

Studienrichtung Vermessungswesen
Technische Universität Wien

GEOWISSENSCHAFTLICHE MITTEILUNGEN

Heft 7

Arbeiten aus dem Institut für Höhere Geodäsie

Geowiss. Mitt.,
7, 1975

Wien, im Dezember 1975

Studienrichtung Vermessungswesen
Technische Universität Wien

GEOWISSENSCHAFTLICHE MITTEILUNGEN

Heft 7

Arbeiten aus dem Institut für Höhere Geodäsie

Geowiss. Mitt.,
7. 1975

Wien, im Dezember 1975

Herausgeber, Verleger und für den Inhalt verantwortlich:
o.Univ.Prof. Dipl.Ing.Dr.techn. Kurt BRETTNERBAUER
Institut für Höhere Geodäsie der Technischen Universität Wien
1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29.

Die Kosten für den Druck wurden zur Gänze aus Förderungsmitteln des
Bundesministeriums für Wissenschaft und Forschung bestritten.

Einband

Fa. F. Manhardt, 1040 Wien
ÖHTUW-Vervielfältigung, 1040 Wien
Auflage: 400 Stück (+ Sonderdrucke)

VORWORT

Das Institut für Höhere Geodäsie legt diesen Band der Geowissenschaftlichen Mitteilungen mit verschiedenen Arbeiten vor, deren größter Teil von den Institutsmitgliedern im letzten Jahr neben einem umfangreichen Forschungsprojekt, einer astro-geodätischen Geoidbestimmung, geschaffen wurde. Zwei der Arbeiten sind nicht am Institut entstanden. Die Gründe für ihre Aufnahme waren bei der einen Arbeit die Tatsache, daß der Autor, Dr. Paul Jackson, Lehrbeauftragter an diesem Institut ist und die Beobachtungen mit einem Instrument des Instituts gemacht hat. Die andere Arbeit behandelt kein geodätisches Problem, sie steht aber insofern in Beziehung zur Studienrichtung Vermessungswesen der Technischen Universität Wien, als die Ausmessung der astrometrischen Beobachtungen von Kometen am Komparator des Instituts für Photogrammetrie (Vorstand o.Univ.Prof.Dr.Ing. Karl Kraus) ausgeführt wurden.

Die ausgezeichnete Leistung für die mühevollere Reinschrift der Manuskripte wurde vor allem von Frau Hertha Buschek sowie Frau Heide Gastinger erbracht. Den beiden Damen sei hier herzlichst gedankt.

Dem Bundesministerium für Wissenschaft und Forschung gebührt abermals Dank für die Gewährung der finanziellen Mittel zur Herausgabe der Geowissenschaftlichen Mitteilungen.

o.Univ.Prof.Dr. Kurt Bretterbauer
Vorstand des Instituts für Höhere Geodäsie

PREFACE

The Institute of Geodesy presents this volume of "Geowissenschaftliche Mitteilungen" containing papers on various topics. The greater part of them have been worked out by the members of the staff during the last year in addition to their efforts in an extensive research work concerning an astro-geodetic determination of the geoid. Two of the papers did not originate from the Institute. The reasons for incorporating them into this volume were the facts that the author of the one paper, Dr.P. Jackson, is lecturing at the Institute and the instrument used by him is property of the Institute. The other paper does not deal with a geodetic problem at all. However, a connection with the Department of Surveying of the Technical University Vienna can be derived from the fact that the measurements of the astrometric observations of comets were done at the comparator of the Institute of Photogrammetry (Head: Univ.Prof.Dr. Karl Kraus).

The excellent work of typing the manuscripts was done mostly by Mrs. Hertha Buschek but also by Mrs. Heide Gastinger. Both ladies deserve much gratitude.

Again thanks has to be expressed to the Federal Ministry of Science and Research for granting the financial means for the edition of the "Geowissenschaftliche Mitteilungen".

Univ.Prof.Dr. Kurt Bretterbauer
Head of the Institute of Geodesy

INHALT :

CONTENTS:

BRETTERBAUER, K.:	Zur Gleichung von Poisson. On Poisson's Equation.	1
BRETTERBAUER, K.:	Aspekte einer Glazialgeodäsie. Aspects of Glacial Geodesy.	
GERSTBACH, G.:	Ein indirektes Verfahren zur Bestimmung von Satellitenbahnen. An Indirect Method of Satellite Orbit Deter- mination.	33
GERSTBACH, G.:	Analyse persönlicher Fehler bei Durchgangs- beobachtungen von Sternen. Analysis of Personal Errors of Star - Transit Observations.	51
GERSTBACH, G.:	Beiträge zur Optimierung von Astrolabb- achtungen. The Problem of Optimizing Astrolabe Observations.	103
RÖSSLER, W.:	Über die Form der photographischen Abbildung von Sternbahnen. On the Form of the Photographic Projection of Star Traces.	135
JACKSON, P.:	Präzisions-Zeitbestimmungen mit dem Passage-Instrument Askania Ap 70. Precise Time Determinations with Transit Instrument Askania Ap 70.	151
FISCHER, P.L., JACKSON, P., KREIDL, T.J.:	Photographische Positionen der Kometen Kohoutek (1973 f) und Bradfield (1974 b) Photographic Positions of Comets Kohoutek (1973 f) and Bradfield (1974 b).	177

Geowiss. Mitt.
7, 1975, p. 1 - 8

K. BRETTTERBAUER:

Zur Gleichung von Poisson

On Poisson's Equation

Adresse des Autors:

Address of the author:

o.Univ.Prof.Dr. Kurt Bretterbauer, Institut für Höhere Geodäsie,
Technische Universität Wien, 1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

Die Gleichung von POISSON wird in der üblichen Weise durch Berechnung des Potentials und Bildung seiner zweiten partiellen Ableitungen hergeleitet. Dabei wird jedoch gezeigt, daß es nicht nötig ist, bei der Ausschließung des Aufpunktes von der umgebenden Masse durch eine kleine Kugel in dieser konstante Dichte anzunehmen. Die Herleitung gelingt auch, wenn die Kugel ein lineares Dichtegesetz hat. Auftretende Integrationsschwierigkeiten werden durch einen Kunstgriff umgangen. Die Art der Herleitung mag für Einführungsvorlesungen von Interesse sein und bietet ein lehrreiches Übungsbeispiel für das Integrieren.

ABSTRACT

POISSON'S equation is derived in the usual way by computation of the potential and of its second partial derivatives. However, it is shown that in excluding the attracted point from the surrounding mass by a small sphere, it is not necessary to assume constant density. The derivation also succeeds if the sphere has a linear density law. Difficulties in the integration for the potential are by-passed by trick. The way of derivation may be of interest in elementary courses of potential theory and offers instructive examples for integration.

Eine der wichtigsten Beziehungen der Potentialtheorie ist die Gleichung von S.D. POISSON. Darunter versteht man bekanntlich jene Differentialgleichung 2. Ordnung, der das Gravitationspotential einer kontinuierlichen Massenverteilung genügt und die in Punkten des leeren Raumes von selbst in die Gleichung von LAPLACE übergeht:

$$\Delta V(x, y, z) = -4\pi G \rho(x, y, z). \quad (1)$$

Der Nachweis ist relativ einfach zu führen, wenn man sich der Hilfsmittel der Vektorrechnung bedient und die Integralsätze von Gauß und Green heranzieht /1/. In Lehrbüchern der Geophysik oder der physikalischen Geodäsie und vor allem in Einführungsvorlesungen wird aber meist ganz elementar vorgegangen und die Herleitung über die drei zweiten Ableitungen des Potentials V_{xx} , V_{yy} und V_{zz} geführt.

Die erzeugende Funktion 1/| des Newtonschen Potentials hat aber im Aufpunkt selbst eine Unstetigkeitsstelle. Man umgeht diese Schwierigkeit, indem man zunächst den Aufpunkt durch eine geschlossene Fläche, der Einfachheit halber durch eine Kugel, von der übrigen Masse ausschließt. Da die Dichte im allgemeinen inhomogen anzunehmen ist, umgibt man den Aufpunkt stets "mit einer Hilfskugel von so kleinem Radius R, daß die Dichte im Inneren der Kugel als konstant angesehen werden kann" (Zitat aus /2/, Seite 36). Nach Aufstellung der Potentialfunktion und Bildung der Ableitungen wird sodann der Grenzübergang $R \rightarrow 0$ gemacht, d. h. man läßt die abschließende Kugel in den Aufpunkt schrumpfen.

Die Annahme einer homogenen Kugel ist nicht ganz befriedigend und es soll im folgenden gezeigt werden, daß diese und der Grenzübergang $R \rightarrow 0$ nicht nötig sind. Vielmehr gelingt die Herleitung der Poissonschen Gleichung auch für ein lineares Dichtegesetz innerhalb einer endlichen Hilfskugel. Obwohl keine neue Erkenntnis gewonnen wird, erscheint die Vorgangsweise vom didaktischen Standpunkt bemerkenswert, zumal sie auch ein Übungsbeispiel für die Berechnung von Attraktionen darstellt.

Der Aufpunkt $P_0(x, y, z)$ werde also von einer Hilfskugel $K(P_0; R)$ mit dem Mittelpunkt in P_0 und dem Radius R umgeben. Die Masseverteilung innerhalb K möge von solcher Art sein, daß die Dichte sich in einer ganz bestimmten Fortschreitungsrichtung linear ändert, in den zu der Fortschreitungsrichtung normalen Ebenen jedoch konstant bleibt. Mit dieser Annahme ließe sich z. B. eine sphärisch-konzentrische

Schichtung einer ausgedehnten Masse (Himmelskörper) in einem begrenzten Bereich recht gut annähern. Es wird der Wert des Laplaceschen Ausdrucks gesucht und es ist in diesem Zusammenhang belanglos, wie die individuellen zweiten Ableitungen des Potentials beschaffen sind. Ihre Herleitung für eine allgemeine Lage des Koordinatensystems wäre vermutlich mit großen Schwierigkeiten verbunden. Wegen der Invarianz des Laplaceschen Ausdrucks gegenüber Translationen und Rotationen des Koordinatensystems bedeutet es jedoch keinerlei Einschränkung, wenn das Koordinatensystem so angenommen wird, daß sein Ursprung in den Mittelpunkt der Hilfskugel und die z-Achse in die Gradientenrichtung der angenommenen Dichteverteilung fällt. Das Dichtegesetz hat dann die Gestalt:

$$\rho = \rho_0 + \kappa \zeta \tag{2}$$

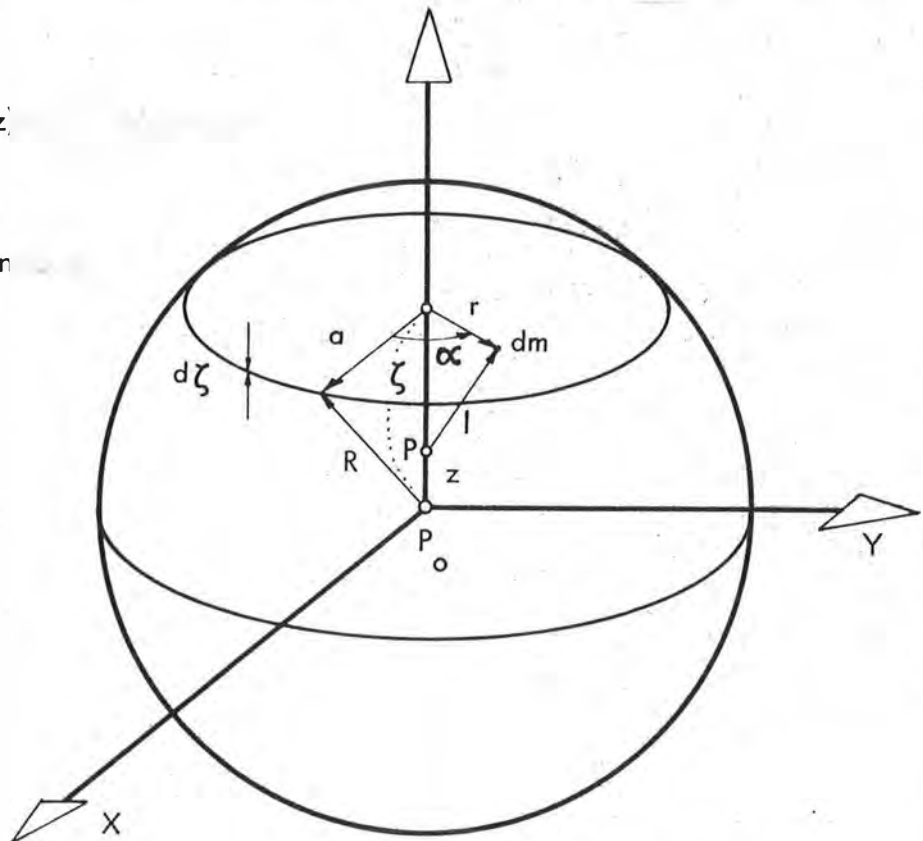
wenn ρ_0 die Dichte in P_0 bedeutet und ζ den Abstand von der x, y -Ebene. In Hinblick auf die spätere Differentiation muß zunächst ein Punkt P betrachtet werden, der nicht mit P_0 zusammenfällt. Dieser Punkt sei in der z -Achse angenommen:

$P = P(0, 0, z)$. Nun werde, wie in Abbildung 1 erläutert, eine differentielle Scheibe parallel zur x, y -Ebene im Abstand ζ betrachtet; deren Dicke sei $d\zeta$, ihr Radius a und ihre Dichte ρ . Dann ist die z -Komponente der Gravitationswirkung der Scheibe auf P :

$$dA^{(z)} = G \cdot \rho \cdot (\zeta - z)$$

$G =$ Gravitationskon

Abbildung 1



Praktischerweise geht man auf Zylinderkoordinaten über:

$$dA^{(z)} = G \rho (\zeta - z) d\zeta \cdot \int_{r=0}^a \int_{\alpha=0}^{2\pi} \frac{r \cdot dr \cdot d\alpha}{\left[(\zeta - z)^2 + r^2 \right]^{3/2}} =$$

$$= -2\pi G \rho (\zeta - z) d\zeta \frac{1}{\sqrt{(\zeta - z)^2 + r^2}} \Big|_{r=0}^a \quad \text{und schließlich:}$$

$$dA^{(z)} = 2\pi G \rho (\zeta - z) d\zeta \left[\frac{1}{\sqrt{(\zeta - z)^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{(\zeta - z)^2 + r^2}} \right]$$

Es muß nun unterschieden werden, ob die Scheibe oberhalb oder unterhalb von P liegt; daher kann man schreiben:

$$dA^{(z)} = 2\pi G \rho d\zeta \left[\begin{array}{c} + \\ - \end{array} 1 - \frac{\zeta}{\sqrt{(\zeta - z)^2 + a^2}} \right] \quad (3)$$

oberes Zeichen für $(\zeta - z) \geq 0$,

unteres Zeichen für $(\zeta - z) \leq 0$.

Für $(\zeta - z) = 0$ resultieren zwei verschiedene Werte, je nachdem von welcher Seite die Annäherung der Scheibe an P erfolgt. Um die z-Komponente der Gravitationswirkung der ganzen Kugel zu erhalten muß man über ζ integrieren, wobei (2) zu berücksichtigen ist und die Tatsache, daß

$$a^2 = R^2 - \zeta^2; \quad (\zeta - z)^2 + a^2 = R^2 + z^2 - 2z\zeta$$

Wegen des Doppelvorzeichens ist zu beachten, daß die Integration des ersten Termes von (3) nicht in einem Schritt von $-R$ bis $+R$, sondern in zwei Schritten zu erfolgen hat. Es wird:

$$A^{(z)} = 2\pi G \left[- \int_{\zeta=-R}^z (\rho_0 + \kappa \zeta) d\zeta + \int_{\zeta=z}^{+R} (\rho_0 + \kappa \zeta) d\zeta - \right]$$

$$- \int_{\zeta = -R}^{+R} (\rho_0 + \kappa \zeta) \frac{(\zeta - z)}{\sqrt{R^2 + z^2 - 2z\zeta}} d\zeta,$$

oder:

$$A^{(z)} = 2 \pi G \left[- \rho_0 \int_{-R}^z d\zeta + \rho_0 \int_z^{+R} d\zeta - \kappa \int_{-R}^z \zeta d\zeta + \kappa \int_z^{+R} \zeta d\zeta - \right. \\ \left. - (\rho_0 + \kappa z) \int_{-R}^{+R} \frac{\zeta d\zeta}{\sqrt{R^2 + z^2 - 2z\zeta}} + \rho_0 z \int_{-R}^{+R} \frac{d\zeta}{\sqrt{R^2 + z^2 - 2z\zeta}} - \right. \\ \left. - \kappa \int_{-R}^{+R} \frac{\zeta^2 d\zeta}{\sqrt{R^2 + z^2 - 2z\zeta}} \right].$$

Die Integrale sind alle elementar und liefern der Reihe nach:

$$A^{(z)} = 2 \pi G \left[- 2 \rho_0 z - \kappa z^2 - \frac{2}{3} (\rho_0 - \kappa z) z + 2 \rho_0 z - \right. \\ \left. - \kappa \left(\frac{2}{3} R^2 + \frac{4}{15} z^2 \right) \right] = \\ = - 2 \pi G \left[\frac{2}{3} \kappa R^2 + \frac{2}{3} \rho_0 z + \frac{3}{5} \kappa z^2 \right]. \quad (4)$$

Nun ist aber die z-Komponente der Attraktion nichts anderes als die 1. Ableitung des Potentials nach z und daher:

$$V_{zz} = \frac{\partial A^{(z)}}{\partial z} = - 2 \pi G \left(\frac{2}{3} \rho_0 + \frac{6}{5} \kappa z \right). \quad (5)$$

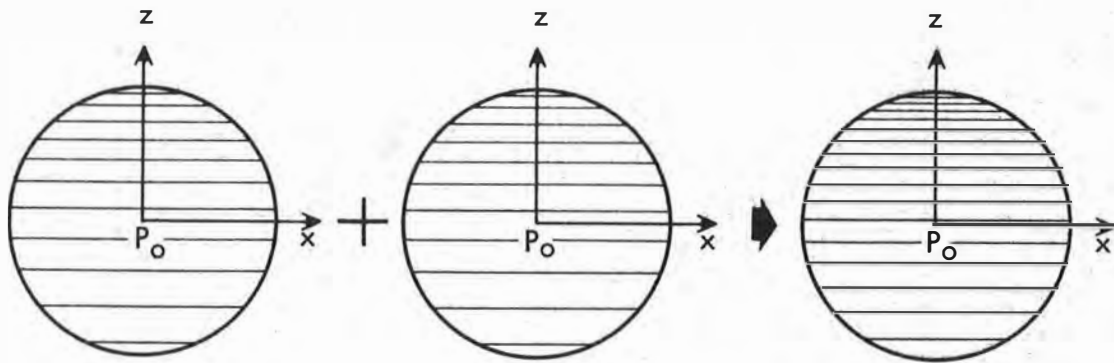
Läßt man nun den Punkt P in den Aufpunkt P₀ rücken, also z → 0, so folgt:

$$V_{zz}^{(P_0)} = - \frac{4}{3} \pi G \rho_0. \quad (6)$$

Wollte man zur Herleitung der beiden anderen partiellen Differentialquotienten 2. Ordnung in gleicher Weise verfahren, so muß man nach [3] das Auftreten von elliptischen Integralen erwarten. Diese Schwierigkeit kann man jedoch durch Anwendung eines Kunstgriffes vermeiden. Man denke sich die Hilfskugel mit dem linearen

Dichtegesetz in zwei Kugeln von gleichem Radius R , aber der jeweils halben Dichte zerlegt. Jede der beiden Kugeln hat dann das Dichtegesetz $\rho' = \frac{1}{2} (\rho_0 + \kappa \zeta)$ und für jede ist die zweite partielle Ableitung nach z in P_0 : $V'_{zz} = -\frac{4}{3} \pi G \frac{\rho_0}{2}$. Die additive Durchdringung der zwei Kugeln muß die ursprüngliche Kugel ergeben. Die Abbildung 2 möge dies veranschaulichen.

Abbildung 2



$$\rho' = \frac{1}{2} (\rho_0 + \kappa \zeta); \quad \rho' = \frac{1}{2} (\rho_0 + \kappa \zeta); \quad \Leftrightarrow \rho = \rho_0 + \kappa \zeta$$

$$1 V_{zz}^{(P_0)} = -\frac{2}{3} \pi G \rho_0; \quad 2 V_{zz}^{(P_0)} = -\frac{2}{3} \pi G \rho_0; \quad \Leftrightarrow V_{zz}^{(P_0)} = -\frac{4}{3} \pi G \rho_0. \quad (7)$$

Nun zu den zweiten Ableitungen V_{xx} und V_{yy} . Diese werden für eine der Teilkugeln aus Abbildung 2 eine ganz bestimmte Gestalt haben. Denkt man sich die andere Teilkugel um die x - bzw. die y -Achse um π gedreht, also in eine zur x, y -Ebene symmetrische Lage gebracht, so müssen die Ausdrücke für V_{xx} und V_{yy} , wie auch immer sie beschaffen sein mögen, mit jenen für die erste Teilkugel aus Symmetriegründen übereinstimmen. Die gedrehte Teilkugel läßt sich aber durch das Dichtegesetz

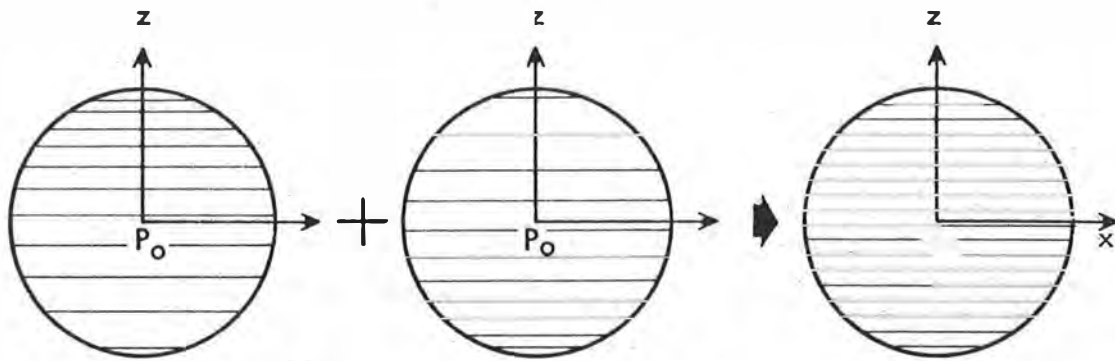
$$\rho_2 = \frac{1}{2} (\rho_0 - \kappa \zeta)$$

charakterisieren, während für die 1. Teilkugel nach wie vor das Dichtegesetz

$$\rho_1 = \frac{1}{2} (\rho_0 + \kappa \zeta)$$

gültig ist (siehe Abbildung 3). Läßt man aber nun beide Teilkugeln einander durchdringen, so resultiert eine homogene Kugel, für die V_{xx} und V_{yy} durch Analogieschluß sofort aus Gleichung (5) für $\kappa = 0$ gewonnen werden können.

Abbildung 3



$$\rho_1 = \frac{1}{2}(\rho_0 + \kappa \zeta); \quad \rho_2 = \frac{1}{2}(\rho_0 - \kappa \zeta) \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_0 = \text{const.}$$

$$1 V_{xx}^{(P_0)} = \dots \quad ; \quad 2 V_{xx}^{(P_0)} = \dots \quad \Rightarrow \quad V_{xx}^{(P_0)} = -\frac{4}{3} \pi G \rho_0 \quad (8)$$

$$1 V_{yy}^{(P_0)} = \dots \quad ; \quad 2 V_{yy}^{(P_0)} = \dots \quad \Rightarrow \quad V_{yy}^{(P_0)} = -\frac{4}{3} \pi G \rho_0 \quad (9)$$

Addition von (7), (8) und (9) gibt die gesuchte Gleichung von POISSON:

$$\boxed{V_{xx}^{(P_0)} + V_{yy}^{(P_0)} + V_{zz}^{(P_0)} = \Delta V^{(P_0)} = -4 \pi G \rho_0}$$

LITERATUR

- /1/ LAGALLY M., FRANZ W.:
Vorlesungen über Vektorrechnung, AVG, Leipzig 1964.
- /2/ MAGNIZKI W.A., BROWAR W.W., SCHIMBIREV B.P.:
Theorie der Figur der Erde, Verlag für Bauwesen, Berlin 1964.
- /3/ MADER K.:
Die zweiten Ableitungen des Newtonschen Potentials eines Kugelsegments.
Sonderheft Nr.21, Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Wien 1960.

Geowiss. Mitt.
7, 1975, p. 9 - 31

K. BRETTERBAUER:

Aspekte einer Glazialgeodäsie

Aspects of Glacial Geodesy

Adresse des Autors:

Address of the author:

o.Univ.Prof.Dr. Kurt Bretterbauer, Institut für Höhere Geodäsie,
Technische Universität Wien, 1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

Schon mehrmals haben Geodäten auf die Bedeutung der kontinentalen Eismassen für die Geodäsie hingewiesen, aber scheinbar ohne großes Echo zu wecken. Nach Meinung des Autors haben die derzeitige Existenz bzw. die Bildung und das Verschwinden von kontinentalen Eismassen in den Glazialzeiten durch die damit verbundene Verlagerung gigantischer Massen einen heute noch merkbaren Einfluß auf die Erdgestalt. In dem vorliegenden Artikel werden einige Grundtatsachen zusammengestellt als Ausgangspunkt für weitere beabsichtigte Untersuchungen. Es wäre zu hoffen, daß mehr Geodäten sich diesen reizvollen Problemen zuwenden.

ABSTRACT

Frequently geodesists have already pointed out the significance of continental ice masses for geodesy, apparently without great response. In the author's opinion the present existence as well as the formation and disappearance of continental ice masses in the glacial ages and the transfer of gigantic masses connected with it have considerable effect on the figure of the Earth. In the paper at hand some basic facts are compiled for use in further investigations intended. It also is hoped that more geodesists may turn their attention toward this attractive problems.

In den letzten Jahren sind die Veränderungen, denen die Erde unterworfen ist, in den Vordergrund des Interesses der Geowissenschaften gerückt. In diesem Zusammenhang kommt der Geodäsie eine bedeutende Rolle zu, nämlich die raum-zeitliche Variation der geometrischen und physikalischen Parameter der Erde messend zu erfassen. Etwas überspitzt beginnt man schon von einer vierdimensionalen Geodäsie zu sprechen, in der zu jeder Ortsangabe auch eine Zeitangabe nötig ist.

Es gibt auf der Erde keine Erscheinung die imstande wäre, größere Veränderungen in kürzerer Zeit herbeizuführen, als das Eis. Wohl können Naturkatastrophen wie Erdbeben, Orkane, Überschwemmungen und Vulkaneruptionen in Minuten schnelle verheerende Folgen für die betroffenen Menschen und Landstriche haben, ihre Wirkung ist dennoch immer nur lokal. Veränderungen der großen Eismassen dagegen betreffen den ganzen Planeten. Die Zeiträume in denen diese Veränderungen wirksam werden, mögen im Vergleich zu einem Menschenleben sehr lang erscheinen, in geologischer Sicht sind sie extrem kurz und deshalb von Bedeutung für die Menschheit an sich. Vielleicht wird das Eis auch noch in anderer Hinsicht wichtig für die Menschheit, nämlich als unsere größte Süßwasserreserve.

Die Gesamtmenge freien, nicht chemisch gebundenen Wassers der Erde ist etwa $1,38 \cdot 10^{24}$ g. Davon sind 97% Meerwasser, also nicht unmittelbar verwendbar. Weniger als 3% sind Süßwasser. Von dieser Menge sind wiederum fast 80% in Form von Schnee und Eis gebunden.

Die Geodäsie hat sich bisher kaum an den Forschungen zur Entwicklungsgeschichte der Erde beteiligt. Die gegenwärtige Gestalt der Erde und ihr Schwerfeld sind aber das vorläufige Endergebnis einer langen, gesetzmäßigen Entwicklung, in der die Veränderungen der Eismassen eine hervorragende Rolle spielten. Jedoch, selbst HELMERT hat in seinem 1884 erschienenen Lehrbuch /1/ keine Erwähnung von den Eiszeiten und den antarktischen Eismassen gemacht. Allerdings muß man bedenken, daß die Erscheinung der Eiszeiten noch umstritten war und HELMERT von dem antarktischen Kontinent gewiß geringere Kenntnisse hatte, als wir heute vom Mond. Aber HELMERT hat möglicherweise eine erste eingehende Untersuchung des Fragenkomplexes durch DRYGALSKI /2/ angeregt. Einen ausgezeichneten Überblick über ältere und neuere Arbeiten zu diesem Problemkreis gibt W. KICK /3/. Darin fehlt meines Wissens nur

eine Publikation jüngerer Datums, nämlich jene von L. KIVIOJA /4/.

Die relativ wenigen Arbeiten zum Problem der Wechselwirkung zwischen Erdfigur und den Eiszeiten haben kein größeres Echo gefunden. Die vorliegende Schrift ist ein einführender Bericht über diese interessante Frage; er soll als Grundlage für tiefer-schürfende Untersuchungen am Institut für Höhere Geodäsie dienen.

Noch vor 20 Jahren hat man sehr wenig über das Eis der Erde gewußt und - was er-staunlich ist - am allerwenigsten über die Gletscher außerhalb der Polarregionen. Um endlich einmal sozusagen Eisinventur zu machen, haben 1965 Hydrologen von 70 Län- dern mit Unterstützung der UNESCO beschlossen, eine Internationale Hydrologische Dekade zu halten. Eine große Bereicherung unseres Wissens über das Eis der Erde hat auch das Internationale Geophysikalische Jahr vom Juli 1957 bis Dezember 1958 ge- bracht. Vorläufer dieses IGY waren die Internationalen Polarjahre von 1882 - 83 und 1932 - 33. Die reizvollen Aufgaben, die das Eis den Geophysikern, Geodäten, Pho- togrammetern, Geographen und Kartographen stellt, hat viele bekannte Forscher in Vergangenheit und Gegenwart veranlaßt, sich mit dem Eis zu beschäftigen.

Trotz der intensiven Forschung der letzten Jahre schwanken die Angaben über die vorhandenen Eismassen und deren Verhalten bei den verschiedenen Autoren noch be- trächtlich. Nach vorsichtigen Abschätzungen kann man etwa folgende Daten angeben /5/, /6/ :

	Fläche	Volumen	Masse	%
Antarktis	$13,9 \cdot 10^6 \text{ km}^2$	$29,0 \cdot 10^6 \text{ km}^3$	$26,7 \cdot 10^{18} \text{ kg}$	90
Grönland	1,8	2,66	2,45	9
Rest	0,5	0,24	0,22	1
Summe	$16,2 \cdot 10^6 \text{ km}^2$	$31,9 \cdot 10^6 \text{ km}^3$	$29,4 \cdot 10^{18} \text{ kg}$	100

Diese gigantische Menge würde ausreichen, um alle Länder der Erde mit einer 200 m dicken Schicht Eis zu bedecken. Jedenfalls haben die modernen Messungen eine weit größere Menge Eis ergeben, als man noch vor 20 Jahren glauben wollte.

Vom Standpunkt der Höheren Geodäsie interessieren natürlich vor allem die beiden Festlandeisdecken in Grönland und der Antarktis und davon wieder am allermeisten das antarktische Eis, wie aus den soeben gezeigten Größenverhältnissen verständlich

wird. Deshalb wird sich dieser vorläufige Bericht in erster Linie mit dem Eis der Antarktis beschäftigen. Damit soll aber nicht gesagt sein, daß nicht auch die Alpengletscher das Interesse der Geodäten verdienen. So kann z.B. eine starke Veränderung eines großen Gletschers durchaus eine Wirkung auf Lotabweichung und Präzisionsnivellement zeigen. Nur der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß die riesigen Packeiszone der Arktis ohne Bedeutung für die Höhere Geodäsie sind, da sie frei im arktischen Ozean schwimmen.

Mit welcher Intensität heute Forschungen an den Festlandeisdecken betrieben werden, kann man daran ermessen, daß im geophysikalischen Jahr (1957) nicht weniger als 912 Menschen auf 48 Stationen der Antarktis überwintert haben; im antarktischen Sommer 57/58 weilten gar 5000 Menschen dort. Und zum jetzigen Zeitpunkt sind rund 250 Wissenschaftler von 40 Institutionen (Universitäten und Privatfirmen) in der Antarktis. Der Grund ist nicht nur wissenschaftliches Interesse am Eis. Die Antarktis wird zweifellos einmal enorme wirtschaftliche Bedeutung erlangen und viele Staaten wollen sich schon jetzt Gebietsansprüche sichern. Man hat z.B. in den Horlickbergen, etwa 500 km vom Südpol entfernt, die größten Kohlenlager der Erde entdeckt. Dies beweist übrigens, daß der antarktische Kontinent einmal von ausgedehnten Wäldern bedeckt gewesen sein muß.

Bevor auf geodätische Aspekte eingegangen wird, soll über einige allgemeine Probleme der Eisforschung berichtet werden.

Die Oberfläche der Grönlandeisdecke liegt im Durchschnitt mehr als 2000 m hoch. Grönland und der antarktische Kontinent sind überhaupt die weitaus höchsten Gebiete der Erde. Die durchschnittliche Eisdicke auf Grönland beträgt etwa 1500 m. Aus seismischen und gravimetrischen Eisdickenmessungen folgt, daß der Felsuntergrund im allgemeinen nahe dem Meeresniveau verläuft, manchmal darunter, an den Küsten darüber. Die Eislast hat das Festland in den Untergrund gedrückt (isostatischer Ausgleich) und das Eis liegt wie ein Kuchen in einer flachen Schüssel.

Meßgrößen, wie Meereshöhe, Eisdicke, Schwere, Eis- und Lufttemperaturen, Akkumulationsraten und anderes werden bei Gelegenheit von Eisüberquerungen gesammelt. Höhen werden barometrisch nach der Springstandmethode bestimmt, Eisdicken in Abständen von 5 - 8 km gravimetrisch gemessen. Etwa alle 50 - 80 km, was einer Tages-

leistung der Motorschlitten entspricht, müssen die gravimetrischen Eisdickenmessungen seismisch mit Hilfe von Sprengladungen kontrolliert werden. Die jüngste Entwicklung erlaubt Eisdickenmessungen mittels Radioechosondierung vom Flugzeug aus. Geplant ist, Grönland und die Antarktis in einem Raster von 100 km Maschenweite zu überfliegen und dabei kontinuierlich die Eisdicken zu registrieren.

Ein wichtiges Hilfsmittel der Eisforschung ist die Untersuchung von Bohrkernen. Bis etwa 100 m sind diese deutlich geschichtet, vergleichbar den Jahresringen eines Baumes. Man kann also das Alter und die Akkumulationsraten leicht bestimmen. Selbst Naturkatastrophen konnte man nachweisen. In Grönland fand man 1958 in 31 m Tiefe eine kleine Schicht vulkanischer Asche. Durch Auszählen der Jahresschichten kam man auf das Jahr 1912. Damals gab es einen gewaltigen Ausbruch des Mount Katmai in Alaska. Tiefbohrungen im Eis sind schwierig, da Eis aus Tiefen von mehr als 300 m infolge der eingeschlossenen und stark komprimierten Luft zum Explodieren neigt. Dennoch ist es 1966 amerikanischen Forschern gelungen, in Grönland (225 km östlich von Thule) einen Bohrkern von 12 cm Durchmesser und 1390 m Länge (natürlich in zahlreichen Einzelstücken) mittels Preßluft heraufzuholen und unversehrt in die Laboratorien in die USA zu bringen! Das unterste Stück dieses Bohrkernes war etliche tausend Jahre alt. Man kann heute auch das damals herrschende Klima bestimmen durch Vergleich der Anteile der radioaktiven Sauerstoffisotope O_{18} und O_{16} . Je kleiner der Anteil an O_{18} im Vergleich zu O_{16} , desto kälter war das Klima.

In der Antarktis konnte in der Zwischenzeit eine Bohrung bis auf den Felsgrund in 2100 m Tiefe niedergebracht werden. Die größte Überraschung dabei war, daß am Felsgrund Süßwasser gefunden wurde. Diese Tatsache könnte bedeuten, daß das antarktische Eis am Grunde den Druckschmelzpunkt erreicht hat, was zu einer Instabilität führen könnte. Das ist auch der Angelpunkt einer neuen Theorie der Eiszeiten.

Auf dem antarktischen Kontinent unterhalten mehrere Staaten permanent besetzte Stationen, so die USA, die Sowjetunion, Australien, Großbritannien, Frankreich u.a. 1957/58 haben die Sowjetrussen ihren Ehrgeiz darin gesetzt, als Erste den Pol der Unzugänglichkeit zu erreichen. Die USA dagegen haben die Amundsen-Scott Station am Südpol eingerichtet. Vier amerikanische Stationen, nämlich Palmer, Mc Murdo, Wilkes und Mawson sind mit BC4-Kameras bestückte Punkte des Weltsatellitennetzes. Mc Murdo hat außerdem eine Dopplereinrichtung. Auch die Sowjetunion unterhält in

Mirny und Vostok Satellitenstationen.

Vor dem geophysikalischen Jahr war es noch keineswegs gesichert, daß Antarctica ein Kontinent ist. Sowjetrussische Forscher vertraten damals zunächst die Meinung, es handle sich um Inselketten, dann glaubte man an zwei Landmassen. Heute weiß man, daß es sich um einen Kontinent handelt, von dem aber große Teile der Westantarktis unter dem Meeresniveau liegen. Der Untergrund des Mary Bird Landes liegt so tief unter dem Meeresspiegel, daß er auch nach einer eventuellen Entlastung vom Eis und isostatischen Hebung nicht aus dem Meer auftauchen würde. Die Westantarktis ist von der Ostantarktis durch den Großen Antarktischen Horst getrennt. Und nur die Ostantarktis ist als echter Kontinent anzusprechen. Erwähnenswert sind die riesigen Eisschelfe, das Rossschelf und das Filchnerschelf. Es sind dies gewaltige Gebiete zu ammenhängenden, schwimmenden Eises und deshalb für die Höhere Geodäsie ohne Bedeutung.

Der größte Teil der Oberfläche des antarktischen Eises liegt über 2500 m, kleine Gebiete im Zentrum sogar über 4000 m. Das Eis fällt vom Zentrum weg bis etwa 300 km vor der Küste sanft ab, in Küstennähe wird der Abfall zunehmend steiler. Die durchschnittliche Eisdicke beträgt mehr als 2000 m, die größte rund 4500 m. (Siehe auch /7/).

Für die Geodäsie bedeutungslos, aber von allgemeinem Interesse sind die Jahresmittelwerte der Temperaturen der Eisoberfläche. Diese Jahresmittelwerte können einfacher bestimmt werden, als man zunächst annehmen würde. Die Temperatur des Eises in 10 m Tiefe entspricht nämlich auf besser als 1°C der mittleren Jahrestemperatur der Eisoberfläche. Im Zentrum herrschen also Jahresmittelwerte von etwa -58°C , die in Küstennähe bis auf -20° ansteigen. Diese Temperaturen sind bis auf etwa 1°C auch gleich den Jahresmittelwerten der Lufttemperatur. Die tiefste bisher gemessene individuelle Lufttemperatur war -87°C auf der sowjetrussischen Station Wostok. Die Lufttemperaturen an der Küste sind dagegen oft relativ hoch. Während einmal in Wostok -79°C gemessen wurde, zeigte das Thermometer zur selben Zeit an der Küste nur -8°C .

Von großer Bedeutung für die Bilanz der Eismassen sind die Akkumulationsraten. Im Innersten der Ostantarktis beträgt die Akkumulationsrate nur 2 - 3 cm pro Jahr.

Die Niederschlagsmenge ist dort kaum größer als in der Sahara. Der meiste Niederschlag fällt in Küstennähe bis etwa 600 km landeinwärts. Große Mengen des dort fallenden Schnees werden aber wieder ins Meere verweht. Man nimmt heute an, daß der gesamte jährliche Niederschlag etwa einer Menge von 2600 km^3 Eis entspricht. Rund die Hälfte davon geht durch Verwehung, Verdunstung, Schmelzen und Kalben der Gletscher wieder verloren, sodaß die Antarktis eine leicht positive Massenbilanz von etwa 1300 km^3 Eis pro Jahr hat. Dies entspricht etwa 1200 km^3 Wasser, das den Ozeanen entnommen werden muß. Da die Meere etwa eine Oberfläche von 361 Millionen km^2 haben, müßte der Spiegel der Weltmeere um etwa 3,3 mm pro Jahr sinken. Im Gegensatz dazu wird an den Pegeln ein leichtes Ansteigen der Weltmeere um rund 1 mm/Jahr registriert. Dies ist nicht unbedingt ein Widerspruch wenn man bedenkt, daß eine Erwärmung der Weltmeere von nur $0,002^\circ$ diese um 1 mm steigen läßt. Alle Überlegungen, die Massenbilanz aus Beobachtungen eustatischer Meeresschwankungen herzuleiten, haben zur Voraussetzung, daß die Menge freien Wassers konstant ist. Dies dürfte doch weitgehend der Fall sein. Einerseits entsteht aus gebundenem Wasser, dessen Menge im Erdmantel von Israel /8/ auf $2 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ geschätzt wird, ständig juveniles Wasser Thermalquellen und durch Exhalation in Vulkanen. Andererseits verliert die Erde sicherlich Wasser durch Entweichen von Wasserstoffatomen in den Weltraum.

Man kann aufgrund des vorhandenen Materials über die Zustandsgrößen des Eises Gleichgewichtsmodelle der Eismasse berechnen. Eine große Eismasse strömt unter ihrem Eigengewicht vom Zentrum weg radial auseinander. Sie ist im Gleichgewicht, wenn die Akkumulation gerade der Masse des abströmenden Eises entspricht. Solche Modelle wurden von BUDD et al. in /7/ berechnet. Die resultierenden Eisgeschwindigkeiten zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes variieren von 1 m/Jahr im Zentrum bis 1000 m/Jahr und mehr an der Küste. Die Werte harmonieren mit den Beobachtungen. In einem solchen Modell kann dann auch die Verweilzeit berechnet werden. Das ist jene Zeit, die ein Eispartikel braucht, um zur Küste zu gelangen. Die Rechnung ergibt, daß Partikel aus dem Zentrum rund 500 000 Jahre für ihre Wanderung zur Küste benötigen.

Große Schwierigkeiten bietet die Untersuchung des Kausalzusammenhanges zwischen den Schwankungen des Klimas und der Eismenge. Einerseits gilt als gesichert,

daß eine Zunahme des Eises nur durch eine weltweite Abnahme der Temperatur erzielt werden kann. Andererseits glaubt man daß ein kräftiges Anwachsen einer großen Eisdecke eine Erwärmung des Klimas voraussetzt, denn nur dann können nennenswerte Niederschläge fallen.

Es ist klar, daß selbst bei günstigsten Voraussetzungen eine Eisdecke nicht unbegrenzt wachsen kann.

Für viele Fragen wäre es von großem Interesse, diesen Grenzwert abzuschätzen. Es soll deshalb im folgenden in einer vereinfachten Modellrechnung gezeigt werden, wie groß eine Eisdecke von kontinentalen Ausmaßen werden kann. Diesen Rechnungen kommt der Umstand entgegen, daß die antarktische Eismasse annähernd die Form einer Kreisscheibe hat. Eine kreisrunde Eismasse vom Radius a fließt unter ihrem Eigengewicht in einer Weise radial nach außen wie Abbildung 1 zeigt. Die Eisdicke nimmt

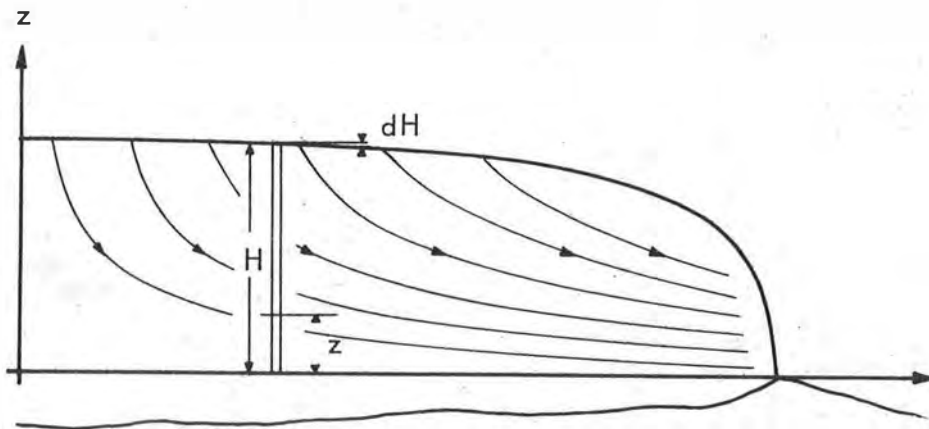


Abbildung 1

nach außen ab, es ist also $H = f(r)$. Zwei benachbarte Eissäulen drücken daher verschieden stark auf ein beliebiges Niveau im Eis. Daraus resultiert eine radiale Kraft, die nach [8] gleich ist:

$$R = -\rho g (H - z) dH$$

ρ = Eisdichte, g = Schwerebeschleunigung.

Die radiale Kraft weist nach außen, wenn dH negativ ist und bewirkt eine Verschie-

bung um dr . Dabei entsteht durch innere Reibung entlang dr eine Widerstandskraft, die proportional ist der Viskosität η und dem Geschwindigkeitsgefälle normal auf die Bewegungsrichtung (Newtonsches Reibungsgesetz). Die Widerstandskraft W ist

$$W = \eta \cdot \frac{dv}{dz} \cdot dr$$

v = Geschwindigkeit.

Die Bewegung soll stationär sein, also keine Beschleunigung auftreten, daher muß die Summe der beiden Kräfte verschwinden: $R + W = 0$ oder

$$dv = \frac{\rho g}{\eta} \cdot \frac{dH}{dr} (H - z) dz$$

Bei der Integration ist zu beachten, daß für $z = H$ (Oberfläche) $v = 0$ denn die Oberfläche führt keine horizontale Bewegung aus. Für $z = 0$ (Basis) ist v ein Maximum. Die Variation von g bleibe unberücksichtigt. Also:

$$\int_0^v dv = \frac{\rho g}{\eta} \cdot \frac{dH}{dr} \cdot \int_H^z (H - z) dz$$

und daraus

$$v(r, z) = - \frac{\rho g}{2\eta} \cdot \frac{dH}{dr} (H - z)^2 \quad (1)$$

$\frac{dH}{dr}$ ist darin die Neigung der Oberfläche.

Nun muß der Massenhaushalt der Eisdecke betrachtet werden. Wir nehmen zur Vereinfachung an, der Niederschlag erfolge einheitlich auf der ganzen Oberfläche und sei unabhängig vom Ort im Durchschnitt gleich $A \left[\text{m s}^{-1} \right]$. Dann ist der Massenzuwachs innerhalb eines Kreiszyinders vom Radius r gleich

$$2 \pi A \int_0^r r \cdot dr = A \pi r^2$$

Gleichzeitig fließt durch den Mantel des Zylinders mit der Höhe $H(r)$ die Masse

$2 \pi r \int_0^H v dz$ ab und die Massenbilanz, also die Änderung der Masse mit der Zeit ist

$$\frac{dM}{dt} = A \pi r^2 - 2 \pi r \int_0^H v dz .$$

Bei geringer Mächtigkeit der Eisdecke wird die Akkumulation überwiegen und $\frac{dM}{dt}$ stark positiv sein. Bei anwachsender Mächtigkeit aber wird der Druck im Inneren und damit die Fließgeschwindigkeit zunehmen und es wird der Moment eintreten, wo Massenabfluß und Akkumulation im Gleichgewicht sind: $\frac{dM}{dt} = 0$.

Damit hat die Eisdecke ihre maximale Mächtigkeit erreicht und es gilt:

$$Ar = 2 \int_0^H v dz .$$

Setzt man für v aus (1) ein, so folgt:

$$Ar = -2 \frac{\rho g}{\eta} \cdot \frac{dH}{dr} \int_0^H (H-z)^2 dz$$

und nach Integration:

$$H^3 d = -\frac{3}{2} A \cdot \frac{\eta}{\rho g} r dr .$$

Für die letzte Integration sind die Grenzen wie folgt zu bestimmen: Für $r = 0$ wird H ein Maximum, also

$$\int_{H_{\max}}^H H^3 dH = -\frac{3}{2} A \cdot \frac{\eta}{\rho g} \int_0^r r \cdot dr$$

oder

$$H_{\max}^4 - H^4 = 3 A \frac{\eta}{\rho g} \cdot r^2 ,$$

und weil am Rande der Eisdecke für $r \rightarrow a$, $H \rightarrow 0$ gehen muß, folgt

$$H_{\max}^4 = 3A \cdot \frac{\eta}{\rho g} a^2 \quad (2)$$

und allgemein:

$$H^4 = 3A \cdot \frac{\eta}{\rho g} (a^2 - r^2) \quad \text{oder:}$$

$$H = \sqrt[4]{\frac{3A}{\rho} \cdot \frac{\eta}{g} (a^2 - r^2)} \quad (3)$$

Es läßt sich daraus auch sofort das Volumen der Eismasse berechnen:

$$V = \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^{f(H)} r \, dr \, d\varphi \, dH = 2\pi \int_0^a \sqrt[4]{\frac{3A\eta}{\rho g}} \cdot (a^2 - r^2)^{1/4} \cdot r \, dr$$

und

$$V = \frac{4}{5} \pi \sqrt[4]{\frac{3A\eta}{\rho g}} \cdot \sqrt{a^5} \quad \text{oder}$$

$$V = \frac{4\pi}{5} a^2 H_{\max} = \frac{4}{5} F \cdot H_{\max} \quad (4)$$

wenn F = Fläche der Eisscheibe.

Bei der numerischen Auswertung der Formeln liegt der heikelste Punkt in der Annahme eines geeigneten Zahlenwertes für die Viskosität. GUTENBERG in /9/ nimmt

$$\eta = 1 \cdot 10^{13} - 1 \cdot 10^{14} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}, \text{ HAEFELI in /10/ dagegen gibt}$$

$$\eta = 5 \cdot 10^{14} \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ an. Nun seien Gleichungen (3) und (4) auf die antarktische Eismasse angewendet. Flächenmäßig entspricht diese einer Kreisscheibe von rund}$$

$a = 2100 \text{ km}$; weiters gilt $\rho = 0,92 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $g = 9,83 \text{ m s}^{-2}$. Für die Akkumulationsrate A sei zunächst der schon früher erwähnte Zuwachs von $1300 \text{ km}^3/\text{Jahr}$

Eisäquivalent herangezogen. Auf die ganze Fläche bezogen gibt dies $A = 10,3 \text{ cm/Jahr} = 3,264 \cdot 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$. Damit erhält man für die drei verschiedenen Werte der Viskosität:

Bei der numerischen Auswertung der Formeln liegt der heikelste Punkt in der Annahme eines geeigneten Zahlenwertes für die Viskosität. GUTENBERG in /9/ nimmt

Viskosität in $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$		$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{13}$	$5 \cdot 10^{13}$
H_{max} in m		1478	2628	3931
Volumen in m^3		$1,64 \cdot 10^{16}$	$2,91 \cdot 10^{16}$	$4,36 \cdot 10^{16}$
Masse in kg		$1,51 \cdot 10^{19}$	$2,68 \cdot 10^{19}$	$4,01 \cdot 10^{19}$

Allerdings muß man bedenken, daß beim Aufbau der Eisdecke die Akkumulationsrate sicher höher war. In Bohrkernen herrscht eine Rate von rund 20 cm/Jahr Eisäquivalent vor, das ist $A = 6,338 \cdot 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$. Damit erhält man folgende Werte:

Viskosität in $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$		$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{13}$	$5 \cdot 10^{13}$
H_{max} in m		1744	3103	4640
Volumen in m^3		$1,93 \cdot 10^{16}$	$3,44 \cdot 10^{16}$	$5,14 \cdot 10^{16}$
Masse in kg		$1,78 \cdot 10^{19}$	$3,16 \cdot 10^{19}$	$4,73 \cdot 10^{19}$

Da die tatsächliche Masse des antarktischen Eises rund $2,67 \cdot 10^{19} \text{ kg}$ beträgt, ergibt das Modell durchaus realistische Werte. Die Abhängigkeit der Werte des Modelles von der Akkumulationsrate ist relativ gering. Zu den Werten des Modelles sind allerdings noch Zusatzmassen zu zählen, da die Höhe ab dem Niveau der Firngrenze gerechnet ist. Es kommt tatsächlich die in Abbildung 1 unter der horizontalen Achse r liegende Masse noch hinzu.

Auch die nach (3) berechneten Höhen der Eisdecke geben sehr plausible Werte. Für das Modell mit $A = 20 \text{ cm/Jahr}$ und $\eta = 1 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ sind diese :

Abstand vom Zentrum in km	0	500	1000	1500	1800	1900	2000	2050
Höhe der Eisdecke in m	3103	3058	2910	2596	2227	2025	1713	1445

Auch das Modell zeigt einen sehr sanften Abfall nahe dem Zentrum und einen sehr steilen nahe dem Rande.

Formeln für die Abhängigkeit der Höhe einer kontinentalen Eiskappe vom Abstand vom Zentrum geben auch OROWAN und HAEFELI /8/. Die Formel von OROWAN ist physikalisch unbefriedigend, da nach ihr die Eiskappe im Zentrum eine Spitze hat.

Nach diesen allgemeinen Ausführungen seien einige für die Geodäsie wichtige Folgerungen gezogen. Wenn man die Gegenwart verstehen und sich Gedanken über die künftige Entwicklung machen will, muß man die Vergangenheit betrachten. Man weiß, daß in der geologischen Vergangenheit der Erde das Eis mehrmals großen Schwankungen unterworfen war. Aus der Analyse von Bohrkernen aus dem Boden des antarktischen Ozeans glaubt man sagen zu können, daß die Vergletscherung des antarktischen Kontinents schon vor mehr als 5 Millionen Jahren begonnen hat. Es gibt Anzeichen für eine maximale Vereisung vor etwa 3 Millionen Jahren und dafür, daß die Vereisung in den letzten 700 000 Jahren zeitweise geringer war als heute. Will man noch frühere Vereisungen nachweisen, muß man schon viel weiter in die Erdgeschichte zurückgehen. Spuren einer Vereisung vor 270 Millionen Jahren hat man in Südafrika, Südamerika, Australien und der Antarktis gefunden. Diese Eisdecke soll den hypothetischen Kontinent Gondwanaland bedeckt haben. In Afrika und Südamerika gibt es weiters Spuren einer Eiszeit vor etwa 400 Millionen Jahren. Zwei weitere Vereisungen vor 600 Millionen und 1 Milliarde Jahren sind schwach gesichert.

In der Antarktis jedenfalls hat man in der Gegend des Mc Murdo Sound Moränen gefunden, die wenigstens 4 Hauptvereisungen anzeigen. Die frühesten Ablagerungen sind mehr als 600 m über dem gegenwärtigen Talboden. Die größere Ausdehnung des antarktischen Eises in der Vergangenheit wird auch dadurch bewiesen, daß auf entfernten Inseln erratische Granitblöcke liegen, die nur vom Kontinent stammen können. Auf dem Gipfel des erloschenen Gaußberg-Vulkanes liegen Gneis-Findlinge 400 m über dem derzeitigen Eisniveau. Nahe dem Südpol findet man Seitenmoränen des Beardmore Gletschers in Höhen von 600 - 1200 m über dem jetzigen Eisniveau.

Über die Ursachen großer Vereisungen gibt es noch keine allgemein anerkannte Theorie. Zweifellos spielen dabei auch außerirdische Vorgänge eine große Rolle, auch wenn man in letzter Zeit glaubt, ohne kosmische Theorien auszukommen. Eine

sehr ausgeklügelte astronomische Theorie der Eiszeiten stammt von MILANKOVICH. Wäre erst einmal die frühe Vereisung des antarktischen Kontinents erklärt, dann könnte ohne weiteres diese die Hauptursache für das Absinken der Temperaturen der Erdoberfläche gewesen sein und damit die Vergletscherung auf den Kontinenten der Nordhalbkugel eingeleitet haben. Diese im Quartär eingetretene Vereisung auf den nördlichen Kontinenten ist eigentlich eine Aufeinanderfolge mehrerer Vereisungsperioden und Zeiten der Abschmelzung. Man unterscheidet 4 Kaltzeiten unterbrochen von längeren oder kürzeren Zwischeneiszeiten, obwohl diese Einteilung nicht mehr ausreicht, die komplizierte Klimageschichte des Pleistozäns zu erklären. Die Kaltzeiten traten in Europa, Nordamerika und in Sibirien gleichzeitig auf und sind nach Flüssen des Alpenvorlandes benannt, in Amerika nach Staaten der USA. Nichts widerspricht der Annahme, daß den Kaltzeiten der nördlichen Hemisphäre gleichzeitige Vorstöße des Eises auf der Südhalbkugel zugeordnet waren. Die Klimaschwankungen hatten sicher weltweiten Charakter.

PLEISTOZÄNE VEREISUNG

Nordamerika	Jahre vor der Gegenwart	Europa
Wisconsin	Ende 10 000 (6000 ?) Höhepunkt 20 000 Anfang 70 000	Würm
Illinois	115 000 (?)	Riss
Kansas	400 000 (?)	Mindel
Nebraska	1000 000 (?)	Günz

Am besten bekannt ist die jüngste Kaltzeit, deren Höhepunkt allgemein vor rund 20 000 Jahren angenommen wird. Darauf folgt ein rasches Abschmelzen des Eises, das nach EWING vor 10 000 nach HOINKES vor 8000 Jahren beendet war. Manche behaupten, daß die letzten Eisreste erst vor 5500 Jahren verschwunden sind. Der Finne SAURAMO glaubt sogar, daß der Abschmelzvorgang wesentlich später einsetzte und nur 3000 Jahre benötigte. Siehe dazu /11/.

Interessant ist, daß die Eisdecken während ihrer maximalen Ausdehnung in der Riss

bzw. Illinoian Zeit in Nordamerika etwa bis 40° Breite, in Europa bis 50° und in Sibirien dagegen nur bis 60° Breite reichten. Das Zentrum dieses Eisringes um das arktische Meer lag also keineswegs beim Nordpol, sondern annähernd in 80° Breite und 80° westlicher Länge. Nimmt man einen Globus zur Hand fällt sofort auf, daß dieses Zentrum fast genau dem Zentrum des antarktischen Kontinents gegenüber liegt. Die Verbindungslinie der beiden Zentren stellt auch recht gut die magnetische Achse der Erde dar. Ohne einen Schluß daraus ziehen zu wollen, sei doch auf diese bemerkenswerte Tatsache hingewiesen.

Zu den größten Rätseln der Eiszeitforschung gehört die Frage, wieso der nordamerikanische Eisschild restlos abgeschmolzen ist, der Grönländische dagegen nicht!

Ausdehnung und Volumen der maximalen Vereisung, die in der Riss- bzw. Illinois-Zeit geherrscht haben dürfte, schätzt man im Vergleich zur Gegenwart folgendermaßen ein:

		Antarktis	Grönland	Rest	Gesamt
Fläche in 10 ⁶ km ²	Gegenwart	13,9	1,8	0,5	16,2
	Maximum	14,5	2,2	32,5	49,2
	Differenz	+ 0,6	+ 0,4	+32,0	+33,0
mittlere Dicke in km	Gegenwart	2,1	1,5	0,4	2,0
	Maximum	2,5 (3,0) *	1,6	1,6	1,9 (2,0)
Volumen in 10 ⁶ km ³	Gegenwart	29,0	2,7	0,2	31,9
	Maximum	34,5 (41,0) *	3,5	52,0	90,0 (96,5)
	Differenz	+5,5 (+12,0) *	+ 0,8	+51,8	+58,1 (64,6)
Masse in 10 ¹⁸ kg	Gegenwart	26,7	2,5	0,2	29,4
	Maximum	31,7 (37,7) *	3,2	47,8	82,8 (88,8)
	Differenz	+ 5,0 (11,0) *	+0,7	+47,6	+53,4 (59,4)

* nach VORONOV /12/

Diese Angaben sind durchaus zurückhaltend. VORONOV z.B. nimmt für die Antarktis einen wesentlich höheren Mehrbetrag an. Neuere Forschungen haben überdies er-

geben, daß die Eisdecke in NO Sibirien weit mächtiger war, als bisher angenommen wurde.

Während der größten Vereisung waren also gegenüber dem heutigen Zustand $53,4 \cdot 10^{18}$ kg Wasser, nach VORONOV sogar $59,4 \cdot 10^{18}$ kg den Weltmeeren entzogen. Die glazial-eustatische Absenkung des Meeresspiegels muß demnach rund 148 m, nach VORONOV sogar 165 m betragen haben. Tatsächlich sind ausgedehnte Schelfterrassen in dieser Tiefe gefunden worden. Über die Meeresspiegelschwankungen der letzten 17 000 Jahre haben Geologen aus der Analyse alter Strandlinien und Flußmündungen ein detailliertes Bild erarbeitet. /13/.

Würden die gesamten gegenwärtig vorhandenen Eismassen plötzlich abschmelzen, müßte dies zu einem Ansteigen der Weltmeere von etwa 80 m führen. Tatsächlich würden es aber um einige Meter weniger sein, da ein Ansteigen des Meeres mit einer erheblichen Vergrößerung der Meeresfläche verbunden ist. Der Häufigkeitsverteilung der Höhen und Tiefen der Erde entnimmt man, daß bei einem Anstieg des Meeresspiegels um 1 m etwa $185\,000 \text{ km}^2$ Land überflutet werden.

Diese weltweiten, sogenannten eustatischen Schwankungen des Meeresspiegels müssen sehr sorgfältig getrennt werden von den isostatischen, die ihre Ursache im Absinken eines belasteten oder Aufsteigen eines entlasteten Teiles der Erdkruste haben. Beim Aufbau einer Eisdecke, ein Vorgang der sicherlich etliche tausend Jahre beansprucht, setzt die isostatische Senkung mit erheblicher Zeitverzögerung ein und dauert noch lange an, nachdem die Eisdecke einen stationären Zustand erreicht hat. Während die Vereisung genügend lange, so stellt sich isostatisches Gleichgewicht ein. Beim Abschmelzen erfolgt wieder mit großer Zeitverzögerung eine Landhebung, die ja heute in Skandinavien, Finnland und Kanada beobachtet werden kann. Daß diese Landhebung mit dem Abschmelzen des Eises ursächlich zusammenhängt, dafür gibt es mehrere Argumente:

- a) die Hebungsgebiete stimmen mit den ehemals von Eis bedeckten Flächen überein,
- b) die Analyse der alten Küstenlinien zeigt, daß die Hebung mit der Zeit nach einer e -Potenz vor sich geht, wie man es erwarten würde,
- c) die Existenz stärkerer negativer Schwereanomalien, was zeigt, daß die betreffenden Gebiete noch nicht isostatisches Gleichgewicht erreicht haben.

Sorgfältige Untersuchungen der Landhebung in Fennoskandinavien durch VENING MEINESZ, NISKANEN u.a. haben ergeben, daß die totale Depression im Zentrum rund 700 m betragen hat, von denen bis heute rund 500 m durch Hebung wieder kompensiert sind. Etwa 200 m wird das Gebiet um den Bottnischen Meerbusen sich noch in Zukunft heben. Die Geschwindigkeit der Hebung beträgt derzeit etwa 1 cm/Jahr. Nach VENING MEINESZ beträgt die Relaxationszeit der Hebung 5500 Jahre. (Relaxationszeit nennt man jene Zeitspanne, in der die Depression auf den $1/e$ -te Teil ihres Maximalwertes zurückgeht).

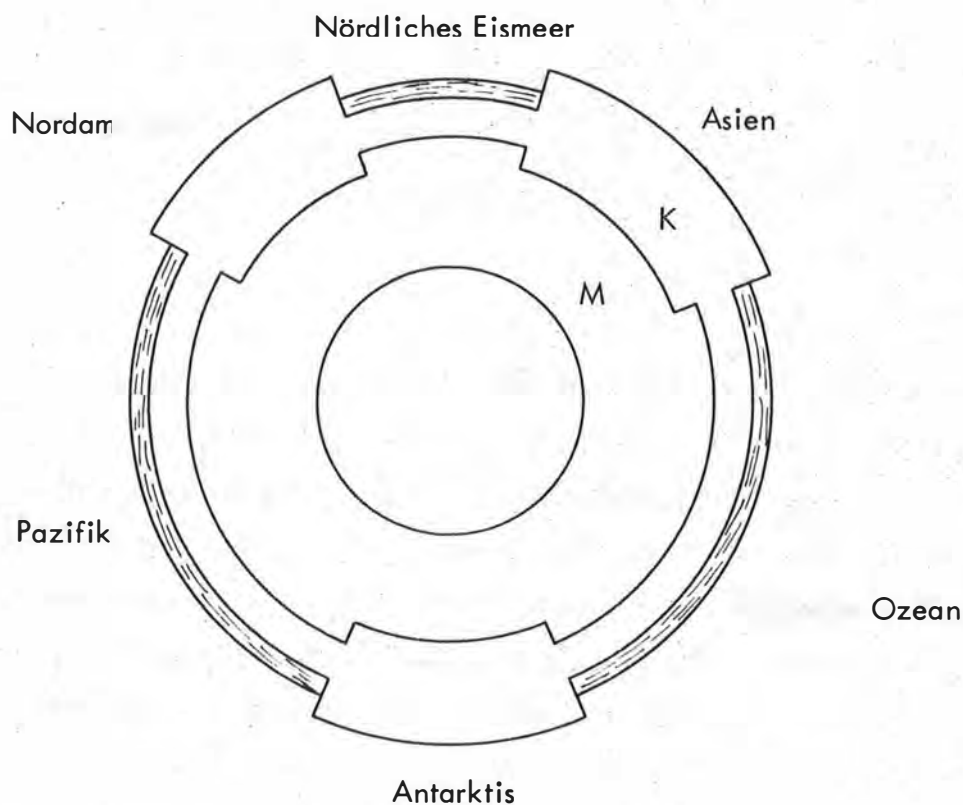
Bei Beurteilung der Lage alter Strandlinien von geologischer Seite wird oft ein Umstand außer Betracht gelassen: eine kontinentale Eismasse entzieht zwar dem Meer erhebliche Mengen an Wasser und läßt den Meeresspiegel sinken. Die Eisdecke aber übt eine Attraktion aus, die eine Aufwölbung des Geoides bewirkt, dadurch den Meeresspiegel in der Umgebung des vereisten Kontinents wieder hebt. Umgekehrt, wenn das Eis schmilzt, steigt wohl der Meeresspiegel weltweit, an den Küsten des ehemals vereisten Kontinents jedoch tritt eine Senkung der Niveaufläche ein, die den Anstieg teilweise, oder ganz kompensiert. Eine Berechnung der Attraktion des antarktischen Eises ergibt eine Geoidhebung an der Küste von nahezu 100 m. Dagegen kommt aber noch eine Verschiebung des Schwerpunktes der Erde und die Wirkung eines mehr oder weniger fortgeschrittenen isostatischen Massenausgleichs. Es ist klar, daß quantitative Aussagen nur gemacht werden können, wenn die Analyse die ganze Erde umfaßt und die Wechselwirkung aller Effekte berücksichtigt. Die erste Analyse dieser Probleme auf Grundlage des Stokes'schen Integrales gibt KIVIOJA /4/. Am Institut für Höhere Geodäsie der Technischen Universität Wien sollen tiefer schürfende Untersuchungen durchgeführt werden unter Berücksichtigung der Theorie der horizontalen Isostasie von LEDERSTEGER /14/.

Eine qualitative Interpretation der Folgen des Abschmelzens der pleistozänen Eiskappen kann man sich etwa wie folgt vorstellen.

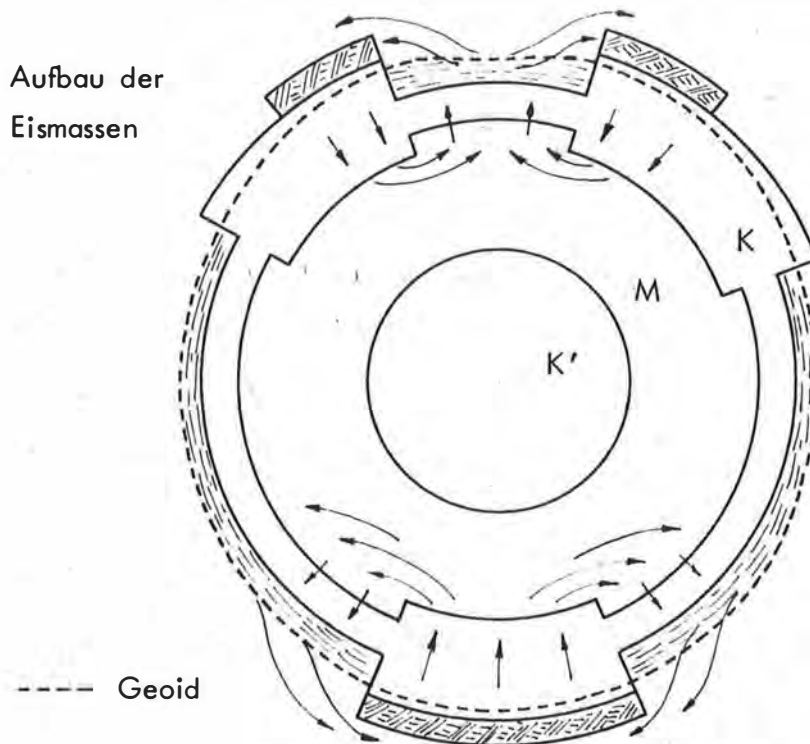
Zunächst ist klar, daß Umgruppierungen von Massen aus der Gegend der Pole in die Weltmeere starken Einfluß auf die zonalen Harmonischen der Entwicklung der Kräftefunktion der Erde haben, in erster Linie auf die Massenfunktion 2. Ordnung oder die statische Abplattung. Wäre die Verteilung des Eises und vor allem der Meere rotation-

symmetrisch und auch symmetrisch zur Äquatorebene, so würden nur die geraden zonalen Massenfunktionen beeinflusst. Die Verteilung von Land und Wasser zeigt aber nicht nur eine Abhängigkeit von der geographischen Länge, sondern auch eine deutliche Unsymmetrie bezüglich des Äquators. Während auf der nördlichen Hemisphäre 39,5 % Land und 60,5 % Wasser sind, haben wir auf der südlichen Halbkugel nur 19,3 % Land, aber 80,7 % Wasser! Die unmittelbare Folge ist das Auftreten der zonalen Harmonischen 3. Ordnung J_3 . Die sonstige regellose Verteilung von Land und Wasser bewirkt das Auftreten sektorieller und tesseraler harmonischer Glieder.

Nehmen wir an, vor dem Pleistozän waren Ozeane und Kontinente im isostatischen Gleichgewicht. Diesen Zustand zeigt stark schematisiert die Abbildung 2.

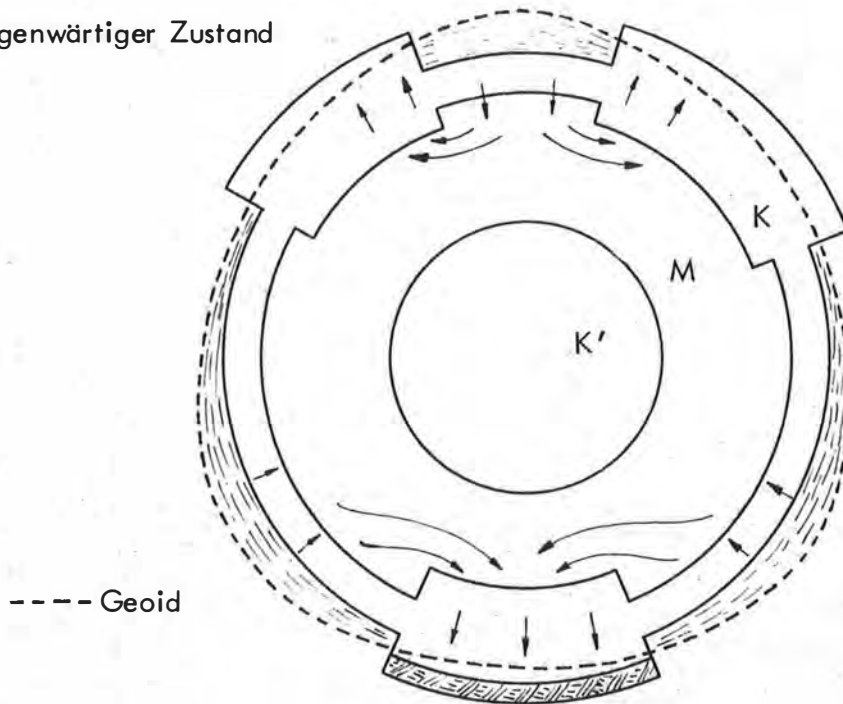


Wenn nun in Europa, Nordamerika, Sibirien, Grönland und Antarktica mächtige Eismassen gebildet wurden, was mußte geschehen? Die vom Eis bedeckten Festländer erfuhren eine enorme Belastung, die Meere eine Entlastung. Mit einsetzendem isostatischen Ausgleich begann subkrustales Material unter die Gebiete mit Massendefizit zu strömen, in erster Linie unter den arktischen Ozean und unter die Gewässer rund um die Antarktis. (Abbildung 3)



Nach entsprechend langer Zeit war wieder isostatisches Gleichgewicht erreicht. D in setzte rasches Abtauen ein, und der Prozeß kehrte sich um. Jetzt herrscht in den ehemals vereisten Gebieten ein Massendefizit, in den Ozeanen aber ein Massenüberschuß und zwar wieder in erster Linie im arktischen Ozean, in den südlichen Teilen von Atlantik, Pazifik und indischem Ozean. Daß im übrigen auch in der Antarktis der isostatische Ausgleich noch nicht erreicht ist, haben die starken negativen Schwereanomalien gezeigt, die Vivian FUCHS anlässlich der Commonwealth Transantarctic Expedition 1958 bestimmt hat /15/. Nach diesem Vorgang müßte das globale Geoid in Nord-europa, Nordamerika, Sibirien und in der Antarktis eine Depression, im arktischen Ozean und im Indischen Ozean, Südatlantik und Südpazifik dagegen eine Aufwölbung zeigen. Dies entspricht tatsächlich der aus dem Bahnverhalten von Satelliten errechneten Birnenform der Erde. Die Abweichungen von der Äquatorsymmetrie sind bekanntlich gering, etwa - 25 m am Südpol und + 15 m am Nordpol. (Abbildung 4)

Gegenwärtiger Zustand



Die folgenschwerste Veränderung durch die Verfrachtung der Eismassen aus den polnahen Gebieten und gleichmäßige Verteilung auf die Weltmeere erleidet das Trägheitsmoment um die Rotationsachse. Nach dem Satz von der Erhaltung des Drehimpulses bewirkt dies nämlich eine Änderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde. Auch hier muß die Verteilung von Land und Wasser auf der Erde berücksichtigt werden. Unter Annahme der von VORONOV gegebenen Werte für die zugehörigen Eismassen des Pleistozäns kann man folgende Werte errechnen: Durch die Abschmelzung ohne Berücksichtigung eines isostatischen Ausgleichs erleidet das Hauptträgheitsmoment um die Rotationsachse der Erde eine Änderung von

$$\Delta C = + 1,156 \cdot 10^{40} \text{ g cm}^2$$

Der Drehimpuls der Erde ist

$$\omega \cdot C = \text{const} = 5,861673 \cdot 10^{40} \text{ g cm}^2 \text{ sec}^{-1}$$

daher muß bei einer Zunahme des Trägheitsmomentes die Winkelgeschwindigkeit ab -

und die Rotationsdauer zunehmen. Demnach beträgt die Verlängerung des Sterntages

$$\Delta T = 1,24 \text{ sec.}$$

Ein fortschreitender isostatischer Ausgleich würde wieder verkürzend auf die Tageslänge wirken. Der Betrag ist also sicherlich zu groß. Es ist aber interessant, daß die Astronomen aus der Diskussion alter Mondfinsternisse eine Tagesverlängerung von 1 sec in den letzten 120 000 Jahren errechnet haben.

Infolge der ungleichmäßigen Verteilung von Land und Wasser werden auch die äquatorialen Trägheitsmomente A und B beeinflußt, was zu einer Verlagerung der Rotationsachse der Erde führt. Doch verlangt die Erörterung dieser Probleme weitere Studien und Berechnungen.

Zur Erklärung der Formen des globalen Geoides werden heute Konvektionsströme im tiefen Erdmantel, oder gar - wie von dem Ungarn BARTA - eine Exzentrizität des Erdkernes herangezogen. So bestechend diese Theorien sind, werden doch erst weitere Berechnungen zeigen, ob sich gewisse Eigenschaften der Erdfigur nicht zwangloser aus der pleistozänen Vereisung erklären lassen.

L I T E R A T U R

- /1/ HELMERT F.:
Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, Band 2, 1880.
- /2/ DRYGALSKI E.:
Die Geoiddeformationen der Eiszeit, Zeitschrift für die gesamte Erdkunde zu Berlin; 22, S. 169 - 280.
- /3/ KICK W.:
Das Eis der Erde und die Geodäsie, Zeitschrift für Vermessungswesen, Nr.11/1971.
- /4/ KIVIOJA L.:
Effects of Mass Transfers Between Land-Supported Ice Caps and Oceans on the Shape of the Earth and on the Observed Mean Sea Level. Bulletin Géodésique Nr.85, 1967.
- /5/ THIEL E.C.:
The Amount of Ice on Planet Earth. Antarct.Res., Geophysic. Monograph No.7, Amer. Geophys. Union, 1962, S. 172 - 175.
- /6/ HOINKES H.:
Das Eis der Erde. Umschau in Wissenschaft und Technik, 68, Heft 10, 1968.

- / 7/ ANARE INTERIM REPORTS, Australian National Antarctic Expeditions, Serie A, Vol. IV, Commonwealth of Australia, Department of Supply, Melbourne, 1971.
- / 8/ SCHEIDEGGER A.:
Theoretical Geomorphology. Springer Verlag, 1961.
- / 9/ GUTENBERG B.:
Physics of the Earth Interior, 1959, S. 188.
- /10/ HAEFELI R.:
Journal of Glaciology, Vol.3, 1961, S.1133.
- /11/ KÄÄRIÄINEN E.:
On the Recent Uplift of the Earth's Crust in Finland. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes, Nr.42, Helsinki 1953.
- /12/ VORONOV P.S.:
Soviet Antarctic Expeditions Information Bulletin 3, Nr.23, 1960.
- /13/ PUTNAM W.C.:
"Geologie" Einführung in ihre Grundlagen. Verlag de Gruyter 9.
- /14/ LEDERSTEGER K.:
Die horizontale Isostasie und das isostatische Geoid. Geowissenschaftliche Mitteilungen, Heft 5, 1975.
- /15/ HOLMES A.:
Principles of Physical Geology, New York, 1945 S. 7 .

Geowiss. Mitt.

7, 1975, p. 33 - 49

G. GERSTBACH

Ein indirektes Verfahren zur Bestimmung von Satellitenbahnen

An Indirect Method of Satellite Orbit Determination

Adresse des Autors:

Address of the author:

Univ.Ass.Dipl.Ing.Dr. Gottfried Gerstbach, Institut für Höhere Geodäsie,
Technische Universität Wien, 1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird eine iterative Methode zur Berechnung der Bahnelemente künstlicher Erdsatelliten aus drei Richtungsbeobachtungen einer Station beschrieben, die das Problem im Gegensatz zu den üblichen Verfahren durch Projektion auf die Erdoberfläche löst. Das Rechenschema läßt sich in sehr gedrängter Form programmieren und benötigt nur wenig Computerzeit.

ABSTRACT

An iterative method of satellite orbit determination using three direction-observations of a single station is described. Contrary to the usual way the problem is solved by projection upon the surface of the Earth. The algorithm can be translated into computer languages in a very compact form and only needs short execution time.

1. EINLEITUNG

Zahlreiche Wissensgebiete, wie Geodäsie, Kartografie, Astrophysik, Meteorologie und andere, können aus den künstlichen Erdsatelliten Nutzen ziehen. Immer sind dabei Kenntnisse der einzelnen Satellitenbahnen notwendig, in vielen Fällen ist die Berechnung genauer Bahnelemente sogar erste Voraussetzung.

Grundlage der Bahnbestimmung ist meist das Modell der Kepler-Bewegung, welches jedoch durch Störungsrechnung der Wirklichkeit angepaßt wird. Wenn der Zentralkörper kugelsymmetrisch aufgebaut ist und von anderen Störkräften (Atmosphäre, Strahlungsdruck, fremde Himmelskörper) abstrahiert wird, bewegt sich ein Mond gemäß den drei Keplerschen Gesetzen in einer Ellipse, deren einen Brennpunkt dieser Zentralkörper einnimmt. Seine Umlaufzeit ist eng mit der großen Bahnachse gekoppelt und die Geschwindigkeit umso größer, je kleiner die momentane Entfernung zum Planeten ist. Die Bahnebene liegt im Raum fest und die Bewegung des Mondes läßt sich durch 6 Bahnelemente vollständig beschreiben (Abb. 1).

Üblicherweise verwendet man zur Festlegung der Ellipse ihre große Halbachse A und Exzentrizität e , für die Lage der Bahnebene ihre Neigung i ^{*)} und Orientierung K (Länge des "aufsteigenden Knotens" bezogen auf Greenwich oder den astronomischen Frühlingspunkt) und zur Fixierung der Bahnellipse in ihrer Ebene den Winkelabstand P des erdnächsten Punktes vom Knoten (Argument des Perigäums). Als sechste Größe benötigt man noch eine Zeitangabe, z.B. den Moment eines Perigäumdurchgangs.

Liegt nun eine Reihe von Beobachtungen eines Satelliten vor, so wird jene Bahn die beste sein, die sich allen Messungen möglichst gut anschmiegt. Man benützt genäherte Bahnelemente und versucht, die zwischen Rechnung und Beobachtung auftretenden Differenzen durch kleine Änderungen der Ausgangswerte zu minimieren /1/, /2/. Diese sehr umfangreichen "Bahnverbesserungsprogramme" verarbeiten Bögen bis zur Länge von 2-4 Wochen und bestimmen neben den Elementen zumindest noch ihre ersten Ableitungen nach der Zeit, die eine Folge verschiedenster Störkräfte sind.

^{*)} Die drei Größen sind im FORTRAN-Programm mit AX, E und IN bezeichnet.

Die genäherte Bahn stammt von einer früheren Rechnung oder eventuell aus den Abschußdaten des Satellitenstarts.

Man kann eine Satellitenbahn aber auch ohne Kenntnis von Näherungswerten berechnen, wenn man beispielsweise drei Positionen am Himmel und die dazugehörigen Zeiten gemessen hat. Dies entspricht dem klassischen Problem der Bahnbestimmung von Planeten /3/, wie es u.a. GAUSS und LAPLACE behandelt haben. Nur treten bei den künstlichen Satelliten wegen ihrer großen Erdnähe andersgeartete Störungen auf, insbesondere infolge der Abplattung der Erde und ihrer Atmosphäre.

Um ohne Vorkenntnisse die Elemente einer Satellitenbahn aus drei gemessenen Richtungen abzuleiten, werden meist indirekte (iterative) Methoden und räumliche Gleichungen verwendet, z.B. in /4/. Die Lösung kann jedoch ungünstig werden, wenn alle Messungen von derselben Station stammen - wie es in der Praxis häufig vorkommt - und ist überhaupt unmöglich, wenn der Satellit den Zenit passiert. Bei Vorliegen einer einzigen fotografischen Spuraufnahme gibt /5/ in Anschluß an LAPLACE /3/ einen direkten Weg an, der allerdings nur für Kreisbahnen leicht gangbar ist.

Im folgenden soll ein kurzer Algorithmus vorgestellt werden, der zu den indirekten Methoden zählt und die Bahnelemente aus 3 Richtungsbeobachtungen einer einzelnen Station berechnet. Er wurde zu Lehrzwecken etwas vereinfacht und auf CDC-CYBER 74 des Rechenzentrums der Technischen Universität Wien in FORTRAN programmiert. In dieser gekürzten Form müssen die Messungen demselben Umlauf entstammen und im Horizontsystem eingegeben werden; an Störungen enthält dieses Programm nur die säkuläre Drehung der Bahnebene, berücksichtigt aber die Erdabplattung durch Einführung geozentrischer Breiten.

2. DIE BESTIMMUNG DER BAHNEBENE

Dieses Kernproblem jeder indirekten Bahnberechnung wird hier nicht im Raum, sondern auf einer fiktiven Erdoberfläche gelöst, indem die drei Satellitenpositionen senkrecht auf eine den Beobachtungsort enthaltende Kugel mit dem Radius R_0 projiziert werden. Die "Subsatellitenpunkte" sind also jene Orte, in denen man den Himmelskörper zur jeweiligen Zeit im Zenit beobachten könnte.

Wurde zum Zeitpunkt t_i der Höhenwinkel h_i eines Satelliten über dem Horizont gemessen und kann sein Abstand R_i vom Erdmittelpunkt zunächst als bekannt vorausgesetzt werden, läßt sich die Entfernung s_i des Subsattellitenpunktes vom Beobachter errechnen. Sie ergibt sich als Bogen auf der Erde oder als Winkel in ihrem Zentrum (siehe Abb. 2) über den Hilfswinkel γ :

$$s_i = 90^\circ - h_i - \gamma_i \quad \sin \gamma_i = \sin(90^\circ + h_i) \frac{R_o}{R_i} \quad (1)$$

Zu Beginn der Bahnbestimmung wird eine g r o ß e Näherung für die Halbachse A benötigt; dabei macht es gar nichts aus, wenn sie beispielsweise um 2000 km zu groß ist, es dauert die gesamte Berechnung (Iteration siehe Kapitel 3) nur wenige Hundertstelsekunden länger. Weiters brauchen wir Näherungswerte für die Radiusvektoren R_i , wofür zunächst A eingesetzt werden kann. Mit ihnen und den drei Höhenwinkeln h_1, h_2, h_3 können wir nach (1) die ungefähren Entfernungen s_i von der Station errechnen, mittels der drei beobachteten Azimute a_i auftragen und prüfen, ob die Subsattellitenpunkte P_1, P_2 und P_3 (Abb. 3) auf einem Großkreis liegen und ihre Wegabschnitte w_a, w_b den gemessenen Zeitdifferenzen t_a, t_b entsprechen. Ist das nicht der Fall, haben wir die R_i - und damit s_i - solange zu verändern, bis beide Bedingungen erfüllt sind.

Sind die Messungen zum Beispiel in gleichen Zeitabständen erfolgt ($t_a = t_b$), so sollte bei kreisähnlicher Bahn $w_a = w_b$ werden. Wenn nun w_b zu groß ausfällt (Abb. 3) und außerdem in P_2 ein Knick auftritt, muß die Entfernung s_3 stark vermindert, s_2 aber vergrößert werden und es ergibt sich die gestrichelte Satellitenspur. In der Ebene läßt sich die Aufgabe durch Anwendung der Strahlensätze lösen, auf der Sphäre ist sie hingegen etwas komplizierter.

Die Abschnitte w_a und w_b können aus den Zeitspannen errechnet werden: das dritte Kepler'sche Gesetz liefert auf Grund der bekannten Erdmasse für eine Bahnellipse mit der großen Halbachse A (in km) die mittlere Winkelgeschwindigkeit

$$w_o = \frac{2\pi}{\text{Umlaufzeit}} = \sqrt{\frac{398603,2}{A^3}} \text{ sec}^{-1} \quad (2)$$

und aus dem zweiten Keplergesetz (Flächensatz) folgt mittels der Exzentrizität e die

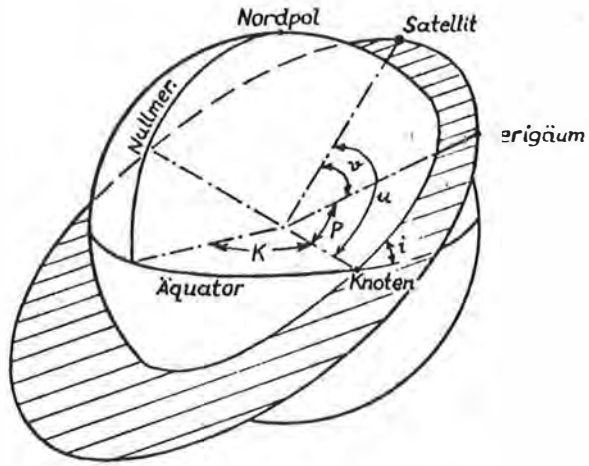


Abb. 1

Elemente einer Satellitenbahn

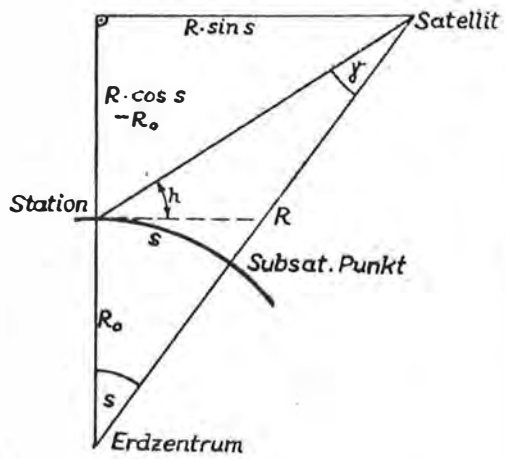


Abb. 2

Vertikalebene durch die Station

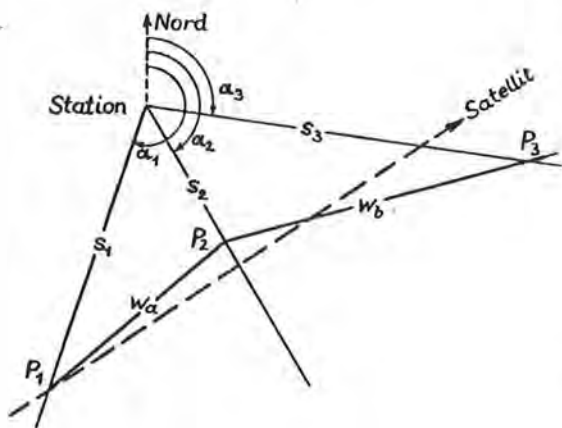


Abb. 3

Bestimmung der Bahnebene durch Projektion auf die Erdoberfläche

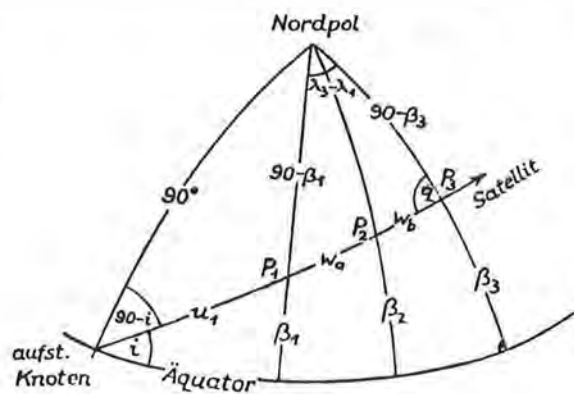


Abb. 4

Zur Berechnung von Bahnneigung und Knotenlänge aus geografischen Koordinaten

für den Radiusvektor R gültige momentane Winkelgeschwindigkeit

$$w = w_0 \sqrt{1 - e^2} \left(\frac{A}{R}\right)^2 \quad (3)$$

Es wird dann genähert $w_a = w \cdot t_a$ und $w_b = w \cdot t_b$ und aus den beiden sphärischen Beziehungen

$$\sin s_3 = \sin s_1 \frac{\sin w_b \cdot \sin (a_2 - a_1)}{\sin w_a \cdot \sin (a_3 - a_2)} = C \cdot \sin s_1 \quad (4a)$$

$$\cos (w_a + w_b) = \cos s_1 \cdot \cos s_3 + \sin s_1 \cdot \sin s_3 \cdot \cos (a_3 - a_1) \quad (4b)$$

kann man eine quadratische Gleichung für $\sin^2 s_1$ bilden:

$$\sin^2 s_1 = \frac{-\sqrt{Z^2 - 4 \sin^2 (a_3 - a_1) \cdot \sin^2 (w_a + w_b)}}{2 \sin^2 (a_3 - a_1)} \quad (4c)$$

$$\text{mit } Z = 1 + C^2 - 2 C \cdot \cos (a_3 - a_1) \cdot \cos (w_a + w_b) .$$

Die zutreffende Lösung ist durch Vergleich mit (1) rasch gefunden, sodaß die beiden Seiten s_1 und s_3 durch (4c) und (4a) festgelegt sind.

Die Entfernung zum Punkt P_2 errechnet sich aus

$$\sin s_2 = \sin s_3 \frac{\sin w_a \cdot \sin (a_3 - a_1)}{\sin (w_a + w_b) \cdot \sin (a_2 - a_1)} \quad (5)$$

und mittels der aus Abb. 2 folgenden Beziehung

$$R_i = \frac{R_0}{\cos s_i - \sin s_i \cdot \operatorname{tg} h_i} \quad (6)$$

werden neue Werte für R_1 , R_2 und R_3 bestimmt, worauf sich der Vorgang ab Gleichung (3) wiederholen könnte. Das Verfahren konvergiert jedoch wesentlich rascher, wenn nicht die neuen R_i als Startwerte der nächsten Iteration dienen, sondern ein Mittel zwischen ihnen und den alten Werten. (Die regula falsi bringt interessanterweise keine deutliche Konvergenzbeschleunigung). Das beste Verhältnis hängt stark von der Bahnachse ab, es wurde auf empirischem Wege zu

$$F = e^{2,2 \left(\frac{R_0}{A} - 1 \right)} \quad (7)$$

abgeleitet und erreicht in 3000 km Höhe den Wert 0,5. Sobald dann die Berechnung auf die alten Werte der R_i - oder, was gleichbedeutend ist, der s_i - führt, ist die Bahnebene durch die Satellitenspur $P_1 - P_2 - P_3$ und das Erdzentrum festgelegt.

In der Praxis müssen aber noch zwei Verfeinerungen eingeführt werden. Berechnet man w_a, w_b aus der Winkelgeschwindigkeit (3), so ist R als mittlerer Radiusvektor des ganzen Zeitintervalls t_a bzw. t_b zu verstehen. Er wird daher aus dem Integral eines kubischen Ansatzes, der R als Funktion der Zeit darstellt, ermittelt (Beginn der Schleife 11, siehe Programmliste im Anhang). Ferner verursacht die Erdrotation eine Versetzung der Station und die Beobachtungen a_i, h_i, \dots müssen deshalb auf einen gemeinsamen Zeitpunkt, z.B. den mittleren, reduziert werden. Dies geschieht anschließend in Schleife DO-5 über eine Änderung der geografischen Längen

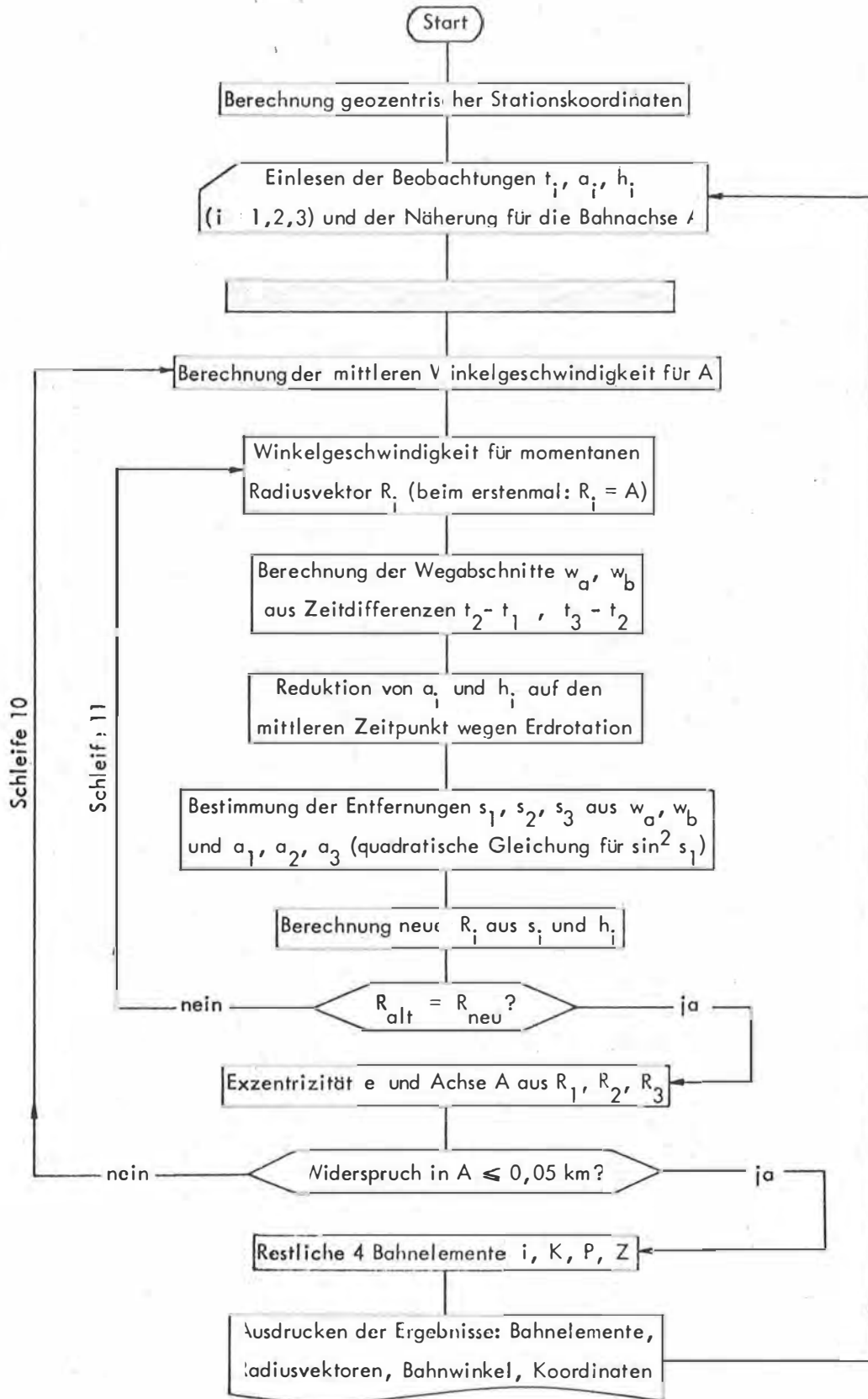
$d\lambda = D(t_i - t_2)$, wobei für Breiten und Längen der Subsatellitenpunkte die Beziehungen

$$\begin{aligned} \sin \beta_i &= \cos s_i \cdot \sin \beta_0 + \sin s_i \cdot \cos \beta_0 \cdot \cos a_i \\ \text{tg } \lambda_i &= \frac{\text{tg } s_i \cdot \sin a_i}{\cos \beta_0 - \text{tg } s_i \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos a_i} \end{aligned} \quad (8)$$

gelten. Bei der Berechnung der Drehungskonstanten D wurde die Rotationsdauer der Erde 1436,068 Minuten gleichgesetzt, dazu kommt aber noch die von der Erdabplattung verursachte Präzession der Bahnebene, welche pro Tag näherungsweise $9,96 \cdot \cos i \left(\frac{6378}{A} \right)^{3,5}$ Grad ausmacht.

3. DER PROGRAMMABLAUF; DIE BERECHNUNG DER BAHNELLIPSE

Das Flußdiagramm zeigt die wichtigsten Schritte des gesamten Rechenschemas. Zunächst werden aus geografischer Breite β'_0 und Meereshöhe H_0 auf Grund der Abmessungen des internationalen Erdellipsoids geozentrische Breite β_0 und Radius R_0 der Station errechnet. Anschließend werden von Lochkarten die drei Beobachtungstriplet (t, a, h) sowie ein Näherungswert für A eingelesen. Gemäß dem beigefügten Index



Flußdiagramm des Bahnbestimmungs - Algorithmus

Index	Reduktion wegen	
	Refraktion	Geozentrum
1	ja	ja
2	ja	nein
3	nein	ja
4	nein	nein

($1 \leq J \leq 4$) können die Winkel in der Schleife DO - 4 wegen der atmosphärischen Refraktion korrigiert und aufs Geozentrum reduziert werden.

Azimute und Höhen sind dann statt aufs Lot auf die Richtung zum Erdmittelpunkt bezogen - die Winkeldifferenz ist maximal $0,19^\circ$ und im Programm mit DB bezeichnet - und können wie auf einer kugelförmigen Erde weiterverarbeitet werden. Die Refraktionsformel ist auf mittlere Verhältnisse ausgelegt und genügt für Meßgenauigkeiten von etwa $\pm 10''$.

Die nun folgende Bestimmung der Bahnebene - der Kern des Programms - wurde im vorigen Kapitel beschrieben. Sobald sich nach einigen Iterationen die Radiusvektoren nicht mehr ändern ($R_{alt} = R_{neu}$), verläßt der Computer die Schleife 11 und rechnet jene Ellipse aus, die die drei Satellitenorte enthält und deren Brennpunkt im Erdzentrum liegt. Diese Aufgabe ist leicht zu lösen, da wir ja R_1, R_2, R_3 und die eingeschlossenen Winkel w_a, w_b schon kennen und die Polargleichung der Ellipse

$$R_i = \frac{A(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos v_i} \quad (9)$$

in allen 3 Punkten erfüllt sein muß. Hierbei bedeutet v die "wahre Anomalie", den Winkelabstand eines Bahnpunktes vom Perigäum (siehe Abb.1). Zunächst wird v_2 bestimmt, daraus die Exzentrizität der Bahnellipse und in weiterer Folge ihre große Halbachse:

$$\operatorname{tg} v_2 = \frac{R_3(R_1 - R_2) \cdot \cos w_b + R_1(R_2 - R_3) \cdot \cos w_a + R_2(R_3 - R_1)}{R_3(R_1 - R_2) \cdot \sin w_b - R_1(R_2 - R_3) \cdot \sin w_a} \quad (10)$$

$$e = \frac{R_1 - R_2}{R_2 \cdot \cos v_2 - R_1 \cdot \cos(v_2 - w_a)} \quad A = \frac{R_2(1 + e \cdot \cos v_2)}{1 - e^2} \quad (11)$$

Aus dem Vergleich des alten mit dem neuen A ergibt sich, wieder mit Hilfe des früher erwähnten Faktors (7), eine Verbesserung dieses Wertes. Bevor die Rechnung in Schleife 10 von vorn beginnt, werden A und sein Widerspruch, e, die Anzahl der

Iterationen und die drei Radiusvektoren (in km) ausgedruckt.

4. RESTLICHE BAHNELEMENTE

Ist der Widerspruch in A klein genug geworden - eine brauchbare Schranke sind etwa 50 m - kann die Bestimmung der vier restlichen Bahnelemente erfolgen. Die schon früher aus den Gleichungen (8) errechneten geografischen Koordinaten der Subsatellitenpunkte definieren die Bahnneigung i und den Hilfswinkel q (Abb.4):

$$\cos i = \cos \beta_3 \cdot \sin q = \frac{\cos \beta_3 \cdot \cos \beta_1 \cdot \sin (\lambda_3 - \lambda_1)}{\sin(w_a + w_b)} \quad (12)$$

$$\cos q = \frac{\cos \beta_3 \cdot \sin \beta_1 - \sin \beta_3 \cdot \cos \beta_1 \cdot \cos (\lambda_3 - \lambda_1)}{\sin (w_a + w_b)} \quad (13)$$

Sowohl i als auch q können Werte im ersten und zweiten Quadranten annehmen. Für den Bahnwinkel u_3 ("Argument der Breite"), gemessen vom aufsteigenden Knoten bis P_3 , gilt

$$\cos u_3 = \frac{-\cos \beta_3 \cdot \cos q}{\sin i}, \quad (14)$$

woraus die Länge des aufsteigenden Knotens

$$K = \lambda_3 - \arccos \left(\frac{\cos u_3}{\cos \beta_3} \right) \quad (15)$$

folgt. Bei Verwendung der Gleichungen (14) und (15), die beide aus Projektionsätzen über der Seite P_3 - Nordpol hervorgehen, müssen allerdings im Programm - siehe Anhang - Vorkehrungen für die Fälle $i > 90^\circ$ und $\beta_3 < 0^\circ$ getroffen werden.

Das Argument des Perigäums ist durch $P = u_2 - v_2$ festgelegt, wovon beide Winkel wegen $u_2 = u_3 - w_b$ und (10) bekannt sind. Das sechste Bahnelement, der Zeitpunkt Z des letzten Perigäumdurchgangs, läßt sich aus dem Integral des Flächensatzes über die exzentrische Anomalie E eines der drei Punkte bestimmen,

$$\cos E_2 = \frac{R_2}{A} \cdot \cos v_2 + e \quad Z = t_2 - \frac{U}{2\pi} (E_2 - e \cdot \sin E_2), \quad (16)$$

wobei die Umlaufzeit U mittels (2) aus der Bahnachse zu errechnen ist.

Schließlich werden noch alle Winkel in Gradmaß umgewandelt und die Ergebnisse ausgedruckt. Beispiele dazu finden sich auf den letzten Seiten. Alle Zeiten, also auch U und Z , sind in Dezimalen von Minuten zu verstehen; unter der Knotenlänge K steht ihre Änderung DK pro Minute, die relativ zur Station zufolge Erdrotation und Erdabplattung eintritt. Beobachtungszeiten, Radiusvektoren, wahre Anomalien, Bahnwinkel sowie geografische Breiten und Längen werden in Form einer kleinen Tabelle angeschrieben. Die Längen sind, ebenso wie K , auf den mittleren Zeitpunkt t_2 bezogen und zählen positiv nach Osten.

Eine gesamte Bahnberechnung dauert etwa $0,03 - 0,10$ Sekunden, je nach der Anzahl der Rechenschritte. Die Genauigkeit der Bahnelemente hängt von jener der Beobachtungen ab und wird außerdem umso besser, je größer ihre Zwischenzeiten t_a und t_b sind. Das Programm liefert aber auch noch brauchbare Ergebnisse bei Zeitspannen bis herab zu 10 Sekunden, zumindest für die Lage der Bahnebene.

5. TESTRECHNUNGEN

Um das Verfahren zu erproben und den für die rasche Iteration günstigsten Ansatz (7) zu finden, war eine Anzahl von Testbeispielen erforderlich, von denen 4 typische hier angeführt seien. Die zugrundeliegenden Satellitenbeobachtungen, die großteils auch in /6/ enthalten sind, wurden vom Verfasser im Rahmen der Moonwatch-Organisation (Smithsonian Astrophysical Observatory) auf den Stationen 0716 und 0750 in Wien-Hietzing gemacht. Die mit einem großen Feldstecher vor dem Sternhintergrund gemessenen Positionen besitzen eine Genauigkeit von $20 - 40''$, die Fehler der Zeitnehmung belaufen sich auf etwa $\pm 0,3^s$.

Im beigeschlossenen Computer-Output - siehe Anhang - wurde zunächst die Bahn des geodätischen Satelliten GEOS-A (6508901) für den 6.10.1972 berechnet, wobei die Zeitdifferenzen zwischen den drei Meßpunkten mit $7^m 16^s$ und 41^s sehr ungleich sind. Bei einem solchen kurzen Bahnstück wirken sich Zeitfehler stark auf die Achse A und Exzentrizität e aus, die gegenüber den aus /7/ interpolierten Werten wahre Fehler von -130 km bzw. $+0,0047$ aufweisen. Die Lage der Bahnebene (i, K) hingegen stimmt mit den Sollwerten innerhalb $0,02^\circ$ überein, was bei einer Meßge-

nauigkeit von $\pm 30''$ (ca. $\pm 0,4$ km in der Satellitenposition) nach einer groben Abschätzung gerade erwartet werden kann.

An Hand der Wiederholungsrechnung, die bei einem um 1000 km zu großen A beginnt, soll demonstriert werden, daß ein völlig falscher Näherungswert für die Bahnachse nur unwesentliche Folgen nach sich zieht. Die Unterschiede zu den früheren Ergebnissen sind geringfügig und würden bei genügend kleinen Abfrageschranken natürlich völlig verschwinden. Im zweiten Fall ist lediglich die Rechenzeit um 0,03 Sekunden (50%) länger.

Vom Ballonsatelliten PAGEOS (6605601), dessen polnahe Bahn 3-4 mal höher verläuft, liegen am 23. 10. 1966 gleich fünf Messungen vor. Sie wurden einer zweifachen Auswertung unterzogen, bei der die mittlere Beobachtung dieselbe blieb. Der 1. Wert für A ist wegen des immerhin 45° langen Bogens relativ genau (16 km zu groß) und unterscheidet sich vom zweiten nur um 12 km, was 18 Sekunden in der Umlaufzeit entspricht. Noch besser stimmen die anderen Bahnelemente überein. Ihre wahren Fehler, verglichen mit \sqrt{r} , betragen in e $2 \cdot 10^{-3}$ und in i, K trotz der großen Satellitenentfernung nur $0,03^\circ$. Daß hingegen die Perigäumslage P auf $0,3^\circ$ mit dem Sollwert zusammenfällt, scheint bei dieser kreisähnlichen Bahn ein Zufall zu sein.

6. SCHLUSSBETRACHTUNGEN

Der beschriebene Algorithmus macht sich die Tatsache zunutze, daß die geozentrische Winkelgeschwindigkeit in einer vorgegebenen Höhe nur wenig von der Bahnachse abhängt (proportional \sqrt{A}); in einer erdnahen Bahn ändert sie sich bei einer Zunahme $dA = 1000$ km nur um rund + 7%. Durch Projektion auf eine fiktive Erdkugel gelingt es daher mit einer Methode, welche der Anwendung ebener Strahlensätze (Abb. 3) entspricht, die Entfernungen und Radiusvektoren der beobachteten Bahnpunkte iterativ zu bestimmen.

Die Zahl der Iterationen - und damit die Rechenzeit - ließe sich gegenüber dem vorliegenden Programm durch eine straffere Zeitreduktion in Schleife 5 und durch eine dynamische Abfrageschranke am Ende der Programmschleife 11 noch auf rund 50 Prozent herabdrücken. Um größere Absolutgenauigkeit anzustreben, könnte man weiters die durch die Erdabplattung verursachten kurzperiodischen Änderungen der Elemente,

aber auch des Flächensatzes und des Radiusvektors einbeziehen. Diese hauptsächlich vom Argument der Breite abhängigen Störungen, die einige Kilometer bzw. Hundertstel Grad erreichen, ließen sich leicht in das Rechenschema z.B. als Änderung der geografischen Koordinaten (Gleichungen 8) einbauen, so daß m i t t l e r e Bahnelemente das Ergebnis wären. Von solchen Erweiterungen wurde in der vorliegenden Arbeit, der Übersichtlichkeit halber, jedoch abgesehen.

Das geschilderte Rechenverfahren konnte schon einigemal zur Bahnbestimmung von Bruchstücken und - mit Hilfe eines Katalogs von Satellitenbahnen - zur Identifikation zufällig gesichteter Satelliten verwendet werden. Überdies wurde es mehrfach zur Richtungsfestlegung von Standlinien /6/ herangezogen.

L I T E R A T U R

- /1/ GAPOSCHKIN E.M.:
Differential Orbit Improvement DOI-3. Smithsonian Astrophysical Observatory Spec.Rep.161, Cambridge, Mass. 1964.
- /2/ STANGE L.:
Berechnung von mittleren Bahnelementen künstlicher Erdsatelliten. Arb.Geod. Inst.Nr.23, Potsdam 1968.
- /3/ BAUSCHINGER J.:
Die Bahnbestimmung der Himmelskörper. Leipzig 1928.
- /4/ BRIGGS R.E., SLOWEY J.W.:
An Iterative Method of Orbit Determination from Three Observations of a Nearby Satellite. S.A.O. Spec.Rep.27, Cambridge, Mass. 1959.
- /5/ KISELEV A.A., BYKOV O.P.:
Bestimmung der Satellitenbahn aus einer einzigen Aufnahme mit vielen Spurpunkten (russisch). Astronom.Ž. 50/6, Moskau 1973.
- /6/ GERSTBACH G.:
Ortsbestimmung mit künstlichen Erdsatelliten nach der Standlinienmethode. Dissertation, Technische Hochschule Wien 1974.
- /7/ SMITHSONIAN ASTROPHYSICAL OBSERVATORY:
Ephemeris VI and Mean Orbital Elements (zweiwöchig), Cambridge, Mass. 1966 - 1972.

ANHANG 1 : FORTRAN - PROGRAMMLISTE

Rechenschleifen sind durch Klammern am Rand gekennzeichnet.

```
PROGRAM SAT3 (INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT)
REAL T(3),A(3),H(3),AR(3),HR(3),R(3),S(3),B(3),L(3),U(3),V(3),IN,K
BO=48.17325
HO=0.220
PI=3.14159265
RHO=180./PI
PO=ATAN(0.9966468*TAN(90/RHO))
RO=SQRT((6378.16*COS(PO))**2+(6356.77*SIN(PO))**2)+HO
DB=BO/RHO-ATAN(0.9966468*TAN(PO))
SBO=SIN(BO/RHO-DB)
CBO=COS(BO/RHO-DB)
1 READ (5,20) NS,NO,AX,IN,J,(T(I),A(I),H(I),I=1,3)
20 FORMAT (I7,I8,F9.1,F6.1,I3/F9.7,F8.4,F7.4,2(F12.7,F8.4,F7.4))
WRITE (6,21) NS,T(1),A(1),H(1),NO,J,(T(I),A(I),H(I),I=2,3),AX,IN
21 FORMAT (3H-S=,I8,12X,3HT1=,F10.6,5H A1=,F9.4,5H H1=,F8.4/3H C=,I
17,5X,2HJ=,I2,4X,3HT2=,F10.6,5H A2=,F9.4,5H H2=,F8.4/23X,3HT3=,F1
20.6,5H A3=,F9.4,5H H3=,F8.4/3H A=,F7.1,4H I=,F5.1/)
DO 4 I=1,3
A(I)=A(I)/RHO
H(I)=H(I)/RHO
T(I)=T(I)/0.006-AINT(T(I))*40.-AINT(T(I)*100.)/1.5
GO TO (2,2,3,4),J
2 H(I)=H(I)-(58.3-0.061/TAN(H(I))**2)/TAN(H(I))/206265./EXP(HO/8.)
IF(J.EQ.?) GO TO 4
3 A(I)=A(I)-DB*TAN(H(I))*SIN(A(I))
H(I)=H(I)-DB*COS(A(I))
4 R(I)=AX
TA=T(2)-T(1)
TB=T(3)-T(2)
F=EXP((6370./AX-1.)*2.2)
E=0.
10 WO=SQRT(398603.2*ABS(1.-E**2)/AX**3)*60.
D=-360./1436.068-9.96/1440.*COS(IN/RHO)*(6378./AX)**3.5
M=0
11 BB=((R(2)-R(1))*(TB/TA+2.)-(R(3)-R(2))*TA/TB)/(TA+TB)
AA=((R(2)-R(1))/TA-BB)/TA
WA=WO*TA*(AX/(AA/3.*TA**2+BB/2.*TA+R(1)))**2
WB=WO*TB*(AX/(AA*(TA*(TA+TB)+TB**2/3.))+BB*(TA+TB/2.))+R(1))**2
M=M+1
DO 5 I=1,3
S(I)=PI/2.-H(I)-ASIN(COS(H(I))*RO/R(I))
B(I)=ASIN(COS(S(I))*SBO+SIN(S(I))*CBO*COS(A(I)))
DL=D*(T(I)-T(2))/RHO
L(I)=ATAN(TAN(S(I))*SIN(A(I))/(CBO-TAN(S(I))*SBO*COS(A(I))))-DL
IF((L(I)*SIN(A(I))).LT.0.) L(I)=L(I)+PI
AR(I)=ATAN(SIN(L(I))/(CBO*TAN(B(I))-SBO*COS(L(I))))
IF((L(I)*AR(I)).LT.0.) AR(I)=AR(I)+PI
S(I)=ASIN(COS(B(I))*SIN(L(I))/SIN(AR(I)))
5 HR(I)=ATAN((COS(S(I))*R(I)-RO)/R(I)/SIN(S(I)))
C=SIN(WB)*SIN(A(2)-AR(1))/SIN(WA)/SIN(AR(3)-A(2))
Z=1.+C**2-2.*C*COS(AR(3)-AR(1))*COS(WA+WB)
Q=2.*C**2*SIN(AR(3)-AR(1))**2
W=SQRT(Z**2-2.*Q*SIN(WA+WB)**2)
SS1=(Z+W*SIGN(1.,SIN(S(1))**2-Z/Q))/Q
SS1=SS1-AINT(2.*SS1-1.)*2.*W/Q
S1=ASIN(SQRT(SS1))
S3=ASIN(SIN(S1)*C)
```

```

SS2=SIN(S3)*SIN(WA)/SIN(WA+WB)*SIN(AR(3)-AR(1))/SIN(A(2)-AR(1))
R(1)=R0/(COS(S1)-SIN(S1)*TAN(HR(1)))*F+R(1)*(1.-F)
R(2)=R0/(SQRT(1.-SS2**2)-SS2*TAN(H(2)))*F+R(2)*(1.-F)
R(3)=R0/(COS(S3)-SIN(S3)*TAN(HR(3)))*F+R(3)*(1.-F)
IF(AMAX1(ABS(S(1)-S1),ABS(S(3)-S3)).GT.5.E-7) GO TO 11
V2=ATAN((R(3)*(R(1)-R(2))*COS(WB)+R(1)*(R(2)-R(3))*COS(WA)+R(2)*
1(R(3)-R(1)))/(R(3)*(R(1)-R(2))*SIN(WB)-R(1)*(R(2)-R(3))*SIN(WA)))
E=(R(1)-R(2))/(R(2)*COS(V2)-R(1)*COS(V2-WA))
IF(E.LT.0.) V2=V2-PI
E=ABS(E)
WX=R(2)*(1.+E*COS(V2))/(1.-E**2)-AX
WRITE (6,22) AX,WX,E,M,R(1),R(2),R(3)
22 FORMAT (1X,F11.3,F7.3,F9.5,I4,1X,3F10.3)
AX=AX+WX*(F+0.8)
IF(ABS(WX).GT.0.05) GO TO 10
DL=L(3)-L(1)
IN=ACOS(COS(R(3))*COS(B(1))*SIN(DL)/SIN(WA+WB))*RHO
CQ=(COS(B(3))*SIN(B(1))-SIN(B(3))*COS(B(1))*COS(DL))/SIN(WA+WB)
U3=ACOS(-COS(R(3))*CQ/SIN(IN/RHO))*SIGN(1.,(B(3)*(90.-IN)))
K=(L(3)-ACOS(COS(U3)/COS(B(3)))*SIGN(1.,(B(3)*(90.-IN))))*RHO
P=(U3-WB-V2)*RHO
Y=PI/30.*SQRT(AX**3/398603.2)
E2=SIGN(ACOS(R(2)*COS(V2)/AX+E),SIN(V2))
Z=T(2)-(E2-E*SIN(E2))*Y/2./PI
DO 6 I=1,3
V(I)=(V2-WA*FLOAT(1-I/2)+WB*FLOAT(I/3))*RHO
U(I)=(U3-WA*FLOAT(1-I/2)-WB*FLOAT(1-I/3))*RHO
B(I)=B(I)*RHO
6 L(I)=L(I)*RHO
WRITE(6,23)AX,E,IN,K,P,Y,D,Z,(T(I),R(I),V(I),U(I),B(I),L(I),I=1,3)
23 FORMAT(3H0A=,F9.3,4H E=,F8.6,4H I=,F8.4,5H K=,F9.4,4H P=,F9.4
1/3H U=,F9.4,26X,3HCK=,F9.6,4H Z=,F9.4/7X,1HT,10X,1HR,10X,1HV,9X,
21HU,9X,1HB,9X,3HL"2/3(F12.4,F11.3,4F10.4/)
GO TO 1
END

```

ANHANG 2 : BEISPIELE FÜR DIE BAHNBESTIMMUNG

S= 6508901	T1= 17.590810	A1= 333.8997	H1= 43.6781
D= 721006	J= 3	T2= 18.062462	A2= 82.5076
A= 8050.0	I= 59.4	T3= 18.070569	A3= 86.7448
		H3= 39.0607	
8050.000-67.622	.07509	6	8107.295
7953.176-11.648	.07632	4	8093.580
7936.499 .160	.07647	4	8091.879
7936.728 -.020	.07646	2	8091.874
			8314.863
			8299.084
			8297.059
			8297.065
			8313.946
			8313.952
A= 7936.700	E= .076464	I= 59.4100	K=-119.4199
U= 117.2784			P= 350.3138
			OK= -.252322
			Z=1046.3724
T	R	V	U
			B
			L"2
1079.1350	8091.874	-250.9913	99.3225
1086.4103	8297.065	-230.1229	120.1909
1087.0948	8313.952	-228.2098	122.1040
			59.1531
			-11.5401
			48.0787
			19.4055
			46.8191
			21.5350

S= 6508901 T1= 17.590810 A1= 333.8997 H1= 43.6781
D= 721006 J= 3 T2= 18.062462 A2= 82.5076 H2= 42.8058
A= 9050.0 I= 59.4 T3= 18.070569 A3= 86.7948 H3= 39.0607

9050.000*****	.07118	8	8199.516	8421.706	8441.493
7985.576-34.175	.07602	7	8097.136	8303.193	8320.218
7940.555 -2.767	.07643	5	8092.257	8297.551	8314.448
7936.898 -.155	.07646	4	8091.856	8297.089	8313.975
7936.694 .010	.07646	3	8091.833	8297.063	8313.950

A= 7936.798 E= .076465 I= 59.4100 K=-119.4190 F= 350.3136
U= 117.2786 DK= -.252322 Z=1046.3722

T	R	V	U	Q	L**
1079.1350	8091.833	-250.9910	99.3225	58.1531	-11.5401
1086.4173	8297.063	-230.1226	120.1909	48.0787	19.4055
1087.0748	8313.950	-228.2096	122.1040	46.8191	21.5350

S= 6605601 T1= 21.062821 A1= 259.6796 H1= 32.7911
D= 661023 J= 3 T2= 21.214168 A2= 319.3842 H2= 39.1590
A=10610.0 I= 86.9 T3= 21.321731 A3= 353.7061 H3= 24.1762

10610.000 27.351	.07267	7	11396.592	11236.829	11033.354
10643.235-13.753	.07300	6	11392.078	11232.664	11028.896
10626.523 .122	.07301	6	11388.996	11229.514	11025.790
10626.672 .002	.07301	3	11389.022	11229.539	11025.815

A=10626.674 E= .073007 I= 86.7820 K= -42.6521 P= 206.3540
U= 181.6997 DK= -.250747 Z=1351.5279

T	R	V	U	Q	L**
1266.4702	11389.022	-170.0562	36.2979	36.2316	-40.2909
1281.6947	11229.539	-143.5559	62.7981	62.6229	-36.4190
1292.2885	11025.815	-124.4867	81.8673	81.2578	-21.2062

S= 6605601 T1= 21.155623 A1= 294.8841 H1= 41.1799
D= 661023 J= 3 T2= 21.214168 A2= 319.3842 H2= 39.1590
A=10610.0 I= 86.9 T3= 21.271752 A3= 339.6640 H3= 32.3683

10610.000 37.248	.07138	7	11316.390	11237.476	11140.053
10655.261-13.630	.07171	4	11314.729	11235.876	11138.356
10638.699 -.264	.07175	5	11311.733	11232.857	11135.327
10638.378 -.015	.07175	3	11311.663	11232.787	11135.256

A=10638.359 E= .071755 I= 86.8226 K= -42.5902 P= 206.4502
U= 181.9995 DK= -.250747 Z=1351.7455

T	R	V	U	Q	L**
1275.9372	11311.663	-153.7681	52.6821	52.5667	-38.4316
1281.6947	11232.787	-143.5538	62.7964	62.6255	-36.4357
1297.2920	11135.256	-133.6650	72.7852	72.5032	-32.4477

Geowiss. Mitt.

7, 1975, p. 51 - 102

G. GERSTBACH

Analyse persönlicher Fehler bei Durchgangsbeobachtungen von Sternen

Analysis of Personal Errors of Star - Transit Observations

Adresse des Autors:

Address of the author:

Univ.Ass.Dipl.Ing.Dr. Gottfried Gerstbach, Institut für Höhere Geodäsie,
Technische Universität Wien, 1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

Ein großes Beobachtungsmaterial, gewonnen am Ni 2 - Astrolab, wird einer Analyse unterzogen. Den Antrittsfehlern einzelner Fäden überlagern sich "Durchgangsfehler", die während einer ganzen Sternpassage konstant bleiben. Beide Fehler setzen sich aus Reaktions- und Zielfehlern zusammen ($\pm 0^s.07$, $\pm 0''.7$; $\pm 0^s.03$, $\pm 0''.2$), die hauptsächlich persönlicher Natur sind und meistens einer Normalverteilung folgen. Labor-messungen bestätigen die Ergebnisse vollauf.

Messungen anderer Beobachter zeigen gleichartige Antrittsfehler, wogegen die Durchgangsfehler von Übung und persönlicher Zielansprache geprägt werden. Eine rasche Abschätzung ist auf Grund einer Auswertung nach Fadenpaaren möglich und beantwortet die Frage, ob mehr Sterne oder mehr Fäden beobachtet werden sollen. Die persönliche Gleichung ist nahezu konstant, Registriermikrometer dürften sich auch auf Stationen 1. Ordnung erübrigen.

ABSTRACT

Extensive observational material obtained by Ni 2 - Astrolabe is analysed. The "errors of approach" of single threads are superposed by "transit errors" which are constant during a whole passage. Both errors are composed of reaction - and pointing errors ($\pm 0^s.07$, $\pm 0''.7$; $\pm 0^s.03$, $\pm 0''.2$) which primarily are of personal nature and in most cases are following a normal distribution. Laboratory measurements confirm these results in full.

Measurements of other observers show similar "errors of approach", whereas the "transit errors" are depending on practice and personal comprehension of target. A quick estimate is possible on basis of an evaluation by pairs of threads. Thereby the question is answered whether more stars or more threads should be observed. The personal equation is almost constant, impersonal micrometers may be obsolete even on first order stations.

1. EINLEITUNG

Bei allen Methoden der astronomisch-geodätischen Ortsbestimmung haben die persönlichen Fehler des Beobachters auf das Ergebnis und seine Genauigkeit einen wesentlichen Einfluß. Daher sind für einige Verfahren, insbesondere am Passagenrohr, von verschiedenen Autoren Untersuchungen dieser Fehler vorgenommen worden. Die in letzter Zeit immer häufiger angewandte "Methode gleicher Höhen", die wegen geringen instrumentellen Aufwands für astrogeodätische Feldbeobachtungen prädestiniert ist, entbehrt solcher Untersuchungen noch weitgehend. Die vorliegende Arbeit soll diese Lücke teilweise schließen.

Grundlage der Analyse ist ein umfangreiches Beobachtungsmaterial, das vom Verfasser seit 1973 auf vier Stationen ($\varphi \approx 48^\circ$) und in 46 Nächten am Zeiß Ni 2-Prismenastrolab gewonnen wurde. Von den 12.100 Fadenantritten (1010 Sterne) wurden 40% mit einer mechanischen Zehntelsekunden-Stoppuhr Ulysse Nardin gemessen /7/, der Rest mit einer digitalen Quarzuhr Heuer-Microsplit, welche Hundertstelsekunden abzulesen gestattet. Die Genauigkeit der 67 Breiten- und Längenbestimmungen, die meist 10 - 19 Sterne umfassen, beträgt durchschnittlich $\pm 0''.18$ bzw. $\pm 0''.018$.

Ein am Theodolit DKM 2-A erhaltenes Beobachtungsmaterial /8/ soll in diese Arbeit nur am Rande einbezogen werden, weil Unsicherheiten der Höhenkreiskoinzidenz die hier untersuchten Fehlereinflüsse überdecken. Hingegen werden neben Labortests auch die Messungen 9 anderer Beobachter am Ni 2 analysiert, um beurteilen zu können, wieweit die gewonnenen Aussagen allgemein gültig sind. Den systematischen persönlichen Fehlern ist ein eigenes Kapitel gewidmet.

2. VERTEILUNGSPRÜFUNG DER ZUFÄLLIGEN BEOBACHTUNGSFEHLER AUF GRUND VON STERN - UND FADENAUSWERTUNG

Die Methode gleicher Höhen beruht auf Messung der Durchgangszeiten mindestens dreier Sterne durch denselben, aber unbekanntem Almukantarat \bar{h} . Die Auswertung kann durch Verarbeitung dieser gemessenen Zeiten, aber auch mit daraus abgeleiteten Höhenwinkeln erfolgen. Die zweite Methode ist vorzuziehen, weil die mittleren Fehler der Durchgangszeiten stark vom Azimut abhängen, nach Multiplikation mit der

vertikalen Sternengeschwindigkeit jedoch relativ konstant sind. Der Verfasser sieht sich in dieser Ansicht durch die kürzlich erschienene Arbeit /6/ bestätigt, worin die Ausgleichung nach Höhen wesentlich besser mit den Resultaten des theoretisch exakteren Zeit - Höhen - Ansatzes übereinstimmt als die Ausgleichung nach beobachteten Zeiten. Durch Einführen geeigneter Gewichte /4/, /9/ können auch diese winzigen Unterschiede noch beseitigt werden - der Höhensatz gestattet dann eine theoretisch einwandfreie Vorgangsweise. Im folgenden sind daher, soweit nicht anders angemerkt, alle Fehler als Höhendifferenz und in der Einheit Bogensekunden zu verstehen.

Im allgemeinen wird mit den feldtauglichen Prismenastrolabien jeder Sterndurchgang an mehreren symmetrischen Fäden beobachtet. Man mittelt die einzelnen Zeiten und errechnet mit geänderter Breite und Länge φ_0, λ_0 eine Höhe h_i , woran noch eine Krümmungskorrektur /12/ anzubringen ist. Die um einen Näherungswert für \bar{h} verminderten Höhen h_i werden als Absolutglied $\Delta h_i = h_i - \bar{h}_0$ in die Ausgleichung eingeführt, welche als Unbekannte zwei Ortsverbesserungen $\varphi - \varphi_0, \lambda - \lambda_0$ und eine Höhenverbesserung $\bar{h} - \bar{h}_0$ enthält und daher bei n Sternen die Redundanz $n - 3$ aufweist.

Wenn man die anschließend errechneten Restfehler v_i^* jeder gemittelten Sternbeobachtung betrachtet, ist bei $n > 10$ und gleichen Gewichten meistens Normalverteilung festzustellen. Dies kann sehr rasch durch Vergleich des durchschnittlichen Fehlers d^* mit der Standardabweichung s^* geprüft werden; der in /17/ angeführte Wölbungstest

$$\left| \frac{d^*}{s^*} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right| = \left| \frac{d^*}{s^*} - 0.798 \right| < \frac{0.4}{\sqrt{n}} \quad (2.1)$$

ist jedoch für den Fall mehrerer Unbekannter nicht geeignet, weil

$$\frac{d^*}{s^*} = \frac{\sum [|v_i^*|]}{\sqrt{\frac{\sum [v_i^{*2}]}{n-3}}} \cdot \frac{1}{n} \quad j = 1, 2 \dots n$$

(Schreibweise mit Gauß'schem Summenzeichen) bei geringer Redundanz $n - 3$ immer zu klein ist. Es wurde daher aus Simulationsrechnungen (je 200 für $n = 4$ bis 50) eine Korrektur abgeleitet, die den Normalverteilungstest (2.1) den speziellen Erfordernissen

(3 Unbekannte, kleines n) anpaßt:

$$\left| \frac{d^*}{s^*} - \left(0.798 - \frac{1.1}{n} \right) \right| < 0.06 . \quad (2.2)$$

Der Test kann im Bereich $6 \leq n \leq 50$ angewendet werden und ist wesentlich stärker als (2.1), was aus der trotz kleinerem α engeren Schranke hervorgeht. Die Schranke gilt, wie meist üblich, für einen Fehler 1. Art $\alpha = 10\%$, muß aber bei $n \leq 10$ auf 0.07 bis 0.08 erhöht, bei $n \geq 30$ auf 0.05 herabgesetzt werden. Rechteckige, U- und mehrgipflige Verteilungen verwirft (2.2) praktisch immer, Dreiecksverteilungen in knapp der Hälfte der Fälle.

Negative Testergebnisse sind im Beobachtungsmaterial des Verfassers selten. Eine schiefe Verteilung - auf die (2.2) allerdings kaum reagiert - tritt fast nie auf, doch kommt es vor, daß die v_i^* anfangs überwiegend positiv, gegen Ende negativ sind. Dieser Effekt wird durch eine Änderung der Ziellinie mit der Temperatur verursacht und sollte bei stärkerer nächtlicher Abkühlung rechnerisch berücksichtigt werden /9/.

Bei einem regelmäßigen System von Fäden kann die Auswertung auch so erfolgen, daß man je 2 spiegelsymmetrische Fadenantritte mittelt und als unabhängige Beobachtung in den Ausgleich einführt. Die Ergebnisse bleiben zwar dieselben wie bei "Sternauswertung", ihre mittleren Fehler fallen aber deutlich kleiner aus. Sie sinken (mit 7 Fadenpaaren pro Stern) auf durchschnittlich 70%; bei 65 vom Verfasser gemessenen Sätzen liegen die Verhältnisse 49mal zwischen 55 und 85%, die beiden Extrema bei 39 und 102%:

Reduktion der mittleren Fehler auf:	40	50	60	70	80	90	100%
Absolute Häufigkeit (65 Sätze):	1	5	11	14	16	13	4

Es läßt sich - beispielsweise durch Simulationsprozesse - nachweisen, daß dieser Effekt nicht durch eine bestimmte Verteilung der Grundgesamtheit der Beobachtungsfehler verursacht werden kann, insbesondere weder durch schiefe oder steilgipflige, noch Rechteck - oder U-Verteilungen (letztere wäre bei einem Beobachter denkbar, der seine als verspätet erkannten Reaktionen immer am nächsten Faden kompensieren möchte). Die scheinbar besseren Genauigkeiten der Fadenpaar-Auswertung kommen vielmehr daher, daß die tatsächlichen Beobachtungsfehler eine nicht-zufälli-

ge Stichprobe dieser Grundgesamtheit darstellen, daß also systematische Einflüsse wirksam sind. Solche Einflüsse könnten in der einseitigen Auffassung eines ganzen Sterndurchgangs (Korrelation der einzelnen Fadenantritte) oder in instrumentellen Fehlern bestehen, worauf in Kapitel 4 näher eingegangen wird.

Zunächst soll die Verteilung der tatsächlichen (wahrscheinlichsten) Beobachtungsfehler auf Grund der Auswertung nach Fadenpaaren untersucht werden. Zu diesem Zweck wurden für 7 Abende die nach dem Ausgleich verbleibenden Restfehler jedes Fadenpaares nach ihrer Größe in Klassen unterteilt; der anschließende χ^2 -Anpassungstest auf Normalverteilung fiel in allen Fällen positiv aus. Drei Histogramme mögen dies veranschaulichen.

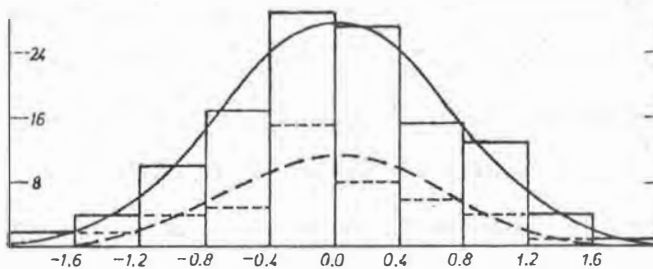


Abb. 2.1:

122 Fadenpaare mit
Standardabweichung + 0,71
18.9.1974 Schöckl, Stmk.

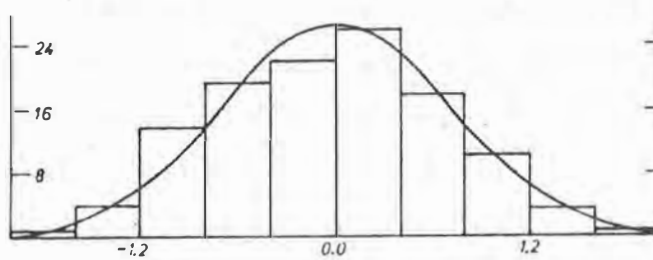


Abb. 2.2:

118 Fadenpaare mit
Standardabweichung + 0,70
6.9.1973 Techn. Univ. Wien

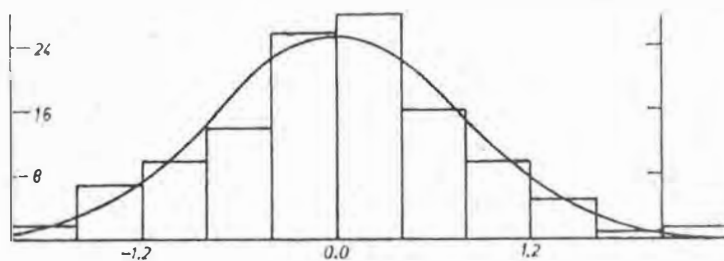


Abb. 2.3:

121 Fadenpaare mit
Standardabweichung + 0,76
10.2.1974 Univ. Sternw. Wien

Als detailliertes Beispiel sollen die Daten vom 18.9.1974 (Abb. 2.1) dienen, bei denen wegen konstanter Lufttemperatur thermisch bedingte systematische Fehler weitgehend auszuschließen sind. Tabelle 2.1 enthält die Restfehler, nach Sternen geordnet und anschließend gemittelt. Beim χ^2 -Anpassungstest (Tab. 2.2) werden zunächst die Wer-

te in zehn 0,4 breite Klassen eingeteilt, dann auf Grund der Nullhypothese = Normalverteilung die erwarteten Häufigkeiten E errechnet und diese schließlich mit den beobachteten Häufigkeiten B verglichen. Prüfgröße ist $\hat{\chi}^2 = [(B - E)^2 / E]$.

TABELLE 2.1
Restfehler vom 18.9.1974 (Einheit 0,1)

Stern	Azimut	Restfehler v der Fadenpaare nach dem Ausgleich	Mittel v*	Gewicht
724	266.9°	10 4 2 9 1 4 2 3 4	0,4	9
1030	57.7	2 8 -1 9 1 10 -2 3 -3 -5	0.2	10
1	116.4	12 14 5 3 6 10 2 -6 4 -7 -5	0.4	11
723	328.4	5 3 -0 -6 -3 -2 -3 2 -10	-0.2	9
18	104.0	1 8 -1 -2 -0 0 6 -4 -1 4	0.1	10
770	346.2	-0 -4 13 8 4 -4 -3 3	0.2	8
1570	205.7	-12 -10 -14 -1 -10 4 11 -4 -1	-0.4	9
733	296.1	3 -4 2 13 2 2 -2 8 0 7	0.3	10
57	66.2	0 -6 -7 -5 -12 -10 -10 -11 -15	-0.8	9
1525	263.8	-8 -4 -3 -20 -16 -9 -3 -5	-0.9	8
55	31.0	-6 -3 6 8 -1 1 4 -4 4 3 -10	0.0	11
786	240.7	10 12 17 -8 10 -3 -2 -11 -1 1	0.2	10
898	155.7	-3 -6 4 2 -1 10 -2 10	0.2	8

TABELLE 2.2
Beispiel für χ^2 -Anpassungstest

Klassenmitte	-1,8	-1.4	-1.0	-0.6	-0.2	0.2	0.6	1.0	1.4	1.8	Summe
B	2	4	10	17	29	27	15	13	4	1	122
E	1.03	3.78	10.06	19.32	26.81	26.81	19.32	10.06	3.78	1.03	122.00
(B-E) ² /E	0.91	0.01	0.00	0.28	0.18	0.00	0.97	0.86	0.01	0.00	3.22

Die Zahl der Freiheitsgrade ist $10 - 1 - 1 = 8$, da zwar die Varianz aus den Daten bestimmt wird, das Fehlermittel aber als Null vorausgesetzt werden muß. Für den Fehler 1. Art (Wahrscheinlichkeit, daß die Nullhypothese zu Unrecht verworfen wird) wählt man üblicherweise $\alpha = 10\%$ und entnimmt aus einer statistischen Tafel /17/ den Schwellenwert $\chi^2_{8,0.10} = 13.36$. Wegen $\hat{\chi}^2 = 3.22 < 13.36$ bleibt daher die Annahme, daß die Beobachtungsfehler normalverteilt sind, auf dem 10 %-Niveau eindeutig aufrecht.

Für Abb. 2.2 und Abb. 2.3 ergibt sich $\hat{\chi}^2 = 2.2$ und 4.5 , für vier weitere Abende 1.5, 2.5, 3.4 und 8.5, womit in allen untersuchten Fällen, einschließlich des letzten, Normalverteilung sogar auf dem Niveau $\alpha = 30\%$ besteht ($\chi^2_{8,0.30} = 9.52$).

Die Daten der Tabelle 2.1 sollen eingehender betrachtet werden, zunächst hinsichtlich des Azimuts. Die Fehler der 5 meridiannahen Sterne, deren Häufigkeiten in Abb. 2.1 strichliert gezeichnet sind, folgen einer etwas engeren Normalverteilung als die 8 restlichen Sterne, die das Fadennetz schneller kreuzen (Standardabweichung $0''.64$ bzw. 0.75 , Testgröße $\hat{\chi}^2 = 4.4$ bzw. 4.0). Dieses Verhalten ist typisch für fast alle untersuchten Messungen - siehe Kapitel 4. Die leichte Schiefe der beiden Teilmengen, die ebenfalls häufig auftritt, hat hingegen nichts zu bedeuten. Sie ist einerseits durch die wenigen Sterne erklärbar, andererseits dadurch, daß die Trennung in zwei Gruppen erst nach dem gemeinsamen Ausgleich erfolgte.

Der zweite beachtenswerte Umstand ist die schon erwähnte Abhängigkeit des Gewichtseinheitsfehlers vom Auswerteverfahren. Die 122 Restfehler v der Tabelle 2.1 ergeben $\pm 0''.71$, die 13 Werte v^* aber $\pm 1''.3$; Fadenpaar- und Sternauswertung dieses Beispiels unterscheiden sich also stärker als im Durchschnitt ($0.7 : 1$). Damit hängt auch die Tatsache zusammen, daß die 122 "Antrittsfehler" $v - v^*$ eine wesentlich kleinere Streuung als die v besitzen. Sie folgen einer Normalverteilung mit der Standardabweichung $\pm 0''.55$, die Testgröße erreicht bei 10 je $0''.3$ breiten Klassen den Wert $\hat{\chi}^2 = 5.1$.

3. UNTERSUCHUNG DER ANTRITTSFEHLER

Wie bei jedem Meßvorgang, treten auch bei Astrolabbeobachtungen Fehler verschie-

denster Art auf, die instrumentell, persönlich und meteorologisch verursacht sein können und sowohl zufälligen als auch systematischen Charakter haben. Läßt man Fehler im mathematischen Modell (Auswertung), in den Gestirnskoordinaten und in der Refraktion außer Betracht, bleiben in erster Linie folgende Einflüsse zu untersuchen:

- a) persönliche Fehler der Zeitmessung
- b) persönliche Zielauffassung
- c) instrumentelle Fehler der Zeitregistrierung
- d) Stabilität der Ziellinie (Kompensatorfehler).

In diesem Abschnitt soll zunächst jener Teil der zufälligen Einflüsse behandelt werden, der unter dem Begriff "Antrittsfehler" zusammengefaßt wird. Darunter versteht man den mittleren Fehler eines Fadenantritts, berechnet aus der inneren Genauigkeit eines Sterndurchgangs durch das Fadennetz. Kann das Netz, wie beim Ni 2-Astrolab, ausreichend genau als spiegelsymmetrisch angesehen werden, ist es zweckmäßig, die gemessenen Antrittszeiten $T_1, T_2 \dots T_{2\nu}$ von vornherein paarweise zu mitteln:

$$\bar{T}_i = \frac{1}{2} (T_i + T_{2\nu - i + 1}) \quad i = 1, 2 \dots \nu$$

Wegen der Sternbahnkrümmung sind die \bar{T}_i noch um kleine Beträge zu korrigieren, die von den Zeitdifferenzen, den Sternkoordinaten und der Breite φ abhängen. Da in der vorliegenden Arbeit der Antrittsfehler als Genauigkeit des Höhenwinkels eines Fadenpaares m_2 aufgefaßt werden soll, muß der mittlere Fehler der \bar{T}_i noch mit der vertikalen Sterngeschwindigkeit \dot{h} multipliziert werden, welche eine Funktion des Azimuts a ist:

$$\dot{h} = \frac{dh}{dT} = \left(\frac{15''}{1s} \right) \cdot \cos \varphi \cdot \sin a \approx 10 \sin a, \quad \varphi \approx 48^\circ \quad (3.1)$$

$$m_2 = \dot{h} \sqrt{\frac{1}{\nu-1} \left([\bar{T}_i^2] - \frac{1}{\nu} [\bar{T}_i]^2 \right)}, \quad i = 1, 2 \dots \nu \quad (3.2)$$

Der Antrittsfehler setzt sich aus zufälligen Schwankungen

- der Reaktionszeit des Beobachters,
- der persönlichen Zielfehler und der Fadenparallaxen
- sowie aus Restfehlern des Kompensators

zusammen, wogegen unregelmäßige Fehler der Zeitregistrierung nur in einem Teil des untersuchten Beobachtungsmaterials feststellbar sind. Die Wirkung der Zeitfehler auf m_2 nimmt sicher mit der vertikalen Sternengeschwindigkeit zu; wegen (3.1) muß deshalb erwartet werden, daß die Größe des Antrittsfehlers vom Sternazimut abhängt. Auch die Richtung der Bewegung, also der parallaktische Winkel q , könnte einen Einfluß haben. Weil ferner der Kontrast des Bildes für die Zielfehler mitentscheidend ist /5/, besteht auch eine gewisse Abhängigkeit von der Sternhelligkeit. Sie wurde zwar deutlich festgestellt, aber nicht genauer untersucht, weil sich mit Ausnahme der systematischen Fehler (Kapitel 8) keine für die Praxis wesentlichen Schlußfolgerungen ergeben.

Zur Analyse der Antrittsfehler des Verfassers werden von den 1010 beobachteten Sterndurchgängen etwa 800 herangezogen, welche frei von groben Fehlern (z.B. durch Windstöße) sind und bei denen Messungen an mindestens 3 Fadenpaaren vorliegen. Der benützte Uhr entsprechend, wird zwischen der Gruppe "Nardin" und "Microsplit" (29 bzw. 38 Sätze) unterschieden. Die mit der mechanischen Stoppuhr gemäß (3.2) erhaltenen inneren Genauigkeiten sind in Abb. 3.1 bezüglich des Azimuts dargestellt, wobei die Punktgröße die Anzahl ν der zugrundeliegenden Fadenpaare (= Gewicht) veranschaulichen soll.

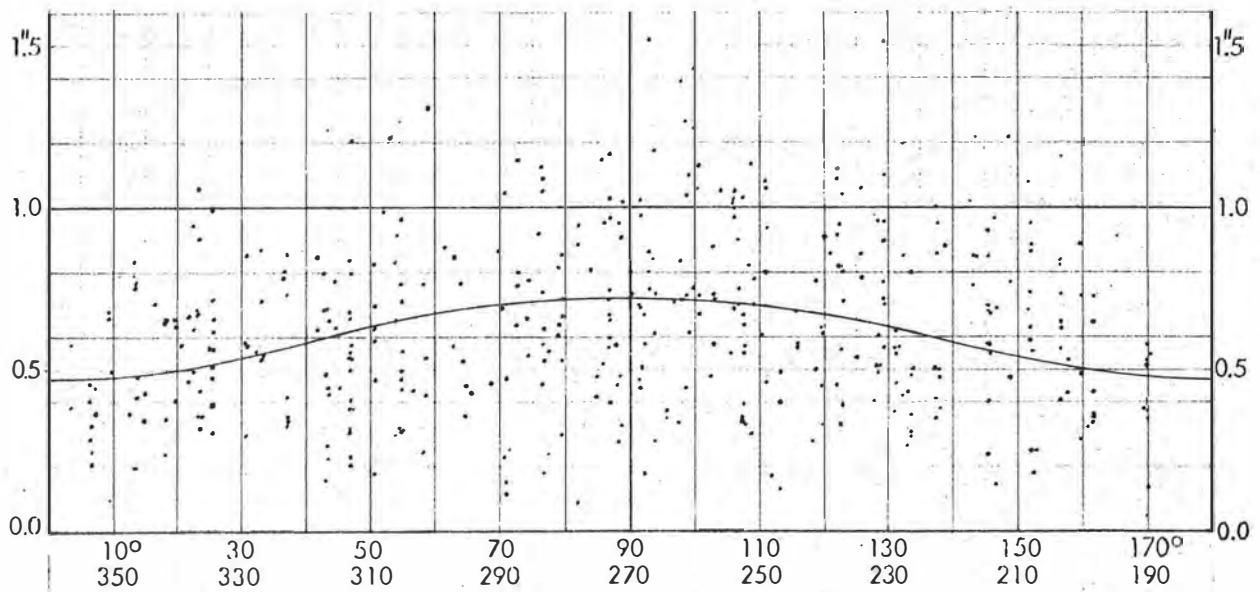


Abb. 3.1: Zufällige Antrittsfehler m_2 der Fadenpaare,
berechnet aus 410 Sterndurchgängen ($\nu = 3 - 8$).
29 Sätze am Ni 2-Astrolab, mechanische Stoppuhr Nardin .

Um den offensichtlich entscheidenden Einfluß von \dot{h} und damit des Azimuts mathematisch zu erfassen, werden durch die Punkthaufen ausgleichende Kurven der Form

$$\bar{m}_2 = \sqrt{A^2 \cdot \sin^2 \alpha + B^2} \quad (3.3)$$

gelegt, worin A und B als voneinander unabhängige Zeit- bzw. Winkelfehler zu deuten sind. Der Ausgleich beruht auf Näherungswerten A_0, B_0 , mit denen für das Azimut jedes beobachteten m_2 gemäß (3.3) ein Wert m_0 bestimmt wird. Nach Auflösung der Normalgleichungen

$$\left[\frac{\sin^4 \alpha}{m_0^2} \right] x + \left[\frac{\sin^2 \alpha}{m_0^2} \right] y + \left[2 \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{m_2}{m_0} \right) \right] = 0$$

$$\left[\frac{\sin^2 \alpha}{m_0^2} \right] x + \left[\frac{1}{m_0^2} \right] y + \left[2 \left(1 - \frac{m_2}{m_0} \right) \right] = 0$$

ergeben sich die beiden Fehleranteile aus

$$A = \sqrt{A_0^2 + x} \quad , \quad B = \sqrt{B_0^2 + y}$$

Der Ansatz (3.3) geht im Prinzip auf ALBRECHT /2/ zurück, welcher den mittleren Fehler einer beobachteten Meridian-Durchgangszeit durch einen bei allen Sternen gleichen Reaktionsfehler a_0 und einen Zielfehler b_0 erklärt:

$$m(t) = \sqrt{a_0^2 + \left(\frac{b_0}{V} \right)^2 \sec^2 \delta} \quad (3.4)$$

Die Wirkung des Zielfehlers auf die Zeit hängt hierbei von der Fernrohrvergrößerung V und vom Kehrwert der horizontalen Sterngeschwindigkeit (also der Deklination) ab. Da für Almukantaratdurchgänge die vertikale Geschwindigkeitskomponente (3.1) maßgebend ist, sind (3.4) und (3.3) nach Übergang auf Winkelmaß und bei konstantem φ und V einander äquivalent.

Für den Punkthaufen der Abb. 3.1 ergibt sich eine ausgleichende Kurve mit den Fehleranteilen $A = 0''.54$, $B = 0''.47$, welche zwischen 0.47 und 0.72 verläuft. Es ist jedoch nicht ganz korrekt, die aus der Streuung einzelner Sterndurchgänge ge-

rechneten Antrittsfehler m_2 direkt in den Ausgleich einzuführen, obwohl diese Vorgangsweise üblich ist (z.B. /10/, Seite 123, oder /4/). Geht man nämlich von einer normalverteilten Grundgesamtheit der Standardabweichung σ aus, entnimmt aus ihr n zufällige Stichproben zu je ν Elementen und bestimmt deren Standardabweichungen s_i (Schätzwerte für σ), so ist nicht der Durchschnittswert der s_i , sondern ihr quadratischer Mittelwert erwartungstreu. Es gilt also

$$\sigma(s_i) = \frac{s_i}{n} < \sigma \doteq Q(s_i) = \sqrt{\frac{s_i^2}{n}} \quad i = 1, 2 \dots n. \quad (3.5)$$

Wie stark sich linke und rechte Seite voneinander unterscheiden, hängt von der Anzahl ν der Elemente jeder Stichprobe ab. Auf Grund eines Simulationsprogrammes mit $\sigma = 1$ und $n = 1500$ ergaben sich folgende Werte:

TABELLE 3.1
Schätzungen s der Standardabweichung $\sigma = 1$

ν	2	3	4	5	6	7	8	10	15	20
$\sigma(s)$	0.789	0.896	0.915	0.943	0.944	0.955	0.968	0.973	0.982	0.988
$Q(s)$	0.990	1.002	0.993	1.001	0.993	0.996	1.002	0.999	0.999	1.000
Diff. %	-20.3	-10.6	-7.9	-5.8	-4.9	-4.1	-3.4			

Da in Abb. 3.1 jeder Punkt auf durchschnittlich 4 - 5 Fadenpaaren beruht, müßte die eingezeichnete Kurve etwa 7% erhöht werden, um erwartungstreu Antrittsfehler zu erhalten. Besser ist allerdings, das Material nach Azimuten in Gruppen zu teilen, innerhalb dieser die quadratischen Mittelwerte zu bilden und erst mit ihnen die Ausgleichung vorzunehmen. Für jede der Uhren liegen etwa 400 Antrittsfehler vor und es werden 18 Klassen übereinstimmend zu 10° Breite gewählt, sodaß die meisten 20 - 30 Einzelwerte enthalten. Lediglich in der Nähe des Meridians müssen sich die Klassengrenzen etwas nach den vorhandenen Punkten richten, um eine für verlässliche Mittelbildung erforderliche Mindestzahl $n = 10$ zu garantieren.

Die beiden folgenden Abbildungen enthalten Durchschnitte und quadratische Mittelwerte (jeweils in ihrer Klassenmitte markiert), sowie die Ausgleichskurven der quadratischen Mittelwerte. Die Unsicherheit der Punkte beträgt 0.04 - 0.10" (Abb.3.2)

bzw. 0.04 - 0.07" (Abb. 3.3), ist also den Restfehlern nach erfolgter Anpassung vergleichbar (Gewichtseinheitsfehler ± 0.056 bzw. $\pm 0.042''$).

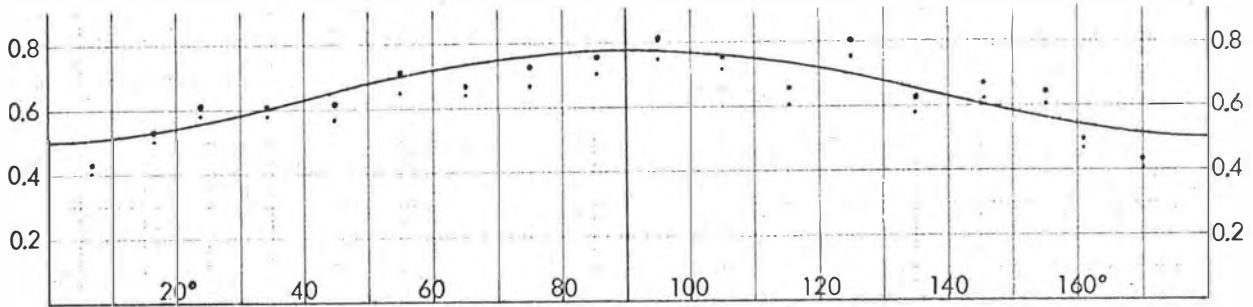


Abb. 3.2: Gemittelte Antrittsfehler $Q(m_2)$, $\varnothing(m_2)$, mech. Stoppuhr Nardin.

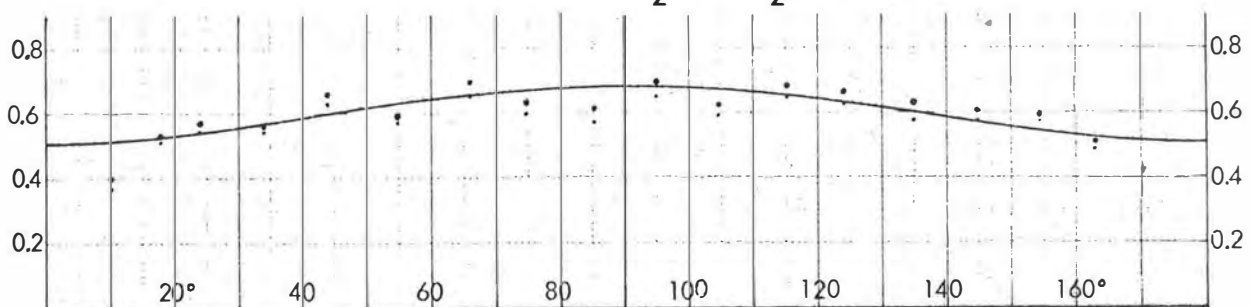


Abb. 3.3: Gemittelte Antrittsfehler $Q(m_2)$, $\varnothing(m_2)$, dig. Quarzuhr Microsplit.

Die Gewichtung könnte für alle Klassen gleich oder nach der Besetzungszahl n erfolgen; das Resultat der Ausgleichung wird davon jedoch kaum (< 0.01) beeinflusst. Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß die etwas schwächer besetzten meridiannahen Klassen eine geringere Punktstreuung aufweisen - also eine bessere Fehlerbeurteilung ermöglichen - wird im folgenden der Einfachheit halber $p = \sqrt{n}$ gesetzt. Die Ausgleichung der Meßreihen beider Uhren ergibt folgende dem Ansatz (3.3) entsprechende Fehleranteile, bezogen auf 1 Fadenpaar:

$$\bar{m}_2 \text{ Nardin} \quad A = \pm 0.591, \quad B = \pm 0.503 \quad (0.54, 0.47 \text{ für } \varnothing) \quad (3.6a)$$

$$\bar{m}_2 \text{ Microsplit} \quad A = \pm 0.455, \quad B = \pm 0.507 \quad (0.42, 0.49) . \quad (3.6b)$$

Während der konstante Anteil B praktisch übereinstimmt, läßt sich der Unterschied des azimutabhängigen Fehlers zwanglos dadurch erklären, daß bei der mechanischen Stoppuhr Ablese- und Exzentrizitätsfehler auftreten (siehe Kapitel 5).

Die eingeklammerten Zahlen gelten für die Durchschnittswerte. Als Folge der Ungleichung (3.5) liegen die aus ihnen gerechneten Fehlerkurven im Mittel um 7% bzw. 5% zu tief, was für $\nu = 4 - 5$ bzw. $\nu \approx 7$ mit der Voraussage der Tabelle 3.1 ver-

träglich ist - ein Hinweis darauf, daß die Antrittsfehler auch innerhalb der Azimutklassen normalverteilt sind.

Es bleibt noch abzuschätzen, welchen Einfluß der Schnittwinkel zwischen Sternbahn und Fadennetz, also der parallaktische Winkel q , hat. Er kann allerdings nur schwer mathematisch sinnvoll formuliert werden, weil etwa ein Ansatz mit $\text{cosec } q$ gerade in Meridiannähe, wo die Beobachtungen am genauesten sind, stark ansteigt. Wegen

$$\sin q \cos \delta = \sin a \cos \varphi, \quad \varphi - z \leq \delta \leq \varphi + z$$

ist q umso enger mit dem Azimut gekoppelt, je kleiner die Zenitdistanz z der Astrolabbeobachtungen ist. Für den vorliegenden Fall $\varphi = 48^\circ$ und $z = 30^\circ$ ist der Zusammenhang in Abb.3.4 wiedergegeben. Unter der Annahme, daß bei steilen Schnittwinkeln $60^\circ < q < 120^\circ$ Genauigkeitsverluste auszuschließen sind, könnte ein eventueller Fehlereinfluß von q nur für $a < 24^\circ$ und $a > 90^\circ$ feststellbar sein.

Aus Abb.3.2 und 3.3 kann ein solcher Trend, der $0''.04$ übersteigt, nicht herausgelesen werden. Eine gewisse Tendenz besteht höchstens bei $a = 125 - 155^\circ$,

wo sich Schnittwinkel von etwa 30° mit größeren Horizontalgeschwindigkeiten paaren. Doch liegen bei Annäherung an den Meridian die Punkte wieder unter den Kurven, so daß auch ein Ansatz mit $\cos \delta$ (Abb.3.4) kaum berechtigt ist. Bei Labormessungen /10/ wurden keine von q abhängigen Fehler gefunden und auch bei den Gesamtfehlern (nächstes Kapitel) treten keinerlei derartige Effekte auf.

Deutlich ist hingegen die Zunahme der Antrittsfehler um etwa ein Drittel für Sterne schwächer als 5^m . In Abb.3.1 entfallen ungefähr 70% jener Punkte, die zwischen $140 - 180^\circ$ oberhalb der Kurve liegen, in diese Kategorie, wogegen sie im weiteren Umkreis des 1. Vertikals selten sind. Da in Meridiannähe wegen der schleifen-

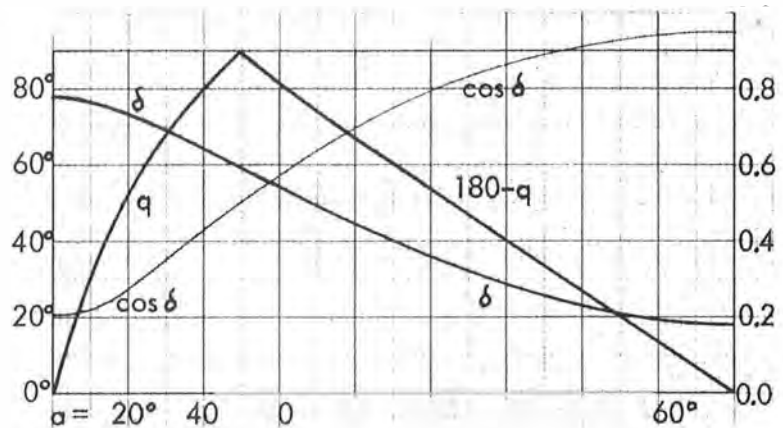


Abb. 3.4: Parallaktischer Winkel und Deklination für $\varphi = 48^\circ$, $z = 30^\circ$.

den Schnitte nur wenige Sterne die Beobachtungshöhe queren - ersichtlich auch aus der flachen δ -Kurve in Abb.3.4 - kann auf lichtschwächere Sterne nur selten verzichtet werden; dementsprechend sind sie bei der Herleitung eines praxisnahen Fehlergesetzes unbedingt zu berücksichtigen.

4. HERLEITUNG DER DURCHGANGSFEHLER

Die soeben untersuchten Antrittsfehler stehen ihrer Größe nach nicht in Einklang mit jenen Gewichtseinheitsfehlern, die sich bei der Ausgleichung verschiedener Sterne, also einer Ortsbestimmung ausreichender Redundanz, ergeben. Ebenso wie in Abschnitt 2 durch die Unterschiede zwischen Stern- und Fadenpaarauswertung, ist man auch durch diesen Befund gezwungen, weitere Quellen zufälliger Fehler anzunehmen. Sie können sowohl instrumenteller als auch persönlicher Natur sein und äußern sich in "Durchgangsfehlern", die während ein- und desselben Sterndurchgangs weitgehend konstant sind, von Stern zu Stern aber nach genäherter Normalverteilung variieren. Dabei ist anzunehmen, daß neben Reaktions- auch Bisektionsänderungen auftreten.

Ihre Charakteristik läßt sich bestimmen, wenn man die gesamte Auswirkung der zufälligen Fehler auf Grund der Streuung verschiedener Sterndurchgänge untersucht und von ihr jenen Anteil der Antrittsfehler subtrahiert, der der jeweils gemessenen Fadenanzahl entspricht. Als Maß für die zufälligen Gesamtfehler - häufig mit äußerer Genauigkeit gleichgesetzt - können die Restfehler v^* der "Sternauswertung" dienen, die nach (2.2) normalverteilt sind. Dafür liegt folgendes Beobachtungsmaterial des Verfassers am Ni 2 - Astrolab vor:

T A B E L L E 4.1

Station	φ	λ	Sätze	Sterne	Nächte	Beob. Monat
Satellitenstation 0750, Wien - Hietzing /7/	48°10'25"	1 ^h 05 ^m 08 ^s .4	40	641	25	8.73 - 2.74
Techn. Universität Wien, Dachterrasse	48 11 49	1 05 29.5	15	226	13	7.73 -10.75
Univ. Sternwarte Wien, Passageinstrument	48 13 55	1 05 20.9	4	45	4	11.73 -11.74
Schöckl, Steiermark Exzenter zu KT 207-164	47 11 52	1 01 52.1	8	98	4	9.74 -11.74

Die meisten beobachteten Sätze beinhalten 10 - 19 Sterne, die im Schnitt pro Durchgang gemessene Fadenanzahl liegt zwischen 8 und 18. Bis auf die Beobachtungen der letzten und je eine der 2. und 3. Station wurde ohne Protokollführer gearbeitet. Auf den beiden ersten Stationen war die mechanische und elektronische Uhr im Einsatz, auf den übrigen nur die elektronische. In der folgenden Analyse sind die zwei ersten Beobachtungsnächte nicht einbezogen, weil der spätere Genauigkeitsstandard noch nicht erreicht war. Drei weitere Sätze mit weniger als 8 Sternen bleiben ebenfalls außer Betracht, desgleichen eine Messung bei Sturm. Vom übrigen Material werden, mit wenigen Ausnahmen, alle \approx mindestens 2 Fadenpaaren gemessenen Sterndurchgänge aufgenommen.

Zunächst werden die nach dem Ausgleich der einzelnen Sätze übrigbleibenden Restfehler v^* jeder gemittelten Sternbeobachtung berechnet, unter Berücksichtigung der Ziellinienänderung /9/ durch Temperaturschwankungen. Von der mechanischen Stoppuhr liegen 458 Werte vor, von der Quarzuhr 404. In Abbildung 4.1 sind die Absolutbeträge $|v^*|$ der zweiten Gruppe über dem Azimut aufgetragen, wobei West- mit Oststernen zusammengefaßt sind; eine vorherige Prüfung hatte zwischen $\alpha < 180^\circ$ und $\alpha > 180^\circ$ im Mittel nur eine Differenz von $0^m 01$ ergeben. Schon auf den ersten Blick ist die Abhängigkeit zu erkennen, sie äußert sich u.a. in den Werten $> 0^m 8$

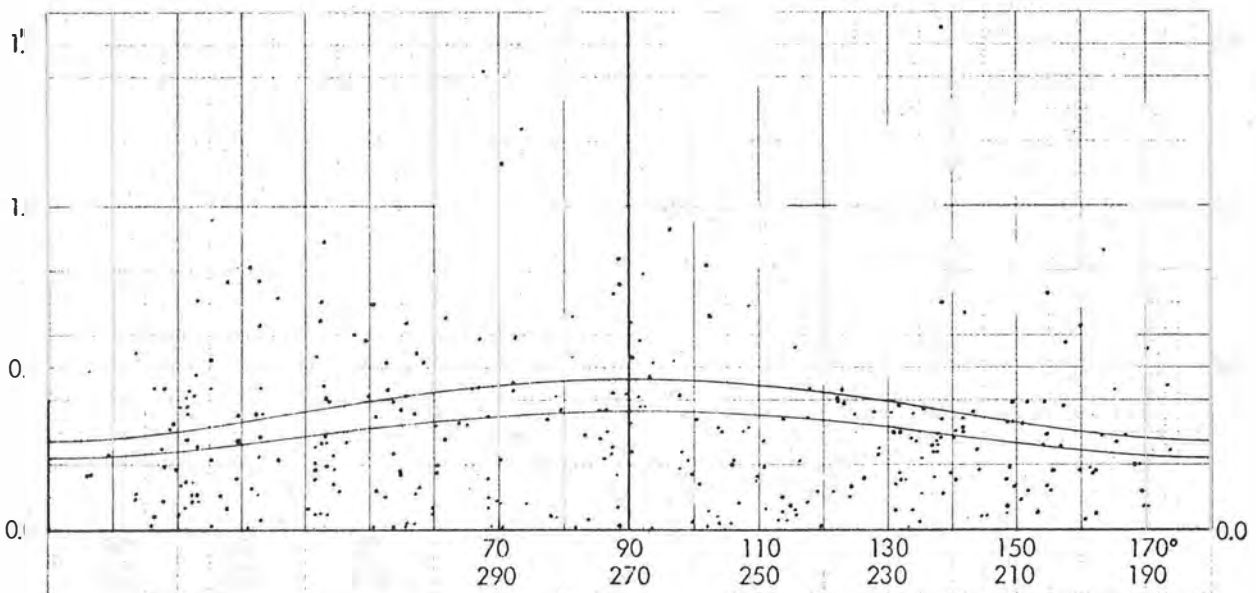


Abb. 4.1: Zufällige Restfehler $|v^*|$ von 404 Sterndurchgängen ($v \approx 7$).
34 Sätze am Ni 2-Astrolab, digitale Quarzuhr Microsplit.

Paßt man dem Punkthaufen eine Kurve der Form (3.3) an, ergibt sich $A = 0''288$, $B = 0''222$ und ein Verlauf zwischen 0.222 und 0.364. Dabei ist jedoch zu beachten, daß diese Kurve die durchschnittlichen Fehler darstellt, wogegen jene der mittleren Fehler aus quadratischen Mittelwerten von Klassen zu berechnen ist und wesentlich höher liegt. Die Punktzahl unter den zwei Kurven der Abb. 4.1 beträgt $230 \hat{=} 56.9\%$ bzw. $275 \hat{=} 68.1\%$, was mit den theoretischen Werten einer Normalverteilung (57.5 bzw. 68.3 %) nahezu übereinstimmt. Wie im vorigen Kapitel sind wieder 18 Klassen mit 10° Breite eingeführt; die Abbildungen 4.2 - 3 enthalten für beide Datengruppen absolute Durchschnitte und quadratische Mittelwerte sowie die den letzteren angepaßten Kurven (arithmetische Mittelwerte siehe Abb.5.1).

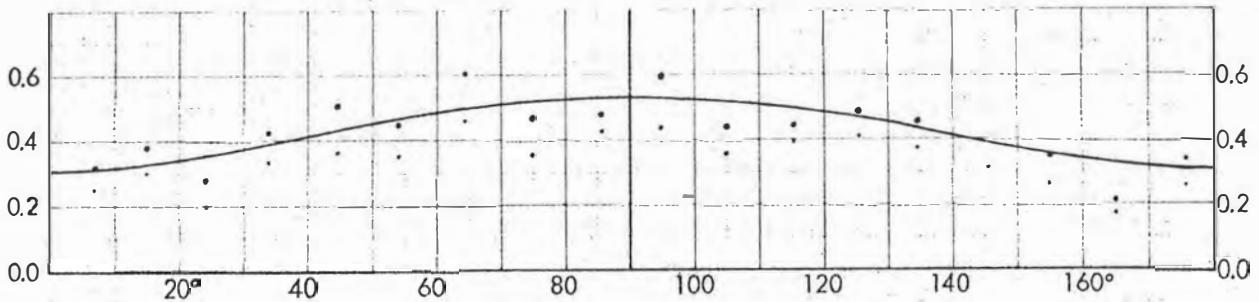


Abb. 4.2: Gemittelte Restfehler $Q(v^*)$, $\emptyset |v^*|$, mech. Stoppuhr Nardin.

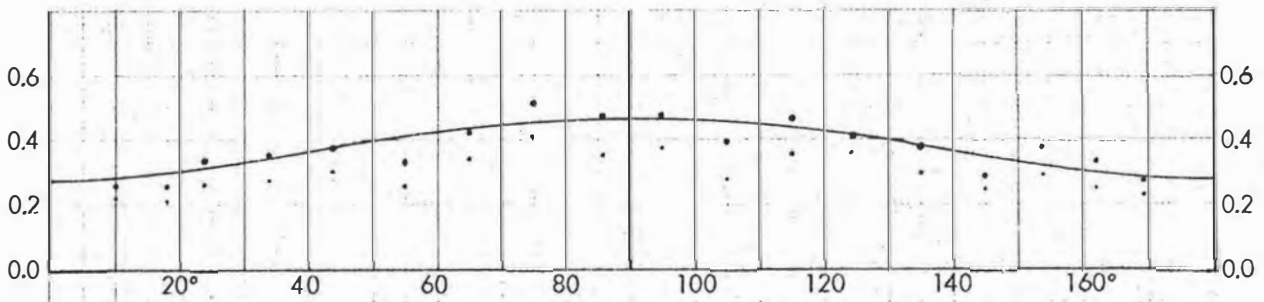


Abb. 4.3: Gemittelte Restfehler $Q(v^*)$, $\emptyset |v^*|$, dig.Quarzuhr Microsplit.

Auf die 14 inneren Klassen entfallen im Schnitt 28 bzw. 25 Einzelwerte, die meridiannahen Klassen sind mit 15 - 20 bzw. 8 - 13 schwächer besetzt. Die Unsicherheit der kartierten Punkte beträgt 0.04 - 0.07" bzw. 0.03 - 0.06". In Abb. 4.3 liegen die quadratischen Mittelwerte 19 - 34 % über den Durchschnitten, nur $\alpha = 105^\circ$ mit 41 % tanzt aus der Reihe. Es kann daher, bis auf diese eine Ausnahme, in allen Klassen Normalverteilung angenommen werden. Die mittlere Zunahme von 26.0% liegt nahe beim theoretischen Grenzwert $\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.253$. Abbildung 4.2 verhält sich

ähnlich, die quadratischen Mittelwerte übertreffen die Durchschnitte um etwa 27%. Fehlereinflüsse des parallaktischen Winkels sind in beiden Teilmengen eindeutig auszuschließen, insbesondere weil im fraglichen Azimutbereich $\alpha < 24^\circ$ und $\alpha > 90^\circ$ (siehe Abb. 3.4) zwischen den beiden Kurven gegenläufige Tendenz der Restfehler besteht.

Dem Ansatz (3.3) entsprechend ausgeglichen, ergeben die beiden Meßreihen folgende Anteile des gesamten zufälligen Fehlers \bar{v} , wobei die eingeklammerten Werte wieder für die Durchschnitte gelten:

$$\bar{v} \text{ Nardin} \quad A = \pm 0''.431, \quad B = \pm 0''.307 \quad (0.351, 0.234 \text{ für } \emptyset) \quad (4.1a)$$

$$\bar{v} \text{ Microsplit} \quad A = \pm 0.376, \quad B = \pm 0.274 \quad (0.288, 0.222) \quad (4.1b)$$

Die Differenzen sind weniger durch die Uhren als durch die unterschiedliche Anzahl ν der beobachteten Fadenpaare bedingt, welche im Mittel 4.5 bzw. 7.0 beträgt. Subtrahiert man von \bar{v}^2 den Einfluß der Antrittsfehler (3.6a,b) \bar{m}_2^2/ν , bleibt nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz das Quadrat des mittleren Durchgangsfehlers d über. Tabelle 4.2 enthält neben dieser Rechnung auch die Auswirkung der Fehler in verschiedenen Azimuten. Daß d in beiden Meßreihen trotz verschiedenem ν besser als 0''.01 übereinstimmt, deutet auf die Richtigkeit der Analyse hin.

TABELLE 4.2
Zufällige Fehleranteile bei Ni 2 - Beobachtungen des Verfassers

Uhr	Fehlerart	A	B	$0^\circ, 180^\circ$	$45^\circ, 135^\circ$	90°
a) Nardin $\nu = 4.5$	\bar{v}	0''.431	0''.307	$\pm 0''.307$	$\pm 0''.433$	$\pm 0''.529$
	\bar{m}_2	0.591	0.503	0.503	0.654	0.776
	$\bar{m}_2/\sqrt{\nu}$	0.279	0.237	0.237	0.308	0.366
	d	0.328	0.195	0.195	0.303	0.382
b) Microsplit $\nu = 7.0$	\bar{v}	0.376	0.274	± 0.274	± 0.382	± 0.465
	\bar{m}_2	0.455	0.507	0.507	0.600	0.681
	$\bar{m}_2/\sqrt{\nu}$	0.172	0.192	0.192	0.227	0.257
	d	0.334	0.196	0.196	0.307	0.387

Die Durchgangsfehler sind auch dafür verantwortlich, daß die Auswertung nach Sternen und Fadenpaaren verschiedene mittlere Fehler M_U^* , M'_U der Unbekannten liefert. Die Varianz eines Fadenpaares ist ja $(\bar{m}_2^2 + d^2)$, während die des ganzen Sterndurchgangs immerhin noch $(\bar{m}_2^2 \cdot \frac{1}{\nu} + d^2)$ beträgt. Wurde unter n Sternen gleichen Gewichtes jeder an ν Fadenpaaren beobachtet, verhält sich

$$(M'_U)^2 : (M_U^*)^2 = \frac{1}{\nu} (\bar{m}_2^2 + d^2) \cdot \frac{n \nu}{n \nu - 3} : \left(\frac{\bar{m}_2^2}{\nu} + d^2 \right) \cdot \frac{n}{n-3} \approx (\bar{m}_2^2 + d^2) : (\bar{m}_2^2 + \nu d^2). \quad (4.2)$$

Zur Überprüfung werden für $\alpha = 45^\circ$ die Werte der Tabelle entsprechend der Satzanzahl 27 : 38 gemittelt. Mit $\bar{m}_2 = 0''.622$, $d = 0''.305$ und $\nu = 6.0$ ergibt sich für große n $M'_U : M_U^* = 0.713 : 1$, die Fadenpaar-Auswertung erbringt also um 29% "verminderte" Fehler der Ortsbestimmung. Tatsächlich führen die Messungen im Schnitt auf fast dasselbe Verhältnis (Kapitel 2). Umgekehrt ermöglicht (4.2) natürlich, wenn dieses Verhältnis bekannt ist, die mittleren Beträge von \bar{m} und d abzuschätzen.

5. ÜBERPRÜFUNG UND DEUTUNG DER ZUFÄLLIGEN FEHLER

In diesem Kapitel wird versucht, die bisher abgeleiteten Fehleranteile zu deuten und auf Grund anderer Messungen des Verfassers zu bestätigen. Begonnen sei mit den Antrittsfehlern, wo dies am leichtesten möglich ist.

Zwischen den Fehlergesetzen (3.6a), (3.6b) besteht Übereinstimmung der konstanten Anteile B, während sich die mit der vertikalen Sterngeschwindigkeit zu multiplizierenden A deutlich unterscheiden. Bei den Messungen mit der mechanischen Stoppuhr (Nardin) können nämlich infolge

- a) Ableseungenauigkeiten und Parallaxe
- b) springender Sekundenzeiger (10 mal pro Sekunde)
- c) Exzentrizität des Zifferblattes ($\leq 0''.13$, aber gut erfaßt)
- d) mechanischer Schaltwege
- e) Unregelmäßigkeiten des Uhrgangs

zusätzliche Fehler ins Spiel kommen. Systematische Wirkungen auf die Zeit, hauptsächlich wegen c) und d), fallen weitgehend heraus, weil sie beim Uhrvergleich in derselben Größe auftreten. Fehler der Art e) müßten besonders in d) merkbar sein,

was aber nach Tabelle 4.2 nicht der Fall ist. Fehler nach b) und c) wirken pseudozufällig (gleiche Wahrscheinlichkeit für + und -) und können daher mit a) zu einem unregelmäßigen Uhrfehler U zusammengefaßt werden. Er ist sicher unabhängig von anderen in (3.6a) wirksamen persönlichen und instrumentellen Fehlern, sodaß in Verbindung mit (3.6b) das Fehlerfortpflanzungsgesetz anwendbar ist

$$U \approx \sqrt{0.59^2 - 0.45^2} = \pm 0.38 \quad (5.1)$$

und der Unterschied der A (3.6a, b) wegen (3.1) auf einen Zeitfehler ± 0.038 , bzw. ± 0.054 bei einer Einzelmessung, zurückgeht. Letzteres ist leicht vorstellbar, weil der Fehler nach b) immer zwischen -0.05 und $+0.05$ liegt und durch a) ähnliche Größenordnungen hinzukommen. Fehler wegen c) wirken sich weniger aus, da die Exzentrizität bestimmt und an die Sternmessungen angebracht wurde, während sie im Zeitvergleich durch Messung gegenüberliegender Stellen eliminiert wurde.

Besser läßt sich U auf Grund der seinerzeitigen Uhrvergleiche rekonstruieren. Aus /7/ Seite 31 ergibt sich für eine Einzelstoppung am Telefon $\pm 0.007 \cdot \sqrt{50} = \pm 0.05$. Diese Uhrvergleiche beruhen auf 12 erfolgreichen akustischen Koinzidenzen zwischen Schaltgeräusch und Zeitsignal innerhalb von 1 1/2 Minuten, was meist noch dreimal wiederholt wurde. Die Standardabweichung der 4 Werte schwankte zwischen 0.01 und 0.03 mit einem quadratischen Mittel von ± 0.017 , weshalb der mittlere Fehler einer Einzelstoppung $0.017 \cdot \sqrt{12} = \pm 0.059$ beträgt. Da andererseits der zufällige Fehler einer elektronischen Stoppung bei akustischer Koinzidenz ± 0.015 ist, bleibt ein Genauigkeitsunterschied von ± 0.057 bestehen, der mit obigem Wert $U \cdot \sqrt{2} \cong \pm 0.054$ praktisch ident ist.

Nachdem der Unterschied der Fehlergesetze (3.6a, b) geklärt ist, soll der Betrag $B(\bar{m}_2) = \pm 0.50$ (Höhenfehler bei ruhendem Stern) nachgeprüft werden. Zu diesem Zweck wurden mit dem Ni 2 Nr. 53342, das bei fast allen Beobachtungen eingesetzt war, im Meßkeller der Technischen Universität Wien Zielungen an einem künstlichen Stern vorgenommen. Um möglichst wirklichkeitsnah vorzugehen, wurde 20 mal mit dem Zeiß - Planplattenmikrometer paarweise koinzidiert (Nachahmung der Astrolab-Doppelfäden), getrennt durch kleine azimutale Verschwenkungen. Aus insgesamt 12 solcher Durchgänge, in denen jeweils die Messungen 1 + 20, 2 + 19 usw. zusammengefaßt wurden, folgte als Mittel der Standardabweichungen der

$$\text{mittlere Fehler eines fiktiven Fadenpaares} = \pm (0''.499 \pm 0''.027). \quad (5.2)$$

In diesem mit B übereinstimmenden Wert ist, ebenso wie bei den astronomischen Messungen, neben den persönlichen Zielfehlern auch der zufällige Einfluß des Kompensators enthalten. Die zwölf Einzelwerte, auf denen (5.2) beruht, liegen zwischen 0.347 und 0.662 und sind nach den Varianztests von HARTLEY und COCHRAN /17/ zumindest auf dem Niveau $\alpha = 5\%$ homogen, z.B. $\left(\frac{0.662}{0.499}\right)^2 \cdot \frac{1}{12} = 0.147 < 0.210$.

Um zu zeigen, daß die Höhenfehler (3.6) nicht nur mit Labormessungen, sondern auch mit anderen Sternbeobachtungen übereinstimmen, sollen zum Vergleich auch Breitenbestimmungen des Verfassers mit dem DKM 2-A herangezogen werden. Aus drei in /8/ enthaltenen Sterneck-Sätzen (Juli 1973, 58 Sterne) ergab sich für den mittleren Fehler eines Sternpaares $\pm 0''.82$, aus 16 Polaris-Sätzen im selben Monat $\pm 0''.77$ für das Zenitdistanzmittel zweier Kreislagen. Da Vergrößerung und Öffnung des Theodolitfernrohrs mit dem Ni 2 fast übereinstimmen (30 bzw. 32fach, je 45 mm) und nach Firmenangaben auch die Kompensatoren mit $\pm 0''.3$ etwa gleich genau sind, erscheint ein Vergleich zulässig. Beim DKM 2-A kommen allerdings zusätzliche Fehler durch Kreisteilung und Koinzidenzvorgang ins Spiel, die berücksichtigt werden müssen. Der mittlere Fehler einer zweifachen Koinzidenz wurde in mehreren Meßreihen zu $\pm 0''.71$ bestimmt, der pseudozufällige Kreisteilungsfehler aus den Prüfkurven /1/ zu $\pm 0''.41$ abgeleitet. Von der Genauigkeit $\pm 0''.80$ ausgehend, erhält man den Einfluß von Kompensator- und Zielfehler

$$m_{\alpha\zeta} = \sqrt{0.80^2} = \pm 0''.55 \quad (5.3)$$

auf eine zweifach gemessene Zenitdistanz. Die Übereinstimmung mit $B(\bar{m}_2) = \pm 0''.50$ wird aber noch etwas besser, wenn man bedenkt, daß mit (5.3) "äußere" Genauigkeiten gemeint sind. Daher müßte noch ein Fehleranteil subtrahiert werden, der in seiner Größenordnung dem "Durchgangsfehler eines ruhenden Sterns" $B(d) = \pm 0''.195$ (Tabelle 4.2) entspricht und $m_{\alpha\zeta}$ auf $\pm 0''.52$ reduziert.

Die Antrittsfehler des Verfassers, bezogen auf ein am Ni 2 - Astrolab beobachtetes Fadenpaar, können nach alldem widerspruchsfrei mit

$$\bar{m}_2 = \sqrt{(0''.45^2 + U^2) (1.5 \cos \varphi \sin a)^2 + 0''.50^2} \quad (5.4)$$

angesetzt werden; U hängt von der Arbeitsuhr ab und ist beim verwendeten Zehntelsekunden-Stopper mit $\pm 0^{\circ}38$ anzunehmen, für digitale Quarzuhr oder Chronograf aber zu vernachlässigen. Der durch $A = \pm 0^{\circ}45$ verursachte Fehleranteil läßt sich zwanglos durch einen von der Sternbahn unabhängigen persönlichen Zeitfehler $\pm 0^{\circ}045$ erklären.

Zum Ansatz (3.4) gibt /2/, auf mittlere Fehler und Fadenpaare umgerechnet, für die Registriermethode $a_0 = \pm 0^{\circ}052$, $b_0 = \pm 3^{\circ}31$ an. Der Zeitfehler a_0 stimmt mit dem soeben abgeleiteten Wert gut überein, b_0 führt aber unter Astrolabbedingungen ($V = 32$ fach, $h_{\max} \approx 10''/\text{sec}$) auf einen doppelt so großen Zielfehler $b_0 \cdot \frac{1}{32} = \pm 1^{\circ}03$. Die Diskrepanz kommt wahrscheinlich daher, daß b_0 auf älteren Beobachtungen mit starker Vergrößerung (etwa 100fach) beruht, die Zielfehler bei $V = 32$ hingegen kaum aufs dreifache steigen. Da auch bei anderen geübten Beobachtern (Kapitel 7) $B(\bar{m}_2)$ weit unter $1''$ liegt, scheint der heute noch öfters zitierte Ansatz (3.4) hinsichtlich der Vergrößerung übertrieben zu sein.

Um das Gesetz (5.4) auch auf andere Instrumente anwenden zu können, soll noch abgeschätzt werden, wieviel von $B(\bar{m}_2) = \pm 0^{\circ}50$ auf den Kompensatorfehler \varkappa und wieviel auf den persönlichen Zielfehler ζ entfällt. Wird dasselbe Material, das zur Herleitung von (5.2) diente, nicht durch Mittelung zeitlich getrennter Einstellungen, sondern unmittelbar aufeinanderfolgender "Doppelfäden" ausgewertet, (aktueller Wert von \varkappa ident!) ergibt sich ein etwas größerer mittlerer Fehler von $\pm 0^{\circ}585$. Wäre \varkappa gleichgroß wie ζ , müßte der Wert um $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1.225$ über (5.2) liegen. Nachdem das tatsächliche Verhältnis

$$\sqrt{\varkappa^2 + \frac{\zeta^2}{2}} : \sqrt{\frac{\varkappa^2}{2} + \frac{\zeta^2}{2}} = 1.17 \quad (5.5)$$

beträgt, kann \varkappa höchstens 75% des Wertes von ζ erreichen. Man muß nämlich damit rechnen, daß der Zielfehler von "Doppelfäden" infolge von Korrelationen größer als jener aus Mittelung unabhängiger Einzelfäden $\sqrt{\frac{\zeta^2}{2}}$ ist, wodurch der aus (5.5) geschätzte Anteil von \varkappa zu hoch ausfallen dürfte.

Aus mehreren Labor-Meßreihen im Sommer und Herbst 1975, bei denen der Einfluß von ζ durch gute Zielmarken und oftmalige Koinzidenz klein gehalten wurde, resultierten für den gleichsinnigen Einschwingvorgang des Ni 2 - Kompensators Genauig-

keiten von $\pm 0''21$ bis $0''43$. Der Mittelwert $\alpha = \pm 0''34$ steht in Einklang mit Firmen- und Literaturangaben. Andererseits ergab sich als innere Genauigkeit einer Koinzidenz des künstlichen Sterns bei feststehendem Kompensator $\zeta = \pm 0''55$. Daraus folgt der mittlere Fehler eines Fadenpaares (Labor)

$$\sqrt{(\alpha^2 + \zeta^2) \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{(0.34^2 + 0.55^2) \cdot \frac{1}{2}} = \pm 0''46, \quad (5.6)$$

was mit (3.6) und (5.2) leidlich zusammenstimmt. Auf jeden Fall übertrifft der persönliche Zielfehler den des Instruments.

Einen gewissen Einfluß auf ζ hat auch die Fadenstärke, die bei der Standard-Strichplatte des Ni 2 - Astrolabs etwa $6''$ beträgt. Anlässlich einer Versuchsreihe /8/ zeigte sich, daß an dünneren Fäden die Durchgänge hellerer Sterne (2.-4. Größe) schwerer erfaßbar sind. Das Optimum scheint bei ungefähr $5''$ zu liegen /9/.

Aus (5.3) war zu ersehen, daß die Zielfehler am Sekundentheodoliten mit dem am Astrolab erhaltenen $B(\bar{m}_2)$ gut übereinstimmen. Um einen Anhaltspunkt zu bekommen, wie sich zunehmende Beobachtungserfahrung auswirkt, seien die Genauigkeiten der allerersten Polaris-Zenitdistanzmessungen des Verfassers mitgeteilt, bei denen ein Askania TU eingesetzt war. Die Werte der Tabelle bedeuten mittlere Fehler der einfachen Einstellung in 2 Kreislagen, berechnet aus n Wiederholungen. Obwohl der erste Wert den Beginn der astrogeodätischen Beobachtungstätigkeit überhaupt darstellt, sinken die Fehler schon nach relativ wenigen Messungen unter $\pm 2''$.

TABELLE 5.1
Entwicklung der Zielgenauigkeit

Beob. Nacht	1966 - 1967			April 1967				Juli 1973 ca. 40 - 42
	1	2	3	4	5	6	7	
mittl. Fehler (incl. $\alpha = \pm 1''$)	$\pm 5''4$	4.6	3.5	1.73	2.22	1.88	1.16	—
reduziert auf $\alpha = \pm 0''3$	-	-	-	(1.59	2.11	1.75	0.94)	$\pm 0''80$
n	10	9	13	14	18	10	20	45

Der letzte Wert $\pm 1''16$, der auf besonders vielen Einstellungen beruht, liegt bereits nahe bei den 6 Jahre später ermittelten $\pm 0''80$ (5.3); wenn man berücksichtigt (Klammerwerte), daß der Askania-Kompensator mit $\pm 1''$ dreimal ungenauer ist als jener des neuen DKM 2-A, verringert sich der Unterschied noch mehr. Man kann daraus schließen, daß schon nach etwa 3 Abenden der endgültige Genauigkeitsstandard zur Hälfte und nach ungefähr 10 Abenden fast zur Gänze erreicht ist - siehe auch Kapitel 7.

Nunmehr soll auf die Durchgangsfehler d eingegangen werden. Daß Durchgänge verschiedener Sterne stärker streuen, als ihren inneren Genauigkeiten (Antrittsfehlern) entspricht, kann instrumentelle und persönliche Ursachen haben. Auf die Zielfehler wirken beide, wogegen Zeitfehler praktisch zur Gänze persönlicher Natur sind.

Jedem Beobachter ist eine durchschnittliche Reaktionszeit zu eigen, die bei Durchgangsmessungen einige Zehntelsekunden betragen kann. Während ihr Mittelwert an demselben Abend ziemlich konstant ist - siehe Kapitel 8 - dürfte die Reaktion bei jedem Sterndurchgang etwas verschieden sein. Dies ist ohne weiteres vorstellbar, da die Größenordnung dieser Schwankungen beim Verfasser gemäß Tabelle 4.2, $A(d) = 0''33$ nur ungefähr $\pm 0''03$ beträgt. (Jene kurzzeitigen Schwankungen, deren "Perioden" Minutengröße unterschreiten, sind hingegen schon in den Antrittsfehlern enthalten). Die Reaktionsweise wird nicht nur durch Aufmerksamkeit bzw. Störungen beeinflusst, sondern auch durch die Bewegung des Lichtreizes - also des Sternes - und der Augen /10/.

Die persönlichen Fehler der Zielung hängen nach /5/ hauptsächlich von Form und Kontrast der Zielanordnung ab: im speziellen Fall also von der Qualität und Vergrößerung des Fernrohrs, von Luftruhe, Sternhelligkeit und Fadenbeleuchtung, vermutlich auch von Störlicht und Protokollbeleuchtung. Sicher ändern sich diese Fehler in längeren Pausen zwischen den Sternen etwas, tragen also zum Durchgangsfehler bei. Darüber hinaus wurden im Rahmen der erwähnten Labormessungen manchmal plötzliche Änderungen der Zielauffassung festgestellt, die bei unveränderten äußeren Bedingungen $0''5 - 0''8$ erreichten; ein Teil solcher Beträge kann auch nach Mittelung mehrerer Fäden wirksam sein. Im Gegensatz zu /10/ Seite 65 bleibt aber die Zielauffassung nach Blickwechsel (bis etwa 15 Sekunden) fast immer gleich. Das ist beim vorliegen-

den Material deshalb von Wichtigkeit, weil der Verfasser meist ohne Helfer beobachtete, die Uhr ablesen und sich nach jedem Doppelfaden kurz dem Protokoll widmen mußte.

Auf Grund der Zielungen im Meßkeller wurde aus der Streuung von jeweils 4 - 6 Gruppenmitteln und aus ihren inneren Genauigkeiten der mittlere

$$\text{"Durchgangsfehler" eines ruhenden Sterns} = \pm (0''.20 \pm 0''.04) \quad (5.7)$$

errechnet. Zwischen den einzelnen, auch an verschiedenen Tagen gemessenen Reihen schwankte der Wert allerdings von $0''.05$ bis $0''.35$. Da sich der in Tabelle 4.2 abgeleitete Zielfehler $B(d) = +0''.196$ aber ebenfalls auf mittlere Verhältnisse bezieht, kann er durch (5.7) als verifiziert gelten.

Die Abhängigkeit des Zielfehlers von der Sternhelligkeit entsteht nicht nur durch Kontrastunterschiede, sondern muß auch in Verbindung mit der Fadenstärke gesehen werden. Sterne schwächer als 5^m werden kurz verdeckt, während hellere Sterne den Faden zwar nach beiden Seiten überragen, aber unregelmäßige und von der Augenlage beeinflusste Konturen zeigen. Zum Teil wirken diese Effekte systematisch, was in Abschnitt 8 untersucht wird.

Eine Fehlerquelle, bei der dem Instrument eine gewisse Bedeutung zukommt, ist die Fadenparallaxe. Auch wenn vor Beobachtungsbeginn genau fokussiert wird, treten im Laufe der Zeit durch thermische Einflüsse kleine Verschiebungen auf. Ein Teil der Wirkung trägt zum Durchgangsfehler $B(d)$ bei, da sich die Stellung des Beobachters beim Verfolgen des Sterns nicht wesentlich ändert. Es ist sogar denkbar, daß die Fadenparallaxe zum 1. Vertikal hin zunimmt und demzufolge auf $A(d)$ wirkt; nach eigenen Erfahrungen wird man nämlich bei raschen Sterndurchgängen dazu verleitet, das Auge weniger sorgfältig hinter der Okularmitte zu placieren als sonst.

Zuletzt sollen die instrumentellen Ursachen von Durchgangsfehlern behandelt werden. Die echt unregelmäßigen Pendelfehler müßten größtenteils in den Antrittsfehlern enthalten sein, weil der Kompensator während der Beobachtung durch Berührungen und Wind, besonders aber wegen der häufigen azimuthalen Nachführung immer wieder neu einschwingt. Nur wenn in der Nähe der größten Digression ($\alpha \approx 50^\circ$ bzw. 310°) der Seitentrieb nicht benützt wird, könnte der Kompensator in Ruhe bleiben und sein mo-

mentaner zufälliger Fehler voll in d durchschlagen. Hingegen wird d grundsätzlich davon beeinflusst, aus welcher Richtung die Ruhelage erreicht wird.

Zwischen dem Einschwingen von Okular- bzw. Objektivseite her besteht ein kleiner systematischer Unterschied, die "Hysterese", deren Betrag in erster Linie vom Instrumententypus abhängt. Einige Tests der beiden verwendeten Nivelliere Ni 2 Nr. 53342 und 99122 im Meßkeller ergaben bemerkenswert kleine Hysteresen, nämlich Werte zwischen Null und $0''25$ bei Längskippung. Da der Kompensator überdies nach azimutalen Verschwenkungen und Stößen meist vom Okular her einspielt, dürfte im untersuchten Beobachtungsmaterial nur ein sehr kleiner Teil der Durchgangfehler auf solche Ursachen zurückgehen. Allerdings muß dieser Schluß nicht unbedingt auf Messungen mit anderen Instrumenten zutreffen.

Eine eventuelle Horizontschräge, die aus einer restlichen Stehachsneigung resultiert, kann keine Wirkung auf d haben; ihr Einfluß variiert nach Betrag und Vorzeichen mit dem Azimut und äußert sich vielmehr in systematischen Fehlern von Breite und Länge /9/ S. 126.

Aus den vorstehenden Überlegungen ergibt sich, daß der Durchgangsfehler d überwiegend auf persönliche Ursachen zurückgeht. Er kann als mittlere Änderung der systematischen persönlichen Fehler angesehen werden, wobei nach Tabelle 4.2 der azimutabhängige den konstanten Anteil um etwa 70% übertrifft. Es muß aber noch eine Voraussetzung überprüft werden, die im vorigen Abschnitt stillschweigend getroffen wurde: daß die aus dem Ausgleich der gemittelten Sterndurchgänge hervorgehenden Restfehler v^* frei von systematischen Einflüssen insbesondere des Azimuts sind. In der folgenden Abbildung sind deshalb für 10° breite Azimutklassen die arithmetischen Mittelwerte der v^* - also unter Berücksichtigung ihres Vorzeichens - eingetragen. Abb. 5.1 enthält außerdem für deren mittlere Fehler die Schätzwerte $\sqrt{\frac{1}{12}} \cdot \bar{v}$ (Tab. 4.2), nachdem auf eine Klasse im Schnitt 12 Einzelwerte entfallen.

Da dem mittleren Fehler eine Wahrscheinlichkeit von 68.3% zukommt, müßten von den 36 bzw. 32 kartierten Punkten etwa 11 außerhalb der Kurven liegen. Tatsächlich sind es nur 10 bzw. 9, wobei diese Verhältnisse auch für genauere, klassenweise Berechnung gelten. Ein Einfluß des Azimuts ist praktisch nicht festzustellen, wenn man von den in Abb. 8.1 extra dargestellten schwachen Sternen absieht. Zwar besteht

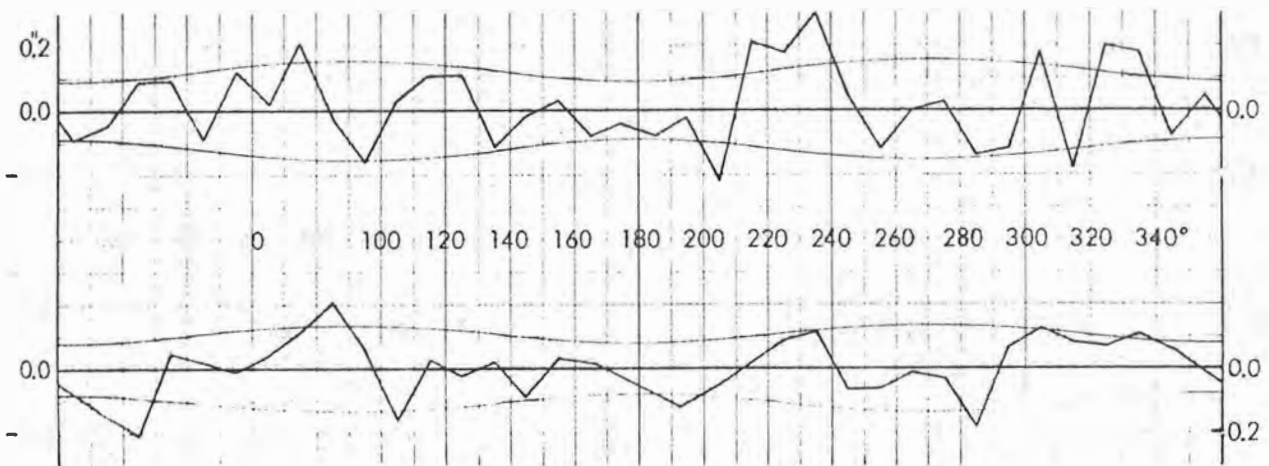


Abb. 5.1: Arithmetische Mittelwerte der v^* (Nardin bzw. Microsplit).

eine gewisse Ähnlichkeit der beiden Linienzüge bei 230° und 330° , wo größere positive Werte einander benachbart sind, doch kann für diese isolierten Stellen keine plausible Begründung gefunden werden. Außerdem ist die Spitze $+ 0''30$ bei 235° möglicherweise durch einen Koordinatenfehler des häufig beobachteten Sterns 667 (große Eigenbewegung!) verursacht, der immer stark positive v^* ergab.

Die Durchgangsfehler sind also von systematischen Einflüssen der vertikalen Stern- geschwindigkeit und des parallaktischen Winkels weitgehend frei - die bei Abb.4.1-3 praktizierte Vorgangsweise, mit Absolutbeträgen von Restfehlern zu operieren sowie östliche und westliche Azimute zusammenzufassen, ist daher zulässig. Es sei hier aber gleich angemerkt, daß solche Abhängigkeiten bei einem der in Kapitel 7 untersuchten Beobachter festgestellt wurden.

6. KORRELATION VON ZEIT-UND WINKELFEHLERN

Die numerischen Ergebnisse der Kapitel 3 - 5 wurden unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes (3.3) abgeleitet, sind also streng genommen nur bei Zusammenwirken unabhängiger Fehleranteile gültig. Von den Einflüssen der Uhr (5.1) abgesehen, sind im vorliegenden Beobachtungsmaterial hauptsächlich persönliche Fehler wirksam - zum Beispiel trägt nach (5.6) der Kompensator weniger als 20% zum Antrittsfehler bei ruhendem Stern bei. Wenn aber Zeit- und Zielfehler vom Beobachter verursacht sind, können sie auch mehr oder weniger stark korreliert sein.

Für den Grenzfall eines direkten funktionalen Zusammenhanges entwickelt W. LORCH in /10/ Seite 26 einen Ansatz, demzufolge sich beide Fehleranteile additiv überlagern. Er stellt bei Labormessungen eine leichte Überlegenheit gegenüber dem Albrecht'schen Ansatz fest. In unserer Schreibweise gilt für den Antrittsfehler

$$\bar{m}_2 = \pm (A' \cdot \sin a + B'), \quad (6.1)$$

wobei die Ausgleichung der empirischen Daten auf lineare Regression mit der Abszisse $\sin a$ rückführbar ist. Durch Vergleich der Ergebnisse nach (3.3) und (6.1) soll nun die Stärke der Korrelation bei den Beobachtungen des Verfassers beurteilt werden.

Während die Ausgleichung der mit der Quarzuhr erhaltenen Antrittsfehler (Abb.3.3) problemlos ist, führt der Ansatz (6.1) bei den Messungen der mechanischen Stoppuhr (Abb.3.2) in ein gewisses Dilemma. Einerseits ist der zufällige Fehler U der Uhrablesung mit den anderen Beobachtungsfehlern nicht korreliert, andererseits ist U von vornherein nicht genügend genau bekannt. Um dem Problem auszuweichen, wird zunächst aus dem Unterschied der früher erhaltenen Fehlergesetze (3.6) der Uhrfehler

$$U = \sqrt{(A^2 + B^2)_{3.6a} - (A^2 + B^2)_{3.6b}} = \pm 0.37 \quad (6.2)$$

angenommen und seine Wirkung $U \cdot \sin a$ von den quadratischen Mittelwerten der Abb.3.2 gemäß der Fehlerfortpflanzung abgezogen. Bringt man $U \cdot \sin a$ nach dem Ausgleich wieder an (6.1) an, sind die Ergebnisse auch bei fehlerhaftem U nahezu korrekt. Die Antrittsfehler beider Meßreihen sind demnach durch die Funktionen

$$\text{Nardin} \quad \bar{m}_2 = \sqrt{(0.23 \sin a + 0.45)^2 + (0.37 \sin a)^2} \quad (6.3a)$$

$$\text{Microsplit} \quad \bar{m}_2 = \pm (0.24 \sin a + 0.44) \quad (6.3b)$$

darstellbar. Die Anpassung an die Meßdaten ist bei (6.3a) etwas schlechter, bei (6.3b) geringfügig besser als mit (3.6). Die Übereinstimmung der A' hängt direkt mit der Wahl von U in (6.3a) zusammen, hat also nicht viel zu besagen. Bemerkenswert sind die niedrigen Zielfehler $B' = 0.45$ bzw. 0.44 , die zwar gut übereinstimmen, aber deutlich unter den Vergleichswerten 0.50 und 0.52 aus (5.2) resp. (5.3) liegen. Dies deutet darauf hin, daß A' und B' nicht korreliert sind, sodaß der An-

satz (3.3) eher der Realität entspricht.

Analog zu Kapitel 4 sollen nun auch die gesamten zufälligen Fehler und in der Folge die Durchgangsfehler betrachtet werden. Von den Werten der Abb. 4.2 muß man vor der Berechnung einer ausgleichenden Sinuskurve wieder den Einfluß des Uhrfehlers U abziehen, der für $\nu = 4.5$ (4 - 5 Fadenpaare) $0''.174 \sin \alpha$ beträgt. Die Resultate sind

$$\text{Nardin} \quad \bar{v} = \sqrt{(0.220 \sin \alpha + 0.266)^2 + (0.174 \sin \alpha)^2} \quad (6.4a)$$

$$\text{Microsplit} \quad \bar{v} = \pm (0.240 \sin \alpha + 0.221) \quad (6.4b)$$

wobei die Gewichtseinheitsfehler gegenüber (4.1) um 10% auf $0''.040$ bzw. $0''.026$ ansteigen. Die Schätzung der Durchgangsfehler erfolgt sowohl unter der Annahme, daß sie unabhängig von den Antrittsfehlern m_2 sind (d), als auch unter Annahme eines direkten Zusammenhanges (d'). Tabelle 6.1 enthält ferner die Wirkung in drei Hauptrichtungen.

TABELLE 6.1

Uhr	Fehlerart	A'	B'	U	$0^\circ, 180^\circ$	$45^\circ, 135^\circ$	90°
Nardin $\nu = 4.5$	\bar{v}	$0''.220$	0.266	$0''.174$	± 0.266	± 0.439	± 0.516
	$\bar{m}_2/\sqrt{\nu}$	0.110	0.210	0.174	0.210	0.313	0.364
	d	0.203	0.163		0.163	0.308	0.366
	d'	0.096	0.056		0.056	0.126	0.152
Microsplit $\nu = 7.0$	\bar{v}	0.240	0.221	0	± 0.221	± 0.391	± 0.461
	$\bar{m}_2/\sqrt{\nu}$	0.091	0.166	0	0.166	0.230	0.257
	d	0.237	0.146		0.146	0.316	0.383
	d'	0.149	0.055		0.055	0.161	0.204

Wenn Antritts- und Durchgangsfehler stark korreliert sind, ist nicht einzusehen, warum das Verhältnis $A': B'$ bei \bar{m}_2 etwa 0.5, bei d' aber 1.7 bzw. 2.7 sein sollte. Da sich außerdem die beiden Ergebnisse von d' stark unterscheiden, dürfte die Annahme unzutreffend und daher der Durchgangs- vom Antrittsfehler weitgehend unab-

hängig sein.

In Tabelle 6.1 differieren aber auch die beiden Ergebnisse von d weit mehr als in Tabelle 4.2 und ihre konstanten Anteile $B'(d)$ liegen merklich unter dem Laborwert $(5.7) = 0''20$. Daß sich ferner (6.4) etwas schlechter als (4.1) an die Meßwerte anpaßt und (6.3) zu kleine Zielfehler liefert, spricht gegen die Existenz merklicher Korrelationen zwischen Zeit- und Zielfehlern. Bei dem untersuchten Beobachtungsmaterial ist also das Fehlerfortpflanzungsgesetz vorzuziehen. Möglicherweise kommen die in /10/ aufgezeigten Abhängigkeiten nur bei Labormessungen, die von Natur aus weniger Störungen unterworfen sind, stärker zum Tragen.

7. FEHLERANALYSE BEI ANDEREN BEOBACHTERN

Um beurteilen zu können, wieweit die gewonnenen Fehlergesetze allgemein gültig sind, werden auch Messungen anderer Beobachter an Ni 2 - Astrolabien untersucht. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick; die Spalten 5 - 7 stellen Durchschnittswerte eines Satzes bzw. Durchgangs dar.

TABELLE 7.1

Beobachter	Stationen	Breite	Sätze (Abde)	Sterne	Fadenpaare	$M_{\varphi}, M_{\lambda \cdot \cos \varphi}$	Beob. Jahr	Quelle
Bretterbauer	TU Wien	48.2°	2	15.5	8.6	0''31	1975	pers.
Erker	"	48.2°	5(4)	11	7.4	0.30	1974/75	"
Rössler	"	48.2°	3	14	9.4	0.33	1975	"
Reichhart	TU Wien	48.2°	7	15	6.6	0.36	1974	/13/
Rödde a)	nördl. BRD	50-55°	21	59	1.5	0.19	1970	/15/
Rödde b)	südl. BRD	≈ 48.5°	22	60	1.5	0.18	1971	/16/
Greiner	Stuttgart	≈ 48.9°	5	15	9	0.55	1970	/ 3/
Grözinger	Stuttgart	≈ 48.9°	5	15	9	0.49	1970	/ 3/
Petry	Stuttgart	≈ 48.9°	8(5)	18	10	0.61	1975	/11/
Deichl (Reg. Mikr.)	München	48.2°	3	19	(9)	0''34	1974?	/ 6/

Als erstes sollen die am Institut für Höhere Geodäsie der Technischen Universität Wien vorliegenden Ortsbestimmungen behandelt werden, da sie unter ähnlichen Umständen und z. T. mit denselben Instrumenten stattfanden wie die des Verfassers. Die Ergebnisse der Beobachter BRETTERBAUER, ERKER und RÖSSLER werden in eine Gruppe zusammengefaßt, da ihre Genauigkeit (M_φ , M_λ) vergleichbar und die Fehlercharakteristik (insbesondere $m_2 : d$) sehr ähnlich ist. Alle drei Genannten haben reiche Beobachtungserfahrung, wenn auch nicht für die Methode gleicher Höhen.

Abbildung 7.1 enthält für 16 Azimutklassen die absoluten und quadratischen Mittelwerte der Antrittsfehler und zufälligen Restfehler. Auf die meisten Klassen entfallen 5 - 11, im Schnitt 8 Einzelwerte. Die Zerlegung in Zeit- und Zielfehler wird wie in Kapitel 3 - 4 mit der ausgleichenden Funktion (3.3) $\sqrt{(A \sin \alpha)^2 + B^2}$ vorgenommen, welche sich besser als (6.1) den empirischen Daten anpaßt.

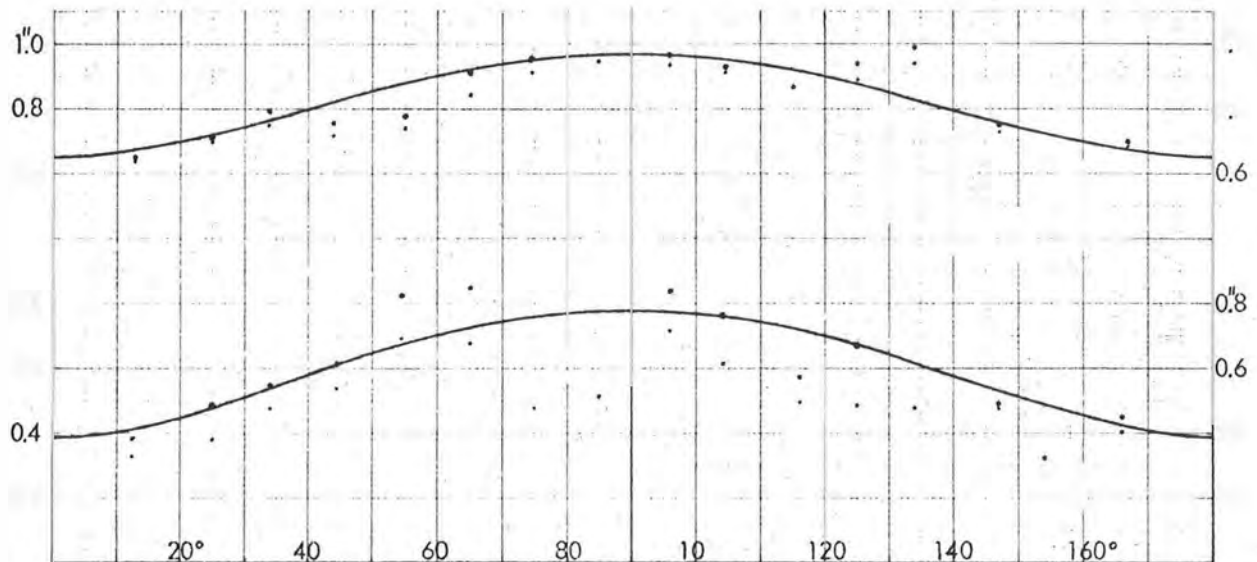


Abb. 7.1: \bar{m}_2 , \bar{v} (Bretterbauer, Erker, Rössler)

Wegen des geringeren Datenumfangs ist die Streuung zwar größer als in Abb. 3.3 u. 4.3, es sind aber auch hier keine systematischen Einflüsse von q oder δ zu erkennen. Die quadratischen Mittelwerte liegen im Schnitt um 4 bzw. 24% über den Durchschnitten, was sich mit den theoretischen Werten 3.1% (Tab. 3.1) bzw. 25.3% verträgt und einen weiteren Hinweis auf die Homogenität der zusammengefaßten Datengruppe darstellt. Der Gipfel der Kurve \bar{v} ist stärker ausgeprägt als beim Verfasser, was auf einen größeren Reaktionsanteil A (d) in den Durchgangsfehlern hindeutet. Analog Ka-

pitel 4 wird d mittels $\sqrt{\frac{\bar{v}^2}{v} - \frac{\bar{m}_2^2}{v}}$ abgeschätzt, wobei die Anzahl der gemessenen Fadenpaare durchschnittlich $v = 8.4$ beträgt.

$$\begin{aligned} \text{Br. - Er. - Rö.} \quad \bar{v}^2 &= (0''671 \sin \alpha)^2 + 0''389^2 \\ \text{(Microsplit,} \quad \bar{m}_2^2 &= (0.711 \sin \alpha)^2 + 0.655^2 \\ \text{v = 8.4)} \quad d^2 &= (0.624 \sin \alpha)^2 + 0.317^2 \end{aligned} \quad (7.1)$$

Während drei Fehleranteile von \bar{m}_2 und d etwa 50% über den Vergleichswerten der Tabelle 4.2b liegen, ist $A(d) = 0''624$ fast doppelt so groß. Nach den Erfahrungen des Verfassers wird mit zunehmender Übung am Astrolab vor allem dieses Glied kleiner, wogegen sich für eine Person, die anderweitige Beobachtungserfahrung besitzt, die Zielfehler $B(d)$ nur wenig ändern. Dieses Verhalten ist durchaus plausibel, weil ein Absinken von $A(d)$ bedeutet, daß die Reaktionsweise bei aufeinanderfolgenden Sternen im Laufe der Zeit immer gleichmäßiger wird.

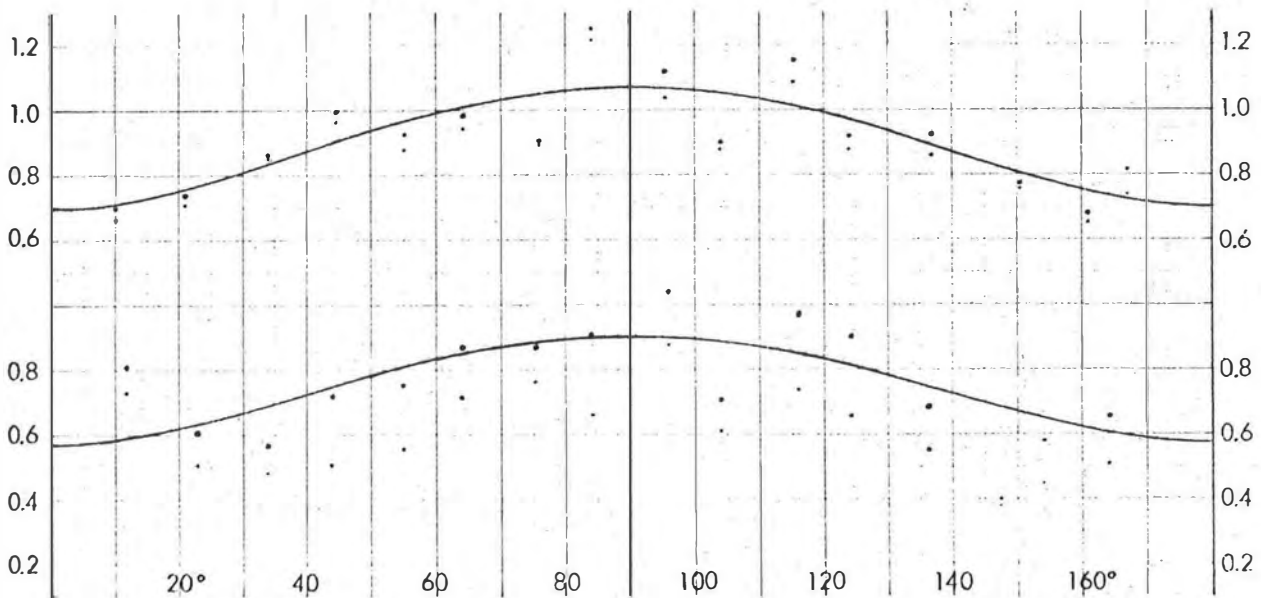


Abb. 7.2: \bar{m}_2, \bar{v} (Reichhart)

Abbildung 7.2 zeigt weiteres Beobachtungsmaterial, das der Diplomarbeit /13/ entstammt. Der Datenumfang (1400 Fadenantritte aus 7 Abenden) ist um ein Drittel geringer als bei der vorigen Gruppe, weshalb die Streuungen von vornherein größer sind; außerdem war die Anzahl der pro Durchgang gemessenen Fadenpaare nicht einheitlich (anfangs $v = 3 - 5$, gegen Ende $v = 9$). Die ausgleichenden Funktionen ergeben:

$$\begin{aligned} \text{Reichhart} \quad \bar{v}^2 &= (0.693 \sin \alpha)^2 + 0.575^2 \\ (\text{Microsplit,} \quad \bar{m}_2^2 &= (0.809 \sin \alpha)^2 + 0.701^2 \\ v = 6.6) \quad d^2 &= (0.618 \sin \alpha)^2 + 0.506^2 \end{aligned} \quad (7.2)$$

Die Zeitfehler $A(\bar{m}_2)$, $A(d)$ sowie der Höhenfehler $B(\bar{m}_2)$ sind mit (7.1) vergleichbar. Letzterer übertrifft den Wert des Verfassers um 40% und bestätigt ungefähr die Aussage der Tabelle 5.1. Der jeden Fadenantritt in gleicher Weise beeinflussende Zielfehler $B(d) = \pm 0.506$ liegt jedoch um 60% höher als in (7.1) und spiegelt zu einem Teil die in summa geringe Beobachtungserfahrung wider. Die Diplomarbeit enthält ferner zahlreiche Sterneck-Breitenbestimmungen, bei denen ebenfalls ein deutlicher Unterschied zwischen innerer und äußerer Genauigkeit besteht. Möglicherweise ist der hohe Wert $B(d)$ durch ungenaue Fokussierung bedingt - siehe Kapitel 5 - die sich wegen der Körpergröße des Beobachters (unbequeme Haltung!) stärker auswirken könnte. Instrumentelle Ursachen scheiden als Erklärung aus, weil das benützte Nivellier Nr. 53342 auch vom Verfasser eingesetzt war und aus Tabelle 4.2 $B(d) = \pm 0.20$ resultierte.

Zahlreiche astronomische Ortsbestimmungen mit dem Ni 2 - Astrolab werden alljährlich von A. RÖDDE (IfAG, Frankfurt a.M.) vorgenommen. Aus den vielen einschlägigen Publikationen seien die beiden letzten /15/, /16/ zur genaueren Analyse herausgegriffen.

Die Beobachtungsanordnung unterscheidet sich wesentlich von der des bisher untersuchten Materials. Es werden nämlich pro Satz etwa 60 Sterne gemessen, allerdings nur an drei Fäden. Daß die Zeitregistrierung mit einem Chronografen erfolgt, macht relativ wenig Unterschied. Hingegen enthält das Beobachtungsprogramm auch FK4Sup-Sterne, was in Verbindung mit dem engen 2'- Fadennetz eine schnellere Sternfolge - im Schnitt 1.5 Minuten - ermöglicht. Dadurch ist es andererseits möglich, daß die Durchgangsfehler rasch aufeinanderfolgende Sterne im gleichen Sinn beeinflussen (siehe Kapitel 5), sodaß der Sternverteilung erhöhte Aufmerksamkeit zu widmen wäre /9/. Ferner muß bei Einbeziehung des FK4 Sup mit Koordinatenfehlern bis 1.0 gerechnet werden, was allerdings bei 60 beobachteten Sternen wenig ins Gewicht fällt.

Zur Untersuchung wurden aus /15/ die 21 im Jahre 1970 gemessenen Sätze herangezogen, aus /16/ die ersten 22 Sätze. Leider liegen über die Streuung an den 3 Einzelfäden keine Angaben vor, sodaß sich die Untersuchung zunächst auf die Restfehler v^* der gemittelten Fadenantritte beschränken muß. Die Punkte der Abbildungen 7.3 und 7.4 bedeuten wieder quadratische Mittelwerte $Q(v^*) =$ der Azimutklassen. Die ihnen angepaßten vollen Kurven verlaufen wesentlich flacher als bei den anderen Beobachtern, passen aber gut zueinander:

$$\text{Rödde 1970} \quad \bar{v}^2 = (0.338 \sin a)^2 + 0.926^2 \quad (7.3a)$$

$$\text{Rödde 1971} \quad \bar{v}^2 = (0.380 \sin a)^2 + 0.914^2 \quad (7.3b)$$

Ein Vergleich mit (4.1b) ist nicht ohne weiteres möglich, weil sich in (7.3) wegen der wenigen Fäden die (unbekannten) Antrittfehler sicher viel stärker auswirken. Dennoch ist klar, daß der wesentliche Unterschied im Verhältnis von Zeit- und Zielfehler $A(\bar{v}) : B(\bar{v})$ liegt.

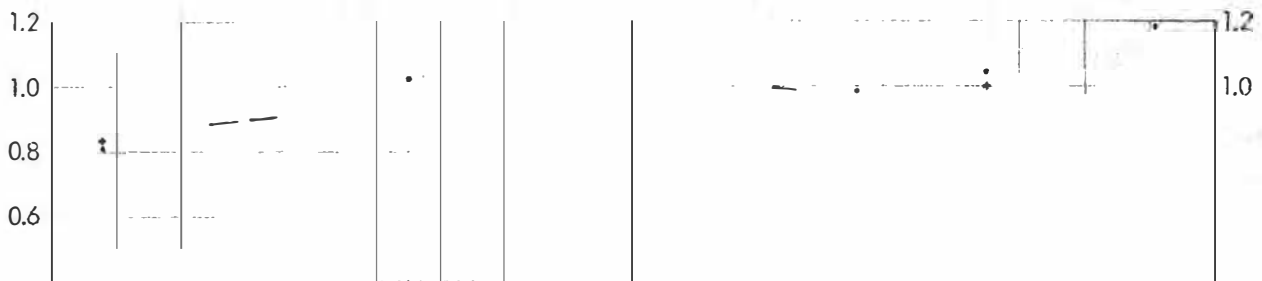


Abb. 7.3: \bar{v}, v_s (Rödde 1970)

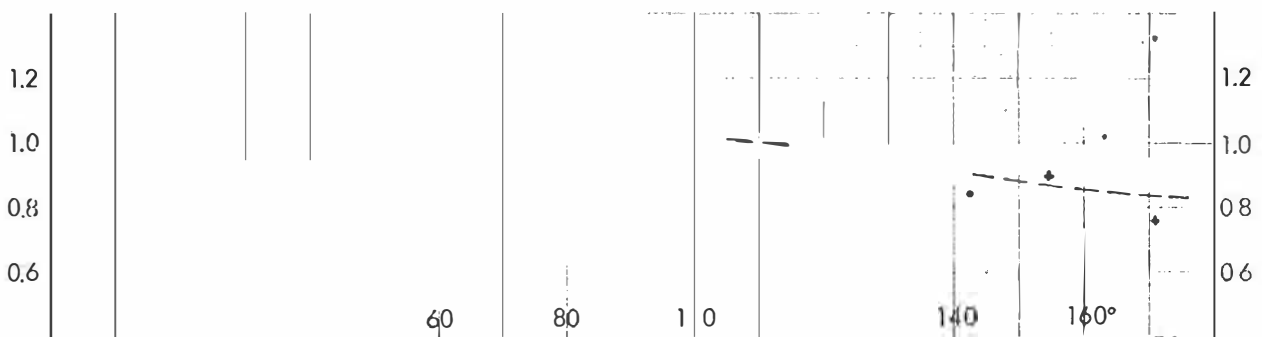


Abb. 7.4: \bar{v}, v_s (Rödde 1971)

Beim Kartieren der Restfehler war bereits aufgefallen, daß sie in Meridiannähe meist positiv waren. Um die systematischen von den zufälligen Fehlern einigermaßen zu trennen, wurde daher dem quadratischen Mittelwert $Q(v^*)$ jeder Klasse die Standard-

abweichung

$$s(v^*) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left([v^{*2}] - \frac{1}{n} [v^*]^2 \right)} \quad (7.4)$$

gegenübergestellt, in der das Vorzeichen der v^* zum Tragen kommt. In einigen Klassen unterscheidet sich $s(v^*)$ merklich von $Q(v^*)$ und ist in Abbildung 7.3-4 durch Kreuze markiert. Ein Ausgleich der Standardabweichungen liefert die wesentlich steileren strichlierten Kurven

$$\text{Rödde 1970} \quad \overline{v_s}^2 = (0.513 \sin a)^2 + 0.866^2 \quad (7.5a)$$

$$\text{Rödde 1971} \quad \overline{v_s}^2 = (0.590 \sin a)^2 + 0.829^2 \quad (7.5b)$$

Gegenüber (7.3), deren Werte durch die ungleiche Vorzeichenverteilung der v^* verzerrt sind, ist A um 52% bzw. 55% auf Kosten von B gewachsen. Die Fehleranteile stimmen recht gut überein, und auch das Verhältnis A : B hat sich dem von (4.1b) etwas genähert.

Um die systematischen Einflüsse des Azimuts zu erkennen, wurden die arithmetischen Mittelwerte $\frac{[v^*]}{n}$ jeder 10° -Klasse berechnet und von $0 - 360^\circ$ in Abb. 7.5 eingetragen. Zusätzlich zu den in Abb. 7.3-4 verarbeiteten Daten wurden noch Beobachtungen des Jahres 1968/15/1. Teil einbezogen, die durch leere Kreise gekennzeichnet sind. Im Gegensatz zu Abb. 5.1 ist eine klare Abhängigkeit vom Azimut gegeben, welche für meridiannahе Südsterne auf über $1''$ anwächst. Zum Beispiel haben von insgesamt 31 Sternen mit Durchgängen 10° beidseits des Südmeridians nur zwei schwach negative Restfehler, das Mittel beträgt $+1''.43 \pm 0.14$. Unter 59 Sternen $167^\circ < a < 193^\circ$ mit einem Durchschnitt von $+1''.20 \pm 0.11$ sind sechs $v^* < 0$ zu finden. Bei Azimuten bis 40° besteht stark positive Tendenz, für $a > 310^\circ$ negative. Das ponderierte Mittel aller Punkte ist selbstverständlich Null.

Da sich die meridiannahen Beobachtungen auf eine relativ kleine Gruppe von Sternen beschränken, sei abgeschätzt, wie weit die Effekte auf Koordinatenfehler zurückgehen können. Das untersuchte Material 1970/71 enthält im nördlichen Bereich ($\pm 20^\circ$) 18 FK4 - und 22 Supplementsterne, auf die letzteren entfallen aber nur 40% der 220 Durchgänge. Unter der Annahme, daß die Deklinationsfehler des FK4 Sup im Mittel $< \pm 0''.5$ und normalverteilt (?) sind, ist ihr Einfluß auf v^* kleiner als $\pm 0''.32$,

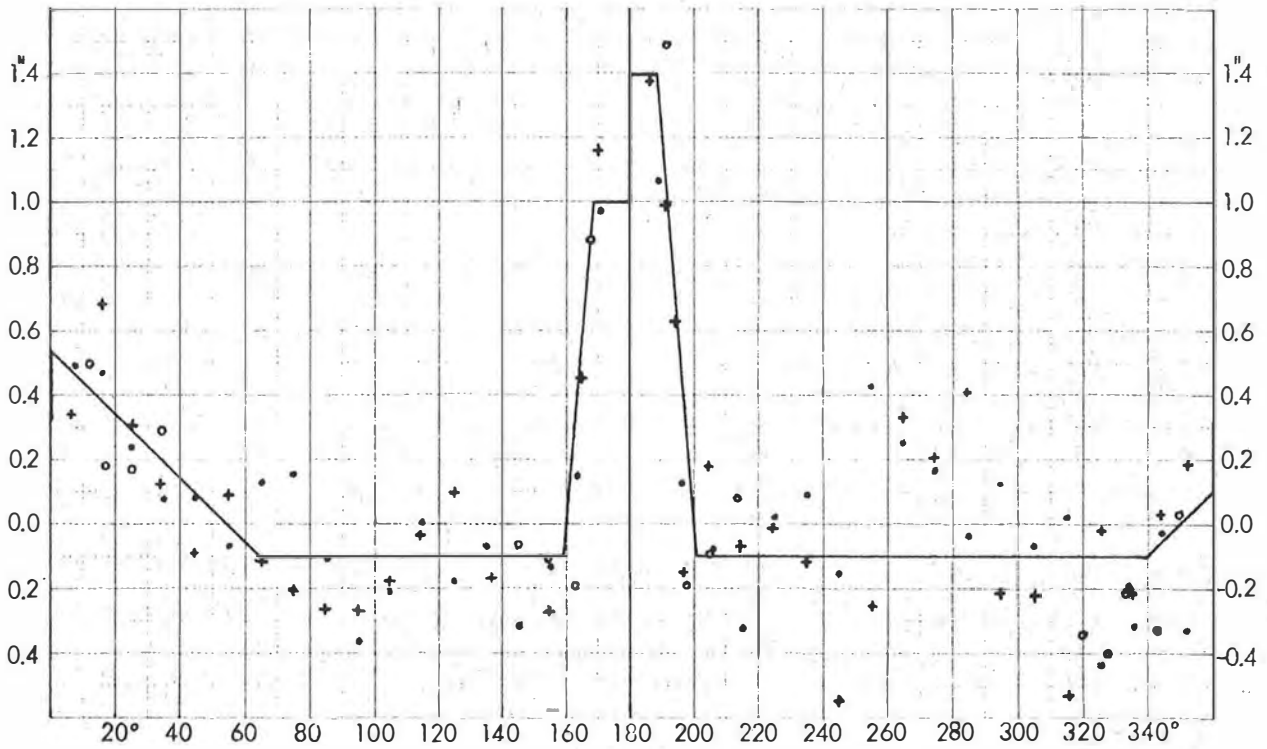


Abb. 7.5: Arithmetische Mittelwerte der v^* (Rödde 1968 - 1971) für 10° breite Azimutklassen. Symbole: o 1968, ● 1970, + 1971.

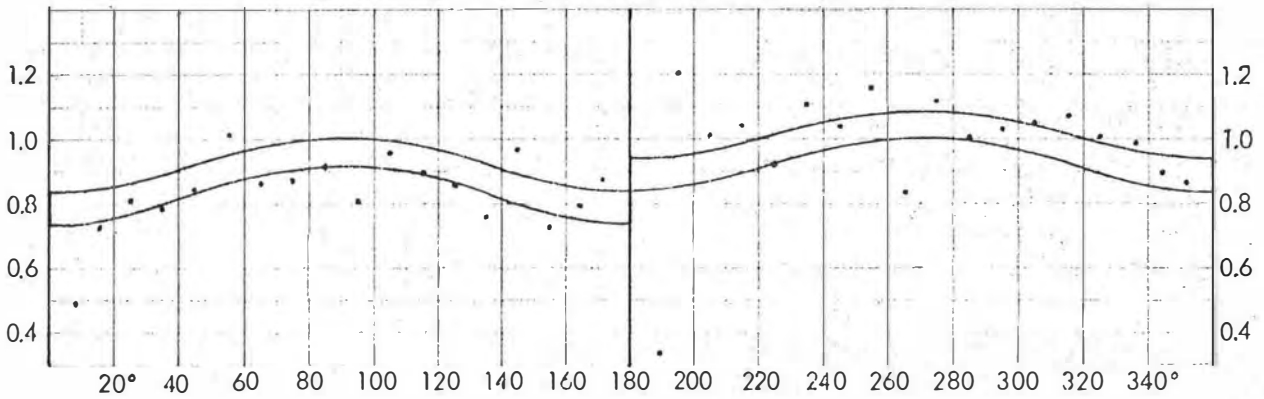


Abb. 7.6: Gemittelte Standardabweichungen \bar{v}_s der 10° -Azimutklassen, getrennt für Ost- und Weststerne (Rödde 1970).

sodaß $\frac{[v^*]}{n}$ im Norden um etwa $0''.05$ verfälscht sein kann. Zur Sicherheit wurde für die häufiger beobachteten Sterne der azimutale Verlauf der Restfehler geprüft - er entsprach ungefähr der Tendenz von Abb. 7.5.

Etwas kritischer ist die Situation im Süden, wo das steile Maximum auf nur 21 verschiedenen Katalogsternen ($167^\circ < a < 193^\circ$) beruht; 33 der 59 Durchgänge entfallen auf die 10 Sup-Sterne. Mehrmals zeigte sich, daß bei genügend dichten Daten die Spitze der Abb. 7.5 auch bei sternweiser Betrachtung hervortritt. In vielen Fällen liegen überdies Beobachtungen in größerem Meridianabstand vor, die keine Hinweise auf größere Koordinatenfehler ($> 0''.8$) liefern. Somit dürfte feststehen, daß die azimutale Abhängigkeit der v^* zum überwiegenden Teil persönliche Ursachen hat.

Eine Erklärung dieser systematischen Fehler, die auch das Ergebnis von φ etwas beeinflussen, ist nicht leicht möglich. Das in einer früheren Publikation RÖDDE'S (DGK B 162, Frankfurt 1968) angesetzte "Sprungglied" $S \cdot \text{sign}(\sin a)$ scheidet aus, da es Ost- und Weststernen konstante Zenitdistanzdifferenzen zuweist; wegen der in /14/ erwähnten Beobachtungstechnik, bei meridiannahen Sternen den An- und Austritt getrennt zu registrieren, könnte S allenfalls die Unterschiede $170/190^\circ$ bzw. $10/350^\circ$ darstellen, wenn sie nicht ungleiches Vorzeichen $+ 0''.4, - 0''.4$ hätten. Der parallaktische Winkel kann auch nicht viel erklären, weil schleifende Schnitte im Süden über einen viel weiteren Bereich auftreten, das Maximum der Abb. 7.5 aber gerade dort sehr spitz ist. Am ehesten trifft eine Kombination der Einflüsse von vertikaler Sterngeschwindigkeit \dot{h} und Deklination δ zu, wobei ersterer nur zwischen gewissen Azimutgrenzen wirkt:

Betrachtet man nämlich die Originaldaten näher, fällt ein abrupter Sprung der v^* in der Nähe der Azimute 167° und 193° auf; er ist bei den Beobachtungen 1968 mit $1 - 2''$ besonders deutlich ausgeprägt. Möglicherweise findet bei dem dort herrschenden Wert $\dot{h} = 2.2''/\text{sec}$ ein Wechsel der Ziel- oder Reaktionsweise statt. Dafür spricht die Tatsache, daß zur Wahrnehmung von Bewegungen eine Winkelgeschwindigkeit $1 - 2''/\text{sec}$ nötig ist (SCHÖBER 1958), die bei 32facher Vergrößerung in etwa 15° Meridianabstand auftritt. Denkbar wäre in diesem Zusammenhang auch ein Einfluß der Fadendicke, weil ein Stern 6. Größe in Meridiannähe bereits kurze Zeit hinter dem

Faden verschwindet und schwache Sterne gerade dort häufig beobachtet werden müssen. Daß ferner die systematischen Fehler im Süden mindestens dreimal größer als im Norden sind, dürfte mit der horizontalen Sterngeschwindigkeit $\approx \cos \delta \cdot 15''/\text{sec}$ zusammenhängen. Sie verhält sich nach Abb. 3.4 etwa wie 0.9 zu 0.2 - und nach den Erfahrungen der physiologischen Optik wirken alle stärkeren Augenbewegungen störend auf den Zielvorgang.

Aus dem letztgenannten Grund stellt sich noch die Frage, ob die Streuung der v^* bei auf- und absteigenden Sternen ähnlich ist. Abbildung 7.6 zeigt tatsächlich für die Westhemisphäre merklich größere Standardabweichungen als für östliche Azimute, und auch in Abb. 7.5 streut die rechte Seite stärker. Dafür könnte die Tatsache verantwortlich sein, daß die Beweglichkeit der Augen in verschiedenen Richtungen verschieden ist; in /10/ werden diesbezügliche Effekte bei älteren Durchgangsmessungen zitiert. Die beiden ausgleichenden Kurven der Abb. 7.6 unterscheiden sich um etwa 0!2:

$$\text{Rödde 1970} \quad \text{Oststerne} \quad \overline{v_s}^2 = (0.546 \sin a)^2 + 0.738^2 \quad (7.6a)$$

$$\text{Weststerne} \quad \overline{v_s}^2 = (0.532 \sin a)^2 + 0.941^2 \quad (7.6b)$$

Daß in Kapitel 4 die westlichen $Q(v^*)$ im Mittel nur um 2% (0!01) über den östlichen liegen, könnte daher kommen, daß der Verfasser bei seinen Messungen eher den Faden fixiert und den Sterndurchgang ohne nennenswerte Augenbewegungen erwartet.

Wegen der im Beobachtungsmaterial /15/, /16/ enthaltenen regelmäßigen Fehler erscheint es nunmehr vertretbar, für die Herleitung der nicht zufälligen Fehler die Standardabweichungen (7.4) heranzuziehen und außerdem bei der 10° - Klassenbildung Azimute $\leq 180^\circ$ nicht mehr zusammenzufassen. Die zufälligen Restfehler sind demnach genähert

$$\text{Rödde 1970} \quad \overline{v_s}^2 = (0!55 \sin a)^2 + 0!84^2 \quad (7.7a)$$

$$\text{Rödde 1971} \quad \overline{v_s}^2 = (0.62 \sin a)^2 + 0.80^2 \quad (7.7b)$$

$$\text{Mittel} \quad A = 0.59, \quad B = 0.82 \quad (7.7c)$$

Die beiden Ansätze stimmen gut überein; (7.7a) ist in Abb. 7.6 eingetragen und verläuft fast genau in der Mitte zwischen (7.6a) und (7.6b). Der konstante Fehleranteil $B(\overline{v})$ übertrifft den azimutabhängigen um etwa 40% - gerade umgekehrt als im Fehler-

gesetz (4.1).

Sicher sind in (7.7) neben Antritts- auch Durchgangsfehler d enthalten. Da über erstere zunächst nichts bekannt ist, werden sie durch einen Genauigkeitsvergleich des vorliegenden Materials mit früheren Messungen RÖDDE'S an nur einem Faden /14/ abgeschätzt. Zu diesem Zweck werden die Gewichtseinheitsfehler der einzelnen Sätze quadratisch gemittelt:

1970/71	/15, 16/	$\pm 0''.999$	an 3 Fäden	(43 Sätze à 60 Sterne)
1965	/14/	$\pm 1''.319$	an 1 Faden	(23 Sätze à 120 Sterne).

Da bei der älteren Serie dasselbe Instrumentarium eingesetzt war und der Beobachter bereits genügend Erfahrung hatte, ist der Unterschied großteils durch die Fadenanzahl erklärbar. Im durchschnittlichen Meridianabstand $\alpha' = 49^\circ$ (gleichmäßige Sternverteilung!) ist also der Antrittsfehler eines Einzelfadens

$$m'_1 \approx \sqrt{3} \cdot 2 = \pm 1''.05, \quad (7.8a)$$

seine Wirkung auf das Mittel dreier Fäden demnach $m'_3 \approx \pm 0''.61$, während der Rest von $\pm 0''.79$ auf d und die erwähnten systematischen Einflüsse zurückgeht. Eventuell ist m'_3 noch etwas größer, falls bei mehreren Fäden die Sorgfalt abnimmt. Der Verlauf der Antrittsfehler mit der Sternengeschwindigkeit ist nach der Literatur - jedenfalls für Meridianpassagen - bei allen Beobachtern ähnlich, wegen (3.6) wird daher $A(\bar{m}_3) \approx B(\bar{m}_3)$ angenommen. Die Fehlergesetze lauten dann

$$\bar{v}^2 = (0''.59 \sin \alpha)^2 + 0''.82^2 \quad (7.7c)$$

$$\bar{m}_3^2 \approx (0.5 \sin \alpha)^2 + 0.5^2 \quad (7.8)$$

$$3 \text{ Fäden) } d^2 \approx (0.3 \sin \alpha)^2 + 0.65^2.$$

Alle drei Funktionen stellen unregelmäßige Fehler dar, insbesondere beziehen sich \bar{v} und d nur auf die zufallsbedingte Streuung der systematischen Fehler (Abb. 7.5). d scheint nur bei alternierender Sternfolge /9/ normalverteilt zu sein. Während \bar{m}_3 und $A(d)$ mit den Werten des Verfassers vergleichbar sein dürften, ist der Zielfehler $B(d)$ dreimal größer als in Tabelle 4.2. Es liegt somit der Schluß nahe, daß auch die positiven Restfehler v^* der Meridiansterne weniger durch Änderungen der Reaktionsweise als der Zielauffassung verursacht werden.

Es wird nun eine Reihe von astronomischen Ortsbestimmungen untersucht, die im Rahmen räumlicher Polygonzüge des Geodätischen Instituts Stuttgart (Prof. RAMSAYER) vorgenommen wurden und Bestandteile zweier Diplomarbeiten /3/, /11/ sind. Pro Station wurden etwa 15 - 20 Sterne an fast allen 20 Fäden des Ni 2 - Astrolabs beobachtet. Die Zeitregistrierung erfolgte in /11/ über eine Fußtaste, was einen interessanten Vergleich mit der Handtastung ermöglicht.

Die Diplomarbeit /3/ enthält je 5 Sätze der beiden Beobachter W. GREINER und G. GRÖZINGER, die wegen der vergleichbaren Genauigkeit (Tabelle 7.1) zusammengefaßt seien. Die manuell geschlossenen Kontakte wurden einem Druckchronografen OTR 2 zugeleitet, die Zeitvergleiche mit HBG durchgeführt. Da die Originalarbeit keine Streuungen der Fadenantritte ausweist, mußten zur Abschätzung der Antrittfehler die Durchgangszeiten neu - paarweise - gemittelt werden. An den mit $\dot{h} = \cos \varphi \cdot \sin a \cdot 15''/\text{sec}$ in Höhenfehler umgerechneten Standardabweichungen (eines Fadenpaares) hat aber die Sternbahnkrümmung den in Abb. 7.7 gezeigten Anteil. Wird dieser Einfluß erst nachträglich in Abzug gebracht, muß in Meridiannähe, wo er klar überwiegt, mit beträchtlichen Ungenauigkeiten gerechnet werden. Abbildung 7.8 zeigt deshalb die Antrittfehler nur im weiteren Umkreis des 1. Vertikals (zwei Drittel des Materials), läßt aber dennoch ihre Abnahme zum Meridian erkennen. Im unteren Teil der Zeichnung sind wieder die quadratischen und absoluten Mittelwerte der Restfehler v^* aller 10 Sätze enthalten, wobei die 8 Klassen durchschnittlich 19 Einzelwerte umfassen. Für die verschiedenen Fehler gelten die ausgleichenden Funktionen

$$\begin{aligned}
 \text{Greiner - Grözingler} \quad \bar{v}^2 &= (0''.706 \sin a)^2 + 1''.121^2 \\
 v = 9.5 \quad \bar{m}_2^2 &= (0.93 \sin a)^2 + 1.46^2 \\
 d^2 &= (0.64 \sin a)^2 + 1.02^2
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Ebenso wie bei der früher behandelten Diplomarbeit REICHART'S, wo die Übung des Beobachters vergleichbar sein dürfte, wird die Genauigkeit der Ortsbestimmungen praktisch nur von den Durchgangsfehlern bestimmt, während die Anzahl der Fäden wenig Bedeutung besitzt. Gegenüber (7.2) fallen aber die doppelt so hohen Zielfehler $B(\bar{m}_2)$, $B(d)$ auf, während die Zeitfehler ähnlich sind. Eine Erklärung dafür ist

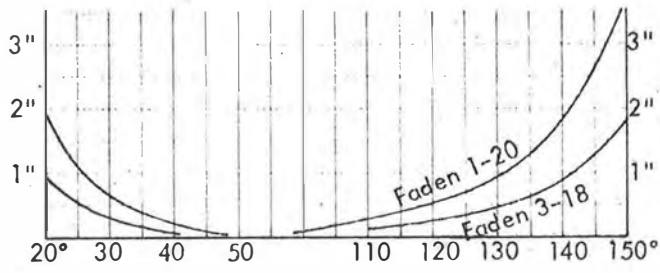


Abb. 7.7: Einfluß der Sternbahnkrümmung auf die Streuung von 8 bzw. 10 Fadenpaaren im Ni 2-Astrolab.

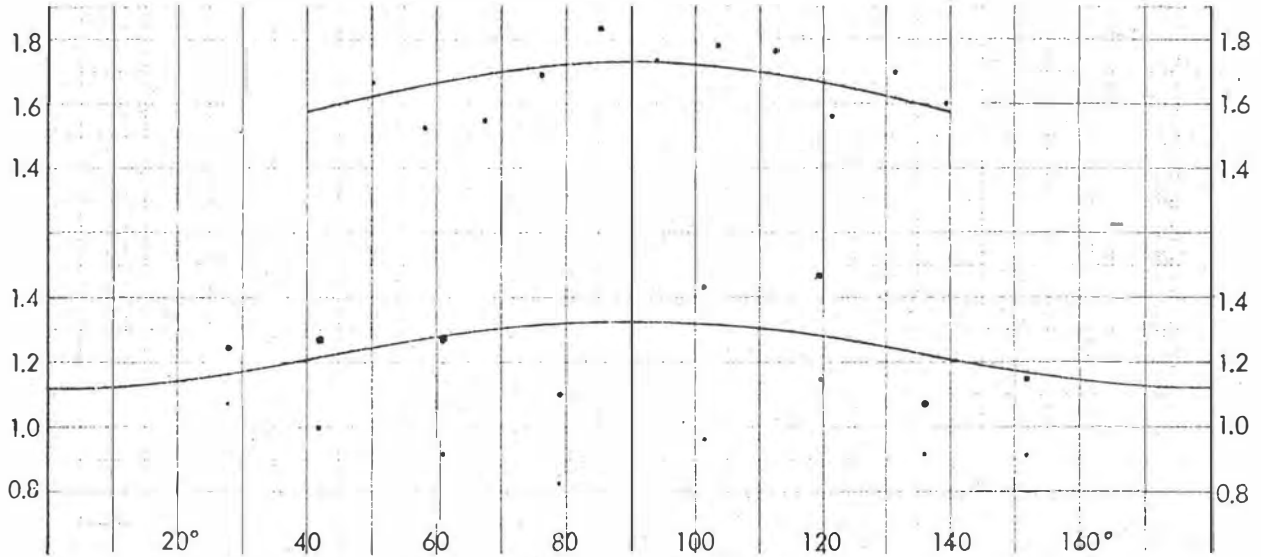


Abb. 7.8: \bar{m}_2, \bar{v} (Greiner, Grözinger)

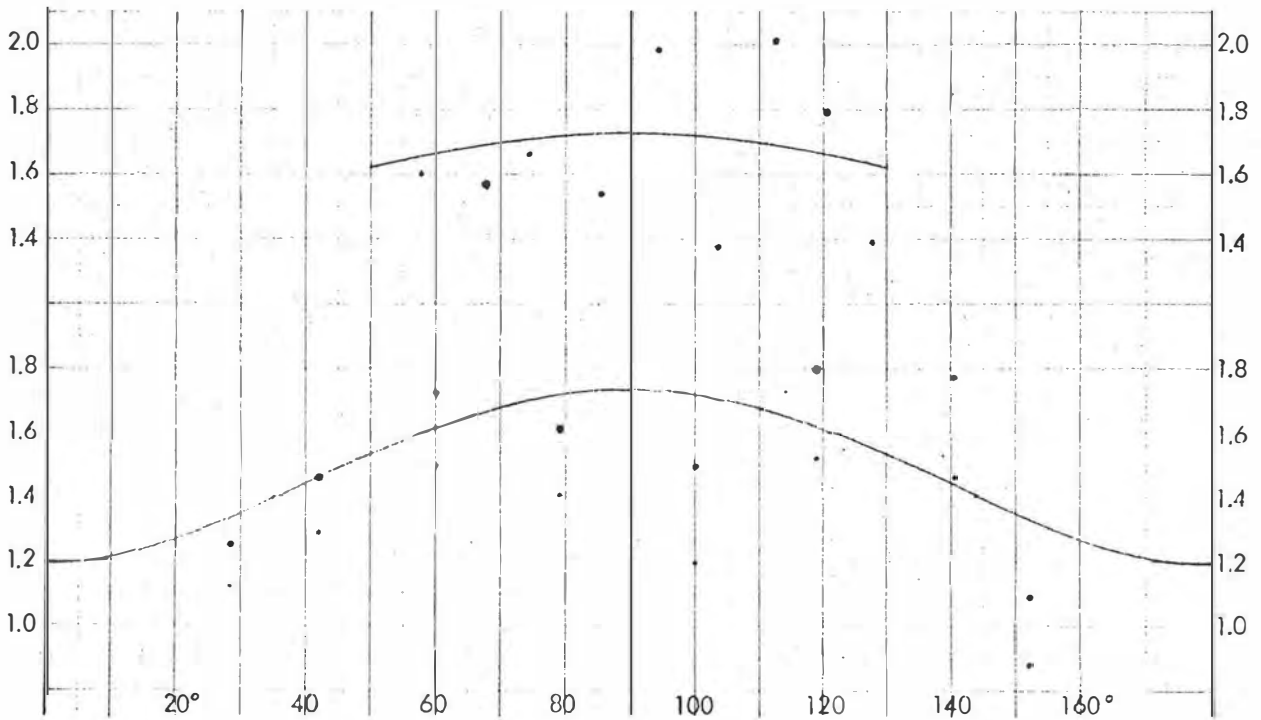


Abb. 7.9: \bar{m}_2, \bar{v} (Petry)

ohne Kenntnis der näheren Umstände nicht anzugeben, doch können instrumentelle Fehler (siehe Kapitel 5) bei der in Frage kommenden Größenordnung kaum verantwortlich sein.

Die Diplomarbeit /11/ beinhaltet insgesamt 8 von R. PETRY beobachtete Astrolabsätze. Im Gegensatz zu /3/ stand eine Fußtaste im Einsatz, die beim Heben des Fußes den elektrischen Kontakt schloß; die Zeiten wurden von einer Cronus-Kleinquarzuhr digital angezeigt. Abbildung 7.9 enthält im oberen Teil die auf ein Radenpaar bezogenen, wie vorhin ermittelten Antrittsfehler. Ihre ausgleichende Kurve verläuft 0!01 unter der in Abb. 7.8, was bei der großen Streuung aber als Zufall anzusehen ist. Jedenfalls werden die Punkte durch \bar{m}_2 aus (7.9) einigermaßen dargestellt. Unterhalb sind die Klassenmittel der v^* aufgetragen, sie beruhen auf durchschnittlich 18 Einzelwerten. Die ihnen angepaßte Kurve ist wesentlich steiler als vorhin, allerdings auch unsicherer.

$$\begin{aligned}
 \text{Petry} \quad \bar{v}^2 &= (1!255 \sin \alpha)^2 + 1!193^2 \\
 v = 9.9 \quad \bar{m}_2^2 &\approx (0.93 \sin \alpha)^2 + 1.46^2 \\
 d^2 &\approx (1.22 \sin \alpha)^2 + 1.10^2 .
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

Der Unterschied zu (7.9) besteht hauptsächlich im doppelt so großen Zeitfehler $A(d)$, was sich mit der schlechteren Reaktionsbereitschaft des Fußes erklären läßt. Letztere bleibt zwar während eines ganzen Sterndurchgangs etwa gleich, ist aber offenbar zwischen den Sternen größeren Schwankungen unterworfen - vielleicht auch wegen der Bodenbeschaffenheit. Da ähnliches bei einer anderen, hier nicht einbezogenen Diplomarbeit auftritt, dürfte die Verwendung einer Fußtaste ungünstig sein. Weitere Untersuchungen, etwa auf systematische Effekte, sind bei dem relativ kleinen Zahlenmaterial nicht möglich.

Zur Abrundung dieses Kapitels werden kurz die in /6/ mitgeteilten Daten betrachtet, welche sich auf Messungen mit dem von K. DEICHL (T.U. München) entwickelten Ni 2 - Registriermikrometer beziehen. Der Stern wird hierbei durch Drehen eines optischen Keils am Horizontalfaden gehalten, während eine Trommel 9 Kontakte schließt und öffnet (18 registrierte Zeiten, von denen aber wegen der raschen Aufeinanderfolge nur 9 als unabhängig gelten können). Auf Seite 501 werden für 54 Durch-

gänge dreier Sätze ($\varphi \approx 50^\circ$) die mittleren Fehler des Zeitmittels angegeben; nach Umrechnung in Zenitdistanz sind sie durch die ausgleichende Funktion

$$m_{(9)}^2 = (0''37 \sin a)^2 + 0''31^2 \quad (7.11)$$

darstellbar. Durch die Nachführung hat sich seltsamerweise, verglichen mit (3.6b), das Verhältnis A : B von 0.90 auf 1.19 umgedreht, die Wirkung des Zeitfehlers überwiegt den Zielfehler schon ab 57° Azimut. Beträgsmäßig ist die innere Genauigkeit (7.11) der Messung von nur 2 Fadenpaaren (3.6b) äquivalent, doch war die Beobachtungsübung am Registriermikrometer wahrscheinlich noch nicht sehr groß. In viel stärkerem Maß werden die Genauigkeiten jedoch vom Durchgangsfehler bestimmt, der bei dem in /6/ hergeleiteten Gewichtsansatz vernachlässigt ist. Die drei Sätze ergeben im mittleren Azimut $a' \approx 58^\circ$ einen Wert $v^{*'} \approx \pm 0''97$, wodurch in Verbindung mit (7.11)

$$d' = \sqrt{0.44^2} = \pm 0''86$$

folgt. d' liegt zwar wesentlich über $d(58^\circ) = 0''34$ aus Tabelle 4.2, aber der Zweck einer Nachführung liegt ja weniger im Erreichen guter innerer Genauigkeiten als im Ausschalten systematischer persönlicher Fehler. Jedenfalls ist zur Genauigkeitssteigerung die Zahl der Sterne viel wichtiger als die der Kontakte.

In der folgenden Tabelle sind die Antritts- und Durchgangsfehler aller untersuchten Meßreihen in Einheiten $0''01$ zusammengestellt. Die Antrittsfehler beziehen sich auf einen Einzelfaden, um den Vergleich mit der Literatur zu erleichtern. Als wichtigste Erkenntnisse sind zu nennen:

Die Antrittsfehler erfahrener Beobachter (1, 2, 4) verhalten sich ähnlich. Größere Unterschiede sind bei den Durchgangsfehlern festzustellen: A (d) scheint sich mit zunehmender Astrolab - Übung dem Wert $\pm 0''3$ zu nähern, während B (d) davon kaum berührt wird, sondern die persönliche Art der Zielansprache widerspiegeln dürfte. Allerdings können auch gewisse Kompensatorfehler das Glied B (d) etwas beeinflussen. Mangelnde Übung zeigt sich in d länger als in m_1 , Messungen mit Fußtaste (6) bewirken sehr großes A (d). Die Verwendung eines Registriermikrometers (7) vermindert nicht die zufälligen, sondern höchstens die systematischen Fehler.

TABELLE 7.2

Fehlergesetze verschiedener Beobachter

(A ≐ Zeitfehler, B = Zielfehler, Einheit 0"01 . Fehler² = A²sin² α + B²)

Beobachter	Antriebsfehler m ₁					Durchgangsfehler d					Anmerkung
	A	B	0°	45°	90°	A	B	0°	45°	90°	
1 Gerstbach	84	71	71	92	110	33	20	20	30	38	A(m ₁) inclusive Uhrfehler +55
Gerstbach	64	72	72	85	96	33	20	20	31	39	
2 Bretterbauer Erker, Rössler	100	93	93	117	137	62	32	32	54	70	
3 Reichhart	114	99	99	128	151	62	51	51	67	80	Diplomarbeit
4 Rödde	84	84	84	103	119	30	65	65	68	72	d incl. FK4 Sup, excl. syst. Zielf.
5 Greiner, Grözinger	131	206	206	226	244	64	102	102	111	120	Diplomarbeit
6 Petry ca.	131	206	206	226	244	122	110	110	140	164	", mit Fuß.
7 Deichl	111	93	93	122	145	bei 58°:			86	Registrier- mikrometer	

Für die optimale Anzahl der Fadenpaare ist das mittlere Verhältnis $m_1 : d$ ausschlaggebend, $v_{opt} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{m_1}{d} \right)^2 + 2$, siehe /9/. Dieses Verhältnis kann einfach aus dem Vergleich von Stern- und Fadenpaarauswertung (4.2) ermittelt werden und ist auch für einen sinnvollen Gewichtsansatz von Bedeutung.

8. SYSTEMATISCHE PERSÖNLICHE FEHLER

Im vorigen Kapitel wurden bei einem Beobachter systematische Zielfehler festgestellt, die vom Sternazimut abhängen und leichten Einfluß auf die Breitenbestimmung haben. Das in diesem Zusammenhang ebenfalls erwähnte "Sprungglied" wirkt auf die Länge, dürfte aber, falls überhaupt reell, mit zunehmender Übung verschwinden /14/. Ein konstanter Zenitdistanzfehler, dessen Existenz manchmal vermutet wird, beeinträchtigt die Ortsbestimmung überhaupt nicht. Hingegen sind für Astrolabbeobachtungen zwei Fehlerquellen wichtig, die meist als Helligkeitsgleichung und persönliche Gleichung bezeichnet werden.

In einer früheren Arbeit /7/ wurde festgestellt, daß Sterne schwächer als $5^m.5$ überwiegend zu spät gemessen werden. Um den Effekt genauer zu erfassen, sind in Abbildung 8.1 die Restfehler v^* für Helligkeiten $5.0 - 5.4$ (176 Sterne) sowie $5.5 - 5.9$ und $6.0 - 7.0$ (147 Sterne) über dem Azimut eingetragen. Besonders im unteren Bild ist zu erkennen, daß die v^* im Osten meist positiv, im Westen negativ sind. Da

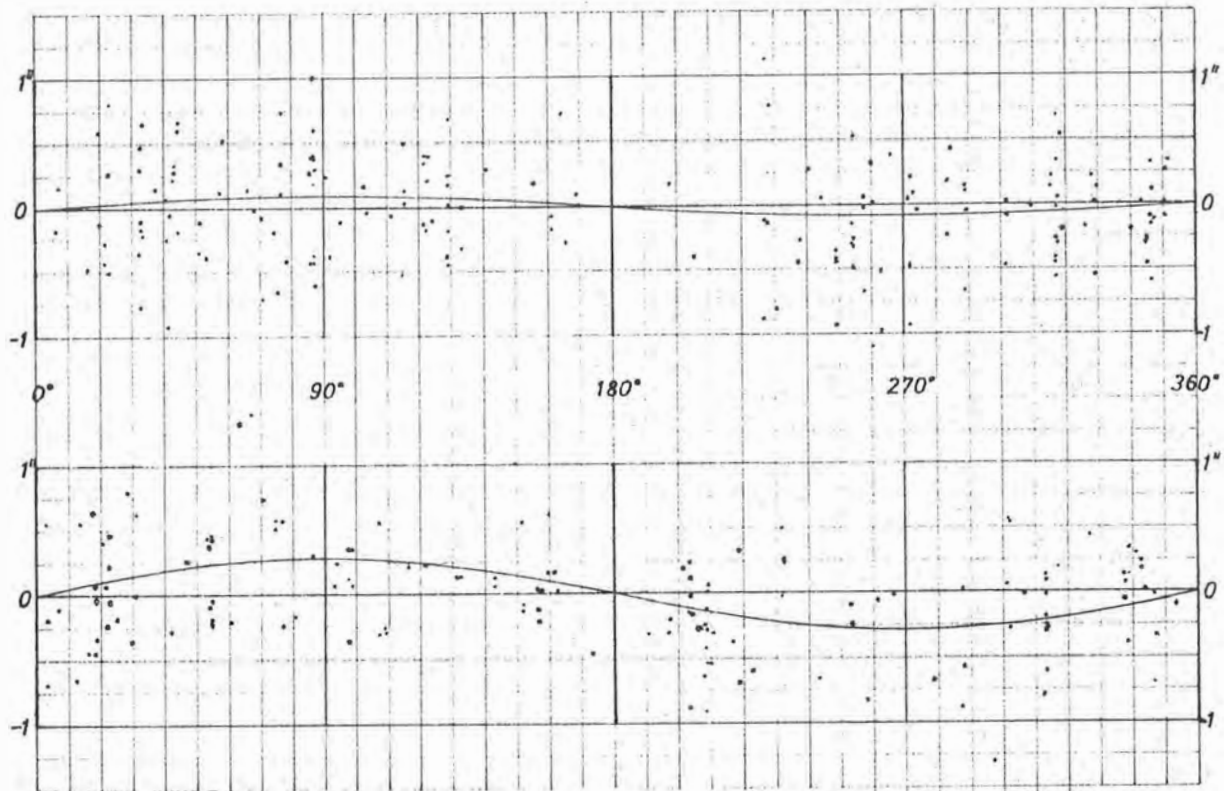


Abb. 8.1: Helligkeitsgleichung.
Restfehler v^* $5^m.0 - 5.4$ (oben), $5.5 - 5.9$ (unten), $6.0 - 7.0$ (unten, Kreise).

die Wirkung einer Verzögerung proportional \dot{h} verläuft, werden die Punkte wegen (3.1) einer linearen Regression mit der Abszisse $\sin a$ unterworfen. Für die beiden Gruppen, deren mittlere Magnitudo $5^m.2$ und $5^m.9$ beträgt, ergibt sich die Helligkeitsgleichung

$$H(5.2) = -0^s.03 + 0^s.09 \sin a \quad \text{bzw.} \quad +0^s.08 \sin a \quad (8.1a)$$

$$H(5.9) = +0.00 + 0.29 \sin a \quad \text{bzw.} \quad +0.29 \sin a \quad (8.1b)$$

Die rechts stehenden Werte gelten unter dem Zwang, daß im Meridian keine Fehler existieren. Da in 48° Breite die vertikale Sterngeschwindigkeit $\dot{h} \approx \sin a \cdot 10''/\text{sec}$ beträgt, sind die Verzögerungen im Mittel $+0^s.008$ und $+0^s.029$ und verschwinden

bei etwa $5^m.0$. Zwangsläufig ist ihre Wirkung Null (genauer : im Mittel der persönlichen Gleichung inbegriffen), wenn wie im vorliegenden Material ein Sechstel der Sterne schwächer als $5^m.5$ ist - die restlichen $5/6$ besitzen ja offenbar im Schnitt $H(\text{Rest}) = - 0^s.006$. Das Resultat der Länge kann jedoch um $0^s.029 \cong 0''.44$ nach Westen verfälscht sein, wenn im weiteren Umkreis des 1. Vertikals nur Sterne 6. Größe beobachtet werden (ein solcher Fall wäre auch wegen der in Kapitel 3 - 4 erwähnten größeren Streuungen ungünstig). Diese Effekte sind bei den Messungen des Verfassers einigemale nachzuweisen, können aber fast ausgeschaltet werden, wenn die Helligkeitsgleichung wie hier bestimmt und entsprechend der durchschnittlichen Sterngröße zur Länge addiert wird /9/ S. 114.

Zum Vergleich sei angegeben, daß STEINERT /18/ am Passageinstrument mit Registriermikrometer $H(6.0) = + 0^s.010$ ermittelte. Da die Helligkeitsgleichung durch eine Änderung des Zielfehlers entsteht, ist der gegenüber (8.1b) sehr kleine Wert durch die Nachführung und wesentlich höhere Fernrohrleistung erklärbar. Für Sterne 2. Größe führt /18/ einen ähnlichen Effekt an, der zunächst auch am Ni 2 - Astrolab vermutet wurde /7/, sich bei größerem Datenumfang aber nicht nachweisen ließ.

Bei Dämmerungsbeobachtungen scheinen ebenfalls positive Verzögerungen aufzutreten, die im Mittel $0^s.029 \pm 0.015$ betragen. Da ähnliches von Meridianpassa bekannt ist und nach /5/ der Kontrast die Zielfehler wesentlich beeinflusst, dürfte der Effekt reell sein.

Der weitaus wichtigste systematische Fehler jedes Beobachters ist aber die persönliche Gleichung, welche voll in die Längenbestimmung eingeht. Sie setzt sich bei Durchgangsbeobachtungen aus der ungefähr konstanten Reaktionszeit und zwei Bisektionsfehlern /10/ zusammen, wovon der Teilungsfehler immer im gleichen Sinn wirkt, während der Deckungsfehler von der Bewegungsrichtung des Sterns abhängt. Die Antritts- und Durchgangsfehler können als Streuung der persönlichen Gleichung gedeutet werden, die Helligkeits- und Dämmerungsgleichung gehen auf einseitige Änderungen der Bisektion zurück.

Im folgenden soll jedoch unter persönlicher Gleichung (P) nur der systematische Fehler einer Zeit/Längenbestimmung verstanden werden, also das Mittel der Reaktionszeit

eines ganzen Satzes. Diese Einschränkung ist für die vorliegenden Astrolabbeobachtungen zulässig, weil

- a) der Fehler des Zeitvergleiches zu vernachlässigen ist (nach /7/ ± 4 ms),
- b) der Teilungsfehler nur auf die Zenitdistanz der Messungen wirkt,
- c) ein Deckungsfehler sich als vorzeichenreuer Sprung in 0° und 180° äußern müßte, in Abb. 5.1 und 7.5 aber nicht nachweisbar ist.

Zunächst soll geprüft werden, ob die persönliche Gleichung des Verfassers während eines Abends annähernd konstant ist. Dafür stehen 17 Abende mit je 2 vollständigen Sätzen (durchschnittlich 15 Sterne) zur Verfügung, deren Unterschiede mit ihren mittleren Fehlern verglichen werden:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 & m_{\Delta\varphi}^2 &= M_{\varphi_1}^2 + M_{\varphi_2}^2 \\ \Delta\lambda &= \lambda_2 - \lambda_1 & m_{\Delta\lambda}^2 &= M_{\lambda_1}^2 + M_{\lambda_2}^2 \end{aligned} \quad (8.2)$$

Die 17 Abende ergeben für diese 4 Größen die absoluten Mittelwerte

$$\overline{\Delta\varphi} = 0''17, \quad \overline{m_{\Delta\varphi}} = \pm 0''30, \quad \overline{\Delta\lambda} = 0^s.019, \quad \overline{m_{\Delta\lambda}} = \pm 0^s.026, \quad (8.3)$$

woraus zu ersehen ist, daß die Differenzen der Resultate meist kleiner als ihre Unsicherheiten sind. Tatsächlich ist nur 4mal $|\Delta\varphi| > m_{\Delta\varphi}$ und 5mal $|\Delta\lambda| > m_{\Delta\lambda}$ mit den Extremfällen $0''57 \pm 0''41$ und $0^s.050 \pm 0^s.022$. Die theoretische Wahrscheinlichkeit des mittleren Fehlers beträgt 68%, hier schließt er aber in $\frac{13+12}{17+17} \cong 74\%$ der Fälle die Differenzen ein. Somit steht fest, daß die mittleren Fehler M_φ , M_λ innerhalb eines Abends realistisch, wenn nicht sogar etwas zu pessimistisch sind. Da sich insbesondere die beiden Längen an 14 der 17 Abende trotz $\overline{m_{\Delta\lambda}} = \pm 0^s.026$ um weniger als $0^s.030$ unterschieden, muß die persönliche Gleichung innerhalb dieser 3 - 5 Stunden konstant gewesen sein.

Die systematischen Zeitfehler wurden 1973/1974 durch vier Referenzmessungen auf der Universitätssternwarte Wien bestimmt. Die Werte liegen zwischen $0^s.012$ und $0^s.058$, das Mittel bei $P = 0^s.034 \pm 0.009$; offenbar sind auch die langfristigen Schwankungen der persönlichen Gleichung stets kleiner als $0^s.03$. Vorläufig ausgewertete Parallelmessungen mit anderen Beobachtern und Ergebnisse am künstlichen Stern

stützen diese Annahme ebenfalls, zu gegebener Zeit soll darüber gesondert berichtet werden.

Wird auf einer Station eine längere Serie gemessen, dürften daher für größere Änderungen zwischen den Abendmitteln eher äußere Umstände (Refraktionsanomalien) verantwortlich sein. Bei einer 23 Abende umfassenden Reihe /7/ konnten drei solcher Sprünge $> 0^{\text{s}}.5$ bzw. $> 0^{\text{s}}.05$ festgestellt werden (einmal in φ , zweimal in λ), die alle mit deutlichen Änderungen der Wetterlage zusammenfielen. Im Mittel variierten die Längen dieser Reihe um $\pm 0^{\text{s}}.040$. Jahrelange Messungen am Zirkumzenital des astronomischen Observatoriums in Prag streuten noch etwas stärker, was bei Verwendung eines Registriermikrometers nicht auf Konto der persönlichen Gleichung gehen kann. Daß die genannten Referenzmessungen des Verfassers so gut übereinstimmen, scheint also an den günstigen atmosphärischen Bedingungen des Wiener Sternwartegebietes zu liegen.

Nach persönlicher Mitteilung E. ERKER'S sprechen seine - gleichfalls an der Universitätssternwarte Wien ausgeführten - Referenzmessungen für eine ähnlich gute Konstanz von P ($m_p \approx \pm 0^{\text{s}}.03$). Auch sind sie mit den Anschlußbeobachtungen an der Technischen Universität Wien (Kapitel 7) in Einklang. Bei den in /10/ angeführten Labormessungen am Passageinstrument mit Handtastung liegen die Schwankungen von P sogar unter $\pm 0^{\text{s}}.02$. Die in /12/ Seite 266 geäußerte Befürchtung, daß die persönliche Gleichung nicht erfaßbare Restfehler von $\pm 0^{\text{s}}.10$ und mehr verursachen kann, dürfte daher zu pessimistisch sein.

Die von A. RÖDDE /15/, /16/ mitgeteilten 28 Längenanschlüsse 1968 - 1971 auf dem Niederreifenberg variieren um $\pm 0^{\text{s}}.047$ bei einer persönlichen Gleichung von rund $+ 0^{\text{s}}.43$. Da sie verschiedenen Abenden entstammen, ist eine Prüfung nach (8.2) leider nicht möglich. Es wäre aber vorstellbar, daß auf diesem Punkt ebenfalls ein Großteil der Differenzen meteorologisch bedingt ist - überhaupt in 900 m Seehöhe.

Bei weniger geübten Beobachtern sind die Schwankungen m_p der persönlichen Gleichung zwischen einzelnen Abenden wahrscheinlich etwas stärker, erreichen aber kaum die Größenordnung der zufälligen Fehler. Die 7 Längen aus /13/, eigentlich ein Nebenprodukt der Diplomarbeit, besitzen eine gegenseitige Genauigkeit $\pm 0^{\text{s}}.057$ bei durchschnittlichem $M_\lambda = \pm 0^{\text{s}}.040$, sodaß m_p höchstens $\pm 0^{\text{s}}.04$ beitra-

gen kann. Bei der Serie des Verfassers (13 Abende, siehe Tabelle 4.1) variieren die Längen nämlich trotz $M_{\lambda} = 0^{\text{s}}.020$ und $m_p < 0^{\text{s}}.03$ um $\pm 0^{\text{s}}.043$, weshalb auch auf dieser Station äußere Einflüsse wirksam sein dürften.

In /3/ waren zwar keine Längenanschlüsse vorgesehen, sie konnten aber nachträglich durch neue Messungen (R. JOECKEL) hergestellt werden und ergaben für die zwei Beobachter $P = -0^{\text{s}}.12, -0.08$ bzw. $+0.03, +0.01$ (je $\pm 0^{\text{s}}.05$). Aufeinanderfolgende Messungen an weiteren Stationen lassen gleichfalls vermuten, daß beide m_p kleiner als $\pm 0^{\text{s}}.05$ sind. Auch die in /11/ durchgeführten Referenzmessungen passen mit $P = 0^{\text{s}}.37 \pm 0.06, 0.39 \pm 0.05, 0.30 \pm 0.07$ gut zueinander, obwohl die Reaktionszeit wegen der Fußtaste ziemlich lang ist.

Aus den vorstehenden Untersuchungen geht hervor, daß die persönliche Gleichung wahrscheinlich nicht den oft befürchteten großen Einfluß auf die Längenbestimmung hat. Es ist aber empfehlenswert, eine Referenzstation auszuwählen, die ausgeglichene atmosphärische Verhältnisse besitzt.

Ein systematischer Effekt sei noch erwähnt, der allerdings instrumenteller Natur ist. Da der Nullpunktsfehler automatischer Nivelliere stark von der Temperatur abhängt (Ni 2 0"3 bis 1" pro Grad C), ändert sich die Zenitdistanz bei nächtlicher Abkühlung und meist auch während der ersten Beobachtungsphase merklich. Durch sorgfältige Sternauswahl /12/ oder nachträgliche Reduktion /9/ läßt sich jedoch ein Einfluß auf die Ortsbestimmung vermeiden.

9. SCHLUSSBETRACHTUNGEN

Zweck der vorliegenden Arbeit ist, einen Beitrag zur Fehlertheorie von Durchgangsmessungen zu leisten und an Hand zahlreicher Astrolabbeobachtungen konkrete Aussagen zu treffen. Dabei zeigt sich klar, daß Meßfehler nicht nur durch Streuungen innerhalb des Fadensystems (Antrittsfehler) entstehen, sondern auch von Stern zu Stern variierende "Durchgangsfehler" auftreten. In beiden Fehlertypen wirken Reaktions- und Zielfehler zusammen, sind aber kaum korreliert.

Die einzelnen Fehleranteile folgen meistens einer Normalverteilung und lassen eine ziemlich sichere Deutung zu; die Zielfehler stehen in Einklang mit Labormessungen.

Instrumentelle Einflüsse sind beim Ni 2 - Astrolab gering bzw. lassen sich ausschalten /9/, es überwiegen die persönlichen Fehler. Ein Unterschied zwischen zwei Meßreihen des Verfassers ist durch die verwendeten Uhren exakt erklärbar.

Zur Analyse der Antrittsfehler werden entgegen der üblichen Vorgangsweise quadratische Mittelwerte von Azimutklassen verwendet, was theoretische Vorzüge besitzt. Für die Prüfung der zufälligen Restfehler auf Normalverteilung wird ein wölbungsbezogener Schnelltest entwickelt.

Eine Untersuchung von Astrolabmessungen verschiedener Herkunft zeigt, daß zwar die Antrittsfehler erfahrener Beobachter ähnlich sind, bei den Durchgangsfehlern aber größere Unterschiede zutage treten: der in letzteren enthaltene Reaktionsanteil hängt von der Übung am speziellen Instrument ab, während der Höhenfehler die persönliche Art der Zielsprache widerspiegeln dürfte. In einem Fall (Kapitel 7) wurden systematische Einflüsse bei kleinen Azimuten aufgedeckt, die durch einen Wechsel der Zielweise verursacht sein könnten und Anlaß zu verschiedenen Analysen gaben.

Wird die Auswertung nach Sternen durch eine nach Fadenpaaren ergänzt, kann aus (4.2) das durchschnittliche Größenverhältnis von Antritts- zu Durchgangsfehlern des Beobachters berechnet werden. Dieses Verhältnis ist für die günstigste Meßanordnung entscheidend und wird, neben anderen Optimierungsparametern, in einer weiterführenden Arbeit /9/ untersucht. Generell sei festgestellt, daß ungeübte Beobachter viele Sterne, aber weniger Fäden messen sollten.

Unter den systematischen Fehlerquellen haben bei Astrolabbeobachtungen nur Helligkeitsgleichung und persönliche Gleichung einige Bedeutung. Erste macht sich bei Sternen 6. Größe mit ungefähr $0^{\text{s}}.03$ bemerkbar, doch kann ihr Einfluß bei ungünstiger Sternverteilung leicht in Rechnung gestellt werden. Die persönliche Gleichung erreicht zwar Beträge bis $0^{\text{s}}.4$, besitzt aber erstaunliche Konstanz (besser als $0^{\text{s}}.05$, beim Verfasser ca. $\pm 0^{\text{s}}.02$) und kann durch mehrmonatige Referenzmessungen genügend genau erfaßt werden. Somit steht der Anwendung kleiner, feldtauglicher Prismenastrolabien für astronomische Ortsbestimmungen hoher Präzision nichts im Wege.

Herrn Prof.Dr.K. BRETTERBAUER sowie den Herren Dipl.Ing.E. ERKER und Dipl.Ing.W. RÖSSLER danke ich herzlich für die Überlassung von Beobachtungsmaterial. Herr Prof.Dr.K. RAMSAYER, Stuttgart, ermöglichte mir freundlicherweise den Zugang zu Einrichtungen seines Institutes und Einsicht in Diplomarbeiten, wodurch die vorliegende Arbeit eine wertvolle Bereicherung erfuhr. Ich danke auch Herrn Prof. Dr.K. RINNER, Graz, daß er mir Gelegenheit gab, im Rahmen des Forschungsprojektes "Dreidimensionales Testnetz Steiermark" mitzuarbeiten, und daß er gestattete, die Messungen in die gegenständliche Untersuchung einzubeziehen.

L I T E R A T U R

- /1/ AESCHLIMANN H.:
Der neue Sekundentheodolit DKM 2-A. Schweiz.Z.f.Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, Fachblatt, Jg.70, S. 15 - 28, Wintertnr 1972.
- /2/ ALBRECHT Th.:
Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen. Verlag Engelmann, 3. Auflage, Leipzig 1894.
- /3/ BERGER K.et al.:
Messung und Berechnung eines räumlichen Polygonzuges. Nicht veröffentl.Diplomarbeit Nr.220, Geodätisches Institut, Universität Stuttgart 1970.
- /4/ BRANDSTÄTTER G.:
Zur Fehlertheorie der Höhenstandlinie. Österr.Z.f.Vermessungswesen, Jg.55, S. 128 - 133, Wien 1967.
- /5/ BRUNNER H.:
Die Zielfehlertheorie. Österr.Z.f.Vermessungswesen, Jg.50, S. 154 - 159, 181 - 186, Wien 1962.
- /6/ DEICHL K.:
Zur Messung mit Pendelastrolabien und ihrer Auswertung. Zeitschrift f.Vermessungswesen, Jg.100, S. 499 - 509, Stuttgart 1975.
- /7/ GERSTBACH G.:
Astronomische Ortsbestimmung mit dem Prismenastrolab. Österr.Z.f.Vermessungswesen und Photogrammetrie, Jg. 62, S. 25 - 34, Wien 1974.
- /8/ GERSTBACH G.:
Astronomische Breiten- und Längenbestimmung mit dem DKM 2-A. Kern-Bulletin Nr.22, S. 3 - 6, Aarau 1975.
- /9/ GERSTBACH G.:
Beiträge zur Optimierung von Astrolabbeobachtungen. Geowissenschaftliche Mitteilungen, vorliegendes Heft 7, Wien 1975.

- /10/ LORCH W.:
Untersuchungen über die persönlichen Fehler bei geodätisch-astronomischen Beobachtungen und die Möglichkeiten ihrer Ausschaltung durch Nachführvorrichtungen. DGK Reihe C, Heft 150, München 1970.
- /11/ PETRY R. et al.:
Dreidimensionale Höhenübertragung durch geometrisches und astronomisches Nivellement. Nicht veröff. Diplomarbeit Nr. 273, Geod. Institut, Universität Stuttgart 1975.
- /12/ RAMSAYER K.:
Jordan/Eggert/Kneißl, Handbuch der Vermessungskunde, 10. Auflage, Bd. IIa: Geodätische Astronomie, Stuttgart 1970.
- /13/ REICHHART F.:
Breitenbestimmung 1. Ordnung auf dem Astropfeiler des Institutsgebäudes. Nicht veröff. Diplomarbeit, Institut für Höhere Geodäsie, Technische Universität Wien 1975.
- /14/ RÖDDE A.:
Simultanbestimmungen der Lotabweichungskomponenten ξ und η mit dem Prismenastrolabium. VII (1965). DGK Reihe B, Heft 163, Frankfurt 1969.
- /15/ RÖDDE A.:
Simultanbestimmungen der Lotabweichungskomponenten ξ und η mit dem Prismenastrolabium. X (1968, 70). DGK Reihe B, Heft 197, Frankfurt 1974.
- /16/ RÖDDE A.:
Simultanbestimmungen der Lotabweichungskomponenten ξ und η mit dem Prismenastrolabium. Va (1971). DGK Reihe B, Heft 198, Frankfurt 1974.
- /17/ SACHS L.:
Angewandte Statistik. Springer-Verlag, 4. Auflage, Berlin 1974.
- /18/ STEINERT K.-G.:
Die persönlichen Fehler bei Zeitbestimmungen mit dem Passageinstrument. Autorerreferat, Vermessungstechnik, Jg. 9, S. 280 - 282, Berlin 1961.

Geowiss. Mitt.

7, 1975, p. 103 - 134

G. GERSTBACH

Beiträge zur Optimierung von Astrolabbeobachtungen

The Problem of Optimizing Astrolabe Observations

Adresse des Autors:

Address of the author:

Univ.Ass.Dipl.Ing.Dr. Gottfried Gerstbach, Institut für Höhere Geodäsie,
Technische Universität Wien, 1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird versucht, für astronomische Ortsbestimmungen mit Pendelastrolabien die günstigste Beobachtungsanordnung zu finden. Um die Auswirkung der persönlichen Fehler möglichst gering zu halten, ist der Sternsequenz großes Augenmerk zu widmen; insbesondere sollen aufeinanderfolgende Sterne auf verschiedenen Seiten des Meridians liegen. Die optimale Fadenanzahl hängt vom Verhältnis Antritts- zu Durchgangsfehler und auch vom Azimut ab.

Der wichtigste instrumentelle Einfluß ist die Temperaturabhängigkeit des Kompensators, für die sich eine rechnerische Korrektur empfiehlt. Zur Ausschaltung der Horizontschräge muß das Nivellierinstrument sehr sorgfältig horizontiert werden. Die Messungen selbst lassen sich durch zwei getrennte Fadennetze für verschiedene Sternengeschwindigkeiten wesentlich beschleunigen. Untersuchungen über einen zweckmäßigen Gewichtsansatz beschließen die Arbeit.

Durch Beachtung der verschiedenen Aspekte können beim Ni² - Astrolab die mittleren Fehler einer Ortsbestimmung bzw. der Zeitaufwand um ca. 50% herabgedrückt werden.

ABSTRACT

It is attempted to find the most suitable observation arrangement for astronomical location determination by pendulum astrolabes. In order to keep the effect of the individual errors as small as possible the sequence of stars should be considered carefully. Especially subsequent stars should be on different sides of the meridian. The optimum number of threads depends on the ratio of the "error of approach" and the "transit error" and also on the azimuth.

The most important instrumental effect is the temperature dependency of the compensator, for which a computational correction is recommended. To eliminate the "slope of horizon" the levelling instrument must be carefully set up. The time of observation could substantially be reduced by two separated reticles for different star velocities. The paper closes with an investigation on suitable weighting.

Considering the various aspects the mean errors of results obtained with the Ni² - Astrolabe as well as the expenditure of time could be reduced by 50 per cent.

1. EINLEITUNG

In den letzten Jahren hat die Methode gleicher Höhen für astronomische Ortsbestimmungen auf Feldstationen immer größere Bedeutung erlangt, was sich vor allem in der weitverbreiteten Anwendung des Zeiß-Ni2-Astrolabiums dokumentiert. Bei Durchsicht der einschlägigen Literatur zeigt sich jedoch in der Beobachtungstechnik ein völlig uneinheitliches Bild, das z. B. hinsichtlich der Stern- und Fadenanzahl von 12 : 20 bis 60 : 1 reicht. Angeregt durch diese Unterschiede, unternimmt der Verfasser den Versuch, die günstigste Meßanordnung zu finden. Entsprechend jenen Parametern, die das Ergebnis entscheidend beeinflussen, gliedert sich die vorliegende Arbeit in folgende Kapitel:

- Günstigste Beobachtungsanordnung hinsichtlich der persönlichen Fehler (Fadenanzahl, Sternverteilung, Azimuteinfluß, Physiologie)
- Optimierung hinsichtlich des Zeitaufwands (günstigste Fadenanzahl in Abhängigkeit von persönlichen Fehlern und verwendetem Sternkatalog)
- Einflüsse der Temperatur (Temperaturgradient und seine Ausschaltung)
- Weitere instrumentelle Einflüsse (Kompensatorfehler, Stabilität der Justierung, günstigstes Fadennetz)
- Gewichtsansatz und Auswertung

Die Arbeit orientiert sich am Ni2 - Astrolab und beruht teilweise auf einer früheren Untersuchung der persönlichen Fehler verschiedener Beobachter. Vorwegnehmend sei festgestellt, daß die Beobachtungsanordnung sehr großen Einfluß auf die Güte der Ortsbestimmung hat.

2. GÜNSTIGSTE BEOBACHTUNGSANORDNUNG HINSICHTLICH DER PERSÖNLICHEN FEHLER

Prinzipiell werden alle visuellen Verfahren der astrogeodätischen Ortsbestimmung von persönlichen Fehlern beeinflußt. Bei Durchgangsmessungen von Sternen - also auch bei Prismenastrolabien - ist an erster Stelle die persönliche Gleichung des Beobachters zu nennen. Dieser systematische Fehler kann nicht direkt erfaßt werden, sondern nur über Messungen an Referenzstationen oder am künstlichen Stern, und geht in jedem Fall voll in das Ergebnis der Längen- bzw. Zeitbestimmung ein. Nach den Erfahrungen des Verfassers /3/, /5/ schwankt aber die persönliche Gleichung am Ni2 - Astrolab relativ wenig (maximal $\pm 0^s.03$), wenn sich der Beobachter je-

desmal in ausgeglichener Verfassung befindet und durch Übung eine verkürzte Reaktionsweise erworben hat. Nachführungseinrichtungen bringen daher keine wesentliche Genauigkeitssteigerung, erhöhen jedoch den instrumentellen Aufwand (Chronograf etc.) und schmälern die Vorteile der Methode gleicher Höhen gerade in jenen Fällen, für die sie prädestiniert ist (rasche Ortsveränderlichkeit, schwieriges Gelände).

Die Wirkung der zufälligen Beobachtungsfehler, die sich der persönlichen Gleichung überlagern, kann hingegen durch geeignete Wahl der Sterne und der Fadenanzahl leicht vermindert werden. Wie eine spezielle Untersuchung /5/ ergab, ist unbedingt zwischen Antritts- und Durchgangsfehlern (im folgenden m bzw. d genannt) zu unterscheiden. Erstere verursachen die Streuung zwischen einzelnen Fadenantritten, während letztere einen ganzen Durchgang in gleicher Weise beeinflussen, von Stern zu Stern aber meist variieren. Das mittlere Verhältnis $\frac{d}{m}$ dieser beiden Fehler ist für jeden Beobachter typisch und ermöglicht eine Entscheidung darüber, an wieviel Fäden jede Passage gemessen werden soll.

2 a Optimale Fadenanzahl

Bei symmetrischen Fadennetzen ist es zweckmäßig, die Antrittszeiten paarweise zu mitteln und - nach Anbringen der Krümmungskorrektur - die Antrittsfehler auf das *Fadenpaar* zu beziehen. Die folgenden Überlegungen werden im Winkelmaß (Einheit Bogensekunden) und für mittlere Werte m' , d' angestellt, die azimutale Abhängigkeit der Fehler m , d sei zunächst vernachlässigt.

Betrachtet man jedes Fadenpaar als "unabhängige" Beobachtung, beträgt seine Varianz

$$s_I^2 = m'^2 + d'^2. \quad (2.1)$$

Für das Mittel einer ganzen Sternpassage (ν Fadenpaare) gilt

$$s_\nu^2 = \frac{1}{\nu} m'^2 + d'^2, \quad (2.2)$$

wobei der Durchgangsfehler d' im richtigen Maß - stärker als in (2.1) - zur Wirkung kommt. Wird ein Satz mit n gleich oft gemessenen Sternen nach Fadenpaaren ausgeglichen, müssen demzufolge die mittleren Fehler der Unbekannten meist kleiner ausfallen als bei sternweiser Ausgleichung:

$$(M'_u : M_u^*)^2 = V^2 \approx \frac{s_I^2}{v} \cdot \frac{nv}{nv-3} : s_v^2 \cdot \frac{n}{n-3} = (m'^2 + d'^2) : k(m'^2 + vd'^2), \quad (2.3)$$

$$k = \frac{nv-3}{v(n-3)} \approx 1.$$

Vom Zeitaufwand abgesehen, ist die beste Beobachtungsanordnung dann erreicht, wenn beide Fehler in gleichem Maß zu (2.2) beitragen. Die optimale Anzahl der zu messenden Fadenpaare kann daher durch das Verhältnis (2.3) ausgedrückt werden,

$$v_{opt} \geq \left(\frac{m'}{d'}\right)^2 = \frac{vkV^2-1}{1-kV^2} > \frac{vV^2-1}{1-V^2}. \quad (2.4)$$

Als Ungleichung wurde (2.4) einerseits wegen der Vernachlässigungen in (2.3) angeschrieben ($k = 1.15$ für $n = 20$, $v = 6$), andererseits wegen der Tatsache, daß der Zeitaufwand - siehe Kapitel 3 - mit steigendem v nur wenig zunimmt.

Um eine verlässliche Abschätzung zu erhalten, sollte V aus mindestens 4 Sätzen verschiedener Abende (etwa 15 Sterne, konstantes $v \geq 5$) bestimmt werden. Gleichung (2.3) gilt streng genommen nur im durchschnittlichen Meridianabstand $\approx 50^\circ$, doch ist $d : m$ bei den meisten Beobachtern nicht sehr stark vom Azimut abhängig. Die folgende Übersicht, welche auf /5/ Tab. 7.2 beruht, enthält mittlere Werte von 4 umfangreichen Meßreihen am Ni2 - Astrolab.

Tabelle 2.1: Mittelwerte der Antritts- und Durchgangsfehler

Reihe	Beobachter	m'	d'	$d':m'$	n	v	$v_{opt} \geq$	Zeitregistr.
a	Gerstbach	$\pm 0''68$	$\pm 0''32$	0.47	18	4.5	4.5	mech. Stoppuhr
b	Gerstbach	0.62	0.32	0.52	13	7.0	3.7	dig. Quarzuhr
c	Bretterbauer, Erker, Rössler	0.85	0.57	0.67	13	8.4	2.2	dig. Quarzuhr
d	Rödde	0.74	0.69	0.93	59	1.5	1.2	Bandchronograph

Da einige Optimierungsparameter noch nicht betrachtet wurden, sei hier nur festgestellt, daß mit steigendem d' die Bedeutung des Fadennetzes (v_{opt}) sinkt und die Sternanzahl n wichtiger wird. Je kleiner $d' : m'$ ist, desto mehr hängt v_{opt} auch von Fadenabständen und Sternangebot sowie vom Verhältnis zwischen Zeit- und Zielfehlern ab.

2 b Durchgangsfehler und Sternverteilung

Der mittlere Durchgangsfehler d ist zwar durch den Unterschied zwischen innerer Genauigkeit einer Sternpassage und "äußerer" Genauigkeit verschiedener Durchgänge definiert - ob er aber tatsächlich bei jedem Stern eine andere Größe annimmt, hängt von den näheren Umständen ab. Lorch /7/ vermutet, daß die Zielauffassung bei jedem Blickwechsel eine stärkere Änderung erfährt, während sie bei Labormessungen des Verfassers oft auch nach Beobachtungspausen von 30 Sekunden gleich bleibt. Um dies an natürlichen Sterndurchgängen verifizieren zu können ist großes n Bedingung - nach Tab. 2.1 bieten sich daher die Messungen von Rödde /10/ an. Zunächst wurde mit dem Kriterium von ABBE

$$\frac{2 [v_i^2]}{[(v_i - v_{i+1})^2]} - 1 < 0 \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.5)$$

getestet, ob die Restfehler v_i der einzelnen Sterne nach einer Zufallsverteilung wechseln. Die Prüfgröße übertraf die Schranke 0.13 meist um 50 - 100 % und war manchmal sogar > 0.5 . Eine genauere Betrachtung zeigte, daß d bei diesem Beobachter besonders stabil sein dürfte, wenn aufeinanderfolgende Sterne auf derselben Seite des Meridians liegen.

Aus dem Beobachtungsmaterial 1968 /10/ wurden deshalb alle Konstellationen herausgesucht, in denen mindestens 4 Sterne der Ost- oder Westhemisphäre unmittelbar aufeinander folgten. Ein Satz von 60 Sternen enthielt im Schnitt fünf solcher Fälle, die nach der Spannweite $R(v_1 \dots v_4)$ der Restfehler in Klassen k geordnet wurden. Es zeigte sich, daß die v_i meistens viel näher beisammenliegen, als für Normalverteilung zu erwarten wäre. Die zum Vergleich benötigte Wahrscheinlichkeit $P_N(R < k)$ kann aus der Fläche unter der Standardnormalkurve $\frac{k}{s}$ oder durch Simulationrechnungen bestimmt werden, da die mittlere Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-3}} = \pm 0''.866 \approx \sqrt{\frac{1}{n}}$$

von den Satzausgleichungen bekannt ist.

Tabelle 2.2: Spannweiten $R(v_1 \dots v_4)$ bei einseitiger Sternabfolge

Klasse k	0:6	0:9	1:3	1:8	darüber
Häufigkeit ($R < k$)	12	26	42	32	40
Summenhäufigkeit	12	38	80	112	152
relative Häufigkeit	0.079	0.250	0.526	0.737	1.000
$P_N(R < k)$	0.040	0.119	0.290	0.545	1.000

Die kleinen Spannweiten sind gegenüber einer Normalverteilung P_N zweimal häufiger, das Mittel $\bar{R} = 1:4$ liegt 0:4 unter dem Erwartungswert. Dies kann nur so erklärt werden, daß die Durchgangsfehler über einige Zeit konstant bleiben, wenn aufeinanderfolgende Sterne ähnliches Azimut haben. Vermutlich wird die volle Varianz von d erst durch merklichen Stellungswechsel des Beobachters ausgelöst; gleiche v_i sind nämlich umso häufiger, je weniger die Azimute wechseln. Der Meridian wirkt allerdings immer als Trennlinie. Die durchschnittliche Beobachtungsdauer der tabellierten Vierergruppen beträgt knapp 4 Minuten, in den oberen Klassen $R > 1:3$ etwas mehr. Dort zeigt sich auch in zahlreichen Fällen, daß Pausen > 2 min. meistens einen Sprung der v_i zur Folge haben.

Aus diesem Befund muß für die Beobachtungspraxis ein wichtiger Schluß gezogen werden. Zur Steigerung der äußeren Genauigkeit ist der Sternabfolge erhöhtes Augenmerk zu widmen, die Sterne sollen nach Möglichkeit alternierend in verschiedenen Himmelshälften beobachtet werden. Als zweckmäßig hat sich eine Sektoreneinteilung (Abb. 2.1) erwiesen, in der

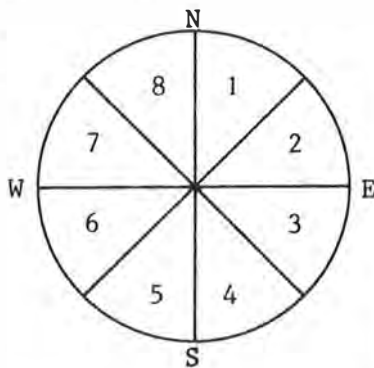


Abb. 2.1

die Sternauswahl paarweise erfolgt, etwa nach dem Schema 1 - 5 - 3 - 7 - 4 - 8 - 2 - 6. Damit werden systematische Einflüsse auf φ , λ vermieden, weil die Durchgangsfehler eher einer Normalverteilung folgen.

Die paarweise Beobachtung ist umso wichtiger, je kleiner die Gesamtzahl n der Sterne sein soll. Im Zweifelsfall

verdient ein Sprung über den Meridian Vorzug, weil die Umkehrung der Sternbewegung eine Änderung von d provoziert (2 - 8 - 4 - 6 besser als 2 - 4 - 8 - 6). Da ferner $|d|$ zum 1. Vertikal hin zunimmt - siehe Tab. 2.4 - ist ein Wechsel in den Sektoren 2, 3, 6, 7 wichtiger als in den übrigen.

Es sei noch abgeschätzt, wieweit eine einseitige Sternabfolge die Genauigkeit von φ , λ beeinträchtigt. Bei den Vierergruppen der Tabelle 2.2 liegt die Spannweite $\bar{R} = 1''.4$ weit unter dem Erwartungswert $1''.8$ - das entspricht einer Änderung des Streuungsmaßes $s = \pm 0''.866$ auf $s_{(4)} = \pm 0''.67$. Zu diesem Wert trägt nach Tabelle 2.1 der Antrittsfehler $\pm 0''.74 \frac{1}{\sqrt{4}} = 0''.60$ bei, sodaß d nur mehr um $\pm 0''.3$ variieren darf. Diese Verhältnisse gelten, wenn 4 Sterne innerhalb 4 min. auf derselben Hemisphäre beobachtet werden; beschränkt man sich auf 2 - 3 Folgesterne, kann man d überhaupt als konstant betrachten. Jede derartige Konstellation vermindert also die Redundanz und natürlich den Einfluß des Antrittsfehlers m . Wenn die Standardabweichung eines an 3 Fäden ($v = 1.5$) beobachteten isolierten Sterns

$$s_1 = \sqrt{\quad\quad\quad}^2 = \pm 0''.87 \approx \sqrt{0.57^2 + 0.66^2} \quad (2.6)$$

beträgt, sinkt sie bei einer Zweier- bzw. Dreiergruppe auf

$$s_2 \doteq \sqrt{0.} = \pm 0''.77, \quad s_3 \doteq \sqrt{0.33^2 + 0.66^2} = \pm 0''.74. \quad (2.7)$$

Wurden in einem Satz n Sterne beobachtet, die sich aus den Konstellationen $n_1 + 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 = n$ zusammensetzen, ist die Abschätzung mit der Standardabweichung \bar{s} und der reduzierten Anzahl \bar{n}

$$\bar{s} \doteq \sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2 + n_3 s_3^2 + n_4 s_4^2}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}} \quad (2.8)$$

$$\bar{n} \doteq n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n - n_2 - 2n_3 - 3n_4$$

vorzunehmen. Wenn sich die Gruppen gleichmäßig über den Horizont verteilen, sind unter Vernachlässigung der etwas verschiedenen Gewichte $1 \leq p \leq 1.6$ die mittleren Fehler der Ortsunbekannten

$$M_u = M_\varphi = M_\lambda \cos \varphi \doteq \bar{s} \sqrt{Q_{\varphi\varphi}} = \bar{s} \sqrt{\frac{2}{\bar{n}}}. \quad (2.9)$$

Tabelle 2.3: Genauigkeiten bei einseitiger Sternabfolge

Satz	\bar{n}	n_1	n_2	n_3	n_4	\bar{s}	M_u
n = 60 v = 1.5	a) 60	60	-	-	-	$\pm 0''.87$	$\pm 0''.159$
	40	20	20	-	-	82	184
	40	30	-	10	-	84	188
	45	40	-	-	5	85	179
	b) 29	13	6	5	5	80	210
c) 24	8	4	4	4	8	77	223
n = 16 v = 1.5 ^{*)}	d) 16	16	-	-	-	$\pm 0''.87$	$\pm 0''.308$
	10	4	6	-	-	81	363
	8	4	-	4	-	81	404
	e) 8	2	4	2	-	79	395

*) hinsichtlich des Verhältnisses $d' : m_v'$ etwa gleichbedeutend den Beobachtungsreihen a, b von Tabelle 2.1 ($v \approx 5$).

Tabelle 2.3 enthält diese mit den Zahlenwerten (2.6 - 7) durchgeführte Abschätzung für Sätze von 60 bzw. 16 Sternen und für verschiedene plausible Gruppierungen. Der Fall b entspricht etwa den mittleren Verhältnissen in /10/. Man erkennt, daß für $\bar{n} \approx \frac{n}{2}$ (b,e) die Fehler M_u etwa 30 % über jenen bei günstiger Sternabfolge (a, d) liegen. Der ziemlich extreme Fall c, dessen Art aber in /10/ einige Male vertreten ist, liefert sogar ein 40 % höheres $M_u = \pm 0''.223$, ohne daß dies im üblichen Ausgleich zum Ausdruck kommt.

Wenn man bei $n = 16$ höchstens Dreiergruppen zuläßt, sind die Verhältnisse denen für 60 Sterne ähnlich. Allerdings steigt die Wahrscheinlichkeit für systematische Fehler $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda \cos\varphi$ der Größenordnung d' stark an, wenn im Gegensatz zur hier getroffenen Voraussetzung die Gruppen nicht gleichmäßig verteilt sind. Während bei alternierender Sternfolge gemäß Abb. 2.1 $P(|\Delta\lambda \cos\varphi| > d') = 3\%$ beträgt, springt diese Wahrscheinlichkeit durch eine e i n z i g e in den Großsektoren 2 + 3 oder 6 + 7 beobachtete Dreiergruppe auf fast 7 %.

Bei den Ortsbestimmungen des Verfassers ($n \approx 15$) wurde daher auf gute Sternfolge geachtet, die sich bei nur 10 - 20 % höherem Zeitaufwand in verlässlichen Werten M_u niederschlug. An 17 Abenden wurden je 2 Sätze ge-

messen, deren Resultate in 13 + 12 = 74 % der Fälle innerhalb $\sqrt{M_{u1}^2 + M_{u2}^2}$ übereinstimmen /5/, wogegen die theoretische Wahrscheinlichkeit 68 % beträgt.

2 c. Einfluß des Azimuts

Die in Tabelle 2.1 verzeichneten Fehlergrößen m' , d' sind mittlere Werte und beziehen sich auf den durchschnittlichen Meridianabstand 50° . Tatsächlich hängen die Beträge der Antritts- und Durchgangsfehler vom Azimut ab, weil sie sich aus Anteilen von Zielung und Reaktion zusammensetzen; letztere wirken umso stärker, je größer die vertikale Sterngeschwindigkeit

$$\dot{h} = \left[\frac{15''}{1s} \right] \cdot \cos \varphi \cdot \sin a \approx 10 \cdot \sin a, \quad \varphi \approx 48^\circ \quad (2.10)$$

ist. Dementsprechend kann der Verlauf von m und d durch Ansätze der Form $\sqrt{(A \sin a)^2 + B^2}$ dargestellt werden, die im 1. Vertikal das Maximum $\sqrt{A^2 + B^2} = C$ erreichen. $A = 15 \cos \varphi$ und B stellen unkorrelierte Zeit- und Zielfehler dar /5/ Seite 61, 80.

Tabelle 2.4: Zerlegung der Antritts- und Durchgangsfehler

Reihe	Beobachter	A(m)	B(m)	C	A(d)	B(d)	C	v_I	v_{II}
a	Gerstbach	$\pm 0''59$	$\pm 0''50$	$\pm 0''78$	$\pm 0''33$	$\pm 0''20$	$\pm 0''38$	6.3-4.2	1.5-10.5
b	Gerstbach	0.45	0.51	0.68	0.33	0.20	0.39	6.6-3.1	1.5-8.1
c	Br-Er-Rö	0.71	0.66	0.97	0.62	0.32	0.70	4.3-1.9	0.8-5.7
d	Rödde	0.59	0.59	0.83	0.30	0.65	0.72	0.8-1.4	0.7-1.6

Die Suche nach einer günstigen Fadenanzahl kann nun in zwei konträre Richtungen gehen. Will man analog (2.4) für jeden Stern $m_v = d$ erreichen, ergibt sich $v_I = \left(\frac{m}{d}\right)^2$ als Funktion des Azimuts. Abgesehen von der 4. Meßreihe, die einen großen Zielfehler $B(d)$ aufweist, müßten in Meridiannähe mehr Fadenpaare beobachtet werden. Wegen (2.10) verursacht dies aber hohen Zeitaufwand und zieht außerdem stark verschiedene Sterngewichte $C^2(d) : B^2(d) \approx 4 : 1$ mit sich.

Besser ist der von Niethammer /8/ vorgeschlagene zweite Weg, den Sternen durch Variieren von v g l e i c h e s Gewicht zu geben. Bezugswert sei $d' = d(50^\circ)$ von Tabelle 2.1, sodaß

$$\frac{m^2}{v_{II}^2} + d^2 = 2 d'^2 \quad v_{II} = \frac{m^2}{2d'^2 - d^2} \quad (2.11)$$

Wie aus Tabelle 2.4 ersichtlich, nimmt v_{II} infolge der Zeitfehler $A(m)$, $A(d)$ in der Nähe des 1. Vertikals große Werte an. Da hier $|h|$ ein Maximum erreicht, wird die Beobachtungsdauer nur unwesentlich erhöht, während sie bei Nord- und Südsternen stark verringert wird. Daß nunmehr m_v und d sehr unterschiedlich zur Varianz beitragen, bringt gewisse Nachteile mit sich, doch stellt (2.11) einen nützlichen Schritt zur Zeitoptimierung dar.

Daß nach Tabelle 2.4 die Beobachtungen in Meridiannähe wesentlich genauer sind, hat auch Rückwirkungen auf das Verhältnis $M_\varphi : M_\lambda \cos \varphi$. Bei gleichmäßiger Sternverteilung und konstantem v ist die Genauigkeit in den Hauptrichtungen nicht dieselbe, sondern verhält sich z. B. in Meßreihe b wie $\sqrt{\quad} : \quad = 0.75 : 1$. Gleichheit kann durch Weglassen aller Sterne bis 17° Meridianabstand erreicht werden, die ohnehin ziemlich selten sind und das Fadennetz nur langsam überqueren.

2 d. Physiologische Faktoren

Schon längere Zeit ist bekannt, daß Durchgangsbeobachtungen systematische Fehler aufweisen können, die von Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung des Sterns abhängen /7/. Verursacht wird dies durch die ungleiche Beweglichkeit der Augen in verschiedenen Richtungen, besonders in der Vertikalen /11/. Auch bei den zufälligen Fehlern traten in /5/, 7.6 deutliche Unterschiede zwischen Ost- und Weststernen auf. Nach /7/ Seite 12 ist ein Hin- und Herbewegen des Auges zwischen Stern und Faden zu vermeiden; es empfiehlt sich vielmehr, den Faden zu fixieren und in dieser Augenstellung den Durchgang zu erwarten. Zwischen den Fäden ist der Blick freizugeben, weil genaues Fixieren $< 1'$ ohnehin nur höchstens 3^s möglich ist /11/ Seite 99. Der Stern selbst sollte im Regelfall indirekt beobachtet werden.

Schwächere meridiannahe Sterne werden beim Durchgang kurz von den Fäden verdeckt, was dazu verleitet, Ein- und Austritte getrennt zu registrieren. Diese in /10/ und anfänglich auch vom Verfasser angewandte Technik führt jedoch zu systematischen Fehlern bis $0.5''$, die im Meridian das Vorzeichen wechseln. Offenbar wird zwar der Eintritt korrekt erfaßt,

der Austritt hingegen zu spät. Besser ist es, die Mitte des Verschwindens zu schätzen, was im Durchschnitt mehrerer Fäden gut gelingt.

Ein ähnlicher Effekt bewirkt die Helligkeitsgleichung, welche bei Astrolabbeobachtungen einige Hundertstelsekunden erreicht. Nach /5/ beträgt sie für Sterne 5. - 6. Größe $H(5.2) = +0^{\text{s}}008$ bzw. $H(5.9) = +0^{\text{s}}029$, bezogen auf mittlere Helligkeitsverteilung ($\frac{n}{6}$ Sterne schwächer als $5^{\text{m}5}$). Die Länge wird um den vollen Betrag von H nach Westen verfälscht, wenn im weiteren Umkreis des 1. Vertikals nur schwächere Sterne vorliegen. Bezeichnet man die Sternanzahl der Sektoren 2 + 3 + 6 + 7 (Abb. 2.1) mit $n' \approx \frac{n}{2}$ und die Zahl der im selben Bereich beobachteten Sterne schwächer als $5^{\text{m}5}$ mit n'' , beträgt die Längenkorrektur

$$\Delta\lambda_H \approx \frac{6n'' - n'}{5n'} H(5.9) = 0^{\text{s}}03 \frac{6n'' - n'}{5n'}. \quad (2.12)$$

Der Einfluß auf φ verschwindet bei symmetrischer Sternverteilung und kann immer vernachlässigt werden. Die Näherung (2.12) gilt allerdings nur für den FK4; bei Einbeziehung von Supplementsternen muß man H aus der mittleren Helligkeit der schwachen Sterne (bis $8^{\text{m}0}$) abschätzen. Da $H(7.0) \approx 0^{\text{s}}06$ beträgt, ist es im letzteren Fall und für umfangreiche Vorhaben empfehlenswert, die Helligkeitsgleichung jedes Beobachters gesondert zu bestimmen.

3. OPTIMIERUNG HINSICHTLICH DES ZEITAUFWANDS

In diesem Kapitel soll untersucht werden, wie Stern- und Fadenanzahl zu wählen sind, um in vorgegebener Zeit - z. B. einer Stunde - die beste Genauigkeit zu erreichen. Hauptsächlich hängt dies wegen (2.4) vom mittleren Verhältnis $\frac{m}{d}$ ab, in geringerem Maß aber auch von Fadennetz, Sternangebot (FK4, FK4 Sup, ev. AGK2), Sternverteilung und Methode der Zeitregistrierung. Außerdem ist von Bedeutung, ob man die Sternfolge erst an Ort und Stelle auswählt oder schon vorbereitet hat. Aus dieser gewiß nicht vollständigen Aufzählung geht hervor, daß das Optimierungsproblem mit vernünftigem Aufwand nur zu lösen ist, wenn man einige Größen vorgibt.

Im folgenden sei eine detaillierte, gemäß Abschnitt 2 b erstellte Sternliste vorausgesetzt (der Verfasser arbeitet zur Zeit an einem diesbezüglichen Computerprogramm). Weiters soll das Instrumentarium ermöglichen, von jedem Sterndurchgang eine größere Zahl von Fadenantritten zu

registrieren; die am Institut für Höhere Geodäsie bisher verwendeten digitalen Quarzuhren werden in nächster Zeit durch eine batteriegespeiste Magnetbandstation ersetzt, die im Rahmen eines Forschungsprojektes unter Leitung von Prof. Dr. K. Bretterbauer entwickelt wird. Drittens sei die Verwendung eines Ni²-Astrolabs vorausgesetzt, das die nebenstehend abgebildete Standard-Strichplatte besitzt.

Die 10 symmetrischen Fadenpaare sind vom horizontalen Mittelfaden

$$\frac{\Delta h(\gamma)}{2} = 1:25, 1.75, 2.75, 3.25, 4.75, \quad (3.1)$$
$$5:25, 7.25, 7.75, 10.75, 11.25$$

entfernt, im Maximum können 21 A tritte ($\gamma = 10.5$) beobachtet werden. Ein etwas günstigeres Fadennetz wird in Kapitel 5 vorgeschlagen.

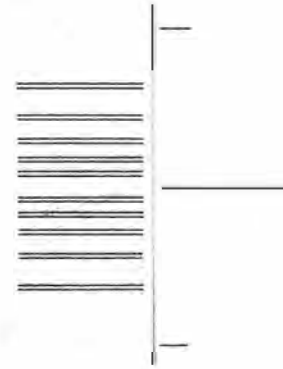


Abb. 3.1:
Fadennetz des Ni²-Astrolabs

3 a. Beschränkung auf FK4-Sterne

Für $\varphi = 48^\circ$ stehen im Deklinationsbereich $18^\circ \leq \delta \leq 78^\circ$ insgesamt 526 FK4-Sterne, also 1052 Durchgänge zur Verfügung. Davon entfällt ein Teil wegen Zeitkollision, schlechter azimuthaler Verteilung und zu geringer Helligkeit. Der erste Grund wird mit steigendem ν immer häufiger (Durchgangsdauer $D_6 = \frac{63^s}{\sin a}$, $D_{10} \approx \frac{135^s}{\sin a}$), die Bedeutung des zweiten nimmt hingegen leicht ab. Im Mittel verringert sich das nutzbare Sternangebot \bar{n} von 44 auf 30 ... 15 pro Stunde, wie aus dem starken Linienzug der Abb. 3.2 zu ersehen ist. Die beiden rechten Werte sind Durchschnitte von über 60 Sternlisten, nach denen der Verfasser zum Teil beobachtete. Dabei wurde auf gute Abfolge geachtet, sodaß nur 4 - 5 mal pro Stunde zwei aufeinanderfolgende Sterne in derselben Hemisphäre liegen. Bei der Ermittlung der drei Punkte $\nu < 5$ wurden auch noch vereinzelt "Dreiergruppen" zugelassen, sofern sich die Azimute über mehr als 90° erstreckten. Man sieht, daß sich der durchschnittliche Zeitaufwand für die beiden engsten Fadenpaare von dem des Mittelfadens allein kaum mehr unterscheidet. Die Zwischenpausen sind mindestens 30^s lang und werden nur ganz selten auf 20^s herabgedrückt, was zum Sternwechsel gerade noch ausreicht.

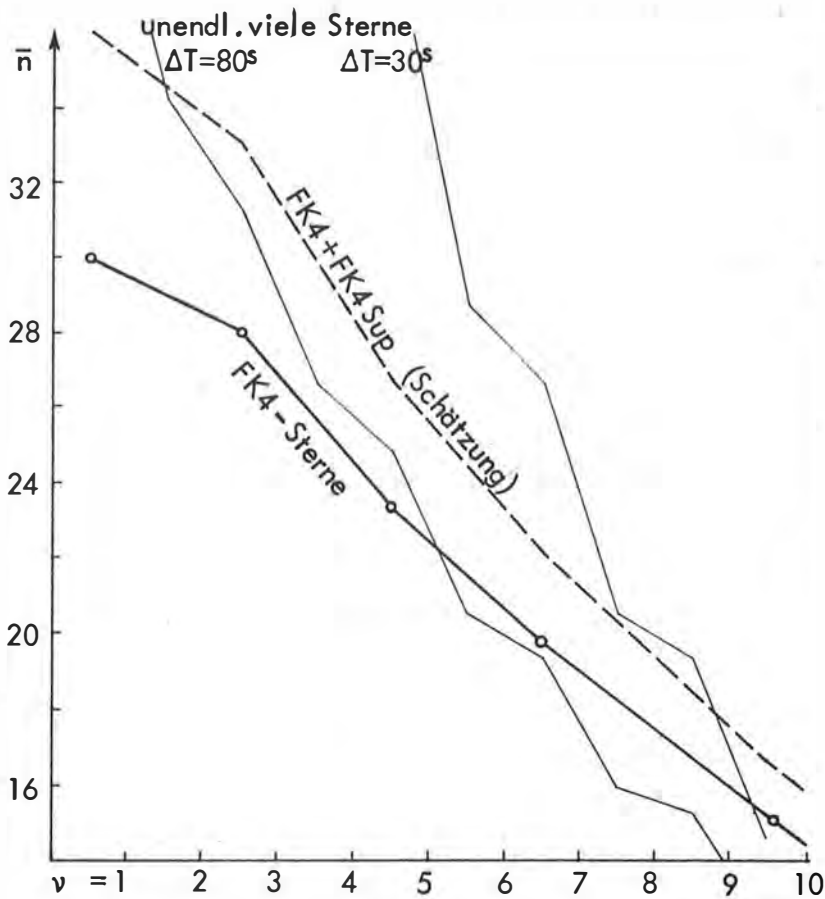


Abb. 3.2: Anzahl der pro Stunde nutzbaren Sterne

Zu Vergleichszwecken enthält Abb. 3.2 zwei weitere Linienzüge für unendlich großes Sternangebot und $\Delta T = 30^s$ bzw. 80^s . Rascher Sternwechsel innerhalb von 30^s ist dem Beobachter höchstens kurze Zeit zumutbar, während 80^s -Pausen dem Durchschnitt von $/10/$ entsprechen. Da man den Azimutbereich $\Delta a = \pm 10^\circ \dots 15^\circ$ beidseits des Meridians ausklammern kann, wird zur Abschätzung der mittleren Dauer \bar{D}_v einer Passage eine gleichmäßige Verteilung zwischen Δa und 90° angenommen.

$$\bar{D}(1') = \frac{1}{90 - \Delta a} \int_{\Delta a}^{90^\circ} \frac{4 \sec \varphi}{\sin a} da \approx \frac{6^s \cdot 0}{90^\circ - \Delta a} \left| \ln \operatorname{tg} \frac{a}{2} \right|_{\Delta a}^{90^\circ} \quad (3.2)$$

Für $\Delta a = 10^\circ$ und 15° ergibt sich $\bar{D}(1') = 10^s \cdot 5$ und $9^s \cdot 3$, sodaß mit (3.1)

$$\bar{D}_v = \bar{D}(1') \cdot \Delta h(v) + \Delta T \approx 10^s \cdot \Delta h(v) + \Delta T \quad (3.3)$$

folgt. Warum im Diagramm der Linienzug $\Delta T = 80^s$ die empirische FK4-Kurve kreuzt, ist leicht erklärbar. In Sätzen mit $\nu \geq 5$ werden bei meridian-nahen Sternen wegen (2.11) meistens die äußersten Fadenpaare weggelassen, was die mittlere Beobachtungsdauer erheblich verkürzt, in (3.2 - 3) aber nicht berücksichtigt ist.

Für die Meßreihen b - d aus Tabelle 2.1 und $\nu = 1 - 10$ werden nun analog (2.6) und 2.9) Standardabweichung und Genauigkeit der Ortsbestimmung abgeschätzt. Wie schon in (2.4) vermutet, liegt das Minimum von M_u umso weiter links, je mehr sich der Durchgangsfehler dem Antrittsfehler nähert.

Tabelle 3.1: optimales ν für FK4-Sterne

Meßreihe	m'	d'	$\nu =$	1	2	3	4	5	6	7	8	10
	m'^2	d'^2	$\bar{n} =$	29.5	28.6	26.8	24.5	22.5	20.7	19.1	17.6	14.5
b	0 ^h .62	0 ^h .32	$s =$	0 ^h .698	0.543	0.480	0.446	0.423	0.408	0.397	0.388	0.375
	3.75		$M_u =$	0.182	144	131	127	126	127	128	131	139
c	0.85	0.57	$s =$	1.023	0.828	0.752	0.711	0.685	0.667	0.654	0.644	0.630
	2.22		$M_u =$	0.266	219	205	203	204	207	212	217	234
d	0.74	0.69	$s =$	1.012	0.866	0.812	0.783	0.765	0.753	0.744	0.738	0.729
	1.15	*	$M_u =$	0.263	229	222	224	228	234	241	249	271

* wegen Mitverwendung des FK4 Sup ist d' ca. 0^h.1 zu groß!

In den Reihen b, c müßte M_u wegen $A(d) \gg B(d)$ um etwa 0^h.01 erhöht werden, während es in d durch die FK4 Sup-Sterne ungefähr 0^h.02 zu groß ist. Die Beträge der Tabelle dienen aber in erster Linie zum Erfassen des Zusammenhanges zwischen Minimumlage und Fehlerverhältnis, welcher von den erwähnten Korrekturen in keiner Weise beeinflusst wird. Der Vergleich von (2.4) mit dem optimalen ν (kleinstes M_u)

$$\begin{array}{rcl}
 m'^2 : d'^2 & = & 3.75 \quad 2.22 \quad 1.15 \\
 \nu_{\text{opt}} & = & 5.4 \quad 4.3 \quad 3.3
 \end{array}$$

zeigt eine annähernd konstante Differenz. Daher gilt die Faustregel

$$\boxed{\nu_{\text{opt}} \approx \left(\frac{m'}{d'}\right)^2 + 2} \quad (3.4)$$

mit der in vorgegebener Zeit die beste Genauigkeit erreicht wird. Weil die Minima nach rechts wesentlich flacher auslaufen, ist im Zweifelsfall

die nächstgrößere Zahl zu wählen. Wegen der nahe benachbarten Doppelfäden (Abb. 3.1) sind gerade Zahlen (bei Einbeziehen des Mittelfadens 2.5, 4.5, 6.5 ...) zu bevorzugen. Zwar nimmt der Datenumfang \bar{n} in obiger Tabelle nach rechts zu, doch sind weniger Sterne für Beobachtung und Auswertung angenehmer. Allerdings muß die Sternabfolge - siehe Tabelle 2.3 - bei kleinerem \bar{n} etwas mehr beachtet werden. Wegen (3.4) ist jedenfalls die in /12/ geäußerte Ansicht, bei EDV-Vorausberechnung wäre die Messung mehrerer Fäden pro Stern unnötig, nicht zutreffend.

3 b. Verwendung von Supplementsternen

Durch Hinzunahme des FK4 Sup erhöht sich zwar das Sternangebot auf mehr als das Doppelte, nutzbar ist davon aber nur ein Bruchteil. In Abb. 3.2 ist die geschätzte Erhöhung von \bar{n} eingetragen, sie gilt für dieselben Auswahlkriterien. Die oberen 2 Punkte beruhen auf /10/, die restlichen wurden über die Wahrscheinlichkeit ermittelt, mit der Supplementsterne Zwangspausen im FK4-Programm ausfüllen oder vermeiden können. Wegen der unterschiedlichen Positionsgenauigkeit hält es der Verfasser für ungünstig, beiden Katalogen in der Sternauswahl gleichen Rang zu geben.

Läßt man die möglichen Koordinatenfehler außer Acht, verschieben sich die Minima der Tabelle 3.1 nur unmerklich, werden aber noch etwas flacher. Der theoretischen Abnahme von M_u wirken die schwächeren Helligkeiten des FK4 Sup entgegen, die durchschnittlich 1 Größenklasse unter dem FK4 liegen. Zwar lassen sich die systematischen Einflüsse (Helligkeitsgleichung) grob erfassen, die zufälligen Fehler steigen aber gleichfalls an /5/. Aus einem Vergleich zahlreicher Restfehler für die Klassen 4 - 5^m und 5 - 6^m konnte dieser Effekt zu $\pm 0''.2$ (Meßreihe b) ermittelt werden, in c liegt er fast doppelt so hoch.

Zur Abschätzung der mittleren Koordinatenfehler werden die in /6/ mitgeteilten Rektaszensionsverbesserungen herangezogen. Von 130 Supplementsternen mit mindestens 3 beobachteten Passagen beträgt der quadratische Mittelwert der in Großkreisbögen umgerechneten Verbesserungen $\pm 0''.397$. Die Ergebnisse sind zu 50 % von anderer Seite verbürgt, 4 Werte liegen über 1''.0, 15 über 0''.6. Auch gewisse Tendenzen sind festzustellen, die in einigen Zonen 0''.3 übersteigen. Unter der Annahme etwas genauerer Deklinationen $\pm 0''.30$ und des erwähnten Helligkeitseffektes muß daher bei Astrolab-

beobachtungen mit einem zusätzlichen Höhenfehler

$$m'_{\text{sup}} \approx \sqrt{\frac{1}{2} (0.40^2 + 0.30^2) + 0.20^2} = \pm 0''.41, \text{ bzw. } \pm 0''.50 \quad (3.5)$$

gerechnet werden. Die systematischen Fehler mancher Zonen kommen noch hinzu, sind aber bei regelmäßigem Azimutwechsel nicht sehr gefährlich und erhöhen die Wirkung von (3.5) nur geringfügig.

Einer neuerlichen Berechnung der zu erwartenden Genauigkeiten seien 60 % FK4- und 40 % Sup-Sterne zugrundegelegt; bei Gleichrangigkeit der Kataloge wäre das Zahlenverhältnis etwa 44 : 56, also umgekehrt. Die Erhöhung von \bar{n} geht mit einer Vergrößerung der Standardabweichung s einher, die näherungsweise

$$\sqrt{\frac{m'^2}{v} + d'^2 + 0.4 m'^2_{\text{sup}}} = \sqrt{s^2 + 0.26^2}, \text{ bzw. } \sqrt{s^2 + 0.32^2} \quad (3.6)$$

beträgt und einem Anwachsen des Durchgangsfehlers entspricht. Untenstehend sind, analog zu Tabelle 3.1, die geänderten Verhältnisse angegeben. Jene der dritten Meßreihe erübrigen sich, weil d' bereits auf 58 % Supplementsternen beruht.

Tabelle 3.2: 40 % FK4 Sup-Sterne

Meßreihe	$\frac{m'^2}{d'^2 + 0.4 m'^2_{\text{sup}}}$	$v =$	1	2	3	4	5	6	7	8	10
		$\bar{n} =$	35.2	33.7	31.2	28.2	25.6	23.2	21.2	19.4	16.0
b	2.26	$s =$	0''.744	0.602	0.546	0.516	0.497	0.484	0.474	0.467	0.456
		$M_u =$	0.178	147	138	137	139	142	146	150	161
c	1.69	$s =$	1.072	0.888	0.817	0.780	0.756	0.740	0.728	0.719	0.707
		$M_u =$	0.256	216	207	208	211	217	224	231	250

Der Vergleich beider Tabellen zeigt, daß bei Verwendung des FK4 Sup die Minima M_u deutlich nach links rücken ($v \approx 3.6$) und ihre Beträge um etwa 0''.01 zunehmen. Im allgemeinen bringt also das Einbeziehen von Supplementsternen leichte Nachteile mit sich, die durch größere Inanspruchnahme des Beobachters und zunehmenden Datenumfang $\bar{n} \cdot v$ noch verstärkt werden.

Von Vorteil dürfte die Erweiterung nur sein, wenn die Durchgangs- bzw. Instrumentenfehler überwiegen ($d' > 0''.8$) oder wenn durch äußere Umstände (Bewölkung, Bewuchs) ein größeres Sternangebot die Messung beschleunigt. Für die Wahl der günstigsten Fadenanzahl behält die Faustregel (3.4) ihre Gültigkeit, wenn man den Einfluß der Koordinatenfehler berücksichtigt:

$$v_{\text{opt}} \approx \frac{m'^2}{d'^2 + x \cdot m'_{\text{sup}}{}^2} + 2, \quad x = \frac{n_{\text{sup}}}{\bar{n}} \quad (3.7)$$

Für andere Sternkataloge gelten die Verhältnisse sinngemäß, doch sind Helligkeiten unter 7.^m0 am Ni2-Astrolab zu vermeiden.

4. EINFLÜSSE DER TEMPERATUR

Während der Beobachtungszeit kann sich die Höhe der Ziellinie durch

Wind und Stöße am Instrument

Lösung von mechanischen oder thermischen Spannungen

Änderung der persönlichen Zielauffassung

Änderung der Refraktion (hpts. durch nächtliche Abkühlung)

Temperaturabhängigkeit des Kompensator-Nullpunktfehlers

verlagern. Der erste Effekt wird im nächsten Kapitel behandelt, der zweite und dritte ist in den Messungen des Verfassers nicht eindeutig nachzuweisen. Die beiden letztgenannten Erscheinungen, die meist gleichsinnig wirken, machen sich hingegen fast immer bemerkbar. Während aber die Normalrefraktion durch Temperatur und Luftdruck eindeutig festliegt, unterscheidet sich das Verhalten des Kompensators nicht nur bei Nivellierinstrumenten verschiedener Bauart, sondern auch innerhalb desselben Typs. Beschränkt man sich darauf, diese Effekte durch gegenüberliegende Sternpaare auszuschalten, vergrößern sich die mittleren Fehler spürbar. Besser ist es, das jeweilige Instrument einer Prüfung zu unterziehen und während der Beobachtungen auch Temperaturmessungen vorzunehmen.

4 a. Temperaturgradient der verwendeten Nivelliere

Beim Ausgleich von Astrolabbeobachtungen ergibt sich der Höhenwinkel h mit größerer Genauigkeit als die Ortsunbekannten, $M_h \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot M_u$. Daher ist es möglich, die thermisch bedingte Änderung $\frac{dh}{dt}$ schon aus einem relativ kleinen Temperaturbereich z. B. einer ausgeprägten Strahlungsnacht herzuleiten. Bleibt darüber hinaus der Nullpunktfehler des Kompensators über längere Zeit konstant, kann sein Temperaturgradient aus Messungen verschiedener Abende genauer bestimmt werden.

Abbildung 4.1 enthält die ausgeglichenen Höhen aller Sätze $n > 8$, die

vom Verfasser 1973 - 1975 am Ni2-Astrolab Nr. 53342 beobachtet wurden, aufgetragen über der Lufttemperatur t_1 in Instrumentenhöhe. Der Anteil der Refraktion, welcher für $h = 60^\circ$ und niedrige Meereshöhe $\frac{-dr}{dt_1} = 0''.12/\text{grad}$ beträgt, ist noch enthalten, die Reduktion auf gleichen Luftdruck $p = 750 \text{ mm}$, $\frac{dr}{dp} = 0''.046/\text{mm}$, wurde hingegen angebracht. Innerhalb der einzelnen Sätze ist die nächtliche Abkühlung mit dem aus einer vorläufigen Auswertung /3/ folgenden Gradienten $\frac{dh}{dt} \approx 0''.52/\text{grad}$ berücksichtigt.

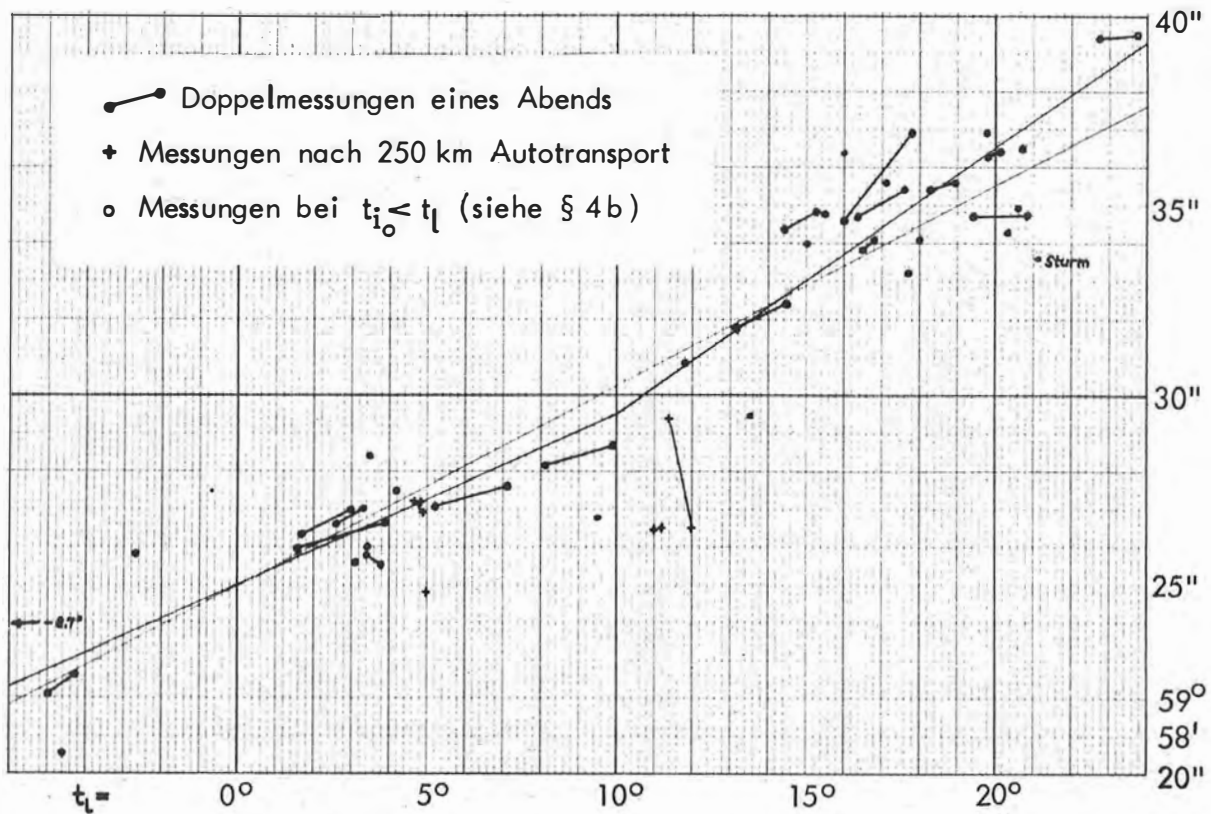


Abb. 4.1: Höhe der Ziellinie in Abhängigkeit von der Lufttemperatur t_1

Aus dem Diagramm geht hervor, daß der Nullpunktsfehler innerhalb $\pm 2 \dots 3''$ konstant blieb, außer nach langem Transport. Der Temperaturgradient ergibt sich im Mittel über den ganzen 33° C breiten Bereich zu $+ 0''.53/\text{grad}$. Die Ziellinie kann offenbar innerhalb eines Satzes um mehr als $1''$ absinken, weshalb sich Temperaturmessung und Berechnung der entsprechenden Korrektur empfiehlt. Besser läßt sich der Höhenverlauf durch z w e i Geradenstücke annähern

$$\frac{dh}{dt} = + 0.45 \quad (t < 10^{\circ}), \quad \frac{dh}{dt} = + 0.70 \quad (t > 10^{\circ}), \quad (4.1)$$

was auch mit den Gradienten der einzelnen Abende viel besser korrespondiert als die einfache Gerade. In der greifbaren instrumentenkundlichen Literatur sind zwar keine über den linearen Ansatz hinausgehenden Daten zu finden, es seien jedoch zwei Erscheinungen genannt, die auf die gleiche Ursache zurückgehen dürften: bei höheren Temperaturen schwingt der Kompensator rascher ein, und Brosin /1/ stellt für $t > 30^{\circ}$ eine sehr starke Zunahme des Ablauffehlers fest.

Für Vergleichszwecke sei der mittlere Wert $+ 0.53/\text{grd}$ gewählt, der nach Abzug des Refraktionsanteils $0.12/\text{grd}$ den instrumentellen Gradienten

$$\text{Ni2 53342:} \quad \frac{dh_i}{dt} = + 0.41/\text{grd} \quad -9^{\circ} < t < +24^{\circ} \quad (4.2)$$

ergibt. Für verschiedene Ni2-Exemplare lauten die Literaturangaben $0.4 - 0.5$ /9/, $0.2 - 0.6$ /1/; $0.2, 1.0, 0.2, 0.6$ (Zitate in /1/). In Anbetracht der unterschiedlichen Zahlenwerte hätte eine Reduktion der Sternhöhen nach (4.1) oder (4.2) kaum allgemeine Gültigkeit. In der Tat zeigte das im August 1975 gelieferte Astrolab Nr. 99122 schon bei der ersten Beobachtung einen stark systematischen Verlauf der Restfehler, der auf $\frac{dh}{dt} > 1''$ hindeutete; weitere Messungen ergaben den Wert $+ 1.0/\text{grd}$.

In einem solchen Fall ist ohne Reduktion bereits bei einer stündlichen Temperaturabnahme von 1°C , wie sie in jeder zweiten klaren Nacht auftritt, eine Verschleierung der tatsächlich erreichten Genauigkeit zu befürchten. Zur Abschätzung der Verhältnisse bei gleichmäßiger Abkühlung um Δt sei der Temperatureinfluß δ_i in Satzmitte mit Null angenommen, sodaß er die Höhenfehler v_i der ersten Sterne ($1 \leq i \leq \frac{n+1}{2}$) positiv, die der folgenden negativ beeinflusst:

$$+ \frac{\Delta h}{2} \geq \delta_i \geq - \frac{\Delta h}{2} \quad \Delta h = \frac{dh}{dt} \cdot \Delta t \quad (4.3a)$$

$$v_i' \approx v_i + \delta_i \quad i = 1, 2, \dots n. \quad (4.3b)$$

Mit v_i' sind jene Restfehler gemeint, die aus einem Ausgleich (φ', λ') ohne Berücksichtigung des Temperaturgradienten hervorgehen. Da $(\varphi' - \varphi)$, $(\lambda' - \lambda)$ nur bei gleichmäßigem Verlauf von δ_i und idealer Sternabfolge verschwinden, gilt (4.3b) nicht streng. Die Varianzen werden im allgemeinen vergrößert,

$$\frac{s'^2}{s^2} = \frac{[v^2 + 2v\delta + \delta^2]}{[v^2]} \approx \frac{[v^2] + [\delta^2]}{[v^2]}, \quad [\delta^2] \doteq \frac{n}{12} \Delta h^2 \left(1 + \frac{2}{n}\right)$$

$$\frac{s'}{s} \approx \sqrt{1 + \frac{n+2}{12(n-3)} \cdot \frac{\Delta h^2}{s^2}} \approx \sqrt{1 + \frac{\Delta h^2}{9s^2}} \quad n \approx 20, \quad (4.4)$$

wobei $[\delta^2]$ für äquidistante Schritte (4.3a) durch Δh ersetzbar ist. In einer Strahlungsnacht wird die Genauigkeit eines einstündigen Satzes durch $\Delta h = 0''.5, 1''$ und $2''$ etwa folgendermaßen beeinträchtigt:

Tabelle 4.1: Anwachsen der mittleren Fehler durch Temperaturänderung

$\Delta h = 0''.5$	$s' = 1''.01$	0.92	0.82	0.72	0''.62	0.53	0.43	0.34
1''.0	1.05	0.96	0.87	0.78	0.69	0.60	0.52	0.45
2''.0	1.20	1.12	1.04	0.97	0.90	0.83	0.78	0.73

In der höheren Genauigkeitsklasse, wo häufig Faktoren > 1.3 auftreten, ist eine summarische Beurteilung nach (4.4) nicht mehr ausreichend. Insbesondere können bei ungünstiger Sternfolge systematische Fehler in φ, λ auftreten, die 5 - 20 % von Δh erreichen; bei Messungen des Verfassers waren Verschiebungen bis $0''.10$ festzustellen. Es ist daher empfehlenswert, $\frac{dh}{dt}$ zu bestimmen und entsprechend der Temperaturänderung an jeden einzelnen Stern anzubringen. Trotzdem bleibt die Forderung wichtig, aufeinanderfolgende Sterne in gegenüberliegenden Paaren zu beobachten (siehe auch Abschnitt 2 b).

4 b. Abkühlung auf Umgebungstemperatur

Bei großen Temperaturunterschieden zwischen Instrument und Außenluft ist eine längere Akklimatisierung erforderlich, doch benötigt die Zielinie häufig mehr als 45 Minuten, um ihre endgültige Lage zu erreichen. Zur Vermeidung allzulanger Wartepausen hat der Verfasser Untersuchungen des Abkühlungsverlaufes vorgenommen. Die Temperaturmessung erfolgte an der Instrumentenoberfläche durch ein eigens gebautes, in Messing eingeschlossenes Kontaktthermometer. Die dadurch erreichte Verzögerung der Anzeige um 5 - 8 Minuten ist vorteilhaft, weil auch der Ni₂-Kompensator wegen seines Überrohres erst nach ungefähr 10 Minuten die Gehäusetemperatur annimmt //1/. Von den Meßreihen sei die letzte abgebildet, bei der

ein anfänglicher Temperaturunterschied von 25° bestand und die Ziellinien-senkungen beider Nivelliere fortlaufend mit Planplattenmikrometer und beleuchteter Zielmarke überwacht wurden.

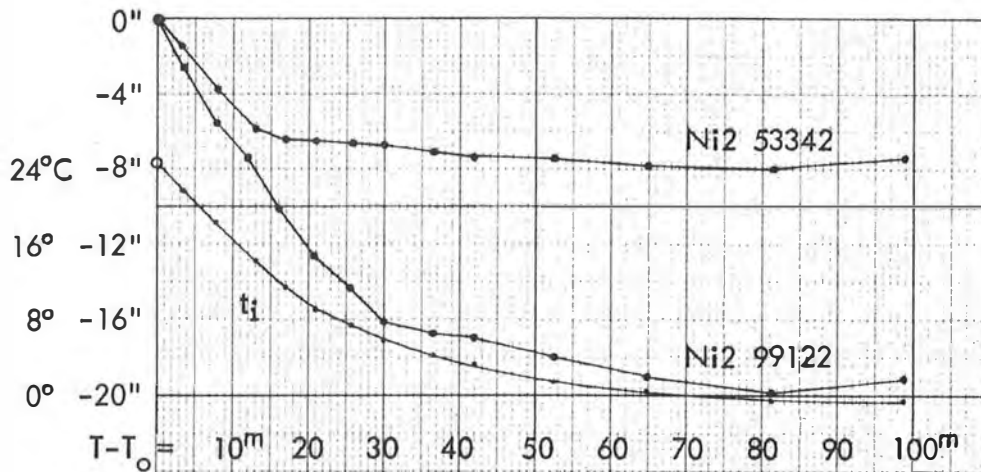


Abb. 4.2: Absenkung der Ziellinie während des Abkühlvorganges

Die Temperaturgradienten $\frac{dh_i}{dt}$ verhalten sich wie 0.4 : 1, beim Ni2 53342 ist ähnlich Abb. 4.1 in der Nähe von 12°C ein Knick angedeutet. Allerdings darf man bei so scharfer Abkühlung die Höhen- mit der Temperaturkurve nur unter Vorbehalt vergleichen. Da der Temperaturverlauf durch Abstrahlung, Konvektion und Wärmeleitung beeinflusst wird und diese nicht nur verschiedenen Gesetzen gehorchen, sondern auch wechselnden Anteil besitzen, erscheint eine theoretische Behandlung wenig sinnvoll. Die Abkühlungsfunktion $t_i = f(T, t_1)$ läßt sich jedoch unter konstanten äußeren Bedingungen (Wind!) durch eine der Zerfallskurve radioaktiver Elemente ähnliche Funktion

$$t_i = t_1 + (t_{i_0} - t_1) \cdot 2^{-\frac{T-T_0}{\tau}} \quad t_1 = \text{const} \quad t_{i_0} = t_i(T_0) \quad (4.5)$$

darstellen. Die Annäherung gelang bei allen Versuchen, auch unter Erwärmung, auf mindestens 0.3°C. Die "Halbwertszeit" τ , in der sich $(t_i - t_1)$ halbiert, ergab sich aus Abb. 4.2 zu 16 Minuten, bei völliger Windstille zu 24^m und dürfte bei kräftigem Wind auf etwa 10^m absinken - hier überwiegt der Konvektionseinfluß.

(4.5) läßt sich auch auf wechselnde Verhältnisse anwenden, indem für

jede stärkere Änderung von t_1 (nächtliche Abkühlung) oder τ (Wind) eine neue Funktion angesetzt wird. Für den anfänglichen steilen Abfall ist dies jedoch bedeutungslos, während spätere Änderungen der Lufttemperatur langsam genug erfolgen und die Verzögerung kaum mehr eine Rolle spielt. Vernachlässigt wird der Umstand, daß bei unbewegter Luft die Wärmeabstrahlung eine Unterkühlung $t_i < t_1$ hervorruft, welche aber meist beständig ist und beim Ni2 immer unter 0.5° bleibt.

Es sei nochmals kurz auf Abb. 4.1 verwiesen, in welcher zwei Gradienten des höchsten Temperaturbereichs fast Null sind. An diesen Abenden /3/ wurde in der irrigen Annahme ausgeglichener Temperaturen $t_{i_0} \approx t_1$ sofort mit den Messungen begonnen. Im Hochsommer des nächsten Jahres mußte der Verfasser aber feststellen, daß auch nach Hitzeperioden der Aufbewahrungsort (Keller) nur Temperaturen von $19 - 20^\circ$ aufwies. Die Wirkung von $t_i < t_1$ auf die jeweils 1. Beobachtungshöhe ist unverkennbar.

Gegenüber einem Ausgleich mit z w e i unbekanntem Zenitdistanzen, wie ihn Rödde 1974 (DGK B 198) in einigen Fällen anwendet, dürfte (4.5) in Verbindung mit $\frac{dh_i}{dt}$ überlegen sein. Das Problem der richtigen Zeitwahl sowie systematische Einflüsse auf die Restfehler werden weitgehend vermieden, außerdem verringert sich die Redundanz nicht. Es ist daher möglich, die Messungen sofort nach Aufstellung zu beginnen, sofern $|t_{i_0} - t_1| < 10^\circ$. Einzige Voraussetzung ist die Bestimmung des instrumentellen Temperaturgradienten $\frac{dh_i}{dt}$ und Notieren von anfänglicher Zeit, Luft- und Instrumententemperatur. Für letztere genügt es, ein Thermometer in der Instrumentenkiste anzubringen. Damit kann der Meßvorgang weiter beschleunigt werden, besonders wenn man an einem Abend auf mehreren Stationen beobachten will.

5. WEITERE INSTRUMENTELLE EINFLÜSSE

5 a. Ablauffehler des Kompensators

Im Präzisionsnivelement kennt man den Begriff der Horizontschräge, welche sich in systematischen Unterschieden zwischen Hin- und Rückmessung äußert. Hervorgerufen wird sie durch Fehler der Grobhorizontierung, die infolge der unvollständigen Kompensation und der Meßanordnung meist gleichsinnig wirken. Derselbe Effekt kann bei Astrolabbeobachtungen das

Ergebnis φ , λ merklich verfälschen.

Die Ablaufkurve (systematische Restfehler in Abhängigkeit von der Stehachsneigung) zeigt beim Ni2 für Längsneigungen eine annähernd spiegelsymmetrische Form, die im Bereich $\pm 2'$ praktisch horizontal verläuft (Abb. 5.1). Bei Querneigungen haben die Ablauffehler jedoch drehsymmetrische Charakteristik mit Steigungen der Größenordnung

$0''3/2' / 9/$, $/13/$, weshalb man der Grobhorizontierung besonderes Augenmerk widmen sollte. Leider besitzt die Dosenlibelle mit $15'/2$ mm einen ziemlich großen Parswert, wenngleich eine fast parallaxenfreie Betrachtung möglich ist. Unter Annahme einer einzigen sorgfältigen Einspielung auf 0.3 mm $\approx \approx 2!2$ muß - abgesehen von Justierzustand und Trägheit der Dosenlibelle - mit einer Horizontschräge von $0''3$ gerechnet werden. Die am Prismenvorsatz angebrachte Querlibelle $5'/2$ mm ist zwar etwas genauer, kann aber nicht so gut zentriert werden.

Zur Ausschaltung von Justierfehlern und Steigerung der Einspielgenauigkeit horizontiert der Verfasser zu Beginn und in Satzmitte in 4 Hauptrichtungen, während Rödde (DGK B162, 1968) 6 über den Satz verteilte einfache Horizontierungen in jeweils um 60° verschobenen Azimuten vornimmt. Besonders wichtig ist diese Vorgangsweise bei hohen Temperaturen, wo die Ablauffehler stark anwachsen und auch für Längsneigungen drehsymmetrische Charakteristik annehmen. Die Ziellinie des in /1/ untersuchten Instruments reagierte bei 18° bzw. 37°C auf kleine Längskippungen mit $+ 0!2/2'$ bzw. $+ 1!4/2'$. In warmen Sommernächten muß daher mit systematischen Kompensationsrestfehlern bis $0!6/2'$ gerechnet werden, die auch bei sorgfältigster Aufstellung merkliche Horizontschrägen verursachen. Genauere Dosenlibellen wären also unbedingt von Vorteil.

Eine weitere Fehlerquelle, die Hysterese, besteht im systematischen Unterschied zwischen den beiden Einschwingrichtungen des Kompensators (strichlierte Kurven in Abb. 5.1). Nach /13/ liegt sie zwischen $0!2-0!9$ und nimmt in warmer Umgebung auf $2''$ zu /1/, Labormessungen des Verfassers

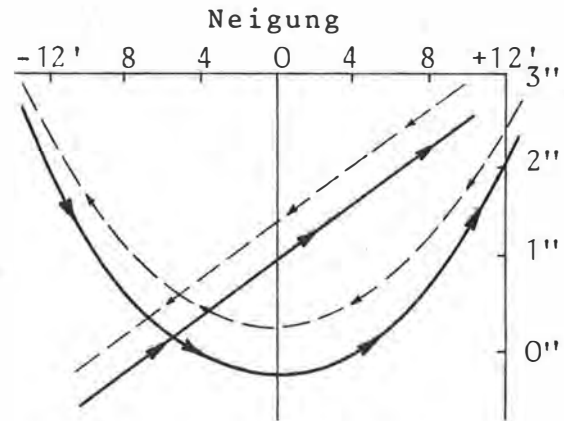


Abb. 5.1: Idealisierte Ni2-Ablaufkurven (bei Normaltemperatur)

ergaben jedoch nur Werte bis 0'25. Die Hysterese beeinträchtigt Astrolabbeobachtungen glücklicherweise wenig, weil der Einschwingvorgang infolge der azimutalen Nachführbewegungen meist im gleichen Sinn erfolgt.

5 b. Stabilität der Ziellinie bei Wind und Transport

Treten während des Meßvorgangs Erschütterungen auf, kehrt der Kompensator nach Abklingen der Schwingungen nicht genau in die alte Ruhelage zurück. Nach Steudel /13/ haben diese Fehler jedoch zufällige Charakteristik, obwohl die Ablaufkurven wesentlich eckiger werden. Der Verfasser kann dies aufgrund von Astrolabbeobachtungen bestätigen, wo böiger Wind von 60 km/h trotz stark tanzender Bilder keine systematischen Fehler verursacht. Bis 40 km/h erhöhen sich die Standardabweichungen nur um 15 - 30 %, bei größeren Windgeschwindigkeiten ist es aber günstig, das Stativ durch einen Steinsack zu beschweren. Für Messungen unter Windeinfluß bringen die zahlreichen Fäden des Ni₂-Astrolabs entscheidende Vorteile, gute Erfahrungen wurden in diesem Zusammenhang mit einer Gewichtung einzelner Fadenantritte gemacht.

Wie aus Abbildung 4.1 hervorgeht, bleibt die Ziellinie eines länger in Gebrauch stehenden Ni₂ über mehrere Jahre meist innerhalb $\pm 3''$ konstant. Nach Ochsenhirt /9/ wirkt sich der normale Alterungsprozeß positiv auf die Justierbeständigkeit aus (15" ... 6"), aber auch eine Behandlung am Vibriertisch. Es wird daher die Empfehlung ausgesprochen, das Instrument "nicht zu vorsichtig" zu behandeln. Autotransport und Schütteln /13/ beeinträchtigen die Genauigkeit kaum, verursachen jedoch eine wesentlich größere Hysterese, die erst nach Tagesfrist abklingt. Unmittelbar vor dem Aufbau soll das Nivellier nicht geschüttelt werden, da sonst für einige Minuten positive Höhenfehler der Größenordnung 1" auftreten. Auch nach den Erfahrungen des Verfassers bringt ein langer Transport keine Genauigkeitsverluste, doch hat sich nachher in einem Fall (Abb. 4.1) der Nullpunktsfehler durch Hantieren am Instrument abrupt geändert.

5 c. Gedanken zum günstigsten Fadennetz

Durch eine zweckmäßige Gestaltung des Fadennetzes kann man weitere spürbare Optimierungseffekte erzielen, welche die Beschleunigung des Meßvorganges, aber auch die Minimierung persönlicher Fehler betreffen. Die Standard-Strichplatte des Ni2-Astrolabs (Abb. 3.1) ist zwar, von den äußersten Doppelfäden abgesehen, für die Beobachtung rascher Sterndurchgänge gut geeignet, erfordert aber in Meridiannähe einen ziemlich hohen Zeitaufwand. Sie sollte übrigens 180° verdreht montiert werden, da auf der Nordhalbkugel die meisten Sterne ($50^\circ < a < 310^\circ$ für $\varphi = 48^\circ$) das Gesichtsfeld von links nach rechts durchqueren. Trachtet man nämlich, daß die Sterndurchgänge in der Nähe des senkrechten Mittelfadens erfolgen, kann man sich in der Vorgabe irren und der Fadenantritt geht verloren. Naturgemäß kommt dies bei südlichen Azimuten am ehesten vor, wo schleifende Schnitte mit großen horizontalen Geschwindigkeiten einhergehen.

Nach Meinung des Verfassers ist ein zweifaches Fadensystem optimal, bei dem eine Seite große, die andere kleine Fadenabstände aufweist. Die engere Hälfte dient der Beobachtung meridiannaher Sterne und sollte sich nach der vorstehenden Bemerkung rechts befinden. Die Anordnung in Doppelfäden ist beizubehalten, da sie nicht soviel Aufmerksamkeit erfordert wie die doppelte Zahl von Einzelfäden und dem Beobachter außerdem erleichtert, die Fehler schlechter Antritte zu kompensieren. Die $30''$ -Distanzen der Standardstrichplatte, deren Überquerung eine Zeit $\approx \frac{3^s}{\sin a}$ erfordert, sind i. a. günstig; beim Fadennetz für Meridiansterne sollten sie etwa $15 - 20''$ betragen. Die Abstände im äußeren Teil des Systems sind zur Vermeidung längerer Wartepausen zu verringern, dem Auge muß aber durch Zwischenzeiten von etwa 6^s Gelegenheit gegeben werden, die Fixierung lockern zu können /11/.

Das in Abb. 5.2 vorgeschlagene Fadennetz entspricht diesen Grundsätzen. Die rechte Seite dient der Beobachtung von Sternen in Meridianabständen $< 40^\circ$ und stellt, abgesehen von der Fadenstärke, eine Verengung auf 60 % dar. Mit diesem kombinierten Netz kann der Beobachter bei nur wenig größerer Beanspruchung die Zeit wesentlich besser ausnützen - gegenüber Abb. 3.1 natürlich in erster Linie bei meridiannahen Sternen.

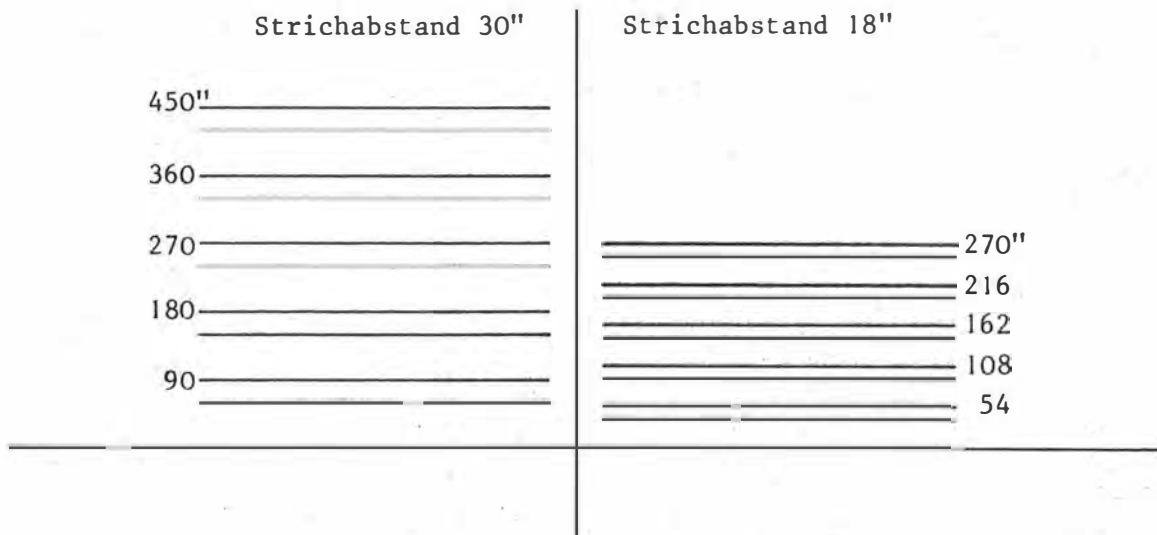


Abb. 5.2: Obere Hälfte eines kombinierten Fadennetzes

Die pro Stunde nutzbare Sternanzahl \bar{n} (Abb. 3.2) vergrößert sich dadurch ganz erheblich. Für $\nu = 6$ sinkt die Durchgangsdauer $D_6 \approx 63^s/\sin a$ auf $54^s/\sin a$ bzw. $32^s/\sin a$ ab, wobei im Schnitt wegen des Integrals (3.2) vor allem der zweite, für $a < 40^\circ$ gültige Wert eine spürbare Verkürzung auf 65 % bringt. Dies entspricht einer Reduktion auf $\nu = 4.1$ im Standardnetz und 18 % höherem \bar{n} , sodaß gegenüber Tabelle 3.1 die Genauigkeiten um 9 % steigen oder der mittlere Zeitaufwand um ein Sechstel sinkt. Eine eventuelle kleine Versetzung der beiden Netzhälften wirkt sich bei gleichmäßiger Sternverteilung auf die Resultate nicht aus.

Es sei noch kurz auf das Problem der Fadenstärke eingegangen. Die Standardausführung des Ni2-Astrolabs besitzt ziemlich dicke Fäden (ca. 6"), was aber keineswegs ein Nachteil ist. Während bei Winkelmessungen oder am Okularmikrometer d ü n n e Fäden ein genaueres Einstellen der Bisektion ermöglichen, sind für Durchgangsbeobachtungen d i c k e günstiger. Der Zeitpunkt der Bisektion kann nach eigener Erfahrung deutlicher erfaßt werden, wenn der Stern die Fadenränder nur wenig überragt.

Ein ideales 45 mm - Objektiv erzeugt ein Zentralbeugungsbild von 2"9 Durchmesser, doch ist bei üblichen Luftbedingungen der erste Beugungsring (5") wichtiger. Tatsächlich erscheinen Sterne 5. - 6. Größe als 6"-Scheibchen und ab dieser Helligkeit, bis herauf zu 2^m5, sind am Ni2 gute Durchgangsmessungen möglich. Im Rahmen einer Versuchsreihe /4/ wurde hingegen festgestellt, daß bei den wesentlich dünneren Fäden eines DKM2-A (2"5)

rasche Durchgänge von Sternen heller als 4^m.5 bereits erhöhte Konzentration erforderten. Die optimale Fadenstärke dürfte also bei 5" liegen.

6. GEWICHTSANSATZ UND AUSWERTUNG

In der Regel werden Astrolabmessungen nach vermittelnden Beobachtungen ausgeglichen, entweder aufgrund der gemessenen Durchgangszeiten oder mit daraus abgeleiteten Höhenwinkeln. Die zweite Methode ist vorzuziehen, weil sie Verbesserungen liefert, deren Beträge viel weniger als im ersten Fall vom Azimut abhängen. Dieses Verhalten läßt sich aus der Überlagerung von Zeit- und Zielfehlern erklären /5/, wie aus Tabelle 2.4 ersichtlich ist. Ein Ausgleich nach bedingten Beobachtungen /2/, in dem Zeiten u n d Höhen Verbesserungen erhalten, kann durch Höhenausgleich mit geeigneter Ponderierung voll ersetzt werden. Im folgenden seien einige Gewichtsansätze diskutiert.

Zeit-Ausgleich

$$p_t = 1$$

$$p_t = (\sin a \cos \varphi)^2$$

$$p_t = \sin a \cos \delta$$

$$p_t = \left(A' + \frac{B'}{\sin a \cos \varphi} \right)^{-2}$$

$$p_t = \left(A'^2 + \frac{B'^2}{\sin^2 a \cos^2 \varphi} \right)^{-1}$$

Höhenausgleich

$$p_h = \left(\frac{1}{h} \right)^2 = \left(\frac{1}{\sin a \cos \varphi} \right)^2 \quad (6.1)$$

$$p_h = 1 \quad (6.2)$$

$$p_h = \frac{\cos \delta}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{\sin \varphi \cos \varphi} \quad (6.3)$$

$$p_h = (A' \sin a \cos \varphi + B')^{-2} \quad (6.4)$$

$$p_h = (A'^2 \sin^2 a \cos^2 \varphi + B'^2)^{-1} \quad (6.5)$$

Bei verschiedener Anzahl v von Fadenpaaren wird üblicherweise $p_{h,v} = v \cdot p_h$ gewählt. (6.1) gibt jeder gemessenen Zeit gleiches Gewicht und ist wegen Vernachlässigung der Zielfehler (im Meridian $p_h = \infty$) unrealistisch. Der in beiden Auswertemethoden häufig verwendete Ansatz (6.2) ignoriert Zeitfehler und gibt Sternen im 1. Vertikal ein etwas zu großes Gewicht. Der in /12/ formulierte Ansatz (6.3) stellt gewissermaßen einen Kompromiß dar, bevorzugt aber Südsterne zu Unrecht. Am besten entsprechen (6.4) und (6.5), die zwischen den beiden Fehlerursachen differenzieren und (6.1), (6.2) als Sonderfälle enthalten. Der Ansatz (6.4), in /2/ noch um den Einfluß des parallaktischen Winkels φ erweitert, setzt eine starke Korrelation der Fehleranteile A' , B' voraus, während (6.5) Zeit- und Zielfehler als von-

einander unabhängig betrachtet /8/. Eine detaillierte Analyse /5/ ergab, daß (6.5) eher der Realität entspricht und die Wirkung von q verschwindend gering ist.

Vereinzelt wird vorgeschlagen, die Gewichte der verschiedenen Sternpassagen aus ihren inneren Genauigkeiten zu berechnen. Dies ist jedoch ungünstig, weil eine geringe Streuung der einzelnen Fadenantritte Zufall sein kann und wenig über die tatsächliche Genauigkeit aussagt, welche von den Durchgangsfehlern (Kapitel 2) entscheidend beeinflusst wird. Deshalb genügt es bei uneinheitlicher Fadenanzahl auch nicht, die Gewichte (6.1 - 5) mit dem jeweiligen v zu multiplizieren.

Der Verfasser benützt den Ansatz (6.5), zieht allerdings im Sinne von Tabelle 2.4 den praktisch konstanten Faktor $\cos \varphi \approx \frac{2}{3}$ in den mittleren Zeitfehler A . Für $v = 6$ Fadenpaare ergibt sich $p_h = (0.38^2 \sin^2 a + 0.29^2)^{-1}$, während im allgemeinen Fall zwischen Antrittsfehler m und Durchgangsfehler d unterschieden wird:

$$p_{h,v} = \left\{ \frac{A^2(m) \sin^2 a + B^2(m)}{v} + A^2(d) \sin^2 a + B^2(d) \right\}^{-1} = \quad (6.6)$$

$$= \left\{ \frac{0.45^2 \sin^2 a + 0.51^2}{v} + 0.33^2 \sin^2 a + 0.20^2 \right\}^{-1} .$$

Ist die Fehlercharakteristik des Beobachters noch unbekannt, kann man zunächst $A(m) = B(m)$, $A(d) \approx B(d)$ setzen und wie in Abschnitt 2a nur mit den Mittelwerten m' , d' operieren. Das Verhältnis $m':d'$ läßt sich durch Vergleich zwischen Stern- und Fadenpaarauswertung (2.3 - 4) einfach bestimmen, sodaß gilt

$$p_{h,v} = \left\{ (\sin^2 a + 1) \left(\frac{m'^2}{v} + d'^2 \right) \right\}^{-1} . \quad (6.7a)$$

In Ermangelung jeglicher Zahlenwerte kann aufgrund von Tabelle 2.1 $d' \approx 0.7m'$ gesetzt werden, was für viele Rechnungen genügt:

$$p_{h,v} \approx \frac{1}{\sin^2 a + 1} \cdot \frac{v}{2 + v} . \quad (6.7b)$$

Konstantes v vorausgesetzt, haben meridiannahe Sterne gegenüber Ost/Weststernen etwa doppeltes Gewicht. Bei den Astrolabbeobachtungen des Verfassers differieren die Ergebnisse nach (6.6) und (6.7b) kaum. Die Unterschiede zum Ansatz (6.2) erreichen hingegen manchmal $0''.2$, jene zu (6.1) dürften gemäß /2/ noch größer sein. Außerdem vermindert (6.6) und (6.7)

den mittleren Fehler der Breite (durchschnittlich $M_\varphi = \pm 0.2$) auf Kosten der Länge, was den tatsächlichen Verhältnissen besser gerecht wird.

Die Ausgleichung nach Höhen ist jener nach Zeiten in weiteren Punkten überlegen. Sie ermöglicht nicht nur ein leichteres Anbringen der Temperaturkorrektur (Kapitel 4), sondern auch eine bessere Beurteilung der Ergebnisse. In jedem Fall ist empfehlenswert, die Höhenverbesserungen aller Sterne ausdrucken zu lassen, da ihr Verlauf thermische und instrumentelle Einflüsse widerspiegelt. Angesichts der geringen Gewichtsunterschiede - nach (6.7b) maximal 1 : 2 - können die Restfehler einem Schnelltest auf Normalverteilung /5/ S.55 unterworfen werden. Bei größerer Sternanzahl ist ferner eine Zufälligkeitsprüfung mit dem Kriterium von ABBE (2.5) angezeigt. Fällt sie negativ aus, sind die Fehler aufeinanderfolgender Durchgänge korreliert, was bei ungünstiger Sternabfolge systematische Fehler der Resultate bzw. zu optimistische Genauigkeiten bedeutet.

Die zusätzliche Auswertung nach Fadenpaaren (2.3) ermöglicht eine Abschätzung des mittleren Durchgangsfehlers oder - falls d' schon bekannt ist - eine Beurteilung der Resultate. In manchen Sätzen $n < 20$ ist die Streuung innerhalb einzelner Passagen groß, ohne daß sich dies im mittleren Fehler M_u^* der Sternauswertung zeigt. In solchen Fällen signalisiert $M_u' : M_u^* = V > 0.9$, daß die üblichen Genauigkeitsmaße unrealistisch sind. Wenn V hingegen 70 % seines Normalwertes unterschreitet, sind die Ergebnisse φ , λ wegen uneinheitlicher Beobachtungsweise mit Vorsicht zu betrachten.

7. SCHLUSSBETRACHTUNGEN

In der vorliegenden Arbeit wurde getrachtet, möglichst alle für die Optimierung von Astrolabbeobachtungen wichtigen Gesichtspunkte zu beleuchten. Es kann als erwiesen gelten, daß die Anordnung der Messungen sehr starken Einfluß auf die erreichbaren Genauigkeiten bzw. den dazu nötigen Zeitaufwand hat. Die folgende Zusammenstellung enthält jene Punkte, bei deren Beachtung spürbare Verbesserungen zu erwarten sind. Die Zahlenangaben beziehen sich auf das Ni2-Astrolab und die untersuchten vier Meßreihen; sie stellen Schätzwerte dar, die bei verschiedenen Beobachtern bzw. Instrumenten um etwa 10 % schwanken können.

Aspekt	Mittl. Fehler mögliche Verringerung	Zeitaufwand auf	siehe Kapitel
Optimale Fadenanzahl	90 - 55 %	80 - 35 %	3 a
Sternabfolge, Durchgangsfehler	75	115	2 b
Fadenanzahl nach Azimut gestaffelt	90	80	2 c
Nächtlicher Temperaturgang	90 - 70	--	4 a
Akklimatisierung des Astrolabs	--	90 - 60	4 b
Besseres Fadennetz	90	80	5 c

Mit Ausnahme der zweiten Zeile sind die Prozentangaben wahlweise zu verstehen, entweder für vorgegebene Meßdauer oder für die geforderte Genauigkeit. In vielen Fällen können die mittleren Fehler oder der Zeitaufwand auf 50 % herabgedrückt werden, in Ausnahmefällen noch stärker. Die meiste Wirkung hat die Fadenanzahl, deren Optimum gemäß Faustregel (3.4) vom Verhältnis der persönlichen Fehleranteile abhängt. Die Verwendung von Supplementsternen empfiehlt sich wegen größerer Koordinatenfehler nicht.

Durch Beachtung weiterer Aspekte können auch systematische Einflüsse etwa folgender Beträge ausgeschaltet werden: Helligkeitsgleichung bis $0''.03$, Ablassfehler des Kompensators $0''.3$, Gewichtsansatz $0''.1 - 0''.3$. Die persönliche Gleichung des Beobachters zeigt ausreichende Konstanz /5/ und läßt sich durch mehrmonatige Referenzmessungen genügend genau erfassen.

Abschließend sei festgestellt, daß es äußerst lohnend ist, bei der Beobachtungsanordnung die verschiedenartigen Fehlerquellen in Betracht zu ziehen. Der Verfasser hofft, mit seinen Untersuchungen zu einer häufigeren und besseren Verwendung von Prismenastrolabien für Ortsbestimmungen hoher Präzision beizutragen.

L I T E R A T U R

- /1/ BROSIN K.:
Temperatureinfluß auf Kompensator-Nivellierinstrumente und seine Auswirkungen im Nivellement. Geod. u. Geoph. Veröff. Reihe III, Heft 24, Berlin 1972.
- /2/ DEICHL K.:
Zur Messung mit Pendelastrolabien und ihrer Auswertung. Zeitschrift f. Vermessungswesen, Jg. 100, S. 499 - 509, Stuttgart 1975.
- /3/ GERSTBACH G.:
Astronomische Ortsbestimmung mit dem Prismenastrolab. Österr. Z. f. Vermessungswesen und Photogrammetrie, Jg. 62, S. 25 - 34, Wien 1974.
- /4/ GERSTBACH G.:
Astronomische Breiten- und Längenbestimmung mit dem DKM 2-A. Kern-Bulletin Nr. 22, S. 3 - 6, Aarau 1975.
- /5/ GERSTBACH G.:
Analyse persönlicher Fehler bei Durchgangsbeobachtungen von Sternen. Geowissenschaftliche Mitteilungen, vorliegendes Heft 7, Wien 1975.
- /6/ JACKSON P.:
Individuelle Verbesserungen der Rektaszensionen von FK4 Sup Sternen. Annalen der Univ. Sternwarte Wien, Band 30, Nr. 5, Wien 1972.
- /7/ LORCH W.:
Untersuchungen über die persönlichen Fehler bei geodätisch-astronomischen Beobachtungen und die Möglichkeit ihrer Ausschaltung durch Nachführvorrichtungen. DGK Reihe C, Heft 150, München 1970.
- /8/ NIETHAMMER Th.:
Die genauen Methoden der astronomisch-geographischen Ortsbestimmung. Verlag Birkhäuser, Basel 1947.
- /9/ OCHSENHIRT H.:
Untersuchung des Zeiss - Nivelliers Ni2 mit automatischer Horizontierung der Zielachse. Zeitschrift f. Vermessungswesen, Jg. 81, S. 348 - 353, 372 - 378, Stuttgart 1956.
- /10/ RÖDDE A.:
Simultanbestimmungen der Lotabweichungskomponenten ξ und η mit dem Prismenastrolabium. X (1968, 70). DGK Reihe B, Heft 197, Frankfurt 1974.
- /11/ SCHOBER H.:
Das Sehen. Band I, 2. Auflage. Fachbuchverlag, Leipzig 1957.
- /12/ SCHROEDER U.:
Automation und Geodätische Astronomie. DGK Reihe C, Heft 157, München 1970.
- /13/ STEUDEL J.:
Ein Beitrag zur Untersuchung von Kompensatornivellieren im Hinblick auf ihre Verwendung bei Feinnivellementsarbeiten. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Techn. Hochschule, Aachen 1973.

Geowiss. Mitt.

7, 1975, p. 135 - 149

W. RÖSSLER :

Über die Form der photographischen Abbildung von Sternbahnen

On the Form of the Photographic Projection of Star Traces

Adresse des Autors:

Address of the author:

Univ.Ass.Dipl.Ing. Wolfgang Rössler, Institut für Höhere Geodäsie,
Technische Universität Wien, 1040 Wien, Gußhausstraße 27 - 29, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird die Gestalt der Abbildung von Sternbahnen auf photographischen Aufnahmen analysiert und in Form von geschlossenen Formeln dargestellt. Zwei sich daraus ergebende Anwendungsmöglichkeiten werden aufgezeigt.

ABSTRACT

In the paper the types of curves of the projection of star traces on photographic plates are analysed. Closed formulas are presented. Two examples for practical use are given.

1. EINLEITUNG

Bildet man eine Kugelfläche derart auf eine Ebene ab, daß das Projektionszentrum in den Kugelmittelpunkt zu liegen kommt, spricht man von einer gnomonischen Projektion. Sie ist deshalb von Bedeutung, weil sie eine geodätische Linie im Urbild wieder als geodätische Linie abbildet. Man spricht daher auch von einer "echten geodätischen Abbildung". Weiters hat diese Projektion die Eigenschaft, daß sie den Winkel zwischen zwei Großkreisen, die durch den Zentralpunkt der Abbildung laufen, in wahrer Größe wiedergibt (Fig. 1).

Wird der Fixsternhimmel durch ein Meßfernrohr betrachtet, so entsteht das Bild des sphärisch gedachten Firmaments in der Fadenkreuzebene. Aufgrund der Dimension der Erde und der Entfernung zu den Fixsternen kann nun der Beobachtungsstandpunkt mit dem Mittelpunkt der Himmelskugel identifiziert werden, wodurch die Voraussetzungen für eine gnomonische Projektion gegeben sind.

Setzt man vollständig korrigierte Linsensysteme und Identität der optischen Achsen voraus, so handelt es sich bloß um eine Maßstabsfrage, wenn das in der Fadenkreuzebene entstehende Bild in weiterer Folge durch das Okular hindurch etwa auf eine photographische Platte abgebildet wird.

2. ABBILDUNGSGLEICHUNGEN

Von den allgemeinen Projektionsgleichungen der gnomonischen Abbildung ausgehend, gilt zunächst (Fig. 1):

$$\begin{aligned} x &= \frac{R \left[\sin \delta \cos \delta_0 - \cos \delta \sin \delta_0 \cos (a - a_0) \right]}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (a - a_0)} \\ y &= \frac{R \cdot \cos \delta \sin (a - a_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (a - a_0)} \end{aligned} \quad (1)$$

wenn die abzubildenden Punkte im Deklinations-Rektaszensionssystem vorliegen, der Bildhauptpunkt die Koordinaten δ_0 und a_0 bzw. $x = 0$ und $y = 0$ erhält und die

x -Achse das Bild des Großkreises $\alpha_0 = \text{const.}$ darstellt.

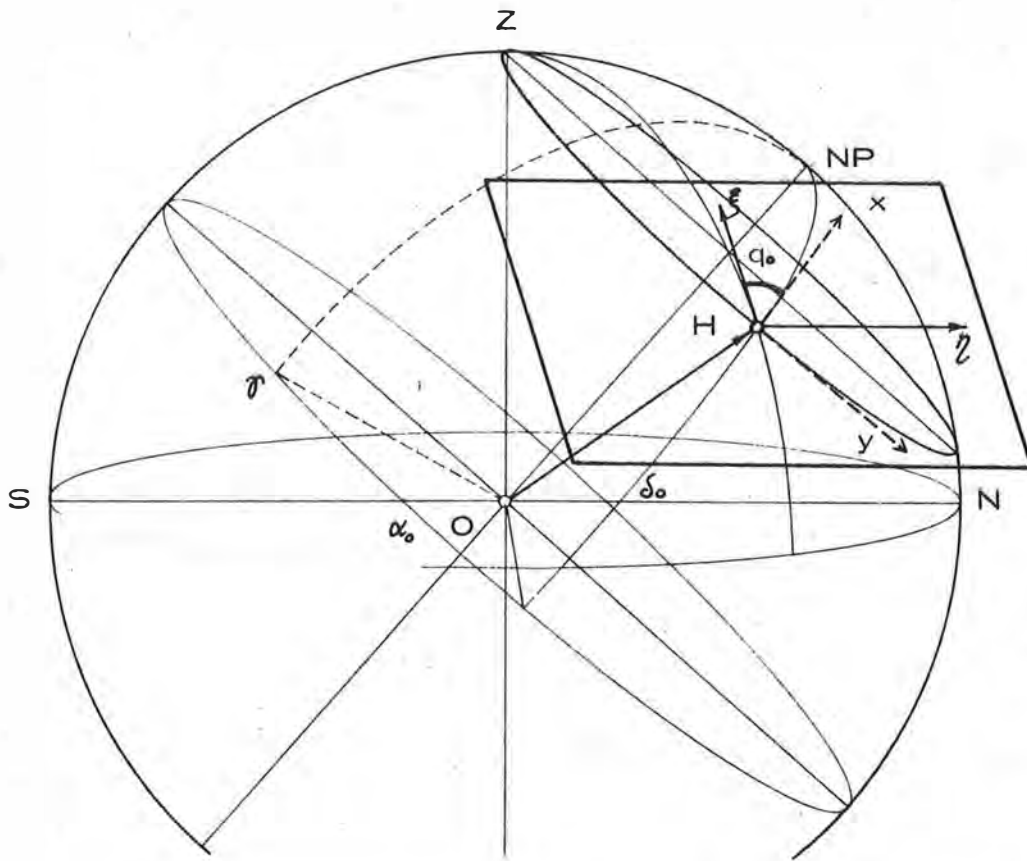


Fig. 1

Daraus folgt aber, daß die Gleichungen (1) zur praktischen Auswertung insoferne unbrauchbar sind, als sie auf keinem mitabzubildenden Bezugssystem beruhen. Dieser Umstand zwingt dazu, das Fadensystem des Meßfernrohres mitzuphographieren - auch wenn dies einige technische Schwierigkeiten mit sich bringt - um ein Bezugssystem zu erhalten, in dem Messungen ausgeführt werden können.

Jetzt entspricht die ξ -Achse dem Vertikalfaden, ist also das Bild des Großkreises durch Hauptpunkt und Zenit, während die η -Achse das Bild des Horizontalfadens darstellt.

Dadurch wird eine Koordinatentransformation nötig, und zwar eine Drehung um den Hauptpunkt der Abbildung, wobei der Drehwinkel q_0 dem parallaktischen Winkel eines

fiktiven Sternes im Bildhauptpunkt entspricht (Fig. 2).

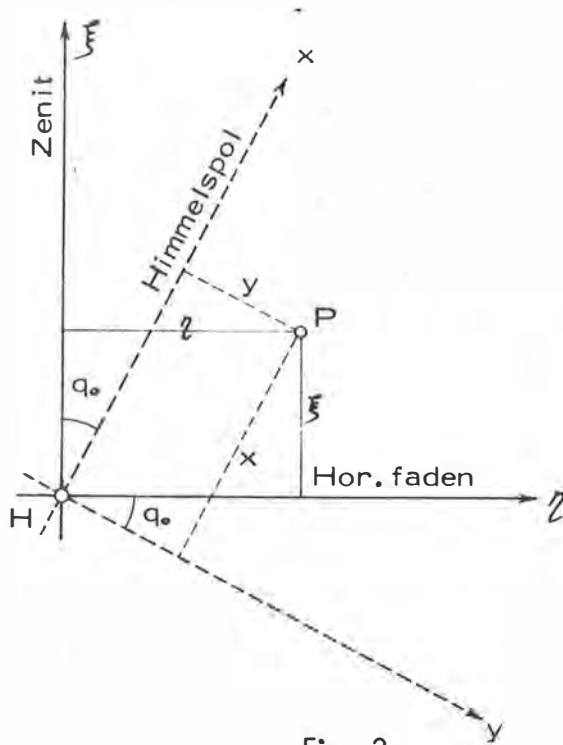


Fig. 2

mit

$$\xi = \frac{RSC_0 \cos q_0 - RCS_0 \cos a \cos q_0 - RC \sin a \sin q_0}{SS_0 + CC_0 \cos a} \quad (3)$$

$$\eta = \frac{RSC_0 \sin q_0 - RCS_0 \cos a \sin q_0 + RC \sin a \cos q_0}{SS_0 + CC_0 \cos a}$$

Durch entsprechende Verknüpfung der beiden Gleichungen (3) muß in weiterer Folge die Rektaszensionsdifferenz eliminiert werden, um die Gleichung eines Parallelkreises zu erhalten.

$$(S^2 S_0^2 + C^2 C_0^2 \cos^2 a + 2 SCS_0 C_0 \cos a) \cdot \frac{\xi^2}{R^2} =$$

$$= S^2 C_0^2 \cos^2 q_0 + C^2 S_0^2 \cos^2 a \cos^2 q_0 + C^2 \sin^2 a \sin^2 q_0 -$$

$$- 2 SCS_0 C_0 \cos a \cos^2 q_0 - 2 SCC_0 \sin a \sin q_0 \cos q_0 +$$

$$+ 2 C^2 S_0 \sin a \cos a \sin q_0 \cos q_0$$

Es folgt

$$\xi = x \cos q_0 - y \sin q_0 \quad (2)$$

$$\eta = x \sin q_0 + y \cos q_0$$

Aus der Verbindung von (1) und (2) ergeben sich die endgültigen Abbildungsgleichungen unter Verwendung der folgenden Abkürzungen:

$$\sin \delta = S \quad \sin \delta_0 = S_0$$

$$\cos \delta = C \quad \cos \delta_0 = C_0$$

$$(a - a_0) = a$$

$$\begin{aligned}
 & (S^2 S_o^2 + C^2 C_o^2 \cos^2 a + 2 S C S_o C_o \cos a) \cdot \frac{\eta^2}{R^2} = S^2 C_o^2 \sin^2 q_o + \\
 & + C^2 S_o^2 \cos^2 a \sin^2 q_o + C^2 \sin^2 a \cos^2 q_o - 2 S C S_o C_o \sin^2 q_o \cos a + \\
 & + 2 S C C_o \sin a \sin q_o \cos q_o - 2 C^2 S_o \sin a \cos a \sin q_o \cos q_o \\
 \\
 & \frac{1}{R^2} (\xi^2 + \eta^2) = \frac{S^2 C_o^2 + C^2 S_o^2 \cos^2 a + C^2 \sin^2 a - 2 S C S_o C_o \cos a}{S^2 S_o^2 + C^2 C_o^2 \cos^2 a + 2 S C S_o C_o \cos a} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Andererseits ergibt sich:

$$\frac{\xi}{R} S S_o + \frac{\xi}{R} C C_o \cos a = S C_o \cos q_o - C S_o \cos a \cos q_o - C \sin a \sin q_o$$

$$\frac{\eta}{R} S S_o + \frac{\eta}{R} C C_o \cos a = S C_o \sin q_o - C S_o \cos a \sin q_o + C \sin a \cos q_o$$

Diese beiden Gleichungen werden nach $\sin a$ aufgelöst und gleichgesetzt.

$$\frac{S C_o \cos q_o - C S_o \cos a \cos q_o - \frac{\xi}{R} S S_o - \frac{\xi}{R} C C_o \cos a}{C \sin q_o} =$$

$$\frac{\frac{\eta}{R} S S_o + \frac{\eta}{R} C C_o \cos a - S C_o \sin a + C S_o \cos a \sin a}{C \cos q_o}$$

$$S C_o \cos^2 q_o - C S_o \cos a \cos^2 q_o - \frac{\xi}{R} S S_o \cos q_o - \frac{\xi}{R} C C_o \cos a \cos q_o =$$

$$-\frac{\eta}{R} S S_o \sin q_o + \frac{\eta}{R} C C_o \cos a \sin q_o - S C_o \sin^2 q_o + C S_o \cos a \sin^2 q_o$$

$$\cos a = \frac{S C_o \cos^2 q_o - \frac{\xi}{R} S S_o \cos q_o - \frac{\eta}{R} S S_o \sin q_o + S C_o \sin^2 q_o}{C S_o \cos^2 q_o + \frac{\xi}{R} C C_o \cos q_o + \frac{\eta}{R} C C_o \sin q_o + C S_o \sin^2 q_o}$$

$$\cos \alpha = \frac{SC_o - \frac{\xi}{R} SS_o \cos q_o - \frac{\eta}{R} SS_o \sin q_o}{CS_o + \frac{\xi}{R} CC_o \cos q_o + \frac{\eta}{R} CC_o \sin q_o} \quad (5)$$

Gleichung (5) ist in Gleichung (4) zu substituieren, woraus sich nach längeren Umformungen die Abbildungsgleichung einer Sternbahn wie folgt ergibt:

$$\begin{aligned} & \frac{\xi^2}{R^2} (\cos^2 q_o \cos^2 \delta_o - \sin^2 \delta) + 2 \frac{\xi \eta}{R^2} \sin q_o \cos q_o \cos^2 \delta_o + \\ & + \frac{\eta^2}{R^2} (\sin^2 q_o \cos^2 \delta_o - \sin^2 \delta) + 2 \frac{\xi}{R} \cos q_o \sin \delta_o \cos \delta_o + \end{aligned} \quad (6)$$

$$+ 2 \frac{\eta}{R} \sin q_o \sin \delta_o \cos \delta_o + \sin(\delta_o + \delta) \sin(\delta_o - \delta) = 0$$

Wie nicht anders zu erwarten, stellt dieser Ausdruck die Gleichung einer Kurve zweiter Ordnung dar. Er enthält die folgenden Größen:

1. die Bildkoordinaten der Sternspur ξ und η , bezogen auf das Bild des Fadenskreuzes;
2. die Deklination δ_o und den parallaktischen Winkel q_o desjenigen Punktes auf der Himmelskugel, der dem Bildhauptpunkt entspricht;
3. die Deklination δ des abgebildeten Sterns;
4. einen Maßstabsfaktor R .

Nachdem Gleichung (6) bereits durch die vier Größen δ_o , q_o , δ , und R bestimmt ist, eine Kurve zweiter Ordnung jedoch fünf charakteristische Konstanten besitzt, muß die fehlende Größe durch eine Abhängigkeit zwischen den Koeffizienten in (6) ersetzt werden.

Dies trifft auch tatsächlich zu: die Verdrehung um den Winkel q_o und die Translationen der Kurve parallel zu den Koordinatenrichtungen sind korreliert, da das Kurvenbild stets symmetrisch zur x-Richtung, also der Richtung zum Himmelsnordpol, liegen muß. Daher ergibt sich aus (6) eine Doppelbestimmung für q_o , einerseits aus den Koeffizienten des gemischten Gliedes, und andererseits aus den Koeffizienten der linearen

Glieder. Erstere sind für die Verdrehung, letztere für die Verschiebung einer Kurve zweiter Ordnung verantwortlich. Es ergibt sich demnach:

$$1. \frac{2 \sin q_0 \cos q_0 \cos^2 \delta_0}{(\cos^2 q_0 \cos^2 \delta_0 - \sin^2 \delta) - (\sin^2 q_0 \cos^2 \delta_0 - \sin^2 \delta)} =$$

$$= \frac{\sin 2 q_0 \cos^2 \delta_0}{\cos^2 \delta_0 (\cos^2 q_0 - \sin^2 q_0)} = \tan 2 q_0$$

$$2. \frac{2 \sin q_0 \sin \delta_0 \cos \delta_0}{2 \cos q_0 \sin \delta_0 \cos \delta_0} = \tan q_0$$

3. ANALYSE DER STERNBAHNBILDER

Um zu einer Aussage über die Gestalt der Bahnbilder zu gelangen, müssen die sogenannten Invarianten der Kurve zweiter Ordnung bestimmt werden. Diese haben folgendes Aussehen, wenn die Kurve zunächst abgekürzt geschrieben wird:

$$a \eta^2 + 2b \eta \xi + c \xi^2 + 2d \eta + 2e \xi + f = 0$$

$$A = \begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = ac - b^2 \quad C = a + c \quad (7)$$

Daraus folgt im speziellen Fall

$$A = \sin^2 \delta_0 \cos^2 \delta_0 \sin^2 \delta - \cos(\delta_0 - \delta) \cos(\delta_0 + \delta) \sin(\delta_0 + \delta) \cdot \sin(\delta_0 - \delta) \sin^2 \delta$$

$$B = -\sin^2 \delta \cos(\delta_0 + \delta) \cos(\delta_0 - \delta) = \sin^4 \delta - \sin^2 \delta \cos^2 \delta_0 \quad (8)$$

$$C = \cos(\delta_0 + \delta) \cos(\delta_0 - \delta) - \sin^2 \delta = \cos^2 \delta_0 - 2 \sin^2 \delta$$

Mit Hilfe der Größen (8) läßt sich nun angeben, unter welchen Bedingungen die Sternbahn als Ellipse, Parabel, Hyperbel usf. abgebildet wird.

3.1 Parabolische Kurve

Eine parabolische Kurve entsteht, wenn die Invariante B gleich Null ist, d.h. wenn gilt

$$\sin^2 \delta = \cos^2 \delta_0$$

bzw.

$$-\sin^2 \delta \cos(\delta_0 + \delta) \cos(\delta_0 - \delta) = 0 \quad (9)$$

und ist im weiteren eine Parabel, wenn A von Null verschieden ist, hingegen ein Geradenpaar falls $A = 0$.

Gleichung (9) wird offensichtlich dann Null, wenn entweder $\delta = 0^\circ$ oder wenn $\delta_0 + \delta = 90^\circ$. Der Fall $\delta_0 - \delta = 90^\circ$ entspricht bei sinngemäßer Erweiterung auf die südliche Hälfte der Himmelskugel dem Fall $\delta_0 + \delta = 90^\circ$ und wird nicht extra behandelt.

3.1.1. Die parabolische Kurve als Geradenpaar

Betrachtet man zunächst den Fall $\delta = 0^\circ$, so bedeutet dies, daß ein Äquatorstern in der Fadenkreuzebene abgebildet wird. Wie bekannt, läuft aber ein Stern mit $\delta = 0^\circ$ in einem Großkreis, der in der gnomonischen Projektion als Gerade erscheinen muß. Dies folgt auch aus der Kurvendiskussion. Gilt $\delta = 0^\circ$, so ist auch A gleich Null und die Bedingung für ein Geradenpaar ist erfüllt. Dieses Geradenpaar artet jedoch in eine Doppelgerade aus, wenn zusätzlich die Bedingung

$$d^2 - a \cdot f = 0 \quad (10)$$

erfüllt ist. D.h. es muß

$$\sin^2 q_0 \sin^2 \delta_0 \cos^2 \delta_0 - (\sin^2 q_0 \cos^2 \delta_0) \sin^2 \delta_0 = 0$$

sein, was auch tatsächlich der Fall ist. Das zeigt, daß die Bahn eines Äquatorsterns stets als Gerade erscheint, unabhängig davon, in welche Himmelsgegend die Zielach-

se des Meßfernrohres weist.

3.1.2. Die parabolische Kurve als imaginäres Geradenpaar.

Dieser Sonderfall tritt dann ein, wenn die Deklination des Sternes von Null verschieden angenommen wird, Gleichung (9) jedoch erfüllt sein soll. Dann muß

$\delta + \delta_o = 90^\circ$ sein. Wird dabei $\delta = 90^\circ$ und $\delta_o = 0^\circ$, so wird $B = 0$, $A = 0$ und weiters

$$d^2 - af = 0 - [(\sin^2 q_o - 1) \cdot (-1)] = \sin^2 q_o - 1 \leq 0 \quad (11)$$

womit die Bedingung unter der eine Kurve zweiter Ordnung in ein Paar imaginärer Geraden ausartet, erfüllt ist.

3.1.3. Die parabolische Kurve als Parabel.

Ist $\delta \neq 0^\circ$ und soll abermals die Invariante B gleich Null sein (Gleichung (9)) muß gelten

$$\delta + \delta_o = 90^\circ$$

Dadurch wird aber die Größe

$$A = \sin^2 \delta_o \cos^2 \delta_o \sin^2 \delta$$

von Null verschieden und das Bild der Sternbahn eine Parabel. Mit anderen Worten: Ist die Summe aus den Deklinationen von Bildhauptpunkt und zuzubildendem Stern gleich 90° , so ist das Bild der Sternbahn eine Parabel.

An einem Fall in perspektiver Lage läßt sich dies auch zeichnerisch einfach darstellen.

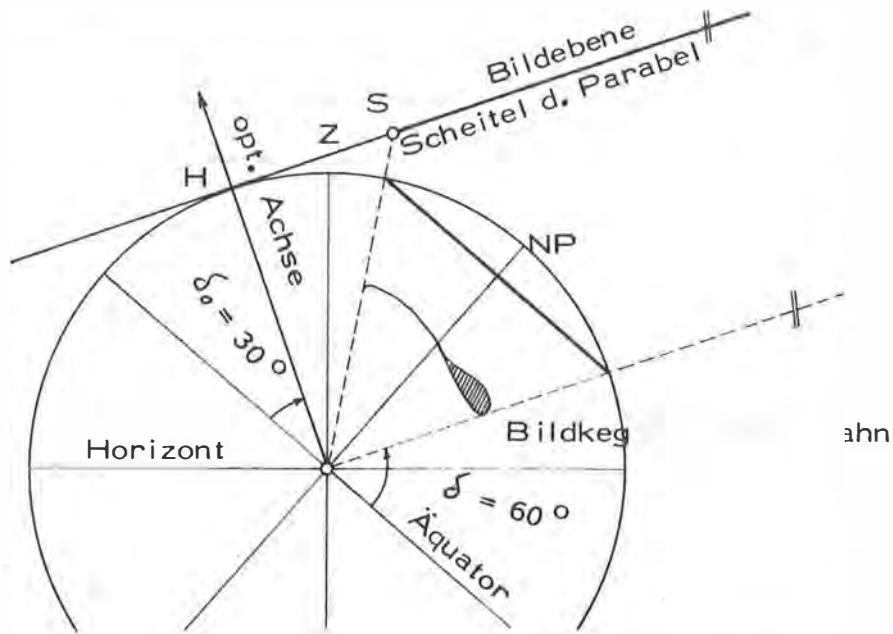


Fig. 3

3.2. Mittelpunktskurven.

Mittelpunktskurven als Bilder von Sternbahnen bedingen, daß die Invariante B in (8) ungleich Null ist.

3.2.1. Die Größe B sei positiv.

$$B = - \sin^2 \delta \cos (\delta_0 + \delta) \cos (\delta_0 - \delta) > 0 \quad (12)$$

Dazu muß offenbar $\delta_0 + \delta > 90^\circ$ sein. Ist dies der Fall, so ist das Bild der Bahnkurve eine Ellipse, wenn gleichzeitig die Größe A aus (8) von Null verschieden ist, was im allgemeinen erfüllt ist.

Ein Extremfall tritt auf, wenn gilt $A = 0$, denn dann artet die Ellipse in ein Paar imaginärer Geraden aus, die einen gemeinsamen, reellen Schnittpunkt besitzen.

Es ergibt sich:

$$\sin^2 \delta_0 \cos^2 \delta_0 \sin^2 \delta = \cos (\delta_0 + \delta) \cos (\delta_0 - \delta) \sin (\delta_0 + \delta) \cdot \sin (\delta_0 - \delta) \sin^2 \delta$$

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = (\cos^2 \delta \cos^2 \delta - \sin^2 \delta \sin^2 \delta) \cdot (\sin^2 \delta \cos^2 \delta - \cos^2 \delta \sin^2 \delta)$$

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = \sin^2 \delta \cos^2 \delta \cos^4 \delta - \cos^4 \delta \sin^2 \delta \cos^2 \delta - \sin^4 \delta \sin^2 \delta \cos^2 \delta + \sin^2 \delta \cos^2 \delta \sin^4 \delta$$

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = \sin^2 \delta \cos^2 \delta (\cos^4 \delta + \sin^4 \delta) - \sin^2 \delta \cos^2 \delta \cdot (\cos^4 \delta + \sin^4 \delta)$$

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = \sin^2 \delta \cos^2 \delta \left[(\sin^2 \delta + \cos^2 \delta)^2 - 2 \sin^2 \delta \cos^2 \delta \right] - \sin^2 \delta \cos^2 \delta \left[(\sin^2 \delta + \cos^2 \delta)^2 - 2 \sin^2 \delta \cos^2 \delta \right]$$

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = \sin^2 \delta \cos^2 \delta - \sin^2 \delta \cos^2 \delta$$

Diese Gleichung ist dann richtig, wenn gilt

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = 0 \tag{13}$$

Dazu muß aber die Deklination des Sternes 0° oder 90° sein, wobei der Fall $\delta = 0^\circ$ wegen (9) bereits bei den parabolischen Kurven abgehandelt wurde.

Ist $\delta = 90^\circ$ handelt es sich um die Abbildung eines fiktiven Himmelsobjektes im Pol, dessen "Bahn" - ein Punkt - natürlich wieder als Punkt abgebildet wird.

Zusätzlich wäre möglich, daß auch die Deklination des Durchstoßpunktes der optischen Achse mit der Himmelskugel 90° beträgt. Die Bilder der Sternbahnen sind dann konzentrische Kreise, deren Gleichung lautet:

$$-\frac{\xi^2}{R^2} \sin^2 \delta - \frac{\eta^2}{R^2} \sin^2 \delta + \sin(90^\circ + \delta) \sin(90^\circ - \delta) = 0$$

$$\frac{\xi^2}{R^2} + \frac{\eta^2}{R^2} = \frac{\cos^2 \delta}{\sin^2 \delta}$$

$$\xi^2 + \eta^2 = R^2 \cot^2 \delta \tag{14}$$

3.2.2. Die Größe B sei negativ.

$$B = - \sin^2 \delta \cos(\delta_0 + \delta) \cos(\delta_0 - \delta) < 0 \quad (15)$$

Jetzt muß die Summe der Deklinationen kleiner als ein rechter Winkel sein. Unter dieser Bedingung ist die Projektion der Bahnkurve eine Hyperbel bzw. ein Hyperbelast wenn abermals $A \neq 0$ ist. Der Fall $A = 0$, das Bild der Sternbahn wären zwei schneidende Geraden, scheidet aus.

4. REFRAKTIONSEINFLUSS

Bei allen vorstehenden Ableitungen wurde von der Refraktion, bzw. von der Refraktionsänderung abgesehen. Nichtsdestoweniger beeinflusst die Änderung der Refraktion des Sterns bei Durchgang durch das Bildfeld die Form der Abbildungskurve.

Eine Abschätzung ergibt, daß dieser Einfluß bei Maßstabsverhältnissen wie sie bei Aufnahmen mit dem KERN DKM 3-A herrschen, unter die erreichbare Meßgenauigkeit fällt, wenn die Aufnahme in Meridiannähe erfolgt. Unter anderen Aufnahmebedingungen kann allerdings sehr wohl eine Beeinflussung der Kurvengestalt auftreten... Dies müßte in jedem Fall abgeschätzt und eventuell berücksichtigt werden.

5. PRAKTISCHE ERFAHRUNGEN UND ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN

Bedingt durch das zur Zeit zur Verfügung stehende Bildmaterial sollten erste Auswertungen der bloßen Überprüfung der aufgrund der Aufnahmeanordnung vorausgesagten Bahngestalt dienen. Dazu wurden die Sternspuren mit dem Präzisionsstereokomparator WILD STK - 1 des Institutes für Photogrammetrie der TU - Wien punktweise ausgemessen und mittels Lochkarten der Großrechenanlage CYBER 74 des Rechenzentrums der TU - Wien zugeführt. Mit Hilfe eines von mir erstellten Rechenprogramms konnte durch diesen Punkthaufen eine ausgleichende Kurve zweiter Ordnung gelegt werden, deren Form auch bei sehr kurzen und daher für die Auswertung äußerst ungünstigen Sternspuren mit der vorhergerechneten Form übereinstimmte. Zusätzlich konnte auch der Verdrehungswinkel zwischen Lotrichtung und Richtung zum Himmelsnordpol mit guter Übereinstimmung zu der Rechnung aus Einstelldaten erhalten werden.

Die zwei folgenden, für das Bildmaterial charakteristischen Aufnahmen sollen der Veranschaulichung dienen:

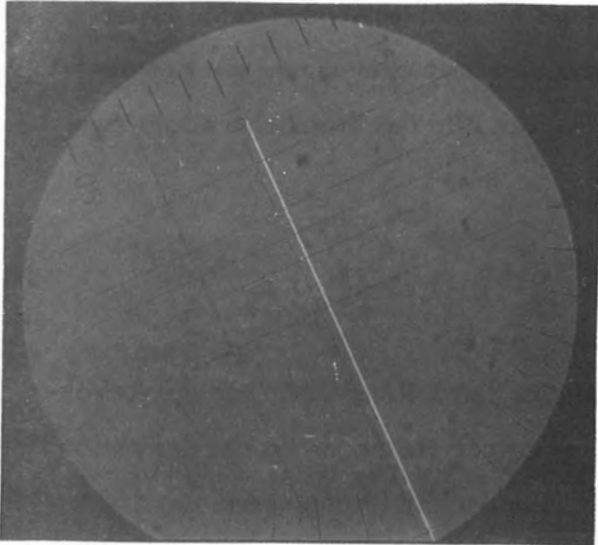


Bild Nr. 1:

Spur von δ - Leonis (St.Nr.422) in unmittelbarer Nähe des Meridians, photographiert durch das Okular des KERN DKM 3-A. Deklination des Sterns

$\delta = 20^{\circ}39'$; die Deklination des Bildhauptpunktes folgt aus einer Zenitdistanzmessung mit $\delta_{\circ} = 20^{\circ}40'$.

Kurvenform: Hyperbel ($\delta + \delta_{\circ} < 90^{\circ}$).



Bild Nr. 2:

Spuren des Sternbildes Schwan mit den deutlich erkennbaren Sternen

α (Deneb), γ , β von rechts oben nach links unten, sowie ϵ , (γ), δ von links nach rechts, knapp oberhalb der Bildmitte. Im rechten unteren Eck verschwindet die Vega (Sternbild der Leier). Die Aufnahme wurde von meinem Kollegen Dr. G. GERSTBACH mit einer Kleinbildkamera (Format 24 x 36 mm) unter Verwendung eines Rotfilters bei Blende 2,8 und einer Belichtungsdauer von etwa einer Stunde, gemacht. Ausgemessen wurde die Spur des Sternes ϵ - Cygni (St. Nr. 780). Es ergaben sich eine Hyperbel als Bild der Sternbahn sowie ein

Verdrehungswinkel Zenit-Himmelsnordpol von $62,5^\circ$; beide Ergebnisse bestätigen abermals eine grobe Vorausrechnung. ($\delta = 33^\circ 53'$, $\delta_o \doteq 39^\circ$, $\delta + \delta_o < 90^\circ$).

Diese Resultate lassen folgende Anwendungsmöglichkeiten zu. Zunächst kann bei entsprechender Konzeption der Aufnahme aus den Koeffizienten der Kurven zweiter Ordnung die Deklination von Sternen abgeleitet werden. Für Geodäten von größerer Bedeutung erscheint mir jedoch die Möglichkeit, mit dem gegenständlichen Verfahren der Sternphotographie eine klassische Methode der astronomischen Ortsbestimmung zu verbessern, und zwar die Breitenbestimmung nach Horrebow-Talcott. Bei dieser werden bekanntlich Zenitdistanzdifferenzen von Sternen bei Meridiandurchgang mittels beweglichem Meßstrich und Mikrometer gemessen. Diese Art der Messung kann nun dadurch ersetzt werden, daß der Meridiandurchgang beider Sterne auf derselben Aufnahme erscheint und der Abstand der beiden Bahnbilder im Komparator ausgemessen wird. Dieses Verfahren soll Gegenstand weiterer Untersuchungen sein.

Herrn o.Prof.Dr.K. BRETTERBAUER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, für seine Bereitschaft zu Diskussion und für wertvolle Hinweise. Für die Zurverfügungstellung von Photographien des nächtlichen Himmels danke ich meinem Kollegen Dr.G. GERSTBACH ebenso wie den Herren des Instituts für Photogrammetrie für die Entwicklung und Reproduktion der photographischen Aufnahmen und die Bereitstellung des Komparators, an dem ich die Ausmessung der Aufnahmen vornehmen konnte.

Geowiss. Mitt.

7, 1975, p. 151 - 175

P. JACKSON:

Präzisions - Zeitbestimmungen mit dem Passage - Instrument ASKANIA AP 70

Precise Time Determinations with Transit Instrument ASKANIA AP 70

Adresse des Autors:

Address of the author:

Univ.Doz.Dr.phil. Paul Jackson, Universitätssternwarte Wien,
1180 Wien, Türkenschanzstraße 17, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

An der Universitäts-Sternwarte Wien wurden in den Jahren 1973 und 1974 astronomische Zeitbestimmungen mit einem Passage-Instrument ASKANIA Ap 70 unter Verwendung digitaler Hilfsmittel durchgeführt (innere Genauigkeit $\pm 0,006^s$). Durch direkten Vergleich mit der Atomuhr des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen wurden die jeweiligen Differenzen zwischen Atomzeit und Weltzeit hergeleitet. Die Resultate (UTC - UT 1) Wien zeigen systematische Abweichungen von Jahresperiode bei einer Amplitude von 13 ms gegenüber den vorläufigen Ergebnissen (Circular D) des Bureau International de l'Heure in Paris. Zugleich besteht volle Übereinstimmung im Nullpunkt, wodurch die Ergebnisse früherer Längenbestimmungen (Wien, Internationales Geophysikalisches Jahr 1957/8) bestätigt werden. Schließlich konnte die Irregularität der Erdrotation um die Jahreswende 1973/4 in den Beobachtungen nachgewiesen werden.

ABSTRACT

During 1973 and 1974 astronomical time determinations were made with a transit instrument ASKANIA Ap 70 and a digital equipment by University-Observatory Vienna (internal accuracy $\pm 0,006^s$). The direct comparison with an atomic clock (National Time Service) has given the instantaneous difference between atomic time and universal time. The results (UTC - UT 1) Vienna show annual periodic deviations (amplitude 13 ms) compared with the semidefinite values (Circular D) given by Bureau International de l'Heure in Paris. Together exists a perfect agreement in the zero point confirming the results of earlier longitude observations (Vienna, International Geophysical Year 1957/8). Finally, the irregularity of the earth rotation at the turn of the year 1973/4 was found in the observations.

§ 1 EINLEITUNG

Störungen bezüglich der Gleichförmigkeit der Erddrehung lassen sich mit Hilfe von Atomuhren im Vergleich zu den Ergebnissen von astronomischen Zeitbestimmungen, welche von der rotierenden Erde aus durchgeführt werden, mit Sicherheit ermitteln. Da das Bundesamt für Eich- und Vermessungswese seit 1972 eine Cäsium-Atomuhr (Ebauches Oscillatom) in Betrieb hat, war es nahelegend, die Erfahrungen hinsichtlich der Bestimmung relativer Rektaszensionen (1) auf diese geophysikalische Fragestellung anzuwenden und einen diesbezüglichen Beitrag zu leisten.

Vor allem aber entspricht diese Untersuchung einem Anliegen des Eichamtes, die Möglichkeiten für eine rasche und unabhängige Bereitstellung von Zeitinformationen bezüglich der jeweiligen Differenz zwischen Atomzeit und Weltzeit zu prüfen. Da die vorläufigen Ergebnisse des Bureau International de l'Heure (2) immer erst nach einer gewissen Zeit zur Verfügung stehen, muß man zunächst mit extrapolierten Werten das Auslangen finden, sofern nicht eigene Beobachtungen zur Verfügung stehen. Allerdings muß erst die Untersuchung zeigen, inwieweit die Wiener Beobachtungen diesem Begehren gerecht werden können. Bekanntlich zeigen Einzelstationen nicht bloß konstante, sondern oft erhebliche variable Abweichungen von den definitiven Ergebnissen (3).

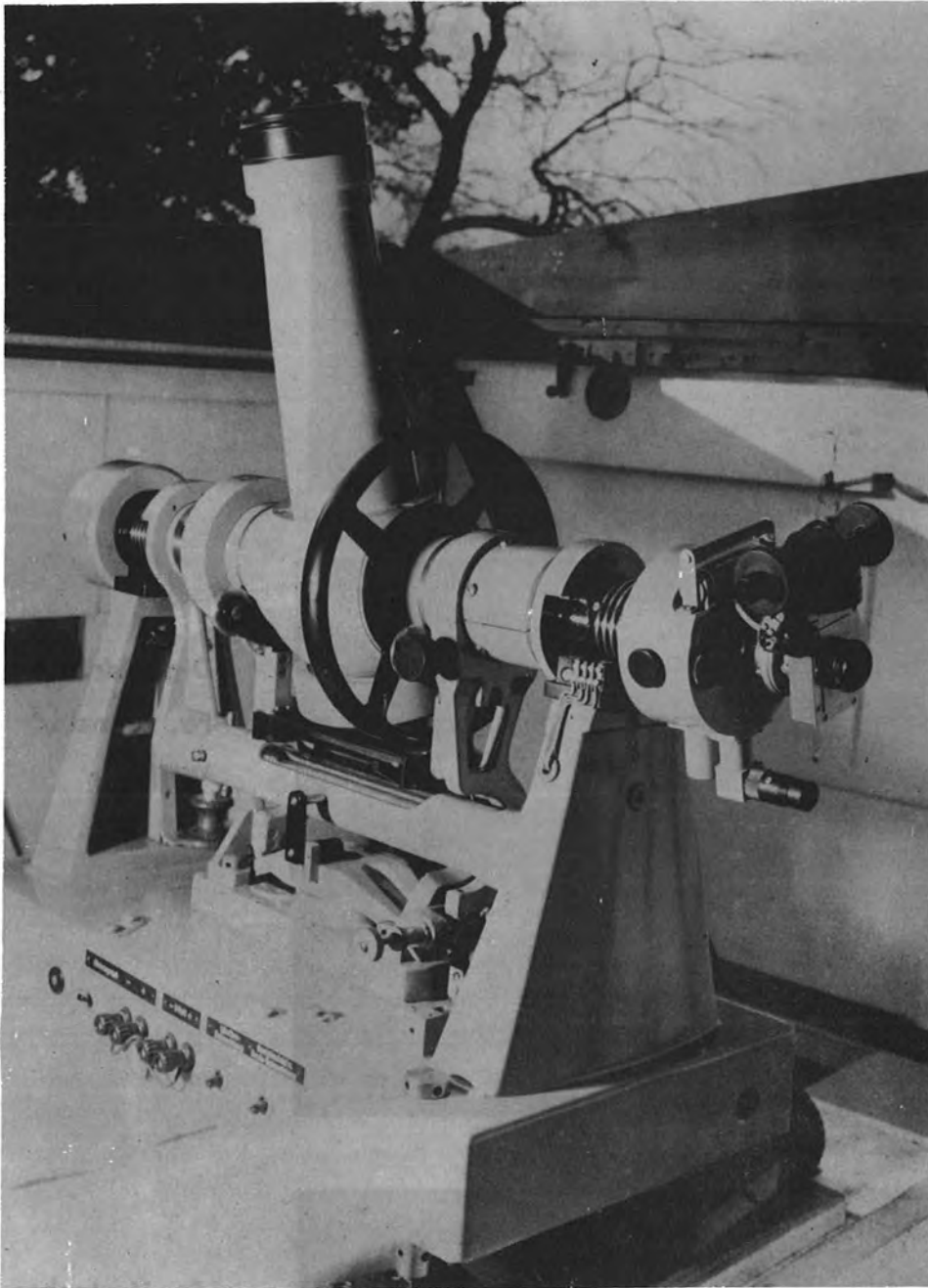
So war es angebracht, die Methode der Zeitbestimmung aus Meridiandurchgängen von Sternen mit erhöhter Sorgfalt anzuwenden. Im Fall der Bestimmung relativer Rektaszensionen (1) trägt der ermittelte Uhrstand nur den Charakter einer Reduktionsgröße und etwaige Nullpunktsfehler können sich im Endergebnis nicht auswirken. Im gegenständlichen Fall jedoch ist der Uhrstand das gesuchte Resultat und Nullpunktsfehler können nicht geduldet werden. Daraufhin wurde der gesamte Beobachtungs- und Reduktionsvorgang durchleuchtet und gewisse Verbesserungen ins Auge gefaßt.

§ 2 INSTRUMENTELLE AUSRÜSTUNG

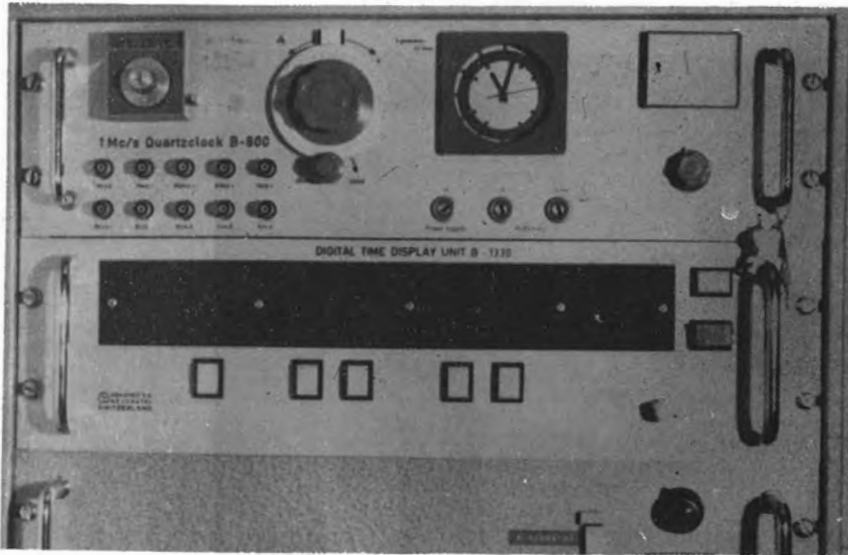
Durch das freundliche Entgegenkommen von Univ.Prof. Dr. K. BRETTNERBAUER (TU Wien, Institut für Höhere Geodäsie) stand ein Passage-Instrument ASKANIA Ap 70 als Leihgerät zur Verfügung (Abbildung). Bezüglich der Instrumentalkonstanten sei zunächst auf die umfangreichen Untersuchungen im Zusammenhang mit der Bestimmung relativer Rektaszensionen (1) verwiesen. Am Instrument selber wurden keine Veränderungen vorgenommen. Um aber in thermischer Hinsicht günstige Voraussetzungen zu schaffen, wurden Verbesserungen durch Verwendung von Aluminiumfolien und Styroporverkleidungen versucht.

Ferner wurden die technischen Einrichtungen zur Zeitregistrierung vollständig erneuert. Die hierfür erforderlichen Mittel wurden in dankenswerter Weise von der Stadt Wien (Hochschul-Jubiläums-Stiftung) zur Verfügung gestellt. Als Ersatz für den noch teilweise mechanisch arbeitenden Druckchronographen wurde ein Digitalzähler (Ebauches B 1330) angeschafft. Dieser Zeitzähler arbeitet mit einem 100 kHz Quarz-Oszillator (Frequenzstabilität $\frac{df}{f} = \pm 5 \cdot 10^{-9}$) und gestattet Zeitmomente bis auf die Millisekunde durch Kontaktschluß oder elektrischen Impuls zu erfassen. Dieses Gerät stand in Verbindung mit einem Digitaldrucker (Kienzle D 44) sowie mit einem Streifenlocher (Kienzle D 224). So war es möglich, Zeitinformationen sowohl in Klartext wie auch in computer-gerechter Form bereitzustellen. Durch die Verwendung digitaler Geräte konnten vor allem die bisher stets aufgetretenen Verzögerungen unter die Meßgenauigkeit herabgedrückt werden. Schwierigkeiten ergaben sich andererseits durch die Empfindlichkeit der Geräte gegenüber hoher Luftfeuchtigkeit sowie durch die starke Wärmeentwicklung des Streifenlochers, was gewisse Abschirmungsmaßnahmen nötig machte.

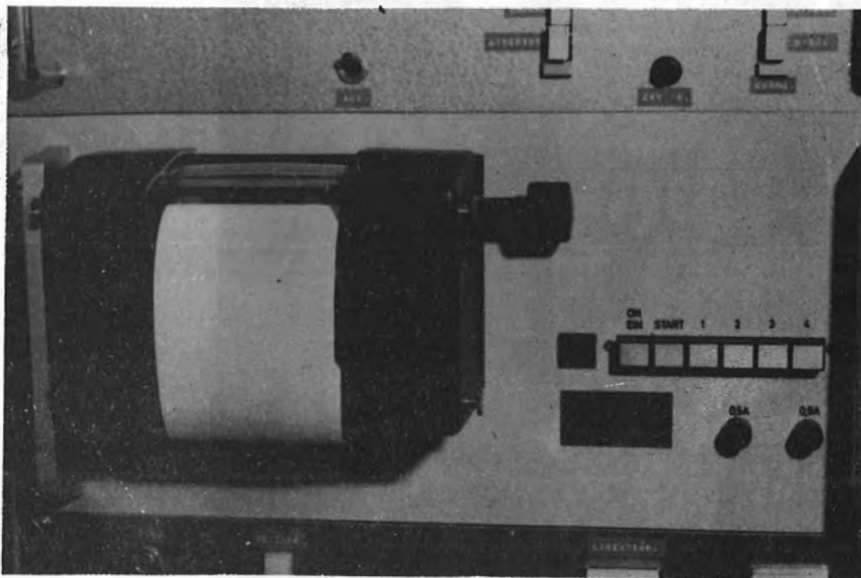
Von entscheidendem Vorteil aber ist der Umstand, daß sich der erwähnte Zähler mit jeder beliebigen anderen Uhr streng synchronisieren läßt, sofern geeignete Impulse zur Verfügung stehen. Daher bestand die Möglichkeit, den Digitalzähler vor Beginn der Beobachtungen exakt mit der Atomuhr des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen zu synchronisieren und diesen Zustand beliebig oft zu überprüfen, wobei sich selten Abweichungen ergaben. Die hierfür erforderliche direkte Telefonleitung



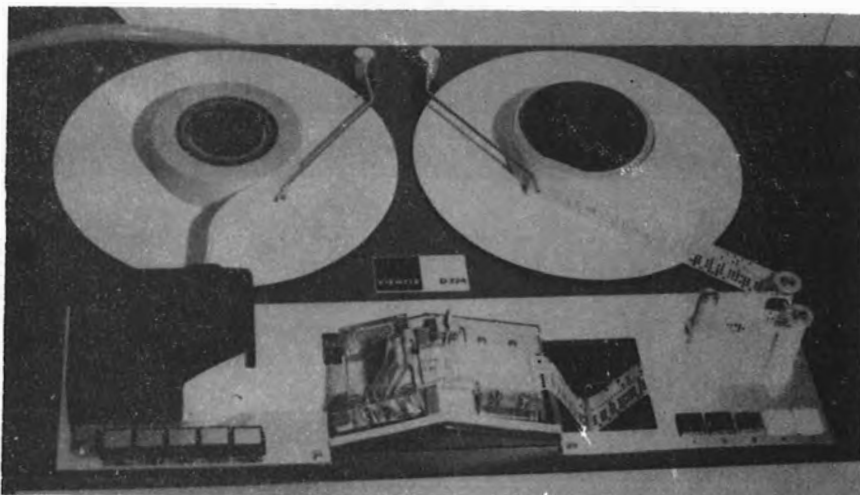
Passage - Instrument Askania Ap 70



Kleinquartzuhr und
Digitalzähler
Fa. Ebauches/
Neuchâtel



Digitaldrucker
Fa. Kienzle/
Villingen



Streifenlocher
Fa. Kienzle/
Villingen

zwischen Eichamt und Universitäts-Sternwarte wurde auf Kosten des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen installiert, wofür recht herzlich gedankt sei. Laufzeit- und Synchronisierungsverzögerung wurden untersucht und als vernachlässigbar befunden. Durch Bezugnahme auf die Cäsiumuhr des Eichamtes entfiel die Notwendigkeit, selbst einen aufwendigen Zeitdienst zu unterhalten bzw. während der Beobachtungen Zeitzeichen aufzunehmen, die bekanntlich in den Nachtstunden häufig stark gestört sind.- In diesem Zusammenhang sei noch vermerkt, daß zwischen der internationalen Atomzeit UTC, wie sie von den Zeitzeichensendern ausgestrahlt wird, und der vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen bereitgestellten Atomzeit SAT (BEV) Nullpunktsunterschiede bestehen. Während die Anpassung der internationalen Atomzeit an die Weltzeit zweimal im Jahr vorgenommen wird, was zwangsläufig größere Abweichungen zur Folge hat (4), werden vom Eichamt lediglich Toleranzen von ± 100 ms zugelassen, was dafür aber häufigere "steps" verlangt. Die Differenzen SAT (BEV) - UTC werden laufend vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen mitgeteilt. In den Atomzeit-Skalen hingegen bestehen keinerlei Unterschiede.

§ 3 DIE BEOBACHTUNGEN

Die Instrumente fanden ihre Aufstellung in einer Beobachtungshütte im rückwärtigen Teil des Gartens der Universitäts-Sternwarte mit den Koordinaten

$$\lambda_0 = - 1^{\text{h}} 05^{\text{m}} 20^{\text{s}},893 \qquad \Phi = + 48^{\circ} 13' 54,34$$

$\pm 0,03$

Bei der Länge handelt es sich um einen fiktiven Näherungswert. Die Breite hingegen ist das Ergebnis umfangreicher Horrebow-Talcott-Beobachtungen am Aufstellungsort selbst (5).

Für Aufgaben höchster Präzision kommen ausschließlich FK4 Sterne in Betracht. FK4 SUP Sterne wurden wegen ihrer zum Teil erheblichen individuellen Fehler nicht verwendet, da diese besonders im Fall der Beobachtung kleinerer Sterngruppen das Resultat nachteilig beeinflussen können. Anfänglich wurden stets mehrere zenitnahe Sterne ($36^{\circ} < \delta < 56^{\circ}$) mit zwei Polsternen in oberer Kulmination und zwei Äquatorsternen zu einer Gruppe zusammengefaßt. Später wurden dann die Südsterne durch Polsterne in unterer Kulmination ersetzt, da der Azimutkoeffizient K dadurch größere

positive Werte erreicht; außerdem gab es thermische und topographische Gründe für die Bevorzugung von Polsternen. Zuletzt wurden auch sogenannte "Kompaktgruppen" beobachtet, welche ausschließlich aus zenitnahen Sternen ($\sum K = 0$) bestehen; durch diese Auswahl sowie durch Beschränkung der Beobachtungszeit auf weniger als eine Stunde sollte dem Einfluß möglicher Azimutänderungen begegnet werden. Auch werden dadurch eindeutige Verhältnisse in bezug auf die persönliche Gleichung geschaffen, letztere u.a. von der Laufgeschwindigkeit der Sterne stark abhängt. Diese wechselnde Vorgangsweise ist allerdings mit dem Nachteil einer gewissen Inhomogenität des Materiales verbunden.

Der Beobachtungsvorgang selbst wurde in der üblichen Weise durchgeführt. Grundsätzlich wurde jeder Stern in beiden Lagen des Instrumentes beobachtet, um den Einfluß des Kollimationsfehlers zu eliminieren. Zur Zeiterfassung diente ein unpersönliches Registriermikrometer; seine 12 Kontakte wurden in regelmäßigen Abständen einer sorgfältigen Reinigung unterzogen. Durch eine mitbewegte Nockenscheibe und einen Mikroschalter wurden die drei eng beisammen liegenden Nullkontakte unterdrückt, um auf diese Weise ein größeres Zeitintervall zur Kennzeichnung der vollen Revolution zu schaffen. Die Anzahl der Beobachtungskontakte wurde klein gehalten. Betrachtungen bezüglich des durchschnittlichen mittleren Registrierfehlers (ein Kontakt in beiden Lagen) ergaben für Zenitsterne einen Wert von $\pm 0,047$, für Polsterne $\pm 0,095$ (6). Da die Genauigkeit nur mit \sqrt{n} zunimmt, bringt die Registrierung zahlreicher Kontakte wenig. Auch aus arbeitsökonomischen Gründen wurden also für Zenitsterne 2 Revolutionen (18 Kontakte) und für Polsterne 3 Revolutionen (27 Kontakte) pro Lage vorgesehen, wodurch ein gewisser Ausgleich erreicht wird. Die so gewonnene Zeit kann effizienter zur Beobachtung zusätzlicher Sterne verwendet werden. Besondere Sorgfalt wurde auf beste, parallaxenfreie Ablesung der Horizontal-Libelle (in beiden Lagen) gelegt, was eine Beobachtungshilfe erfordert. Selbstverständlich kann auch der Beobachter allein diese Arbeit verrichten, was gewisse thermische Vorteile hat, aber mit dem Nachteil der Störung der Dunkeladaptation des Auges und einer gewissen Streßsituation verbunden ist. Auf optimale Fokussierung wurde besonders geachtet, was bei dem Askania Instrument nicht einfach ist, da keine Tribschraube hierfür vorgesehen ist. Außerdem wurden mehrere Objektivgitter zur Abschwächung hellerer Sterne verwendet. Beide Maßnahmen dienen der Reduzierung der persönlichen

Gleichung (7). Die Versuchsregistrierungen eines zweiten Beobachters hatten zunächst systematisch stark abweichende Resultate erbracht. Durch individuelle Fokussierung und den ausgiebigen Gebrauch von Gitterblenden bei stark reduzierter Gesichtsfeldhelligkeit konnte eine Verbesserung der Ergebnisse erzielt werden. Dies zeigt, daß der Einfluß der persönlichen Gleichung durch solche Maßnahmen zwar nicht ausgeschaltet, jedoch stark vermindert werden kann. Da keine Einrichtung zur Bestimmung der persönlichen Gleichung (künstlicher Stern) zur Verfügung stand, kann über den restlichen Nachführfehler zunächst keine Angabe gemacht werden. Der Bisektionsfehler wird bei einem gebrochenen Fernrohr und bei Beobachtungen des Sternes in beiden Lagen eliminiert (7).

Auf diese Weise wurden in der Zeit vom 5.9.1973 bis 15.6.1974 Präzisions-Zeitbestimmungen in 30 Nächten durchgeführt. Ursprünglich war beabsichtigt, Beobachtungen in regelmäßigen Abständen von 10 Tagen durchzuführen, was im Durchschnitt auch gelungen ist. Am unangenehmsten waren instrumentelle Ausfälle, die auf die Anfälligkeit digitaler Geräte unter Feldbedingungen zurückzuführen sind. Längere wetterbedingte Unterbrechungen (beständige Hochnebellagen) waren nur kurze Zeit zu Anfang Jänner 1974 gegeben.

§ 4 REDUKTION DER MESSDATEN

Zwecks Überprüfung der Computer-Auswertung, worüber an anderer Stelle gesondert berichtet wird, wurde das Material zum überwiegenden Teil noch der üblichen Handrechnung unterworfen. Eine große Hilfe war hierbei ein moderner elektronischer Tischrechner (Canon Canola F 10).

Die Berechnung der scheinbaren Rektaszensionen erfolgte nach den einschlägigen Vorschriften (8). Dies betrifft die Interpolation in die zehntägigen Ephemeriden, die Berechnung der kurzperiodischen Nutationsglieder und der täglichen Aberration. Vorsicht ist bei Polsternen in unterer Kulmination geboten (geänderter Interpolationsfaktor bei gleicher Längendifferenz, Vorzeichenwechsel bei täglicher Aberration sowie bei Neigungs- und Azimutkoeffizient). An die scheinbaren Rektaszensionen wurden ferner individuelle Verbesserungen der Sternörter, soweit vorhanden (1), angebracht.

Bei der Auswertung der Registrierungen wurde folgendermaßen vorgegangen. Zunächst mußten die Zeitdifferenzen zwischen den einzelnen Kontakten ausgewiesen werden. Nur so können falsche oder fehlende Kontakte mit Sicherheit erkannt werden; außerdem wird durch Feststellung der vollen Revolutionen die richtige Zuordnung der Kontakte beider Lagen ermöglicht. Sodann wurden die registrierten Zeitmomente zur mittleren Durchgangszeit zusammengefaßt. Die Abweichungen der einzelnen Durchgangszeiten (gleiche Kontakte in beiden Lagen) vom Gesamtmittel ergeben eine Fehlverteilung. Fälle $> \pm 2,5\sigma$ wurden bei nachfolgender Iteration des Rechenvorganges ausgeschieden. Da die Registrierungen in mittlerer Sonnenzeit (streng genommen Atomzeit) erfolgten, mußte schließlich das Gesamtmittel unter Verwendung der fiktiven Länge in mittlere Sternzeit und mit Hilfe der Gleichung der Äquinoktien (8) in apparent sidereal time umgerechnet werden.

Die so ermittelte Durchgangszeit wurde ferner um

$$\frac{1}{2} \cdot (\text{Kontaktbreite} + \text{toter Gang})^R \cdot \text{Revolutionswert}^S \cdot \sec \delta = + 0^s,0481 \cdot \sec \delta$$

verbessert. - Zur Berücksichtigung der Neigung wurden die individuellen Neigungen i zum Zeitpunkt t , wie sie aus den Libellenablesungen in beiden Lagen des Instrumentes folgen, einer leichten Glättung unterworfen. Aus Gründen der computermäßigen Verarbeitung wurde dabei von der graphischen Lösung (1) abgegangen und ein numerischer Weg eingeschlagen. Mit den geglätteten Neigungen

$$\bar{i}_n = \left(\frac{t_n - t_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} \right) \cdot \left(\frac{i_{n+1} - i_{n-1}}{2} \right) + \left(\frac{i_{n-1} + i_n}{2} \right) \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

wurde schließlich der Neigungseinfluß

$$\frac{\bar{\mu}''}{15} \cdot \bar{i}_n^p \cdot \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos \delta} = 0^s,0763 \cdot \bar{i}_n^p \cdot l$$

berechnet und an das Gesamtmittel angebracht. Bei den Konstanten handelt es sich um bewährte Mittelwerte (1).

Die Differenzen zwischen den scheinbaren Rektaszensionen und den beobachteten und verbesserten Durchgangszeiten der Sterne wurden schließlich einer linearen Aus-

gleichung der Form

$$1. \Delta U + K.k = \Delta t \quad \left(K = \frac{\sin(\phi - \delta)}{\cos \delta}; \quad p = \cos \delta \right)$$

zur Bestimmung von Uhrstand und Azimut unterworfen. Das Gewicht wurde dabei mit $p = \cos \delta$ angesetzt. Korrekterweise sollte das Gewicht aus Fehlerbetrachtungen hergeleitet werden; es hat sich aber gezeigt, daß dies nur einen geringen Einfluß auf das Resultat hat. - Unter besonderen Voraussetzungen (gute Beobachtungen, viele Sterne, unterschiedliche Koeffizienten) wurde die Verbesserung wegen Kontaktbreite wieder rückgängig gemacht und eine zweite Ausgleichung der Form

$$1. \Delta U + K.k + \sec \delta \cdot C = \Delta t' \quad (p = \cos \delta)$$

zur Bestimmung von Uhrstand, Azimut und halber Kontaktbreite versucht. Allerdings sind Bedenken gegen diese Vorgangsweise nicht unbegründet. Denn einerseits sind immer mehrere Polsterne in oberer und unterer Kulmination mit unterschiedlichen Koeffizienten zur Trennung der drei Unbekannten nötig. Andererseits unterliegen gerade die Polsterne wegen ihrer geringeren Geschwindigkeit einem anderen systematischen Nachführfehler als Zenitsterne (7). - Im vereinfachten Fall der Beobachtung sogenannter "Kompaktgruppen" entfällt die Ausgleichung überhaupt, da unter der Voraussetzung $\sum K = 0$ das Mittel der Differenz Δt dem Uhrstand ΔU entspricht. Auf diese Weise erhält man aber keinen Aufschluß über den Wert des Azimutes.

Der auf diese Weise ermittelte Uhrstand ΔU entspricht, da es sich immer um kleine Größen handelt, der Differenz UTO-SAT (BEV). Aus der vom Eichamt stets mitgeteilten Beziehung UTC-SAT (BEV) folgt sofort der Wert für UTC-UTO. Unter Zuhilfenahme der vom Rapid Service übermittelten Koordinaten X/Y des instantanen Poles können über die Beziehung

$$\Delta \lambda = UT1 - UTO = \frac{\text{tg } \phi}{15} \cdot (X \sin \lambda - Y \cos \lambda)$$

die Differenzen SAT (BEV) - UT1 bzw. UTC - UT1 hergeleitet werden. Nachträglich wurden die Beziehungen auf die vorläufigen Polkoordinaten X/Y (raw values, Circular D, BIH Paris) umgelegt (2). Die Ergebnisse wurden laufend dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen sowie der Technischen Universität Wien mitgeteilt (9).

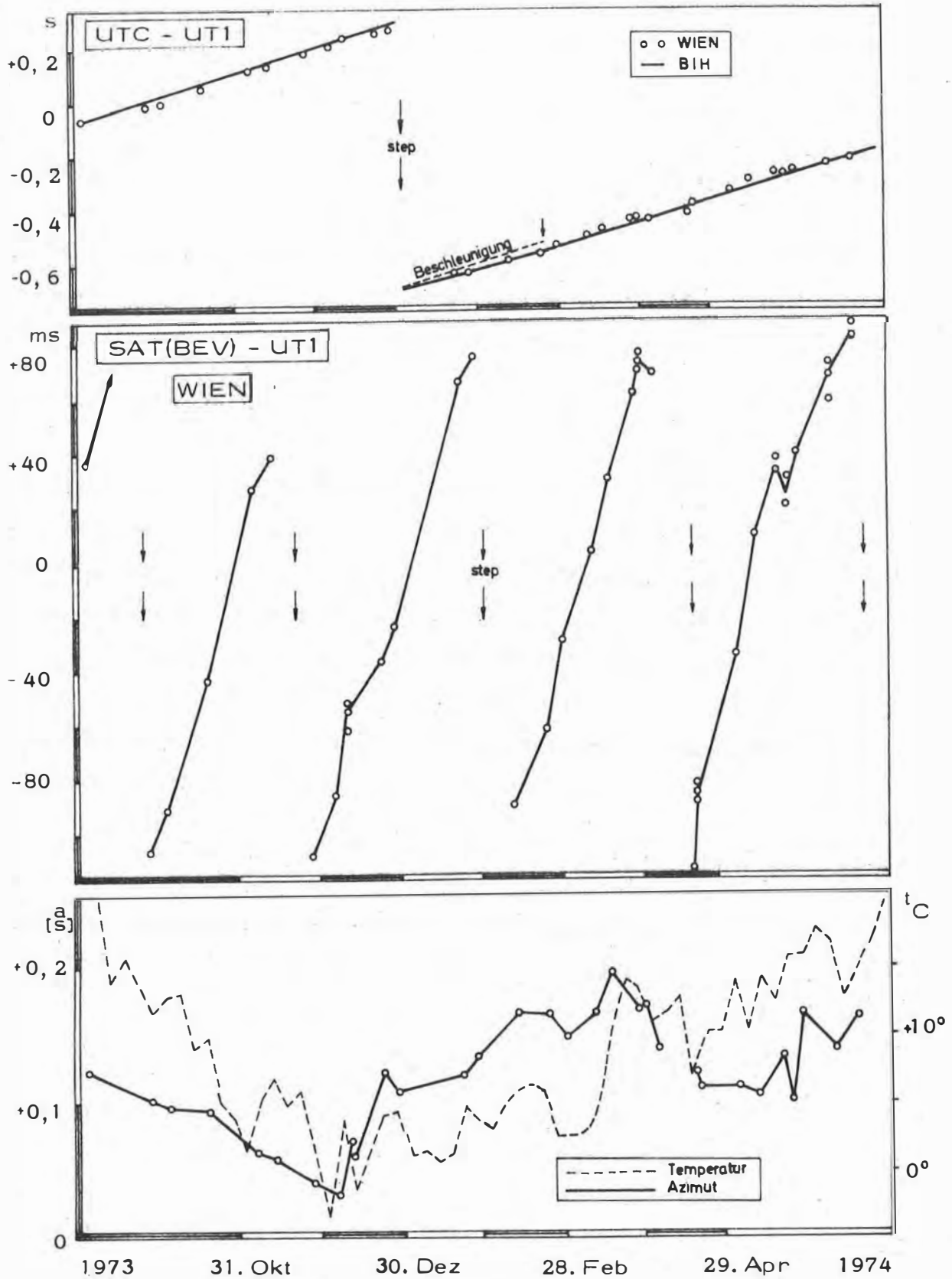


Diagramm 1 : Beobachtungen 1973 - 1974

Sämtliche Resultate sind in einer Tabelle am Ende der Arbeit übersichtlich zusammengestellt. Die Spalten bedeuten der Reihe nach: Datum, Dauer des Beobachtungssatzes, verwendete Sterne, Umfang der Beobachtungen, mittlere Abendtemperatur, durchschnittliche Abendneigung, die Ausgleichungsergebnisse mit ihren mittleren Fehlern, ferner die ermittelten Zeitdifferenzen, insbesondere (UTC - UT1) Wien im Vergleich mit den entsprechenden vorläufigen Ergebnissen (raw values, Circular D, BIH Paris), sowie die entscheidenden Differenzen Paris-Wien. Diagramm 1 veranschaulicht die zeitlichen Zusammenhänge.

§ 5 DISKUSSION DER ERGEBNISSE

Um Einblick in die innere Genauigkeit der Beobachtungen zu erhalten, wurden die mittleren Fehler von Uhrstand und Azimut, wie sie aus der Ausgleichung folgen, in Gruppen entsprechend der Anzahl der beobachteten Sterne zusammengefaßt. Dabei wurde angenommen, daß zenitnahe Sterne ausschließlich zur Bestimmung des Uhrstandes, hingegen Pol- und Südsterne allein zur Erfassung des Azimutes dienen. Diese Voraussetzung trifft natürlich in dieser Schärfe nicht zu. Diagramm 2 zeigt die Abhängigkeit der ermittelten Durchschnittswerte von der Anzahl der beobachteten Sterne in Vergleich mit den Erwartungswerten (\sqrt{n} Verlauf). Demgemäß wäre bei Beobachtung von zehn Zeitsternen und zwei Polsternen mit einer inneren Genauigkeit von $\pm 0^s,006$ für den Uhrstand und von $\pm 0^s,012$ für das Azimut zu rechnen. Vergleichsweise ergeben Genauigkeitsbetrachtungen, welche vom durchschnittlichen mittleren Fehler der Einzelregistrierung ausgehen, Werte von $\pm 0^s,003$ bzw. $\pm 0^s,013$. Was also den Uhrstand betrifft, ist das Vorhandensein systematischer Einflüsse auf die Beobachtungen der einzelnen Gruppe nicht ganz von der Hand zu weisen. Auch die Zunahme der inneren Genauigkeit mit wachsender Sternzahl zeigt im Fall des Azimutes den glatteren Verlauf als beim Uhrstand.

Eine Interpretation des Sachverhaltes ist leicht an Hand von Diagramm 1 möglich. Die ermittelte Differenz SAT (BEV) - UT1 muß, von periodischen Schwankungen abgesehen, einen einigermaßen glatten Verlauf mit der Zeit zeigen. Gelegentliche Sprünge und Unstetigkeiten stellen sich stets dann ein, wenn gleichzeitig starke Azimutänderungen offenbar als Folge kräftiger Temperaturschwankungen eintreten. Dia-

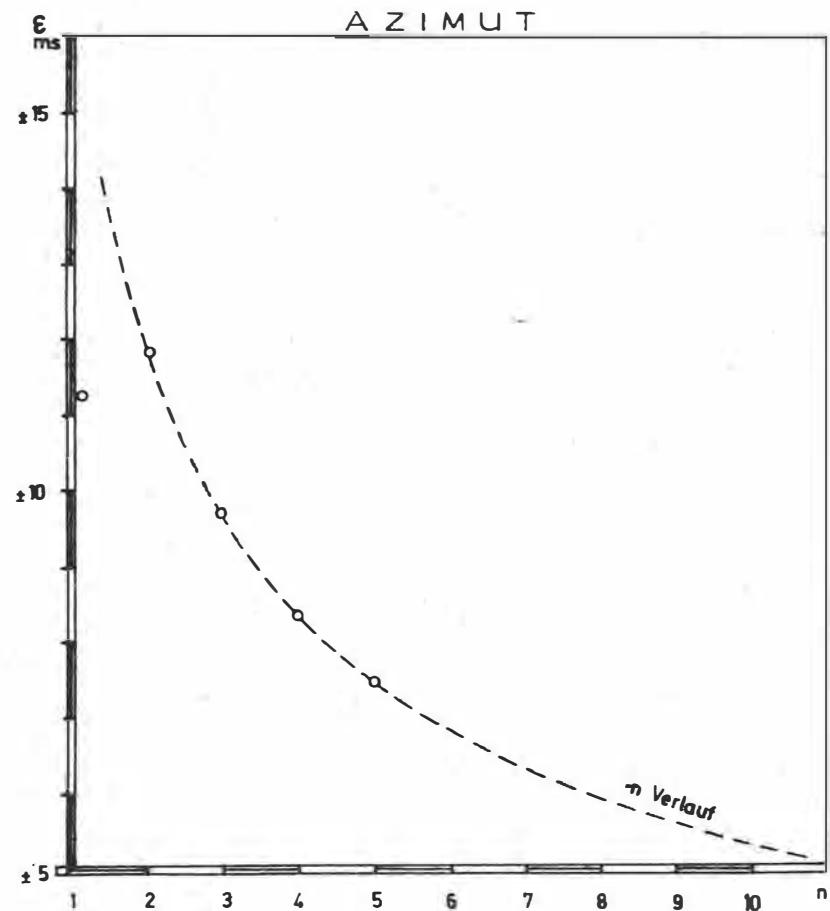
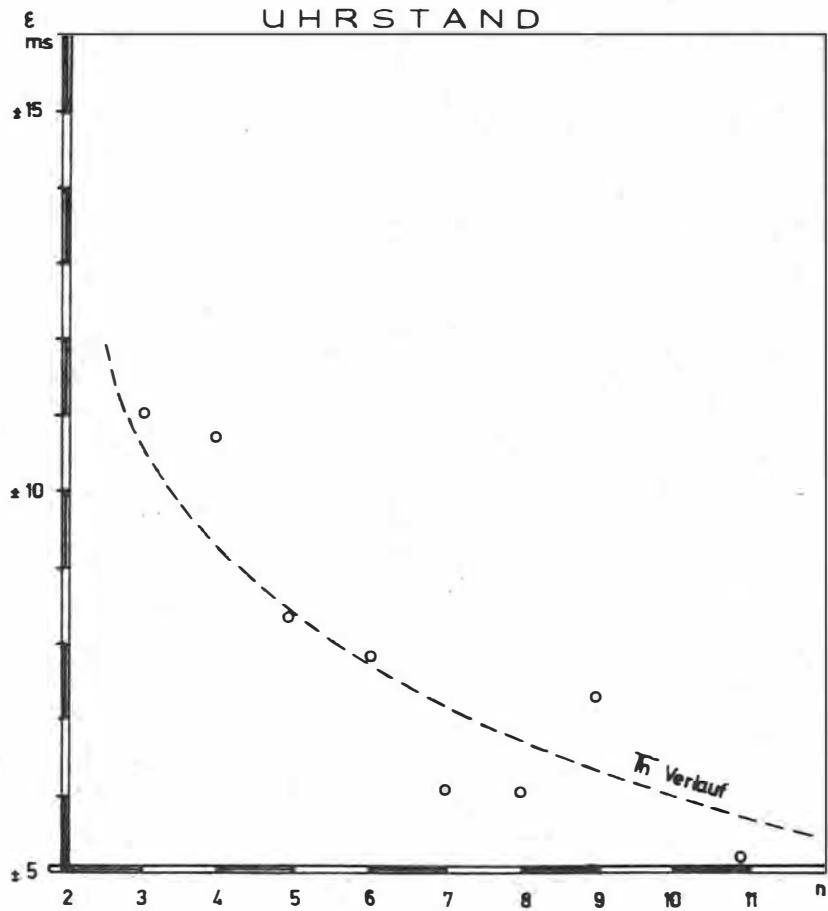


Diagramm 2 : Durchschnittlicher mittlerer Fehler von Uhrstand und Azimut in Abhängigkeit von der Anzahl der beobachteten Sterne

gramm 1 zeigt einerseits den Jahresgang der Temperatur (fünftägige Mittel der mittleren Lufttemperatur), andererseits die Änderung des Azimutes mit der Zeit. Dabei ist allerdings zu beachten, daß zum Temperaturverlauf jeder Tag beiträgt, das Azimut hingegen nur in größeren Intervallen ermittelt wurde, was eine gewisse Verzerrung des Azimutverlaufes mit sich bringt. Ferner kann im Sommer eine zusätzliche Beeinträchtigung durch einen etwaigen Tagesgang des Azimutes erfolgen (1). Trotzdem besteht an der Korrelation zwischen Temperatur- und Azimutverlauf kein Zweifel. Im Fall erheblicher Gradienten kann das Azimut während der Beobachtung einer Gruppe nicht mehr als konstant betrachtet werden. Da jedoch in der Ausgleichung das Azimut als zeitlich konstant angesetzt wurde, folgt daraus eine Beeinträchtigung des Uhrstandes einschließlich einer Vergrößerung seines mittleren Fehlers. Typische Beispiele hierfür sind die Beobachtungen vom 10. Dezember 1973 oder 29. März 1974. In solchen Fällen hilft nachträglich nur die zeitliche Splittung des Materials in mehrere Teile mit getrennter Auswertung. Derartige Erfahrungen führten in der Folge zur vermehrten Beobachtung der bereits erwähnten "Kompaktgruppen" mit reduzierter Beobachtungszeit unter einer Stunde. Zieht man nur derartige Gruppen in Betracht, ergibt sich ein weit glatterer Verlauf in der Differenz SAT (BEV) - UT1.

Weiters soll die Frage einer möglichen Verbesserung von (halber Kontaktbreite)^R . . . Revolutionswert^S erörtert werden. Während der Revolutionswert mit ausreichender Schärfe bestimmt werden kann, stößt die empirische Ermittlung der Kontaktbreite auf Schwierigkeiten. Das übliche Verfahren (Drehung der Mikrometerschraube in beiden Richtungen bis zum Ansprechen der Registriereinrichtung) bringt erfahrungsgemäß zu kleine Kontaktbreiten (10). Derartige Messungen, welche neuerdings mit größter Sorgfalt ausgeführt wurden, ergaben als Mittel aus allen Kontakten einen Wert von 0^S,045 (halbe Kontaktbreite). Der Versuch im Wege der Ausgleichung diese Größe zu bestimmen, erbrachte im einfachen Mittel $0^S,049 \pm 0,003$. Demnach dürfte der seit langem bei der Reduktion verwendete Wert von 0^S,048 zutreffend sein. Im übrigen scheint in den Ausgleichungsergebnissen eine Temperaturabhängigkeit der Kontaktbreite im Sinn abnehmender Kontaktbreiten bei zunehmender Temperatur angedeutet zu sein, was zunächst nicht mit Sicherheit erfaßt werden kann.

Bezüglich der äußeren Genauigkeit der Beobachtungen wurde ein Vergleich der Wiener Ergebnisse UTC - UT1 mit den entsprechenden vorläufigen Pariser Daten

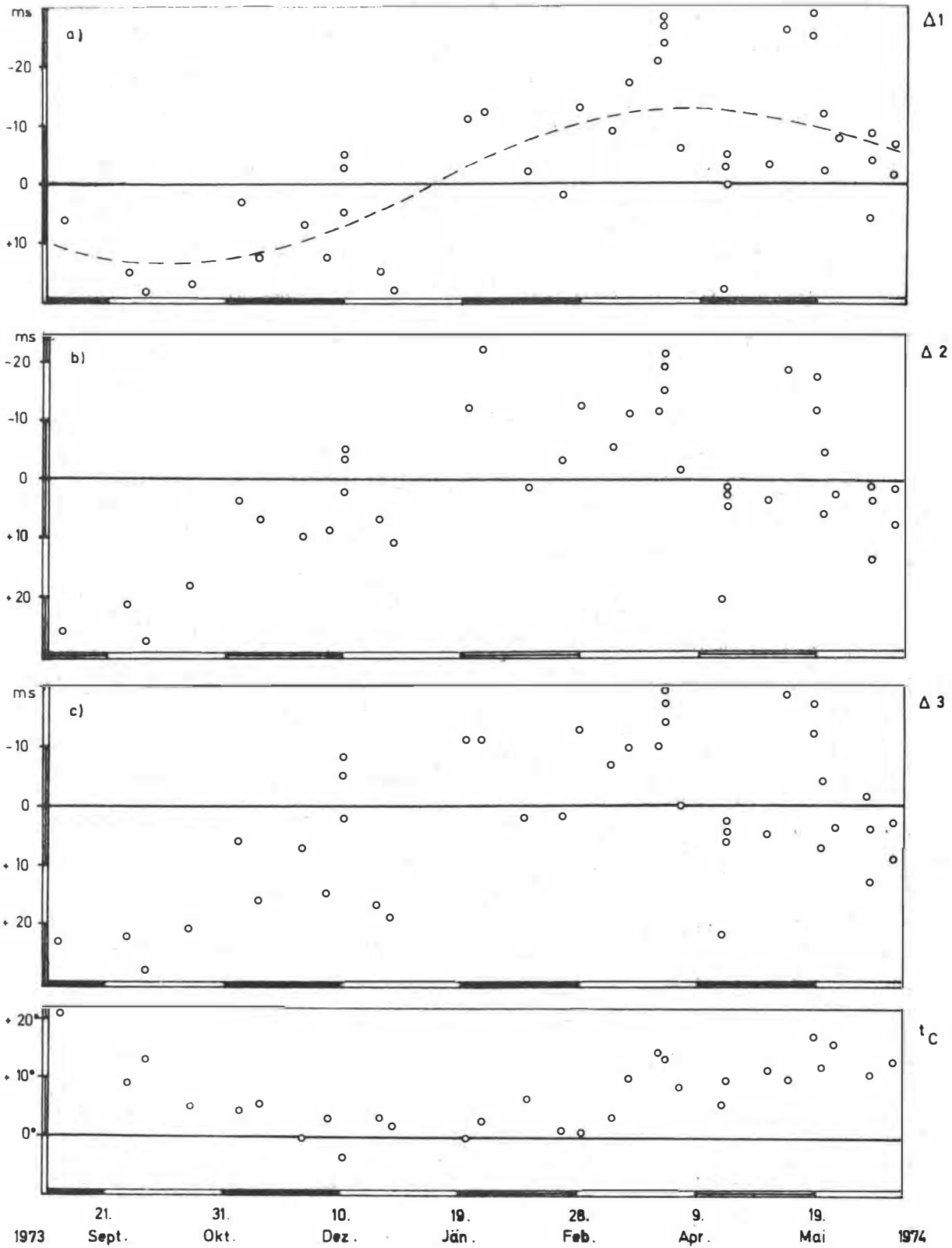


Diagramm 3: Differenzen (Paris-Wien) bezüglich (UTC-UT1), korrigierter Verlauf (direkter Temperatureinfluß bzw. allgemeines Temperaturglied), zuletzt die aktuelle Abendtemperatur im Beobachtungszeitraum.

(raw values, Circular D, BIH) durchgeführt (2). Die in der Tabelle ausgewiesenen Differenzen Paris-Wien lassen unzweifelhaft einen sinusartigen Verlauf mit Jahresperiode erkennen (Diagramm 3a). Demnach wurde eine Ausgleichung mit dem Ansatz

$$y = y_0 + y_1 \cdot \sin(x + a_1)$$

versucht, wobei der 31.5.1973, 0^h UT als willkürlicher Nullpunkt gewählt wurde.

Für die Unbekannten ergaben sich folgende Werte:

(Nullpunktverbesserung $y_0 = - 0,4 \pm 1,8$ ms)

Amplitude $y_1 = - 13 \pm 2$ ms

Phasenkonstante $a_1 = + 141^\circ \pm 10^\circ$

äußere Genauigkeit (10 Zeitsterne) ± 9 ms

Allerdings lassen die Vorzeichen der verbleibenden Reste noch weitere kurzperiodische Fluktuationen vermuten und in der Tat erbrachte ein Ansatz mit einem zusätzlichen monatlichem Glied eine Verbesserung der Fehlerquadratsumme. Zur Interpretation dieser systematischen Effekte können verschiedene Überlegungen angestellt werden. Dabei darf aber nicht übersehen werden, daß das Material gewisse Inhomogenitäten aufweist (siehe Beobachtungsprogramm). Ferner kann eine endgültige Analyse erst nach Vorliegen der definitiven Pariser Ergebnisse 1974 erfolgen; allerdings ist nur mit geringfügigen Änderungen zu rechnen.

Zunächst wäre es naheliegend, die vorläufigen Differenzen Paris-Wien betreffend UTC-UT1 zum Teil als gemeinsamen Gezeiteneffekt von Sonne und Mond auf die Erdfigur bzw. auf die Lotrichtung zu interpretieren. Hieraus ergeben sich, was die Sonne betrifft, jährliche und halbjährliche Terme, durch den Einfluß des Mondes monatliche und halbmonatliche Glieder mit kleiner Amplitude (11). Ortsgebundene Gezeiteneffekte sowie Einflüsse durch tägliche Nutation finden neuerdings bei der Reduktion der astrometrischen Daten durch das Bureau International de l'Heure ihre Berücksichtigung (3).

Weiters könnte man zur Erklärung des systematischen Effektes auf den bereits früher diskutierten indirekten Temperatureinfluß auf die Zeitergebnisse zurückgreifen. Demnach wären die systematischen Abweichungen Paris-Wien ausschließlich die Folge von Temperatureinflüssen auf das Azimut. Folglich müßte eine enge Korrelation zwi-

schen den Differenzen Paris-Wien einerseits und den zugehörigen Temperaturgradienten andererseits bestehen, was aber nicht der Fall ist (Korrelationskoeffizient $- 0,1 \pm 0,1$). Dies spricht nicht gegen den Effekt an sich, der in Einzelfällen zweifellos vorhanden ist, sondern bloß gegen die Interpretation, diesen Einfluß voll für die Abweichungen Paris-Wien verantwortlich zu machen.

Hingegen findet sich eine schwach ausgeprägte Korrelation zwischen den erwähnten Differenzen Paris-Wien und der Temperatur selbst (Korrelationskoeffizient $+ 0,3 \pm 0,1$). Ein direkter Temperatureinfluß war zu erwarten, da bei der Reduktion nur Durchschnittswerte für Kontaktbreite und Parswert der Libelle verwendet wurden. Um das Material nicht allzu sehr aufzusplittern, wurden zur Untersuchung nur zwei Temperaturgruppen $\geq 9^\circ \text{C}$ vorgesehen. Unter der Voraussetzung, daß keine zusätzlichen systematischen Einflüsse vorhanden sind, kann die jeweilige Differenz Paris-Wien als Verbesserung der halben Kontaktbreite, des Parswertes und des Nullpunktes aufgefaßt werden. Daraus ergibt sich eine Ausgleichung mit 5 Unbekannten folgender Art:

$$\Delta(\text{Paris-Wien}) = \sec \delta \cdot \Delta C_1 + \sec \delta \cdot \Delta C_2 + l \cdot \bar{i} \cdot \Delta P_1 + l \cdot \bar{i} \cdot \Delta P_2 + Q$$

($\sec \delta \sim 1 \sim 1,5$)

Die Unbekannten ergaben sich wie folgt:

	\bar{T}'	$+ 12^\circ,1 \text{ C}$	$+ 2^\circ,5 \text{ C}$
ΔC	$- 0^s,006 \pm 0,0020$		$(+ 0^s,001 \pm 0,0018)$
ΔP	$(+ 0^s,004 \pm 0,0073)$		$+ 0^s,007 \pm 0,0046$
Q		0	

Demnach ergibt sich eine Verbesserung der Kontaktbreite bei hohen Temperaturen, allenfalls des Parswertes bei niedrigen Temperaturen; für den Nullpunkt selbst läßt sich keine Verbesserung finden. Impliziert man lineares Verhalten der Kontaktbreite bzw. des Parswertes mit der Temperatur, so resultiert folgende Abhängigkeit:

halbe Kontaktbreite	$C = + 0^s,0497 - 0^s,00062 \cdot T$	$\cdot T$	$(T \text{ in Grad Celsius})$
Parswert	$\mu = + 1^s,285 - 0^s,0116 \cdot T$	$\cdot T$	

Eine nennenswerte Extrapolation über den Temperaturbereich hinaus ($2 - 12^\circ$) ist unzulässig. Dieses Ergebnis steht in Einklang mit den bisherigen Erfahrungen; lediglich

beim Pariswert ist ein größerer Nullpunktsfehler gegenüber früheren Bestimmungen (1) festzustellen, was aber durchaus reell sein kann. Trotzdem ist das Resultat wegen der Vielzahl an Näherungen und Voraussetzungen mit Vorsicht aufzufassen. Bemerkenswert ist allerdings der Umstand, daß bei Berücksichtigung dieser Einflüsse die systematischen Differenzen Paris-Wien nicht zu beseitigen sind, vielmehr noch deutlicher zum Vorschein kommen. (Diagramm 3b)

Zur Erklärung der erwähnten Korrelation könnte man alternativ auch einen nicht näher deklarierten Temperatureffekt in Betracht ziehen. Die Ausgleichung der Form

$$\Delta(\text{Paris-Wien}) = K_0 + K_1 \cdot T \quad (T \text{ in Grad Celsius})$$

erbrachte:

$$(\text{Nullpunktsverbesserung } K_0 = + 2 \quad + 3,2 \text{ ms})$$

$$\text{Temperaturkoeffizient } K_1 = - 0,8 \quad - 0,35 \text{ ms} .$$

Berücksichtigt man das Temperaturglied, ergibt sich bei ähnlicher Darstellung wie im vorigen Fall (Diagramm 3c) die größere Fehlerquadratsumme.

Schließlich könnte man noch eine jahreszeitlich veränderliche Schichtenneigung zur Diskussion stellen, welche für den Beobachtungsort typisch ist. Das Material reicht aber zur Analyse nicht aus; erst langjährige Beobachtungsreihen können darüber Aufschluß geben. Daneben besteht noch die Frage, ob eine einwandfreie Trennung der verschiedenen systematischen Anteile überhaupt möglich ist.

Was den Nullpunkt betrifft, zeigt der erwähnte Vergleich Paris-Wien beste Übereinstimmung. Allerdings wäre eine Kompensation von Nullpunktsfehlern denkbar und in der Tat bedarf die für die Reduktion verwendete fiktive Länge $\lambda_0 = - 1^h 05^m 20^s,893$ einer kleinen Verbesserung. Die Wiener Beobachtungen, welche im Rahmen der dritten Weltlängenbestimmung (12) durchgeführt wurden, erbrachten für den Pfeiler des Westsaales der Universitäts-Sternwarte einen definitiven Wert von $\lambda' = - 1^h 05^m 21^s,334$. Unter Berücksichtigung der geodätisch ermittelten Längendifferenz zwischen Westsaal und Gartenhütte von $+ 0^s,398$ folgt die Länge des Beobachtungsortes zu

$$\lambda = - 1^h 05^m 20^s,936 .$$

Die Verbesserung der fiktiven Länge um $- 43$ ms zwingt zur Annahme einer instrumentell-persönlichen Gleichung von $+ 43$ ms im Sinn einer Verzögerung. Vergleichsweise betrug bei den erwähnten Beobachtungen des 3. Internationalen Geophysikalischen Jahres die instrumentelle Gleichung $+ 61$ ms (BRETTERBAUER) und $+ 45$ ms (LOSERT); zufolge der Übereinstimmung können die Längenergebnisse als zuverlässig betrachtet werden.

Wie aus den Ausführungen also hervorgeht, entsprechen die Ergebnisse der Wiener Präzisions-Zeitbestimmungen 1973/4 weitgehend den vorläufigen Resultaten (Circular D) des Bureau International de l'Heure, wenn man von der erwähnten Periodizität absieht, wie sie fast allen Stationen eigen ist (3). Übereinstimmung besteht auch hinsichtlich der um die Jahreswende plötzlich aufgetretenen Irregularität der Erdrotation, welche in den Beobachtungen eindeutig nachzuweisen ist (Diagramm 1). Aussagen über den genauen Zeitpunkt der eingetretenen Beschleunigung bzw. über einen möglichen Phasenverzug des Phänomens sind nicht möglich und würden das Material überfordern. Es scheint mir aber aussichtsreich, die Beobachtungen umliegender Stationen ins Mittel zusammenzufassen und dem Gesamtmittel aller Stationen gegenüberzustellen. Derartige Untersuchungen können allerdings nur vom Pariser Zeit-Institut durchgeführt werden.

§ 6 SCHLUSSBETRACHTUNGEN

Der Fortsetzung der Beobachtungen kommt insbesondere hinsichtlich der geodätisch-geophysikalischen Fragestellung besondere Bedeutung zu, zumal diese Aufgabe leicht mit dem laufenden Rektaszensionsprogramm in Verbindung gebracht werden kann.-Am instrumentellen Bereich wäre die Entwicklung einer automatischen Registriereinrichtung wünschenswert, um den Einfluß der persönlichen Gleichung zu reduzieren und vor allem zu stabilisieren. Ferner wäre es angebracht, die Atomuhr des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen durch gelegentlichen Uhrentransport besser mit dem internationalen System in Verbindung zu bringen.

Abschließend danke ich den Herren Dr.E. GÖBEL sowie Dr.G. POLNITZKY für Beobachtungs- und Rechenhilfe, vor allem Herrn OVR.Dr.W. LOSERT für einschlägige Beratung und wertvollen Erfahrungsaustausch.

TABELLE : Beobachtungsergebnisse im Jahr 1973/4

Datum UT	Beob. Dauer	OK	UK	Süd	Zenit	Sterne	T, \bar{T}	Uhrstand	Azimet	halbe Kontaktbreite	SAT(BEV)-UTO SAT(BEV)-UT ¹	(UTC-UTO) Wien (UTC-UT1) Wien	(UTC-UT1) Paris	Paris - Wien
1973														
Sept. 5,8	140 ^m	2	-	3	11	16	+ 20 ^o ,8 + 0 ^p ,32	- 0 ^s ,012 + 0,005	+ 0 ^s ,124 + 0,010	+ 12ms + 37ms	- 88ms - 63ms	- 57ms	+ 6ms
Sept. 28,8	110	2	-	2	9	13	+ 9,0 - 0,36	+ 0,132 + 0,004	+ 0,102 + 0,007	- 132 - 106	- 32 - 6	+ 9	+ 15
Okt. 4,8	114	2	-	2	8	12	+ 12,9 + 0,08	+ 0,117 + 0,005	+ 0,097 + 0,008	- 117 - 91	- 17 + 9	+ 27	+ 18
Okt. 19,8	96	2	-	2	6	10	+ 4,4 + 0,06	+ 0,069 + 0,007	+ 0,095 + 0,011	- 69 - 43	+ 31 + 57	+ 74	+ 17
Nov. 5,8	62	1	-	1	5	7	+ 3,9 - 0,01	- 0,001 + 0,010	+ 0,063 + 0,020	+ 1 + 27	+ 101 + 127	+ 130	+ 3
Nov. 12,8	31	1	-	1	3	5	+ 4,7 + 0,84	- 0,015 + 0,006	+ 0,058 + 0,010	+ 15 + 39	+ 115 + 139	+ 151	+ 12
Nov. 26,8	77	2	-	2	5	9	- 0,3 - 0,41	+ 0,131 + 0,005	+ 0,042 + 0,008	- 131 - 108	+ 169 + 192	+ 199	+ 7
Dez. 5,9	52	1	-	1	3	5	+ 2,4 + 0,33	+ 0,109 + 0,004	+ 0,031 + 0,008	- 109 - 86	+ 191 + 214	+ 227	+ 13

1973

Dez. 10,8	77	2	-	2	5	9	- 4,3	+ 0,078	+ 0,066	- 78	+ 222		
							- 0,24	+ 0,011	+ 0,014		- 55	+ 245	+ 243	- 2
Dez. 10,7	42	1	-	1	3	5	- 4,2	+ 0,085	+ 0,073	- 85	+ 215		
							- 0,19	+ 0,016	+ 0,026		- 62	+ 238	+ 243	+ 5
Dez. 10,8	34	1	-	1	3	5	- 4,3	+ 0,075	+ 0,060	- 75	+ 225		
							- 0,29	+ 0,014	+ 0,018		- 52	+ 248	+ 243	- 5
Dez. 22,7	64	1	1	1	6	9	+ 2,4	+ 0,059	+ 0,124	- 59	+ 241		
							+ 0,70	+ 0,014	+ 0,018		- 36	+ 264	+ 279	+ 15
Dez. 27,7	83	1	1	-	9	11	+ 1,2	+ 0,045	+ 0,108	+ 0,051	- 45	+ 255		
							+ 0,50	+ 0,007	+ 0,010	+ 0,012	- 24	+ 276	+ 294	+ 18

1974

Jan. 21,8	102	2	2	-	5	9	- 0,3	- 0,050	+ 0,121	+ 0,065	+ 50	- 650		
							- 0,11	+ 0,012	+ 0,009	+ 0,008	+ 67	- 633	- 644	- 11
Jan. 26,8	93	2	2	-	8	12	+ 1,8	- 0,060	+ 0,133	+ 0,052	+ 60	- 640		
							+ 0,75	+ 0,008	+ 0,007	+ 0,008	+ 76	- 624	- 636	- 12
Feb. 10,8	113	1	1	-	9	11	+ 5,4	+ 0,105	+ 0,164	+ 0,040	- 105	- 605		
							+ 0,06	+ 0,011	+ 0,014	+ 0,016	- 89	- 589	- 591	- 2
Feb. 22,9	86	2	2	-	6	10	+ 0,5	+ 0,077	+ 0,163	+ 0,044	- 77	- 577		
							+ 0,22	+ 0,007	+ 0,006	+ 0,007	- 62	- 562	- 560	+ 2
Feb. 28,8	74	1	1	-	5	7	+ 0,1	+ 0,044	+ 0,148	- 44	- 544		
							- 0,23	+ 0,005	+ 0,005		- 29	- 529	- 542	- 13
März 11,8	89	1	2	-	8	11	+ 2,5	+ 0,012	+ 0,165	+ 0,035	- 12	- 512		
							- 0,33	+ 0,005	+ 0,004	+ 0,003	+ 3	- 497	- 506	- 9
März 17,8	35	-	1	-	3	4	+ 9,1	- 0,016	+ 0,196	+ 16	- 484		
							+ 0,05	+ 0,004	+ 0,003		+ 30	- 470	- 487	- 17

1974

März 27,8	52	1	1	-	3	5	+ 13,8 - 0,14	- 0,049 + 0,012	+ 0,167 + 0,010	+ 49 + 62	- 451 - 438	- 459	- 21
März 29,9	106	2	3	-	8	13	+ 12,4 - 0,33	- 0,061 + 0,006	+ 0,170 + 0,005	+ 0,054 + 0,006	+ 61 + 74	- 439 - 426	- 453	- 27
März 29,9	41	1	2	-	4	7	+ 12,2 - 0,31	- 0,064 + 0,009	+ 0,169 + 0,007	+ 64 + 77	- 436 - 423	- 453	- 30
März 29,9	56	1	1	-	4	6	+ 12,3 - 0,36	- 0,058 + 0,009	+ 0,171 + 0,008	+ 58 + 71	- 442 - 429	- 453	- 24
April 3,9	83	1	1	-	6	8	+ 7,6 + 0,08	- 0,055 + 0,007	+ 0,138 + 0,007	+ 0,042 + 0,007	+ 55 + 69	- 445 - 431	- 437	- 6
April 17,8	46	1	1	-	5	7	+ 4,8 - 0,09	+ 0,129 + 0,009	+ 0,122 + 0,010	+ 0,061 + 0,011	- 129 - 114	- 429 - 414	- 396	+ 18
April 19,8	95	2	2	-	7	11	+ 9,0 + 0,18	+ 0,100 + 0,006	+ 0,111 + 0,006	+ 0,045 - 0,006	- 100 - 85	- 400 - 385	- 388	- 3
April 19,8	30	1	1	-	4	6	+ 9,8 + 0,23	+ 0,098 + 0,009	+ 0,113 + 0,009	- 98 - 83	- 398 - 383	- 388	- 5
April 19,8	56	1	1	-	3	5	+ 8,1 + 0,13	+ 0,103 + 0,012	+ 0,109 + 0,009	- 103 - 88	- 403 - 388	- 388	0
Mai 3,9	61	1	1	-	4	6	+ 10,5 - 0,10	+ 0,048 + 0,015	+ 0,111 + 0,014	- 48 - 34	- 348 - 334	- 337	- 3
Mai 10,9	44	1	-	-	3	4	+ 8,8 - 0,59	+ 0,005 + 0,020	+ 0,105 + 0,030	- 5 + 9	- 305 - 291	- 317	- 26
Mai 19,8	39	-	1	-	5	6	+ 16,1 + 0,13	- 0,019 + 0,009	+ 0,133 + 0,011	+ 19 + 33	- 281 - 267	- 292	- 25
Mai 19,9	51	-	-	-	7	7	+ 15,3 + 0,07	- 0,023	+ 23 + 37	- 277 - 263	- 292	- 29

1974

Mai 22,9	74	-	1	-	5	6	+ 11,0	- 0,006	+ 0,100	+ 6	- 294		
							- 0,30	+ 0,007	+ 0,008		+ 20	- 280	- 282	- 2
Mai 22,9	37	-	-	-	5	5	+ 10,4	- 0,016	+ 16	- 284		
							- 0,32				+ 30	- 270	- 282	- 12
Mai 26,9	39	-	1	-	5	6	+ 14,7	- 0,025	+ 0,165	+ 25	- 275		
							- 0,01	+ 0,008	+ 0,008		+ 40	- 260	- 268	- 8
Juni 7,8	38	-	-	-	4	4	+ 10,2	- 0,054	+ 54	- 246		
							- 0,35				+ 69	- 231	- 235	- 4
Juni 7,9	39	-	1	-	4	5	+ 9,8	- 0,058	+ 0,138	+ 58	- 242		
							- 0,72	+ 0,007	+ 0,007		+ 73	- 227	- 235	- 8
Juni 7,9	49	-	-	-	6	6	+ 8,9	- 0,044	+ 44	- 256		
							- 0,52				+ 59	- 241	- 235	+ 6
Juni 15,9	44	1	-	-	6	7	+ 12,0	- 0,067	+ 0,164	+ 67	- 233		
							+ 0,03	+ 0,004	+ 0,008		+ 82	- 218	- 219	- 1
Juni 15,9	40	-	1	-	4	5	+ 11,6	- 0,072	+ 0,162	+ 72	- 228		
							+ 0,15	+ 0,015	+ 0,015		+ 87	- 213	- 219	- 6

L I T E R A T U R

- (1) JACKSON P.:
Individuelle Verbesserungen der Rektaszensionen von FK4 SUP Sternen, Ann.d. Univ.Sternw. Wien, Bd.30, Nr.5, 1972
- (2) Bureau International de l'Heure:
Universal Time and Coordinates of the Pole, Circular D, Paris
- (3) Bureau International de l'Heure:
Annual Report for 1973, Paris
- (4) BECKER G.:
Einführung eines neuen Zeitsystems (zum 1.1.1972), Mitteilungen der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt
- (5) JACKSON P.:
Die Polhöhe von Wien - eine Horrebow-Talcott-Meßreihe anlässlich des 3. Internationalen Geophysikalischen Jahres 1957/8, Ann.d.Univ.Sternw. Wien, Bd. 26/3, 1964
- (6) ALBRECHT Th.- SANDIG H.U.:
Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, Veröff.d.Geod. Inst. Potsdam, Nr.30, 1967
- (7) JORDAN/EGGERT/KNEISSL - RAMSAYER K.:
Handbuch der Vermessungskunde, Geodätische Astronomie, Bd. IIa, Metzlersche Verlags-Buchhandlung, Stuttgart 1970
- (8) Astron. Recheninstitut:
Apparent Places of Fundamental Stars 1973/1974, Heidelberg
- (9) GERSTBACH G.:
Astronomische Ortsbestimmung mit dem Prismenastrolab, Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, 62. Jg., 1974
- (10) Schweizerische Geodätische Kommission; ENGI P.:
Bestimmung von Längenunterschieden I. Ordnung, Das Schweizerische Dreiecksnetz, Bern 1936
- (11) GUINOT B.:
Short-period Terms in Universal Time, Astr. and Astrophys. Vol. 8, No.1, 1970
- (12) STOYKO A.:
La Troisième Opération Internationale Des Longitudes, Annals of the International Geophysical Year, Bd.42, Pergamon Press 1966.

Geowiss. Mitt.

7, 1975, p. 177 - 191

P.L. FISCHER, P. JACKSON, T.J. KREIDL:

Photographische Positionen der Kometen KOHOUTEK (1973 f) und BRADFIELD (1974 b)

Photographic Positions of Comets KOHOUTEK (1973 f) and BRADFIELD (1974 b)

Adresse der Autoren:

Address of the authors:

P.Dr. Leander Fischer, Schottenstift, 1010 Wien, Freyung 6
Univ.Doz.Dr.phil. Paul Jackson, cand.phil. T.J. Kreidl,
Universitätssternwarte Wien, 1180 Wien, Türkenschanzstraße 17, Austria

ZUSAMMENFASSUNG

Der Aufsatz beschreibt die astrometrischen Beobachtung der Kometen KOHOUTEK (1973 f) und BRADFIELD (1974 b) und gibt die Reduktionsergebnisse.

ABSTRACT

The paper describes the astrometric observations of comets KOHOUTEK (1973 f) and BRADFIELD (1974 b) including the results of reduction.

Nach zahlreichen vergeblichen Versuchen wurde am 25. Oktober 1973 der als Erscheinung des Jahrhunderts angekündigte Komet KOHOUTEK am Morgenhimmel aufgefunden. Infolge seiner geringen Helligkeit sowie des ungünstigen Wetters waren in der Folge, auch nach dem Periheldurchgang, nur wenige Positionsbestimmungen möglich. Weit besserer Erfolg war den Beobachtungen des Kometen BRADFIELD beschieden, letzterer im Erscheinungsbild KOHOUTEK bei weitem übertraf. Somit konnten nur 7 Positionen des Kometen KOHOUTEK gegenüber 23 Positionen des Kometen BRADFIELD bestimmt werden.

Die photographischen Aufnahmen erfolgten mit dem Normalastrographen der Universitäts-Sternwarte Wien (330/3400). Als Aufnahmematerial dienten Agfa Astro Spezialplatten im Format 16 x 16 cm. Die Nachführung erfolgte immer an einem helleren Leitstern. Durch geeignete zeitliche Unterbrechungen wurden meist mehrere, deutlich getrennte Bilder des Kometen auf die gleiche Platte gesetzt. Die einzelnen Expositionszeiten wurden dabei möglichst kurz bemessen, um eine exakte Vermessung des Kometenkernes zu ermöglichen. Die Gesamtbelichtungszeit wurde aber so angesetzt, daß eine Überbelichtung der Sterne nicht eintreten konnte. Bezüglich Helligkeit und Bewegung des Kometenkernes erwies sich BRADFIELD als dankbares Objekt, während KOHOUTEK stets an der Grenze der Beobachtbarkeit lag. Die photographischen Aufnahmen wurden zu gleichen Teilen von Pater Dr. L. FISCHER bzw. Univ. Dozent Dr. P. JACKSON gemacht, während die Reduktion zum überwiegenden Teil von Herrn cand. phil. T. J. KREIDL ausgeführt wurde.

Die Ausmessung der Platten erfolgte mit großer Sorgfalt an dem WILD Stereokomparator des Institutes für Photogrammetrie der Technischen Hochschule Wien. Dieses Gerät kann auch als Koordinatenmeßapparat mit digitaler Ausgabe der Daten verwendet werden. Für die wiederholte Bereitstellung dieser Arbeitsmöglichkeit sei den Herren des Institutes, insbesondere dem Vorstand, Herrn Professor Dr.-Ing. K. KRAUS, herzlich gedankt. Gewisse Schwierigkeiten ergaben sich bei der Einmessung des Kometenkernes, insbesondere was KOHOUTEK betrifft. Je nach dem Grad der Einmeßbarkeit wurde daher eine Einstufung in eine willkürliche Skala (1 = sehr gut/ 3 = schlecht) vorgenommen.

Die Reduktion erfolgte nach dem bewährten Dependences-Verfahren (1). Zur Kontrolle wurden meist zwei unabhängige Tripel von Anhaltsternen verwendet; in eini-

gen Fällen mußte wegen des Mangels geeigneter Referenzsterne derselbe Stern in beiden Dreiecken verwendet werden. Die Übereinstimmung der Ergebnisse liegt im Bereich der Meßgenauigkeit. Die Positionen und Eigenbewegungen der Bezugsterne wurden bei südlichen Deklinationen dem YALE Katalog entnommen; bei nördlichen Deklinationen wurde auf AGK3 Daten zurückgegriffen, letztere Professor Dr. W. DIECKVOSS (Hamburg, Bergedorf) in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt hatte. Lediglich in einem einzigen Fall wurde ein AGK2 Stern (ohne EB) verwendet. Die Parallaxenfaktoren $p_{\alpha} \cdot \Delta^s$ und $p_{\delta} \cdot \Delta''$ wurden einer Tabelle entnommen (2).

Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Übersicht zusammengestellt. Die Spalten bedeuten der Reihe nach: Datum und Beobachtungszeit in UT, die ermittelte Rektaszension und Deklination des Kometen für das Äquinox 1950,0 einschließlich der beiden Parallaxenfaktoren, die Identität der verwendeten Anhaltsterne samt den zugehörigen Dependenceswerten sowie Angaben über die Belichtungszeit B und den Grad der Einmeßbarkeit G.

L I T E R A T U R

- (1) COMRIE L.J.:
Journ. Brit. Astr. Assoc. Vol.39, 203 (1928/9)
- (2) SCHRUTKA-RECHTENSTAMM G.:
Tabelle der Parallaxenfaktoren für die Wiener Universitäts-Sternwarte (1965).

TABELLE 1:
Positionen des Kometen KOHOUTEK (1973 f)

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne Yale Nr.	Dependences	B	G
1973 - 10 - 25, 17507	$11^{\text{h}} 16^{\text{m}} 56^{\text{s}},86$	$- 0^{\text{s}},328$	$- 5^{\circ} 58' 35",9$	$+ 6",830$	17 - 4273G 17 - 4282 17 - 4275	$+ 0,184249$ $+ 0,140618$ $+ 0,675133$	24^{m}	3
	$11^{\text{h}} 16^{\text{m}} 56^{\text{s}},85$		$- 5^{\circ} 58' 36",3$		17 - 4267 17 - 4272 17 - 4292*	$+ 0,323640$ $+ 0,344039$ $+ 0,332321$		
1973 - 11 - 18, 19536	$12^{\text{h}} 30^{\text{m}} 30^{\text{s}},50$	$- 0^{\text{s}},279$	$- 13^{\circ} 58' 12",2$	$+ 7",356$	11 - 4555 11 - 4545 11 - 4541	$+ 0,643249$ $- 0,008452$ $+ 0,365203$	40^{m}	2
	$12^{\text{h}} 30^{\text{m}} 30^{\text{s}},49$		$- 13^{\circ} 58' 12",1$		11 - 4555 11 - 4547 11 - 4539	$+ 0,563830$ $+ 0,322601$ $+ 0,113568$		
1974 - 01 - 21, 75989	$23^{\text{h}} 28^{\text{m}} 27^{\text{s}},51$	$+ 0^{\text{s}},334$	$- 0^{\circ} 21' 01",2$	$+ 6",546$	21 - 5837 21 - 5843 21 - 5846	$+ 0,741928$ $+ 0,071592$ $+ 0,186480$	15^{m}	1
	$23^{\text{h}} 28^{\text{m}} 27^{\text{s}},51$		$- 0^{\circ} 21' 01",3$		21 - 5837 21 - 5849 21 - 5845	$+ 0,734639$ $- 0,013904$ $+ 0,279265$		

* keine Eigenbewegungen vorhanden

TABELLE 1 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne Yale Nr.	Dependences	B	G
1974 - 01 - 28,72661	$0^h 28^m 41^s,59$	+ 0 ^s ,244	+ 5° 06' 29",9	+ 6",092	20 - 98G	+ 0,523621	10 ^m	1
					22 - 143	+ 0,201983		
					22 - 155	+ 0,274396		
	$0^h 28^m 41^s,59$		+ 5° 06' 30",2		20 - 89	+ 0,364194		
					20 - 101	+ 0,450447		
					20 - 153	+ 0,185359		
1974 - 01 - 28,74323	$0^h 28^m 49^s,28$	+ 0 ^s ,274	+ 5° 07' 09",0	+ 6",127	20 - 98G	+ 0,510671	8 ^m	1-2
					22 - 143	+ 0,131581		
					22 - 155	+ 0,357747		
	$0^h 28^m 49^s,28$		+ 5° 07' 09",1		20 - 89	+ 0,277894		
					20 - 101	+ 0,500005		
					22 - 153	+ 0,222101		

TABELLE 1 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne Yale Nr.	Dependences	B	G
1974 - 01 - 28,75015	$0^h 28^m 52^s,55$	$+ 0^s,286$	$+ 5^{\circ} 07' 16",2$	$+ 6",143$	20 - 98G 22 - 143 22 - 155	$+ 0,507558$ $+ 0,102140$ $+ 0,390302$	4^m	1-2
	$0^h 28^m 52^s,49$		$+ 5^{\circ} 07' 17",0$		20 - 89 20 - 101 20 - 153	$+ 0,243715$ $+ 0,522778$ $+ 0,233507$		
1974 - 02 - 13,75839	$2^h 01^m 51^s,54$	$+ 0^s,270$	$+ 12^{\circ} 34' 18",7$	$+ 5",426$	19 - 612 19 - 625 19 - 611	$+ 0,584042$ $+ 0,428043$ $- 0,012085$	18^m	2-3
	$2^h 01^m 51^s,52$		$+ 12^{\circ} 34' 18",9$		19 - 614 19 - 622 19 - 605	$+ 0,215710$ $+ 0,557756$ $+ 0,226534$		

TABELLE 2:

Positionen des Kometen BRADFIELD (1974 b)

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$\rho_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$\rho_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 04,79326	$2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 12^{\text{s}},51$	$+ 0^{\text{s}},507$	$+ 40^{\circ} 13' 51,8$	$+ 5,548$	$+ 40^{\circ} - 262$ $+ 39^{\circ} - 267$ $+ 39^{\circ} - 276$	$+ 0,419782$ $+ 0,225374$ $+ 0,354844$	5^{m}	1
	$2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 12^{\text{s}},50$		$+ 40^{\circ} 13' 51,8$		$+ 40^{\circ} - 264$ $+ 40^{\circ} - 263$ $+ 40^{\circ} - 269$	$+ 0,457408$ $+ 0,224998$ $+ 0,317595$		
1974 - 04 - 04,79810	$2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 12^{\text{s}},71$	$+ 0^{\text{s}},504$	$+ 40^{\circ} 14' 33,9$	$+ 5,662$	$+ 40^{\circ} - 262$ $+ 39^{\circ} - 267$ $+ 39^{\circ} - 276$	$+ 0,434993$ $+ 0,214410$ $+ 0,350597$	5^{m}	1
	$2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 12^{\text{s}},69$		$+ 40^{\circ} 14' 33,9$		$+ 40^{\circ} - 264$ $+ 40^{\circ} - 263$ $+ 40^{\circ} - 269$	$+ 0,487213$ $+ 0,192891$ $+ 0,319896$		
1974 - 04 - 04,80641	$2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 13^{\text{s}},19$	$+ 0^{\text{s}},499$	$+ 40^{\circ} 15' 42,1$	$+ 5,855$	$+ 40^{\circ} - 262$ $+ 39^{\circ} - 267$ $+ 39^{\circ} - 276$	$+ 0,459595$ $+ 0,196270$ $+ 0,344135$	3^{m}	1
	$2^{\text{h}} 24^{\text{m}} 13^{\text{s}},16$		$+ 40^{\circ} 15' 42,4$		$+ 40^{\circ} - 264$ $+ 40^{\circ} - 263$ $+ 40^{\circ} - 269$	$+ 0,535187$ $+ 0,139264$ $+ 0,32554-$		

TABELLE 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 04,81057	$2^h 24^m 13^s,58$	$+ 0^s,496$	$+ 40^{\circ} 16' 19",2$	$+ 5",950$	$+ 40^{\circ} - 262$ $+ 39^{\circ} - 267$ $+ 39^{\circ} - 276$	$+ 0,472947$ $+ 0,186077$ $+ 0,340976$	3^m	1
	$2^h 24^m 13^s,55$		$+ 40^{\circ} 16' 19",0$		$+ 40^{\circ} - 264$ $+ 40^{\circ} - 263$ $+ 40^{\circ} - 269$	$+ 0,560296$ $+ 0,109118$ $+ 0,330586$		
1974 - 04 - 04,81576	$2^h 24^m 13^s,83$	$+ 0^s,491$	$+ 40^{\circ} 17' 01",2$	$+ 6",069$	$+ 40^{\circ} - 262$ $+ 39^{\circ} - 267$ $+ 39^{\circ} - 276$	$+ 0,488130$ $+ 0,174990$ $+ 0,336880$	2^m	1
	$2^h 24^m 13^s,82$		$+ 40^{\circ} 17' 01",6$		$+ 40^{\circ} - 264$ $+ 40^{\circ} - 263$ $+ 40^{\circ} - 269$	$+ 0,590217$ $+ 0,075830$ $+ 0,333953$		
1974 - 04 - 04,81957	$2^h 24^m 14^s,06$	$+ 0^s,488$	$+ 40^{\circ} 17' 35",6$	$+ 6",156$	$+ 40^{\circ} - 262$ $+ 39^{\circ} - 267$ $+ 39^{\circ} - 276$	$+ 0,500529$ $+ 0,165894$ $+ 0,333577$	3^m	1
	$2^h 24^m 14^s,02$		$+ 40^{\circ} 17' 35",5$		$+ 40^{\circ} - 264$ $+ 40^{\circ} - 263$ $+ 40^{\circ} - 269$	$+ 0,614097$ $+ 0,049668$ $+ 0,336235$		

T A B E L L E 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$\rho_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$\rho_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 06,79162	$2^{\text{h}} 25^{\text{m}} 48^{\text{s}},78$	+ 0 ^s ,544	+ 44° 49' 08",3	+ 5",317	+ 44° - 251 + 45° - 264 + 44° - 247	+ 0,232122 + 0,183636 + 0,584242	4 ^m	1
	$2^{\text{h}} 25^{\text{m}} 48^{\text{s}},77$		+ 44° 49' 08",4		+ 45° - 266 + 44° - 246 + 44° - 254	+ 0,379142 + 0,448106 + 0,172752		
1974 - 04 - 06,79578	$2^{\text{h}} 25^{\text{m}} 48^{\text{s}},97$	+ 0 ^s ,541	+ 44° 49' 40",1	+ 5",422	+ 44° - 251 + 45° - 264 + 44° - 247	+ 0,241047 + 0,200807 + 0,558147	4 ^m	1
	$2^{\text{h}} 25^{\text{m}} 48^{\text{s}},96$		+ 44° 49' 40",2		+ 45° - 266 + 44° - 246 + 44° - 254	+ 0,390260 + 0,439504 + 0,170235		
1974 - 04 - 06,80201	$2^{\text{h}} 25^{\text{m}} 49^{\text{s}},37$	+ 0 ^s ,537	+ 44° 50' 33",2	+ 5",580	+ 44° - 251 + 45° - 264 + 44° - 247	+ 0,256546 + 0,229336 + 0,514118	4 ^m	1
	$2^{\text{h}} 25^{\text{m}} 49^{\text{s}},36$		+ 44° 50' 33",2		+ 45° - 266 + 44° - 246 + 44° - 254	+ 0,408844 + 0,424822 + 0,166334		

T A B E L L E 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 06,80617	$2^h 25^m 49^s,48$	$+ 0^s,534$	$+ 44^{\circ} 51' 02",7$	$+ 5",685$	$+ 44^{\circ} - 251$ $+ 45^{\circ} - 264$ $+ 44^{\circ} - 247$	$+ 0,264296$ $+ 0,245496$ $+ 0,490208$	4^m	1
	$2^h 25^m 49^s,47$		$+ 44^{\circ} 51' 02",8$		$+ 45^{\circ} - 266$ $+ 44^{\circ} - 246$ $+ 44^{\circ} - 254$	$+ 0,419202$ $+ 0,417104$ $+ 0,163693$		
1974 - 04 - 08,83819	$2^h 27^m 09^s,95$	$+ 0^s,528$	$+ 49^{\circ} 10' 10",4$	$+ 6",352$	$+ 49^{\circ} - 285$ $+ 49^{\circ} - 278$ $+ 49^{\circ} - 287$	$+ 0,037564$ $+ 0,636639$ $+ 0,325797$	2^m	1-2
	$2^h 27^m 09^s,94$		$+ 49^{\circ} 10' 10",7$		$+ 49^{\circ} - 295$ $+ 49^{\circ} - 273^*$ $+ 48^{\circ} - 286$	$+ 0,291821$ $+ 0,483746$ $+ 0,224434$		
1974 - 04 - 08,84167	$2^h 27^m 10^s,22$	$+ 0^s,522$	$+ 49^{\circ} 10' 38",1$	$+ 6",437$	$+ 49^{\circ} - 285$ $+ 49^{\circ} - 278$ $+ 49^{\circ} - 287$	$+ 0,061409$ $+ 0,630626$ $+ 0,307965$	4^m	1-2
	$2^h 27^m 10^s,21$		$+ 49^{\circ} 10' 38",4$		$+ 49^{\circ} - 295$ $+ 49^{\circ} - 273^*$ $+ 48^{\circ} - 286$	$+ 0,301908$ $+ 0,484519$ $+ 0,213573$		

*AGK 2 : keine Eigenbewegungen

T A B E L L E 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$p_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$p_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 08,84583	$2^h 27^m 10^s,30$	$+ 0^s,514$	$+ 49^{\circ} 11' 07",7$	$+ 6",538$	$+ 49^{\circ} - 285$ $+ 49^{\circ} - 278$ $+ 49^{\circ} - 287$	$+ 0,087377$ $+ 0,624758$ $+ 0,287866$	4 ^m	1-2
	$2^h 27^m 10^s,29$		$+ 49^{\circ} 11' 08",0$		$+ 49^{\circ} - 295$ $+ 49^{\circ} - 273^*$ $+ 48^{\circ} - 286$	$+ 0,312647$ $+ 0,485771$ $+ 0,201583$		
1974 - 04 - 09,81458	$2^h 27^m 43^s,58$	$+ 0^s,585$	$+ 51^{\circ} 07' 19",4$	$+ 5",683$	$+ 51^{\circ} - 240$ $+ 51^{\circ} - 239$ $+ 50^{\circ} - 280$	$+ 0,847564$ $+ 0,112580$ $+ 0,039856$	4 ^m	1
	$2^h 27^m 43^s,57$		$+ 51^{\circ} 07' 19",5$		$+ 51^{\circ} - 240$ $+ 51^{\circ} - 238$ $+ 51^{\circ} - 237$	$+ 0,860687$ $+ 0,156324$ $- 0,017011$		
1974 - 04 - 09,81875	$2^h 27^m 43^s,76$	$+ 0^s,579$	$+ 51^{\circ} 07' 50",0$	$+ 5",795$	$+ 51^{\circ} - 240$ $+ 51^{\circ} - 239$ $+ 50^{\circ} - 280$	$+ 0,854751$ $+ 0,129448$ $+ 0,015801$	4 ^m	1
	$2^h 27^m 43^s,75$		$+ 51^{\circ} 07' 50",1$		$+ 51^{\circ} - 240$ $+ 51^{\circ} - 238$ $+ 51^{\circ} - 237$	$+ 0,857605$ $+ 0,197302$ $- 0,054907$		

*AGK 2 : keine Eigenbewegungen

TABELLE 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$\rho_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$\rho_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 09,82188	$2^{\text{h}} 27^{\text{m}} 43^{\text{s}},84$	$+ 0^{\text{s}},574$	$+ 51^{\circ} 08' 09",9$	$+ 5",878$	$+ 51^{\circ} - 240$ $+ 51^{\circ} - 239$ $+ 50^{\circ} - 280$	$+ 0,858707$ $+ 0,140639$ $+ 0,000655$	1^{m}	1
	$2^{\text{h}} 27^{\text{m}} 43^{\text{s}},82$		$+ 51^{\circ} 08' 09",9$		$+ 51^{\circ} - 240$ $+ 51^{\circ} - 238$ $+ 51^{\circ} - 237$	$+ 0,855079$ $+ 0,224012$ $- 0,079092$		
1974 - 04 - 10,79587	$2^{\text{h}} 28^{\text{m}} 14^{\text{s}},72$	$+ 0^{\text{s}},630$	$+ 53^{\circ} 00' 21",2$	$+ 5",095$	$+ 53^{\circ} - 262$ $+ 52^{\circ} - 267$ $+ 52^{\circ} - 273$	$+ 0,313843$ $+ 0,139771$ $+ 0,546386$	4^{m}	1
	$2^{\text{h}} 28^{\text{m}} 14^{\text{s}},68$		$+ 53^{\circ} 00' 21",3$		$+ 53^{\circ} - 255$ $+ 52^{\circ} - 269$ $+ 53^{\circ} - 263$	$+ 0,020304$ $+ 0,549766$ $+ 0,429930$		
1974 - 04 - 10,80000	$2^{\text{h}} 28^{\text{m}} 14^{\text{s}},86$	$+ 0^{\text{s}},625$	$+ 53^{\circ} 00' 47",0$	$+ 5",212$	$+ 53^{\circ} - 262$ $+ 52^{\circ} - 267$ $+ 52^{\circ} - 273$	$+ 0,319968$ $+ 0,140495$ $+ 0,539537$	4^{m}	1
	$2^{\text{h}} 28^{\text{m}} 14^{\text{s}},82$		$+ 53^{\circ} 00' 47",1$		$+ 53^{\circ} - 255$ $+ 52^{\circ} - 269$ $+ 53^{\circ} - 263$	$+ 0,029388$ $+ 0,540715$ $+ 0,429897$		

TABELLE 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 10,80313	$2^{\text{h}} 28^{\text{m}} 15^{\text{s}},04$	$+ 0^{\text{s}},622$	$+ 53^{\circ} 01' 08",9$	$+ 5",300$	$+ 53^{\circ} - 262$ $+ 52^{\circ} - 267$ $+ 52^{\circ} - 273$	$+ 0,325216$ $+ 0,140803$ $+ 0,533981$	1 ^m	1
	$2^{\text{h}} 28^{\text{m}} 15^{\text{s}},00$		$+ 53^{\circ} 01' 09",0$		$+ 53^{\circ} - 255$ $+ 52^{\circ} - 269$ $+ 53^{\circ} - 263$	$+ 0,036970$ $+ 0,532913$ $+ 0,430118$		
1974 - 04 - 13,81458	$2^{\text{h}} 29^{\text{m}} 37^{\text{s}},97$	$+ 0^{\text{s}},682$	$+ 58^{\circ} 19' 45",8$	$+ 5",441$	$+ 58^{\circ} - 269$ $+ 58^{\circ} - 270$ $+ 58^{\circ} - 274$	$+ 0,544244$ $+ 0,326894$ $+ 0,128862$	4 ^m	1
	$2^{\text{h}} 29^{\text{m}} 37^{\text{s}},94$		$+ 58^{\circ} 19' 45",4$		$+ 58^{\circ} - 272$ $+ 58^{\circ} - 268$ $+ 58^{\circ} - 273$	$+ 0,014512$ $+ 0,307509$ $+ 0,677978$		
1974 - 04 - 13,81875	$2^{\text{h}} 29^{\text{m}} 38^{\text{s}},00$	$+ 0^{\text{s}},674$	$+ 58^{\circ} 20' 10",4$	$+ 5",560$	$+ 58^{\circ} - 269$ $+ 58^{\circ} - 270$ $+ 58^{\circ} - 274$	$+ 0,588648$ $+ 0,276967$ $+ 0,134385$	4 ^m	1
	$2^{\text{h}} 29^{\text{m}} 37^{\text{s}},96$		$+ 58^{\circ} 20' 10",0$		$+ 58^{\circ} - 272$ $+ 58^{\circ} - 268$ $+ 58^{\circ} - 273$	$+ 0,023803$ $+ 0,306610$ $+ 0,669587$		

TABELLE 2 (Fortsetzung) :

Datum, Zeit (UT)	$\alpha_{1950,0}$	$P_{\alpha} \cdot \Delta$	$\delta_{1950,0}$	$P_{\delta} \cdot \Delta$	Anhaltsterne AGK 3 Nr.	Dependences	B	G
1974 - 04 - 13,82228	$2^h 29^m 38^s,12$	$+ 0^s,667$	$+ 58^{\circ} 20' 33",1$	$+ 5",660$	$+ 58^{\circ} - 269$ $+ 58^{\circ} - 270$ $+ 58^{\circ} - 274$	$+ 0,629477$ $+ 0,230361$ $+ 0,140162$	2^m	1
	$2^h 29^m 38^s,09$		$+ 58^{\circ} 20' 32",7$		$+ 58^{\circ} - 272$ $+ 58^{\circ} - 268$ $+ 58^{\circ} - 273$	$+ 0,032743$ $+ 0,305142$ $+ 0,662115$		
1974 - 04 - 15,82792	$2^h 30^m 02^s,83$	$+ 0^s,674$	$+ 59^{\circ} 58' 03",4$	$+ 5",843$	$+ 60^{\circ} - 277$ $+ 59^{\circ} - 276$ $+ 59^{\circ} - 279$	$+ 0,671976$ $+ 0,253885$ $+ 0,074139$	$2^m,4$	3
	$2^h 30^m 02^s,84$		$+ 59^{\circ} 58' 03",6$		$+ 60^{\circ} - 273$ $+ 59^{\circ} - 278$ $+ 59^{\circ} - 280$	$+ 0,412643$ $+ 0,540923$ $+ 0,046435$		

Bisher erschienen:

Hitherto published:

- Heft 1 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1970 - 1973, Dezember 1973.
- Heft 2 EGGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Taschenrechner HP 45 und HP 65, Programme und Anwendung im Vermessungswesen, März 1974.
- Heft 2 EGGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Special Edition in English of Vol.2, Pocket Computer HP 65, Programs for Surveying Engineering, Juli 1974.
- Heft 2 EGGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Taschenrechner HP 45 und HP 65, Programme und Anwendung im Vermessungswesen, 2. verbesserte Auflage, November 1974.
- Heft 3 Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1973 - 1974, September 1974.
- Heft 4 EGGER-PALFINGER-PERDICH-PLACH-WAGENSOMMERER, Tektronix-Tischrechner TEK 31, Programmbibliothek für den Einsatz im Vermessungswesen, November 1974.
- Heft 5 K. LEDERSTEGER, Die horizontale Isostasie und das isostatische Geoid, Februar 1975.
- Heft 6 F. REICHHART, Katalog von FK4 Horrebow-Paaren für Breiten von $+ 30^{\circ}$ bis $+ 60^{\circ}$, Oktober 1975.

In Vorbereitung:

In preparation:

- Heft 8 Veröffentlichungen des Instituts für Photogrammetrie zum XIII. Internationalen Kongreß für Photogrammetrie, Helsinki 1976, Juli 1976.