Sonder-Abdruck aus dem LII. Bde. der Sitzungsb. d. kais. Akad. der Wissenschaften.

Eine Bemerkung zu Herrn Lewis M. Rutherfurd's Construction des Spectroscopes.

Von L. Ditscheiner.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 30. November 1865.)

Im 39. Bande von Silliman's Journal hat Herr Lewis M. Rutherfurd die Construction eines Spectroscopes, welche jetzt auch in Pogg. Ann. B. 124. S. 363. übergegangen, veröffentlicht, mittelst welcher es durch nur eine Bewegung, nämlich das Drehen einer Axe, ermöglicht werden soll, eine Reihe von Prismen gleichzeitig für einen durch sie gehenden Strahl von gewisser Farbe in die Minimumstellung bringen zu können. Zur Erreichung dieses Zweckes sind die Prismen, von denen übrigens vorausgesetzt wird, dass sie alle einen gleichen brechenden Winkel und gleiche Brechungsquotienten besitzen, so mit einander verbunden, dass die ihre brechenden Winkel halbirenden Linien stets in einem Punkte sich schneiden, durch welchen auch die drehbare mit einem kleinen Zahnrade versehene Axe geht. Dieses Rädchen greift in eine gezahnte Stange ein, welche von einem der Prismen ausgehend, eine Bewegung des letzteren in der Richtung seiner Mittellinie gestattet. Durch das Drehen der Axe nähern oder entfernen sich dann alle Prismen von derselben, jedoch nur so, dass sie immer in einem Kreise, dessen Mittelpunkt in dieser Axe liegt, angeordnet bleiben. Alle Prismen ändern bei dieser Drehung ihre Lage gegen den einfallenden Strahl, jenes ausgenommen, welches mit der gezahnten Stange versehen ist, indem dieses immer nur parallel zu sich selbst verschoben wird.

Eine einfache Betrachtung aber zeigt, dass diese Vorrichtung allein nicht hinreicht um die gleichzeitige Minimumstellung aller Prismen für die verschiedenen gefärbten Strahlen zu erreichen, sondern dass bei dem Übergange von einer Farbe zur andern, neben der Axendrehung, wie sie die Rutherfurd'sche Construction gestattet, noch eine Drehung des ganzen Systems um eine Axe möglich sein muss, bei welcher Drehung jedoch die Prismen ihre Lage gegen einander nicht verändern. Denken wir uns nämlich wie in Fig. 1 mehrere Prismen A, A', A'', A''' . . . auf die genannte Weise verbunden, so dass sie für einen in der Richtung Ca aus dem Collimator kommenden Strahle von einer bestimmten Farbe gleichzeitig ihre Miniumstellung einnehmen, dass also seine Richtungen ab, $a'b'$, $a''b''$ . . . . in den verschiedenen Prismen senkrecht auf den Radien AO, $A'O$, $A''O$ . . . . stehen. Da es ferner bei der Voraussetzung parallel aus den Collimator kommender Strahlen gleichgültig ist, ob die Bewegnng des ganzen Systems in der Weise stattfindet, dass O der Mittelpunkt bleibt und sich das Prisma mit der gezahnten Stange, welches wir als jenes $A''M''M'''$ ansehen wollen, diesem Mittelpunkte in der Richtung $A''O$ nähert oder entfernt oder ob dieser Mittelpunkt sich diesem Prisma in eben derselben Richtung nähert oder sich von ihm entfernt, so wollen wir der Einfachheit dieses letztere beibehalten. Soll nun ein Strahl mit grösseren Brechungsquotienten durch das ganze System beim Minimum aller Prismen hindurchgehen, so wird sich der Mittelpunkt O dem fixen Prisma nähern, das ganze System also dann in die Lage, wie sie die punktirten Linien andeutet, kommen. Die vom Collimator kommenden Strahlen werden dann in der Richtung C_0a_0 auf das erste Prisma fallen müssen, eine Richtung, die von der ursprünglichen Ca offenbar verschieden und die nur einzuhalten, wenn entweder der Collimator oder das ganze System, natürlich ohne Änderung der gegenseitigen Lage der Prismen, um jenen Winkel gedreht wird, welchen Ca und C_0a_0 mit einander bilden.

Dass der Winkel, welchen der Radius $A''C$ des fixen Prismas mit dem einfallenden Strahle Ca bildet, für verschieden gefärbte Strahlen ein anderer sein muss, ergibt übrigens auch eine einfache Rechnung. Bezeichnen wir nämlich den brechenden Winkel aller Prismen mit A, ferner die gleichen Winkel AOA', $A'OA''$, ... mit φ, den Winkel bei C, welchen Ca mit $A''C$ bildet, für die Minimumstellung aller Prismen, mit m, so wie den Einfallswinkel unter derselben Bedingung mit α, so ergibt sich aus dem Dreiecke CcO die Relation

$$m = 2\varphi + \alpha - \frac{A}{2} - 90$$

nach unserer Construction des Systems ist aber auch

$$\varphi = 2\alpha - A$$

somit

$$m = 5\alpha - \frac{5}{2} A - 90$$

wo die positiven Winkel m von der Linie Ca aus nach rechts gezählt werden. Da ferner $\sin \alpha = \mu . \sin \frac{A}{2}$, so ist m als von A und μ abhängig dargestellt.

Ist nur jene Bewegung, welche nach der Rutherfurd'schen Anordnung möglich ist, gestattet, ferner die Collimatoraxe gegen das Prismensystem nicht veränderlich, so erhält man bei der Beobachtung durch das Fernrohr für jede beliebige Farbe durch Drehung der Axe allerdings eine Minimumablenkung des aus dem letzten Prisma austretenden Strahles, aber diese Minimumablenkung ist eine andere, sie ist relativ grösser, als jene welche sich bei der Minimumstellung aller Prismen ergibt, und welch' letztere immer gefordert wird.

Der Beweis hiefür ist, wenn es sich um eine grössere Anzahl von Prismen handelt, wohl an und für sich nicht schwer zu liefern, die Formeln selbst aber nehmen Dimensionen an, für welche hier der Raum zu klein würde; wir müssen uns also begnügen ihn hier nur für zwei Prismen zu liefern, die nach dem Rutherfurd'schen System verbunden sind. Es seien zu diesem Behufe A und A', Fig. 2, diese beiden Prismen, der einfallende Strahl sei Ca. Dieser falle bei a unter dem Winkel α auf die erste Prismenfläche, wird dort unter dem Winkel β gebrochen und tritt an der zweiten Prismenfläche unter dem Winkel γ aus. Eine ganz ähnliche Bedeutung haben die Winkel α', β' und γ' für das zweite Prisma A'', welches wir als das fixe, mit der gezahnten Stange versehene, ansehen wollen. Der Strahl Ca bildet mit der Linie OA'' bei c wieder den Winkel m. Der Rutherfurd'schen Construction zu Folge ist der Winkel $AM'A' = A + \varphi$, unter φ wieder den Winkel AOA' verstanden, wobei, wie sich aus der Zeichnung ergibt,

$$\varphi = 90 + \frac{A}{2} - \alpha - m.$$

Wir erhalten dann folgende Relationen:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{\mu}$$

$$\sin\gamma = \mu\sin(A-\beta)$$

und wegen $\alpha' = 90 + \frac{3}{2}A - \alpha - m - \gamma$

$$\sin\beta' = \frac{\cos\left(\frac{3}{2}A - \alpha - m - \gamma\right)}{\mu}$$

$$\sin\gamma' = \mu\sin(A-\beta')$$

Die Ablenkung welche der aus dem zweiten Prisma austretende Strahl gegen jenen *Ca* durch die Brechung erfahren hat, ist

$$\delta = 90 - m - \frac{A}{2} + \gamma'.$$

Um jenen Winkel α zu finden, für welchen die Deviation des Strahles mit dem Brechungsquotienten μ ein Minimum wird, hat man, da m und A von α unabhängig sind,

$$\frac{d\delta}{d\alpha} = \frac{d\gamma'}{d\alpha} = 0.$$

Führt man diese Differenziation aus, so findet man schliesslich

$$\frac{\cos(A-\beta')\sin\left(\frac{3}{2}A-\alpha-m-\gamma\right)}{\cos\gamma'\cos\beta'}\left(1-\frac{\cos(A-\beta)\cos\alpha}{\cos\gamma\cos\beta}\right) = 0$$

Jeder dieser Factoren kann Null werden, aber nur das Nullwerden eines derselben liefert die Minimumstellung des Systems. Denn ist $\cos(A-\beta') = 0$ also $A - \beta' = 90^\circ$, so ergibt sich ein unmögliches γ', da $\sin\gamma'$ grösser als 1 würde, indem μ grösser als 1 vorausgesetzt wird. Der zweite Factor $= 0$ gesetzt, gibt $\frac{3}{2}A - \alpha - m - \gamma = 0$ oder $\alpha' = 90^\circ$, also streifenden Eintritt am zweitem Prisma, offenbar ein Maximum der Deviation bedingend. Der dritte Factor wird 0, sobald $\alpha = \gamma$ und somit $\beta = \frac{A}{2}$ wird. In diesem Falle steht also das erste Prisma in seiner Minimumstellung bezüglich des einfallenden Strahles, es ist also $\alpha = \mu \sin \frac{A}{2}$. Der Winkel α' ergibt sich sonach als

$$90 + \tfrac{3}{2} A - 2\alpha - m,$$

ein Werth der offenbar bei einem gegebenen Werthe von m von α verschieden ist, was nothwendig eine grössere Deviation zu Folge hat, als jene welche für $\alpha' = \alpha$, d. i. bei der Minimumstellung aller Prismen, stattfindet.

Würde man das erste Prisma als das fixe angenommen haben, so würde das Minimum der Deviation für das ganze System, bei der Minimumstellung des zweiten Prismas stattgefunden haben.

Wäre nach dem zweiten, fixen Prisma noch ein bewegliches, ähnlich dem ersten angebracht, so hätte man den oben angeführten Relationen noch folgende

$$\sin \beta'' = \frac{\cos\left(\tfrac{3}{2}A - \alpha - m - \gamma'\right)}{\mu}$$

$$\sin \gamma'' = \mu \sin (A - \beta'')$$

anzufügen, während die Deviation ist

$$\delta = 180 - 2m - \alpha + \gamma''$$

und

$$\frac{d\delta}{d\alpha} = 1 - \frac{d\gamma''}{d\alpha} = 0$$

für die Minimumstellung. Die ausgeführte Differenziation lehrt dann, dass für diesen Fall keines der drei Prismen im Minimum steht. Dasselbe würde sich wohl für vier und mehr Prismen eben so zeigen lassen.

Soll also das Rutherfurd'sche System bei Spectralapparaten mit mehreren Prismen Anwendung finden, so wird, wenn man nicht lieber zur Littrow'schen Construction (Sitzungsber. 47, 26) greifen will, das ganze Prismensystem auf ein um eine Axe drehbares Tischen, ähnlich jenen, wie sie für Goniometer mit einem Prisma in Anwendung sind, gestellt werden müssen. Bei der Aufsuchung der Minimumstellung aller Prismen wird, nachdem man an der Axe, bis zu den auf diese Art erreichbaren Minimum gedreht hat, auch noch das Tischchen zu drehen sein, um die genauere Stellung der Prismen zu erreichen. Eine Wiederholung dieser Operationen dürfte dann die Minimumstellung vollkommen geben. Ein Nachtheil des Rutherfurd'schen Systems, der übrigens auch durch Anwendung dieses Tischchens nicht gehoben wird, liegt darin, dass durch die Axendrehung die Prismen von der Collimatoraxe so entfernt werden, dass nur ein geringerer Theil der Strahlen durch dieselben gelangen kann.

Bei dem grossen Spectralapparate, welcher in der Werkstätte des k. k. polyt. Institutes von Herrn G. Starke für Herrn Prof. Schrötter ausgeführt wurde, ist für drei 60° Flintglas-Prismen diese Rutherfurd'sche Construction in Anwendung gebracht worden. Durch die Güte des Herrn Prof. Schrötter war es mir möglich, die durch die Rechnung erhaltenen Resultate experimentell zu prüfen. Nachdem für die *D*-Linien das System so gestellt war, dass alle Prismen für die genannten Strahlen ihre Minimumstellung inne hatten, wurde zur Linie *F* gegangen und dieselbe durch Drehung der Axe aufs Minimum gestellt. Wurde nun irgend eines der Prismen für sich gedreht, so ergab sich immer eine Stellung desselben, bei der die Deviation kleiner war, als die mit dem Rutherfurd'schen System erreichte. Als dann eine Anordnung getroffen wurde, bei welcher das ganze System gegen den einfallenden Strahl gedreht werden konnte, war, nachdem die Minimumstellung auf die oben angegebene Art gefunden worden, die Drehung eines einzelnen Prismas nicht mehr im Stande eine geringere Deviation zu liefern.

Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei in Wien

Fig. 1.

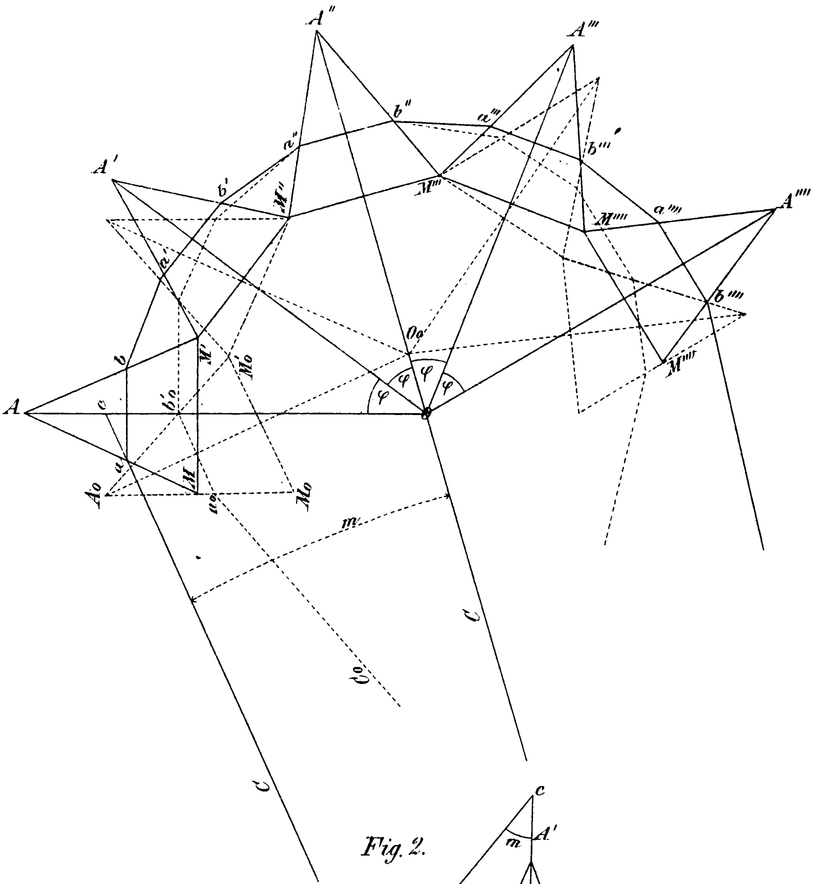
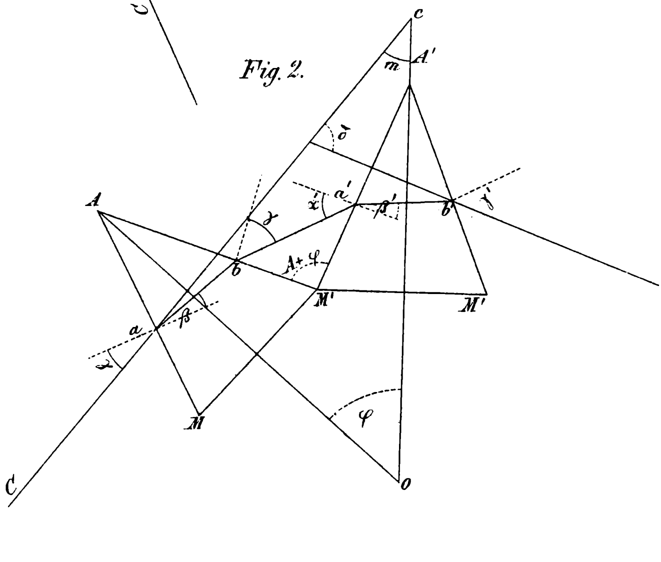


Fig. 2.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei