

Studienrichtung Vermessungswesen
Technische Hochschule in Wien

GEOWISSENSCHAFTLICHE MITTEILUNGEN

Heft 5

Die horizontale Isostasie und das isostatische Geoid

von

Karl Ledersteger †

Veröffentlichung des Institutes für Höhere Geodäsie

Geowiss. Mitt.,
5, 1975

Wien, im Februar 1975

VORWORT

Das Institut für Höhere Geodäsie der Technischen Hochschule in Wien legt hiermit die letzte Arbeit des weiland Prof. Dr. mult. Karl Ledersteger der Öffentlichkeit vor. Sie hat die Ausarbeitung des schon in kleineren Publikationen entworfenen Prinzips der horizontalen Isostasie und dessen Anwendung zur Berechnung des isostatischen Geoides zum Inhalt.

Es war die Absicht von Prof. Ledersteger, in großangelegten Studien drei Geoide, nämlich das isostatisch-topographische, das gravimetrische und das Satellitengeoid, in eigenständiger Weise zu berechnen und kritisch zu vergleichen. Nur die erste Untersuchung konnte nahezu vollendet werden. Die darin ausgearbeitete Idee der horizontalen Isostasie ermöglicht erstmalig die gleichzeitige Erhaltung von Masse und Druck durch Annahme horizontaler Massenströmungen. Dieses höchst moderne Konzept ist durchaus in Einklang mit den von anderer Seite postulierten Konvektionsströmungen im oberen Mantel. Es steht außer Zweifel, daß die geodätische Wissenschaft durch die großartige Intuition und die originellen Gedanken Lederstegers auch in den weiteren geplanten Arbeiten tiefe Einblicke und neue Erkenntnisse gewonnen hätte. Sein vornehmstes Ziel war, die Ursache zu ergründen, warum die drei oben genannten Geoidformen zum Teil erheblich voneinander abweichen. Das isostatisch-topographische Geoid repräsentiert sicherlich nicht das aktuelle Geoid, jedoch wird man Aufschlüsse über die Massenverteilung in der Erdkruste nur durch eine sinnvolle Kombination des Satellitengeoides mit dem Lederstegerschen Geoid erhalten.

Die außerordentlich umfangreichen numerischen Berechnungen wurden für die Näherungen 4. und 7. Ordnung vom Unterzeichneten auf Philips Bürocomputer P 352 und für die Näherung 31. Ordnung von Dr. G. Gerstbach auf IBM 7040 des interkultären Rechenzentrums der Technischen Hochschule in Wien ausgeführt. Das Originalmanuskript endet mit der Tabelle auf Seite 49. Prof. Ledersteger hat noch ein Kapitel über die numerischen Berechnungen und ein weiteres zur Interpretation der Ergebnisse geplant. Obwohl als Mitarbeiter mit Lederstegers Gedankengängen vertraut, hat der Unterzeichnete bewußt verzichtet, eine Interpretation zu versuchen. Die Berechnungen zur 31. Ordnung jedoch schienen bedeutsam genug, ihnen die Kapitel 13 - 15 zu widmen. Als Verfasser zeichnet Dipl. Ing. Dr. G. Gerstbach, Hochschulassistent an diesem Institut.

Die Kosten des Forschungsprojektes sowie der nunmehrigen Drucklegung wurden unter der Projektnummer 1041 vom Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung getragen, wofür hier der besondere Dank ausgesprochen sei. Die große Verzögerung der Veröffentlichung hat ausschließlich organisatorische Gründe.

Möge diese Arbeit das Andenken an einen großen Geodäten wachhalten.

Dr. Kurt Bretterbauer
o. Prof. und Vorstand
des Instituts für Höhere Geodäsie

Bearbeitung und Druck aus Mitteln des Fonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung,
Projekt 1041, genehmigt am 14. Mai 1970 .

Einband
Fa. F. Manhardt, 1040 Wien
Offsetdruck
ÖHTHW-Vervielfältigung, 1040 Wien

INHALTSVERZEICHNIS

§ 1	Das Normalsphäroid und die neue Definition der Topographie	1
§ 2	Topographie und isostatische Kompensation	3
§ 3	Die freien Parameter des Problems	9
§ 4	Das Störpotential von Topographie und isostatischer Kompensation	12
§ 5	Die Schwerpunktslage	16
§ 6	Der indirekte Effekt der Kondensation	18
§ 7	Die Näherung zweiter Ordnung	21
§ 8	Die Näherung vierter Ordnung	27
§ 9	Die Näherung siebenter Ordnung	30
§ 10	Die zonalen Glieder und die zugehörigen Massefunktionen	34
§ 11	Der Einfluß der freien Parameter und der maximalen Meerestiefe	42
§ 12	Die Lösung 31. Ordnung im 5 ⁰ - Raster	45
§ 13	Die numerische Berechnung des isostatischen Geoides	59
§ 14	Die Kugelfunktionsentwicklung der polaren Eismassen	61
§ 15	Die Gesamtlösung inclusive der Eiskorrektur. Die Interpolation der Schichtenlinien des isostatischen Geoids	64
	Literaturverzeichnis	67

DIE HORIZONTALE ISOSTASIE UND DAS ISOSTATISCHE GEOID

§ 1 Das Normalsphäroid und die neue Definition der Topographie

Entgegen der noch herrschenden Auffassung besteht in streng physikalischem Sinne das Problem der Erdfigur aus zwei Teilen, nämlich dem Problem der Normalfigur der Erde, des sogenannten Normalsphäroides, und dem Problem der Undulationen des Geoides oder exakter jener Niveaulfläche der wirklichen Erde, welche denselben Potentialwert besitzt wie die Oberfläche des volumgleichen Normalsphäroides. Es hat sich erwiesen, daß das Normalsphäroid von der Gleichgewichtsfigur der Erde unterschieden werden muß, welche eine etwas größere Rotationsgeschwindigkeit hat. Denn die 3 einparametrischen Gleichgewichtsfiguren, die außer durch (E, ω, a) entweder durch die statische Abplattung J_2 , oder durch das Hauptträgheitsmoment C um die Rotationsachse oder durch die dynamische Abplattung H definiert sind, fallen nur für eine etwas größere Rotationsgeschwindigkeit zusammen, was mit der Verlangsamung der Erdrotation infolge der Flutreibung in Einklang steht. Andererseits bedeutet die Annahme, daß es sich beim Normalsphäroid, abgesehen von der Wasserhülle, um eine Gleichgewichtsordnung handelt, sicherlich eine gewisse Idealisierung. Denn die allmähliche Erstarrung oder das Zurückbleiben der Flächen gleicher Dichte gegenüber der Verringerung der Fliehkraft dürfte kaum im ganzen Erdkörper völlig gleichförmig erfolgt sein. Hinzu tritt, daß wir völlig von der Diracschen Hypothese der Abnahme der Gravitationskonstanten abstrahiert haben, die der Kontraktion entgegenwirkt und die keineswegs ohneweiters von der Hand zu weisen ist. Auch die Frage des gesamten Fluteffektes, der zwischen den Grenzen 50000^s bis 74000^s liegt, wobei die obere Grenze eine wesentlich größere Wahrscheinlichkeit aufweist, ist noch lange nicht restlos geklärt. Trotz all dieser Einschränkungen ist das als Gleichgewichtsordnung definierte Normalsphäroid der Erde recht plausibel und unzweifelhaft dem fiktiven Niveuellipsoid vorzuziehen.

Die Grunddaten des Normalsphäroides beruhen einerseits auf dem Internationalen Bezugssystem 1967, andererseits auf der Delfter Entwicklung der Höhen- und Tiefenverhältnisse der Erde, während die Massefunktion J_4 unbedenklich von der Gleichgewichtsfigur der Erde übernommen werden konnte. So fand sich (1):

$$\begin{aligned}
 k^2 E &= 398\,603,10^{15} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2} \quad \text{oder} \quad E = 5976,057 \cdot 10^{24} \text{ g}; \\
 \omega^2 &= 5,3174\,9543 \cdot 10^{-9}; \quad a = 6378,394 \text{ km}; \quad \bar{E} = 346178,90 \cdot 10^{-8}; \\
 J_2 &= 108262,06 \cdot 10^{-8}; \quad J_4 = -308,36 \cdot 10^{-8}; \quad e = 335253,18 \cdot 10^{-8} = 1:298,282; \\
 f_4 &= -316,70 \cdot 10^{-8}; \quad \gamma_0 = 977,96089 \text{ Gal}; \quad \beta = 530467,83 \cdot 10^{-8}; \\
 \beta_4 &= +3289,56 \cdot 10^{-8}; \quad W_0 = 62492,69 \cdot 10^7 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}, \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

und die Schwereformel auf dem Normalsphäroid lautet:

$$\gamma = 977,96089 (1 + 0,0053\ 0468 \sin^2 \varphi - 0,0000\ 0822 \sin^2 2\varphi). \quad (1.2)$$

Nach der neuen Delfter Entwicklung der Topographie nach Kugelfunktionen bis einschließlich der 31.0. ist die mittlere Tiefe der Lithosphäre $L_0 = -2367,4$ m, die der Hydrosphäre $-2601,4$ m und daher die mittlere Kontinentalthöhe, bezogen auf die ganze Erdoberfläche $+234,0$ m. Somit folgt, ausgehend vom Äquatorradius des Geoides im neuen Bezugssystem 1967: $a = 6378,160$ km tatsächlich für das mit dem wirklichen Erdkörper volumgleiche Normalsphäroid der obige Wert (1.1). Die Mittelwerte der Delfter Entwicklung sind natürlich sinngemäß auf die mit dem Geoid volumgleiche mittlere Erdkugel vom Radius $R = 6371,024$ km zu beziehen. Wählt man auf ihrer Oberfläche einen Ausschnitt von 1 m^2 , so entstehen Elementarsäulen, welche unabhängig von der Form des Flächenelementes ringsum von Kugelradien begrenzt sind.

In jeder derartigen Säule des Normalsphäroides liegt der Wasserspiegel 234 m über der Kugeloberfläche (Geoid) und der Ozeanboden in einer Tiefe von $2367,4$ m. Nebenbei bemerkt täuscht die Angabe von dm eine bei weitem nicht vorhandene Genauigkeit vor; sie folgen lediglich aus der Umrechnung der in Metern gegebenen Entwicklungskoeffizienten von den normierten Kugelfunktionen auf die Originalwerte. Die Überhöhung der Säule um 234 m ist recht unbequem. Man wird daher die Säule des Normalsphäroides durch eine massengleiche Säule des wirklichen Erdkörpers ersetzen, indem man die Wasserschicht der Mächtigkeit 234 m mit der Dichte $\rho_w = 1,028\text{ t/m}^3$ abhebt und damit an der idealisierten Lithosphäre eine entsprechende Wasserschicht auf die Dichte der Granitschicht $\rho = 2,67$ auffüllt. Die Masse der 234 m-Schicht ist in leicht verständlicher Weise:

$$\begin{aligned} 1,028 \int_0^{234} \left(1 + \frac{z}{R}\right)^2 dz &\approx 1,028 \int_0^{234} \left(1 + \frac{2z}{R}\right) dz = 1,028 \cdot 234 \left(1 + \frac{0,234}{6371,02}\right) = \\ &= 240,561\text{ t/m}^2. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Wegen der Dichtedifferenz $(2,67 - 1,028) = 1,642$ muß dies gleich sein dem Integral

$$1,642 \int_{-2367,4}^x \left(1 + \frac{2z}{R}\right) dz = 240,561\text{ t/m}^2, \quad (1.4)$$

woraus sich $x = -2220,79$ m ergibt. Es wird also eine Wasserschicht von $146,61$ m auf die Dichte der Granitschicht aufgefüllt und unsere neue Normalsäule, die oben mit dem Geoid als Wasserspiegel abschließt und für die nunmehr die Lithosphäre in einer Tiefe von $2220,79$ m liegt, gehört dem "verkleinerten" Normalsphäroid an:

$$\begin{aligned} a &= 6378,160\text{ km}; \quad \bar{\epsilon} = 346140,80 \cdot 10^{-8}; \quad J_2 = 108270 \cdot 10^{-8}; \quad J_4 = -308,405 \cdot 10^{-8}; \\ e &= 335246,12 \cdot 10^{-8} = 1 : 298,288; \quad f_4 = -316,68 \cdot 10^{-8}; \quad \gamma_0 = 978,03314\text{ Gal}; \\ \beta &= 530379,22 \cdot 10^{-8}; \quad \beta_4 = +3289,16 \cdot 10^{-8}; \quad W_0 = 62637,047 \cdot 10^7\text{ cm}^2\text{ sec}^{-2} \end{aligned} \quad (1.5)$$

mit der Schwereformel:

$$\gamma = 978,03314 (1 + 0,0053\ 0379 \sin^2 \varphi - 0,0000\ 0822 \sin^2 2\varphi) \text{ Gal.} \quad (1.6)$$

Die Wasserschicht von 234 m hat das Volumen $0,1192\ 2679 \cdot 10^{24} \text{ cm}^3$ und die Masse $0,1225\ 6514 \cdot 10^{24} \text{ g}$. Ohne diese Schicht wäre auf der Kugel R die Schwere 982,01121 Gal und nach Kondensation der Schicht auf die mittlere Lithosphäre 982,03135 Gal; mithin ist die Schwerezunahme $\Delta g = 20,14 \text{ mGal}$. Ersterer Fall entspricht also der Abhebung der von zwei konzentrischen Kugelschalen begrenzten homogenen Wasserschicht, wobei sich die Schwere an der Kugeloberfläche überhaupt nicht ändert, weil diese Schicht in ihrem inneren Hohlraum konstantes Potential besitzt. Durch die Kondensation steigt die Schwere und damit der Druck geringfügig an.

Nunmehr sind wir auch in der Lage, die Topographie gänzlich neu und wesentlich exakter zu definieren. Im üblichen Sinne versteht man bekanntlich unter Topographie einerseits die kontinentalen Erhebungen ($h > 0$, $\Delta g = +2,67$) und andererseits die Defizite des Ozeans ($h < 0$, $\Delta g = -1,642$). Als Vergleichssäule dient also eine Säule direkt an der Meeresküste ($h = 0$), bei welcher die Granitschicht der Kruste gerade mit dem Geoid abschließt. Korrekter versteht man aber unter Topographie alle Abweichungen von der Normalsäule des Normalsphäroides oder von der äquivalenten, weil massengleichen Säule des verkleinerten Normalsphäroides. Im ersteren Falle ist die kontinentale Topographie von der Lithosphäre ($h = -2367,4 \text{ m}$) bis zur Meereshöhe $h = +234 \text{ m}$ durch die Dichtezunahme $\Delta \rho = +1,642$ charakterisiert, für größere Höhen durch $\Delta \rho = +2,67$. Ist aber die Höhe kleiner als 234 m, so gilt bis h wieder $\Delta \rho = +1,642$, während dann noch bis 234 m eine Dichteabnahme $\Delta \rho = -1,028$ zu berücksichtigen ist. Auf den Ozeanen ist stets für $0 \leq h \leq 234 \text{ m}$ dieselbe Dichteabnahme $\Delta \rho = -1,028$ anzusetzen. Sodann hat man zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die Meerestiefe $t = -h$ kleiner oder größer als 2367,4 m ist. Hier gilt vom Meeresboden bis zur Lithosphäre $\Delta \rho = +1,642$. Wesentlich einfacher gestaltet sich die Überlegung bezüglich der äquivalenten Säule. Auf den Kontinenten ist für $-2220,79 \text{ m} \leq h \leq 0$ die Dichtedifferenz $\Delta \rho = +1,642$ und für alle $h > 0$ natürlich $\Delta \rho = +2,67$. Auf den Ozeanen ist zwischen Meeresboden und gehobener Lithosphäre je nachdem wieder $\Delta \rho = +1,642$. Auf Grund dieser neuen Definition seien zuerst die topographischen Massendifferenzen untersucht.

§ 2 Topographie und isostatische Kompensation

Um bequem die Massendifferenzen der verschiedenen kontinentalen und ozeanischen Säulen gegenüber unserer äquivalenten Säule zu gewinnen, sei vorerst die Masse dieser Säule selbst berechnet. Die neue Definition der Topographie legt es nahe, als Bezugsfläche an Stelle des Geoides die gehobene Lithosphäre (Meereshöhe $h = -2220,79 \text{ m}$) zu wählen. Tatsächlich verläuft ja die Topographie beiderseits dieser Fläche. Selbstverständlich müssen wir mit der Wahl des neuen Nullniveaus auch den Kugelradius entsprechend ändern: $R = (6371,024 - 2,221) = 6368,803 \text{ km}$. Damit wird die Masse der äquivalenten Säule

$$q_o = 1,028 \int_0^{2220,79} (1 + 2z/R) dz = 1,028 \cdot 2220,79 (1 + 2,221/R) = 2283,7681 \text{ t/m}^2. \quad (2.1)$$

Für eine kontinentale Säule der Meereshöhe h wird demnach der Massenzuwachs

$$\Delta q_k = -2283,7681 + \rho \int_0^{(2220,8 + h)} (1 + 2z/R) dz = (-2283,7681 + 2221,5644 \rho) + \rho h (1 + \frac{4,4416 + h_{\text{km}}}{R}) = A + \rho h (1 + \frac{4,4416 + h_{\text{km}}}{R}). \quad (2.2)$$

In der Konstanten A wurde absichtlich die Wahl von ρ offen gelassen. Speziell für $\rho = 2,67$ folgt sofort: $A = 3647,8088 \text{ t/m}^2$.

Im ozeanischen Falle bedeute t die positiv gedachte Meerestiefe. Die beiden Fälle $t \leq 2220,79 \text{ m}$ brauchen wir gar nicht gesondert zu betrachten, weil sich der Unterschied auf das Vorzeichen der Differenz $(2220,79 - t)$ beschränkt. Man findet:

$$\Delta q_{oz} = (\rho - 1,028) \int_0^{(2220,8 - t)} (1 + 2z/R) dz = (\rho - 1,028)(2220,79 - t) \cdot (1 + \frac{2,2208 - t_{\text{km}}}{R}).$$

Hierin sind die von t freien Glieder wieder mit der obigen Konstanten A identisch und es gilt schließlich:

$$\Delta q_{oz} = A - (\rho - 1,028) \cdot t \cdot (1 + \frac{4,4416 - t_{\text{km}}}{R}). \quad (2.3)$$

Es folgt, daß die beiden Formeln (2.2 und 3) für $h = t = 0$ ineinander übergehen, wie es natürlich sein muß.

Kondensiert man mit Vening Meinesz (2) nicht nur die frühere Schicht von 234 m, sondern das gesamte Ozeanwasser auf die Krustendichte, so erhält man die Definition einer neuen Lithosphäre \bar{L}

$$\bar{L} = (L - \frac{1,028}{\rho} H). \quad (2.4)$$

Auf dem Festland ist $H = 0$ und $\bar{L} = L = h$ und auf dem Meere $L = H = -t$, so daß sich wegen

$$\rho \bar{L} = \rho h \text{ und } \rho \bar{L} = -(\rho - 1,028)t \quad (2.5)$$

die beiden Formeln (2.2 und 3) formal zusammenziehen lassen, wenn man noch die Meerestiefen t als negative Höhen einführt ($t = -h$):

$$\Delta q_t = A + \varrho \bar{L} \left(1 + \frac{4,4416 + h_{km}}{R} \right) . \quad (2.6)$$

Ferner ist der Mittelwert von \bar{L} für $\varrho = 2,67$:

$$\bar{L}_0 = (L_0 - \frac{1,028}{\varrho} H_0) = (-2367,4 + \frac{1,028}{\varrho} 2601,4) = -1365,81 . \quad (2.7)$$

Umgekehrt folgt damit auf dem Meere wegen $L = H = -t$ die zugehörige mittlere Meerestiefe t_0 :

$$\bar{L}_0 = -t_0 \left(1 - \frac{1,028}{\varrho} \right); \quad t_0 = +2220,90 \text{ m} , \quad (2.8)$$

nur um 11 cm größer als der im vorhergehenden Paragraphen berechnete Wert. Dieser kleine Unterschied dürfte sich zwanglos aus den Vernachlässigungen der benützten Formeln erklären. Gleichung (2.6) liefert mit

$$A = 3647,8088 \text{ t/m}^2 ; \quad \bar{L}_0 = -1365,81 \text{ m} ; \quad h_0 = -2220,90 \text{ m} ;$$

$$\Delta q_0 = -0,1756 \text{ t/m}^2 \sim 0 . \quad (2.9)$$

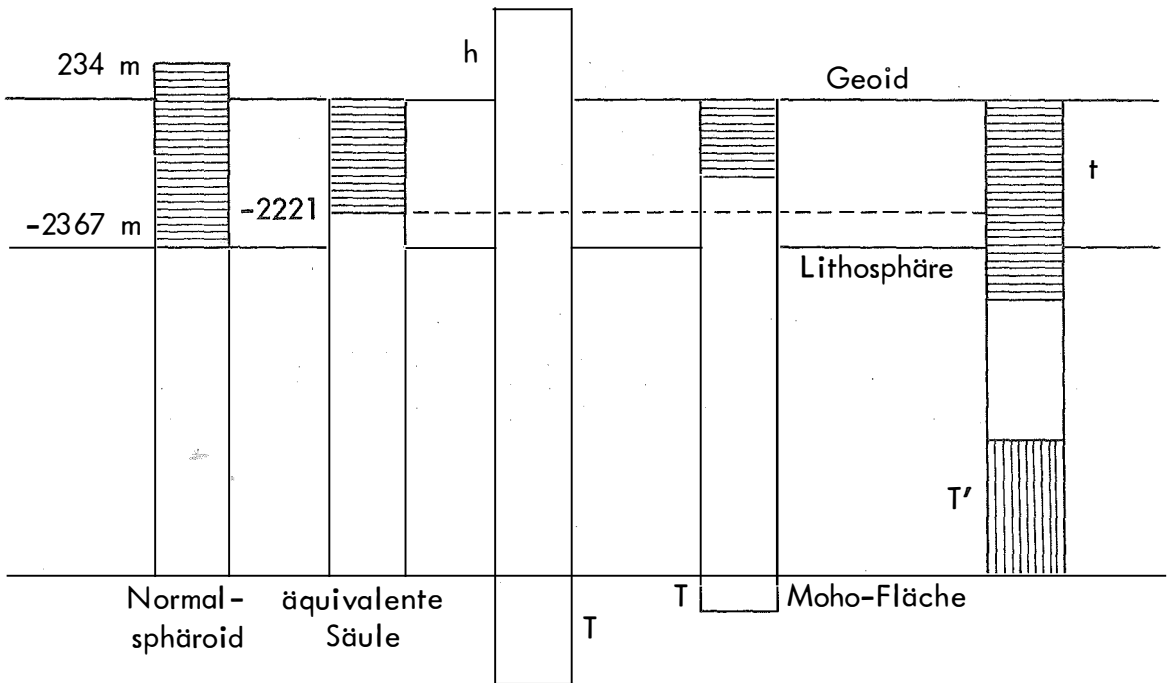
Die topographischen Massendifferenzen verschwinden somit in ihrer Summe über die ganze Erde hin, was besagt, daß im bisherigen nicht-isostatischen Falle die Beseitigung der Topographie durch Massenverschiebungen in Richtung von den Kontinenten zu den Ozeanen, d.h. horizontal beiderseits der gehobenen Lithosphäre erfolgt, wobei die Gesamtmasse unverändert bleibt.

Da sich aber der wirkliche Erdkörper weitgehend einer hydrostatischen "Gleichgewichts-anordnung" nähert, erfordert einerseits der kontinentale Überdruck, andererseits das Druckdefizit der tieferen Meere mit $t > 2221 \text{ m}$ negative, resp. positive Kompensationsmassen, wie sie sich etwa aus der Airyschen Hypothese vom Schwimmgleichgewicht ergeben. Darnach tauchen die Kontinentalschollen mit ihren "Wurzeln" umso tiefer ins Ultrasima unter der idealisierten Mohofläche ein, je mächtiger sie sind, während unter den tieferen Ozeanen Ultrasima in die "Antiwurzel" der Kruste emporsteigt. Als Ausgleichsfläche des Druckes darf die Basis der mächtigsten Sialscholle gelten. Im kontinentalen Falle und für Meere der Tiefe $t < 2221 \text{ m}$ charakterisiert der Dichtesprung $\Delta \varrho$ an der Manteloberfläche die negativen, bei Meeren der Tiefe $t > 2221 \text{ m}$ die positiven Kompensationsmassen. Ist $T > 0$ die Stärke der Wurzel und $T < 0$ die Stärke der Antiwurzel, so treten zu den topographischen Massendifferenzen Δq_t noch die isostatischen Massendifferenzen

$$\Delta q_i = \frac{-M'}{-(M' + T)} \int_0^T (1 + 2z/R) dz = -\Delta \varrho T \left[1 - \frac{(2M' + T)_{km}}{R} \right] , \quad (2.10)$$

wobei $M' = (M - 2221 \text{ m})$ die Tiefe der idealisierten Moho-Fläche unter unserem Bezugsniveau bedeutet (Fig. 2.1). Während man früher für die mittlere Tiefe der Moho-Fläche unter dem Geoid meist $M = 33 \text{ km}$ und für die Dichte an der Oberfläche des

Mantels 3,27 - 3,37 (im Mittel also 3,32) angenommen hat, neigt man gegenwärtig zum Teil mehr höheren Werten zu (3). Man schätzt etwa $M = 40$ km und die Oberflächendichte des Mantels auf 3,5 bis 3,6. Wir müssen also für M und ΔQ einen größeren Spielraum zulassen und prüfen, welche Werte auf Grund der Hypothese der horizontalen Isostasie als möglich und wahrscheinlich gelten dürfen.



Figur 2.1

Wegen des entgegengesetzten Vorzeichens der Kompensation ist natürlich in jeder Vertikalsäule die Summe aus Topographie und isostatischer Kompensation $\Delta q = (\Delta q_t + \Delta q_i)$ in ihrem Absolutbetrag beträchtlich kleiner als die rein topographische Massendifferenz, ohne aber zu verschwinden. Hingegen muß zwecks Erhaltung der Gesamtmasse die Summe der isostatischen Kompensationsmassen über die ganze Erde hin ebenso verschwinden wie die Summe der topographischen Massendifferenzen. Man kann dies so deuten, daß in den Wurzeln ein Teil der ultrasimatischen Massen vom Betrage (2.10) verdrängt wird und in den Antiwurzeln als zusätzliche (positive) Masse wieder auftaucht. Bei der Regularisierung erfolgt dann ein horizontaler Strom ultrasimatischer Massen in umgekehrter Richtung, d.h. von den Meeren zu den Kontinenten. Wir haben es demnach überhaupt nur mit horizontalen Massenverschiebungen zu tun, und zwar von topographischen Massen entlang der gehobenen, mittleren Lithosphäre und von ultrasimatischen Massen entlang der mittleren Moho-Fläche in entgegengesetzter Richtung. Die übliche, vertikale Deutung nach dem Schwimmgleichgewicht ist keineswegs einleuchtender. Denn es ist ja gar nicht so, daß ein Gebirgsstock mit seiner Wurzel so tief ins Ultrasima eintaucht, daß das Gewicht des verdrängten Ultrasimas dem Gesamtgewicht des Gebirgsstockes gleich ist. Vielmehr sitzt die vertikale Säule wie im Normalsphäroid auf der idealisierten Manteloberfläche auf und lediglich die positiven topographischen Massen erzeugen einen Überdruck, zu dessen Kompensation ein Teil des Ultrasimas in der Wurzel verdrängt

wird. Infolge der Schwerezunahme nach innen wird dann nicht die ganze topographische Masse zur Auffüllung des Dichtedefizites in der Wurzel benötigt. Somit ist die rein "lokale" Isostasie, d.h. eine bloß vertikale Massenverlagerung unzureichend. Massenausgleich und Druckausgleich sind rein vertikal nicht vereinbar und zu den vertikalen Massenverschiebungen treten auch jetzt wieder horizontale Verschiebungen in Richtung von den Kontinenten zu den Meeren. Tatsächlich müßten bei größeren Meerestiefen die Massenüberschüsse in den Antiwurzeln zur Auffüllung des Massendefizites in den Meeren bis zur mittleren Tiefe von 2221 m verwendet werden, wodurch aber der Druck sinkt und die Herstellung des Gleichgewichtes zusätzliche Massen erfordert. Wohl verschwinden die Integrale von Δq_t , Δq_i und Δq über die ganze Oberfläche hin, was übrigens für das Integral der isostatischen Massen erst bewiesen werden muß. Hingegen ist die Summe der negativen (positiven) Kompensationsmassen kleiner als die Summe der positiven (negativen) topographischen Massen.

Die Stärke der Wurzeln und Antiwurzeln bestimmt sich aus strengen Druckgleichungen. Dabei verwenden wir in jeder Säule die zugehörige Schwere g_0 in der (gehobenen) mittleren Lithosphäre als Vergleichswert und haben dann in verschiedenen Kombinationen die Schwere in der Mitte Bouguerscher Platten der Dichte $\varrho = 1,028$, Q und $(Q + \Delta Q)$ zu ermitteln. Diese Mittelpunkte haben gegenüber dem Bezugsniveau die Höhen f und die Freiluftreduktion ist $2 g_0 d/R$. Die Reduktion für die Platte der Dichte ϱ und der Dicke d wird in der Helmertschen Form angesetzt: $3 \varrho d g_0 / 2 Q_m R$. Dabei dürfen wir in den kleinen Korrektionsgliedern speziell die Krustendichte Q mit der halben mittleren Erddichte Q_m identifizieren: $Q = 2,761$.

Wir betrachten zuerst den kontinentalen Fall ($h > 0$). Die Druckgleichung ist in leicht verständlicher Weise:

$$(Q - 1,028) \cdot 2221 g_1 + Q h \cdot g_2 = \Delta Q T \cdot g_3 \quad (2.11)$$

Die Mitte der ersten Schicht liegt um $f_1 = 1110,5$ m über dem Bezugsniveau und es ist daher die Freiluftreduktion $-2,221/R$. Ferner ist die Platte der Dichte Q und der Dicke $d = f_1$ zweimal zu addieren, d.h. es ist:

$$g_1 = g_0 (1 - 2,221/4R) \quad (2.12)$$

Die Mitte der zweiten Schicht liegt um $f_2 = (2221 + h/2)$ m über dem Bezugsniveau und es ist wieder die Anziehung einer Platte der Dichte Q und der Dicke f_2 zweimal zu addieren, also

$$g_2 = g_0 \left(1 - \frac{4,442 + h_{\text{km}}}{4R}\right) \quad (2.13)$$

In diesen beiden Termen wäre besser $Q/Q_m = 2,67 : 5,52 = 0,4837$ statt des verwendeten Wertes 0,5 zu setzen. Schließlich liegt der Mittelpunkt der Wurzel T um $f_3 = (M' + T/2)$ m unter dem Bezugsniveau und es ist die Anziehung einer Platte der Dichte Q und der Dicke f_3 zweimal zu subtrahieren:

$$g_3 = g_0 \left(1 + \frac{(2M' + T)_{\text{km}}}{4R}\right) \quad (2.14)$$

Hierin scheint die Verwendung der mittleren Krustendichte 2,76 im Hinblick auf f_3 voll gerechtfertigt. Damit wird die kontinentale Druckgleichung

$$\begin{aligned} (\varrho - 1,028) \cdot 2220,9 \left(1 - \frac{2,221}{4R}\right) + \varrho h \left(1 - \frac{4,442 + h_{\text{km}}}{4R}\right) = \\ = \Delta \varrho T \left(1 + \frac{(2M' + T)_{\text{km}}}{4R}\right). \end{aligned} \quad (2.11a)$$

Ganz ähnlich finden wir im ersten ozeanischen Falle ($0 < t < 2220,9$ m)

$$(\varrho - 1,028)(2220,9 - t) \left(1 - \frac{2,221 - t_{\text{km}}}{4R}\right) = \Delta \varrho T \left(1 + \frac{(2M' + T)_{\text{km}}}{4R}\right). \quad (2.15)$$

Für $h = t = 0$ gehen die beiden Formeln (2.11a und 15) ineinander über und für $t = 2220,9$ ist strenge $T = 0$. Es ist also für alle seichteren Meere mit $t < 2220,9$ m noch eine Wurzel ($T > 0$) vorhanden, während unsere äquivalente Säule $t = 2220,9$ m mit $T = 0$ gekoppelt ist. Einfache Transformation von (2.15) liefert

$$\begin{aligned} (\varrho - 1,028) \cdot 2220,9 \left(1 - \frac{2,221}{4R}\right) - (\varrho - 1,028)t \left(1 - \frac{4,442 - t_{\text{km}}}{4R}\right) = \\ = \Delta \varrho T \left(1 + \frac{(2M' + T)_{\text{km}}}{4R}\right) \end{aligned} \quad (2.15a)$$

und man erkennt, daß man im Hinblick auf (2.5) die beiden Formeln (2.11a und 15a) in eine zusammenziehen kann:

$$\varrho \bar{L} \left(1 - \frac{4,442 + h_{\text{km}}}{4R}\right) + (2220,71 \varrho - 2282,89) = \Delta \varrho T \left(1 + \frac{(2M' + T)_{\text{km}}}{4R}\right). \quad (2.16)$$

Für $\varrho = 2,67$ und $T = 0$ wird dies umgekehrt eine Bestimmungsgleichung für \bar{L}_0 :

$$\varrho \bar{L}_0 \left(1 - \frac{2,221}{4R}\right) + 3646,40 = 0; \quad \text{es folgt } \bar{L}_0 = -1365,81 \text{ m} \quad (2.17)$$

in voller Übereinstimmung mit (2.7). Somit beweist die Tatsache, daß \bar{L}_0 mit $T = 0$ gekoppelt ist, eindeutig, daß die Masse der Isostasie ebenso wie die Masse der Topographie über die ganze Erde hin verschwindet, wie wir es bereits oben feststellen konnten. Auf diese Weise ist die gleichzeitige Erhaltung von Masse und Druck erreicht, was bei den bisherigen isostatischen Modellen mit lokaler und auch mit regionaler Isostasie nach Vening Meinesz unmöglich war.

Etwas komplizierter erweist sich der zweite ozeanische Fall, für den $t > 2220,9$ m gilt. Hier liegt unterhalb der gehobenen Lithosphäre zuerst eine Wasserschicht der Dicke $2f_1 = t - 2220,9$ m und wir finden für die Schwere in der Mitte dieser Schicht

$$g_1 = g_0 \left(1 + 2f_1/R - \frac{3}{2} \cdot \frac{1,028}{5,522} 2f_1/R\right) = g_0 \left(1 + 0,7208 \frac{t - 2,221}{R}\right). \quad (2.18)$$

Die Mitte der Antiwurzel, deren Stärke wir vorübergehend als positiv einführen:

$T' = -T > 0$, liegt um $f_3 = M' - T'/2$ unter dem Bezugsniveau und die dazwischen liegende Schicht setzt sich aus drei Teilen der Dichten $1,028$, ϱ und $(\varrho + \Delta\varrho)$ zusammen. Es folgt

$$g_3 = g_0 \left\{ 1 + \frac{2M' - T'}{R} - \frac{3}{R} \left[\frac{1,028}{5,522} (t - 2,221) + \frac{1}{2} (M' - T' - t + 2,221) + \frac{\varrho + \Delta\varrho}{\varrho_m} \cdot \frac{T'}{2} \right] \right\} = g_0 \left[1 + \frac{2M' - T'}{4R} + 0,9415(t - 2,221)/R - 0,2717 \Delta\varrho T'/R \right] \quad (2.19)$$

und die Druckgleichung lautet schließlich

$$(\varrho - 1,028)(2220,9 - t) \left(1 - 0,7208 \frac{2,221 - t}{R} \right) = \Delta\varrho T \left[1 + \frac{2M' + T}{4R} - 0,9415(2,221 - t)/R + 0,2717 \Delta\varrho T/R \right], \quad (2.20)$$

welche Gleichung für $t = 2220,9$ m natürlich mit (2.15) zusammenfällt und $T = 0$ liefert.

Es sei noch kurz die Differenz dieser beiden Gleichungen für einen Extremfall diskutiert. Wir setzen die empirisch maximale Meerestiefe $t = 10,8$ km an und wählen $\Delta\varrho = 0,6$ und $M = 34,28$ km, also $M' = 32,06$ km. Damit liefert (2.15)

$$\begin{aligned} -14086,88 (1,00033676) &= -14091,63 \text{ m} = 0,6 T (1 + 40,669/4R) = \\ &= 0,60095785 T, \quad \text{also } T = -23448,63 \text{ m}. \end{aligned}$$

Analog findet man aus (2.20)

$$\begin{aligned} -14086,88 (1,00097095) &= -14100,56 \text{ m} = 0,6 T (1,00219635), \\ T &= -23449,43 \text{ m}. \end{aligned}$$

Diese kleine Differenz darf natürlich schon in Anbetracht des Umstandes, daß die unserer Rechnung zugrundeliegenden idealen Voraussetzungen sicher nicht exakt zutreffen, unbedenklich vernachlässigt werden.

§ 3 Die freien Parameter des Problems

Gemäß den Betrachtungen am Schluß des vorhergehenden Paragraphen dürfen wir (2.16) als einheitliche Druckgleichung für den kontinentalen und ozeanischen Fall ebenso wie für den Fall von Wurzel und Antiwurzel auffassen. Hierin ist aber die auftretende Konstante $A' = 3646,40$ etwas verschieden von dem rein topographischen Massenzuwachs der mit dem Geoid ($h = 0$) abschließenden Kontinentalsäule, also der früheren Vergleichssäule, gegenüber der äquivalenten Säule oder unserer neuen Vergleichssäule, für welchen (2.9) gemäß (2.6) den verbesserten Wert liefert:

$$\begin{aligned} A &= -\varrho \bar{L}_0 \left(1 + \frac{2,221}{R} \right) = 3647,984 \text{ t/m}^2; \quad A' = -\varrho \bar{L}_0 \left(1 - \frac{2,221}{4R} \right) = \\ &= A \left(1 - \frac{5}{4} \cdot \frac{2,221}{R} \right) = 3646,394 \text{ t/m}^2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Damit kann in (2.16) A' durch A ersetzt werden. Subtrahiert man sodann von der gesamten Massengleichung, d.h. von der Summe aus (2.6 und 10) die auf Null reduzierte Druckgleichung (2.16), so folgt:

$$\Delta q = \frac{5}{4} \cdot \varrho \bar{L} \cdot \frac{4,442 + h}{R} + \frac{5}{4} \cdot \Delta \varrho T \cdot \frac{2M' + T}{R} + \frac{5}{4} \cdot A \cdot \frac{2,221}{R} . \quad (3.2)$$

Führt man zwecks Elimination von $\Delta \varrho T$ und T die erste Näherung von (2.16) ein, was wegen der Division durch R erlaubt ist,

$$\Delta \varrho T = \varrho \bar{L} + A , \quad (3.3)$$

und bildet

$$(\varrho \bar{L} + A)(2M' + \varrho \bar{L}/\Delta \varrho + A/\Delta \varrho) = 2M' \varrho \bar{L} + 2M'A + (\varrho \bar{L})^2/\Delta \varrho + 2 \varrho \bar{L}A/\Delta \varrho + A^2/\Delta \varrho ,$$

so ergibt sich schließlich

$$\Delta q = \frac{5000}{4R} \left[\varrho \bar{L} (2M + h + 2A/\Delta \varrho) + (\varrho \bar{L})^2/\Delta \varrho + (2M'A + A^2/\Delta \varrho + 2,221 \cdot A) \right] \quad (3.4)$$

ausgedrückt in t/m^2 . Dabei sind in der Klammer alle linearen Größen in km zu verstehen, während A durch 1000 dividiert erscheint. M ist die mittlere Tiefe der Mohofläche und $M' = (M - 2,221)$ km die mittlere Dicke der festen Kruste. Das dritte Glied repräsentiert den Massenzuwachs der Säule für $\bar{L} = h = 0$ gegenüber der äquivalenten Säule, jedoch im Gegensatz zu (3.1) nicht bloß topographisch, sondern mit Berücksichtigung der isostatischen Kompensation. Mit den Annahmen $\Delta \varrho = 0,6$ und $M' = 32,06$ km liefert die Druckgleichung (2.16) $T = 6060,63$ m und sodann (3.2) : $\Delta q = +51,69 t/m^2$, während (3.4) den um 0,32 % größeren Wert $+51,85 t/m^2$ ergibt.

Die Gleichung (3.4) hat noch den Nachteil, daß die Massendifferenzen noch nicht als eine rein quadratische Funktion von \bar{L} erscheinen, weil im ersten Glied noch h auftritt. Wir müssen also nachträglich wieder den kontinentalen und den ozeanischen Fall auseinanderhalten. Auf den Kontinenten ist $\bar{L} = L = h > 0$ und (3.4) geht über in

$$\Delta q = \frac{5000}{4R} \left[\varrho \bar{L} (2M + 2A/\Delta \varrho) + \varrho \bar{L}^2 (1 + \varrho/\Delta \varrho) + (2M'A + A^2/\Delta \varrho + 2,221 \cdot A) \right] \quad (3.5a)$$

während im ozeanischen Falle ($h = -t < 0$) wegen $\varrho \bar{L} = -(\varrho - 1,028)t$ gilt : $h = \varrho \bar{L}/(\varrho - 1,028)$ oder zusammen mit $\varrho = 2,67$: $h = 1,626066 \bar{L}$, und somit (3.4) lautet:

$$\Delta q = \frac{5000}{4R} \left[\varrho \bar{L} (2M + 2A/\Delta \varrho) + \varrho \bar{L}^2 (1,626066 + \varrho/\Delta \varrho) + (2M'A + A^2/\Delta \varrho + 2,221 \cdot A) \right]. \quad (3.5b)$$

Wir haben es also mit zwei Parabeln zu tun : $\Delta q = f(\bar{L})$, die im Punkte $\bar{L} = 0$ mit gemeinsamer Tangente stetig ineinander übergehen.

Die Sialdichte oder die Dichte der Granitschicht ist sehr sicher bekannt: $\varrho = 2,67$ und es ist klar, daß bei der Regularisierung der horizontale Massenstrom der Topogra-

phie mit dieser Dichte zu berechnen ist, während für den gegenläufigen Strom der isostatischen Kompensation besser die mittlere Krustendichte 2,76 verwendet wird. Noch exakter wäre unterhalb der Conrad-Diskontinuität mit der Basaltdichte ($\rho = 2,87$) und oberhalb dieser Fläche mit der Granitdichte zu operieren. Doch all dies ist in Anbetracht des geringen Unterschiedes zwischen den beiden ozeanischen Fällen nur von untergeordneter Bedeutung. Als freie Parameter des Problems können M und $\Delta\rho$ gelten, wogegen die Sialdichte höchstens eine kleine Korrektur erfahren könnte. Differenziert man die Funktion (3.5b) nach \bar{L} , so liefert dies

$$\bar{L}_{\min} = - \frac{M + A/\Delta\rho}{1,626066 + \rho/\Delta\rho} \quad (3.6a)$$

und zusammen mit (2.5) für $\rho = 2,67$

$$t_{\max} = + \frac{M + A/\Delta\rho}{1 + 1,642/\Delta\rho} \quad (3.6b)$$

Unter Beachtung von (3.1) wird dies schließlich:

$$t_{\max} = + \frac{M + 3,64798/\Delta\rho}{1 + 1,642/\Delta\rho} \text{ km} \quad (3.6c)$$

Andererseits folgt aus (3.3)

$$\Delta\rho \cdot T'_{\max} = (\rho - 1,028)t_{\max} - A, \quad \text{also } (t_{\max} + T'_{\max}) = M, \quad (3.7)$$

was besagt, daß für jede Wahl der freien Parameter M und $\Delta\rho$ für die zugehörige maximale Meerestiefe stets die Antiwurzel bis zum Meeresboden heraufreicht oder die "restliche" Kruste verschwindet. Im Hinblick auf die Unsicherheit der freien Parameter wurde folgende Tabelle mit doppeltem Eingang berechnet:

$M(\text{km}) =$	30	32	34	36	38	40	42
$\Delta\rho = 0,4 :$	7,66 22,34	8,06 23,94	8,45 25,55	8,84 27,16	9,23 28,77	9,62 30,38	10,01 31,99
0,5 :	8,71 21,29	9,17 22,83	9,64 24,36	10,11 25,89	10,57 27,43	11,04 28,96	11,51 30,49
0,6 :	9,66 20,34	10,19 21,81	10,73 23,27	11,26 24,74	11,80 26,20	12,33 27,67	12,87 29,13
0,7 :	10,52 19,48	11,12 20,88	11,72 22,28	12,32 23,68	12,92 25,08	13,51 26,49	14,11 27,89
0,8 :	11,32 18,68	11,98 20,02	12,63 21,37	13,29 22,71	13,94 24,06	14,60 25,40	15,25 26,75

In dieser Tabelle bedeutet jeweils die obere Zahl die maximale Meerestiefe und die untere die maximale Stärke der Antiwurzel. Man sieht, daß die maximale Meerestiefe mit wachsender Tiefe der Mohofläche und mit wachsendem Dichtesprung zunimmt. Da nun die (bisher) größte Meerestiefe im Philippinengraben mit 10,8 km gemessen wurde, kommt ein Teil der Tabelle überhaupt nicht in Frage. So scheidet z.B. der Dichtesprung 0,4 gänzlich aus.

Ist $t = 10,8$ km tatsächlich die maximale Meerestiefe, so ergibt sich aus (3.6c) M in Funktion von $\Delta \rho$:

$$M - 10,8 = 14,0866/\Delta \rho \quad (3.8)$$

und man findet folgende Wertepaare

$\Delta \rho = 0,50$	$M = 38,97$ km ;	$\Delta \rho = 0,65$	$M = 32,47$ km
0,55	36,41	0,70	30,92
0,60	34,28	0,75	29,58

Die Tiefe der Moho-Fläche vermindert sich also mit zunehmendem Dichtesprung. Die größte Wahrscheinlichkeit dürfte ein Dichtesprung von 0,60 - 0,65 haben, in voller Übereinstimmung mit der bisherigen Annahme von 33 km für die Tiefe der Mohofläche. Geht man von der mittleren Krustendichte 2,76 aus, so entspricht dem eine Dichte von 3,36 - 3,41 an der Manteloberfläche. Es ist aber auch denkbar, daß die maximale Meerestiefe noch nicht gefunden ist. So würde man für $t_{\max} = 12$ km erhalten:

$$M - 12,00 = 16,0570/\Delta \rho \quad (3.8a)$$

und findet damit:

$\Delta \rho = 0,50$	$M = 44,11$ km ;	$\Delta \rho = 0,65$	$M = 36,70$ km
0,55	41,19	0,70	34,94
0,60	38,76	0,75	33,41

In diesem Falle würde also die Tiefe der Mohofläche bei gleichbleibendem Dichtesprung um 4 - 5 km ansteigen.

Mehr läßt sich ohne weitere empirische Daten über die freien Parameter unseres Problems nicht aussagen. Die von L.C. Pakiser (3) jüngst angenommene gleichzeitige Zunahme der Tiefe der Mohofläche und des Dichtesprunges ist bei festgehaltener maximaler Meerestiefe jedenfalls unmöglich.

§ 4 Das Störpotential von Topographie und isostatischer Kompensation

Wir fassen die topographischen Massendifferenzen (2.6) als Flächenbelegung der Dichte μ_t auf der Kugel $R = 6368,803$ km (gehobene Lithosphäre) und ähnlich die isostatischen Massendifferenzen (2.10) als Flächenbelegung der Dichte μ_i auf der Mohofläche $R' = (R - M')$ auf. Gesucht wird das Potential im Außenraum der dem Geoid entsprechenden Kugel $R_0 = 6371,024$ km. Wir setzen voraus, daß beidemal der Wert der Potentialfunktion $V_0(\varphi, \lambda)$ in allen Punkten der belegten Kugel- fläche vorgegeben ist und in eine nach Laplaceschen Kugel- flächenfunktionen fortschreitende gleichmäßig konvergente Reihe entwickelt ist:

$$V_0 = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n \quad (4.1)$$

Bekanntlich gehören zu jedem Y_n die beiden räumlichen Kugelfunktionen

$$(l/R)^n Y_n \quad \text{und} \quad (R/l)^{n+1} Y_n \quad (4.2)$$

und das erste Randwertproblem ist für den Innenraum und Außenraum durch die Reihen

$$V_i = \sum_{n=0}^{\infty} (l/R)^n Y_n \quad ; \quad V_a = \sum_{n=0}^{\infty} (R/l)^{n+1} Y_n \quad (4.3)$$

gelöst. Denn für $l < R$, d.h. im Innenraum der Kugel, konvergiert die erste Reihe, weil die Reihe (4.1) gleichmäßig konvergiert, und gibt für $l = R$ die vorgegebenen Randwerte V_0 . Ebenso konvergiert die zweite Reihe für $l > R$, also im Außenraum der Kugel, liefert für $l = R$ die Werte V_0 und verschwindet im Unendlichen wie (1:1).

Die Belegungsdichte der Kugeloberfläche, welche dieses Potential erzeugt, ist

$$-4\pi\mu = (\partial V_a / \partial l - \partial V_i / \partial l)_{l=R} = - \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{n+1}{l} \left(\frac{R}{l}\right)^{n+1} + \frac{n}{l} \left(\frac{l}{R}\right)^n \right]_{l=R} Y_n$$

oder

$$\mu = \frac{1}{4\pi R} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) Y_n(\varphi, \lambda). \quad (4.4)$$

Damit folgt für das Störpotential der Topographie im Außenraum ($l \geq R$)

$$V_t(\varphi, \lambda) = 4\pi k^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \frac{R^{n+2}}{l^{n+1}} \mu_{n,m}^{(t)}(\varphi, \lambda) \quad (4.5)$$

und analog für die isostatische Kompensation mit R'

$$V_i(\varphi, \lambda) = 4\pi k^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \frac{R'^{n+2}}{l^{n+1}} \mu_{n,m}^{(i)}(\varphi, \lambda). \quad (4.6)$$

In den Punkten der Kugel $R_0 = (R + 2,221) \text{ km} = (R' + M) \text{ km}$ ist somit das gesamte Störpotential:

$$\Delta V = V_t + V_i = 4\pi k^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{R_0}{2n+1} \left\{ \left[1 - (n+2) \frac{2,221}{R_0} \right] \mu_{n,m}^{(t)} + \left[1 - (n+2) \frac{M}{R_0} \right] \mu_{n,m}^{(i)} \right\}. \quad (4.7)$$

Gleichung (2.16) kann unter Berücksichtigung von (3.1) leicht in

$$\Delta \varrho T = \varrho \bar{L} \left(1 - \frac{2M + T + h}{4R}\right) + A \left(1 - \frac{2M + T + 6,663}{4R}\right) \quad (4.8)$$

transformiert werden. Was nun die Flächendichte betrifft, so ist die Flächendichte der Topographie auf der Kugel R unmittelbar durch (2.6) gegeben, weil wir in § 2 Säulen gewählt haben, die auf dieser Kugel Flächen von 1 m^2 ausschneiden:

$$\mu_t = A + \varrho \bar{L} \left(1 + \frac{4,442 + h}{R}\right). \quad (4.9)$$

Hingegen ist die Flächendichte der Kompensation auf der Kugel R' (Mohofläche) größer als (2.10), weil unsere Säulen dort die kleinere Fläche $(1 - 2M'/R) \text{ m}^2$ ausschneiden. Es ist also:

$$\mu_i = -\Delta \varrho T(1 - T/R) = -\varrho \bar{L} \left(1 - \frac{2M + 5T + h}{4R}\right) - A \left(1 - \frac{2M + 5T + 6,663}{4R}\right) \quad (4.10)$$

Für $n = 0$ gelten die Mittelwerte

$$\bar{L}_0 = -1365,81 \text{ m}; \quad T_0 = 0; \quad h_0 = -2,221 \text{ km}$$

und daher

$$\mu_{t,0} = A + \varrho \bar{L}_0 \left(1 + \frac{2,221}{R}\right) = 0; \quad (4.11)$$

$$\mu_{i,0} = -\varrho \bar{L}_0 \left(1 - \frac{2M - 2,221}{4R}\right) - A \left(1 - \frac{2M + 6,663}{4R}\right) = 0,$$

was wegen der Erhaltung der Masse von Topographie und isostatischer Kompensation selbstverständlich ist.

Für die weiteren Glieder gilt

$$\Delta V = 4\pi k^2 R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left\{ \left[1 - (n+2) \frac{2,221}{R_0} \right] \left(1 + \frac{4,442 + h}{R} \right) \varrho \bar{L}_{n,m} - \left[1 - (n+2) \frac{M}{R_0} \right] \left[\left(1 - \frac{2M + 5T + h}{4R} \right) \varrho \bar{L}_{n,m} - \frac{5A}{4R} T_{n,m} \right] \right\},$$

oder, wenn wir ohne Genauigkeitsverlust R mit R_0 gleichsetzen:

$$\Delta V = 4 \pi k^2 \varrho \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left\{ \left[(n+2)M' + \frac{5}{4} (T+h) + \frac{M}{2} + 4,442 \right] \bar{L}_{n,m} + \frac{5A}{4\varrho} T_{n,m} \right\} . \quad (4.12)$$

Bei Division durch $g = \frac{4}{3} \pi k^2 R_o \varrho_m$ und unter Beachtung der Näherungen $A/\varrho = -\bar{L}_o$ und $T_{n,m} = (\varrho/\Delta\varrho) \bar{L}_{n,m}$ folgt gemäß dem Theorem von Bruns die Undulation

$$\xi = \frac{3\varrho}{R_o \varrho_m} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left[(n+2)M' + \frac{5}{4} (T+h) + \frac{M}{2} + 4,442 + \frac{5}{4} \frac{A}{\Delta\varrho} \right] \bar{L}_{n,m} . \quad (4.13)$$

Der Faktor vor dem Summenzeichen wird mit $\varrho_m = 5,51694$ sofort $0,000228$, wenn man R_o in km ausdrückt. Ferner ist auf den Kontinenten ($L > 0$) und Ozeanen ($L < 0$) wegen (3.3) — natürlich ohne die Konstante A! — und analog (3.5)

$$(T+h) = (1 + \varrho/\Delta\varrho) \bar{L} , \quad \text{resp. } (1,626066 + \varrho/\Delta\varrho) \bar{L} ,$$

d.h. entsprechend der Verteilung von Land und Wasser im Mittel

$$(T+h)_{km} = (1,47 + \varrho/\Delta\varrho) \bar{L}_{n,m} \text{ km} . \quad (4.14)$$

Für ein Glied $\bar{L}_{n,m} = 1000 \text{ m}$ wird der Fehler in der Undulation maximal

$$0,228 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot 0,47 = 0,027 \text{ m} . \quad (4.14a)$$

Wir dürfen also bedenkenlos mit diesem Mittel rechnen. Ferner müssen wir, wie im nächsten Paragraphen näher ausgeführt wird, den Index $n = 1$ ausschalten, weil diese Glieder eine physikalisch sinnlose Schwerpunktverschiebung erzeugen. Ebenso wird sich auch das Glied $n = 2, m = 1$ als unmöglich erweisen. Davon abgesehen erhalten wir endgültig:

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left[(n+2)M' + \frac{M}{2} + 4,442 + \frac{5}{4} (1,47 + \varrho/\Delta\varrho) \bar{L}_{n,m}^{km} + \frac{5}{4} \frac{A}{\Delta\varrho} \right] \bar{L}_{n,m} . \quad (4.15)$$

Damit ist die fundamentale Formel für die Berechnung des "isostatischen Geoides" gewonnen. Sie setzt die Kenntnis der freien Parameter M , resp. M' und $\Delta\varrho$ voraus. In der eckigen Klammer sind alle Größen in km auszudrücken, während man $\bar{L}_{n,m}$ und ξ in m ansetzt.

Für das gemäß (3.8) zur maximalen Meerestiefe 10,8 km gehörige und am besten mit dem seismischen Resultat übereinstimmende Modell

$$M = 34,28 \text{ km} ; M' = 32,06 \text{ km} ; \Delta Q = 0,6 \quad (4.16)$$

folgt aus (4.15)

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} \left[(n+2) 32,06 + 29,18 + 7,40 \bar{L}_{n,m}^{\text{km}} \right] \bar{L}_{n,m} \quad (4.17)$$

Hier erhebt sich die Frage, ob man das dritte Glied in der Klammer überhaupt mitnehmen soll. Denn die Summe der beiden ersten Glieder ist mindestens 157,42 km und wächst mit zunehmendem n, während $\bar{L}_{n,m}$ immer kleiner wird. Für ein Glied $\bar{L}_{n,m} = 1000 \text{ m}$ ist der maximale Anteil an der Undulation

$$\Delta \xi = 0,228 \cdot \frac{1}{5} \cdot 7,4 = 0,337 \text{ m},$$

während die Hauptglieder $\xi = 7,178 \text{ m}$ liefern. Es dürfte also schon in Anbetracht des sicher gar nicht streng erfüllten Modelles erlaubt sein, dieses letzte, die Rechnung reichlich komplizierende Glied zu unterdrücken. Wir werden demnach mit der wesentlich einfacheren Formel

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} \left[(n+2) 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m} \quad (4.17a)$$

operieren. Das zugehörige Störpotential wird

$$\Delta V = 4\pi k^2 Q \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} \left[(n+2) 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m} \quad (4.12a)$$

§ 5 Die Schwerpunktlage

Das isostatische Geoid geht aus dem Normalsphäroid der Erde durch Berücksichtigung des Störpotentials von Topographie und isostatischer Kompensation hervor. Dabei ist vorausgesetzt, daß beide Massenordnungen die Rotationsachse und den Schwerpunkt gemeinsam haben. Dementsprechend ist auch das Störpotential ein reines Attraktionspotential. Wenn aber das Koordinatensystem den Schwerpunkt zum Ursprung hat, dürfen in den Potentialen beider Massenordnungen und daher auch im Störpotential keine Glieder erster Ordnung auftreten. Ist dies dennoch der Fall, so kann die Ursache nur in Fehlern der gegebenen Daten liegen oder darin, daß das Störpotential noch nicht vollständig erfaßt ist. Unseren Berechnungen liegt die Funktion \bar{L} zugrunde, welche gemäß (2.4) für $Q = 2,67$ lautet:

$$\bar{L} = L - 0,3850187 H, \quad (5.1)$$

und es ist allgemein

$$\bar{L}_{n,m} = (A_{n,m} \cos m \lambda + B_{n,m} \sin m \lambda) P_{n,m}(\sin \varphi'). \quad (5.2)$$

Die üblichen Koeffizienten $A_{n,m}$ haben selbstverständlich nichts mit der früheren Konstanten A zu tun.

Wir gehen von den Gliedern 1. O. der Delfter Entwicklungen aus und berechnen die Koeffizienten der Funktion \bar{L}_1 :

Lithosphäre :	$A_{1,0} = + 1157,4 \text{ m};$	$A_{1,1} = + 1028,8 \text{ m};$	$B_{1,1} = + 692,8 \text{ m}$
Hydrosphäre :	$+ 1061,9$	$+ 911,1$	$+ 559,5$
\bar{L}_1 :	$+ 748,5$	$+ 678,0$	$+ 477,4$

Im vorhergehenden Paragraphen haben wir die topographischen Massendifferenzen (2.6) gegenüber der äquivalenten Säule als Flächenbelegung auf der Kugel $R = 6368,803 \text{ km}$ gedeutet. Bedenkt man noch, daß die Konstante A natürlich keine Schwerpunktsverschiebung erzeugt, so können wir (2.6) auf

$$q_1 = \bar{L}_1 \left(1 + \frac{4,442 + h}{R}\right) = \bar{L}_1 \left(1 + \frac{4,442 + h}{R_0}\right) \quad (5.3)$$

reduzieren. Die Schwerpunktsverschiebung ist dann auf das Maximum von Δq_1 hin gerichtet und es gilt:

$$\frac{4}{3} \pi R_0^3 \varrho_m s = \frac{4}{3} \pi R^3 \varrho \bar{L}_{1,\max} \left(1 + \frac{4,442 + h}{R_0}\right) \quad (5.4)$$

mit

$$\bar{L}_{1,\max} = \sqrt{748,5^2 + 678,0^2 + 477,4^2} = 1117,07 \text{ m}, \quad (5.5)$$

und

$$\varrho / \varrho_m = 0,48396394; \quad (R/R_0)^3 = (1 - 6,663/R_0),$$

also

$$\begin{aligned} s &= (\varrho / \varrho_m) (R/R_0)^3 \bar{L}_{1,\max} \left(1 + \frac{4,442 + h}{R_0}\right) = \\ &= (\varrho / \varrho_m) \bar{L}_{1,\max} \left(1 - \frac{2,221 - h}{R_0}\right) = 540,43 (1 + h/R_0) \text{ m}. \end{aligned}$$

Verwendet man den Mittelwert $h_0 = -2,221 \text{ km}$, so folgt schließlich:

$$s = 540,24 \text{ m}. \quad (5.6)$$

Für die Richtung dieses Verschiebungsvektors gilt:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_s &= 748,5 : \sqrt{678,0^2 + 477,4^2} = 0,90266 ; & \varphi_s &= 42^\circ 04' \\ \operatorname{tg} \lambda_s &= 477,4 : 678,0 = 0,70413 ; & \lambda_s &= 35^\circ 09' ; \end{aligned}$$

er weist annähernd auf einen Punkt südlich der Mitte des Schwarzen Meeres hin.

Ähnlich dürfen wir in (4.8) das fast konstante zweite Glied mit A unterdrücken und erhalten damit gemäß (4.10) als Flächenbelegung auf der Kugel ($R_0 - M$)

$$\mu_{i,1} = \varrho \bar{L}_1 \left(1 - \frac{2M + 5T + h}{4R_0} \right) , \quad (5.7)$$

natürlich in voller Übereinstimmung bis auf die erlaubte Vertauschung von R und R_0 in den Korrektionsgliedern. Damit folgt im isostatischen Falle analog (5.6) die Schwerpunktsverschiebung

$$\begin{aligned} s_i &= \left(\varrho / \varrho_m \right) \bar{L}_{1,\max} \left[\left(1 - \frac{2,221 - h}{R_0} \right) - \left(1 - \frac{3M}{R_0} \right) \left(1 - \frac{2M + 5T + h}{4R_0} \right) \right] = \\ &= 540,62 \frac{1}{R_0} \left[M' + \frac{5}{4} (2M + T + h) \right] = 9,76 \text{ m} , \quad (5.8) \end{aligned}$$

wenn man in der eckigen Klammer die Mittelwerte $T = 0$ und $h = -2,22$ km einsetzt. Letzteres wird auch durch die obige Verschiebungsrichtung nahegelegt; denn ein Drittel des Schwarzen Meeres erreicht Tiefen von 2000 bis 2500 m.

Selbstverständlich ist eine Schwerpunktsverschiebung bei der Regularisierung der Erdkruste prinzipiell unmöglich. Das scheinbare Auftreten einer Verschiebung kann daher nur in der Unvollständigkeit des Störpotentials (4.7) liegen, und zwar nach Vening Meinesz (2) in der Tatsache, daß die durch die notwendigen Massenverschiebungen hervorgerufene Änderung des Potentials auch in größeren Tiefen Verformungen der Flächen gleicher Dichte der plastischen Erde zur Folge hat. Der Fehler entsteht also, wenn man die Erde unterhalb der Ausgleichsfläche des Druckes als starr betrachtet.

§ 6 Der indirekte Effekt der Kondensation

Da wir beim Modell der horizontalen Isostasie, wie es übrigens auch bei den älteren isostatischen Modellen der Fall war, die Abplattung vernachlässigt haben, kann beim Übergang von der Säule des Normalsphäroides auf die äquivalente Säule kein Massenmoment K_2 entstehen. Die Verlagerung der kugligen Wasserschicht von 234 m Dicke auf die idealisierte Lithosphäre nach dem in § 1 geschilderten Verfahren bewirkt lediglich eine geringfügige Verminderung des einheitlichen Trägheitsmomentes $A = B = C$. Hingegen bewirkt natürlich die Kondensation der Topographie auf die

Kugel R und die Kondensation der isostatischen Kompensationsmassen auf die Moho-
fläche R' in den Punkten der Erdoberfläche ($R_0 + h$) eine Potentialverminderung und
damit einen indirekten Effekt, den wir abschätzen müssen. Bei dieser Kondensation
wird das Geoid R_0 zum Rand der Erdmasse und wir konnten daher den Aufpunkt im
Geoid annehmen: $l = R_0$. Bemerkenswert ist ferner die Tatsache, daß nach Abschöp-
fung des Gliedes nullter Ordnung die Flächendichten (4.9 und 10) die Form

$$\mu_t = \varrho \bar{L} \left(1 + \frac{4,442 + h}{R} \right); \quad \mu_i = -\varrho \bar{L} \left(1 - \frac{2M + 5T + h}{4R} \right) + \frac{5A}{4R} T \quad (6.1)$$

annehmen. Die Konstante A verschwindet also nicht vollständig.

Den natürlichen Verhältnissen entspricht es ohne Zweifel besser, wenn in jeder
Elementarsäule gemäß (2.6) die Topographie auf die halbe Meereshöhe ($R + 2,221 +$
 $+ h/2$) = ($R_0 + h/2$) und gemäß (2.10) die isostatische Kompensation auf die Mitte der
Wurzel ($R - M' - T/2$) = ($R_0 - M - T/2$) kondensiert wird. Damit ergeben sich die
Flächendichten

$$\begin{aligned} \mu_t &= A \left(1 - \frac{4,442 + h}{R_0} \right) + \varrho \bar{L}; \quad -\mu_i = \Delta \varrho T = \varrho \bar{L} \left(1 - \frac{2M + T + h}{4R_0} \right) + \\ &+ A \left(1 - \frac{2M + T + 6,663}{4R_0} \right), \end{aligned} \quad (6.2)$$

wenn man noch (2.16) und die zweite Gleichung (3.1) heranzieht. Ohne die kon-
stanten Glieder ($n = 0$) wird schließlich:

$$\mu_t = \varrho \bar{L} - \frac{Ah}{R_0}; \quad \mu_i = -\varrho \bar{L} \left(1 - \frac{2M + T + h}{4R_0} \right) + \frac{A}{4R_0} T. \quad (6.2a)$$

Der äußere Aufpunkt muß jetzt mindestens in der Oberfläche gewählt werden:
 $l = (R_0 + h')$ mit $h' \geq 0$. Dies wäre natürlich auch im früheren Falle des § 4 mög-
lich, jedoch völlig überflüssig gewesen, weil bei Kondensation der Topographie auf
die gehobene Lithosphäre die Punkte des Geoides den Rand der Erdmasse bilden. Es
ist also

$$\begin{aligned} V_t &= 4\pi k^2 R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left[1 + (n+2) \frac{h}{2R_0} - (n+1) \frac{h'}{R_0} \right] \left[\varrho \bar{L}_{n,m} - \frac{A}{R_0} h_{n,m} \right]; \\ V_i &= 4\pi k^2 R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left[1 - (n+2) \frac{M + T/2}{R_0} - (n+1) \frac{h'}{R_0} \right] \cdot \\ &\left[\varrho \bar{L}_{n,m} \left(1 - \frac{2M + T + h}{4R_0} \right) + \frac{A}{4R_0} T_{n,m} \right] \end{aligned}$$

und man erkennt, daß im gesamten Störpotential das Glied mit h' ausfällt, d.h. dieses Potential bis auf Glieder höherer Ordnung in den Oberflächen- und Geoidpunkten dasselbe ist:

$$\Delta V = 4\pi k^2 Q \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} \left[\left(\frac{n}{2} + \frac{5}{4}\right)(2M + T + h) \bar{L}_{n,m} - \frac{A}{Q} h_{n,m} + \frac{A}{4Q} T_{n,m} \right] \quad (6.3)$$

Gegenüber dem Störpotential (4.12) beträgt der Zuwachs:

$$\Delta V' = 4\pi k^2 Q \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} \left\{ \left[2,221 n + \frac{n}{2} (T + h) \right]_{n,m} \bar{L}_{n,m} - \frac{A}{Q} (T + h)_{n,m} \right\}$$

und unter Beachtung von (4.14) für $\Delta Q = 0,6 : (T + h) = 5,92 \bar{L}$, sowie von $A/Q = 1,3663 \text{ km}$:

$$\Delta V' = 4\pi k^2 Q \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} (2,221 n + 2,960 n \bar{L}_{n,m}^{\text{km}} - 8,088) \bar{L}_{n,m} \quad (6.4)$$

Diesem Potentialzuwachs entspricht bei sofortiger Ausschaltung der Glieder $n = 1$ folgende Änderung der Undulationen:

$$\Delta \xi = 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} (2,221 n + 2,960 n \bar{L}_{n,m}^{\text{km}} - 8,088) \bar{L}_{n,m} \quad (6.5)$$

Zur Abschätzung des Effektes beschränken wir uns auf die zonalen Glieder und finden gemäß (5.2) und (4.17a) zunächst

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^{31} \frac{1}{2^{n+1}} \left[(n+2) \cdot 32,06 + 29,18 \right] A_{n,o} P_{n,o}(\sin \varphi') \quad (6.6)$$

und speziell für Nord- und Südpol:

$$\xi_{NP} = - 8,54 \text{ m}; \quad \xi_{SP} = + 27,20 \text{ m} \quad (6.7)$$

Ganz analog liefert (6.5)

$$\Delta \xi_{NP} = + 0,98 \text{ m}; \quad \Delta \xi_{SP} = - 0,14_5 \text{ m} \quad (6.8)$$

so, daß dem Störpotential (6.3) die Undulationen

$$\xi_{NP} = -7,56 \text{ m}; \quad \xi_{SP} = +27,06 \text{ m} \quad (6.9)$$

entsprechen: Schließlich ergibt sich im Äquator aus (6.6), (6.5) und (6.3) der Reihe nach

$$\xi_{\ddot{A}} = -2,468; \quad \Delta \xi_{\ddot{A}} = -0,046 \text{ m}; \quad \xi_{\ddot{A}} = -2,514 \text{ m}. \quad (6.10)$$

§ 7 Die Näherung zweiter Ordnung

Wir kehren zum Störpotential (4.12a) zurück. Dieses geht aus der Annahme hervor, daß die Abweichungen der tatsächlichen Erde von der regularisierten Erde oder dem Normalsphäroid bloß durch Topographie und isostatische Kompensation bedingt sind. Bei der Regularisierung erfahren nun nicht nur die Trägheitsmomente, sondern alle Massefunktionen J_i der tatsächlichen Erde, welche grundsätzlich aus den Bahnstörungen der künstlichen Satelliten ableitbar sind, gewisse kleine Änderungen. Für die Normalfigur verlangt man selbstverständlich Rotations- und Äquatorsymmetrie, so daß nur gerade Massefunktionen J_{2i}^* vorliegen, während die ungeraden verschwinden: $J_{2i+1}^* = 0$. Ohne obige Hypothese bleibt aber die theoretische statische Abplattung J_2^* unbekannt, weshalb wir auch für das verkleinerte Normalsphäroid (1.5) den empirischen Wert $J_2 = 108270 \cdot 10^{-8}$ unter die Bestimmungsstücke aufgenommen haben, was den Vorteil mit sich bringt, daß der Bezugskörper bis auf eine kleine Größe 4. O. dieselbe Abplattung wie das Geoid besitzt.

Um diese Frage näher zu studieren, vergleichen wir das Normalpotential in Näherung 2. O.

$$U_2 = \frac{k^2 E}{T} \left[1 - J_2^* (R_o/l)^2 P_{2,0} \right] \quad (7.1)$$

mit dem tatsächlichen Potential in gleicher Näherung

$$V_2 = \frac{k^2 E}{T} \left[1 - J_2 (R_o/l)^2 P_{2,0} + J_{2,2} (R_o/l)^2 \cos 2(\lambda - \lambda_o) P_{2,2} \right], \quad (7.2)$$

wie es sich ergibt, wenn man das Koordinatensystem mit den Hauptträgheitsachsen des Erdkörpers zusammenfallen läßt; man vergleiche (4, Seite 384). Die beiden Massefunktionen sind wesentlich positiv:

$$J_2 = \left(C - \frac{A+B}{2} \right) : ER_o^2; \quad J_{2,2} = (B - A) : 4ER_o^2. \quad (7.3)$$

Es folgt für das Störpotential $\Delta V_2 = (V_2 - U_2)$, also

$$\Delta V_{2,0} = - \frac{k^2 E}{T} (J_2 - J_2^*) (R_o/l)^2 P_{2,0}; \quad (7.4)$$

$$\Delta V_{2,2} = + \frac{k^2 E}{I} J_{2,2} (R_o/l)^2 \cos 2(\lambda - \lambda_o) P_{2,2}. \quad (7.4)$$

Hierin bedeutet $l \geq R_o$ den Radiusvektor des Aufpunktes, den wir zum Unterschied von (4.7 u. 12a) nicht mehr unmittelbar mit dem mittleren Geoidradius R_o gleichsetzen wollen.

Wir erweitern (4.12a) unter Beachtung von (4.5 u. 6) sinngemäß mit l und mit $E = \frac{4}{3} \pi R_o^3 \varrho_m$:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{k^2 E}{I} \frac{3 \varrho}{\varrho_m} \frac{1}{R_o^3} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} (R_o/l)^{n+1} \left[(n+2) \cdot 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m} = \\ &= \frac{k^2 E}{I} \frac{3 \varrho}{\varrho_m} \frac{1}{R_o^2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} (R_o/l)^n \left[(n+2) \cdot 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m}. \quad (7.5) \end{aligned}$$

Weil die eckige Klammer in km zu verstehen ist, drücken wir in dem vor dem Summenzeichen stehenden Koeffizienten l und R_o gleichfalls in km aus. Setzen wir überdies $l = \alpha R_o$ mit $\alpha \geq 1$, so gilt:

$$k^2 E = 398603 \text{ km}^3 \text{ sec}^{-2}; \quad 3 \varrho / \varrho_m = 1,4518918; \quad R_o^3 = 258,599525285 \cdot 10^9 \text{ km}^3$$

und es folgt:

$$\Delta V = 0,223793 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} (1/\alpha)^{n+1}. \quad (7.5a)$$

$$\cdot \left[(n+2) \cdot 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m} \cdot \text{km} \cdot \text{m}.$$

$$\text{Mit } g = \frac{k^2 E}{I^2} = (1/\alpha)^2 \frac{k^2 E}{R_o^2} = 982,024 (1/\alpha)^2 \cdot 10^{-5} \text{ km sec}^{-2} \quad (7.6)$$

ergibt sich die Undulation:

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2^{n+1}} (1/\alpha)^{n-1} \left[(n+2) \cdot 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m}, \quad (7.7)$$

in voller Übereinstimmung mit (4.17a), wenn man $\alpha = 1$ setzt. Hierin ist der Klammerausdruck als reine Zahl zu verstehen, während ξ und \bar{L} in Metern ausgedrückt werden.

Für den Vergleich mit (7.4) setzen wir aber besser:

$$\Delta V = \frac{k^2 E}{T} \cdot 1,4518918 \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} (1/\alpha)^2 \frac{(n+2) \cdot 32,06 + 29,18}{R_o(\text{km})} \frac{\bar{L}_{n,m}}{R_o(\text{m})} \quad (7.5b)$$

Für die beiden Entwicklungen L und H ist $A_{2,0} = 1176,37$ m und $1005,61$ m und somit gemäß (5.1)

$$\bar{L}_{2,0} = 789,19 \quad P_{2,0} = (1183,79 \sin^2 \varphi' - 394,60) \text{ m.} \quad (7.8)$$

Damit liefert (7.5b) leicht

$$\Delta V_{2,0} = \frac{k^2 E}{T} (R_o/l)^2 \cdot 89 \cdot 10^{-8} P_{2,0} \quad (7.8)$$

Vergleich mit (7.4) führt auf

$$(J_2 - J_2^*) = - 89 \cdot 10^{-8}; \quad J_2^* = + 108359 \cdot 10^{-8} \quad (7.9)$$

Andererseits folgt aus (4.17a) und (7.8) für $l = R_o$

$$\xi_{2,0} = (8,501 \sin^2 \varphi' - 2,831) \text{ m}; \quad \xi_{\ddot{A}} = - 2,831 \text{ m}; \quad \xi_p = + 5,670 \text{ m.} \quad (7.10)$$

Man müßte also für das Normalsphäroid an Stelle von (1.5) annehmen:

$$a^* = 6378,1628 \text{ km}; \quad \bar{e}^* = 346141,25 \cdot 10^{-8}; \quad J_2^* = + 108359 \cdot 10^{-8} \quad (7.11)$$

und findet hierfür unter Beibehaltung von J_4 leicht: $e = 335380,3 \cdot 10^{-8} = 1 : 298,169$ und $c^* = 6356,7717 \text{ km}$. Damit folgt aber: $a = 6378,160 \text{ km}; c = c^* + \xi_p = 6356,7774$ und $e = 335247,16 \cdot 10^{-8} = 1 : 298,287$, in sehr guter Übereinstimmung mit der Abplattung (1.5).

Ferner gilt für die beiden Entwicklungen L und H: $A_{2,2} = - 278,855$, resp. $- 233,347$ m und $B_{2,2} = - 61,322$, resp. $- 78,105$ m, also

$$\bar{L}_{2,2} = (- 189,012 \cos 2 \lambda - 31,250 \sin 2 \lambda) P_{2,2}(\sin \varphi') \text{ m.} \quad (7.12)$$

Damit folgt aus (7.5b)

$$\Delta V_{2,2} = \frac{k^2 E}{T} (R_o/l)^2 (- 21,29 \cos 2 \lambda - 3,52 \sin 2 \lambda) \cdot 10^{-8} P_{2,2} \quad (7.13)$$

und gemäß der zweiten Gleichung (7.4)

$$J_{2,2} \cos 2 (\lambda - \lambda_0) = - (21,29 \cos 2 \lambda + 3,52 \sin 2 \lambda) \cdot 10^{-8} \quad (7.14)$$

oder

$$J_{2,2} = + 21,58 \cdot 10^{-8} ; \quad \lambda_0 = 94^\circ 42' . \quad (7.14a)$$

Die Achse des kleinsten Trägheitsmomentes oder die große Achse der Äquatorellipse liegt somit im Meridian λ_0 und es ist speziell an der Oberfläche der Bezugskugel ($l - R_0$) und gemäß dem Theorem von Bruns:

$$\Delta V_{2,2} = \frac{k^2 E}{R_0} \cdot 21,58 \cdot 10^{-8} \cos 2 (\lambda - \lambda_0) P_{2,2} ; \quad (7.15)$$

$$\xi_{2,2} = R_0 \cdot 21,58 \cdot 10^{-8} \cos 2 (\lambda - \lambda_0) P_{2,2} = + 1,375 \cdot \cos 2 (\lambda - \lambda_0) P_{2,2} \text{ m},$$

in voller Übereinstimmung mit (4.17a). Wegen $P_{2,2} = 3 \cos^2 \varphi'$ folgt

$$\xi_{2,2} = 4,125 \cos^2 \varphi' \cos 2 (\lambda - \lambda_0) \text{ m} . \quad (7.15a)$$

Hingegen ist für die beiden Entwicklungen L und H: $A_{2,1} = + 444,102$, resp. $439,584$ und $B_{2,1} = 444,749$, resp. $+ 336,950 \text{ m}$, also

$$\bar{L}_{2,1} = (+ 274,854 \cos \lambda + 315,017 \sin \lambda) P_{2,1} (\sin \varphi') \text{ m} \quad (7.16)$$

oder mit $\lambda_0 = 94^\circ 41' 40''$

$$\bar{L}_{2,1} = \left[+ 291,466 \cos (\lambda - \lambda_0) - 299,714 \sin (\lambda - \lambda_0) \right] P_{2,1} \text{ m} . \quad (7.16a)$$

Sobald aber das Koordinatensystem mit den Hauptträgheitsachsen zusammenfällt, müßten die beiden Koeffizienten von (7.16a) theoretisch mit den Deviationsmomenten ($\xi \xi$) und ($\eta \xi$) verschwinden und man erkennt leicht, daß dann auch die Koeffizienten von (7.16), also unabhängig von der Längenzählung verschwinden müßten. Da wir aber eine Schwerpunktsverschiebung gefunden haben, könnten wir auch nicht das Verschwinden von (7.16) erwarten, welches Glied somit ebenso wie \bar{L}_1 "verboten" ist.

Es bleibt also in Näherung 2.0. allein die Summe aus (7.10 u. 15a) als Undulation:

$$\xi_2 = + 8,501 \sin^2 \varphi' + 4,125 \cos^2 \varphi' \cos 2 (\lambda - \lambda_0) - 2,831 \text{ m} \quad (7.17)$$

und wir erhalten folgende Tabelle der Undulationen in Metern:

$(\lambda - \lambda_0) =$	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
$\varphi' = 0^\circ$	+ 1,29	- 2,83	- 6,96	- 2,83	+ 1,29	- 2,83	- 6,96	- 2,83
$+ 30^\circ$	+ 2,39	- 0,71	- 3,80	- 0,71	+ 2,39	- 0,71	- 3,80	- 0,71
$+ 45^\circ$	+ 3,48	+ 1,42	- 0,64	+ 1,42	+ 3,48	+ 1,42	- 0,64	+ 1,42
$+ 60^\circ$	+ 4,58	+ 3,55	+ 2,51	+ 3,55	+ 4,58	+ 3,55	+ 2,51	+ 3,55
$+ 90^\circ$				+ 5,67				

Die große Achse der Äquatorellipse liegt im Meridian $\lambda_0 = 94,7^\circ$ (Zentralasien), was recht plausibel erscheint. Hingegen ist die Elliptizität der Äquatorellipse mit $a_{\max} = 6378,1628 + 0,0013 = 6378,1641$ km und $a_{\min} = 6378,1558$ km bloß = $1 : 768453$, welcher Wert kaum als gesichert gelten darf. Tatsächlich hatte man die Hypothese der Dreiachsigkeit, die in den Dreißigerjahren lebhaftem Interesse begegnet war, bereits wieder weitgehend aufgegeben. Erst die neueren Ergebnisse der Satellitengeodäsie haben das Problem wieder aufgeworfen. Man fand eine Differenz der Äquatorhalbachsen von etwa 70 m; überdies liegt die große Achse, wie übrigens auch bei den älteren Bestimmungen, nahe dem Nullmeridian, was offensichtlich der tatsächlichen Verteilung von Land und Wasser widerspricht.

Mehr läßt sich aus dieser, selbstverständlich streng äquatorsymmetrischen Näherung 2. O. noch nicht erkennen. Jedoch muß das — durch (4.15 u. 17a) bloß in roher Näherung definierte — "isostatische" Geoid nahe mit dem aktuellen Geoid zusammenfallen, vorausgesetzt, daß die unzweifelhaft vorhandene isostatische Massenerlagerung durch das Modell der horizontalen Isostasie hinreichend erfaßt ist und daß es vor allem keine weiteren Massenstörungen im Erdkörper gibt. Bedenkt man ferner, daß die reine Topographie beträchtlich größere Undulationen erzeugen würde, dann erhebt sich die wesentliche Frage, bis zu welchem Prozentsatz die Isostasie erfüllt ist; bekanntlich rechnet man mit ca. 90%. Davon abgesehen, müßte die durch die entgegengesetzt gleichen horizontalen Massentransporte erzielte "Regularisierung" der Erdkruste vollständig sein und auf das, in seinen oberen Schichten durch die äquivalente Säule beschriebene, verkleinerte Normalsphäroid zurückführen, das als Bezugskörper zu dienen hat. Das durch die isostatische Regularisierung aus dem aktuellen Geoid ableitbare "künstliche Geoid" der isostatischen Reduktion, auch "compensated geoid" oder kurz "Co-Geoid" genannt, wäre also mit dem Normalsphäroid identisch. Man beachte die begriffliche Unterscheidung: im Idealfall ist das isostatische Geoid identisch mit dem aktuellen Geoid und das Co-Geoid identisch mit der Normalfigur. Ansonst gewinnt man das isostatische Geoid, wenn man die aus (4.17a) berechneten Undulationen auf dem Normalsphäroid aufträgt, und umgekehrt das künstliche Geoid der Isostasie, wenn man die entgegengesetzt gleichen Undulationen vom aktuellen Geoid abträgt. Sind also N die Höhen des aktuellen Geoides, \bar{N} die des Co-Geoides über der Normalfigur, so gilt

$$N - \xi = \bar{N}; \quad \xi = N - \bar{N} \tag{7.18}$$

und man nennt $-\xi = f = (\bar{N} - N)$ den indirekten Effekt der isostatischen Reduk-

tion. Man kann auch ξ als die Erhebung des natürlichen Geoides über das künstliche Geoid definieren; dann ist eben im Idealfall $\xi = N$ und $\bar{N} = 0$.

Unzweifelhaft haben die tatsächliche und die regularisierte Erde die Rotationsachse und den Schwerpunkt in ihr gemeinsam. Demgegenüber weist die Entwicklung des Störpotentials (4.7 oder 12a) die "verbotenen" Glieder ΔV_1 und $\Delta V_{2,1}$ auf. Es wäre aber voreilig, daraus den Schluß zu ziehen, daß das isostatische Modell unzulänglich ist. Vielmehr hat schon Vening Meinesz (5) wie schon am Schluß des § 5 betont wurde, hierfür eine zwanglose Erklärung gefunden, die man so formulieren könnte: man hat das Störpotential aus Topographie und isostatischer Kompensation um ein drittes Glied zu vermehren, das von der Deformation der Flächen gleicher Dichte im tieferen Erdinneren herrührt und den verbotenen Gliedern entgegengesetzt gleich ist, so daß man diese einfach weglassen darf. Bei dieser Überlegung ist natürlich von allen Fehlern in den Ausgangsdaten der Entwicklung abstrahiert.

Im folgenden seien die verbotenen Glieder berechnet. Mit den Koeffizienten von \bar{L}_1 (Seite 17) findet man aus (4.17a) unmittelbar

$$\xi_1 = (+ 7,128 \sin \varphi' + 6,456 \cos \varphi' \cos \lambda + 4,546 \cos \varphi' \sin \lambda) \text{ m} \quad (7.19)$$

und ähnlich aus (7.16)

$$\begin{aligned} \xi_{2,1} &= (+ 1,972 \cos \lambda + 2,260 \sin \lambda) \cdot 3 \sin \varphi' \cos \varphi' \quad \text{m} = \\ &= (+ 5,916 \cos \lambda + 6,780 \sin \lambda) \sin \varphi' \cos \varphi' \quad \text{m} . \end{aligned} \quad (7.20)$$

Die Summe aus (7.19 und 20) liefert nachstehende Tabelle der verbotenen Glieder

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
$+ 90^\circ$				+ 7,13				
$+ 60^\circ$	+ 11,96	+ 13,95	+ 11,38	+ 5,76	+ 0,38	- 1,60	+ 0,96	+ 6,58
$+ 45^\circ$	+ 12,56	+ 15,03	+ 11,65	+ 4,39	- 2,48	- 4,95	- 1,57	+ 5,69
$+ 30^\circ$	+ 11,72	+ 14,19	+ 10,44	+ 2,66	- 4,59	- 7,06	- 3,31	+ 4,47
0°	+ 6,46	+ 7,78	+ 4,55	- 1,35	- 6,46	- 7,78	- 4,55	+ 1,35
$- 30^\circ$	- 0,54	- 0,71	- 2,56	- 5,00	- 6,59	- 6,41	- 4,57	- 2,13
$- 45^\circ$	- 3,43	- 4,03	- 5,22	- 6,30	- 6,65	- 6,05	- 4,87	- 3,78
$- 60^\circ$	- 5,51	- 6,17	- 6,84	- 7,11	- 6,84	- 6,18	- 5,51	- 5,23
$- 90^\circ$				- 7,13				

Die verbotenen Glieder erzeugen im Nord- und Südpol die entgegengesetzt gleiche Undulation, weil $\xi_{2,1}$ in den Polen und im Äquator verschwindet, während für $\varphi' = \pm 45^\circ$ die Extrema eintreten:

$$(\pm 2,958 \cos \lambda \pm 3,390 \sin \lambda) \text{ m.} \quad (7.21)$$

$\xi_{2,1}$ würde also Undulationen zwischen maximal $\pm 4,49$ m erzeugen. Besonders bemerkenswert ist, daß die verbotenen Glieder eine Hebung am Nordpol und eine Senkung am Südpol bewirken, in Übereinstimmung mit dem Übergewicht der Landmassen auf der nördlichen Hemisphäre. Es steht dies natürlich auch mit dem Vektor der Schwerpunktsverschiebung im Einklang. Denn dieser schließt mit der Rotationsachse den Winkel $\beta = (90^\circ - \varphi_s) = 47^\circ 56'$ ein und es folgt mit (5.8) als Hebung im Nordpol $\xi = 9,76 \cos \beta = 6,54$ m, was mit obigem Wert 7,13 m befriedigend übereinstimmt, wenn man die ganz verschiedene Ableitung der Formeln (4.17a) und (5.8) bedenkt. Erwähnt sei noch, daß man fiktiv in (7.2) und (7.5b) das zonale Glied $\bar{L}_{1,0}$ mitnehmen könnte, was auf eine "Massefunktion" $J_{1,0} = -111,9 \cdot 10^{-8}$ führen würde. Abschließend sei noch betont, daß die verbotenen Glieder gemäß der letzten Tabelle für die zugehörigen Undulationen den quadratischen Mittelwert 6,85 m liefern, während die erlaubten Glieder (Tabelle Seite 25) den um mehr als 50% kleineren Mittelwert 3,10 m ergeben.

Wären die topographischen Massen die alleinige Ursache des Störpotentials, so hätte dies beträchtliche Undulationen zur Folge, wie man schon aus der zugehörigen Schwerpunktsverschiebung von 540 m erkennt, welche im isostatischen Falle auf knapp 10 m absinkt. Hingegen kann die Korrelation zwischen den Meereshöhen und den topographischen Massendifferenzen durch die isostatische Kompensation nicht aufgehoben werden. Denn die Kompensationsmassen sind kleiner und weiter vom Geoid entfernt, so daß das Störpotential im Geoid nur stark verkleinert wird, aber weder verschwinden, noch gar im Vorzeichen umgekehrt werden kann.

§ 8 Die Näherung vierter Ordnung

Bei dieser Näherung interessiert zuerst die Differenz zwischen der Massefunktion J_4^* des verkleinerten Normalsphäroides und der Massefunktion J_4 des isostatischen Geoides. Mit den Ausgangsdaten — vgl. (7.11) —

$$\begin{aligned} k^2 E &= 398603 \cdot 10^{15} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}; & \omega^2 &= 5,3620685 \cdot 10^{-9} \text{ sec}^{-2}; \\ a^* &= 6378,1628 \text{ km}; & \bar{E}^* &= 349042,73 \cdot 10^{-8}; & J_2^* &= 108358,87 \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad (8.1)$$

findet man die einparametrische Gleichgewichtsfigur:

$$e^* = 336825,48 \cdot 10^{-8}; \quad f_4^* = -319,23 \cdot 10^{-8}; \quad J_4^* = -308,86 \cdot 10^{-8} \quad (8.2)$$

und sodann mit der heutigen Rotationsgeschwindigkeit und den vier weiteren Daten (E, a^*, J_2^*, J_4^*) das verkleinerte Normalsphäroid, natürlich fast identisch mit dem Resultat aus (7.11):

$$e^* = 335379,80 \cdot 10^{-8} = 1 : 298,169; \quad f_4^* = -316,70 \cdot 10^{-8}. \quad (8.3)$$

Für die beiden Entwicklungen L und H ist $A_{4,0} = 950,352$, resp. $837,921$ m und daher $\bar{L}_{4,0} = +627,737 P_{4,0}$ m. Es folgt für $l = R_0$ gemäß (7.5b)

$$\Delta V_{4,0} = \frac{k^2 E}{R_0} \cdot 55,27 \cdot 10^{-8} P_{4,0} = - \frac{k^2 E}{R_0} (J_4 - J_4^*) P_{4,0}$$

oder:

$$(J_4 - J_4^*) = - 55,27 \cdot 10^{-8} ; \quad J_4 = - 364,13 \cdot 10^{-8} . \quad (8.4)$$

Durch die Glieder 3.O. wird bereits die Äquatorsymmetrie zerstört. Für die zonalen Glieder findet man $A_{3,0} = - 379,778$, resp. $- 56,125$ m und daher $\bar{L}_{3,0} = - 358,169 P_{3,0}$ m, also

$$V_{3,0} = - \frac{k^2 E}{R_0} \cdot 34,68 \cdot 10^{-8} \cdot P_{3,0} ; \quad J_3 = + 34,68 \cdot 10^{-8} ; \quad (8.5)$$

$$\xi_3 = - R_0 J_3 P_{3,0} = - 2,21 \cdot P_{3,0} \text{ m} .$$

Damit ergibt sich am Nord- und Südpol die entgegengesetzt gleiche Undulation von $\mp 2,21$ m, in Übereinstimmung mit der Tatsache, daß am Nordpol das Eismeer und am Südpol ein Kontinent vorliegt.

Insgesamt resultieren in Näherung 4.O. folgende Undulationen:

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°
$+ 90^\circ$				+ 6,97				
$+ 75^\circ$	+ 1,30	+ 1,66	+ 2,48	+ 3,56	+ 4,68	+ 5,65	+ 6,31	+ 6,55
$+ 60^\circ$	- 5,38	- 3,53	- 1,08	+ 1,52	+ 4,03	+ 6,20	+ 7,51	+ 7,42
$+ 45^\circ$	- 7,73	- 3,92	- 0,58	+ 1,86	+ 4,04	+ 6,51	+ 8,68	+ 8,95
$+ 30^\circ$	- 5,06	+ 0,41	+ 3,27	+ 3,23	+ 2,64	+ 3,91	+ 6,91	+ 8,84
$+ 15^\circ$	- 1,46	+ 4,87	+ 6,53	+ 3,19	- 1,20	- 2,16	+ 1,19	+ 5,44
0°	- 1,25	+ 4,90	+ 5,81	+ 0,68	- 6,09	- 8,94	- 5,92	- 0,10
$- 15^\circ$	- 4,55	+ 0,58	+ 1,68	- 2,59	- 8,85	- 12,04	- 9,84	- 4,18
$- 30^\circ$	- 7,14	- 3,44	- 1,68	- 3,41	- 6,89	- 8,89	- 7,50	- 3,51
$- 45^\circ$	- 4,84	- 2,52	- 0,48	+ 0,07	- 0,47	- 0,82	+ 0,02	+ 1,93
$- 60^\circ$	+ 2,13	+ 3,45	+ 5,04	+ 6,33	+ 7,15	+ 7,70	+ 8,19	+ 8,63
$- 75^\circ$	+ 9,15	+ 9,81	+ 10,57	+ 11,30	+ 11,89	+ 12,28	+ 12,44	+ 12,33
$- 90^\circ$				+ 11,39				

$\varphi' \backslash \lambda$	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°
+ 90°	+ 6,97							
+ 75°	+ 6,42	+ 6,08	+ 5,80	+ 5,84	+ 6,34	+ 7,27	+ 8,40	+ 9,40
+ 60°	+ 5,71	+ 2,87	+ 0,04	- 1,45	- 0,85	+ 1,77	+ 5,52	+ 9,15
+ 45°	+ 6,03	+ 0,34	- 5,86	- 9,70	- 9,45	- 5,39	+ 0,62	+ 6,39
+ 30°	+ 6,71	+ 0,14	- 7,88	- 13,21	- 13,41	- 9,15	- 3,06	+ 2,44
+ 15°	+ 6,06	+ 1,53	- 5,42	- 10,38	- 10,91	- 8,03	- 4,40	- 1,55
0°	+ 3,56	+ 2,66	- 1,13	- 4,38	- 5,28	- 4,84	- 4,83	- 5,23
- 15°	+ 0,89	+ 2,81	+ 1,98	+ 0,30	- 1,23	- 3,17	- 5,96	- 8,24
- 30°	+ 0,66	+ 3,07	+ 3,33	+ 2,06	- 0,24	- 3,53	- 7,17	- 9,42
- 45°	+ 3,91	+ 4,94	+ 4,58	+ 2,90	+ 0,19	- 3,04	- 5,94	- 7,19
- 60°	+ 8,79	+ 8,36	+ 7,21	+ 5,38	+ 3,13	+ 0,90	- 0,74	- 1,24
- 75°	+ 11,95	+ 11,28	+ 10,37	+ 9,29	+ 8,19	+ 7,21	+ 6,52	+ 6,24
- 90°	+ 11,39							

$\varphi' \backslash \lambda$	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°
+ 90°	+ 6,97							
+ 75°	+ 9,94	+ 9,81	+ 8,95	+ 7,48	+ 5,67	+ 3,88	+ 2,42	+ 1,54
+ 60°	+ 11,53	+ 11,96	+ 10,25	+ 6,78	+ 2,37	- 1,84	- 4,83	- 5,99
+ 45°	+ 10,27	+ 11,45	+ 9,66	+ 5,18	- 0,91	- 6,74	- 10,27	- 10,42
+ 30°	+ 6,28	+ 8,20	+ 7,75	+ 4,31	- 1,71	- 8,08	- 11,54	- 10,18
+ 15°	+ 0,94	+ 3,77	+ 5,98	+ 5,28	+ 0,58	- 5,94	- 9,85	- 7,97
0°	- 4,07	- 0,08	+ 5,02	+ 7,27	+ 4,07	- 2,77	- 8,00	- 7,30
- 15°	- 7,44	- 2,45	+ 4,34	+ 8,25	+ 6,07	- 0,84	- 7,32	- 8,64
- 30°	- 8,20	- 3,13	+ 3,34	+ 7,18	+ 5,67	- 0,22	- 6,47	- 9,06
- 45°	- 5,77	- 1,88	+ 2,65	+ 5,33	+ 4,55	+ 0,90	- 3,27	- 5,48
- 60°	- 0,35	+ 1,61	+ 3,81	+ 5,19	+ 5,18	+ 3,99	+ 2,51	+ 1,73
- 75°	+ 6,36	+ 6,79	+ 7,35	+ 7,84	+ 8,15	+ 8,31	+ 8,44	+ 8,69
- 90°	+ 11,39							

Das quadratische Mittel dieser Werte ist + 6,30 m. Die Differenz der beiden Polwerte stimmt mit (8.5) überein. Die Zunahme der mittleren Undulation an den bei-

den Polen von + 5,67 m auf + 9,18 m steht mit dem aus (8.4) hervorgehenden Wert

$$\xi_{4,0} = -R_o (J_4 - J_4^*) = + 3,52 \text{ m} \quad (8.4a)$$

im Einklang. Hätten wir ferner die verbotenen Glieder nicht von vornherein ausgeschieden, dennoch aber mit den Gleichungen (7.1 u. 2) operiert, so hätte sich natürlich $J_1 = - 111,9$ mit J_3 vereinigt und wir hätten erhalten:

$$J_3' = + 34,7 - 111,9 = - 77,2 \cdot 10^{-8} \quad (8.5a)$$

Die Geoidhöhen an den beiden Polen wären nicht $\mp 2,21$ m, sondern umgekehrt: $\pm 4,92$ m.

§ 9 Die Näherung siebenter Ordnung

Schon A. Prey (6) hat bei seinen synthetischen Untersuchungen gezeigt, daß sich im unkompenzierten Falle, also aus der reinen Topographie, Geoidhebungen bis zu 1620 m in Zentralasien und Geoidsenkungen bis zu 1260 m im Stillen Ozean ergeben. Für eine kompenzierte Kruste und bei Zugrundelegung älterer isostatischer Modelle, vorwiegend nach Airy, haben Prey (7), Lambert (8) und K. Jung (9) in ziemlich guter Übereinstimmung Undulationen gefunden, die bis etwa 70 m ansteigen, wobei abermals die hohen Werte über den Kontinenten und die niedrigen über den Ozeanen auftreten. Demgegenüber erreichen die Undulationen kaum 30 m, wenn man die horizontale Isostasie zugrundelegt. Es läßt sich leicht zeigen, daß bei der Entwicklung der Lithosphäre die charakteristischen Züge des Erdreliefs bereits in Näherung 7. O. allmählich hervortreten, weshalb wir im folgenden auch die Undulationen der isostatisch kompenzierten Topographie in Näherung 7. O. berechnen wollen.

Bei der Entwicklung der gesamten Topographie verwendet man gemäß (2.6) besser die Funktion \bar{L} , d. h. eine homogene Kruste, bei welcher mit Vening Meinesz die Wassermassen auf die Sialdichte 2,67 kondensiert gedacht sind. Der Anteil der einzelnen Ordnungen am Gesamtbild kann dann auf Grund der quadratischen Mittelwerte

$$\bar{L}'_n = \sqrt{\sum_{m=0}^n \frac{A_{n,m}^2 + B_{n,m}^2}{2n+1}} \quad (9.1)$$

abgeschätzt werden. Man findet für diese Mittelwerte der Reihe nach:

$n = 0 : \bar{L}'_n = 1,366 \text{ km ;}$ $1 \quad \quad 1,117$ $2 \quad \quad 0,408$	$n = 3 : \bar{L}'_n = 0,157 \text{ km;}$ $4 \quad \quad 0,222$ $5 \quad \quad 0,383$
---	--

$n = 6$	$\bar{L}'_n = 0,185 \text{ km}$	$n = 9$	$\bar{L}'_n = 0,139 \text{ km}$
7	0,183	10	0,040
8	0,025	11	0,064

In jeder Ordnung n überwiegt bei weitem das zonale Glied $A_{n,0}$. Ferner verschwinden für alle $n \geq 7$ bereits alle tesseralen Anteile mit $n,0_m \geq 5$. Es war natürlich nicht zu erwarten, daß die Mittelwerte mit wachsendem n monoton abnehmen; auffallend ist aber der kleine Wert für $n = 3$ und besonders der große Wert für $n = 5$. Jedenfalls aber lehrt die kleine Tabelle, daß die Hervorhebung der Näherung 7. O. gerechtfertigt ist.

In Näherung 7. O. ergeben sich folgende Undulationen:

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°
$+ 90^\circ$				+ 0,22				
$+ 75^\circ$	- 0,17	- 0,79	- 1,23	- 1,43	- 1,29	- 0,76	+ 0,13	+ 1,25
$+ 60^\circ$	- 1,33	- 1,18	- 0,78	- 0,12	+ 1,00	+ 2,82	+ 5,03	+ 6,78
$+ 45^\circ$	- 4,22	- 2,42	- 0,60	+ 1,30	+ 4,11	+ 8,54	+ 12,62	+ 12,89
$+ 30^\circ$	- 1,62	+ 0,83	+ 1,85	+ 1,38	+ 2,50	+ 8,41	+ 14,71	+ 13,44
$+ 15^\circ$	+ 0,20	+ 4,53	+ 4,98	- 0,45	- 5,53	- 2,47	+ 4,53	+ 5,41
0°	- 5,49	+ 3,51	+ 6,54	- 0,89	- 10,85	- 12,84	- 7,81	- 2,57
$- 15^\circ$	- 7,83	+ 3,15	+ 7,29	+ 1,30	- 7,41	- 11,05	- 9,04	- 3,02
$- 30^\circ$	- 4,01	+ 2,28	+ 3,21	- 0,56	- 3,97	- 4,92	- 4,65	- 2,41
$- 45^\circ$	- 4,75	- 3,96	- 5,04	- 5,86	- 4,52	- 2,45	- 2,17	- 3,20
$- 60^\circ$	- 2,51	- 2,43	- 1,79	+ 0,09	+ 3,09	+ 5,72	+ 6,48	+ 5,34
$- 75^\circ$	+ 13,84	+ 14,87	+ 16,31	+ 18,04	+ 19,75	+ 21,03	+ 21,53	+ 21,18
$- 90^\circ$				+ 24,76				

$\varphi' \backslash \lambda$	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°
$+ 90^\circ$				+ 0,22				
$+ 75^\circ$	+ 2,35	+ 3,26	+ 3,85	+ 4,19	+ 4,41	+ 4,72	+ 5,20	+ 5,77
$+ 60^\circ$	+ 7,40	+ 6,83	+ 5,43	+ 3,79	+ 2,68	+ 2,99	+ 5,20	+ 8,85
$+ 45^\circ$	+ 8,63	+ 2,58	- 2,46	- 5,69	- 7,27	- 6,71	- 2,84	+ 4,40
$+ 30^\circ$	+ 4,19	- 5,87	- 11,07	- 11,47	- 10,36	- 9,86	- 8,22	- 2,46
$+ 15^\circ$	- 0,82	- 7,59	- 10,29	- 8,57	- 5,49	- 5,17	- 6,85	- 5,55

$\varphi' \backslash \lambda$	120°	135°	150°	165°	180°	195°	210°	225°
0°	+ 0,72	+ 1,46	- 1,34	- 4,52	- 4,90	- 4,85	- 5,71	- 5,03
- 15°	+ 5,66	+ 11,17	+ 7,98	- 0,02	- 5,39	- 6,82	- 5,78	- 3,12
- 30°	+ 3,14	+ 8,52	+ 8,57	+ 3,78	- 1,54	- 4,93	- 5,43	- 3,29
- 45°	- 2,93	- 0,75	+ 1,26	+ 1,18	- 1,30	- 4,95	- 7,44	- 7,19
- 60°	+ 3,67	+ 2,66	+ 2,26	+ 1,50	- 0,34	- 2,96	- 5,04	- 5,37
- 75°	+ 20,13	+ 18,68	+ 17,02	+ 15,26	+ 13,51	+ 11,95	+ 10,82	+ 10,34
- 90°				+ 24,76				

$\varphi' \backslash \lambda$	240°	255°	270°	285°	300°	315°	330°	345°
+ 90°				+ 0,22				
+ 75°	+ 6,23	+ 6,32	+ 5,90	+ 5,02	+ 3,86	+ 2,65	+ 1,54	+ 0,60
+ 60°	+ 12,45	+ 14,21	+ 13,07	+ 9,43	+ 4,94	+ 1,39	- 0,51	- 1,19
+ 45°	+ 12,50	+ 17,14	+ 15,10	+ 6,85	- 2,99	- 8,89	- 9,12	- 6,56
+ 30°	+ 6,36	+ 12,87	+ 11,93	+ 2,67	- 9,58	- 16,08	- 13,26	- 6,44
+ 15°	- 0,42	+ 4,67	+ 6,87	+ 4,36	- 3,11	- 10,17	- 10,53	- 5,46
0°	- 3,43	- 2,49	+ 1,28	+ 8,11	+ 9,39	+ 1,03	- 8,91	- 11,45
- 15°	- 2,30	- 4,21	- 1,64	+ 8,25	+ 14,20	+ 6,35	- 8,01	- 14,27
- 30°	- 1,75	- 2,35	- 0,73	+ 5,46	+ 9,34	+ 4,14	- 5,36	- 8,90
- 45°	- 5,11	- 2,92	- 0,68	+ 1,62	+ 1,98	- 0,98	- 4,85	- 6,08
- 60°	- 3,86	- 1,46	+ 0,68	+ 1,77	+ 1,45	+ 0,06	- 1,43	- 2,29
- 75°	+ 10,51	+ 11,11	+ 11,84	+ 12,41	+ 12,72	+ 12,84	+ 12,94	+ 13,23
- 90°				+ 24,76				

Der quadratische Mittelwert der Undulationen ist gegenüber der Näherung 4. O. um 1,36 m angestiegen; er beträgt jetzt $\pm 7,66$ m. Die nicht unbeträchtlichen Unterschiede der beiden Näherungen sind wohl in erster Linie auf den Einfluß des überraschend großen zonalen Gliedes 5. O. : $\bar{L}_{5,0} = -1266,9$ m zurückzuführen. Namentlich die großen Undulationen in der Antarktis sind sicher nicht reell, worauf zuerst K. Bretterbauer hingewiesen hat. Denn dieser Kontinent ist von einer mächtigen Eisschicht bedeckt, was natürlich bei der Delfter Entwicklung unberücksichtigt blieb. Die Höhen in der Antarktis und ähnlich auf Grönland müßten also vermindert werden, indem man gedanklich die Eisschicht auf die Sialdichte kondensiert, um so die Massendifferenzen (2.2) dieser Kontinentalsäulen sinngemäß zu korrigieren.

In der folgenden Figur ist das isostatische Geoid in Näherung 7. O. in Mollweides elliptischer Projektion dargestellt. Gemäß der stark ausgezogenen Nulllinie repräsen-

tieren Eurasien und Afrika einen geschlossenen Kontinentalblock und ähnliches gilt für Nord- und Südamerika, welches letzteres noch mit der Antarktis verbunden ist, während Australien durch Indonesien entsprechend vergrößert erscheint. Die Schichtenlinien sind in 5m-Abständen gegeben; ein deutliches Maximum ist im Himalaya erkennbar, ein zweites in den Rocky Mountains. Schwächer ausgeprägt sind die Maxima in Südamerika und in Australien. Minima liegen auf der Nordhalbkugel im Stillen und im Atlantischen Ozean, auf der Südhalbkugel im Atlantischen und im Indischen Ozean vor. Die Undulationen in Grönland und besonders in der Antarktis sind stark überhöht, weil dort gemäß (2.2), wie soeben erwähnt, die Massendifferenzen beträchtlich überschätzt sind. Diese Korrektur soll später gesondert durchgeführt werden.

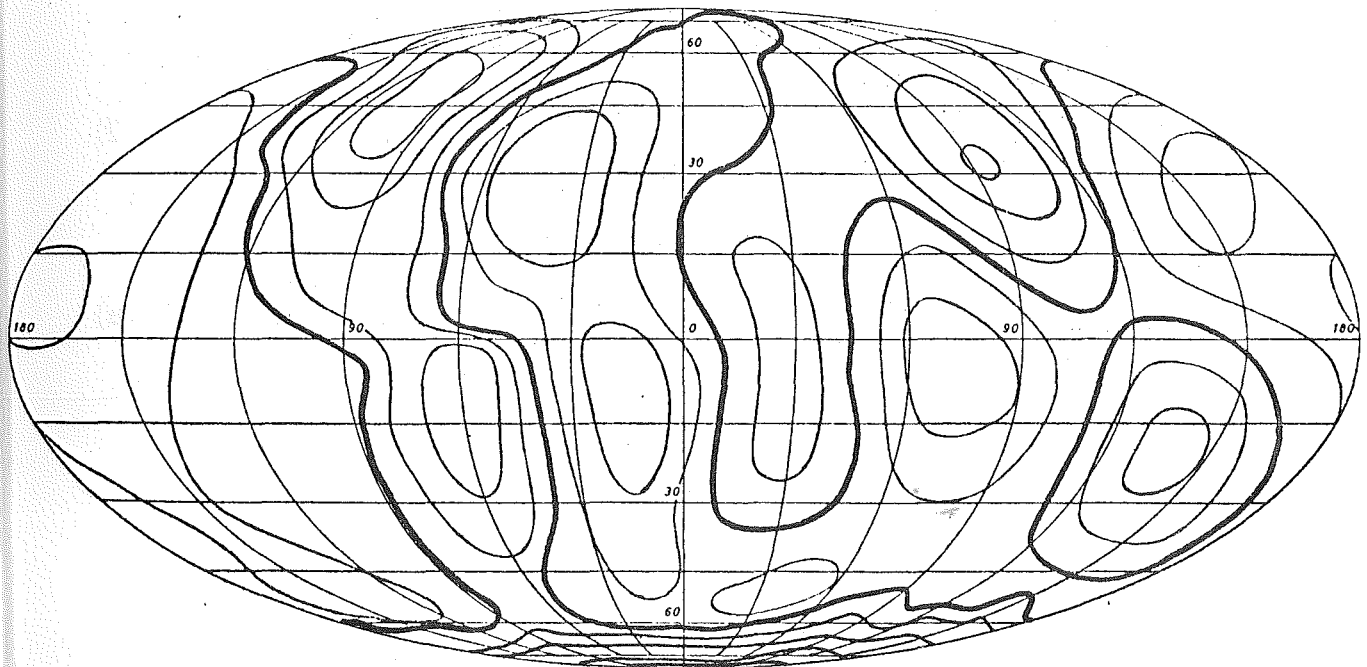


Fig. 9.1

Isostatisches Geoid 7. Ordnung in 5 m - Schichtenlinien,
Projektion von Mollweide,
Äquatorialmaßstab $\sim 1 : 220$ Millionen.

§ 10 Die zonalen Glieder und die zugehörigen Massefunktionen

Beschränken wir uns auf die zonalen Glieder $A_{n,o}$ und damit auf ein rotationssymmetrisches Störpotential, so folgt aus (7.5 - 7)

$$\Delta V = \frac{k^2 E}{T} \cdot 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n+1} (R_o/l)^n \left[(n+2) \cdot 32,06 + 29,18 \right] \cdot (A_{n,o}/R_o) P_{n,o} \quad (10.1)$$

• $(A_{n,o}/R_o) P_{n,o}$

und

$$\xi = 1.0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n+1} (R_o/l)^n \left[(n+2) 32,06 + 29,18 \right] (A_{n,o}/R_o) P_{n,o} \quad (10.2)$$

Für einen Aufpunkt im Geoid ($l = R_o$) gilt demnach in Übereinstimmung mit (4.17a)

$$\xi_m = 0,000228 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left[(n+2) 32,06 + 29,18 \right] A_{n,o}^{(m)} P_{n,o}, \quad (10.2a)$$

wobei speziell in den beiden Polen für gerades $n : P_{n,o} = +1$ und für ungerades $n : P_{n,o} = -1$ ist. Man findet hierfür in leicht verständlicher Weise:

		0,000228	$A_{n,o}^{(m)}$	$\xi_P^{(m)}$
$n = 2$	31,484	→ 0,0071 7489	+ 789,2	+ 5,662
3	27,069	0,0061 6875	- 358,2	- 2,209 +
4	24,616	0,0056 0974	+ 627,7	+ 3,521
5	23,055	0,0052 5400	- 1266,9	- 6,656 +
6	21,974	0,0050 0765	+ 660,5	+ 3,308
7	21,181	0,0048 2694	- 705,0	- 3,403 +
8	20,575	0,0046 8883	+ 103,3	+ 0,484
9	20,097	0,0045 7990	- 604,4	- 2,768 +
10	19,710	0,0044 9171	- 180,9	- 0,812
11	19,390	0,0044 1879	- 298,4	- 1,319 +
12	19,121	0,0043 5748	- 169,0	- 0,736

		.0,000228	$A_{n,o}^{(m)}$	$\xi_P^{(m)}$
n = 13	: 18,892	→ 0,0043 0530	+ 299,8	+ 1,291 -
14	18,695	0,0042 6040	- 478,0	- 2,036
15	18,523	0,0042 2121	+ 240,6	+ 1,016 -
16	18,372	0,0041 8680	- 350,8	- 1,469
17	18,238	0,0041 5626	- 47,9	- 0,199 +
18	18,118	0,0041 2891	- 15,9	- 0,066
19	18,011	0,0041 0453	- 222,3	- 0,912 +
20	17,915	0,0040 8265	+ 73,8	+ 0,301
21	17,827	0,0040 6260	- 184,4	- 0,749 +
22	17,747	0,0040 4436	- 42,0	- 0,170
23	17,674	0,0040 2773	- 206,9	- 0,834 +
24	17,607	0,0040 1246	- 57,0	- 0,229
25	17,545	0,0039 9833	- 164,2	- 0,657 +
26	17,488	0,0039 8534	+ 211,4	+ 0,843
27	17,435	0,0039 7326	- 12,2	- 0,048 +
28	17,386	0,0039 6209	- 41,8	- 0,166
29	17,340	0,0039 5161	- 145,0	- 0,573 +
30	17,297	0,0039 4181	+ 227,6	+ 0,897
31	17,257	0,0039 3270	+ 38,0	+ 0,149 -

Mit sämtlichen Gliedern resultieren an den beiden Polen die Undulationen

$$\xi_{NP} = - 8,54 \text{ m} ; \quad \xi_{SP} = + 27,20 \text{ m} \quad (10.3)$$

und somit eine "Birnenform" von $\mp 17,87 \text{ m}$.

Es seien noch die Undulationen im Äquator berechnet. Hier verschwinden alle Terme mit ungeradem n , während die geraden Terme der Reihe nach liefern:

	ξ_P	$P_{n,o}$	$\xi_{\ddot{A}}$
$n = 2$: + 5,662	. - 0,5	= - 2,831 m
4	+ 3,521	. + 0,375	+ 1,320
6	+ 3,308	. - 0,3125	- 1,034
8	+ 0,484	. + 0,2734 375	+ 0,132
10	- 0,812	. - 0,2460 938	+ 0,200
12	- 0,736	. + 0,2255 859	- 0,166
14	- 2,036	. - 0,2094 727	+ 0,426
16	- 1,469	. + 0,1963 806	- 0,288
18	- 0,066	. - 0,1854 706	+ 0,012
20	+ 0,301	. + 0,1761 971	+ 0,053
22	- 0,170	. - 0,1681 881	+ 0,029
24	- 0,229	. + 0,1611 803	- 0,037
26	+ 0,843	. - 0,1549 810	- 0,131
28	- 0,166	. + 0,1494 460	- 0,025
30	+ 0,897	. - 0,1444 644	- 0,130 m .

Es folgt:

$$\xi_{\ddot{A}} = - 2,47 \text{ m} . \tag{10.4}$$

Die Undulation in der Kugel vom Radius $l \geq R_o$ kann gemäß (10.2) in leicht ersichtlicher Weise auch geschrieben werden:

$$\xi(\sin \varphi') = \sum_{n=2}^{\infty} (R_o/l)^{n-1} \xi_{n,P} P_{n,o}(\sin \varphi') , \tag{10.5}$$

wenn $\xi_{n,P}$ wie in obiger Tabelle den in Metern ausgedrückten Anteil des n-ten Gliedes an der Undulation im Nordpol des Geoides bezeichnet. Selbstverständlich müssen die Undulationsanteile ξ_n der einzelnen Glieder der Entwicklung bei wachsender Erhebung über einen bestimmten Punkt des Geoides monoton in ihrem Absolutbetrag abnehmen und dasselbe gilt natürlich für jede endliche Summe gleichbezeichneter Glieder. So erhalten wir z.B. für unsere Näherung 7. Ordnung.

Radius	:	n = 2	3	4	5	6	7
R_o		+ 5,662	- 2,209	+ 3,521	- 6,656	+ 3,308	- 3,403 m
$R_o + 1000 \text{ km}$:	+ 4,894	- 1,650	+ 2,274	- 3,715	+ 1,596	- 1,419
$2R_o$		+ 2,831	- 0,552	+ 0,440	- 0,416	+ 0,103	- 0,053
$3R_o$		+ 1,887	- 0,245	+ 0,130	- 0,082	+ 0,014	- 0,005
$4R_o$		+ 1,416	- 0,138	+ 0,055	- 0,026	+ 0,003	- 0,001
$5R_o$		+ 1,132	- 0,088	+ 0,028	- 0,011	+ 0,001	- 0,000

Damit und mit obigen Werten für $P_{n,o}$ im Äquator finden wir für die beiden Pole und im Äquator:

Radius	:	Nordpol	Äquator	Südpol
R_o		+ 0,223	- 2,545	+ 24,759 m
$R_o + 1000 \text{ km}$:	+ 1,980	- 2,093	+ 15,548
$2R_o$		+ 2,353	- 1,282	+ 4,395
$3R_o$		+ 1,699	- 0,899	+ 2,363
$4R_o$		+ 1,309	- 0,688	+ 1,639
$5R_o$		+ 1,062	- 0,556	+ 1,160

Jedes Störpotential setzt sich offensichtlich aus dem Einfluß positiver und negativer Störmassen zusammen, der in jedem Geoidpunkt eine positive oder negative Undulation erzeugt, welche bei einer vertikalen Erhebung in ihrem Absolutbetrag im allgemeinen monoton, jedoch prozentuell recht verschieden abnimmt, um in einer gewissen Höhe praktisch zu verschwinden. Es kann aber auch gelegentlich der Fall eintreten, daß die Undulation zuerst in ihrem Absolutbetrag wächst und erst nach Erreichung eines Maximums monoton abnimmt, wie es im vorliegenden Beispiel für den Nordpol zutrifft. Entsprechende Verdichtung obiger Tabelle lehrt, daß die maximale Undulation $\xi_{\max} = 2,658 \text{ m}$ in einer Höhe von etwa 3100 km auftritt. Wenn auch die Zunahme der Undulation mit 2,435 m nicht allzu groß ist, so überrascht die Höhe des Maximums einigermaßen. Allerdings darf nicht übersehen werden, daß das Maximum sehr flach ist; die Zunahme der Undulation beträgt von der Höhe 2000 km bis zum Maximum nur 12 cm. Jedenfalls aber bedarf dieses Verhalten noch einer kritischen Untersuchung.

Unser Störpotential (10.1) und die zugehörige Undulation (10.2 oder 5) wurden aus den vollständigen Ausdrücken (4.7, resp. 4.17a u. 12a) durch Beschränkung auf die zonalen Glieder bis einschließlich der 7. Ordnung gewonnen und es ist selbstverständlich, daß eine derartige, willkürliche Auswahl der Glieder das Ergebnis beeinflussen muß. Überdies wurde das Störpotential (4.7) unter der fiktiven Annahme einer Kondensation der gesamten Topographie auf die gehobene Lithosphäre sowie einer Kondensation der isostatischen Kompensationsmassen auf die Mohoffläche berechnet.

Der indirekte Effekt dieser Kondensation wurde bereits in § 6 untersucht. Der "Zuwachs" (6.4) und die zugehörigen Verbesserungen der Undulationen im Geoid sind allerdings selbst wieder nur näherungsweise abgeleitet, d.h. die einheitliche Kondensation auf die Lithosphäre und die Mohofläche sind bloß mehr individuell durch Kondensationen der Topographie auf die halbe Meereshöhe und der isostatischen Kompensation auf die Mitte der Wurzel, resp. der Antiwurzel ersetzt. Gleichung (6.5) liefert im Nordpol der Reihe nach folgende Korrekturen in mm:

n = 2	: $\Delta \xi = + 36,9$	n = 12	: $\Delta \xi = - 19,4$	n = 22	: $\Delta \xi = - 8,2$ mm
3	+ 53,7	13	+ 81,8	23	- 28,9
4	+ 130,8	14	- 12,1	24	- 10,9
5	+ 413,0	15	+ 63,6	25	- 26,0
6	+ 196,4	16	- 26,2	26	+ 59,9
7	+ 76,6	17	- 8,4	27	- 2,5
8	+ 16,9	18	- 3,0	28	- 8,4
9	+ 30,5	19	- 28,0	29	- 24,6
10	- 17,3	20	+ 16,6	30	+ 67,0
11	- 19,6	21	- 26,4	31	+ 8,9

also im Nord- und Südpol:

$$\text{NP} : \Delta \xi = + 982,7 \text{ mm} ; \quad \text{SP} : \Delta \xi = - 144,7 \text{ mm} \quad (10.6)$$

Im Äquator findet man:

n = 2	: $\Delta \xi = - 18,5$	n = 12	: $\Delta \xi = - 4,4$	n = 22	: $\Delta \xi = + 1,4$ mm
4	+ 49,1	14	+ 2,5	24	- 1,8
6	- 61,4	16	- 5,1	26	- 9,3
8	+ 4,6	18	+ 0,6	28	- 1,3
10	+ 4,3	20	+ 2,9	30	- 9,7

und insgesamt:

$$\Delta \xi = - 46,1 \text{ mm} . \quad (10,7)$$

Bis n = 7 einschließlich folgen damit die korrigierten Undulationen:

Radius	:	n = 2	3	4	5	6	7
R_0		+ 5,699	- 2,155	+ 3,652	- 6,243	+ 3,504	- 3,326
$R_0 + 1000 \text{ km}$:	+ 4,926	- 1,610	+ 2,358	- 3,484	+ 1,690	- 1,387
$2 R_0$		+ 2,850	- 0,539	+ 0,457	- 0,390	+ 0,110	- 0,052
$3 R_0$		+ 1,900	- 0,239	+ 0,135	- 0,077	+ 0,014	- 0,005
$4 R_0$		+ 1,425	- 0,135	+ 0,057	- 0,024	+ 0,003	- 0,001
$5 R_0$		+ 1,140	- 0,086	+ 0,029	- 0,010	+ 0,001	- 0,001

also in den beiden Polen für diese Radien:

NP : + 1,131 ; + 2,493 ; + 2,436 ; + 1,728 ; + 1,325 ; + 1,073 m
 SP : + 24,579 ; + 15,455 ; + 4,398 ; + 2,370 ; + 1,645 ; + 1,267 m.

Weitere Verdichtung lehrt, daß das Maximum der Undulation + 2,887 m ungefähr zur Höhe 2600 km gehört. Die Höhe des Maximums ist also um rund 500 km, die Zunahme selbst auf $(+ 2,887 - 1,131) = + 1,756$ m gesunken. Trotz der im allgemeinen nur wenige Zentimeter betragenden $\Delta\xi$ - Werte — lediglich $n = 5$ fällt mit 413 mm stärker heraus — ist somit eine merkliche Reduktion eingetreten und man darf erwarten, daß bei einer exakten Berechnung des Störpotentials das Maximum der Undulation wie auch seine Höhe über dem Geoid weiter absinken.

Demgegenüber finden wir gemäß (10.2) für alle zonalen Glieder bis einschließlich $n = 31$ folgende Undulationen über dem Nordpol:

R_o	:	$\xi = - 8,539$ m ;	$R_o + 3600$ km	:	$\xi = + 2,555$ m
$R_o + 100$ km		- 6,724	$R_o + 3800$ km		+ 2,558
$R_o + 800$ km		- 0,212	$R_o + 4000$ km		+ 2,566
$R_o + 900$ km		+ 0,076	$2R_o$		+ 2,343
$R_o + 1000$ km		+ 0,344	$3R_o$		+ 1,699
$R_o + 2000$ km		+ 2,073	$4R_o$		+ 1,309
$R_o + 3000$ km		+ 2,497 m ;	$5R_o$		+ 1,062 m.

Diese Undulationen sind also anfänglich stark negativ, gehen in einer Höhe von etwa 870 km durch Null und wachsen bis zum Maximum in der Höhe von etwa 3800 km weiter an. Für Höhen über 6400 km sind sie bereits identisch mit den Näherungen für $n = 7$, d.h. die Glieder $n > 7$ sind hier bereits ohne Einfluß.

Zusammenfassend können wir sagen: da bei einer echten Regularisierung der tatsächlichen Massenkonfiguration der Erde die Gesamtmasse natürlich erhalten bleibt, wird sich das Störpotential aus positiven und negativen Teilen zusammensetzen, und es kann in bestimmten Punkten der Fall eintreten, daß die Undulationen bei einer Erhebung über das Geoid anfänglich in ihrem Absolutbetrag zunehmen, ja sogar ihr Vorzeichen ändern. Befremdend ist allein, wenn das Maximum erst in einer Höhe von etlichen 1000 km auftritt. Doch darf nicht übersehen werden, daß wir das Störpotential nur näherungsweise berechnet haben, daß wir über die freien Parameter des Problems willkürlich verfügt haben und daß vor allem im vorliegenden Beispiel eine willkürliche Beschränkung auf die zonalen Glieder vorgenommen wurde.

Wir wenden uns den zonalen Massefunktionen zu. Aus (7.4 und 8.4) folgt zusammen mit (10.2) unmittelbar für jedes n :

$$(J - J^*)_n = - \xi_{NP,n} / R_o \quad (10.8)$$

und damit auf Grund der ersten Tabelle dieses Paragraphen

$$\begin{array}{lll}
 (J_2 - J_2^*) = - 88,87 \cdot 10^{-8}; & J_{12} = + 11,55 \cdot 10^{-8}; & J_{22} = + 2,67 \cdot 10^{-8}; \\
 J_3 = + 34,67 & J_{13} = - 20,27 & J_{23} = + 13,09 \\
 (J_4 - J_4^*) = - 55,27 & J_{14} = + 31,96 & J_{24} = + 3,59 \\
 J_5 = + 104,47 & J_{15} = - 15,95 & J_{25} = + 10,31 \\
 J_6 = - 51,92 \cdot 10^{-8}; & J_{16} = + 23,06 \cdot 10^{-8}; & J_{26} = - 13,23 \cdot 10^{-8}; \\
 J_7 = + 53,41 \cdot 10^{-8}; & J_{17} = + 3,12 \cdot 10^{-8}; & J_{27} = + 0,75 \cdot 10^{-8}; \\
 J_8 = - 7,60 & J_{18} = + 1,04 & J_{28} = + 2,61 \\
 J_9 = + 43,45 & J_{19} = + 14,32 & J_{29} = + 9,00 \\
 J_{10} = + 12,75 & J_{20} = - 4,73 & J_{30} = - 14,08 \\
 J_{11} = + 20,70 \cdot 10^{-8}; & J_{21} = + 11,76 \cdot 10^{-8}; & J_{31} = - 2,34 \cdot 10^{-8},
 \end{array}$$

Dabei sind nur die beiden ersten Massefunktionen der Normalfigur berücksichtigt, weil bereits J_6^* vernachlässigt werden darf, wenn man die untere Grenze mit $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ ansetzt. Mit den normalen Werten (8.1 u. 2):

$$J_2^* = 108359 \cdot 10^{-8}; \quad J_4^* = - 309 \cdot 10^{-8} \quad (10.9)$$

gilt für die tatsächliche Erde:

$$J_2 = 108270 \cdot 10^{-8}; \quad J_4 = - 364 \cdot 10^{-8} \quad (10.10)$$

Es sei bemerkt, daß einer Undulation von ± 1 m eine Massefunktion von $\mp 15,70 \cdot 10^{-8}$ entspricht. Demgegenüber haben die normalen Massefunktionen bekanntlich abwechselndes Vorzeichen und nehmen nach einer Art Faustregel genähert mit den Potenzen der Abplattung ab.

Irgendein bündiger Schluß auf das Verhalten der Massefunktionen des Störpotentials kann hieraus aber nicht gezogen werden. Lediglich die statische Abplattung erfordert noch eine Klarstellung. Haben die tatsächliche Erde und deren Normalfigur gemeinsame Rotationsachse und gemeinsamen Schwerpunkt sowie dieselbe Rotationsgeschwindigkeit, so muß wegen der Konstanz des Drehimpulses ωC auch das Hauptträgheitsmoment C beidemale dasselbe sein und überdies nach der Regularisierung die Differenz der äquatorialen Trägheitsmomente ($B - A$) verschwinden. Es ist also für die tatsächliche Erde

$$\int \xi^2 dm = C/2 + m; \quad \int \eta^2 dm = C/2 - m \quad (10.11)$$

und nach der Regularisierung:

$$\int \xi^2 dm = \int \eta^2 dm = C/2 \quad (10.11a)$$

Damit ist für die wirkliche Erde : $(B - A) = + 2 \text{ m}$ und für die Normalfigur $(B - A) = 0$, und zwar unabhängig vom

$$\int \xi^2 \text{ dm} ,$$

das natürlich gleichfalls bei der Regularisierung eine Änderung erfährt. Ist also das Regularisierungsgesetz bekannt oder, wie hier, auf Grund der horizontalen Isostasie hypothetisch angenommen, so ergeben sich für die zugehörigen Integraländerungen:

$$\Delta \int \xi^2 \text{ dm} = - m ; \quad \Delta \int \eta^2 \text{ dm} = + m ; \quad \Delta \int \xi^2 \text{ dm} = - q \quad (10.12)$$

nach dem in § 7 eingeschlagenen Verfahren folgende Werte :

$$\Delta C = 0 ; \quad \Delta \left(C - \frac{A+B}{2} \right) = + 88,87 \cdot 10^{-8} ER_0^2 = + q ;$$

$$\Delta (B - A) = - 21,58 \cdot 10^{-8} \cdot 4 ER_0^2 = - 2 \text{ m} ; \quad m = + 43,16 \cdot 10^{-8} ER_0^2 . \quad (10.13)$$

Mithin ist es nicht korrekt, wenn man, wie es bisher immer geschah, die statische Abplattung des Normalsphäroides oder auch des Niveauellipsoides einfach mit dem entsprechenden Wert für die wirkliche Erde identifiziert.

Der Vollständigkeit halber seien noch die Trägheitsmomente selbst diskutiert. Für das Normalsphäroid (1.1) fanden wir schon in (1, Seite 202 u. 237) das Trägheitsmoment

$$C = 80416,0600 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 , \quad (10.14)$$

wobei die beiden letzten Stellen lediglich wegen der inneren Genauigkeit willkürlich Null gesetzt wurden. Die statische Abplattung haben wir jetzt um q zu vergrößern:

$$J_2^* = (108261,06 + 88,87) \cdot 10^{-8} = 108349,93 \cdot 10^{-8} . \quad (10.15)$$

Da für das Normalsphäroid $a = 6378,394 \text{ km}$, also $Ea^2 = 243129,3653 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2$, folgt sofort

$$(C - A)^* = J_2^* Ea^2 = + 263,4305 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 ; \quad A^* = B^* = 80152,6294 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2$$

$$\text{und : } m = + 0,1049 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 ; \quad q = + 0,2161 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 . \quad (10.16)$$

Somit wird:

$$\begin{aligned} A &= \int (\eta^2 + \xi^2) \text{ dm} = 40207,9251 \cdot 10^{40} + \int \xi^2 \text{ dm} \text{ gcm}^2 , \\ B &= \int (\xi^2 + \xi^2) \text{ dm} = 40208,1349 \cdot 10^{40} + \int \xi^2 \text{ dm} \text{ gcm}^2 , \end{aligned}$$

11a)

$$(C - \frac{A+B}{2}) = J_2 E a^2 = 108261,06 \cdot 10^{-8} E a^2 = 263,2144 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 =$$

$$= C/2 - \int \xi^2 dm; \quad \int \xi^2 dm = 39944,8156 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2,$$

also schließlich

$$A = 80152,7407 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2; \quad B = 80152,9505 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2, \quad (10.17)$$

und zur Bestätigung: $(B - A) = + 0,2098 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 = 2 \text{ m}$, sowie $1/2 (A + B) = 80152,8455 \cdot 10^{40} \text{ gcm}^2 = (A^* + q)$. Man erkennt, daß die bisher übliche Gleichsetzung der statischen Abplattungen der wirklichen und der regularisierten Erde auf die Annahme hinausläuft, daß bei der Regularisierung nicht nur C erhalten bleibt, sondern überdies das äquatoriale Trägheitsmoment $A^* = B^*$ der regularisierten Erde mit dem arithmetischen Mittel der beiden äquatorialen Trägheitsmomente der wirklichen Erde übereinstimmt. Diese willkürliche Annahme $q = 0$ bedeutet aber die Einbeziehung des Hauptgliedes des Störpotentials in die Normalfigur, wobei durch eine entsprechende Verfälschung der Abplattung der Normalfigur die zonalen Undulationen 2. O. gerade kompensiert werden.

§ 11 Der Einfluß der freien Parameter und der maximalen Meerestiefe

Um auch den Einfluß der freien Parameter abzuschätzen, wählen wir bei festgehaltener maximaler Meerestiefe von 10,8 km noch die beiden Fälle $\Delta Q = 0,5$ und $0,7$. Im ersten Falle wird $M = 38,973 \text{ km}$ und (4.17a) geht bei Beschränkung auf die zonalen Glieder bis einschließlich der 7. Ordnung über in:

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^7 \frac{1}{2n+1} [(n+2) 36,75 + 33,045] \bar{L}_n \quad (11.1)$$

und man findet folgende Undulationen

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	30°	60°	90°	120°	150°
$+ 90^\circ$			+ 0,25			
$+ 60^\circ$	- 1,52	- 0,89	+ 1,14	+ 5,75	+ 8,47	+ 6,22
$+ 30^\circ$	- 1,85	+ 2,12	+ 2,86	+ 16,84	+ 4,80	- 12,67
0°	- 6,28	+ 7,49	- 12,42	- 8,94	+ 0,82	- 1,53
$- 30^\circ$	- 4,59	+ 3,68	- 4,54	- 5,32	+ 3,60	+ 9,81
$- 60^\circ$	- 2,88	- 2,06	+ 3,53	+ 7,41	+ 4,19	+ 2,58
$- 90^\circ$			+ 28,34			

$\varphi' \backslash \lambda$	180°	210°	240°	270°	300°	330°
$+ 90^\circ$			+ 0,25			
$+ 60^\circ$	+ 3,06	+ 5,95	+ 14,25	+ 14,95	+ 5,65	- 0,58
$+ 30^\circ$	- 11,86	- 9,41	+ 7,27	+ 13,65	- 10,96	- 15,18
0°	- 5,61	- 6,54	- 3,93	+ 1,47	+ 10,75	- 10,20
$- 30^\circ$	- 1,76	- 6,21	- 2,00	- 0,84	+ 10,69	- 6,14
$- 60^\circ$	- 0,39	- 5,77	- 4,43	+ 0,78	+ 1,65	- 1,65
$- 90^\circ$			+ 28,34			

Abermals wachsen über dem Nordpol die Undulationen nach oben zuerst an und erreichen in einer Höhe von etwa 3150 km ihr Maximum : $\xi_{\max} = + 3,039$ m. Wie die folgende Tabelle zeigt, ist das Maximum äußerst flach.

R_o	: $\xi = + 0,248$ m ;	$R_o + 3200$ km	: $\xi = + 3,039$ m
$R_o + 1000$ km	+ 2,259	$R_o + 3300$ km	+ 3,037
$R_o + 2600$ km	+ 3,014	$2R_o$	+ 2,691
$R_o + 2900$ km	+ 3,035	$3R_o$	+ 1,944
$R_o + 3100$ km	+ 3,039 m ;	$4R_o$	+ 1,497 m.

Ähnlich liegen die Verhältnisse im Falle $\Delta Q = 0,7$. Man findet $M = 30,924$ km und

$$\xi = 0,000228 \sum_{n=2}^7 \frac{1}{2^{n+1}} \left[(n+2) \cdot 28,703 + 26,415 \right] \bar{L}_n, \quad (11.2)$$

ferner

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	30°	60°	90°	120°	150°
$+ 90^\circ$			+ 0,20			
$+ 60^\circ$	- 1,19	- 0,70	+ 0,90	+ 4,51	+ 6,63	+ 4,87
$+ 30^\circ$	- 1,45	+ 1,66	+ 2,24	+ 13,19	+ 3,76	- 9,92
0°	- 4,93	+ 5,86	- 9,73	- 7,00	+ 0,65	- 1,20
$- 30^\circ$	- 3,60	+ 2,87	- 3,56	- 4,17	+ 2,82	+ 7,68
$- 60^\circ$	- 2,25	- 1,60	+ 2,77	+ 5,81	+ 3,29	+ 2,03
$- 90^\circ$			+ 22,20			

$\varphi' \backslash \lambda$	180°	210°	240°	270°	300°	330°
+ 90°			+ 0,20			
+ 60°	+ 2,40	+ 4,67	+ 11,16	+ 11,72	+ 4,43	- 0,45
+ 30°	- 9,29	- 7,37	+ 5,70	+ 10,70	- 8,58	- 11,89
0°	- 4,40	- 5,13	- 3,08	+ 1,15	+ 8,42	- 7,99
- 30°	- 1,38	- 4,87	- 1,57	- 0,65	+ 8,37	- 4,81
- 60°	- 0,30	- 4,51	- 3,46	+ 0,61	+ 1,30	- 1,28
- 90°			+ 22,20			

Schließlich ergeben sich über dem Nordpol die Undulationen:

R_0	: $\xi = + 0,204 \text{ m}$;	$R_0 + 3200 \text{ km}$: $\xi = + 2,386 \text{ m}$
$R_0 + 1000 \text{ km}$	+ 1,778	$R_0 + 3300 \text{ km}$	+ 2,384
$R_0 + 2600 \text{ km}$	+ 2,366	$2R_0$	+ 2,112
$R_0 + 2900 \text{ km}$	+ 2,382	$3R_0$	+ 1,524
$R_0 + 3100 \text{ km}$	+ 2,386 m ;	$4R_0$	+ 1,174 m .

Das Maximum liegt also fast in der gleichen Höhe wie für $\Delta Q = 0,5$ und für $\Delta Q = 0,6$ (Seite 37).

Laut Readers Digest Weltatlas wurde im November 1962 vom britischen Forschungsschiff H.M.S. Cook östlich Mindanao im Philippinengraben die sogenannte Cooktiefe mit 11,516 km gemessen. Hierfür findet man gemäß (3.6a) und analog (4,17a) für $\Delta Q = 0,6$

$$\xi = 0,00228 \sum_{n=2}^7 \frac{1}{2n+1} \left[(n+2) \cdot 34,73 + 30,52 \right] \bar{L}_n \quad (11.3)$$

und damit

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	30°	60°	90°	120°	150°
+ 90°			+ 0,22			
+ 60°	- 1,43	- 0,84	+ 1,06	+ 5,41	+ 7,97	+ 5,86
+ 30°	- 1,73	+ 2,00	+ 2,69	+ 15,87	+ 4,52	- 11,93
0°	- 5,92	+ 7,06	- 11,71	- 8,42	+ 0,78	- 1,44

$\varphi' \backslash \lambda$	0°	30°	60°	90°	120°	150°
0°	- 5,92	+ 7,06	- 11,71	- 8,42	+ 0,78	- 1,44
- 30°	- 4,31	+ 3,47	- 4,27	- 5,00	+ 3,39	+ 9,24
- 60°	- 2,72	- 1,95	+ 3,32	+ 6,97	+ 3,94	+ 2,42
- 90°			+ 26,70			

$\varphi' \backslash \lambda$	180°	210°	240°	270°	300°	330°
+ 90°			+ 0,22			
+ 60°	+ 2,89	+ 5,61	+ 13,42	+ 14,08	+ 5,33	- 0,54
+ 30°	- 11,16	- 8,87	+ 6,85	+ 12,86	- 10,33	- 14,30
0°	- 5,27	- 6,15	- 3,70	+ 1,37	+ 10,13	- 9,60
- 30°	- 1,65	- 5,84	- 1,88	- 0,79	+ 10,07	- 5,78
- 60°	- 0,38	- 5,45	- 4,18	+ 0,73	+ 1,55	- 1,56
- 90°			+ 26,70			

Abermals finden wir über dem Nordpol die maximale Undulation in einer Höhe von 3100 km:

R_0	: $\xi = + 0,224$;	$R_0 + 3200 \text{ km}$: $\xi = + 2,859 \text{ m}$
$R_0 + 1000 \text{ km}$	+ 2,123	$2R_0$	+ 2,532
$R_0 + 3000 \text{ km}$	+ 2,858	$3R_0$	+ 1,829
$R_0 + 3100 \text{ km}$	+ 2,859	$4R_0$	+ 1,409 m.

Der Einfluß der freien Parameter des Problems der Isostic ist also stets verhältnismäßig gering. Auch die Mitnahme des in (4.17) unterdrückten dritten Gliedes in der eckigen Klammer ändert nichts an der Höhe des Maximums. Hingegen hat die obige Verfeinerung der fiktiven Kondensation nicht nur die Undulation im Geoid um rund 1 m vergrößert, sondern auch die Spannung bis zum Maximum, das überdies um rund 500 km tiefer liegt, um einen ähnlichen Betrag vermindert. Es folgt, daß wir bei einer physikalisch einwandfreien Berechnung des Störpotentials mit Undulationsänderungen von etwa 2 m rechnen müssen, welche das Bild des Undulationsverlaufes über dem Nordpol wesentlich beeinflussen können.

§ 12 Die Lösung 31. Ordnung im 5° - Raster

Für die Lösung mit allen Gliedern bis einschließlich $n = 31$ werden die Undulationen in 0,1 m ausgewiesen, was nach der letzten Bemerkung vollkommen genügt.

ISOSTATISCHES GEOID OHNE EISKORREKTUR (HOEHEN IN METER, RASTER 5X5 GRAD)

L=	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5
85	-5.6	-5.8	-6.0	-6.1	-6.1	-6.1	-6.0	-5.9	-5.8	-5.6	-5.5	-5.4	-5.4	-5.4	-5.4	-5.5	-5.6	-5.8	-6.1
80	-1.4	-1.8	-1.7	-1.3	-.7	-.1	.4	.7	.8	.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.7	1.7	1.7	1.6	1.3
75	-5.6	-5.0	-3.5	-1.7	.1	1.3	1.8	1.6	1.2	.7	.5	.6	.9	1.4	1.9	2.3	2.6	2.9	3.2
70	-7.7	-6.8	-4.6	-2.1	-.2	.6	.6	.1	-.2	-.1	.4	1.0	1.6	2.0	2.3	2.2	2.0	2.0	2.4
65	-4.0	-2.9	-.6	1.5	2.3	1.7	.6	.0	.3	1.0	1.5	1.6	1.4	1.4	1.6	2.0	2.4	2.9	3.5
60	-2.2	-1.0	.6	1.1	.4	-.6	-1.1	-.9	-.2	.5	.8	.7	.8	1.1	1.4	1.7	2.3	3.2	4.1
55	-.5	-.2	-.5	-1.6	-2.0	-.9	.3	.6	.4	.1	-.1	.3	1.6	2.7	2.7	1.8	1.7	3.1	5.0
50	-.9	.3	.9	.6	.7	1.2	.2	-1.1	-.9	.0	.1	.4	1.3	1.5	1.5	2.8	4.9	7.2	9.4
45	-.9	-.7	.6	1.5	1.6	.7	-1.8	-3.2	-1.2	.6	-.1	-.3	.8	1.2	3.0	7.2	9.4	8.8	9.4
40	-1.2	-4.5	-4.5	-3.8	-3.3	-1.2	.3	1.0	3.1	3.8	1.7	.3	1.0	3.6	9.0	14.7	15.0	11.5	12.0
35	1.1	-1.5	-2.1	-3.9	-6.5	-5.3	-2.5	-.4	2.4	4.6	6.1	6.5	5.8	7.6	11.6	16.0	21.6	25.3	26.2
30	2.1	2.1	2.1	.5	-2.0	-2.4	-1.6	.2	2.2	1.5	2.8	6.5	6.9	7.4	6.2	4.7	13.5	22.9	22.9
25	1.0	2.1	2.8	2.8	2.2	2.6	1.8	1.9	4.3	2.7	1.0	1.8	-.7	-.5	1.9	1.1	4.2	7.0	5.7
20	1.7	3.4	4.1	3.5	2.4	2.9	1.6	.1	2.4	4.7	4.0	.2	-6.9	-9.0	-1.8	4.3	3.5	.2	.9
15	.9	1.3	1.5	1.4	3.2	4.2	3.7	4.4	3.5	2.4	-.2	-5.7	-9.5	-11.5	-6.6	2.4	.7	-5.4	-3.2
10	1.8	2.2	4.0	3.2	4.6	4.5	2.9	6.9	7.4	3.8	-2.9	-11.0	-11.0	-11.5	-9.7	-.6	-1.5	-8.4	-6.5
5	-5.0	-2.3	4.6	5.7	4.4	5.7	4.8	6.9	7.7	2.7	-6.2	-13.4	-10.9	-10.4	-10.4	-6.0	-7.1	-9.1	-7.7
0	-12.1	-9.1	.4	5.8	3.8	6.4	7.9	8.1	4.2	-6.0	-12.2	-12.7	-10.4	-10.1	-8.5	-9.1	-12.6	-10.0	-10.6
-5	-11.1	-10.2	-2.3	5.8	6.4	7.4	8.8	9.7	1.8	-10.0	-10.2	-6.7	-8.1	-10.0	-7.4	-9.2	-13.0	-9.0	-9.9
-10	-12.3	-13.4	-6.1	5.6	10.5	10.2	10.6	10.0	1.2	-6.4	-7.0	-6.5	-5.1	-5.8	-7.3	-10.2	-12.2	-9.3	-9.1
-15	-11.5	-12.4	-4.5	9.4	12.7	9.8	11.0	7.6	1.5	2.6	-2.5	-8.7	-4.5	-4.4	-8.3	-10.8	-10.7	-8.8	-10.0
-20	-9.4	-8.7	-2.9	10.1	11.4	8.2	11.3	4.8	-.7	5.4	-.6	-8.5	-5.1	-5.9	-6.9	-7.7	-9.6	-8.3	-10.7
-25	-6.9	-6.5	-4.8	6.7	11.8	11.2	11.7	2.2	-4.0	.4	-4.7	-9.8	-7.1	-7.7	-5.6	-4.7	-8.2	-7.2	-7.5
-30	-6.3	-7.2	-7.3	2.5	11.5	12.3	8.4	-.5	-4.7	-1.8	-4.2	-7.0	-6.0	-7.3	-6.2	-4.2	-4.9	-4.1	-3.2
-35	-6.7	-7.7	-8.2	-3.1	3.1	3.2	-.9	-5.5	-6.7	-4.1	-3.5	-4.6	-5.2	-6.1	-4.9	-2.3	-1.2	-1.7	-2.9
-40	-6.3	-6.1	-6.5	-5.8	-4.5	-5.2	-5.9	-4.7	-3.0	-1.7	-2.1	-4.5	-6.7	-6.6	-4.2	-1.8	-.8	-.9	-1.7
-45	-5.2	-4.9	-5.1	-5.5	-5.7	-6.2	-5.2	-2.1	.5	.8	-.8	-2.9	-3.5	-1.6	.7	.7	-.5	-.4	.6
-50	-1.0	-1.5	-2.2	-2.8	-3.3	-4.3	-5.0	-4.3	-2.7	-1.8	-2.1	-2.3	-.8	2.6	4.9	4.0	1.1	-.5	-.2
-55	-.7	-1.8	-2.9	-3.3	-3.1	-3.6	-4.7	-5.2	-4.4	-3.2	-2.7	-2.8	-2.0	.6	3.5	4.2	2.4	.0	-1.4
-60	-3.5	-4.2	-4.9	-5.0	-4.6	-4.4	-4.7	-5.1	-4.8	-4.0	-3.5	-3.3	-2.9	-1.3	1.0	2.7	3.0	2.1	1.0
-65	-2.8	-2.0	-1.7	-1.8	-2.0	-2.0	-1.5	-.4	1.2	3.0	4.4	4.9	4.6	4.1	4.1	4.8	5.1	7.6	8.9
-70	9.4	10.4	10.6	10.1	9.5	9.3	10.0	11.7	14.1	16.6	18.5	19.3	18.8	17.6	16.4	15.9	16.5	17.8	19.1
-75	21.9	22.7	23.0	22.8	22.4	22.0	21.8	22.1	22.7	23.4	23.9	24.0	23.7	23.2	22.7	22.4	22.3	22.5	22.8
-80	20.0	20.3	20.5	20.5	20.4	20.2	20.0	19.9	19.9	19.9	19.9	19.9	20.0	20.3	20.8	21.4	22.0	22.6	23.4
-85	22.6	22.4	22.3	22.2	22.1	22.1	22.1	22.2	22.4	22.6	22.9	23.2	23.6	24.0	24.5	25.0	25.5	26.0	26.4
-90	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2
L=	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90

ISOSTATISCHES GEOID OHNE EISKORREKTUR (HÖHEN IN METERN, RASTER 5x5 GRAD)

L=	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250	255	260	265	270
90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5
85	-8.1	-8.1	-8.1	-8.0	-7.9	-7.6	-7.3	-6.9	-6.4	-5.8	-5.2	-4.5	-3.8	-3.1	-2.5	-2.0	-1.5	-1.1	-0.7
80	-2.2	-3.3	-4.6	-5.7	-6.5	-6.9	-6.8	-6.2	-5.3	-3.8	-2.0	-0.1	1.7	3.2	4.4	5.2	5.7	6.0	6.1
75	4.4	3.5	2.4	1.3	.2	-.5	-.8	-.6	.3	1.7	3.6	5.4	7.0	8.1	8.5	8.4	8.0	7.4	6.6
70	8.1	7.7	7.5	7.5	7.7	8.0	8.1	8.1	8.1	8.2	8.5	8.9	9.2	9.2	8.9	8.6	8.3	8.3	8.4
65	8.5	7.4	7.2	8.3	10.1	12.0	13.4	14.2	14.5	14.2	13.5	12.3	11.3	10.8	10.7	10.6	10.1	9.3	8.9
60	2.8	4.4	6.7	8.9	10.1	10.1	9.8	10.4	12.3	14.6	15.7	15.0	13.1	11.9	12.0	12.5	11.9	10.2	8.2
55	-2.0	.8	3.0	4.1	3.7	1.7	-.6	-1.1	1.4	6.5	12.1	15.7	16.3	15.1	13.8	13.2	12.6	11.9	10.9
50	-6.1	-6.1	-6.6	-6.5	-5.7	-4.8	-4.1	-3.1	-1.4	1.5	6.6	12.7	16.7	17.5	16.5	14.8	13.1	12.4	12.3
45	-9.9	-9.6	-8.9	-8.1	-7.4	-6.5	-4.9	-2.5	-.6	-0.0	2.7	9.6	16.2	19.1	19.8	18.8	15.7	13.0	12.2
40	-9.6	-9.4	-8.6	-7.9	-7.3	-6.8	-6.3	-5.2	-3.5	-2.8	-.5	7.8	17.6	22.3	22.9	21.2	17.2	13.3	11.7
35	-7.2	-8.6	-10.0	-10.2	-9.1	-7.6	-6.4	-5.7	-4.6	-3.7	-3.6	.7	10.1	17.8	20.7	19.6	16.3	13.9	12.5
30	-8.7	-7.3	-7.0	-7.5	-8.0	-8.6	-7.1	-5.3	-4.3	-2.3	-2.0	-1.9	2.7	10.1	17.1	19.3	14.9	10.7	10.1
25	-9.3	-6.4	-4.9	-5.4	-4.9	-5.7	-6.2	-5.0	-4.2	-2.9	-1.5	-.6	1.1	3.6	10.4	18.3	15.6	7.0	4.2
20	-6.6	-6.8	-5.4	-6.1	-4.5	-3.7	-6.5	-7.1	-4.9	-4.1	-3.7	-1.4	.7	.5	2.3	10.6	15.0	11.1	8.2
15	-8.7	-9.0	-6.7	-7.5	-7.7	-6.5	-6.7	-6.9	-5.5	-5.3	-5.4	-3.1	-.8	.6	-0.0	1.5	5.3	6.9	11.1
10	-9.9	-8.3	-7.1	-5.9	-5.5	-6.9	-6.0	-5.2	-5.3	-5.8	-6.6	-5.1	-3.8	-1.5	.6	.9	.0	-1.9	3.2
5	-8.5	-7.7	-8.4	-5.8	-2.7	-4.8	-5.5	-4.9	-4.6	-4.8	-6.6	-5.5	-3.4	-2.3	-.7	.9	1.5	.7	1.6
0	-7.4	-7.5	-8.5	-8.5	-6.0	-4.6	-4.4	-3.9	-3.8	-5.4	-6.3	-5.5	-3.8	-2.0	-2.0	-1.8	-1.1	1.3	3.0
-5	-6.8	-7.5	-6.8	-5.6	-5.9	-5.1	-5.8	-5.2	-3.6	-5.0	-4.2	-4.3	-4.5	-2.7	-2.5	-1.5	-2.1	-2.2	-1.4
-10	-3.1	-5.6	-6.2	-3.4	-5.4	-6.3	-5.7	-4.9	-3.1	-4.3	-4.3	-3.9	-3.2	-1.8	-2.3	-1.9	-2.6	-1.7	-1.6
-15	2.8	-.1	-6.4	-5.5	-6.2	-6.0	-2.5	-1.8	-2.1	-3.9	-4.5	-3.1	-2.0	-.9	-.4	-2.0	-4.0	-2.6	-2.0
-20	3.3	.3	-9.2	-7.9	-5.2	-5.2	-3.6	-3.8	-3.5	-3.4	-3.5	-1.8	-2.2	-2.2	-1.2	-3.0	-2.7	-2.5	-4.9
-25	1.6	-1.9	-9.3	-7.8	-6.5	-6.7	-4.9	-5.4	-4.9	-3.7	-3.7	-2.0	-2.0	-1.5	-.7	-3.1	-1.1	-.5	-4.0
-30	-1.5	-6.2	-8.4	-5.7	-7.4	-7.8	-4.8	-5.0	-5.0	-4.3	-4.2	-2.5	-2.3	-2.0	-.4	-2.0	-2.1	-1.5	-2.8
-35	-1.1	-8.5	-9.5	-6.3	-7.2	-8.2	-7.0	-6.8	-6.0	-5.5	-5.9	-4.4	-3.8	-3.8	-1.9	-1.9	-2.8	-1.6	-.6
-40	3.5	-3.0	-6.7	-7.3	-7.8	-7.4	-6.7	-6.8	-6.4	-6.4	-6.8	-5.6	-3.8	-2.3	-1.0	-1.9	-3.4	-2.2	-.2
-45	3.3	-1.6	-5.0	-7.1	-7.9	-7.2	-6.9	-7.8	-8.3	-7.7	-6.8	-5.5	-3.7	-1.9	-1.3	-2.7	-4.0	-3.4	-2.3
-50	-1.2	-5.2	-5.9	-5.4	-5.4	-5.5	-5.4	-5.4	-5.3	-4.9	-4.2	-3.1	-1.7	-.8	-1.4	-2.9	-3.8	-4.0	-4.3
-55	-5.5	-6.4	-5.2	-3.9	-3.5	-3.4	-2.7	-1.8	-1.7	-2.4	-2.9	-2.5	-1.9	-2.3	-3.6	-4.7	-4.8	-4.6	-5.0
-60	-2.9	-2.2	-1.6	-1.4	-1.3	-1.1	-.9	-1.2	-2.1	-3.1	-3.5	-3.3	-3.5	-4.5	-5.6	-5.4	-4.1	-3.1	-3.4
-65	1.8	1.5	1.1	.8	.8	.7	.0	-1.3	-2.8	-3.8	-3.8	-3.5	-3.7	-4.4	-5.1	-5.1	-4.2	-3.4	-3.2
-70	4.5	2.5	.8	-.5	-1.2	-1.7	-2.0	-2.2	-2.1	-1.4	-.2	1.1	2.0	2.3	2.2	2.1	2.3	3.0	4.3
-75	9.9	7.8	6.2	5.2	5.1	5.7	7.0	8.9	11.2	13.5	15.6	17.1	18.0	18.2	17.8	17.2	16.5	16.2	16.3
-80	13.4	12.5	12.2	12.3	12.9	14.0	15.4	17.1	18.9	20.5	21.7	22.5	22.9	23.0	22.8	22.3	21.8	21.3	21.0
-85	19.7	19.3	19.0	18.9	19.0	19.1	19.4	19.8	20.2	20.6	21.1	21.5	22.0	22.3	22.7	23.0	23.3	23.6	23.9
-90	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2
L=	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250	255	260	265	270

TSOSTATISCHES GEOID OHNE EISKORREKTUR (HOEHEN IN METERN, RASTER 5X5 GRAD)

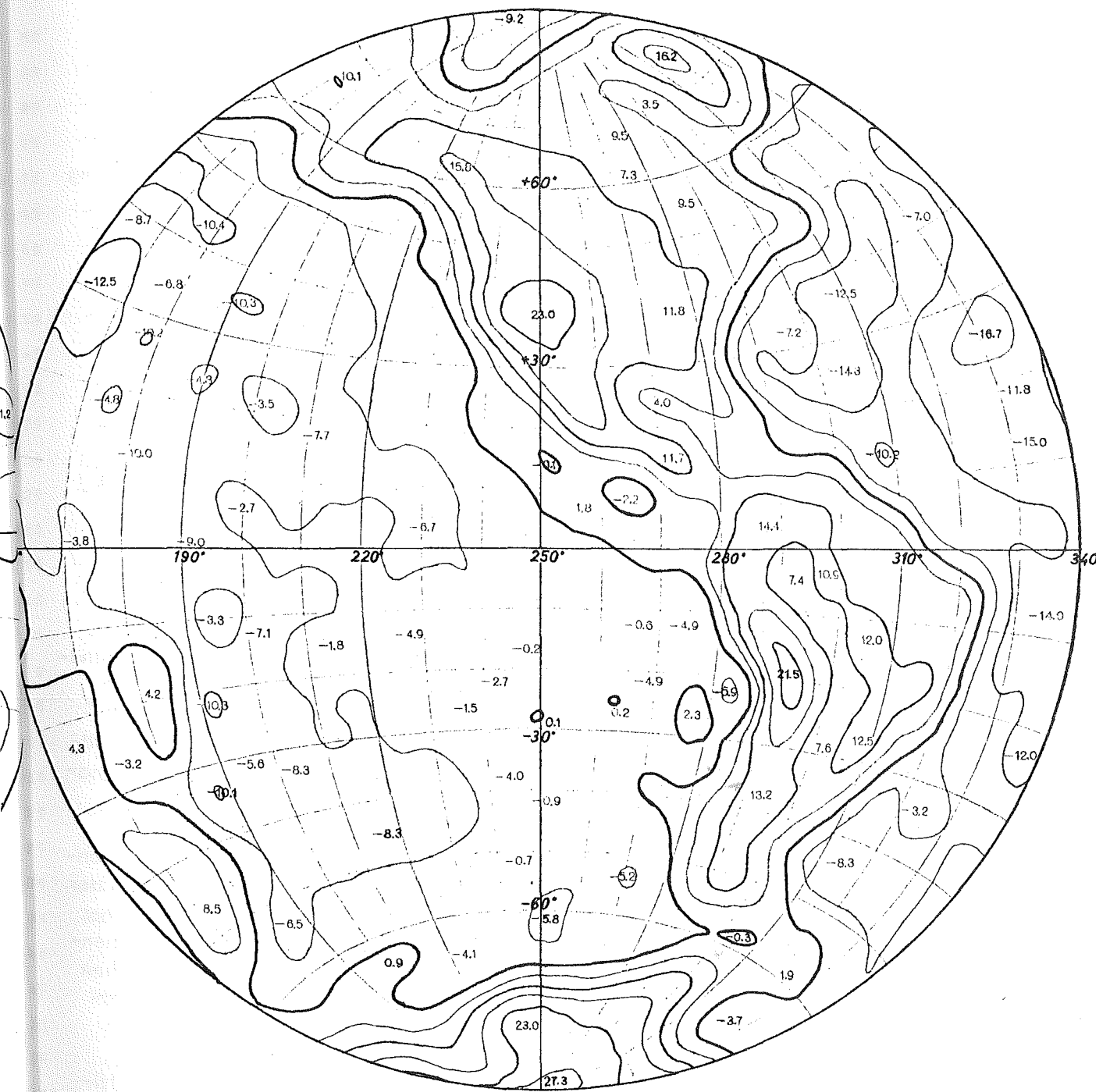
	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	350	355	360	
65 27																				
L =	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	350	355	360	
0.5 -8.0																				
0.1 -9.0	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5
0.0 6.85	-0.7	-0.5	-0.3	-0.2	-0.1	-0.1	-0.2	-0.4	-0.7	-1.0	-1.4	-1.9	-2.5	-3.0	-3.6	-4.2	-4.7	-5.2	-5.6	-5.6
0.4 6.80	6.1	6.2	6.3	6.6	7.2	8.1	9.2	10.2	10.9	11.2	11.0	10.2	8.8	6.9	4.7	2.5	.7	-0.6	-1.4	-1.4
0.3 8.75	6.6	5.7	4.9	4.4	4.6	5.8	7.9	10.6	13.4	15.5	16.2	15.2	12.7	8.9	4.7	.6	-2.7	-4.9	-5.6	-5.6
0.3 8.70	8.4	8.3	7.5	6.0	4.3	3.5	4.5	7.2	10.6	13.2	13.8	12.1	8.9	5.2	1.6	-1.8	-4.7	-6.9	-7.7	-7.7
0.2 8.65	8.9	9.0	9.0	8.1	6.3	4.6	4.1	5.4	7.6	9.0	8.2	5.3	1.9	-0.3	-1.0	-1.2	-2.1	-3.4	-4.0	-4.0
1.9 10.60	8.2	7.4	7.8	8.4	7.7	5.5	2.5	-0.1	-1.5	-1.8	-2.0	-3.2	-5.1	-6.0	-4.9	-2.8	-1.7	-2.1	-2.2	-2.2
2.4 12.55	10.9	9.9	9.4	9.5	9.3	7.5	4.1	-0.4	-4.8	-7.4	-7.3	-6.2	-6.3	-7.3	-6.7	-3.8	-1.2	-0.5	-0.5	-0.5
3.0 12.50	12.3	10.9	9.0	8.6	9.1	8.4	6.8	4.7	.5	-5.5	-9.3	-9.3	-8.6	-10.2	-11.8	-10.1	-5.9	-2.6	-0.9	-0.9
3.3 11.45	12.2	11.4	10.2	9.8	8.6	5.0	1.4	.3	-1.6	-6.9	-11.6	-11.3	-8.6	-9.2	-13.2	-14.4	-9.1	-2.9	-0.9	-0.9
3.9 12.40	11.7	11.8	11.5	8.1	2.2	-3.9	-8.3	-9.6	-9.9	-11.3	-11.6	-9.2	-7.1	-8.3	-13.1	-14.9	-8.1	-0.7	-1.2	-1.2
0.7 10.75	12.5	11.8	9.8	2.0	-6.0	-7.8	-9.4	-12.0	-12.3	-11.8	-10.2	-8.3	-9.4	-12.1	-14.9	-14.0	-6.3	1.2	1.1	1.1
7.0 4.30	10.1	10.7	8.3	-2.1	-10.0	-8.2	-9.0	-12.5	-10.5	-8.9	-9.9	-11.4	-13.9	-14.9	-13.2	-8.7	-2.8	1.1	2.1	2.1
1.1 8.25	4.2	5.8	7.0	1.1	-7.9	-10.3	-12.2	-14.2	-10.8	-9.5	-12.5	-15.2	-16.6	-15.8	-11.0	-2.8	1.4	.7	1.0	1.0
6.9 11.20	8.2	5.3	4.0	4.2	-1.8	-6.8	-8.6	-10.3	-8.9	-9.1	-12.9	-13.9	-12.6	-12.7	-9.2	-1.3	1.4	.3	1.7	1.7
-1.9 3.15	11.1	10.1	3.6	2.4	.4	-0.9	-2.3	-8.6	-9.4	-7.4	-11.5	-14.1	-13.2	-13.3	-9.6	-2.2	.1	-0.0	.9	.9
.7 1.10	3.2	7.5	6.1	7.8	7.4	6.9	4.9	-3.9	-8.5	-8.1	-9.5	-11.6	-13.5	-14.5	-11.3	-3.8	1.8	3.1	1.8	1.8
1.3 3.5	1.6	1.5	5.6	13.6	13.2	10.8	9.5	6.2	1.0	-7.2	-9.6	-8.5	-9.4	-9.9	-12.3	-11.0	-6.0	-4.4	-5.0	-5.0
-2.2 -1.0	3.0	2.1	8.6	13.4	9.6	10.1	9.2	7.9	7.7	-0.1	-5.5	-8.0	-10.5	-9.3	-11.7	-12.8	-11.9	-12.9	-12.1	-12.1
-1.7 -1.5	-1.4	-0.7	9.1	13.2	7.5	9.6	10.3	7.5	8.3	7.7	5.5	-2.2	-11.2	-13.0	-11.6	-8.6	-9.0	-11.6	-11.1	-11.1
-2.6 -2.10	-1.6	-4.8	3.1	14.7	14.1	9.0	9.3	11.1	8.6	8.3	7.2	-2.9	-11.5	-13.4	-11.6	-7.7	-8.4	-11.0	-12.3	-12.3
-2.5 -4.15	-2.0	-3.8	-1.1	10.2	20.2	14.9	9.0	11.6	10.1	10.1	6.2	-6.5	-10.7	-10.9	-10.7	-6.4	-7.7	-10.8	-11.5	-11.5
-.5 -4.20	-4.8	-1.6	-3.1	-2.5	15.4	20.6	10.2	9.2	10.6	10.6	4.7	-6.6	-8.8	-10.4	-11.7	-5.9	-7.9	-12.2	-9.4	-9.4
-1.5 -2.25	-4.0	.8	-0.3	-3.6	12.4	18.9	9.0	10.1	11.5	5.2	-0.9	-6.9	-8.6	-10.0	-10.1	-5.2	-7.2	-11.0	-6.9	-6.9
-1.6 3.0	-2.8	-0.1	.1	1.4	12.2	13.8	7.8	10.7	7.8	-1.7	-3.6	-4.1	-6.1	-7.0	-6.9	-4.8	-5.5	-7.8	-6.3	-6.3
-2.2 3.5	-0.6	-0.7	-1.3	2.7	10.9	12.5	9.7	7.7	.4	-6.6	-5.3	-4.1	-5.2	-4.7	-4.7	-4.2	-3.9	-5.7	-6.7	-6.7
-3.4 2.0	-0.2	.4	1.7	6.6	12.1	12.3	7.7	1.3	-5.1	-7.6	-6.7	-6.9	-6.8	-4.6	-3.3	-2.8	-3.0	-5.1	-6.3	-6.3
-4.0 4.15	-2.3	-1.1	1.9	7.2	11.0	10.0	4.3	-2.7	-7.3	-8.1	-7.3	-7.3	-6.7	-4.9	-3.2	-2.2	-2.5	-4.3	-5.2	-5.2
-4.6 5.0	-4.3	-3.6	.1	6.2	10.9	11.4	7.9	2.6	-1.5	-3.1	-3.3	-3.7	-4.6	-5.1	-4.3	-2.4	-1.0	-0.7	-1.0	-1.0
-3.1 5.5	-5.0	-4.6	-2.0	2.1	5.1	5.3	3.5	1.5	.7	1.0	1.3	.5	-1.5	-3.6	-4.2	-3.1	-1.5	-0.6	-0.7	-0.7
-3.4 5.0	-3.4	-4.4	-4.6	-3.2	-1.3	.2	.7	.8	.9	1.2	1.4	1.2	.3	-1.1	-2.5	-3.3	-3.5	-3.4	-3.5	-3.5
3.0 5.5	-3.2	-2.9	-1.7	1.1	4.9	8.0	9.0	7.5	4.3	.9	-1.5	-2.5	-2.7	-3.0	-3.7	-4.3	-4.5	-3.8	-2.8	-2.8
16.2 7.0	4.3	6.1	8.5	11.2	13.4	14.2	12.8	9.3	4.9	1.0	-1.4	-1.9	-1.0	.6	2.4	4.1	5.8	7.7	9.4	9.4
21.3 7.5	16.3	16.9	17.6	18.2	18.3	17.5	16.0	13.9	11.8	10.1	9.2	9.3	10.4	12.2	14.3	16.6	18.7	20.5	21.9	21.9
23.6 8.0	21.0	20.9	21.0	21.1	21.0	20.9	20.6	20.3	19.9	19.5	19.0	18.6	18.5	18.5	18.8	19.1	19.4	19.7	20.0	20.0
27.2 8.5	23.9	24.2	24.4	24.6	24.7	24.9	24.9	24.9	24.9	24.7	24.6	24.4	24.1	23.9	23.6	23.3	23.0	22.8	22.6	22.6
0 265 9.0	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2	27.2
=	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	350	355	360	



Fig. 12.1

Isostatisches Geoid 31. Ordnung, ohne Eiskorrektur.

Die 5 m - Schichtenlinien wurden mit Parabeln höherer Ordnung interpoliert.
Die wichtigsten Maxima und Minima sind durch ihre Höhen in Metern dargestellt.



Gegenüber der Näherung siebenter Ordnung ist der quadratische Mittelwert der nunmehr 2522 Undulationen von $\pm 7,66$ m auf $\pm 9,24$ m angewachsen. Die beiden Pole sind darin, der Vorgangsweise des Abschnittes 9 entsprechend, nur 1 mal berücksichtigt. Korrekter ist es, den Tabellenwerten Gewichte zuzuordnen, die den Flächen der Rastervierverecke proportional sind. Der quadratische Mittelwert beträgt dann $\pm 7,87$ m.

Die in der Zeichnung enthaltenen Schichtenlinien wurden mit Parabeln 5. Ordnung aus einem $2,5 \times 2,5^\circ$ - Raster ermittelt, der seinerseits durch Interpolation aus dem ursprünglichen 5° - Raster entstand. Die Koten der Maxima und Minima wurden graphisch bestimmt, bei einzelnen besonders spitzen Extremwerten entstammen sie gesonderten Berechnungen.

Beim Vergleich mit dem isostatischen Geoid siebenter Ordnung fällt - abgesehen von den Detailformen - auf, daß der australische Block nun mit Südostasien, aber auch mit der Antarktis zusammenhängt und daß die Nulllinie im Gebiet Europas zwei deutliche, allerdings niedrige Vorwölbungen aufweist. Auch sind die Hauptmaxima und -minima der einzelnen Kontinente und Weltmeere viel stärker ausgeprägt und reichen jetzt von $+ 28,6$ m in der Nähe des Himalaya bis $- 16,7$ m im Nordatlantik. Zusätzlich treten zahlreiche Nebenmaxima auf, vor allem im Bereich der südlichen Ozeanbecken.

Wie schon im § 9 erwähnt, muß wegen des antarktischen und grönländischen Inland-eises noch eine Korrektur angebracht werden, welche die Massendifferenzen dieser Kontinentalsäulen richtigstellt. Sie verringert die Geoidhöhen im Polargebiet merklich, läßt sie aber in mittleren und niederen Breiten fast unverändert. Die Gesamtlösung bis zur 31. Ordnung wird in der folgenden Tabelle wieder im $5 \times 5^\circ$ - Raster ausgewiesen.

Der ponderierte quadratische Mittelwert der Undulationen nimmt gegenüber der unkorrigierten Lösung um 40 cm ab und beträgt nunmehr $\pm 7,47$ m. Durch Anbringen der Eiskorrektur sinkt das Maximum in der Antarktis von $27,5$ m auf $20,6$ m ab und jenes in Grönland von $16,2$ m auf $13,2$ m, was auch beim Vergleich mit anderen Kontinenten plausibel erscheint. Die Nulllinie wird aber, abgesehen vom südlichen Indischen Ozean, dem Gebiet Melanesiens und einigen Stellen Europas, nur geringfügig verschoben.

Die größten Undulationen finden sich mit $+ 28,5$ m und $- 16,6$ m wieder beim Himalaya und im Atlantischen Ozean. Die nächsthöheren Erhebungen auf $+ 23,0$ m und $+ 21,8$ m treten in Nord- und Südamerika auf, wogegen Afrika, Australien und besonders Europa stark zurückbleiben. Die Minima im Pazifischen und Indischen Ozean erreichen beide fast $- 14$ m. Der stärkste Geoidabfall tritt westlich der Anden auf, wo die Neigung gegen das Normalsphäroid 15 m auf 380 km oder umgerechnet $8''$ beträgt.

ISOSTATISCHES GEOID INCL.EISKORREKTUR (HOEHEN IN METER, RASTER 5X5 GRAD)

L=	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
90	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7
85	-7.3	-7.4	-7.5	-7.5	-7.4	-7.3	-7.1	-6.9	-6.7	-6.5	-6.3	-6.1	-6.0	-6.0	-5.9	-6.0	-6.1	-6.3	-6.5
80	-3.2	-3.3	-3.1	-2.5	-1.7	-.9	-.3	.1	.4	.5	.7	1.0	1.3	1.4	1.5	1.6	1.6	1.4	1.1
75	-6.9	-6.1	-4.3	-2.3	-.4	.9	1.5	1.4	1.0	.5	.3	.4	.7	1.1	1.6	1.9	2.3	2.5	2.8
70	-8.2	-7.1	-4.8	-2.2	-.3	.5	.4	-.1	-.4	-.4	-.1	.5	1.0	1.4	1.6	1.6	1.3	1.3	1.8
65	-4.1	-2.9	-.6	1.5	2.2	1.5	.3	-.4	-.2	.4	.9	.9	.8	.7	.9	1.3	1.8	2.3	2.9
60	-2.3	-1.1	.4	.8	.0	-1.1	-1.6	-1.4	-.7	.0	.3	.2	.3	.7	1.0	1.3	1.9	2.9	3.8
55	-.8	-.6	-.9	-2.0	-2.5	-1.4	-.2	.2	.1	-.2	-.4	.1	1.4	2.5	2.5	1.6	1.4	2.8	4.8
50	-1.3	-.1	.5	.2	.4	.9	-.0	-1.4	-1.1	-.2	-.1	.2	1.0	1.3	1.3	2.5	4.6	6.8	9.0
45	-1.1	-.8	.5	1.4	1.5	.6	-1.9	-3.4	-1.4	.4	-.4	-.6	.4	.8	2.6	6.7	8.9	8.3	9.0
40	-1.2	-4.5	-4.4	-3.8	-3.3	-1.3	.2	.9	2.9	3.5	1.4	-.0	.7	3.2	8.7	14.4	14.7	11.2	11.8
35	1.2	-1.5	-2.1	-4.0	-6.6	-5.5	-2.7	-.5	2.2	4.4	5.9	6.3	5.7	7.4	11.5	15.9	21.5	25.2	26.2
30	2.1	2.0	2.0	.4	-2.2	-2.5	-1.7	.1	2.1	1.4	2.8	6.5	7.0	7.4	6.2	4.7	13.5	22.8	22.8
25	1.0	2.1	2.8	2.8	2.2	2.6	1.8	1.9	4.3	2.8	1.1	1.8	-.7	-.6	1.8	1.0	4.1	6.8	5.6
20	1.9	3.5	4.2	3.6	2.6	3.1	1.8	.2	2.5	4.8	4.0	.2	-7.0	-9.1	-1.8	4.2	3.5	.1	.8
15	1.1	1.5	1.8	1.7	3.4	4.4	3.9	4.6	3.6	2.5	-.1	-5.6	-9.4	-11.4	-6.5	2.5	.9	-5.3	-3.0
10	2.0	2.4	4.1	3.4	4.8	4.6	3.1	7.1	7.6	4.0	-2.6	-10.8	-10.7	-11.2	-9.4	-.3	-1.2	-8.1	-6.2
5	-4.8	-2.1	4.8	5.8	4.6	5.9	5.0	7.2	8.0	3.0	-5.9	-13.1	-10.6	-10.1	-10.0	-5.7	-6.9	-8.8	-7.4
0	-11.8	-8.8	.7	6.1	4.2	6.8	8.3	8.5	4.6	-5.6	-11.9	-12.4	-10.1	-9.8	-8.2	-8.9	-12.3	-9.7	-10.3
-5	-10.7	-9.7	-1.8	6.3	6.9	7.9	9.3	10.1	2.2	-9.6	-9.8	-6.3	-7.8	-9.6	-7.1	-8.9	-12.7	-8.7	-9.5
-10	-11.8	-12.9	-5.6	6.1	11.0	10.7	11.0	10.4	1.7	-6.0	-6.5	-6.0	-4.6	-5.3	-6.7	-9.6	-11.6	-8.7	-8.4
-15	-11.1	-12.1	-4.1	9.8	13.1	10.2	11.5	8.1	2.0	3.1	-2.0	-8.2	-3.9	-3.7	-7.7	-10.1	-10.0	-8.2	-9.4
-20	-9.0	-8.3	-2.5	10.5	11.8	8.6	11.8	5.3	-.1	5.9	-.0	-7.8	-4.5	-5.3	-6.3	-7.2	-9.1	-7.8	-10.2
-25	-6.4	-6.0	-4.2	7.3	12.4	11.8	12.3	2.9	-3.4	1.0	-4.1	-9.2	-6.5	-7.1	-5.0	-4.2	-7.7	-6.7	-6.9
-30	-5.7	-6.6	-6.7	3.2	12.2	13.0	9.1	.2	-4.0	-1.1	-3.6	-6.4	-5.4	-6.7	-5.6	-3.5	-4.2	-3.3	-2.4
-35	-6.2	-7.1	-7.7	-2.5	3.7	3.7	-.3	-4.9	-5.1	-3.5	-2.8	-3.9	-4.5	-5.3	-4.1	-1.4	-.4	-.8	-2.0
-40	-5.9	-5.7	-6.1	-5.5	-4.2	-4.8	-5.5	-4.2	-2.4	-1.1	-1.5	-3.8	-6.1	-5.9	-3.5	-1.1	-.2	-.3	-1.1
-45	-4.7	-4.5	-4.7	-5.1	-5.3	-5.8	-4.8	-1.6	1.1	1.3	-.2	-2.3	-2.9	-1.1	1.1	1.1	-.2	-.1	.9
-50	-.5	-.9	-1.7	-2.2	-2.6	-3.7	-4.4	-3.6	-2.1	-1.2	-1.5	-1.8	-.3	3.1	5.4	4.4	1.5	-.8	.3
-55	-.3	-1.2	-2.3	-2.6	-2.4	-2.9	-4.0	-4.6	-3.9	-2.7	-2.2	-2.3	-1.4	1.3	4.2	4.9	3.2	.9	-.5
-60	-3.4	-4.0	-4.6	-4.8	-4.4	-4.3	-4.7	-5.1	-4.8	-4.1	-3.5	-3.3	-2.7	-1.0	1.3	3.1	3.4	2.5	1.3
-65	-3.2	-2.5	-2.3	-2.6	-2.9	-3.0	-2.7	-1.7	-.2	1.6	3.0	3.5	3.3	2.8	2.8	3.4	4.6	5.9	7.0
-70	8.1	8.9	8.8	8.1	6.7	7.2	8.6	10.9	13.2	15.0	15.6	15.0	13.6	12.3	11.6	11.9	12.8	13.8	
-75	19.3	19.9	19.8	19.3	18.5	17.8	17.3	17.3	17.6	18.0	18.3	18.1	17.5	16.7	15.9	15.3	15.0	14.9	14.9
-80	15.6	15.6	15.6	15.4	15.0	14.6	14.1	13.7	13.4	13.1	12.8	12.6	12.4	12.5	12.7	13.1	13.6	14.1	14.7
-85	16.5	16.2	15.9	15.7	15.5	15.4	15.3	15.3	15.3	15.4	15.5	15.7	16.0	16.4	16.7	17.1	17.6	18.0	18.5
-90	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4
L=	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	65	70	75	80	85	90	

ISOSTATISCHES GEOID INCL.EISKORREKTUR (HOEHEN IN METER, RASTER 5X5 GRAAD)

L=	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180
90	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7
85	-6.5	-6.8	-7.0	-7.3	-7.6	-7.9	-8.1	-8.3	-8.4	-8.5	-8.5	-8.5	-8.6	-8.5	-8.5	-8.6	-8.6	-8.7	-8.7
80	1.1	.6	-.1	-.9	-1.5	-1.9	-2.2	-2.4	-2.4	-2.2	-1.7	-1.2	-.7	-.4	-.4	-.6	-1.0	-1.6	-2.5
75	2.8	3.1	3.3	3.3	3.3	3.2	3.1	3.2	3.5	3.9	4.3	4.6	4.7	4.8	4.8	4.8	5.8	4.6	4.0
70	1.8	2.8	3.9	4.8	5.0	4.6	4.1	4.2	4.9	5.7	6.2	6.0	5.3	4.8	5.1	6.0	7.0	7.6	7.7
65	2.9	3.7	4.6	5.4	5.5	4.9	4.2	4.2	5.5	7.3	8.5	8.5	7.8	7.4	7.8	8.8	9.5	9.2	8.1
60	3.8	4.0	4.1	4.8	5.9	6.7	6.9	6.9	7.1	7.3	7.2	7.1	7.4	7.7	7.3	5.7	3.6	2.3	2.5
55	4.8	5.9	6.2	6.8	7.7	8.0	7.9	7.9	7.7	6.3	4.3	3.4	4.3	5.0	3.5	-.2	-3.5	-4.2	-2.2
50	9.0	10.1	10.2	10.3	10.0	8.4	7.1	7.3	7.7	6.9	5.5	3.5	.6	-2.8	-6.0	-8.2	-8.7	-7.5	-6.3
45	9.0	10.9	11.1	10.8	10.7	9.3	7.7	6.7	4.6	2.9	2.8	.6	-5.2	-10.0	-11.3	-10.9	-10.5	-10.2	-10.1
40	11.8	15.3	15.3	12.9	11.3	8.9	6.9	5.9	3.2	.9	-.4	-5.6	-11.7	-11.9	-9.3	-8.8	-9.3	-9.5	-9.8
35	26.2	26.5	22.8	15.6	10.0	6.0	4.6	5.2	3.7	1.3	-2.1	-9.6	-14.0	-11.0	-9.7	-11.4	-9.9	-7.3	-7.3
30	22.8	22.6	20.6	12.6	7.1	6.2	6.1	4.4	-.5	-4.9	-7.4	-11.5	-13.5	-10.6	-10.6	-12.5	-10.5	-8.9	-8.7
25	5.6	9.5	12.4	8.8	7.1	7.4	4.2	-2.3	-7.7	-8.9	-7.4	-8.2	-11.7	-11.8	-10.4	-11.0	-10.0	-9.3	-9.3
20	.8	5.3	7.4	7.5	5.0	1.1	-1.9	-8.5	-13.0	-10.3	-7.3	-6.9	-9.0	-9.6	-7.8	-8.9	-7.8	-4.8	-6.6
15	-3.0	1.5	4.3	6.8	1.1	-4.1	.5	-3.4	-12.0	-10.2	-8.0	-8.8	-9.7	-10.6	-8.6	-7.4	-7.1	-6.1	-8.6
10	-6.2	.1	4.1	5.4	2.7	.8	3.5	-1.1	-10.0	-8.4	-4.1	-4.8	-7.0	-9.1	-8.4	-6.1	-6.5	-8.9	-9.8
5	-7.4	-.8	5.4	4.3	5.2	5.4	.6	-2.7	-5.0	-6.7	-5.1	-4.4	-4.8	-2.6	-3.6	-5.9	-4.6	-6.3	-8.2
0	-10.3	-6.8	4.2	6.5	6.9	8.1	3.3	.2	2.0	1.1	-.1	-1.0	-3.6	-.5	-.5	-5.7	-4.3	-4.3	-7.1
-5	-9.5	-10.9	-3.6	3.6	7.1	8.6	6.8	1.1	2.3	8.4	10.9	10.1	4.0	2.3	2.5	-2.2	-4.0	-5.0	-6.4
-10	-8.4	-10.1	-10.6	-6.0	-1.2	-1.6	2.0	4.4	5.4	9.0	9.8	8.5	3.8	1.5	1.3	-.9	-2.0	-2.8	-2.7
-15	-9.4	-9.0	-9.8	-9.3	-5.8	-5.4	1.8	10.7	11.4	10.2	9.2	6.8	2.7	1.0	.4	.2	.6	.3	3.2
-20	-10.2	-11.0	-9.2	-7.7	-1.5	4.8	9.1	11.4	11.5	11.8	12.1	11.9	9.4	5.3	3.4	4.0	1.5	-1.0	3.8
-25	-6.9	-7.7	-6.4	-6.9	-1.9	8.2	12.5	11.3	12.4	12.3	9.5	11.3	12.1	6.0	3.5	4.7	.1	-2.5	2.1
-30	-2.4	-1.9	-2.3	-5.9	-3.9	6.6	12.9	12.2	12.9	13.3	11.7	13.3	11.6	3.8	2.4	4.6	.7	-1.5	-1.0
-35	-2.0	-2.6	-3.0	-4.5	-3.0	2.4	4.7	2.6	2.7	6.1	10.7	13.4	8.2	-.5	.0	5.2	5.7	4.0	-.6
-40	-1.1	-1.9	-2.0	-1.9	-2.2	-2.9	-3.9	-4.7	-4.8	-3.3	2.0	7.3	4.8	-2.6	-3.4	2.4	7.1	7.9	4.1
-45	.9	.8	.0	-.2	-.4	-1.3	-1.5	-.5	-1.0	-2.8	-1.4	2.5	2.2	-2.5	-3.2	2.5	7.9	8.0	3.9
-50	.3	.5	.4	.8	1.3	.7	.2	.9	1.7	1.4	1.2	1.4	-.0	-2.0	-.6	4.7	8.0	5.3	-.7
-55	-.5	-.7	-.1	.9	1.2	.4	-.7	-.5	.8	2.0	2.5	2.5	1.9	1.1	.8	1.1	.3	-2.3	-5.2
-60	1.3	.5	.2	.1	-.1	-.6	-1.0	-1.2	-1.2	-1.2	-.7	.6	1.9	2.3	1.2	-.6	-2.1	-2.8	-2.6
-65	7.0	7.3	6.8	5.7	4.6	4.1	4.2	4.6	4.8	4.8	4.7	4.8	4.9	4.5	3.7	2.7	2.2	2.1	2.2
-70	13.8	14.2	13.7	12.7	11.7	11.4	11.9	12.9	14.2	15.1	15.5	15.1	14.2	12.7	11.0	9.4	7.8	6.3	4.6
-75	14.9	14.9	14.7	14.5	14.4	14.5	15.2	16.1	17.4	18.4	19.1	19.3	18.9	18.0	16.7	14.9	13.0	10.8	8.7
-80	14.7	15.4	16.2	16.9	17.5	17.9	18.3	18.7	19.0	19.0	18.7	18.1	17.2	16.2	15.0	13.7	12.3	11.0	9.9
-85	18.5	18.9	19.2	19.5	19.6	19.7	19.7	19.6	19.3	18.9	18.5	17.9	17.3	16.7	16.0	15.4	14.8	14.3	13.9
-90	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4
L=	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180

ISOSTATISCHES GEOID INCL.EISKOPREKTUR (HOEHEN IN METER, RASTER 5X5 GRAD)

L=	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250	255	260	265	270
90	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7
85	-8.7	-8.8	-8.8	-8.7	-8.6	-8.4	-8.2	-7.8	-7.3	-6.8	-6.2	-5.6	-5.0	-4.4	-3.9	-3.4	-3.0	-2.7	-2.4
80	-2.5	-3.7	-4.9	-6.1	-6.9	-7.2	-7.2	-6.7	-5.7	-4.3	-2.6	-.7	1.0	2.4	3.5	4.1	4.5	4.7	4.6
75	4.0	3.2	2.1	1.0	-.0	-.8	-1.0	-.8	.1	1.6	3.4	5.3	6.8	7.8	8.2	8.1	7.5	6.7	5.7
70	7.7	7.4	7.1	7.1	7.4	7.7	7.8	7.8	7.8	8.0	8.4	8.8	9.1	9.1	8.9	8.6	8.3	8.2	8.2
65	8.1	7.0	6.8	7.8	9.7	11.6	13.0	13.8	14.1	13.9	13.1	12.0	11.0	10.5	10.5	10.5	10.0	9.3	9.0
60	2.5	4.0	6.4	8.5	9.7	9.8	9.5	10.0	11.9	14.2	15.3	14.6	12.7	11.5	11.6	12.1	11.7	10.0	8.1
55	-2.2	.5	2.8	3.9	3.4	1.5	-.7	-1.3	1.2	6.3	11.9	15.5	16.1	14.8	13.5	12.8	12.3	11.6	10.7
50	-6.3	-6.3	-6.8	-6.7	-5.8	-4.9	-4.1	-3.1	-1.5	1.5	6.6	12.7	16.7	17.5	16.4	14.7	13.0	12.3	12.1
45	-10.1	-9.8	-9.0	-8.2	-7.5	-6.6	-5.0	-2.6	-.7	-.1	2.7	9.6	16.2	19.2	19.8	18.9	15.7	13.0	12.1
40	-9.8	-9.6	-8.8	-8.1	-7.5	-7.0	-6.5	-5.3	-3.6	-2.9	-.6	7.7	17.6	22.3	22.9	21.3	17.2	13.3	11.7
35	-7.3	-8.7	-10.1	-10.3	-9.2	-7.7	-6.4	-5.8	-4.7	-3.8	-3.7	.7	10.1	17.7	20.7	19.6	16.3	14.0	12.6
30	-8.7	-7.4	-7.1	-7.5	-8.0	-8.6	-7.1	-5.3	-4.2	-2.2	-1.9	-1.8	2.8	10.2	17.1	19.4	14.9	10.8	10.2
25	-9.3	-6.3	-4.8	-5.3	-4.8	-5.6	-6.1	-4.9	-4.1	-2.7	-1.3	-.4	1.2	3.7	10.6	18.4	15.7	7.1	4.3
20	-6.6	-6.7	-5.3	-6.1	-4.5	-3.7	-6.4	-7.0	-4.9	-4.0	-3.6	-1.3	.9	.6	2.5	10.8	15.2	11.2	8.3
15	-8.6	-8.9	-6.6	-7.5	-7.6	-6.4	-6.7	-6.9	-5.4	-5.2	-5.3	-3.0		.8	.2	1.7	5.5	7.1	11.3
10	-9.8	-8.2	-7.0	-5.8	-5.4	-6.7	-5.8	-5.0	-5.2	-5.6	-6.5	-5.0	-3.6	-1.3	.8	1.1	.2	-1.7	3.4
5	-8.2	-7.5	-8.2	-5.6	-2.4	-4.5	-5.2	-4.6	-4.3	-4.5	-6.3	-5.2	-3.2	-2.0	-.5	1.1	1.7	1.0	1.9
0	-7.1	-7.2	-8.2	-8.2	-5.7	-4.3	-4.1	-3.6	-3.5	-5.1	-6.0	-5.3	-3.5	-1.8	-1.8	-1.5	-.8	1.5	3.2
-5	-6.4	-7.1	-6.5	-5.4	-5.6	-4.9	-5.6	-5.0	-3.4	-4.7	-4.0	-4.1	-4.3	-2.4	-2.2	-1.2	-1.9	-2.0	-1.2
-10	-2.7	-5.3	-5.9	-3.1	-5.1	-6.1	-5.5	-4.7	-2.9	-4.1	-4.0	-3.6	-3.0	-1.5	-2.0	-1.6	-2.3	-1.4	-1.4
-15	3.2	.3	-6.0	-5.1	-5.8	-5.6	-2.1	-1.4	-1.7	-3.5	-4.2	-2.8	-1.7	-.5	-.1	-1.7	-3.6	-2.3	-1.7
-20	3.8	.8	-8.7	-7.4	-4.7	-4.7	-3.1	-3.3	-3.0	-2.9	-3.1	-1.5	-1.9	-1.9	-.9	-2.7	-2.4	-2.2	-4.5
-25	2.1	-1.4	-8.8	-7.3	-6.1	-6.3	-4.4	-5.0	-4.5	-3.4	-3.4	-1.7	-1.7	-1.2	-.4	-2.8	-.8	-.2	-3.7
-30	-1.0	-5.7	-7.9	-5.3	-7.0	-7.5	-4.5	-4.7	-4.7	-4.0	-3.9	-2.2	-1.9	-1.7	-.0	-1.7	-1.9	-1.3	-2.6
-35	-.6	-8.0	-9.1	-5.9	-6.8	-7.8	-6.6	-6.5	-5.6	-5.1	-5.5	-4.0	-3.4	-3.4	-1.5	-1.5	-2.4	-1.2	-.3
-40	4.1	-2.4	-6.1	-6.8	-7.3	-6.8	-6.1	-6.3	-5.9	-5.9	-6.3	-5.1	-3.4	-1.9	-.6	-1.5	-3.0	-1.8	.3
-45	3.9	-1.0	-4.4	-6.5	-7.2	-6.6	-6.3	-7.3	-7.8	-7.3	-6.4	-5.1	-3.3	-1.6	-1.8	-2.4	-3.7	-3.1	-1.9
-50	-.7	-4.8	-5.4	-5.0	-5.0	-5.1	-5.0	-5.0	-5.0	-4.6	-3.9	-2.8	-1.5	-.6	-1.2	-2.7	-3.6	-3.9	-4.2
-55	-5.2	-6.1	-5.0	-3.7	-3.4	-3.3	-2.6	-1.6	-1.5	-2.2	-2.7	-2.2	-1.6	-1.9	-3.3	-4.4	-4.5	-4.4	-4.8
-60	-2.6	-2.0	-1.4	-1.1	-1.1	-.9	-.7	-.9	-1.8	-2.8	-3.1	-2.9	-3.0	-4.0	-5.1	-4.9	-3.6	-2.7	-3.0
-65	2.2	2.0	1.7	1.4	1.4	1.3	.5	-.9	-2.5	-3.4	-3.6	-3.3	-3.5	-4.2	-5.0	-4.9	-4.1	-3.3	-3.1
-70	4.6	2.9	1.3	.1	-.7	-1.2	-1.7	-2.1	-2.2	-1.7	-.7	.4	1.1	1.3	1.1	.9	1.1	1.8	3.1
-75	8.7	6.8	5.4	4.5	4.3	4.8	6.0	7.7	9.7	11.7	13.5	14.8	15.4	15.4	14.9	14.2	13.5	13.1	13.3
-80	9.9	9.2	9.0	9.2	9.8	10.8	12.1	13.7	15.3	16.7	17.8	18.4	18.6	18.5	18.2	17.7	17.1	16.6	16.3
-85	13.9	13.6	13.4	13.4	13.4	13.6	13.9	14.3	14.7	15.1	15.5	15.9	16.3	16.6	17.0	17.3	17.5	17.8	18.1
-90	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4
175 L=	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250	255	260	265	270

ISOSTATISCHES GEOID INCL.EISKORREKTUR (HOEHEN IN METER, RASTER 5X5 GRAD)

L=	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	350	355
90	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7
85	-2.4	-2.3	-2.2	-2.1	-2.1	-2.2	-2.4	-2.6	-2.9	-3.2	-3.7	-4.1	-4.7	-5.2	-5.7	-6.2	-6.6	-7.0
80	4.6	4.4	4.3	4.4	4.9	5.6	6.5	7.3	7.9	8.2	8.0	7.2	5.9	4.1	2.0	.0	-1.6	-2.7
75	5.7	4.6	3.6	2.8	2.7	3.6	5.4	7.9	10.5	12.5	13.1	12.2	9.8	6.2	2.2	-1.6	-4.6	-6.5
70	8.2	8.0	7.0	5.2	3.2	2.1	2.8	5.2	8.4	10.9	11.4	9.8	6.8	3.3	-.1	-3.2	-5.8	-7.7
65	9.0	9.0	8.9	7.9	5.9	3.9	3.2	4.3	6.3	7.5	6.7	3.9	.7	-1.3	-1.8	-1.8	-2.4	-3.6
60	8.1	7.3	7.7	8.3	7.6	5.3	2.1	-.7	-2.2	-2.5	-2.7	-3.9	-5.7	-6.4	-5.1	-2.9	-1.8	-2.1
55	10.7	9.7	9.2	9.4	9.2	7.4	3.9	-.6	-5.0	-7.6	-7.5	-6.3	-6.5	-7.5	-6.8	-3.9	-1.4	-.7
50	12.1	10.7	8.8	8.5	9.0	8.3	6.7	4.6	.5	-5.5	-9.4	-9.3	-8.7	-10.3	-12.0	-10.3	-6.2	-2.9
45	12.1	11.3	10.1	9.7	8.6	4.9	1.4	.3	-1.6	-7.0	-11.7	-11.4	-8.7	-9.3	-13.3	-14.6	-9.3	-3.1
40	11.7	11.8	11.5	8.1	2.1	-3.9	-8.3	-9.7	-10.0	-11.4	-11.7	-9.4	-7.2	-8.4	-13.2	-14.9	-8.2	-.7
35	12.6	11.9	9.9	2.0	-5.9	-7.7	-9.4	-12.0	-12.3	-11.9	-10.2	-8.4	-9.4	-12.1	-14.9	-14.0	-6.2	1.2
30	10.2	10.8	8.4	-2.0	-9.9	-8.1	-8.9	-12.4	-10.4	-8.8	-9.8	-11.3	-13.8	-14.8	-13.2	-8.7	-2.7	1.1
25	4.3	6.0	7.1	1.3	-7.7	-10.1	-12.1	-14.1	-10.6	-9.3	-12.3	-15.0	-16.4	-15.7	-10.9	-2.7	1.4	.7
20	8.3	5.4	4.1	4.3	-1.6	-6.7	-8.4	-10.2	-8.7	-8.9	-12.7	-13.7	-12.5	-12.6	-9.0	-1.2	1.5	.4
15	11.3	10.3	3.7	2.5	.5	-.8	-2.2	-8.5	-9.3	-7.3	-11.4	-14.0	-13.1	-13.2	-9.4	-2.0	.3	.2
10	3.4	7.7	6.3	8.0	7.6	7.0	5.0	-3.8	-8.3	-8.0	-9.4	-11.5	-13.4	-14.3	-11.1	-3.6	2.0	3.3
5	1.9	1.8	5.9	13.9	13.5	11.1	9.8	6.5	1.3	-6.9	-9.3	-8.3	-9.1	-9.6	-12.0	-10.8	-5.7	-4.2
0	3.2	2.3	8.8	13.7	9.8	10.3	9.5	8.2	8.1	.2	-5.1	-7.7	-10.2	-9.0	-11.4	-12.5	-11.6	-12.6
-5	-1.2	-.5	9.3	13.4	7.7	9.8	10.5	7.7	8.5	7.9	5.8	-1.9	-11.0	-12.7	-11.3	-8.3	-8.6	-11.3
-10	-1.4	-4.6	3.3	14.9	14.3	9.2	9.6	11.3	8.8	8.5	7.4	-2.7	-11.3	-13.2	-11.3	-7.4	-8.8	-10.6
-15	-1.7	-3.5	-.7	10.5	20.6	15.2	9.3	11.9	10.4	10.4	6.5	-6.2	-10.3	-10.5	-10.4	-6.0	-7.3	-10.4
-20	-4.5	-1.3	-2.7	-2.1	15.8	21.0	10.6	9.6	11.0	11.0	5.2	-6.1	-8.3	-10.0	-11.2	-5.5	-7.4	-11.8
-25	-3.7	1.1	-.1	-3.3	12.7	19.2	9.3	10.4	11.8	5.6	-.5	-6.4	-8.1	-9.6	-9.7	-4.8	-6.8	-10.5
-30	-2.6	.1	.3	1.6	12.4	14.0	8.0	10.9	8.1	-1.4	-3.3	-3.8	-5.8	-6.7	-6.5	-4.4	-5.0	-7.3
-35	-.3	-.4	-1.0	3.0	11.2	12.8	9.9	8.0	.6	-6.3	-5.0	-3.8	-4.9	-4.4	-4.3	-3.7	-3.5	-5.2
-40	.3	.9	2.2	7.1	12.6	12.8	8.1	1.7	-4.7	-7.2	-6.2	-6.5	-6.3	-4.1	-2.8	-2.3	-2.6	-4.7
-45	-1.9	-.8	2.3	7.6	11.5	10.4	4.8	-2.2	-6.8	-7.6	-6.8	-6.7	-6.1	-4.4	-2.7	-1.6	-2.0	-3.8
-50	-4.2	-3.5	.3	6.4	11.1	11.6	8.1	2.9	-1.2	-2.8	-2.9	-3.3	-4.2	-4.7	-3.9	-2.0	-.5	-.3
-55	-4.8	-4.5	-1.9	2.2	5.1	5.4	3.6	1.6	.7	1.1	1.5	.7	-1.4	-3.4	-4.0	-2.9	-1.2	-.2
-60	-3.0	-4.1	-4.3	-3.0	-1.0	.4	.9	1.0	1.1	1.4	1.6	1.3	.4	-1.0	-2.4	-3.2	-3.4	-3.2
-65	-3.1	-2.8	-1.6	1.3	5.1	8.3	9.4	8.0	4.8	1.4	-1.0	-2.1	-2.4	-2.8	-3.6	-4.4	-4.6	-4.1
-70	3.1	5.1	7.6	10.5	12.9	13.8	12.5	9.3	4.9	1.0	-1.3	-1.9	-1.0	.5	2.0	3.5	5.1	6.7
-75	13.3	14.0	14.9	15.7	15.9	15.4	14.1	12.2	10.2	8.6	7.8	7.9	9.0	10.7	12.7	14.7	16.6	18.2
-80	16.3	16.3	16.4	16.6	16.7	16.7	16.5	16.3	16.0	15.7	15.3	15.0	14.8	14.8	15.0	15.2	15.4	15.5
-85	18.1	18.3	18.6	18.8	19.0	19.1	19.2	19.2	19.1	19.0	18.9	18.6	18.4	18.1	17.7	17.4	17.1	16.8
-90	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4
L=	270	275	280	285	290	295	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	350	355

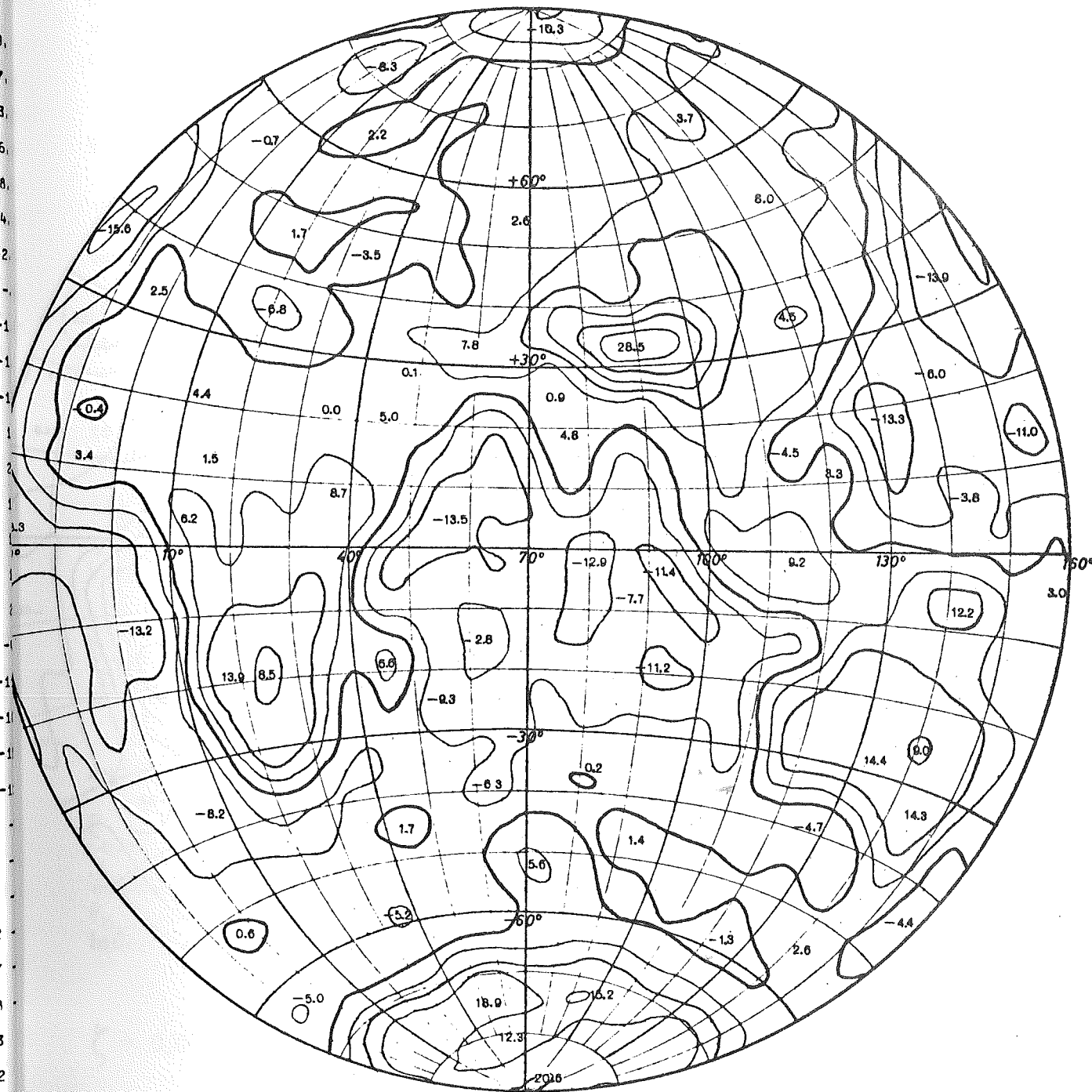


Fig. 12.3

Isostatisches Geoid 31. Ordnung, mit Eiskorrektur.

Die 5 m - Schichtenlinien wurden mit Parabeln höherer Ordnung interpoliert.
Die wichtigsten Maxima und Minima sind durch ihre Höhen in Metern dargestellt.

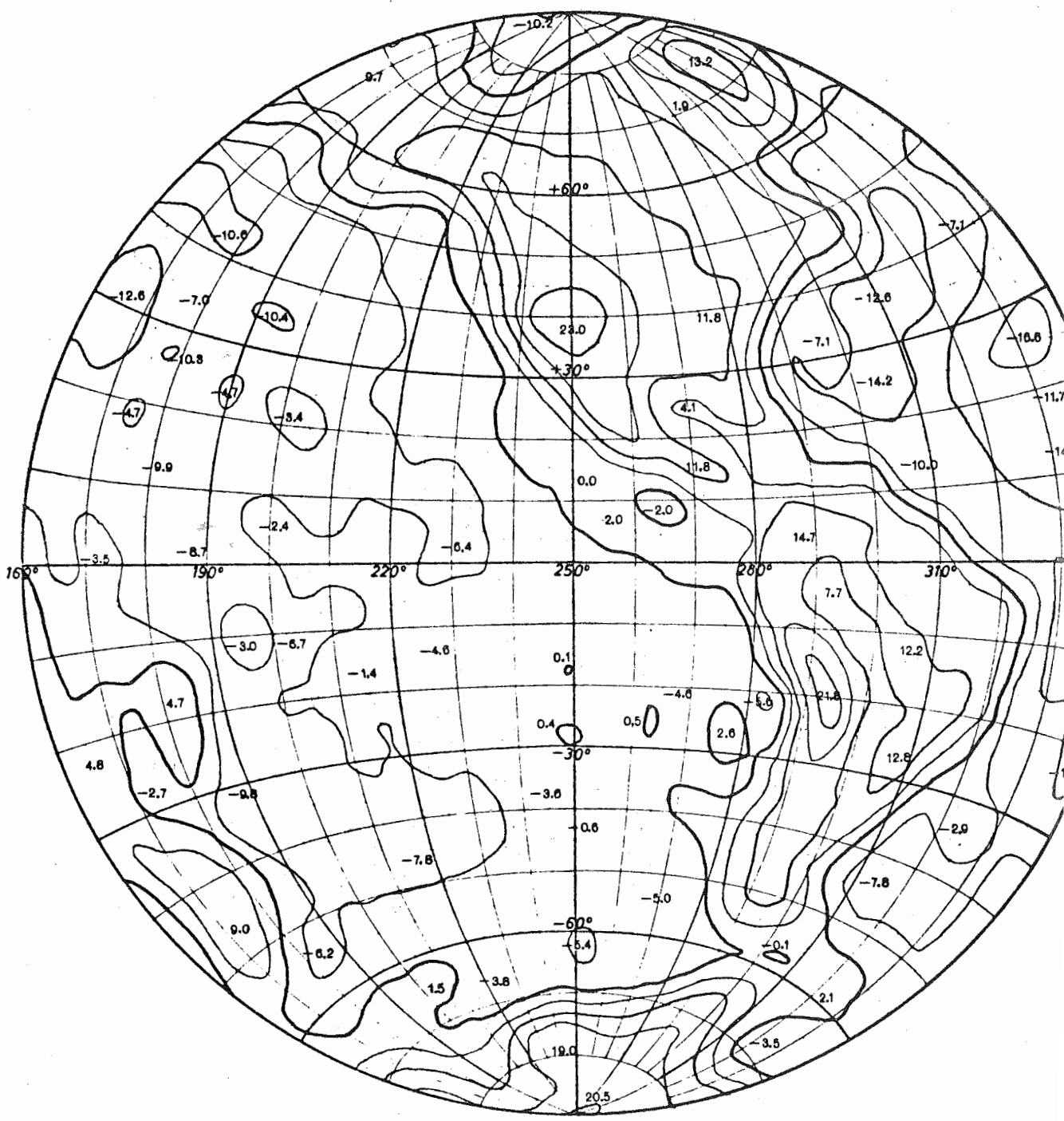


Fig. 12.4

Isostatisches Geoid 31. Ordnung, mit Eiskorrektur.

Bezugsfläche ist das Normalsphäroid $a = 6\,378\,160\text{ m}$,
 $e = 1 : 298,288$, $f_4 = -316,68 \cdot 10^{-8}$.

Projektion von Postel, Äquatorialmaßstab $\sim 1 : 110\,000\,000$.

Die drei abschließenden Kapitel behandeln die numerische Berechnung des isostatischen Geoids, die dazu notwendige Kugelfunktionsentwicklung der polaren Eismassen und die Interpolation der Linien gleicher Geoidhöhen. Sämtliche Berechnungen wurden auf der Datenverarbeitungsanlage IBM 7040 des Rechenzentrums der Technischen Hochschule Wien im Jahr 1972 durchgeführt.

§ 13 Die numerische Berechnung des isostatischen Geoides

Grundlage der Berechnungen ist die Delfter Entwicklung der Höhen- und Tiefenverhältnisse der Erde nach normierten Kugelfunktionen bis zur 31. Ordnung, deren zweimal 1024 Koeffizienten aus (4), Seite 848 ff zu entnehmen sind. Die dazugehörigen 5848 Fourier - Koeffizienten der Legendre'schen Funktionen sind in (10) veröffentlicht. Die Daten wurden auf Lochkarten abgestanzt und kontrolliert. Eine weitere Überprüfung, die auch den Kern späterer Programme testen sollte, erfolgte durch Rückrechnung der Lithosphäre bzw. Hydrosphäre im 20°- Raster über die ganze Erde bzw. in engerem Raster an einzelnen Stellen, und Vergleich mit der Schichtenliniendarstellung der Delfter Entwicklung in (4), Seite 598 - 599.

Anschließend wurde die Hydrosphäre gemäß Formel (2.4) auf die Krustendichte $\rho = 2,67 \text{ g/cm}^3$ kondensiert, sodaß sich, ausgehend von den Delfter Entwicklungskoeffizienten, die neue Lithosphäre \bar{L} aus

$$\begin{aligned} A_{n,m}^{\bar{L}} &= A_{n,m}^L - 0,38502 \cdot A_{n,m}^H & n = 2,31 ; m = 0,n \\ B_{n,m}^{\bar{L}} &= B_{n,m}^L - 0,38502 \cdot B_{n,m}^H & n = 2,31 ; m = 1,n \end{aligned} \quad (13.1)$$

ergibt. Verwendet man die abkürzende Schreibweise

$$\bar{L}_{n,m} = (A_{n,m}^{\bar{L}} \cos m \lambda + B_{n,m}^{\bar{L}} \sin m \lambda) P_{n,m}, \quad (13.2)$$

worin sowohl die Koeffizienten A und B als auch die Legendre'schen Funktionen $P_{n,m}$ normiert eingeführt werden, kann für jeden Punkt der Erdoberfläche die Undulation des isostatischen Geoids aus (4.17a)

$$\zeta = 0,000228 \sum_{n=2}^{31} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left[(n+2) 32,06 + 29,18 \right] \bar{L}_{n,m}$$

gerechnet werden, welche sich auf das verkleinerte Normalsphäroid (1.5) bezieht. Wegen der Unmöglichkeit einer Schwerpunktsverschiebung beginnt die Reihe erst bei $n = 2$, außerdem müssen wir die "verbotenen Glieder" von der Ordnung 2,1 (siehe § 7) ausschließen. Die umseitige Liste zeigt das FORTRAN-Programm "ISOST" zur Berechnung der isostatischen Geoidhöhen; einzelne Befehle darin sind nur durch den relativ kleinen Kernspeicher (32 K) des verwendeten Computers bedingt.

FORTRAN-Programm "ISOST"

```

C   BERECHNUNG DES ISOSTATISCHEN GEOIDES BIS ZUR 32. ORDNUNG.
C   RASTER IN BRUCHGRAD (/Q.) MOEGLICH, START BEI NULL VERBOTEN.
C   RASTER AM SCHLUSS DER 585 + 106 DATENKARTEN EINGEFERN= START,
5   ENDE UND SCHRITT VON POLDISTANZ UND LAENGE IM FORMAT (6I5).
C   DIE DIVISION DES RASTERS DURCH Q ERFOLGTT IM PROGRAMM.
C
C   EINLESEN DER DATENFELDER
C   DIMENSION A(32,32,16),B(5848),AL(32,32),BL(32,32),ZETA(800),
10  1SINP(32),COSP(32),SINL(32),COSL(32)
C   EQUIVALENCE (B,AL),(B(1025),BL(1,1))
C   REAL L
C   RHO =97.2957795
15  READ (5,100) (B(I),I=1,5848)
C   100 FORMAT (10F8.6)
C   I=0
C   DO 5 N=1,32
C   NK=(N+1)/2
C   DO 5 M=1,N
20  DO 5 K=1,NK
C   I=I+1
C   5 A(N,M,K)=B(I)
C   READ (5,101) ((AL(N,M),BL(N,M),M=1,N),N=1,32)
25  101 FORMAT (10F8.2)
C   AL(3,2)=0.
C   BL(3,2)=0.
C
C   UEBERSCHRIFT UND EINLESEN DES RASTERS (Q = RASTERQUOTIENT)
30  Q=1.
C   WRITE (6,102)
102  FORMAT (1H1,19HISOSTATISCHES GEOID/)
20  READ (5,104) IA,IB,IC,JA,JB,JC
104  FORMAT (6I5)
C   JBB=JA+23*JC
35  IF (JB.GT.JBB) JB=JBB
C   WRITE (6,105) (J,J=JA,JB,JC)
105  FORMAT (1H-/6H LG.=,I8,23I5)
C   WRITE (6,106) Q
40  106 FORMAT (5H BR.,6X,1H/,F2.0)
C
C   BERECHNUNG DES KOORDINATENGITTERS
C   DO 4 I=IA,IB,IC
C   P=FLOAT(I)/RHO/Q
45  DO 15 KK=1,32
C   YK=KK-1
C   SINP(KK)=SIN(YK*P)
15  COSP(KK)=COS(YK*P)
C   DO 6 J=JA,JB,JC
C   L=FLOAT(J)/RHO/Q
50  DO 16 MM=1,32
C   YM=MM-1
C   SINL(MM)=SIN(YM*L)
16  COSL(MM)=COS(YM*L)
C
C   BERECHNUNG DER UNDULATIONEN
55  ZET=0.
C   DO 2 N=3,32
C   ZN=N
C   NK=(N+1)/2
60  DO 2 M=1,N
C   PNM=0.
C   DO 3 K=1,NK
C   KK=2*K
C   IF (N.NE.(N/2*2)) KK=KK-1
65  IF (M.EQ.(M/2*2)) GO TO 1
C   PK=A(N,M,K)*COSP(KK)
C   GO TO 3
C   1 PK=A(N,M,K)*SINP(KK)
C   3 PNM=PNM+PK
70  2 ZET=ZET+(AL(N,M)*COSL(M)+BL(N,M)*SINL(M))*PNM
C   1*((ZN+1.)*32.06+29.18)/(2.*7N-1.)*0.000228
C   6 ZETA(J)=ZET
C   BR=90.-FLOAT(I)/Q
C   WRITE (7,107) (ZETA(J),J=JA,JB,JC)
75  107 FORMAT (12F5.2)
C   4 WRITE (6,103) BR,(ZETA(J),J=JA,JB,JC)
103  FORMAT (1H0,F5.1,3X,24F5.1)
C   GO TO 20
C   END

```


Der Vollständigkeit halber seien noch zwei kleine Kontrollen erwähnt. Die Undulationen auf den beiden Polen konnten leicht mit Hilfe der Entwicklungskoeffizienten $A_{n,o}$ überprüft werden, wobei ins Auge sprang, daß die ungeraden $A_{n,o}$ — welche die Unterschiede zwischen Nord- und Südpol verursachen — bis auf $n = 13, 15$ und 31 sämtlich negativ waren. Die zweite Kontrolle betrifft die Tatsache, daß die Summe der Undulationen über die ganze Erde verschwinden muß. Ordnet man den $5 \times 5^\circ$ - Werten des § 12 Gewichte zu, die den repräsentierten Flächen proportional sind, ergeben sich Durchschnittswerte von $+ 0,002$ m bzw. $+ 0,001$ m.

§ 14 Die Kugelfunktionsentwicklung der polaren Eismassen

Den in Delft errechneten Entwicklungskoeffizienten der Lithosphäre liegt auf den Kontinenten die physische Erdoberfläche zugrunde, unter der jedoch im Fall Grönlands und der Antarktis nicht Krustenmaterial, sondern großteils Inlandeis zu finden ist. Da die Eisschichten bis zu 4 km mächtig sind, liefert die Formel 2.2 für diese Gebiete viel zu große Massendifferenzen der vertikalen Säulen. Der Einfluß auf die Undulationen des isostatischen Geoids kann fast 10 m erreichen und muß daher unbedingt berücksichtigt werden.

Die Kugelfunktionsentwicklung der Eismassen erfolgte nach der Zweiten Neumann'schen Methode (11, Seite 230 ff). Aus Genauigkeitsgründen beschränkte sich der Bearbeiter auf die Ordnung 15, 15, was in Anbetracht der Vernachlässigungen (4.14a), (4, 17a) und vor allem (6.5) gerechtfertigt erscheint. Die einzelnen Arbeitsschritte waren:

- 1) Lösung des Legendre'schen Polynoms $P_{16}(\sin \varphi) = 0$. Es ergeben sich die 16 Parallelkreise $\varphi_i = \pm 81,65^\circ, \pm 70,83^\circ, \pm 59,95^\circ, \pm 49,06^\circ, \pm 38,16^\circ, \pm 27,26^\circ, \pm 16,36^\circ$ und $\pm 5,45^\circ$.
- 2) Auflösen des Gleichungssystems 16. Ordnung der Hilfskonstanten c_i , wobei sich die Matrix aus fortschreitenden Potenzen der $\sin(\varphi_i)$ aufbaut und daher teilweise schlecht konditioniert ist. Um hier Computerprobleme zu vermeiden, wurde statt der 1. die 2. Neumann'sche Methode angewendet, die bei gleicher Ordnung nur halbsoviel Breitenkreise benötigt.
- 3) Bestimmung der repräsentativen Mittelwerte der Eisdicken im Schnittpunkt der Parallelkreise φ_i mit den Meridianen $0^\circ, 12^\circ, 24^\circ \dots 348^\circ$. Für die Antarktis wurden die Werte aus der Karte (12) ermittelt, welche die meisten bis 1961 gemessenen Eisdicken enthält; dabei entfallen auf ein Trapez der Größe $11 \times 12^\circ$ 5 - 40 Meßwerte. Die unter dem Meeresspiegel befindlichen bzw. die schwimmenden Eismassen blieben außer Betracht.

Das Eisvolumen Grönlands ist aus der Literatur, zum Beispiel (13), mit 2,7 Millionen km^3 gut bekannt. Die Dicken wurden mit einem einfachen graphischen Ansatz — von der Küste nach innen zunehmend — bestimmt, was für die angestrebte Genauigkeit ausreichte. Die restlichen Eismassen der Erde, hauptsächlich Gebirgsgletscher, wurden vernachlässigt.

Die folgende Tabelle zeigt die für die Rasterflächen der Polarzonen gemittelten Eisdicken d_E in Metern. Die restlichen 10 Parallelkreise zwischen $+ 49,06^\circ$ und $- 49,06^\circ$ wären zur Gänze mit Nullen aufzufüllen.

$\varphi_i \backslash \lambda_j$	0°	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168
+ 81,65°	0	20	0	0	5	5	0	0	10	0	0	0	0	0	0
+ 70,83	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 59,95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
- 59,95	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0
- 70,83	620	360	690	1090	1680	1570	800	1370	2320	2160	1770	1910	1670	1020	100
- 81,65	1780	1510	1870	2130	2360	2320	1890	1920	3180	3680	3200	2680	1890	1100	500

$\varphi_i \backslash \lambda_j$	180°	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348
+ 81,65°	0	0	0	0	0	0	2	5	35	220	1160	1760	1760	580	0
+ 70,83	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	50	1160	1080	270	0
+ 59,95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	2	0	0
- 59,95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0
- 70,83	0	0	1	20	95	180	160	310	360	280	200	0	1	60	530
- 81,65	460	480	1180	1200	1600	2215	2800	2450	1980	1400	670	600	710	1230	1640

4) Berechnung der intermediären Konstanten $a_{m,i}$ und $b_{m,i}$ aus den Werten $d_E(\varphi_i, \lambda_j)$ obiger Tabelle sowie den $\cos(n \cdot \lambda_j)$ und $\sin(n \cdot \lambda_j)$.

5) Berechnung der Entwicklungskoeffizienten $A_{n,m}^E$ und $B_{n,m}^E$ aus den Hilfskonstanten c_i , den Legendre'schen Funktionen $P_{n,m}(\varphi_i)$ und den $a_{m,i}$, $b_{m,i}$. Die normierten Werte sind aus der nächsten Tabelle zu ersehen.

Das Ergebnis wurde durch Rückrechnung der Eisdicken im ursprünglichen Raster grob kontrolliert. Das gesamte Eisvolumen erhält man aus dem Koeffizienten $A_{0,0}^E$, wenn man ihn durch seinen Normierungsfaktor $\sqrt{2}$ dividiert und mit der Oberfläche der gesamten Erde multipliziert. In km lautet die Rechnung

$$V_E = 0,072491 \cdot \frac{4 \pi \cdot 6371,2^2}{\sqrt{2}} = 26,15 \cdot 10^6 \text{ km}^3 \quad (14.1)$$

Direkt aus den Ausgangswerten ergibt sich das Eisvolumen zu $26,89 \cdot 10^6 \text{ km}^3$, wovon 89,7 % auf die Antarktis entfallen. Die entsprechenden Angaben in der Literatur bewegen sich zwischen 24 (Thiel 1962) und 30 Millionen km^3 (13, Hoinkes 1968).

Der Wert von (14.1) führt bei einem spezifischen Gewicht von $0,92 \text{ g/cm}^3$ auf eine Eismasse von $2,406 \cdot 10^{22} \text{ g}$, die beim Abschmelzen eine Hebung des Meeresspiegels um $66,6 \text{ m}$ zur Folge hätte.

Normierte Koeffizienten $A_{n,m}^E$ und $B_{n,m}^E$ einer Kugelfunktionsentwicklung der Eisdicken bis zur 15. Ordnung

n	m	$A_{n,m}$	$B_{n,m}$	n	m	$A_{n,m}$	$B_{n,m}$	n	m	$A_{n,m}$	$B_{n,m}$	
0	0	72.49	0.00	7	3	4.69	- 0.71	11	0	- 5.74	0.00	
					4	- 0.72	- 1.23		1	15.63	13.80	
1	0	- 96.44	0.00		5	- 0.32	- 0.01		2	52.79	- 11.90	
	1	3.30	13.94		6	0.00	0.11		3	14.25	- 1.07	
					7	0.01	0.00		4	- 2.64	- 6.10	
2	0	146.62	0.00						5	- 2.77	- 0.65	
	1	6.93	- 42.23	8	0	70.27	0.00		6	- 0.05	2.00	
	2	- 2.73	- 2.30		1	17.98	-101.08		7	0.48	- 0.00	
					2	- 40.67	- 30.80		8	0.05	- 0.04	
3	0	-124.84	0.00		3	- 17.10	- 13.94		9	0.00	- 0.01	
	1	11.01	45.60		4	- 4.96	0.75		10	- 0.00	- 0.00	
	2	7.60	- 1.03		5	- 0.71	0.96		11	- 0.00	- 0.00	
	3	0.27	- 0.06		6	- 0.04	0.04					
					7	- 0.00	0.04		12	0	- 5.75	0.00
4	0	154.01	0.00		8	0.00	0.00					
	1	14.18	- 85.92						1	7.34	- 15.03	
	2	- 12.57	- 10.39	9	0	- 37.61	0.00		2	- 46.59	- 27.84	
	3	- 2.24	- 1.85		1	19.61	51.70		3	- 36.16	- 28.11	
	4	- 0.23	0.04		2	50.02	- 8.52		4	- 17.06	2.45	
					3	9.24	- 1.02		5	- 4.25	5.71	
5	0	-113.79	0.00		4	- 1.61	- 3.19		6	- 0.63	0.13	
	1	17.69	69.82		5	- 1.15	- 0.15		7	- 0.18	0.83	
	2	21.57	- 2.97		6	- 0.01	0.63		8	0.21	0.06	
	3	1.66	- 0.32		7	0.11	0.00		9	0.03	- 0.03	
	4	- 0.19	- 0.28		8	0.01	- 0.01		10	- 0.00	- 0.01	
	5	- 0.04	0.00		9	0.00	- 0.00		11	- 0.00	- 0.00	
									12	- 0.00	0.00	
6	0	121.42	0.00	10	0	22.62	0.00	13	0	7.97	0.00	
	1	18.41	-109.43		1	13.52	- 64.23		1	11.05	- 24.95	
	2	- 26.95	- 21.52		2	- 48.24	- 33.60		2	44.87	- 15.82	
	3	- 7.94	- 6.54		3	- 27.59	- 22.11		3	18.06	- 0.93	
	4	- 1.61	0.25		4	- 10.44	1.54		4	- 3.53	- 9.33	
	5	- 0.15	0.20		5	- 2.03	2.73		5	- 5.16	- 1.77	
	6	- 0.00	0.01		6	- 0.20	0.11		6	- 0.19	4.67	
					7	- 0.03	0.23		7	1.39	- 0.07	
7	0	- 78.91	0.00		8	0.04	0.01		8	0.15	- 0.17	
	1	20.73	72.99		9	0.00	- 0.01		9	0.02	- 0.07	
	2	37.87	- 5.55		10	- 0.00	- 0.00		10	- 0.01	- 0.02	

n	m	A _{n,m}	B _{n,m}	n	m	A _{n,m}	B _{n,m}	n	m	A _{n,m}	B _{n,m}
13	11	- 0.00	- 0.00	14	8	0.65	0.26	15	4	- 4.18	- 11.75
	12	- 0.00	0.00		9	0.13	- 0.13		5	- 8.00	- 3.50
	13	- 0.00	0.00		10	- 0.02	- 0.05		6	- 0.51	8.80
14	0	- 10.65	0.00		11	- 0.01	- 0.00		7	3.12	- 0.28
	1	2.23	25.12	12	- 0.00	0.00	8		0.30	- 0.45	
	2	- 36.72	- 15.07	13	- 0.00	0.00	9	0.05	- 0.20		
	3	- 39.91	- 29.36	14	0.00	0.00	10	- 0.02	- 0.07		
	4	- 22.92	3.24	15	0	4.90	0.00	11	- 0.02	- 0.01	
5	- 7.14	9.63	1		7.96	- 47.89	12	- 0.01	0.00		
6	- 1.54	- 0.10	2		29.76	- 20.08	13	- 0.00	0.00		
7	- 0.68	2.19	3	19.20	- 0.80	14	0.00	0.00			
								15	0.00	- 0.00	

§ 15 Die Gesamtlösung inclusive der Eiskorrektur

Die Interpolation der Schichtenlinien des isostatischen Geoids

Durch den Dichteunterschied zwischen Eis und Krustenmaterial erleiden die vom Inlandeis bedeckten Gebiete beim Vorgang nach § 13 einen topographischen Massenzuwachs, der in der Einheitssäule genähert

$$\Delta q_E = (\varrho - \varrho_E) \cdot d_E = (2,67 - 0,92) \cdot d_E \tag{15.1}$$

beträgt. Sein Einfluß auf die Undulationen des isostatischen Geoids kann wieder aus Gleichung (4.17a) berechnet werden, wenn man $\bar{L}_{n,m}$ durch

$$E_{n,m} = 0,6554 (A_{n,m}^E \cos m \lambda + B_{n,m}^E \sin m \lambda) P_{n,m} \tag{15.2}$$

ersetzt, worin der Faktor vor der Klammer mit $(\varrho - \varrho_E)/\varrho$ gleichbedeutend ist. Durch Subtraktion dieser "Eiskorrektur" von den ursprünglichen Geoidhöhen (Seite 46 - 49) resultieren schließlich die endgültigen Undulationen (Seite 53 - 56); beide Tabellen sind erst nachträglich auf Dezimeter gerundet.

Aus Gründen der Rechenzeit wurde diese Vorgangsweise einer Korrektur der lithosphärischen Entwicklungskoeffizienten vorgezogen, da die Bestimmung der 5 x 5°-Eiskorrekturen in 15. Ordnung viel rascher vonstatten ging als die direkte Gesamtlösung in 31. Ordnung.

Um die Zeichnung der Figuren 12.1 bis 12.4 (Seite 50/51 und 57/58) zu erleichtern, hat der Bearbeiter mit weiteren FORTRAN-Programmen aus den 5 x 5°- Feldern einen doppelt so engen Raster gerechnet und in diesem die Linien gleicher Undula-

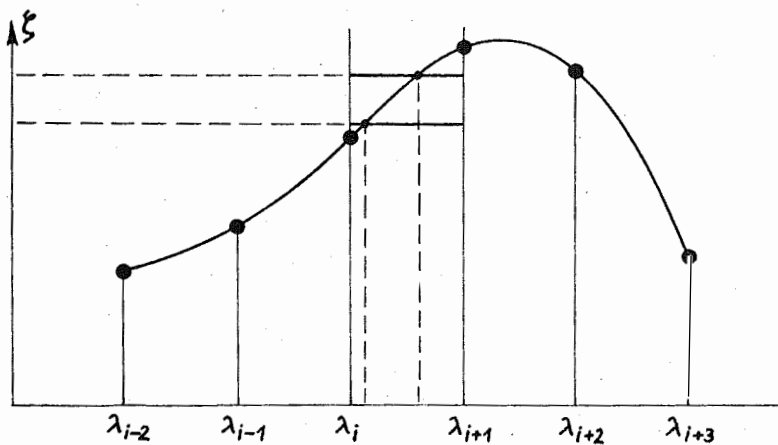


Fig. 15.2

tung abgetastet werden; es existieren hier 12 Schichtenlinien zwischen - 12,5 m und + 15,0 m. Um eine Überladung zu vermeiden, enthalten die Zeichnungen des § 12 aber nur die 5 Meter-Linien. Ihre Lagegenauigkeit — aus mehreren Proberechnungen geprüft — ist in Gebieten mittlerer Neigung besser als $0,3^\circ$.

Abschließend kann festgestellt werden, daß die meisten der bei den numerischen Berechnungen und Interpolationen auftretenden Ungenauigkeiten gegenüber den Vernachlässigungen im Formelsystem, die mehrere Dezimeter ausmachen können, bedeutungslos sind.

L I T E R A T U R

- (1) LEDERSTEGER K.:
Mehrparametrische Theorie der Sphäroidischen Gleichgewichtsfiguren und das Normalsphäroid der Erde. Wien 1971.
- (2) VENING MEINESZ F.A.:
The Indirect Isostatic or Bowie Reduction and the Equilibrium Figure of the Earth. Bull. Geod. N.S. 1946, No.1.
- (3) PAKISER L.C.:
Earth Sciences, Crust and Upper Mantle. Britannica Yearbook of Science and Future 1971.
- (4) LEDERSTEGER K.:
Astronomische und Physikalische Geodäsie. Jordan/Eggert/Kneißl, Handbuch der Vermessungskunde, Band V, Stuttgart 1969.
- (5) VENING MEINESZ F.A.:
konnte nicht eruiert werden. (Der Herausgeber).
- (6) PREY A.:
Neue Formeln zur Isostasie. Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd.18, 1927.
- (7) PREY A.:
Zur Frage nach dem isostatischen Massenausgleich in der Erdrinde. 1. und 2. Mitteilung, Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 29, 1931, Bd.36, 1932.
- (8) LAMBERT W.D.:
The Form of the Geoid on the Hypothesis of Complete Isostatic Compensation. Bull. geod. Nr.26, Paris, 1930.
- (9) JUNG K.:
Schwere und Geoid bei Isostasie. Zeitschrift für Geophysik, Bd.8, 1932.
- (10) HOF SOMMER D.J., POTTERS M.L.:
Table of Fourier Coefficients of Associated Legendre Functions. Proceedings Series A 63, No.5, Kon. Ned. Ak.d.W., Amsterdam 1960.
- (11) LENSE J.:
Kugelfunktionen. Leipzig 1950.
- (12) AMERICAN GEOGRAPHIC SOCIETY:
Antarctica, Karte 1 : 5,000 000. New York 1962.
- (13) HOINKES H.:
Das Eis der Erde. Umschau in Wissenschaft und Technik, Heft 10, Frankfurt/M., 1968.