

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1958

Nr. 4

Sitzung vom 27. Feber 1958

Das wirkll. Mitglied O. Kühn legt eine kurze Mitteilung vor, und zwar:

„Artenrevision von *Actinostroma* Nicholson (Stromatoporoidea).“ Von Erik Flügel, Geol.-Paläontol. Abteilung, Naturhistorisches Museum Wien (1 Tabelle im Text).

Eine von der Untersuchung der Originalmaterialien ausgehende, revidierende Bearbeitung der Stromatoporengattung *Actinostroma* Nicholson führte zu folgenden Ergebnissen:¹

1. Artenzahl: Insgesamt wurden dem Genus *Actinostroma* seit dem Jahre 1886 132 Arten und Unterarten zugeordnet. Hievon konnten nur 35 als echte, klar unterscheidbare, morphologische Arten anerkannt werden. Acht Arten konnten infolge Literaturmangels nicht berücksichtigt werden.

23 Arten sind aus der Gattung *Actinostroma* auszuschließen:

A. clathratum macroporum Vinassa (= *Hermatostroma*), *A. conglomeratum* Lecompte (= *Trupetostroma*), *A. contortum* Gorsky (= *Anostylostroma*), *A. crassum* Yaworsky (= tabulate Koralle), *A. fenestratum* Nicholson (= tabulate Koralle?), *A. frustulum* Počta (= *Anostylostroma*), *A. fungiforme* Le Maitre (= *Anostylostroma*), *A. furcatipilosum* Gorsky (= *Trupetostroma*?), *A. inopinatum* Yaworsky (= *Clathrodictyon*), *A. istokiense* Yaworsky (= *Stictostroma*), *A. karpinskyi* Yaworsky (= *Anostylosoma*), *A. lamellatum* Le Maitre (= *Anostylostroma*), *A.?* *mingshan-*

¹ Eine ausführliche, morphologisch-biometrische Untersuchung der Gattung *Actinostroma* erscheint in den Annalen des Naturhistorischen Museums Wien.

kouensis Ozaki (= *Labechiella* ?), *A. mirum* Yaworsky (= *Trupetostroma* ? Homonym zu „*A. mirum* Parks“!), *A. moosense* Parks (= *Stromatoporella*), *A. parksi* Fritz & Wainas (= *Parallelopora*)?, *A. praecursum* Parks (= *Clathrodictyon*), *A. pseudosquamosum* Spinar (= *Anostylostroma*), *A. sertiforme* Lecompte (= *Clathrodictyon* ?), *A. squamosum* Le Maître (= *Anostylostroma*), *A. trautscholdi* Riabinin (= *Anostylostroma*), *A. ? trentonense* Ulrich & Everett (= Schwamm), *A. uralicum* Yaworsky (= *Gerronostroma*).

13 Arten sind in ihrer gattungsmäßigen Zuordnung unsicher bzw. sie sind auf Grund ihrer mangelnden Beschreibung und Abbildung als *nomina dubia* zu betrachten:

A. colymense Yaworsky, *A. consors* (Quenstedt), *A. geminatum* Lecompte, *A. indubium* (Maurer), *A. krekovi* Yaworsky, *A. kuzbassicum* Yaworsky, *A. laskarevi* Yaworsky, *A. mirum* Parks, *A. pexisum* Yaworsky, *A. tenuissimum* Parks, *A. vologdini* Yaworsky, *A. whiteavesi* Nicholson, *A. yunanense* (Mansuy).

Folgende 35 Arten können als gültig anerkannt werden (in Klammer die Synonyma):

- A. altum* Ripper, 1933. — Ob. Unterdevon von SO-Australien.
A. bifarium Nicholson, 1886 (*A. blumenthali* Ünsalaner, 1951). — Ob. Mitteldevon und unt. Oberdevon von West- und Mitteleuropa, Ostalpen, Anatolien.
A. clathratum Nicholson, 1886 (? *A. clathratum polonicum* Gürich, 1896; *A. clathratum confertum* Vinassa, 1908; ? *A. densatum* Lecompte, 1951; ? *A. septatum* Lec., 1951; ? *A. septatum robustum* Lec., 1951; *A. tabulatum* Lec., 1951). — Weltweit: Mitteldevon und unt. Oberdevon von West-, Mittel- und Osteuropa, Ostalpen, Nordafrika, Sibirien, Ostasien und Australien.
A. compactum Ripper, 1933. — Ob. Unterdevon von SO-Australien.
A. contextum Počta, 1894. — Ob. Unterdevon (?) von Böhmen, Westfrankreich.
A. crassepilatum Lecompte, 1951. — Givet und Frasne der Ardennen.
A. crassum Lecompte, 1951 (ex: *A. tabulatum crassum* Lec.). — Frasne der Ardennen.
A. dehornae Lecompte, 1951 (? *A. dehornae densicolumnatum* Lecompte, 1951; *A. dehornae constrictum* Lecompte, 1951). — Frasne der Ardennen.
A. distans Ripper, 1937 (ex: *A. stellulatum distans* Ripp.). — Unt. Mitteldevon von SO-Australien.
A. expansum (Hall & Whitfield, 1873). — Unt. Oberdevon von Iowa.
A. filitextum Lecompte, 1951. — Frasne der Ardennen.
A. hebbornense Nicholson, 1886 (*A. mamontovi* Yaw., 1931; *A. mamontovi planum* Yaw., 1955; ? *A. samskiense* Yaw., 1955; ? *A. stellulatum italicum* Gortani, 1912). — Mitteldevon und unt. Oberdevon von West- und Osteuropa, Sibirien.

- A. ignotum* Yaworsky, 1957. — Unt. Oberdevon von Sibirien.
- A. inflectum* Parks, 1908 (? *A. vulcanum* Parks, 1907; ? *A. tenuifilatum cylindricum* Parks, 1909; ? *A. jurmanense* Yaw., 1955). — Mittl. Gotlandium (Niagaran) von Canada.
- A. ingens* Ünsalaner, 1951. — Unt. Oberdevon von Anatolien.
- A. intermedium* Yaworsky, 1929 (*A. rugosum* Yaw., 1955). — Wenlock und Ludlow von Podolien, Ural.
- A. intertextum* Nicholson, 1886 (? *A. schmidti* [Rosen, 1867]; *A. intertextum suevicum* Nich., 1888; *A. franklinense* Parks, 1909). — Llandeilo bis Ludlow des Baltikums, England, N-Canada.
- A. labechiiiforme* Riabinin, 1930 (? *A. labechiiiforme uralicum* Yaw., 1955). — Höh. Gotlandium von Sibirien, Ural.
- A. ligeriense* Le Maître, 1934. — Unt. Mitteldevon (?) von Westfrankreich.
- A. matutinum* Nicholson, 1891. — Mittl. Gotlandium (??) von Canada.
- A. multipilatum* E. Flügel, 1956. — Givet von Graz.
- A. niagarensis* Parks, 1908 (ex: *A. whiteavesi niagarensis* Parks). — Mittl. Gotlandium von Canada.
- A. papillosum* (Bargatzky, 1881) (? *A. australe* Benson, 1918; *A. irregulare* Yaworsky, 1930; *A. ferganense* Riabinin, 1931; *A. clathratum intricatum* Lecompte, 1951; *A. devonense* Lec., 1951; *A. couvinense* Lec., 1951). — Mitteldevon und unt. Oberdevon von West-, Mittel- und Osteuropa, Ostalpen, Westturkestan.
- A. perspicuum* Počta, 1894. — Unt. Mitteldevon von Böhmen.
- A. regulare* Yaworsky, 1955. — Mitteldevon von Sibirien.
- A. reversum* Lecompte, 1951. — Unt. Mitteldevon der Ardennen.
- A. salairicum* Yaworsky, 1930. — Mitteldevon von Sibirien, Ostalpen.
- A. stellulatum* Nicholson, 1886 (*A. stellulatum maueri* Heinrich, 1914; *A. stellulatum nicholsoni* Heinr., 1914; *A. stellulatum tuberculatum* Heinr., 1914; ? *A. contortum* Ripper, 1937 [Homonym zu „*A. contortum* Gorsky“!]; ? *A. perlaminatum* Lec., 1951; *A. egregium* Yaworsky, 1955). — Mitteldevon und unt. Oberdevon von West- und Mitteleuropa, Ostalpen, Sibirien, Kleinasien, Kalifornien.
- A. tenuicolumnum* Yaworsky, 1955. — Ob. Mitteldevon von Sibirien.
- A. tenuifilatum* Parks, 1908. — Mittl. Gotlandium von N-Canada und Michigan.
- A. toschenkense* Yaworsky, 1955 (? *A. moldavancevi* Yaw., 1955). — Ob. Gotlandium des Ural.
- A. tyrrelli* Nicholson, 1891. — Mitteldevon von Ontario und Indiana.
- A. vastum* Počta, 1894. — Mitteldevon von Böhmen.

- A. verrucosum* (Goldfuss, 1826) (*A. sotenicum* Le Maitre, 1934). — Mitteldevon und unt. Oberdevon von West-, Mittel- und Osteuropa, Nordafrika.
- A. astroites* (Rosen, 1867) (*A. podolicum* Yaw., 1929; *A. malevski* Yaw., 1955). — Wenlock und Ludlow von England, Baltikum, Podolien, Insel Gotland, Ural, Japan (?).

2. Stratigraphische Reichweite: Die älteste bekannte Form von *Actinostroma* stammt aus dem unteren Abschnitt des oberen Llandovery („*Estonus*-Schichten“ = Graptolithenzone 21) von Estland (*A. intertextum* Nich.). Aus dem mittleren Gotlandium (europ. Wenlock, amerik. Niagaran) kennen wir sieben Arten, im wesentlichen aus Canada und dem Ostseegebiet. Aus dem Ludlow sind bisher nur zwei Arten bekannt. Die gotlandischen *Actinostroma*-Arten lassen sich nach Skelettbau und Abmessungen deutlich von den devonischen Vertretern dieses Genus unterscheiden.

Ihre Blütezeit hatte die Gattung im Devon: Aus dem Gedinne und Siegen fehlen Funde; das obere Unterdevon (Ems) ist durch drei Arten vertreten. Im Couvinium kennen wir 13 Arten, im oberen Mitteldevon zehn und im unteren Oberdevon wiederum 13. Die Faunen des Givet und Frasné scheinen sich nur gering zu unterscheiden. Die stratigraphisch höchste Form stammt aus dem „Etroeungt“ (= oberstes Famenne!) von Ostfrankreich.

3. Räumliche Verbreitung: Im Gotlandium findet sich *Actinostroma* in den Flachseeablagerungen des Baltischen Raumes, in den „Riffen“ des englischen Wenlockkalkes, in den Biohermen und Biostromen von Canada und im uralischen Sedimentationsbecken.

Aus dem Devon ist *Actinostroma* bisher von folgenden Bezirken bekannt: Westfrankreich, Ardennen, Eifel, Sauerland, England, Harz, Böhmen, Mähren, Polen, Ostalpen, Ural, Kuznetzbecken, Turkestan, Anatolien, Zentralasien, SW-China, W- und SO-Australien, N-Afrika, östliches Canada, Indiana, Iowa, Kalifornien.

4. Stratigraphischer Wert: Die Untersuchung der Gattung *Actinostroma* hat gezeigt, daß die Möglichkeit besteht, mit Hilfe einzelner Arten oder durch Stromatoporenfaunen das marine Devon stratigraphisch zu gliedern. Einen Überblick über die als Leitformen verwendbaren *Actinostroma*-Arten vermittelt Tabelle 1.

Tabelle 1:
Als Leitformen verwendbare Arten von *Actinostroma*.

Frasium	<i>A. ignotum</i>	<i>A. expansum</i>	<i>A. ingens</i>	<i>A. crassum</i>
Givetium	<i>A. tenuicolumnum</i>	↑		↑
Couvinium	— <i>A. clathratum</i> —	<i>A. hebbornense</i>	— <i>A. stellulatum</i> —	
	↓	<i>A. salairicum</i>	↓	
Emsium		↑		
		<i>A. contextum</i>		

5. Die mesozoischen „Stromatoporen“: Die als „Stromatoporen“ beschriebenen mesozoischen Formen (elf „*Actinostroma*“-Arten) müssen auf Grund der abweichenden Feinstruktur der Skelettfaser aus der Ordnung Stromatoporoidea ausgeschlossen und der auf das Jungpaläozoikum und Mesozoikum beschränkten Hydrozoenordnung *Sphaeractinoidea* Kühn untergeordnet werden.

Die Skelettfaser der echten, auf das Altpaläozoikum beschränkten Stromatoporen ist entweder „kompakt“ (d. h. aus eng aneinandergedrückten Kalzitkristallen zusammengesetzt) oder „gefleckt“ (in einer Grundmasse sind dunkle oder helle Areale zu erkennen).

Die Skelettfaser der mesozoischen *Sphaeractinoidea* ist durch den Besitz einer dunklen Achse charakterisiert, um die radial, senkrecht oder schiefwinkelig winzige Nadelchen angeordnet sind. Die Erklärung für diese abweichende Mikrostruktur könnte darin liegen, daß die *Sphaeractinoidea* — im Gegensatz zu den Stromatoporoidea, aber ähnlich wie die meisten rezenten Hydrozoen — primär ein Chitinskelett besessen haben (vgl. O. Kühn, 1926).

Schrifttum:

Flügel, E., Über die taxonomischen Merkmale und die Artdiagnose bei Stromatoporen. — Neues Jb. Geol. Paläontol., Mh., (3), 97—108, 3 Abb. und 4 Tab. im Text, Stuttgart 1957.

Kühn, O., Eine neue Hydrozoe aus dem Stramberger Jura. — S. B. Akad. Wiss. Wien, math.-naturwiss. Kl., Abt. I, 135, (10), 413—424, 1 Tafel, Wien 1926.

Das wirkl. Mitglied F. Machatschki legt drei kurze Mitteilungen vor, und zwar:

1. „Über das Barytvorkommen von Oberzeiring (Steiermark).“ Von E. Schroll (Bundesversuchs- und Forschungsanstalt Arsenal und Mineralogisches Institut der Universität Wien).

Das mineralogische Vorkommen von Baryt (Schwerspat) in dem historischen Bergbauggebiet von Oberzeiring (Steiermark) ist zwar schon lange bekannt (siehe u. a. E. Hatle [1]).

Die letzte wissenschaftliche Untersuchung der Lagerstätte, welche sich allerdings auf die noch befahrbaren Stollen des Westrevieres, der Piergrube und auf das Material der Grubenhalden beschränken mußte, führt den Schwerspat als Gangart der Vererzung nicht an [3].

Im vergangenen Jahr wurde jedoch vom Verfasser festgestellt, daß dieses wertvolle Mineral durch die einstmalige Bergbautätigkeit im Ostrevier von Oberzeiring in Qualität und Menge derart aufgeschlossen ist, daß gemäß der derzeitigen Marktlage eine bergmännische Nutzung gerechtfertigt erscheint. Dieses Vorkommen ist als eine der bedeutenderen Schwerspatlagerstätten der ostalpinen Erzprovinz zu betrachten.

Oberzeiring war im frühen Mittelalter durch seine reichen Silbererze bekannt; eine Bergwerkskatastrophe beendete 1361 diese Bergbauperiode, der erst mit dem Ende des 18. Jahrhunderts Abbau und Verhüttung der Eisenerze folgte. 1893 kam auch diese Bergbautätigkeit zum Erliegen. Oberbaurat Dipl.-Ing. R. Hirn (Hermagor) macht 1957 durch eine Wiedergewältigung des bereits verfallenen Johannes-Erbstollens die alten Zechen im Ostteil des Oberzeiringer Erzberges, in dem im vergangenen Jahrhundert der Eisenerzbergbau umgegangen war, wieder zugänglich.

Bei einer ersten Untersuchung wurde der Schwerspat im Bereiche zwischen Barbaraschacht und Barbarazeche in 1—4 m mächtigen gangartigen Anreicherungen angetroffen, welche bei einer insgesamt nachgewiesenen Saigerhöhe von zirka 50 m und bei einem steil E-fallenden N-S-Streichen des Gangsystemes sich in der Ostwand der riesigen Barbarazeche im „Schwerspatverhau“ beinahe stockartig zu größeren Mächtigkeiten erweitern. Auch westlich der genannten Zeche und in anderen Erzgängen der Oberzeiringer Lagerstätte sind solche gangartige Barytvorkommen aufgeschlossen. Der Baryt ist stellenweise reichlich im Versatzmaterial enthalten.

Der großblättrig ausgebildete weiße Schwerspat verdrängt metasomatisch den Kalkmarmor. Als markanter Begleiter des Schwerspates unter den sulfidischen Erzen ist Bournonit zu nennen, der nesterweise gelegentlich auftritt. Auf der Taubenkropfsohle wurde auch braune grobkristalline Zinkblende ge-

funden. Eisenspäte, Kalkspat (Skalenoederspat) und Quarz, die sich insbesondere an den Randpartien der Barytgänge stärker bemerkbar machen, sowie sekundäre Mineralbildungen, wie z. B. Limonit, Kalksinter, sind als wichtigste Gangarten anzuführen. Schlitzproben ergaben im Barytstock Gehalte von 95 bis 96% BaSO_4 , 1,2 bis 2,3% SiO_2 und 0,3 bis 0,5% Fe_2O_3 . Eine Probe stärker verunreinigt erscheinenden Schwerspates ergab immerhin noch 66,2% BaSO_4 bei 2,7% SiO_2 und 1,3% Fe_2O_3 .

Die Schwerspatmineralisation gehört einer jüngeren Phase an als die Eisenspatmineralisation. Dies entspricht der „Schwerspat-Bournonit-Paragenese“ von Hüttenberg, wie überhaupt die Oberzeiringer Lagerstätte der von Hüttenberg vergleichbar erscheint [2]. In Oberzeiring tritt allerdings zur schwerspätigen Cu-Pb-Sb-Vererzung noch Zn hinzu, das die anderen Metalle an Intensität zu übertreffen scheint. Die Endphase ist auch in dieser Eisenspatlagerstätte durch reichliche Kalzitbildung gekennzeichnet.

In stehengebliebenen Pfeilern der alten Zechen ist eine sulfidische Vererzung zu beobachten, in der Freibergit-Tetraedit (mit 1,6% Hg!) u. a. neben dem viel häufigeren Bleiglanz wohl ein wichtiges Silbererz dargestellt haben mag.

Eine ausführliche lagerstättenkundliche und mineralogische Bearbeitung des Schwerspatvorkommens von Oberzeiring ist im Gange und wird dieses Jahr abgeschlossen.

Literatur:

- [1] E. Hatle: Die Minerale des Herzogthums Steiermark. Graz 1885.
 [2] E. Clar u. H. Meixner: Die Eisenspatlagerstätten von Hüttenberg und ihre Umgebung. Carinthia II, 143 (1953), 67—92.
 [3] W. Neubauer: Geologie der Blei-Zink-Silber-Eisen-Lagerstätte Oberzeiring (Stmk.). Bg. hm. Mh. 97 (1952), 5—14, 21—27.

2. „Über den Nachweis der Ionenwanderung im Stagogramm und Influenzstagogramm.“ (Kurze Mitteilung.) Von Alphons Solé (3 Abbildungen).

In früheren Untersuchungen [1] konnten wir feststellen, daß es im Stagogramm reiner Kolloidlösungen sowie im Influenzstagogramm (d. h. in Tropfen der Lösungen von Kristalloiden im kolloiden Milieu) zur Ansammlung der Hauptmasse des Kolloids in den Randpartien des Stagogramms im Laufe der Verdunstung kommt.

Die Bewegung der Teilchen einer echten kolloiden Lösung sind mit unseren derzeitigen optischen Hilfsmitteln nicht wahrnehmbar. Wir waren daher gezwungen, mit solchen Lösungen

zu operieren, deren Teilchen bei stärkerer Vergrößerung im Mikroskop noch sichtbar waren, die aber als solche durchaus noch als kolloide Lösungen imponierten. Wir benützten dazu eine Elektrokollargollösung sowie eine Cholesterinemulsion in Wasser. (Näheres siehe [1].)

Man kann nun sehr deutlich unter dem Mikroskop beobachten, wie die Teilchen, die unmittelbar nach dem Setzen des Tropfens nur Molekularbewegungen zeigen, gleich darauf von einem zentrifugalen Impuls erfaßt werden, der sie vom Zentrum des Tropfens radiär ausstrahlend zur Peripherie des Tropfens treibt. Dort sammeln sie sich an und bilden den allmählich immer dichter werdenden Randwall.

Wir konnten es wahrscheinlich machen, daß diese Teilchenbewegung durch die Kuppenverdunstung des Tropfens zustandekommt. Verhindert man diese nämlich dadurch, daß man den Tropfen zwischen zwei parallelen, voneinander nur gering entfernten Glasplättchen einschließt, wodurch nur eine seitliche Verdunstung stattfinden kann, so wandern die Teilchen zentripetal und es kommt schließlich zur Hauptablagerung des Kolloids im Zentrum des Stagogramms.

Wir glauben uns berechtigt, eine solche Wanderung der Teilchen, wie wir sie beim Elektrokollargol und bei der Cholesterinemulsion beobachten konnten, auch als Ursache der Entstehung der Kolloidwälle in den Stagogrammen reiner Kolloidlösungen anzunehmen, obwohl wir sie optisch zu beobachten nicht in der Lage sind.

Beobachtet man die Verdunstung eines Tropfens der wässrigen Lösung eines Kristalloids, so findet man Verhältnisse, die zu folgenden Schlußfolgerungen führen: Auch die Ionen der Lösungen von Kristalloiden wandern bei der Verdunstung des Tropfens zentrifugal. Es kommt aber nur dann zur Ausscheidung der Kristalle am ursprünglichen Tropfenrand (d. h. zu jener Erscheinung, die dem Kolloidrand entspricht), wenn dies durch die Sättigung der Lösung am Tropfenrande erzwungen wird, oder durch ein mechanisches Hindernis die Adhäsion des Tropfens im Verhältnis zu seiner Oberflächenspannung beträchtlich anwächst. Ist die Konzentration des Salzes am Tropfenrande eine zur Kristallisation ungenügende, so tritt Retraktion und Schrumpfung des Tropfens auf, und zwar so lange, bis die zur Kristallisation nötige Sättigung des Schrumpfungsrestes erreicht ist. Die Teilchen der Kolloide und Kristalloide verhalten sich demnach in ihrer durch die Verdunstung bedingten Wanderung prinzipiell völlig gleichartig.

Eine weitere Folgerung aus den Untersuchungen besagt, daß es im Laufe der normalen Verdunstung eines auf einer planen und glatten Unterlage aufsitzenden Tropfens zu Konzentrationsänderung kommt, und zwar wird die Konzentration der Teilchen, seien diese nun kolloide Partikelchen oder Ionen, am Rande des Tropfens ansteigen. Bei nicht oder nur mäßig schrumpfenden Tropfen wären daher Konzentrationsdifferenzen zwischen Tropfenrand und Tropfenmitte zu erwarten. Nach Eintrocknung des Tropfens wurden sie evident, da sie sichtbar in Erscheinung traten. (Alles Nähere in der zitierten Arbeit, wo auch die ganze Literatur über die Stagoskopie angeführt ist.)

Zur Überprüfung dieser Hypothese über die zentrifugale Wanderung der Ionen im verdunstenden Tropfen wurde das folgende Experiment angestellt: Es wurde ein großer Tropfen einer physiologischen Kochsalzlösung, der ein geringer Zusatz radioaktiven Phosphor enthaltenden Natriumorthosphats beigemischt war, auf ein ganz dünnes Deckgläschen gesetzt und dieses direkt auf die Schichtseite einer photographischen Platte gelegt. Jede Viertelstunde wurde das Deckgläschen weitergeschoben und dies so lange fortgesetzt, bis es zur vollkommenen Verdunstung und Kristallisation des Tropfens kam.

Wenn unsere Hypothese richtig ist, so müßte es schon lange vor Beginn der Kristallisation zur Ansammlung von Ionen an der Peripherie des Tropfens kommen, so daß sich ein Konzentrationsunterschied zwischen dieser und dem Zentrum einstellt. Bei direkter Betrachtung des Tropfens läßt sich diese Ionenverschiebung nicht sehen. Bei Verwendung markierter Ionen stünde jedoch zu erwarten, daß sich die Ansammlung der Ionen an der Peripherie durch eine zunehmende Schwärzung der Platte an dieser Stelle und eine Abnahme der Schwärzung im Zentrum kundtun würde.

Abb. 1 zeigt das Ergebnis eines solchen Versuches. Wie ersichtlich, entspricht das Bild durchaus unseren Erwartungen. Trotzdem der Tropfen bei äußerlicher Betrachtung unverändert blieb, offenbart sich die in seinem Innern stattfindende Ionenwanderung sehr deutlich in seiner Selbstphotographie. Bereits am dritten Photo der ersten Reihe (rechts außen), demnach nach einer halben Stunde nach Beginn des Versuches, kommt es zum Abblenden des Zentrums und zum Hervortreten der Randzone. Nach einer weiteren Viertelstunde ist das Zentrum schon ganz lichtarm geworden, während der Rand hell leuchtet. (Zweite Reihe: rechts außen.) Dabei ergab die direkte Beobachtung

in diesen Versuchen, daß sich am Tropfen außer der Kuppenabflachung nicht das geringste geändert hatte.

Erst das nächste Photo (Mittelbild der zweiten Reihe) zeigt beginnende Kristallisation, die nach einer weiteren Viertelstunde beendet ist. (Zweite Reihe: links außen.)

Auf diese Weise konnte die durch die Verdunstung stattfindende Wanderung der Ionen an die Peripherie des Lösungs-

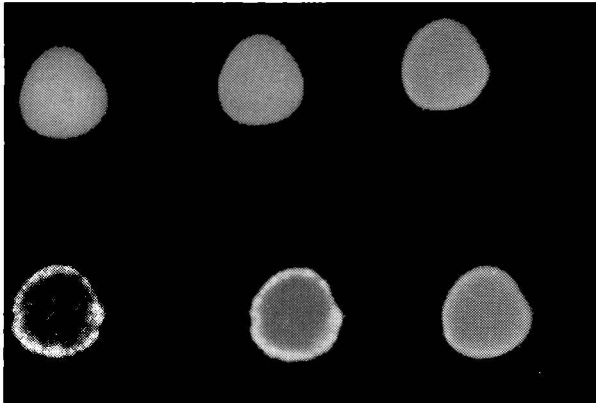


Abb. 1: Stagogramme (in ihrer Entwicklung) eines großen Tropfens phys. Kochsalzlösung mit geringfügigem Zusatz radioaktiven P enthaltenden Natriumorthophosphats. Erste Reihe von links nach rechts, zweite Reihe von rechts nach links zu lesen. Selbstphotos des verdunstenden Tropfens.

tropfens augenscheinlich gemacht werden und damit unsere Hypothese der gleichartigen Wanderung aller Teilchen im verdunstenden Tropfen objektiviert und damit erhärtet werden.

Wir machten auch den Gegenversuch (Verhinderung der Kuppenverdunstung unter Gewährung der seitlichen) mit der radioaktiven Lösung. Abb. 2 zeigt das Ergebnis. Tatsächlich konnte auch hier eine zunehmende Verkleinerung des Leuchtbildes ohne Randbildung beobachtet werden.

Der Kolloidwall des Influenzstagogramms könnte dazu verleiten, eine Wanderungsdifferenz zwischen kolloiden und kristalloiden Teilchen als dessen Ursache anzusehen. Das ist jedoch nicht der Fall, da dieses Verhalten der kolloiden Teilchen durch die Ergebnisse unserer bisherigen Untersuchungen durchaus verständlich erscheint. Es konnte gezeigt werden, daß die Ablagerung der Teilchen umso näher der ursprünglichen Peripherie des Tropfens erfolgt, je geringer die Wasserlöslichkeit

der jeweils sich in Lösung befindlichen Substanz ist. Da nun die kolloiden Teilchen, verglichen mit sämtlichen Kristalloiden, überhaupt nicht als gelöst gelten können, so ist es klar, daß sie sich am äußersten Rande jedes Influenzstagogramms ansammeln müssen. Die Ursache des Kolloidrandes der Influenzstagogramme ist daher nicht durch eine Differenz in der Wanderungsgeschwindigkeit der kolloiden Teilchen und der Ionen bedingt.

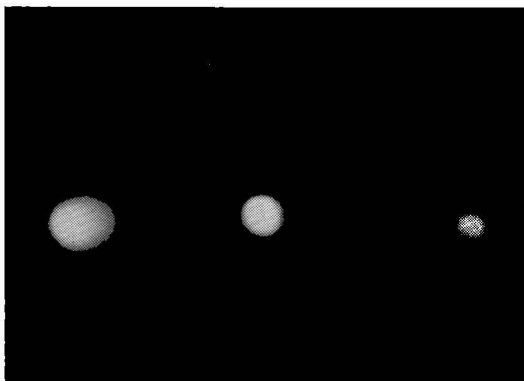


Abb. 2: Selbstphotos des radioaktiven Kochsalztropfens (w. o.) bei veränderter Kuppenverdunstung. Verschiedene Stadien (von links nach rechts).

Auch dieses Verhalten wurde mittels der obigen radioaktiven Salzlösung überprüft (Abb. 3). Es wurde so verfahren, daß eine 1,0%ige Gelatinelösung 1 l mit der radioaktiven Salzlösung vermischt wurde und davon ein großer Tropfen so wie oben auf ein Deckglas gebracht und jede Viertelstunde auf der Schichtseite der photographischen Platte verschoben wurde. Das Selbstphoto zeigt nun deutlich (erste Reihe von rechts beginnend) zuerst die größte Ansammlung des gelösten Stoffes in den Mittelpartien des Tropfens. Im zweiten Tropfenbild ist die Verteilung gleichmäßig. Aber schon im dritten Bild zeichnet sich ein hellerer Randring ab, der nach einer weiteren Viertelstunde nun (zweite Reihe, erstes Bild von links) deutlich in Erscheinung tritt. Hier hat sich demnach bei augenscheinlich unverändertem Tropfen die Hauptmenge an gelöster Substanz am Rande angesammelt, ganz in der gleichen Weise wie wir es schon oben gesehen hatten. Im nächsten Tropfenbild (Mittelbild der zweiten Reihe) kommt es aber zu einer neuen Er-

scheinung: Den äußersten Rand des Tropfens bildet nunmehr ein ganz schwach leuchtender, aber ziemlich breiter Randwall. Es ist dies das Kolloid, in diesem Falle die Gelatine, die sich hier abgelagert hat und nur einen ganz minimalen Anteil der radioaktiven Substanz in sich aufgenommen hat. Der große Tropfen selbst hat sich retrahiert und zeigt auf diesem und auf dem folgenden Bilde die scharfe Trennung zwischen Randpartie

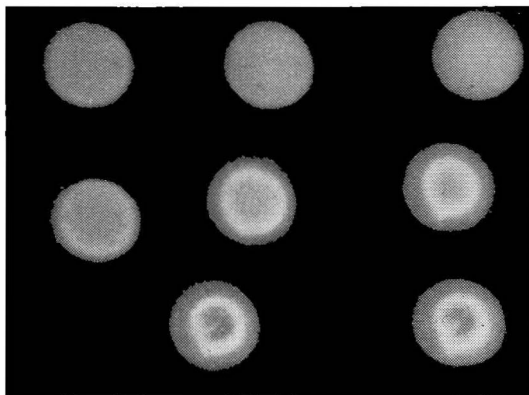


Abb. 3: Influenzstagogramme (in ihrer Entwicklung) aus einer Mischung 1:1 einer 0,1%igen Gelatinelösung und der phys. Kochsalzlösung mit radioaktivem P-Gehalt. Selbstphotos des verdunstenden großen Tropfens. Erste Reihe von rechts nach links, zweite von links nach rechts, dritte von rechts nach links zu lesen.

mit Ansammlung der Hauptmenge der Ionen und dem an gelöster Substanz armen Zentrum. Erst eine Viertelstunde später setzt dann allmählich die Kristallisation des dort angesammelten Salzes ein (dritte Reihe, erstes Bild rechts), die dann im letzten Bilde vollendet ist.

Literatur:

[1] Solé, A.: Kolloid-Zeitsch. 151, H. 1, 55—62 (1957).

3. „Scheelit-xx aus der Magnesitlagerstätte von Lanersbach bei Tux, Tirol.“ Von Heinz Meixner, Knapenberger (Lagerstättenuntersuchung der Österr. Alpen Montangesellschaft).

Scheelit (CaWO_4) ist in Österreich bisher ausschließlich aus dem Bereich der Zentralgneise der Hohen Tauern von etwa 15 bis 20 Fundstellen bekanntgeworden. ([8], [9], 436/437).

Mineralparagenetisch gesehen schließen sich seine Vorkommen einesteils an Goldlagerstätten (z. B. Schellgaden, Radhausberg, Siglitz) und mehr oder minder erlere Quarzgänge an, andern-teils tritt das Mineral vereinzelt und dann auch in frei entwickelten Kristallen, in alpinen Mineralklüften (z. B. Kratzenberg, Knappen-wand, Totenköpfe, Elschekamm) auf.

Eine besondere Überraschung bereitete der Nachweis von Scheelit und darin gelegentlich eingewachsenem Tungstenit (WS_2) in den Tuxer Spatmagnetitlagerstätten, den F. Angel und P. Weiss ([1], S. 350 mit Abb. 8) in ihrer monographischen Bearbeitung bekanntgegeben haben. Seither hat es sich heraus-gestellt, daß Scheelit in den Lanersbacher Magnetiten auch berg-wirtschaftliches Interesse besitzt, so daß Gewinnungsarbeiten bereits begonnen worden sind [2].

Während es sich vorher um derben Scheelit handelte, sind im November 1957 im 1. Stoß des Abbaues Nord II des Lagers Barbara auch Scheelit-xx gefunden worden, wovon ich einige Proben Betriebsleiter Dipl.-Ing. Peter Weiss (Lanersbach) verdanke. Fundstelle und geologische Situation sind aus der Karte 1 25.000, Profil und Beschreibung der Barbaralager durch F. Angel—P. Weiss ([1], S. 338/339) gut zu ersehen. Das Barbaralager steckt in einer Hülle aus Ton- und Glanz-schiefern, von welchen auch kleinere oder größere Partien in den Magnetitkörpern eingefaltet sind. Der Scheelit tritt vor-nehmlich in den kontaktnahen und auch eingefalteten Schiefern, fallweise auch im Karbonat selbst auf, sowohl in Form von Lagergängen, welche zwischen 1—100 mm Mächtigkeit besitzen können, als auch weniger oft in Schwärmen von imprägnativ vererzten Einzelkörnern. Die Lagergänge haben stellenweise eine Stauchfaltung erfahren, welche oft zu beträchtlicher Ver-stärkung der Mächtigkeit führt. Dem Aussehen nach werden zwei verschiedene Typen unterschieden, und zwar grauweißer bis grauer Scheelit einerseits und gelblich bis hellbraun-rötlicher Scheelit andererseits.

Die neuen Proben stammen aus einem Quarzgang, welcher in den Glanzschiefern unmittelbar am Nordkontakt des Barbaralagers auftritt. Der Glanzschiefer führt bis 3 mm große Pyrit-Pentagondodekaeder, $e(210)$. Dipl.-Ing. Peter Weiss hat das Fragment eines Scheelitkristalls von etwa 15 mm Durchmesser aus dem Gangquarz herausgelöst, im Handstück sind noch größere Kristallindividuen zu erkennen.

Die goniometrische Vermessung gestaltete sich infolge der rauhen, wenig spiegelnden, dürrtigen Flächenbeschaffenheit recht

schwierig. Sie führte unter Aufstellung und Achsenverhältnis des Neuen Dana ([10], S. 1074) $a:c = 1\ 2,1717$ zu der Deutung, daß pseudooktaedrische Kristalle von $p(011)$ mit durch $e(112)$ abgestumpften Kanten vorliegen.

Aus der Gangstufe gelang es mir ein bloß 5 mm großes Scheelitkriställchen zu isolieren, dessen Flächen bei der Vermessung gute Signale lieferten und das auch einen größeren Formenreichtum aufwies.

Die obige Deutung konnte bestätigt werden, $p(011)$ tritt trachtbeherrschend auf. p/e ergab an verschiedenen Stellen $39^\circ 58'$, $40^\circ 05'$ und $40^\circ 08'$ statt des theoretischen Wertes von $40^\circ 01'$

In den Zonen p/e tritt noch eine weitere, deutliche, schmale Fläche auf, die mit $h(123)$ zu indizieren ist. Bei der tetragonal dipyramidalen — $4/m$ — Symmetrie des Scheelits kann zwischen $h(213)$ und $h'(123)$ nicht unterschieden werden ([10], S. 1074, 1078).

Außerdem war als sehr kleine Fläche $o(114)$ mit $\rho_0 = 37^\circ 23'$ (statt $37^\circ 31'$) zu sichern.

Bei reichlicherem Material dürften an einer größeren Anzahl von Lanersbacher Scheelit-xx wahrscheinlich noch weitere Formen nachzuweisen sein.

Ein Vergleich mit Scheelit-xx aus anderen Fundorten der Ostalpen stößt auf gewisse Schwierigkeiten. Meist handelte es sich um Einzelfunde, nur in wenigen Fällen erfolgten goniometrische Vermessungen, ganz vereinzelt wurden Kristallzeichnungen angefertigt. So ist insbesondere über die größenmäßige Bedeutung der Kristallformen zur Habitus- und Trachtkennzeichnung aus dem Schrifttum nur schwer ein Überblick zu erhalten. Alle bisherigen Angaben bezogen sich auf die alte Aufstellung mit $a:c = 1\ 1,536$, mit Naumannschen oder Millerschen Symbolen.

Für die folgende Übersicht wurde einheitlich das röntgenographische Achsenverhältnis $a:c = 1\ 2,165$ zugrunde gelegt, die Überführung der Symbole erfolgt zweckmäßig mittels der Transformationsformeln:

alte Aufstellung \longrightarrow röntg. Aufstellung: $\bar{1}10/110/002$,

röntg. Aufstellung \longrightarrow alte Aufstellung: $110/\bar{1}10/001$.

Trachtbeherrschende Flächen wurden mit xxx, mittlere mit xx, kleine untergeordnete mit x bezeichnet. In allen Fällen, in denen nicht (hkl) neben (khl) auftrat, ist „x, xx“ zwischen die korrelierten Symbole gesetzt worden.

Übersicht über den Formenschatz von Scheelit-xx der Ostalpen:

	1	2	3 a	3 b	4	5	6 a	6 b	6 c	7	8	9
c(001)									xx	x—xx		
p(011)	xxx	xxx		xx	xxx	x	xxx	x	x	xx—x	xxx	xxx
e(112)	xx		xxx	xxx	xx	xxx	xx	xxx	xx	xxx—x	x	x
o(114)	x								xx	xxx		
s'(121)									x	x—xx		
's(211)								x	x	x—xx		
h'(123)												
'h(213)	x					x		x	x	x		
δ'(132)												
'δ(312)										x		

- 1 Lanersbach, xx aus Gangquarz der Magnesitlagerstätte; nach H. Meixner.
- 2 Schellgaden, in Quarz mit Bleiglanz, Kupfer- und Eisenkies aus der Goldlagerstätte; nach R. Koechlin ([6], S. 28).
- 3 a: Elschekamm, alpine Kluft mit Biotit, Periklin usw.; nach K. Kontrus ([7], S. 49).
- 3 b: Elschekamm, Quarzlinse; nach K. Kontrus ([7], S. 49).
- 4 Plattenkogel/Lassacherkees, alpine Kluft mit Albit, Kalzit, Chlorit; nach brieflicher Mitteilung von K. Kontrus. Cinque Valle, aus dem Hauptgang der Cu-Lagerstätte; nach F. Sandberger bzw. K. A. Redlich ([11], S. 525).
- 6 a: Knappenwand, Untersulzbachtal, aus Klüften mit Epidot, Amianth, Kalzit; nach G. Tschermak ([12], S. 57, 114) und V. v. Zepharovich ([13], S. 280).
- 6 b: desgl.; nach P. Groth ([5], S. 159).
- 6 c: desgl.; nach E. Fugger—C. Kastner ([4], S. 2).
- 7 Söllnkar, Krimmler Achenal, aus Klüften mit Byssolith, Epidot, Amphibol; nach E. Fugger—C. Kastner ([4], S. 2—4).
- 8 Rinne zwischen Busingalpe und Jagdhaus im Habachtal, alpine Kluft mit Biotit, Chlorit, Adular, Titanit; nach F. Berwerth ([3], S. 559).
- 9 Rauris, alpine Kluft mit Adular und Chlorit; nach F. Berwerth ([3], S. 559).

Neben der Fundortsbezeichnung sind noch die Begleitminerale zur paragenetischen Kennzeichnung vermerkt worden.

Als Kombinationsträger tritt trachtbeherrschend in den meisten Fällen entweder $p(011)$ oder $e(112)$ auf. Eine paragenetische Abhängigkeit, ob p oder e vorwiegt bei eingewachsenem Auftreten in Quarz oder als alpines Kluftmaterial, ist nicht zu erkennen.

Auffallend abweichend sind die (vgl. Nr. 7 der Übersicht) von E. Fugger und C. Kastner beschriebenen prachtvollen Scheelit-xx aus dem Söllnkar im Krimmler Achenal, obwohl sie mit Epidot und Asbest als Begleitmineralen im Vorkommen weitgehend den Knappenwand-Verhältnissen gleichen. Die Scheelit-xx vom Söllnkar zeigen außer e auch $o(114)$ als große Fläche, und $c(001)$ tritt deutlich neben p in Erscheinung.

Eigenartig mutet „Nr. 6 c“ an. Dieser Scheelit soll nach E. Fugger und C. Kastner ([4], S. 2) von der Knappenwand stammen. Die Formentwicklung von Nr. 6 c weicht aber völlig von gesicherten Kristallen dieser Fundstätte (vgl. Nr. 6 a und 6 b) ab, hat aber alle Merkmale, wie sie vorhin für Scheelit vom Söllnkar (vgl. Nr. 7) angegeben sind. „Asbestfäden“ in Nr. 6 c passen ebensogut zu Nr. 7! So halte ich es für wahrscheinlich, daß als Herkunftsort von Nr. 6 c ebenfalls das Söllnkar angegeben werden müßte.

Dipl.-Ing. Weiss danke ich für das interessante Material. Die bergmännische Gewinnung von Scheelit in den Lanersbacher Magnesitlagerstätten läßt hoffen, daß noch weitere Scheelitkristallfunde gemacht werden.

Schrifttum:

- [1] F. Angel — P. Weiss: Die Tuxer Magnesitlagerstätten. Radex-Rundschau, 1953, H. 7/8, 335—353.
- [2] F. Angel: Streiflichter auf Beziehungen zwischen Fachforschung und Bergbau. Vortrag an der Abt. f. Min. des Landesmuseums Joanneum am 19. Oktober 1957 in Graz.
- [3] F. Berwerth: Neue Scheelitvorkommnisse in den östlichen Centralalpen. Tscherm. Min. Petr. Mitt., 18, 1899, 559.
- [4] E. Fugger — C. Kastner: Salzburger Scheelite. In: Naturwissenschaftliche Studien und Beobachtungen aus und über Salzburg. Salzburg 1885, 1—4.
- [5] P. Groth: Die Mineraliensammlung der Kaiser Wilhelm-Universität Straßburg, 1878.
- [6] R. Koechlin: Ausstellung Scheelit. Tscherm. Min. Petr. Mitt., 25, 1906, 28—29.
- [7] K. Kontrus: Altes und Neues aus dem Ankogelgebiet. Der Karinthn, Folge 4, 1949, 49, 54—56.
- [8] H. Meixner: Über einige typomorphe Minerale aus den Ostalpen. Geologie, 1, Berlin 1952, 197—200.
- [9] H. Meixner: Mineralogisches zu Friedrichs Lagerstättenkarte der Ostalpen. Radex-Rundschau, 1953, H. 7/8, 434—444.
- [10] Ch. Palache — H. Berman — Cl. Frondel: The system of Mineralogy. 2, 7. Aufl., New York 1951, 1—1124.
- [11] K. A. Redlich: Mineralogische Mittheilungen. Tscherm. Min. Petr. Mitt., 17, 1898, 518—525.
- [12] G. Tschermak: Neue Vorkommen von Scheelit. Min. Mitth., 1872, 57.
- [13] V. v. Zepharovich: Mineralog. Lexikon f. d. Kaisertum Österreich. II, Wien 1873.
- [14] V. v. Zepharovich: Scheelit aus dem Krimmler-Thale. Nat.-wiss. Jahrb. Lotos, 7, 1887, 173—176.

Das korr. Mitglied Edmund Hlawka legt eine von ihm selbst verfaßte kurze Mitteilung vor, und zwar:

„Zur Theorie der diophantischen Approximationen.“

Kürzlich haben P. Erdős und A. Renyi in einer Arbeit „A Probabilistic Approach to problems of Diophantine Approximation“ (Illinois Journal of Mathematics 1, 303—315 [1957]) mit maßtheoretischen Methoden Sätze über die Approximation von Potenzsummen komplexer Zahlen hergeleitet. Es sollen nun diese Sätze verallgemeinert und auf andere Art hergeleitet werden. Dabei wurde auf die Bestimmung möglichst kleiner Schranken der Einfachheit halber verzichtet.

§ 1. Es sei X zunächst ein beliebiger kompakter Raum mit abzählbarer Basis, $C(X)$ der Raum aller stetigen Funktionen $f(x)$ auf X mit der Norm $\|f\| = \sup |f(x)|$ ($x \in X$), $\mu(f)$ ein beliebiges Radonsches Maß auf $C(X)$ mit $\mu(1) = 1$, μ_P das zugehörige Produktmaß über den Raum P aller Folgen $\omega = (x_n)$ aus X . $\bar{C}(X)$ den Raum aller f aus C mit $\mu(f) = 0$. Dann ist für jede natürliche Zahl k , jedes System f_1, \dots, f_k aus $\bar{C}(X)$, für alle Zahlen h_1, \dots, h_k und jeder positiven Zahl t

$$\mu_P(|h_1 f_1(x_1) + \dots + h_k f_k(x_k)|^t) \leq (3\tau K^2 \sum_{i=1}^k |h_i|^2)^{t/2} \quad (1)$$

Dabei sei $K = \max \|f_i\|$ und τ nächst größere ganze Zahl an $t/2$. (Vgl. zu diesem Satz die Arbeit des Verf. „Folgen auf kompakten Räumen“ Abhandlungen Math. Sem. Univ. Hamburg 20 [1956] S. 231). Wir geben für (1) einen einfachen Beweis durch vollständige Induktion nach k . Es kann o. B. d. A. sofort $K = 1$ und die Richtigkeit von (1) für alle $k \leq 3\tau$ ange-

nommen werden. Setzen wir nämlich $H_k^2 = \sum_{i=1}^k h_i^2$, $\sum_{i=1}^k h_i f_i = F_k$

dann ist $|F_k| \leq H_k (|f_1|^2 + \dots + |f_k|^2)^{1/2} \leq k H_k$ also (1) richtig für $k \leq 3\tau$. Es kann also o. B. d. A. $k \geq 3\tau + 1$ und weiter $|h_1| \geq |h_2| \geq \dots \geq |h_k| = h$, also

$$3\tau h \leq H_{k-1} = H \quad (2)$$

und (1) richtig für $k-1$ und alle $t > 0$ angenommen werden. Es sei zunächst t von der Gestalt $2m$ (m natürliche Zahl), dann ist $\tau = m$, und wir haben mit $f_k = f$

$$H_k^{2m} = \sum_{j=0}^{2m} \binom{2m}{j} H^{2m-j} (h_k f)^j$$

Bei der Integration über P fällt das Glied mit $j=1$ weg, da x_k nur in f aber nicht in H vorkommt und $\mu(f) = 0$ ist. Wir erhalten also, wenn wir (1) auf H mit $t = 2m - 2s$, ($s \geq 0$) bzw. $t = 2m - 2s - 1$ ($s \geq 1$) anwenden, daß

$$\mu_P(H_k^{2m}) < (3m)^m [H^{2m} + \sum_{s=1}^{m-1} \left[\binom{2m}{2s} + \frac{h}{H} \binom{2m}{2s+1} \right] 3^{-s} h^{2s} H^{2(m-s)}] \quad (3)$$

Nun ist wegen (2) der Ausdruck in der Klammer unter der Summe in (3) sicher kleiner als $4/3 \binom{2m}{2s} < \binom{m}{s} 3^s$, also ist (3)

kleiner als $(3m)^m (H^2 + h^2)^m$. Damit ist (1) für $t = 2m$ bewiesen. Ist jetzt $t > 0$ beliebig, so folgt aus der Hölderschen Ungleichung

$$\mu_p(H_k^t) \leq \mu_p^{t/2}: (H_k^{2^t})$$

alles.

Es sei nun $A = (a_{nk})$ eine Matrix von reellen oder komplexen Zahlen ($n, k = 1, 2, \dots$) mit $M = \sup_n \sum_k |a_{nk}| < \infty$. Es werde gesetzt für jedes $\omega = (x_k)$

$$\lambda_n(A, \omega, f) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{nk} f(x_k), \quad \alpha_n = \sum_k |a_{nk}|^2$$

dann folgt sofort aus (1)

Satz 1: Für jedes $t > 0$ und jedes f aus $\bar{C}(X)$ ist

$$\mu_p [|\lambda_n(A, \omega, f)|^t] < [3/2(t+2)K^2\alpha_n]^{t/2} \quad (4)$$

mit $K = \|f\|$.

Es sei nun δ eine beliebige positive Zahl.

Dann folgt sofort

Satz 2: Es ist für jedes f aus $\bar{C}(X)$

$$\nu = \mu_p [|\lambda_n(A, \omega, f)| > 3\delta K] < 3^{10} e^{-\delta^2} \quad (5)$$

Beweis: Wir nehmen in (4) $t = 2\delta^2/\alpha_n$, dann folgt aus (4), wenn $\delta^2 > 10\alpha_n$

$$\nu < [(t+2)\alpha_n/6\delta^2]^{t/2} < \left(\frac{11}{30}\right)^{t^2/\alpha_n} < e^{-\delta^2/\alpha_n} \quad (5')$$

Ist $\delta^2 < 10\alpha_n$, so ist (5) trivialerweise richtig.

Daraus folgt:

Satz 3: Sind f_1, \dots, f_N mit $N < 3^{-10} e^{\delta^2/\alpha_n}$ aus $\bar{C}(X)$, dann gibt es stets, eine Folge ω , so daß

$$\text{Max}_{1 \leq j \leq N} |\lambda_n(A, \omega, f_j)| < 3\delta K$$

ist. Dabei ist $K = \text{Max} \|f_j\|$

Beweis: Wenden wir (5) auf die N Funktionen f_j an, dann ist also $\mu_p [\text{Max} |\lambda_n(f_j)| > 3\delta K] < 3^{10} N e^{-\delta^2/\alpha_n} < 1$

Es sei nun ein System $S(I)$ von Funktionen $f(x, I)$ aus $\bar{C}(X)$ gegeben, wo I alle Gitterpunkte eines Gitters Γ in einem s -dimensionalen Raum R_s ($s \geq 1$) mit der Determinante $D = D(\Gamma)$ durchläuft. Ist dann $G = \sup_I \|f(x, I)\|$, ($I \in \Gamma$), dann gilt

Satz 4: Es gibt eine Folge ω , so daß für alle f aus $S(\Gamma)$

$$|\lambda_n[A, \omega, f(x, 1)]| < 3 G [\alpha_n(s+4) \log(|1| D^{-1/s} + 9s)]^{1/2} = 3 G \delta(1) \quad (6)$$

Beweis: Es ist nach Satz 2, (5'), da ja $\delta^2/\alpha_n > 10$

$$\mu_p[|\lambda_n| > 3 G \delta(1)] < (|1| D^{-1/s} + 9s)^{-(s+4)}$$

Nun ist $\sum_{l \neq 0} = \sum_{l \in \Gamma} (|1| D^{-1/s} + 9s)^{-(s+4)} < (9s)^{-(s+4)} + \sum_{l \neq 0}$,

und

$$\sum_{l \neq 0} < \frac{1}{D} \int_{R_s} (|g| D^{-1/s} + 9s)^{-(s+4)} d g \quad (7)$$

Nun ist das Integral auf der rechten Seite von (7) sicher kleiner als $\omega_s \int_{9s}^{\infty} \rho^{-5} d \rho < 1/2$, dabei ist ω_s der Oberflächeninhalt der s -dimensionalen Einheitskugel, welche sicher $< 6s$ ist, also ist $\sum < 1$ und damit ist (6) bewiesen.

Es sei nun ein System $S(s)$ von Funktionen $f(x, s)$ aus $\bar{C}(X)$ gegeben, wo s alle Punkte des R_s durchläuft, Die Funktionen f sollen dabei eine Lipschitzbedingung der Gestalt

$$|f(x, s) - f(x, t)| \leq c(S) |s - t|$$

erfüllen für alle $x \in X$ und alle s, t aus R_s . Dann gilt, wenn $K = \sup \|f(x, s)\| (s \in R_s)$.

Satz 5: Es gibt eine Folge ω , so daß für alle f aus S_s

$$|\lambda_n[A, \omega, f(x, s)]| < 3 \sigma [\alpha_n(s+4) \log(|s| \alpha_n^{-1/s} + 9s)]^{1/2} + M c \sqrt{s \alpha_n} \quad (8)$$

Beweis: Wir wählen im R_s das würfelförmige Gitter \bar{G} mit der Kantenlänge $1/m$, wo $m = [\alpha_n^{-1/s}]$. Dann haben wir nach (6) für jeden Gitterpunkt t des Gitters \bar{G}

$$|\lambda_n[f(x, t)]| < 3 \sigma [\alpha_n(s+4) \log(|t| \alpha_n^{-1/s} + 9s)]^{1/2}$$

Nun liegt jeder Punkt s in einem Gitterwürfel. Ist nun t der Eckpunkt dieses Würfels, der dem Koordinatenursprung am nächsten liegt, so ist $|t| \leq |s|$ und $|s - t| \leq \sqrt{s}/m$, also $|\lambda_n[f(t)] - \lambda_n[f(s)]| \leq M c |s - t| \leq M c (s \alpha_n)^{1/2}$ und daraus folgt (8). Wir wenden nun diese Sätze auf den r -dimensionalen Torusraum T_r an μ das Haarsche Maß von T_r und auf das System der Funktionen $f(l) = \exp[2\pi i (L_1 x_1 + \dots + L_r x_r)] = \exp(2\pi i l g)$ welche in $\bar{C}(T_r)$ liegen, ($L_1 \dots L_r$ ganze Zahlen).

Dann folgt aus Satz 4 mit $s = r$, da jetzt Γ das Würfelgitter mit Kantenlänge 1, $G = 1$.

Satz 4': Es gibt stets eine Folge (ξ_k) von Vektoren mod 1, so daß für alle Gittervektoren $l \neq 0$

$$|S_n(A, l, \omega)| = \left| \sum a_{nk} \exp(2\pi i l \xi_k) \right| < 3 [\alpha_n (r+4) \log(|l| + 9r)]^{1/2} \quad (6')$$

Da die $f(l)$ die Lipschitzbedingung mit $c = 2\pi r$ für alle Punkte r den R_r erfüllen, es ist ja

$$|f(r) - f(t)| = |\exp(2\pi i r \xi) - \exp(2\pi i t \xi)| \leq 2\pi |r - t| \xi \leq 2\pi r |r - t|$$

so folgt aus Satz 5

Satz 5': Es gibt stets eine Folge (ξ_k) mod 1, so daß für alle Punkte $r \neq 0$ des R_r stets

$$|S_n(A, r, \omega)| < 3 [\alpha_n (r+4) \log(|r| \alpha_n^{-1/2} + 9r)]^{1/2} + 2\pi M r (\alpha_n)^{1/2} \quad (8')$$

Wir wollen jetzt auf T_r Satz 3 anwenden, dann gilt also:

Satz 3': Es gibt eine Folge (ξ_k) mod 1, so daß für alle

$$l \neq 0 \text{ mit } |l| < \frac{3^{-10}}{2^r} \exp \frac{\delta^2}{r \alpha_n}$$

$$|S_n(A, \omega, l)| < 3 \delta \quad (9)$$

ist, für alle $\delta > 0$.

Ist insbesondere $a_{nk} = b_k (b_1 + \dots + b_n)^{-1}$ für $1 \leq k \leq n$ und sonst 0, so folgt insbesondere die Existenz von n Vektoren ξ_1, \dots, ξ_n , so daß

$$\left| \sum_{k=1}^n b_k \exp(2\pi i l \xi_k) \right| < 3 \delta |b_1 + \dots + b_n| \quad (9')$$

für alle $l \neq 0$ mit $|l| < 3^{-10} 2^{-r} \exp \left(\frac{\delta^2}{r} \frac{|b_1 + \dots + b_n|^2}{|b_1|^2 + \dots + |b_n|^2} \right)$, also insbesondere für alle $b_n = 1$, daß

$$\left| \sum_{k=1}^n \exp(2\pi i l \xi_k) \right| < 3 \delta n \quad (9'')$$

wenn $0 < |l| < 3^{-10} 2^{-r} \exp \left(\frac{\delta^2}{r} n \right)$

Nach dem allgemeinen Dirichletschen Approximationssatz gibt es zu jedem $\rho \geq 2$ und beliebigen Vektoren ξ_1, \dots, ξ_n stets einen Gitterpunkt $l \neq 0$ mit $|l| \leq \rho^{n/r}$ und ganze Zahlen g_k so

daß $\text{Max} |l \xi_k - g_k| < \frac{1}{\rho}$, also wenn alle $b_k > 0$

$$\left| \sum_{k=1}^n b_k \exp(2 \pi i l \xi_k) \right| > \cos \frac{2 \pi}{\rho} \sum_{k=1}^n b_k \text{ ist.}$$

Aus (9'') folgt also: Es gibt Vektoren ξ_1, \dots, ξ_n , so daß

$$\text{Max} |l \xi_k - g_k| > \frac{1}{2 \pi} \arccos \delta$$

für alle g und alle l mit $1 \leq |l| < 3^{-10} 2^{-r} e^{\delta^2 n/9r}$

Für einen Satz von anderer Art, welcher zeigt, daß sich der Dirichletsche Approximationssatz nicht beliebig verschärfen läßt, vgl. J. W. S. Cassels, Diophantische Approximationen, Ch. I, Th. VIII, Cambridge Press 1957.

Man kann (9') vertiefen. Es sei $X(p)$ der Raum aller Restklassen mod p (p Primzahl), $X_r(p)$ der r -fache Produktraum

von X , μ das Haarsche Maß auf X_r , $\bar{f}(l) = \exp\left(\frac{2 \pi i}{p} l \xi\right)$ (l alle

Elemente $\neq 0$ aus X_r). Dann folgt aus Satz 3: Satz 3' bleibt richtig,

wo $(\xi_k) \bmod 1$ eine Folge $\left(\frac{1}{p} \eta_k\right)$, die Komponenten von η_k ganze

Zahlen g mit $0 \leq g < p$, wenn nur $p > e^{\delta^2/\alpha_n}$, also insbesondere gilt (9'') für $0 < \delta < 1$ und $p > e^n$

Es liege nun ein Quader $Q: 0 \leq \alpha_k \leq x_k < \beta_k < 1 \bmod 1$

($k = 1, \dots, r$) in T_r mit Volumen $V(Q) = \prod_{k=1}^r (\beta_k - \alpha_k)$ vor. Es

sei φ_Q die charakteristische Funktion von Q . Dann sei, wenn $\omega = (\xi_k)$ mit $\xi_k = (x_{k1}, \dots, x_{kr})$ die Folge aus Satz 4' ist,

$$L_n(\omega, A, l) = \sum a_{nk} \varphi_Q[\mathfrak{B}_k(l)]$$

wo $\mathfrak{B}_k(l) = (x_{k1} l_1, \dots, x_{kr} l_r)$ [$l = (l_1, \dots, l_r)$ Gitterpunkt]. Es ist

also für $a_{nk} = 1/n$ für $1 \leq k \leq n$ und 0 sonst, L_n die Häufigkeit mit welcher die Folge \mathfrak{z}_k in Q vorkommt. Wir wollen im weiteren $a_{nk} \geq 0$ voraussetzen. Dann ist für beliebiges $M \geq 1$

$$\begin{aligned} \Delta_n &= |L_n(\omega, A, I) - V(Q)| \leq \\ &\leq c \left(\frac{r}{M} + \sum_{|h_k| \leq M}^* \left| S_n[\omega, A, n(\mathfrak{h})] \right| \prod_{k=1}^r \text{Min} \left(1, \frac{1}{|h_k|} \right) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

wo $n(\mathfrak{h}) = (l_1 h_1, \dots, l_r h_r)$ und bei der Summation $(0, \dots, 0)$ auszuschließen ist. Die Formel (11) ist für das arithmetische Mittel ein Spezialfall eines allgemeinen Satzes von Erdős-Turan (vgl. J. F. Koksma, Some theorems on diophantine Inequalities Math. Centrum Amsterdam Sep. 5, 1952). Für beliebiges A mit nicht negativen a läßt der Satz sich ausdehnen. Wir benutzen nun (6'). Um nun die Summe in (11) abzuschätzen, beachten wir daß $|n(\mathfrak{h})| \leq M |I|$ ist und erhalten also

$$\Delta_n \leq c(r) \left(\frac{1}{M} + [\alpha_n \log(e M |I| + 9r)] \right)^{1/r} M^{r-1} \log M \quad (12)$$

Wir nehmen nun $M = [\alpha_n \log(|I| + 9r)]^{-1/r}$

Ist nun $|I| \leq 1/|\alpha_n|$, so ist

$$\Delta_n \leq c(r) \alpha_n^{1/r} \left(\log \frac{e}{|\alpha_n|} \right)^{1/r} \quad (13)$$

Ist nun $|I| > 1/|\alpha_n|$, so setzen wir $\delta = \alpha_n [\log(|I| + 9r)]$ und

erhalten für $\delta > \alpha_n \left(\log \frac{1}{|\alpha_n|} + 9r \right)$

$$\Delta_n < c_1 \delta^{1/r} \log \frac{1}{\delta} \quad (14)$$

also

Satz 6: Es ist $\Delta_n(I) \leq c \sigma^{1/r} \left(\log \frac{1}{\sigma} \right)^{1+1/r}$ für alle I mit $1 \leq$

$$\leq |I| \leq \exp \frac{\sigma}{\alpha_n} - 9r.$$

Dies folgt sofort aus (13), (14), da $\sigma \geq 2\alpha_n$.

Um die Bedeutung des Satzes 6 zu beleuchten, betrachten wir Vektoren ξ_1, \dots, ξ_n und wählen ein ρ mit $2 < \rho^r < 2n$. Dann gibt

es nach dem Dirichletschen Approximationssatz einen Gitterpunkt $\bar{I} = (\bar{l}_1 \dots \bar{l}_r)$ mit

$$1 \leq |I| < r \rho^{\left[\frac{n}{\rho^r} \right]} < r e^{n \rho^{-r} \log \rho} \quad (15)$$

so daß mit passenden ganzen Zahlen $g_{1i} \dots g_{ki}$

$$|\bar{l}_i x_{ki} - g_{ki}| < \frac{1}{\rho} \left(k = 1, 2, \dots \left[\frac{n}{\rho^r} \right] \right)$$

Dann gilt für den Würfel $Q: |x_i| < \frac{1}{\rho} (i = 1, \dots, r)$

$A =$ Matrix des arithmetischen Mittels

$$|\Delta_n(\bar{l}_n)| > \rho^{-r} \quad (16)$$

Das korr. Mitglied Otto Pesta übersendet zur Aufnahme in die Sitzungsberichte eine Abhandlung, und zwar:

„Bemerkungen zu einigen Kopepoden Südamerikas.“ (Mitteilung aus der Biologischen Station Lunz.)
Von Dr. Vinzenz Brehm.

Im Zusammenhang mit der Beschreibung von zwei neuen Diaptomidenspezies namens *Notodiaptomus anceps* und *Diaptomus* sens. lat. *inexpectatus* werden in kritischen Ausführungen die Stellung und die verwandtschaftlichen Beziehungen der in Südamerika vorkommenden Formen eingehend besprochen. Der Versuch eines Bestimmungsschlüssels über alle bisher bekanntgewordenen Vertreter dieser sowohl zoogeographisch als auch systematisch beachtenswerten Kopepodengruppe beschließt die Darstellung.

Das korr. Mitglied W. Kühnelt übersendet zur Aufnahme in die Sitzungsberichte zwei Arbeiten, und zwar:

1. „Ergebnisse der Österreichischen Iran-Expedition 1949/50, Lepidoptera I (Macrolepidoptera).“
Von Hans Reisser.

2. „Ergebnisse der Österreichischen Iran-Expedition 1949/50, Lepidoptera II (Microlepidoptera).“
Von Hans Georg Amsel.

In die Fortsetzung der Sitzungsberichte II b bzw. Monatshefte für Chemie wird aufgenommen:

1. „Isotopische Zusammensetzung des Wassers des Neusiedlersees bei Wien.“ Von H. Craig, T. Mayeda und H. E. Suess.

2. „Die Synthese von α -(o-Nitroaryl)-zimtsäuren.“ Von M. Pailer, A. Schleppnik und A. Meller.

3. „Über die Michael-Reaktion mit Chinolacetaten.“ (II. Mitteilung.) Von F. Langer, F. Wessely, W. Specht und P. Klezl.

4. „Hydroxylammonium-fluorborat.“ (Kurze Mitteilung.) Von A. Engelbrecht und E. Nachbaur.

5. „Chemische Kinetik und Carcinogenese, IV. Mitteilung.“ (Kurze Mitteilung.) Von H. Schmid.

6. „Zur Autoxydation von Jodion im Dunkeln.“ (Kurze Mitteilung.) Von E. Abel.

7. „3,3-Diphenyl-3-cyanpropyl-isocyanat-(1), 3,3-Diphenyl-3-cyanmethylpropyl-isocyanat-(1) und deren Umwandlungsprodukte.“ (I. Mitteilung.) Von H. Bretschneider, H. Deutscher, W. Klötzer und M. Sander.

8. „Gestaltsbestimmung des Hämoglobinmoleküls mittels der Röntgen-Kleinwinkelstreuung.“ (Kurze Mitteilung.) Von W. Kreutz und O. Kratky.

9. „Ein Beitrag zum Kalzium-Titan(III)-aluminat; Strukturuntersuchung an $\text{CaO} \cdot 6(\text{Al}, \text{Ti})_2\text{O}_3$.“ Von A. Wittmann, K. Seifert und H. Nowotny.