeben werden.

Wir bezeichnen mit dem Index 1 Größen, die zum niedrigeren Gletscherstand gehören und mit dem Index 2 Größen, die zum höheren gehören. In unserem Fall sind dies die Gletscherstände 1974 und 1934

a) Bereich $R_1 = 0$, $R_2 \neq 0$:

Im Bereich des derzeitigen Gletschervorfeldes können wir direkt das Produkt $R_2.\sin\alpha$ bilden und erhalten somit eine erste Information über diese entsprechend unserer Annahme zeitunabhängigen Größe K.

b) Bereich $R_2 - R_1 > 0, R_1 \neq 0$:

Dieser Bereich entspricht dem Zungenende des niedrigeren Gletscherstandes. Entsprechend Gleichung (3.1) können wir setzen

$$R_1 . \sin\alpha_1 = R_2 . \sin\alpha_2$$

$$R_1 = \frac{(R_2 - R_1) . \sin\alpha_2}{\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2} \qquad (3.2)$$

Da der Unterschied in den hydraulischen Radien $R_2 - R_1$ zumeist der Höhendifferenz der Gletscheroberflächen gleichgesetzt werden kann, ermöglicht Gleichung (3.2) die Berechnung von R_1 und R_2.

Methode a) wurde im nunmehr eisfreien Gletschervorfeld und Methode b) bis ca. 500 m oberhalb des heutigen Zungenendes angewandt.

Etwa 2000 m oberhalb des Zungenendes sind die Eismächtigkeiten für 1934 geringer als für 1974. Eine solche Erscheinung ist durch das Plastizitätsmodell nicht zu erklären und zeigt die Grenzen der beschriebenen Methoden auf. Für die Konstruktion des Gletscherbettes im Zungenbereich wurde

$$R \cdot \sin\alpha = 16 \text{ m}$$

herangezogen.

Die aus Seismik und Kartenvergleich ermittelten Isohypsen des Gletscheruntergrundes sind in der Orthophotokarte 1:10 000 (1976) in brauner Farbe eingetragen.

Durch Planimetrieren der Flächen zwischen den Isohypsen der Gletscheroberfläche und des Gletscheruntergrundes wurde für das gesamte Untersulzbachkees ein Volumen von $345 \cdot 10^6$ m^3 und für den durch das Gletschermodell erfaßten Teil ein Volumen von $329 \cdot 10^6$ m^3 gefunden.

Im Jahre 1979 wurden im mittleren Flachstück der Gletscherzunge in einer Höhe von 2450 m reflexionsseismische Messungen ausgeführt. Sie ergaben in Gletschermitte eine Eismächtigkeit von 200 m (ARIĆ, unpubliziert). Der daraus ermittelte Gletscherquerschnitt ist etwa 10 % geringer als jener, der aus der Isohypsenkonstruktion von 1976 folgt.

Um mit dem bei der Ermittlung des Gletscherbettes herangezogenen Modell der idealen Plastizität nicht die Anpassung des Gletschermodells zu beeinflussen, sollen im weiteren nur das Gesamtvolumen und die durch seismische Messungen erfaßten Gletscherquerschnitte als Feldbeobachtungen gewertet werden. Diese Daten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

X - Koordinaten	Querschnittsflächen
500 m	$50 \cdot 10^3$ m^2
600 m	$101 \cdot 10^3$ m^2
900 m	$64 \cdot 10^3$ m^2
1100 m	$79 \cdot 10^3$ m^2
1100 m	$44 \cdot 10^3$ m^2
1200 m	$57 \cdot 10^3$ m^2
1300 m	$64 \cdot 10^3$ m^2
1400 m	$107 \cdot 10^3$ m^2
1700 m	$147 \cdot 10^3$ m^2
1800 m	$129 \cdot 10^3$ m^2
1900 m	$80 \cdot 10^3$ m^2
3600 m	$82 \cdot 10^3$ m^2

Gesamtvolumen $V = 329 \cdot 10^6$ m^3

4. Bestimmung der Massenbilanz

Die Bestimmung der Massenbilanz des Untersulzbachkeeses im Zeitraum 1975 - 1981 erfolgte nach der glaziologischen Methode. Zur Kontrolle der so gewonnenen Daten konnte die geodätische Methode, basierend auf den Orthophotokarten 1974 und 1980, angewandt werden. Detaillierte Beschreibungen der Feldmessungen finden sich in den Diplomarbeiten MESSNER (1977) und MANSBERGER (1982) und der Arbeit von JIRESCH in dieser Publikationsnummer. Im folgenden sollen nur die methodischen Grundlagen und die für die Anpassung des mechanischen Modells notwendigen Daten zusammengefaßt werden.

Die nach der glaziologischen Methode vorgenommenen Bestimmungen der spezifischen Nettomassenbilanz stützten sich auf Pegelbeobachtungen. Im Gegensatz zu detaillierteren Messungen (HOINKES, 1970) wurde auf die Rückversetzung der Pegel und die Dichtebestimmung in Schneeschächten verzichtet. Die bei den Akkumulationspegeln gemessenen Auftragshöhen wurden mit einer mittleren Dichte von 0,5 g/cm^3 zu Wasserwerten umgerechnet. Die Dichte von 0,5 g/cm^3 entspricht dem Mittelwert, der an den Akkumulationspegeln des Hintereisferners (KUHN et.al., 1979) exakt bestimmt wurde. Für das Eis des Ablationsgebietes wurde wie allgemein üblich eine Dichte von 0,9 g/cm^3 eingesetzt.

Die Darstellung aller in den Jahren 1975 - 1981 beobachteten Nettomassenbilanzen in Abhängigkeit von der Höhe legt die Anpassung durch zwei Gerade nahe (siehe JIRESCH, 1982). Die Gleichungen dieser Geraden lauten:

$$b_{n1}(Z) = BO + B1 \cdot (Z-GO)$$
$$b_{n2}(Z) = B2 \cdot (Z-GO)$$
$$b_n(Z) = \text{Minimum}\,(b_{n1}(Z),\ b_{n2}(Z))$$

Die Größe GO bedeutet die Höhe der Gleichgewichtslinie, B1 den Höhengradienten der spezifischen Nettomassenbilanz im Akkumulationsgebiet, B2 denselben Gradienten im Ablationsgebiet. Die Größe BO entspricht dem Achsabschnitt der Ausgleichsgeraden des Akkumulationsgebietes bei der Höhe Z = GO.

Die von MANSBERGER (1982) ausgeführten Rechnungen ergaben für den Zeitraum 1975 - 1981 folgende Werte

GO = 2600 m
BO = 1,38 m
B1 = 0,0015
B2 = 0,0078

Entsprechend den bei detaillierten Massenbilanzbeobachtungen gemachten Erfahrungen über die Konstanz des Höhengradienten der spezifischen Nettomassenbilanz (HOINKES,1971) wurden die Werte B1 und B2 auch für jedes der Beobachtungsjahre als konstant angenommen und nur die Werte GO und BO zur Anpassung an die einzelnen Jahre variiert. Die folgende Tabelle zeigt die dabei gewonnenen Ergebnisse:

Jahr	GO(m)	BO(m)
1975/76	2626	--
1970/77	2646	--
1977/78	2583	1,22
1978/79	2653	1,03
1979/80	2563	1,18
1980/81	2685	1,82

Aus dieser Tabelle kann ersehen werden, daß BO in keinem signifikanten Zusammenhang mit GO steht. Daraus kann abgeleitet werden, daß die alleinige Variation von GO eine naturgemäße Simulation von Jahren unterschiedlicher Massenbilanzen ermöglicht.

Die aus den Parametern GO, BO, B1 oder B2 errechnete mittlere jährliche Nettomassenbilanz für den Zeitraum 1975 - 1981 beträgt $B_n = 2,8 . 10^6 \ m^3/a$. Der nach der geodätischen

Methode erhaltene Wert beträgt $B_n = 1{,}3.10^6\ m^3/a$.

Um die nach der glaziologischen Methode bestimmten Parameter an die Ergebnisse der geodätischen Methode anzupassen, wurden folgende Modifikationen vorgenommen:

GO = 2620 m
BO = 1,0 m
B1 = 0,0015
B2 = 0,0080

Diese Werte BO, B1 und B2 entsprechen nicht Wasserwerten, sondern den für das Modell maßgeblichen Eishöhen (Dichte 0.9 g/cm^3). Zur Erzielung einer ausgeglichenen Bilanz müßte die Gleichgewichtslinie auf GO = 2693 m angehoben werden.

5. Bestimmung der mittleren Fließgeschwindigkeit

Sämtliche für die Massenhaushaltsbestimmungen verwendeten Pegel wurden auch geodätisch eingemessen, sodaß Bewegungsvektoren für die Massenhaushaltsjahre 1975/76 bis 1980/81 vorliegen (JIRESCH, 1982). Ein Problem bildet dabei noch die Ermittlung der mittleren Fließgeschwindigkeit durch die Querschnittsfläche aus Oberflächenmessungen. Zu dieser Frage liegen sowohl theoretische Untersuchungen als auch Feldbeobachtungen vor. Aus Oberflächen- und Bohrlochmessungen am Athabasca-Gletscher bestimmte RAYMOND (1971) das Verhältnis von mittlerer Geschwindigkeit durch die Querschnittsfläche $U(x)$ zur über die Querschnittsbreite gemittelten Oberflächengeschwindigkeit $U_o(x)$ zu $U(x)/U_o(x) = 1.12$. NYE (1965) untersuchte theoretisch die Geschwindigkeitsverteilung in rechtwinkeligen, elliptischen und parabolischen Querschnitten unter der Annahme, daß am Gletscherbett kein Gleiten auftritt. Für nicht zu schmale Kanäle liegt das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten bei $U(x)/U_o(x) \simeq 1$.

Die Analyse der geodätischen Beobachtungen am Untersulzbachkees erbrachte im Zungenbereich des Gletschers für die Horizontalkomponente der Oberflächengeschwindigkeit folgenden normierten Zusammenhang:

$$\frac{U_o(x,0) - U_o(x,y)}{U_o(x, 0)} = \left(\frac{2\,y}{L}\right)^k \qquad (5.1)$$

y ... Abstand von der Mittellinie
L ... Gletscherbreite (entlang der Isohypse gemessen)

$U_o(x,o)$ ... Oberflächengeschwindigkeit in Gletschermitte
$U_o(x,y)$ ... Oberflächengeschwindigkeit im Abstand y von der Gletschermitte

Der Exponent k beträgt k = 3,5.

Weiters zeigte sich eine Abweichung der Fließrichtung von der Fallrichtung der Gletscheroberfläche entsprechend folgendem Zusammenhang:

$$\delta = \delta_o \frac{2y}{L} \qquad (5.2)$$

δ ... Abweichung von der Fallinie (bei der Gletscherzunge zur Gletschermitte hin)

Die Konstante wurde zu $\delta_o = 26^o$ bestimmt. Da den Gleichungen (5.1) und (5.2) Symmetrie um die Gletschermitte zugrunde liegt, kann die mittlere Oberflächengeschwindigkeit $U_o(x)$ normal zu einem Querschnitt entlang einer Isohypse wie folgt berechnet werden:

$$U_o(x) = U_o(x,o)\,\frac{2}{L}\int_0^{L/2}\left[1-\left(\frac{2y}{L}\right)^k\right]\cos\left(\delta_o\frac{2y}{L}\right)dy$$

$$U_o(x) = 0.76\,.\,U_o(x,o)$$

Das letztgenannte Resultat wurde durch numerische Integration gewonnen.

Für die weiteren Betrachtungen soll die mittlere Fließgeschwindigkeit durch den gesamten Querschnitt der mittleren Oberflächengeschwindigkeit gleichgesetzt werden.

Wegen der geringen Zahl der Pegel im Firngebiet erscheint eine dem Ablationsgebiet analoge Analyse der Geschwindigkeitsvektoren nicht sinnvoll. Da keiner der Pegel nahe dem Gletscherrand liegt, sollen die dort beobachteten Horizontalgeschwindigkeiten als Stichproben für $U_O(x,O)$ aufgefaßt werden.

Die folgende Tabelle zeigt die über die Sample-Intervalle gemittelten Oberflächengeschwindigkeiten $U_O(x,O)$ für den Zeitraum 1975 - 1981. Im Zungenbereich wurden die Meßwerte mittels Gleichung (5.1) auf die Gletschermitte normiert.

x-Koordinate (m)	Mittelwert der Oberflächengeschwindigkeit in Gletschermitte 1975 - 1981 (m/a)
250	13,2
550	31,4
650	28,4
1050	42,5
1150	48,6
1250	37,8
1650	39,2
1750	49,6
2350	62,6
2450	61,7
2550	67,5
3050	68,2
3150	60,2
3250	53,3
3350	49,2
3450	46,6
3550	40,8
3650	39,3
3750	48,9
3850	51,3
3950	48,0
4050	36,2
4150	45,6
4250	49,4
4350	48,1
4450	44,6
4550	47,1
4650	45,3
4750	41,0
4950	31,4

6. Bestimmung der Höhen- und Längenänderungen

Die photogrammetrischen Auswertungen aus den Jahren 1969, 1974 und 1980 und die Pegelbeobachtungen der Jahre 1975 bis 1981 ermöglichen eine Analyse der Höhenänderungen der Gletscheroberfläche in diesem Zeitraum. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind bei JIRESCH (1982) zusammengestellt. Es konnte eine kinematische Welle, die mit einer Geschwindigkeit von 220 m/a vom mittleren Zungenbereich zum Zungenende fließt, beobachtet werden.

Die Längenänderungen des Untersulzbachkees im Zeitraum 1969 - 1981 sind in der thematischen Gletscherkarte von MANSBERGER (1982) graphisch dargestellt. Die Unterlagen hierfür bildeten die Zungenenden-Einmessungen des Österreichischen Alpenvereins.

Weitere Informationen über Höhen- und Längenänderungen liefern die ÖK 1:25 000 aus dem Jahr 1934 und die Reambulierung der 3-ten Originalaufnahme aus den Jahren 1887 bis 1889. Die neuzeitlichen Gletscherschwankungen in der Venedigergruppe sind in einer eingehenden Arbeit von PATZELT (1973) beschrieben worden. Mit Hilfe dieser Unterlagen wurde von BRÜCKL et. al. (1980) das Verhalten des Zungenendes seit 1850 graphisch dargestellt.

7. Modellgleichungen

In diesem Abschnitt sollen die dem Gletschermodell zugrunde liegenden Gleichungen in einer analytischen Form dargestellt werden. Die verwendeten Symbole sind folgendermaßen definiert:

t ... Zeit
x, W(x,t), S(x,t), H(x,t), B(x,t), U(x,y,t) und Q(x,t) ... entsprechend den Definitionen der Sample-Werte in Abschnitt 2
y ... vertikale Koordinatenachse über x mit Nullpunkt am Gletscherbett
V(x,y,t) ... Vertikalkomponente der Fließgeschwindigkeit

$\dot{\varepsilon}_{ik}$ ... Tensor der Verformungsgeschwindigkeit

$\dot{\varepsilon}$ ..... effektive Verformungsrate

$$2\dot{\varepsilon}^2 = \dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2 + \dot{\varepsilon}_{zz}^2 + 2(\dot{\varepsilon}_{xy}^2 + \dot{\varepsilon}_{xz}^2 + \dot{\varepsilon}_{yz}^2)$$

σ_{ik} ... Spannungstensor

τ_{ik} ... Spannungsdeviator

τ ... effektive Scherspannung

$$2\tau^2 = \tau_{xx}^2 + \tau_{yy}^2 + \tau_{zz}^2 + 2(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)$$

τ_m .... effektive Scherspannung am Gletscherbett

τ_b .... Scherspannung am Gletscherbett

τ_o .... Normalkomponente von τ_{ik} in X-Richtung an der Gletscheroberfläche

A, n .. Parameter des Fließgesetzes des Eises

b_n .... Spez. Nettomassenbilanz

α..... Neigung der Gletscheroberfläche

β..... Neigung des Gletscherbettes

Die grundlegende Beziehung für ein Gletschermodell bildet die Kontinuitätsgleichung. Gegenüber einer allgemeinen Form dieser Gleichung können folgende Vereinfachungen vorgenommen werden (siehe z.B. PATERSON, 1980, S.242):

- das Schmelzen von Eis durch die Deformationsarbeit und den Erdwärmestrom wird nicht berücksichtigt.
- Der Mittelwert der Dichte über einen Querschnitt bleibt erhalten.

Mit diesen Vereinfachungen kann die Kontinuitätsgleichung folgendermaßen geschrieben werden

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = b_n . W - \frac{\partial S}{\partial t}$$

Für ein stationäres Modell ist $\frac{\partial S}{\partial x} = 0.$

Die gesuchte Größe ist S. Da b_n die meteorologische Eingangsgröße des Gletschermodells bildet und W als Funktion von S empirisch aus der Morphologie des Gletscherbettes abgeleitet werden kann, verbleibt nur noch, eine durch die übrigen Modellparameter aufgebaute Bestimmungsgleichung für U zu finden. Da der Entwicklung einer derartigen Bewegungsgleichung jedoch die hauptsächlichen Bemühungen der Gletschermechanik galten, kann hier auf weit entwickelte Theorien zurückgegriffen werden.

Die Grundlage für die Beschreibung der inneren Verformung des Gletschereises bilden das Fließgesetz des Eises in der von NYE (1957) verallgemeinerten Form und die in der gleichen Arbeit behandelten Bewegungsformen des laminaren, aktiven und passiven Fließens.

Zur Erfassung des Einflusses der Talflanken auf die Bewegung des Gletschereises soll entsprechend den Arbeiten von NYE (1952, 1965) ein Formfaktor vorgesehen werden. In der Fließrichtung veränderliche Längskräfte sollen durch eine erweiterte Gleichgewichtsbedingung (COLLINS 1968, BUDD,1968, NYE,1969) berücksichtigt werden.

Im folgenden soll auf der Basis der genannten Arbeiten eine Ableitung der Gleichung für die mittlere Fließgeschwindigkeit unter Klarstellung der getroffenen Vereinfachungen gegeben werden.

Entsprechend der bisherigen Kenntnis über das Deformationsverhalten des Eises kann folgendes Fließgesetz als gültig angesehen werden:

$$\dot{\varepsilon}_{xx} + \dot{\varepsilon}_{yy} + \dot{\varepsilon}_{zz} = 0 \qquad (7.1)$$

$$\dot{\varepsilon} = A.\tau^{n} \qquad (7.2)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ik} = A.\tau^{n-1}.\dot{\varepsilon}_{ik} \qquad (7.3)$$

Die Annahme eines ebenen Verformungszustandes in der x,y Ebene bedeutet:

$$\dot{\varepsilon}_{xz} = \dot{\varepsilon}_{yz} = \dot{\varepsilon}_{zz} = 0$$

Wegen Gleichung (7.3) gilt auch:

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{zz} = 0$$

Daraus folgt:

$$\tau_{xx} = -\tau_{yy} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \qquad (7.4)$$

$$\tau^2 = \tau_{xx}^2 + \tau_{xy}^2 \qquad (7.5)$$

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = -\dot{\varepsilon}_{yy} \qquad (7.6)$$

$$\dot{\varepsilon}^2 = \dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{xy}^2 \qquad (7.7)$$

Die Normalkomponente des Spannungsdeviators in X-Richtung τ_{xx} beträgt entsprechend (7.3):

$$\tau_{xx} = \frac{\dot{\varepsilon}_{xx}}{A\,\tau^{n-1}}$$

Mit Gleichung(7.5)folgt daraus:

$$\tau^{2n} = \tau^{2(n-1)}\tau_{xy}^2 + \tau_o^{2n} \qquad (7.8)$$

$$\tau_o = \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{xx}}{A}\right)^{1/n} \qquad (7.9)$$

Die weitere analytische Behandlung ermöglicht die Annahme, daß die Spannungen und Deformationsraten von x unabhängig sein sollen. Aus der Gleichgewichtsbedingung für die Spannungen und Massenkräfte in x-Richtung folgt:

$$\tau_{xy} = \left(1 - \frac{y}{H}\right)\tau_b \qquad (7.10)$$

$$\tau_b = \rho\, g\, H \sin\alpha \qquad (7.11)$$

Aus(7.6)folgt wegen $\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xx}}{\partial x} = 0$:

$$\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{yy}}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x \partial y} = 0$$

Demnach muß die Normalkomponente der Fließgeschwindigkeit folgendermaßen dargestellt werden können:

$$V(x,y) = A(x) + B(y)$$

Da wegen der Randbedingungen am Gletscherbett $V(x,y)\big|_{y=0} \equiv 0$ sein muß, ist A(x) = const.

Daraus folgt $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$ und $\dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{1}{2}\frac{\partial U}{\partial y}$.

Mit Gl.(7.3)und(7.10)folgt daraus:

$$U(y) \quad 2A\int_0^y \tau^{n-1}\left(1-\frac{y'}{H}\right)\tau_b\, dy' \tag{7.12}$$

Die Gleitgeschwindigkeit am Gletscherbett wurde hierbei Null gesetzt. Mit Hilfe von Gl.(7.8) kann die Fließgeschwindigkeit auch als Integral über τ ausgedrückt werden.

$$U(\tau) = 2AH\tau_b^{n-1}\int_{\tau}^{\tau_m}\left[\left(\frac{\tau}{\tau_b}\right)^n + (n-1)\left(\frac{\tau_0}{\tau_b}\right)^n\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^n\right]d\tau$$

Integration liefert

$$U(\tau) = \frac{2A}{n+1}H\tau_b^n\left[\left(\frac{\tau_m}{\tau_b}\right)^{n+1} - \left(\frac{\tau}{\tau_b}\right)^{n+1} + (n+1)\left(\frac{\tau_0}{\tau_b}\right)^{n+1}\left(\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{n-1} - \left(\frac{\tau_0}{\tau_m}\right)^{n-1}\right)\right] \tag{7.13}$$

Das Gleiten am Gletscherbett könnte in Gleichung (7.12) oder (7.13) durch einen zweiten, nur mit x veränderlichen Term berücksichtigt werden. Es muß allerdings angemerkt werden, daß wegen $\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xx}}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$ nur eine lineare Abhängigkeit der Gleitgeschwindigkeit von x mit den bisherigen analytischen Lösungen exakt verträglich wäre. Im weiteren soll die Gleitgeschwindigkeit am Gletscherbett gleich Null gesetzt werden.

Das bisher betrachtete NYE'sche Modell eines Gletschers ermöglicht zwar eine exakte analytische Lösung, stellt jedoch eine sehr grobe Vereinfachung der natürlichen Gegebenheiten dar. Es sollen daher die bisherigen Lösungen durch entsprechende Korrekturterme verbessert werden.

Zunächst sollen die bisherigen exakten Lösungen auch als Näherungen für $\alpha \neq \beta$ und $\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{xx}}{\partial x} \neq 0$ angesehen werden.

Voraussetzung ist, daß die Neigungen klein und die Änderung der longitudinalen Deformationsrate $\dot{\varepsilon}_{xx}$ über eine Strecke, die der Eismächtigkeit entspricht, ebenfalls klein sind. Unter dieser Voraussetzung kann $\sin\alpha \approx \alpha$ gesetzt werden und auf ein horizontales Koordinatensystem übergegangen werden.

Bei der Annahme veränderlicher longitudinaler Deformationsraten und Eisdicken ist die bisherige Berechnung der Schubspannung am Gletscherbett mit Gleichung (7.11) unzureichend und durch die Einführung eines den longitudinalen Kraftgradienten berücksichtigenden Gliedes zu ergänzen.

$$\tau_b = \left[\varrho g H \alpha + 2 \frac{\partial}{\partial x}\left(H \cdot \bar{\tau}_{xx}\right)\right] \qquad (7.14)$$

Bei veränderlichen Gletscherbreiten kann Gleichung (7.14) wie folgt geschrieben werden:

$$\tau_b = \left[\varrho g S \alpha + 2 \frac{\partial}{\partial x}\left(S \cdot \bar{\tau}_{xx}\right)\right] / W \qquad (7.15)$$

Die Erfassung des Einflusses der Talflanken kann durch Multiplikation von τ_b mit einem Formfaktor F erfolgen. Eine einfache Möglichkeit, diesen Formfaktor zu berechnen, liefert der Übergang von der Eismächtigkeit auf den hydraulischen Radius R. Der Formfaktor beträgt dann:

$$F = W/P$$

Die Länge P ist der benetzte Umfang.
In dieser Arbeit soll der Formfaktor jedoch F = 1 gesetzt werden.

Die weiteren Berechnungen zur Bestimmung der mittleren Fließgeschwindigkeit gehen über die zu Beginn dieses Abschnittes zitierten Arbeiten hinaus. Der Exponent im Fließgesetz soll mit n = 3 festgesetzt werden.

Im Falle n = 3 bildet Gleichung (7.8) eine kubische Gleichung für τ^2, die mit der kardanischen Formel nach y aufgelöst werden kann. Die Mittelung von $U(\tau)$ über die Eismächtigkeit erfolgt numerisch. Die für die Bestimmung der mittleren Längsspannung $\bar{\tau}_{xx}$ notwendige Mittelung von $1/\tau^2$ über y kann in analoger Weise erfolgen.

Für $0 \leq \frac{|\tau_o|}{\tau_b} \leq 1{,}4$ weichen die folgenden Näherungsformeln um < 10 % von den numerischen Ergebnissen ab.

$$\bar{\tau}_{xx} \simeq \tau_o \frac{\sqrt{3}\,.\,|\tau_o|}{\tau_b + |\tau_o|} \tag{7.16}$$

$$U(x) \simeq \frac{2A}{5}\left(\tau_b^3 + |\tau_o|^3\right) S/W \tag{7.17}$$

8. Die Programme "GLESTA" UND "GLEDYN"

Für die Erstellung eines gletschermechanischen Modells stand ein in Basic programmierbarer Hewlett-Packard HP85 Tischrechner zur Verfügung. Als Sample-Intervall entlang der X-Koordinate wurde XO = 100 m gewählt. Die Länge des Gletschers liegt zur Zeit bei L = 51.XO. In den Arrays wurde vorerst eine Länge bis X = 60.XO vorgesehen. Der oberste Sample-Wert (X = O) wurde bei der Oberflächenhöhe Z(o) = 3300 m genommen. Diese Höhe entspricht dem Beginn des Gletscherbeckens unterhalb der Großvenediger-Nordwand. Um den Eisfluß über die Venediger-Scharte zu berücksichtigen, wurde Q(O) = 200000 m^3/a gewählt.

Zur numerischen Behandlung wurden folgende, im Abschnitt 7 definierten kontinuierlichen Variablen durch Sample-Werte ersetzt:

$\alpha(x) \longrightarrow$ A(I)	$\tau_o(x) \longrightarrow$ TO(I)
$\dot{\varepsilon}_{xx}(x) \longrightarrow$ EO(I)	$\tau_b(x) \longrightarrow$ T1(I)
$U(x) \longrightarrow$ U(I)	$b_n(x) \longrightarrow$ B(I)

Die Konstante A im Fließgesetz wurde durch AO = $(\varrho g)^3$A ersetzt. Die Berechnung der Oberflächenneigung erfolgt nach den Gleichungen:

A(O) = arctg (Z(O)-Z(1))/XO
A(I) = k.arctg (Z(I-1)-Z(I))/XO +(1-k)arctg (Z(I)-Z(I+1))/XO
A(60) = arctg (Z(59)-Z(60))/XO

Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x}$ wurden in ähnlicher Weise gebildet (hier am Beispiel von EO(I) = $\frac{\partial}{\partial x}$ U(I)):

EO(O) = (U(1)-U(O))/XO
EO(I) = k(U(I)-U(I-1))/XO+(1-k)(U(I+1)-U(I))/XO

$$EO(O) = (U(1)-U(O))/XO$$

$$EO(I) = k(U(I)-U(I-1))/XO+(1-k)(U(I+1)-U(I))/XO$$

Durch die Wahl k = 0,4 anstelle von k = 0,5 können numerische Instabilitäten der Wellenlänge 2 . XO unterdrückt werden.

Die Berechnung von U(I) erfolgte entsprechend den Gleichungen aus Abschnitt 7 nach folgendem Schema:

1. Abschätzung von U(I) unter Vernachlässigung des longitudinalen Spannungsdeviators

$$TO(I)_1 = O$$

$$T1(I)_1 = A(I).S(I)/W(I)$$

$$U(I)_1 = \frac{2.AO}{5} \quad T1(I)_1^3 \;.\; S(I)/W(I)$$

2. Berechnung der longitudinalen Verformungsrate

$$EO(I)_n = \frac{\partial}{\partial x} U(I)_{n-1}$$

3. Berechnung einer n-ten Näherung des longitudinalen Spannungsdeviators aus

$$TO(I)_n = TO(I)_{n-1} + l.\left(\left(\frac{EO(I)}{AO}\right)^{1/3} - TO(I)_{n-1}\right)$$

Der Faktor l ist l < 1 zu wählen.

4. Berechnung einer n-ten Näherung der Scherspannung am Gletscherbett

$$T1(I)_n = \left(A(I).S(I)+2\frac{\partial}{\partial x}\left(S(I).TO(I)_n \frac{\sqrt{3}.\left|TO(I)_n\right|}{T1(I)_{n-1}+TO(I)_n}\right)\right)\Big/ W(I)$$

5. Berechnung einer n-ten Näherung der mittleren Fließgeschwindigkeit U(I) aus:

$$U(I)_n = \frac{2.AO}{5} \left(T1(I)_n^3 + TO(I)_n^3\right). S(I)/W(I)$$

6. Wiederholungen der Schnitte 2 - 4 zur Verbesserung der Näherung von TO(I). Bei einer Wahl l = 0.05 und einem 20-fachen Durchlaufen der Schleife ist beim vorliegenden Modell eine gute Konvergenz festzustellen.

Es wurden zwei Programme geschrieben, die unterschiedliche Aufgaben erfüllen sollen:

Mit dem Programm "GLESTA" sollen unter Vorgabe der Oberflächenhöhen Z(I), der Gletscherbreiten W(I) und der Parameter, die den Verlauf der spezifischen Nettomassenbilanz mit der Höhe charakterisieren, die Gletscherquerschnitte S(I) und mittleren Fließgeschwindigkeiten U(I) für stationäre Verhältnisse errechnet werden.

Das Programm "GLEDYN" baut auf "GLESTA" auf, benützt als vorgegebene Parameter die mit "GLESTA" berechneten Querschnitte S(I) und berechnet bei frei wählbarer Variation der Gleichgewichtshöhe GO die daraus resultierenden Veränderungen der Gletscherquerschnitte, Höhen, Breiten und Geschwindigkeiten. Mit diesem Programm ist es möglich, das instationäre Verhalten des Gletschers zu simulieren.

Da bei "GLESTA" stationäres Verhalten vorausgesetzt wird, kann der Eisfluß über die alleinige Kenntnis der Massenbilanz nach der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$Q(O) = QO$$

$$Q(I) = Q(I-1)+\left(W(I-1).B(I-1)/2+W(I).B(I)/2\right).XO$$

Die gesuchten Größen sind bei "GLESTA" in erster Linie die Gletscherquerschnitte S(I). Bei Kenntnis von U(I) können diese Größen aus der obigen Gleichung für Q(I) und der Definition von Q(I) = S(I).U(I) bestimmt werden. Eine erste Näherung von S(I) kann wieder unter Vernachlässigung des longitudinalen Spannungsdeviators nach folgender Gleichung gewonnen werden:

$$S(I)_1 = \left(\frac{5}{2.AO} .Q(I).W(I)^4/A(I)^3\right)^{1/5}$$

Eine n-te Näherung für S(I) lautet:

$$S(I)_n = S(I)_{n-1} + m.\left(Q(I)/U(I)_n - S(I)_{n-1}\right)$$

Im vorliegenden Fall wurde m = 0,2 gewählt. Nach etwa 10 Näherungen wurden gleichbleibende Querschnitte S(I) erreicht.

Beim Programm "GLEDYN" muß die Kontinuitätsgleichung auch die Zeitabhängigkeit berücksichtigen.

$$M(I) . XO = B(I).W(I).XO/2 + B(I+1).XO/2+Q(I)-Q(I+1)$$

M(I) . XO ... jährliche Volumenänderung im Intervall (I, I+1)

Q(I) = S(I).U(I) ... jährlicher Eisfluß durch den Querschnitt S(I)

M(I) ist somit die mittlere Querschnittsänderung im Intervall (I, I+1). Die Querschnittsänderungen an den Sample-Punkten S1(I) können daraus folgendermaßen bestimmt werden:

$$S1(0) = M(0)/2$$
$$S1(1) = M(0)/2+M(1)/2$$
$$S1(I) = M(I-1)/2+M(I)/2$$

Eine Veranschaulichung dieser Gleichungen zeigt Abb.2.

Da der Eisfluß wieder durch Q(I) = S(I).U(I) gegeben ist und U(I) entsprechend den zuvor beschriebenen Schritten 1 - 5 berechnet werden kann, sind die Querschnittsänderungen aus der obigen Kontinuitätsgleichung zu berechnen.

Zur Erzielung numerischer Stabilität war es notwendig, das Zeitintervall, für welches die Querschnittsänderungen berechnet wurden, auf 1/20 Jahr zu reduzieren. Die mit den Querschnittsänderungen verbundenen Breitenänderungen des Gletschers wurden durch einen linearen Zusammenhang zwischen Gletscherbreite und Querschnittsfläche näherungsweise erfaßt.

10. Vergleich des Modells mit den Feldbeobachtungen

Da für die ersten Modellrechnungen der Formfaktor bei der Berechnung der Scherspannungen am Gletscherbett F(x) = 1, die Gleitgeschwindigkeit U1(x) = 0 und der Exponent im Fließgesetz n = 3 gesetzt wurden, verblieb zur Anpassung an Feldbeobachtungen nur die Konstante im Fließgesetz. Ihr Wert wurde mit AO = 0.0002 $m^{-3}.a^{-1}$ festgelegt und liegt somit im Bereich bisheriger Feldbeobachtungen (PATERSON, 1981; S 37).

Wie im Abschnitt 7 dargelegt wurde, befand sich die Zunge des Untersulzbachkeeses seit 1970 nur mehr in einem sehr langsamen Rückzug, der ab 1976/77 durch einen deutlichen Vorstoß abgelöst wurde. Die Annahme eines stationären Verhaltens des Gletschers zum Datum der Orthophotokarte 1974 erscheint daher in erster Näherung gerechtfertigt.

Aus diesem Grund wurden auf der Basis dieser Karte und mit der, einer ausgeglichenen Massenbilanz entsprechenden Gleichgewichtshöhe GO = 2693 m über das Programm "GLESTA" die Querschnitte S(I) berechnet. Diese Querschnitte wurden in "GLEDYN" eingegeben und eine Modellrechnung ab dem Jahr 1970 durchgeführt. Die Höhe der Gleichgewichtslinie wurde für 1970 - 74 mit GO = 2693 m und ab 1975 mit dem in Abschnitt 4 ermittelten Wert von GO = 2620 m bestimmt. Die Ergebnisse dieser Modellrechnungen zeigen die Abb.3, 4 und 5. Um örtliche Zufälligkeiten auszuschalten, wurden in der Darstellung alle Werte (S(I), U(I), Z(I)) durch dreifachübergreifendes Mittel geglättet. Bei Vergleichen mit dem Modell wurden die Felddaten ebenfalls in dieser Weise geglättet.

Eine Gegenüberstellung der seismisch gemessenen Querschnitte und der Modellquerschnitte S(I) zeigt Abb.6. Die Messungen im Firngebiet wurden 1974 ausgeführt, jene auf der Zunge 1979. Beim Vergleich wurden die entsprechenden Modellprofile ausgewählt. Das direkt aus den Eisdickenmessungen im Firngebiet und der Konstruktion der Untergrundkarte (1976) ermittelte Eisvolumen beträgt $329.10^6 m^3$ gegenüber $289.10^6 m^3$, wenn das Eisvolumen aus dem Gletschermodell berechnet wird.

Als Felddaten für die mittleren Oberflächengeschwindigkeiten wurden die Mittelwerte für den Beobachtungszeitraum 1975 - 1981 den Mittelwerten der Fließgeschwindigkeiten des Modells für den gleichen Zeitraum gegenübergestellt (Abb.7).

Es zeigt sich, daß sowohl die Modellquerschnitte als auch die Modellgeschwindigkeiten systematisch leicht unter den Beobachtungsergebnissen liegen. Da eine durch eine andere Wahl von AO bedingte Erhöhung der Modellquerschnitte zu einer weiteren Verringerung der Modellgeschwindigkeiten führen würde, ist das vorliegende Ergebnis als Kompromiß zwischen seismischer Tiefenmessung und glaziologischer bzw. geodätischer Massenbilanzbestimmung anzusehen.

Der deutlich über dem Modell liegende seismisch bestimmte Querschnitt bei X = 1,8 km könnte auf eine überschossene Felsschicht zurückzuführen sein (siehe entsprechendes Profil in BRÜCKL et.al., 1980).

Von E. JIRESCH (1982) wurde bei der Analyse der jährlichen Höhenänderungen für den Zeitraum 1974 - 1981 eine Wellenbewegung mit einer Geschwindigkeit von 220 m/a identifiziert. Eine derartige Bewegung wäre als kinematische Welle zu interpretieren. Da sich kinematische Wellen nur in Bereichen longitudinaler Kompression ausbilden können, sind auf der Zunge des Untersulzbachkees keine durchlaufenden Wellen zu erwarten. Generell bewirken jedoch kinematische Wellen, daß sich der anfänglich über den Großteil des Gletschers verteilte Aufhöhungsbereich immer mehr komprimiert und zum Zungenende hin verschiebt. Die Zeitdauer mit der dies geschieht, ist durch die Geschwindigkeit der kinematischen Wellen bestimmt. Bei den jährlichen Höhenänderungen des Modells (Abb.5) kann dieser Bereich der gleichmäßigen Aufhöhung relativ gut erkannt werden. Er ist gegen kleinere X-Koordinaten (Richtung Gletscherbeginn) und größere Zeiten (höhere Anzahl der Jahre) hin durch eine Linie begrenzt (in Abb.5 strichliert eingetragen), die einer Geschwindigkeit von 200 - 240 m/a entspricht.

In Abb. 8 sind die Höhenänderungen des Modells für die Jahre 1975 bis 2050 gegenüber dem Jahr 1974 dargestellt. Im Vergleich mit Feldmeßdaten sind die aus der Karte 1974 und den Pegelbeobachtungen 1981 ermittelten Höhenänderungen (E. JIRESCH, 1982) eingetragen. Die Modellrechnung ergibt auch für das Jahr 2050 eine noch kräftig vorstoßende Zunge. Die jährlichen Höhenänderungen bis zu X = 5 km sind jedoch schon nahezu abgeklungen. Wie Abb.8 zeigt, steht die annähernd stationäre Aufhöhung in diesem Bereich in guter Übereinstimmung mit der Höhendifferenz zwischen der Oberkante der rechten Ufermoräne des Gletscherstandes 1850 und der Eisoberfläche 1974.

Die Abb.9 zeigt die beobachteten Längenänderungen der Gletscherzunge und die aus den Modellrechnungen folgenden Vorstoßbeträge.

10. Schlußbemerkung

Wie die Gegenüberstellungen der Beobachtungsbefunde und Modellrechnungen in den Abb.5 bis 10 zeigen, erweist sich das vorgestellte gletschermechanische Modell als brauchbares Instrument, Querschnittsflächen, Fließgeschwindigkeiten, Höhen- und Längenänderungen in ihrem zeitlichen Ablauf zu simulieren. Die Größen, die das Modell in seinem Verhalten bestimmen, sind die Morphologie, die Massenbilanz und die Konstanten im Fließgesetz des Eises.

Eine Diskussion augenscheinlicher Einzelabweichungen, wie der systematisch zu geringen Modellgeschwindigkeiten am Zungenende,erscheint zum gegenwärtigen Stand der Modellrechnung noch nicht sinnvoll. Als nächster Schritt in der Weiterentwicklung des Modells sollte der im Programm vorgesehene Formfaktor zur Erfassung des Randeinflusses und das Gleiten am Gletscherbett in Ansatz gebracht werden. Ein stichhaltiger Test der im Modell angewandten gletschermechanischen Theorien wäre vor allem dann zu erwarten, wenn die Modellrechnungen auf größere, gletscherkundlich dokumentierte Zeiträume und andere Gletscher ausgedehnt würden.

Gegenüber bisherigen Modellen (siehe Diskussion in PATERSON, 1981, S. 267-274) behandelt dieses Modell die longitudinal wirkenden Kräfte in einer dem Stand der Theorie entsprechenden Weise. Es benötigt keine Glättungen oder sonstige das Ergebnis beeinflussende Maßnahmen, um numerisch stabil zu bleiben.

Literatur

ARIĆ, K. (unpubliziert): Reflexionsseismische Messungen am Untersulzbachkees im Sommer des Jahres 1979

BRÜCKL, E.(1970): Eine Methode zur Volumenbestimmung von Gletschern auf Grund der Plastizitätstheorie. Archiv. f. Meteorologie, Geophysik und Bioklima, Ser.A, 19; S.317-328

BRÜCKL, E., GANGL, G., SEIBERL, W. und GNAM, Ch.(1980): Seismische Eisdickenmessungen auf dem Ober- und Untersulzbachkees in den Sommern der Jahre 1973 und 1974. Arbeiten aus der ZA.f. M.u.G., Heft 45, Nr.248; S.1-23

BUDD, W.F.(1968): The longitudinal velocity profile of large ice masses. International Association of Hydrological Sciences, 79; S.58-75

BUDD, W.F. and JENSSEN, D.(1975): Numerical modelling of glacier systems. International Association of Hydrological Sciences, 104; S.257-291

COLLINS, I.F.(1968): On the use of the equilibrium equations and flow law in relating the surface and bed topography of glaciers and ice-sheets. Journal of Glaciology, 7; S.199-204

HOINKES, H.(1970): Methoden und Möglichkeiten von Massenhaushaltsstudien auf Gletschern. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 6; S.37-90

KUHN, M., KASER, G., MARKL, G., WAGNER, H.P. u. SCHNEIDER, H. (1979): 25 Jahre Massenhaushaltsuntersuchungen am Hintereisferner. Institut f. Meteorologie u. Geophysik d. Universität Innsbruck; S.80

MANSBERGER, R.(1982): Die Darstellung der Ergebnisse glaziologischer Untersuchungen am Untersulzbachkees in der Zeit von 1969 bis 1981 auf einer thematischen Orthophotokarte. Diplomarbeit am Institut für Kartographie und Reproduktionstechnik der TU Wien

MESSNER, G.(1977): Durchführung geodätischer und kartometrischer Messungen am Untersulzbachkees (Großvenediger) zur Gewinnung glaziologischer Parameter. Unveröff. Diplomarbeit am Institut für Kartographie und Reproduktionstechnik der TU Wien; 1977

NIEDERMAYR, W.(1975): Schaffung der geodätischen und topographischen Unterlagen für die Herstellung einer Orthophotogletscherkarte. Unveröff. Diplomarbeit am Institut für Kartographie und Reproduktionstechnik der TU Wien; 1975

NYE, J.F.(1951): The flow of glaciers and ice-sheets as a problem in plasticity. Proceedings of the Royal Society London, Ser.A., 207; S.554-572

NYE, J.F.(1952): A comparison between the theoretical and the measured long profile of the Unteraar Glacier. Journal of Glaciology, 2; S.103-107

NYE, J.F.(1957): The distribution of stress and velocity in glaciers and ice-sheets Proceedings of the Royal Society London, Ser.A, 239; S.113-133

NYE, J.F.(1963): The response of a glacier to changes in the rate of nourishment and wastage. Proceedings of the Royal Society London, Ser.A, 275; S.87-112

NYE, J.F.(1965): The flow of a glacier in a channel of rectangular, elliptic or parabolic cross-section. Journal of Glaciology, 5; S.661-690

NYE, J.F.(1969): The effect of longitudinal stress on the shear stress at the base of an ice-sheets. Journal of Glaciology, 8; S.207-213

PATERSON, W.S.B.(1981): The physics of glaciers. Pergamon Press, Oxford; S.380

PATZELT, G.(1973): Die neuzeitlichen Gletscherschwankungen in der Venedigergruppe (Hohe Tauern, Ostalpen). Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 9; S.5-57

PILLEWIZER, W.(1976): Luftbildkarte Großvenediger 1:10 000. Beilage zu Geowiss.Mitt. der Studienrichtung Vermessungswesen der TU Wien, Heft 12 (1977)

RAYMOND, C.F.(1971): Flow in a transverse section of Athabasca Glacier, Alberta, Canada. Journal of Glaciology, 10; S.55-84

Abbildungen

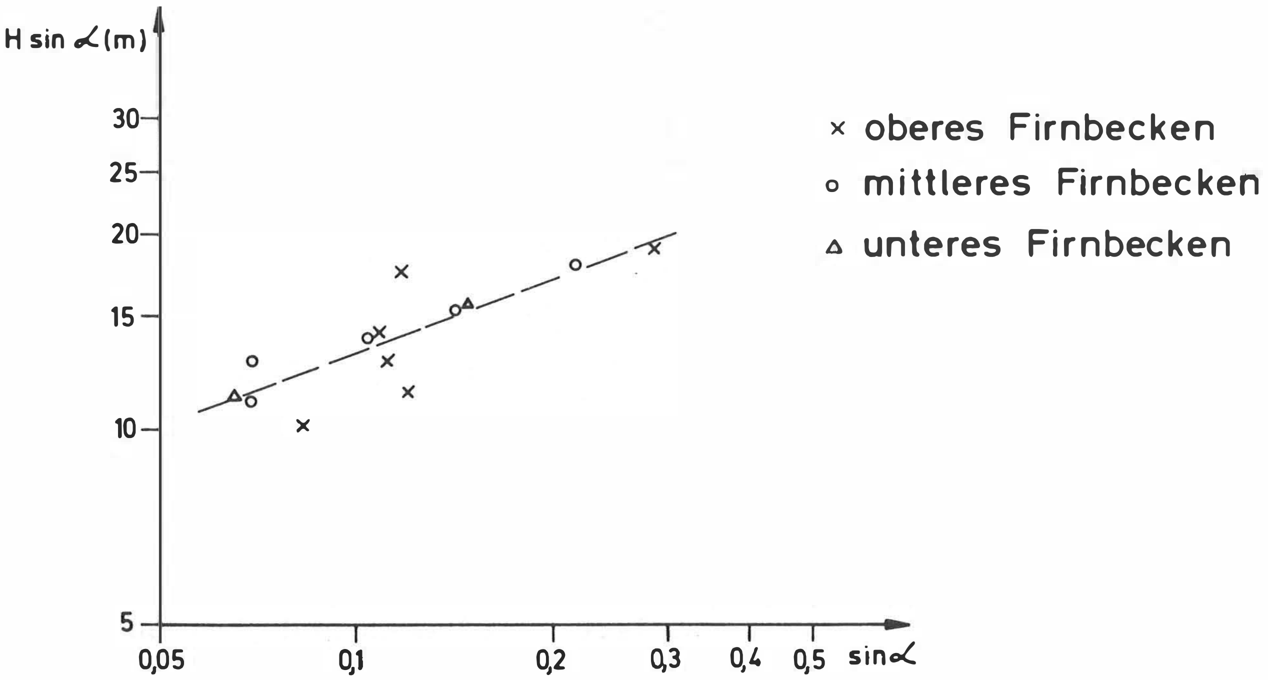

H sin α (m)
30
25
20
15
10
5
0,05
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
sin α
× oberes Firnbecken
○ mittleres Firnbecken
△ unteres Firnbecken

Abb. 1

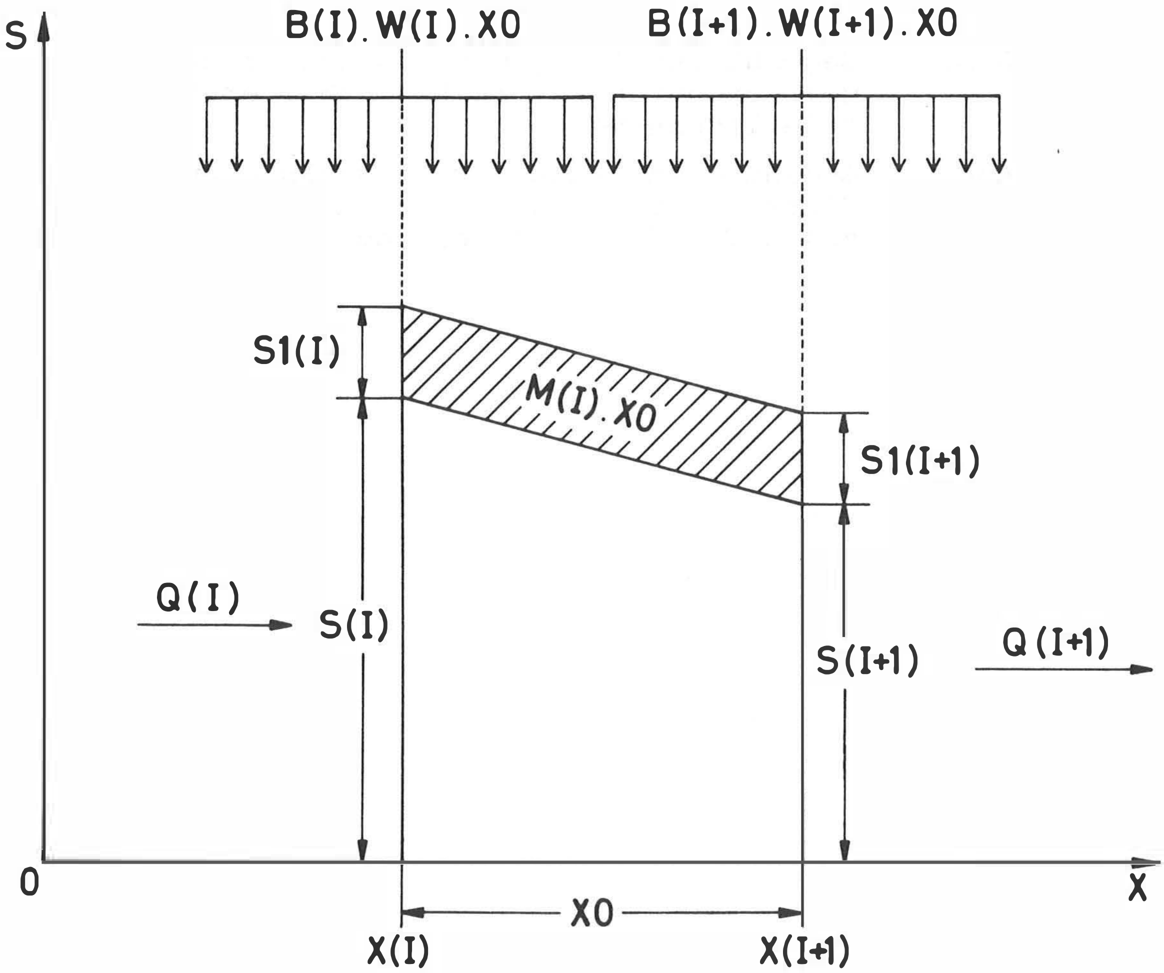

S
B(I). W(I). X0
B(I+1). W(I+1). X0
S1(I)
M(I). X0
S1(I+1)
Q(I)
S(I)
S(I+1)
Q(I+1)
0
X
X0
X(I)
X(I+1)

Abb. 2

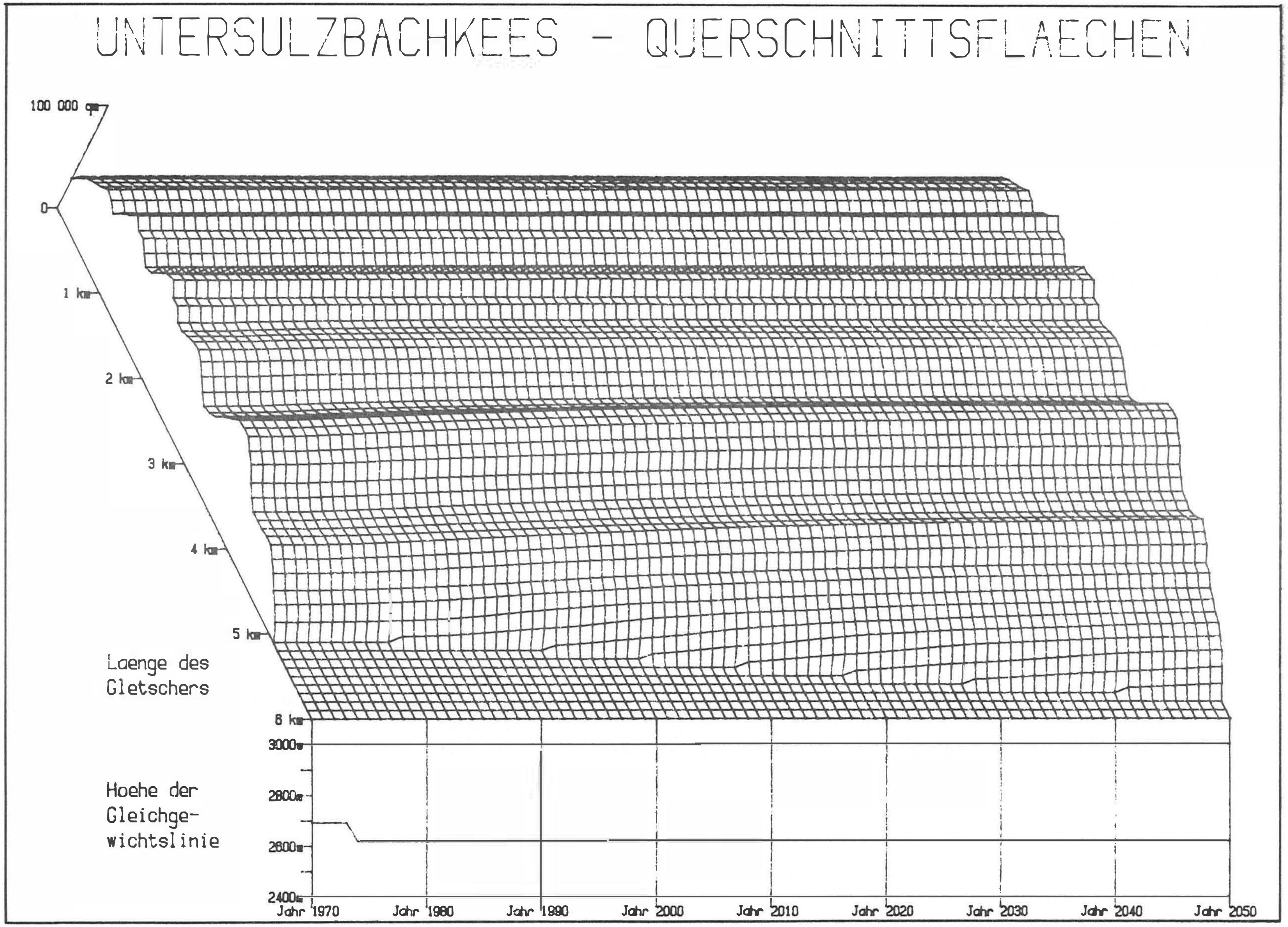

UNTERSULZBACHKEES - QUERSCHNITTSFLAECHEN
100 000 qm
0
1 km
2 km
3 km
4 km
5 km
6 km
Laenge des Gletschers
3000m
2800m
2600m
2400m
Hoehe der Gleichgewichtslinie
Jahr 1970
Jahr 1980
Jahr 1990
Jahr 2000
Jahr 2010
Jahr 2020
Jahr 2030
Jahr 2040
Jahr 2050

Abb.3

UNTERSULZBACHKEES GESCHWINDIGKEITEN

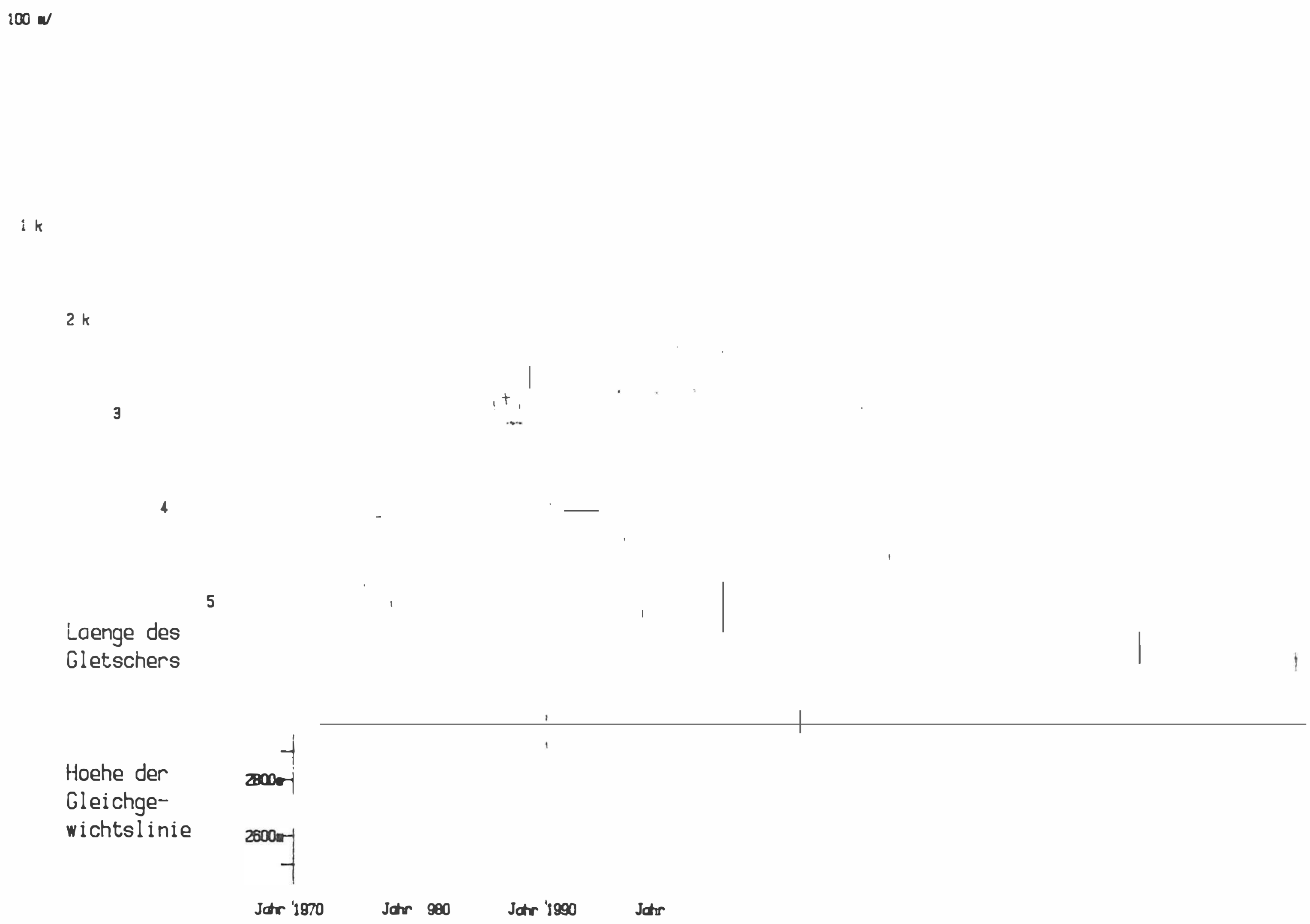


Abb.4

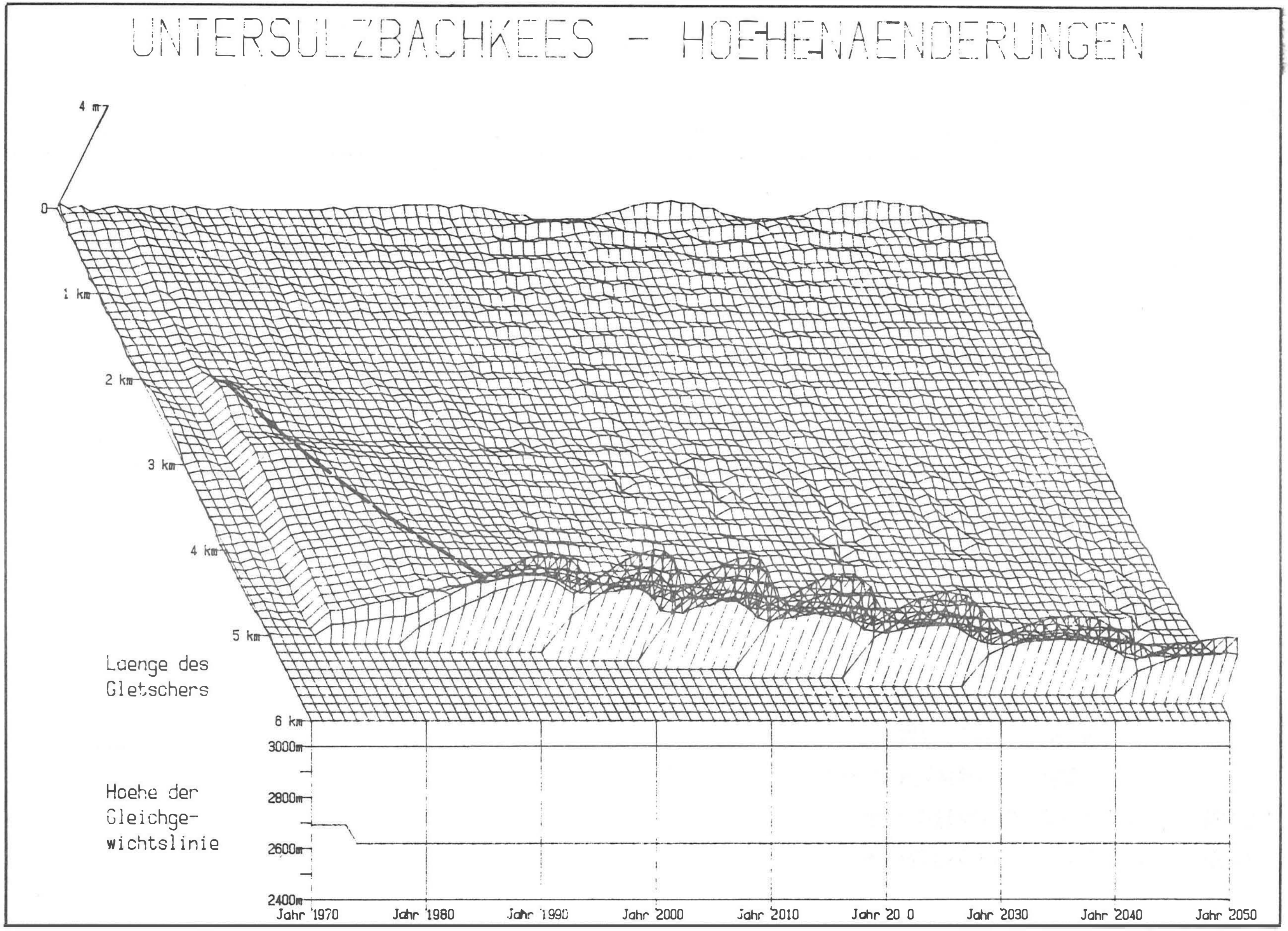
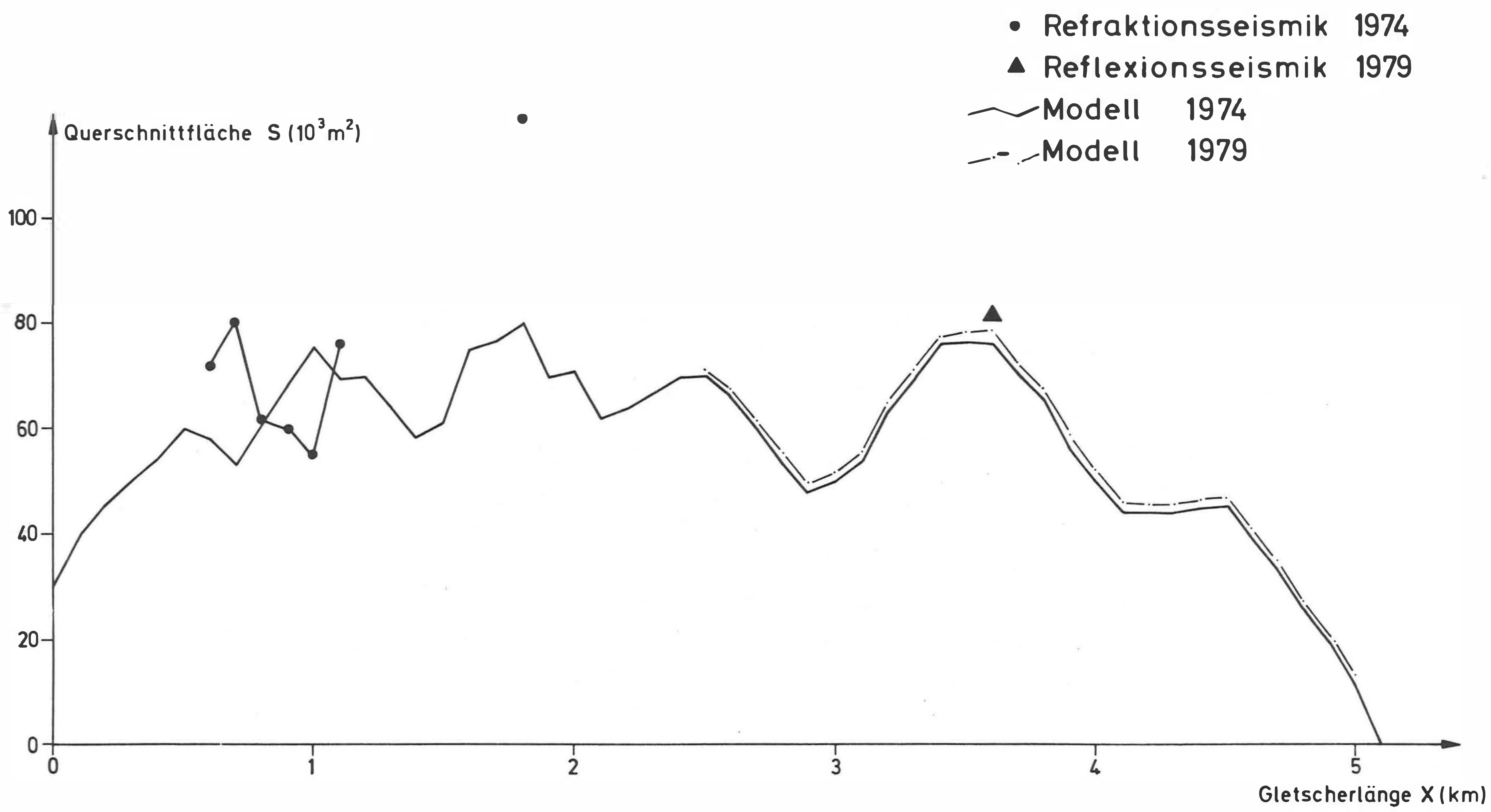

UNTERSULZBACHKEES - HOEHENAENDERUNGEN
4 m
0
1 km
2 km
3 km
4 km
5 km
6 km
Laenge des Gletschers
3000m
2800m
2600m
2400m
Hoehe der Gleichgewichtslinie
Jahr 1970
Jahr 1980
Jahr 1990
Jahr 2000
Jahr 2010
Jahr 20 0
Jahr 2030
Jahr 2040
Jahr 2050

Abb.5



• Refraktionsseismik 1974
▲ Reflexionsseismik 1979
Modell 1974
Modell 1979
Querschnittfläche S ($10^3 m^2$)
100
80
60
40
20
0
0
1
2
3
4
5
Gletscherlänge X (km)

Abb. 6

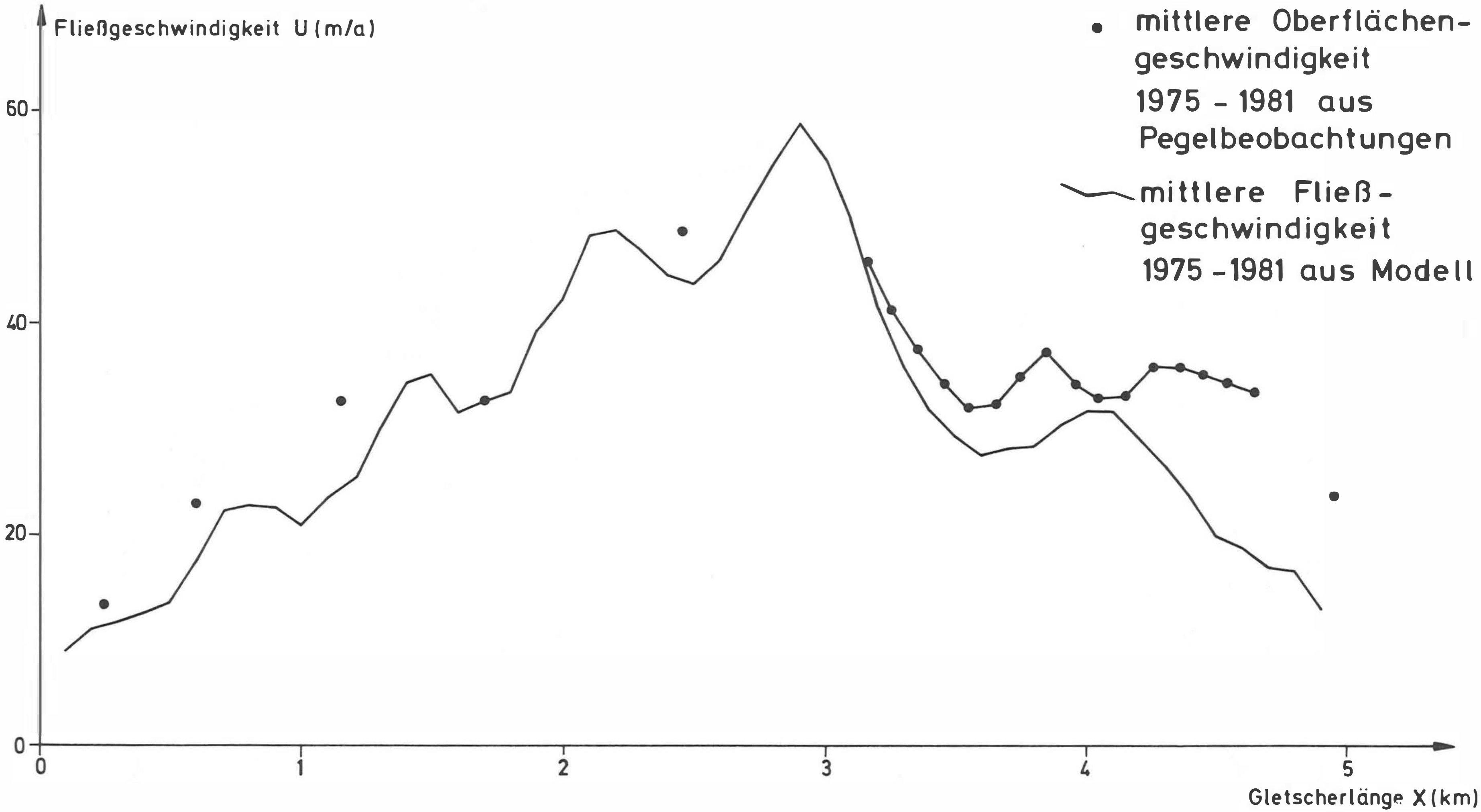
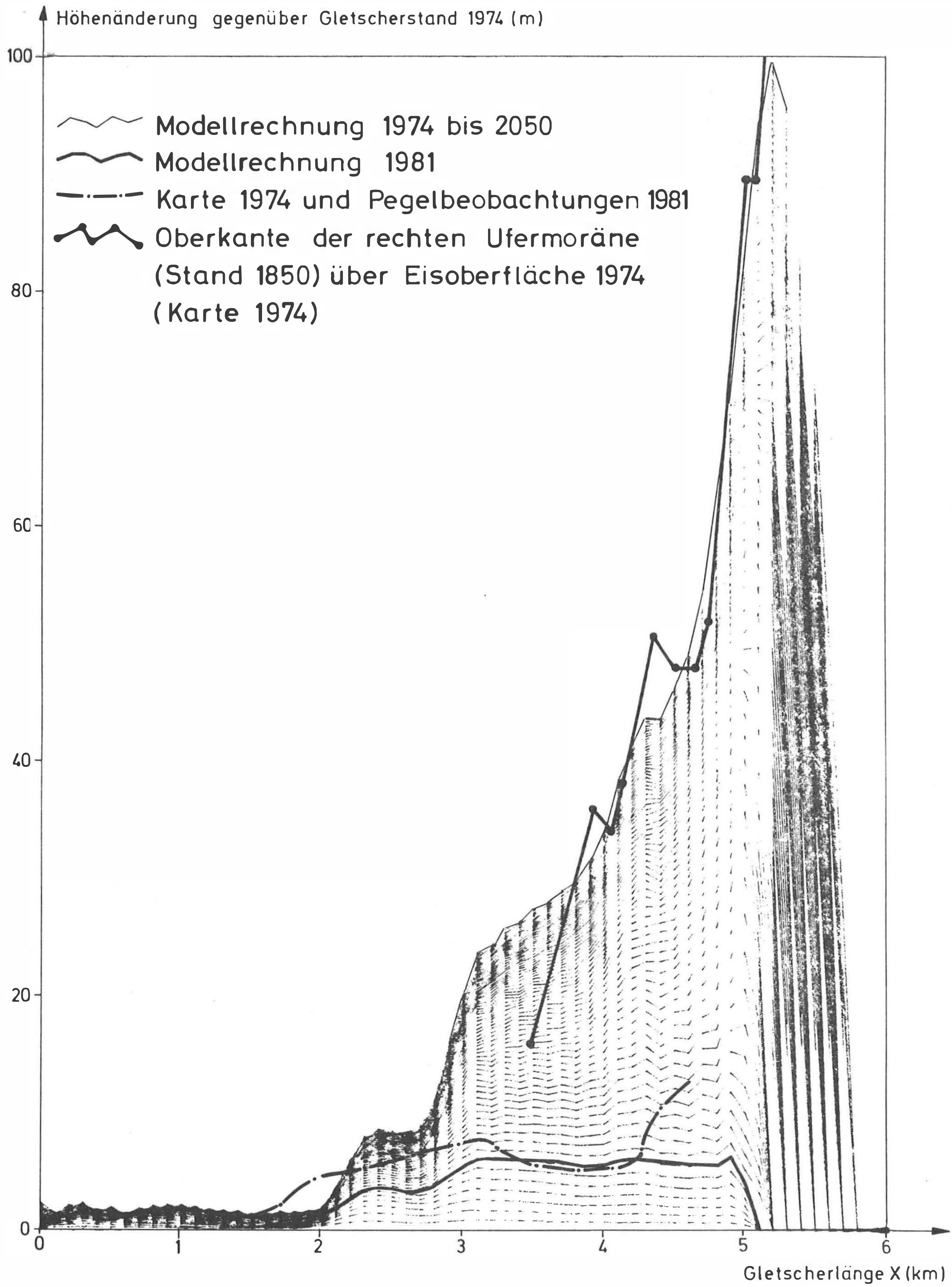

Fließgeschwindigkeit U (m/a)
60
40
20
0
0
1
2
3
4
5
Gletscherlänge X (km)
mittlere Oberflächengeschwindigkeit 1975 - 1981 aus Pegelbeobachtungen
mittlere Fließgeschwindigkeit 1975 -1981 aus Modell

Abb.7



Höhenänderung gegenüber Gletscherstand 1974 (m)
100
80
60
40
20
0
Modellrechnung 1974 bis 2050
Modellrechnung 1981
Karte 1974 und Pegelbeobachtungen 1981
Oberkante der rechten Ufermoräne (Stand 1850) über Eisoberfläche 1974 (Karte 1974)
0
1
2
3
4
5
6
Gletscherlänge X (km)

Abb.8

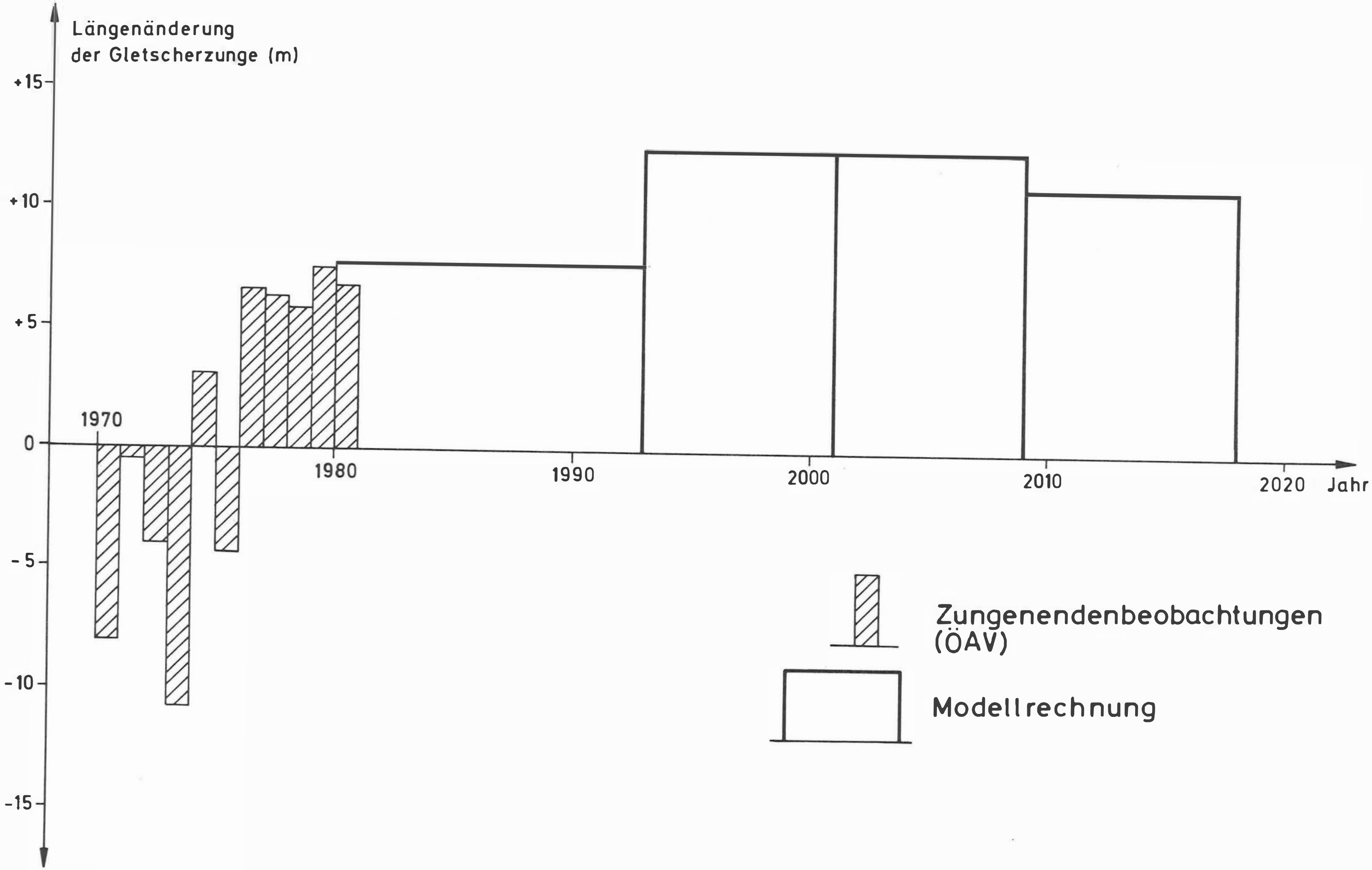

Längenänderung
der Gletscherzunge (m)
+15
+10
+5
0
-5
-10
-15
1970
1980
1990
2000
2010
2020
Jahr
Zungenendenbeobachtungen
(ÖAV)
Modellrechnung

Abb.9