

UBER DIE

ANWENDUNG DER OPTISCHEN EIGENSCHAFTEN

IN DER NATURGESCHICHTE

UNORGANISCHER NATURPRODUCTE.

VON

Dr. LEANDER DITSCHNEIER.

(Aus dem XLIII. Bande des Jahrganges 1860 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften besonders abgedruckt.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 18. October 1860.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN.

1861.

*Über die Anwendung der optischen Eigenschaften in der
Naturgeschichte unorganischer Naturproducte.*

Von **Dr. Leander Ditscheiner.**

(Vorgetragen in der Sitzung am 18. October 1860.)

Durch die Untersuchungen Sénarmont's ¹⁾ ist der Übergang der optischen Elasticitätsflächen von verschiedenen optisch-orientirten Substanzen durch Zusammenkrystallisirung der Letzteren festgestellt worden; es ist dadurch die Möglichkeit erwiesen, dass krystallographisch mehr-axige Substanzen optisch-einaxig und selbst einfach brechend sich zeigen; von einem Grenzgliede zum andern wird sich eine Reihe der optischen Orientirung herstellen lassen, die wegen ihrer leichten oder wenigstens verhältnissmässig leichten Beobachtung für die Naturgeschichte nicht ohne Werth ist. Ich habe bereits bei einer andern Gelegenheit auf die Wichtigkeit dieser Eigenschaft aufmerksam gemacht, und es wird nun die Aufgabe sein, der genannten Reihe einen mathematischen Ausdruck zu geben. Wir stützen uns hierbei wieder auf die Fähigkeit isomorpher Substanzen in jedem beliebigen Verhältnisse, ohne eine wesentliche Veränderung der Krystallform zusammenkrystallisiren zu können, eine Fähigkeit, welche wir als das oberste Princip bei der Begründung der naturhistorischen Species aufgestellt haben.

Zur Lösung unserer Aufgabe wollen wir uns ein Gemisch isomorpher Substanzen, von denen die eine S_1 mit m und die andere

¹⁾ Sénarmont, Ann. ch. phys. (3). 33. 413.

S_2 mit n Äquivalenten vertreten ist, denken, in welcher sich ein Lichtstrahl nach einer gewissen Richtung fortbewegen könne, der in einer bestimmten Ebene polarisirt sei. In jeder der ursprünglichen Substanzen sei sowohl die Fortpflanzungsrichtung des Lichtes als auch die Lage der Polarisations-Ebene dieselbe, wie im angegebenen Falle, unter der Voraussetzung, dass auch die krystallographischen Hauptrichtungen dieselbe Lage besitzen. In der ersten der beiden Substanzen bewege sich das Licht mit der Geschwindigkeit v_1 , in der zweiten mit der Geschwindigkeit v_2 ; ein Äthertheilchen im Gemische der isomorphen Substanzen, wird also in der Richtung des gegebenen Lichtstrahles nach zwei Kräften bewegt, von denen die eine offenbar $\frac{mv'}{m+n}$, die andere $\frac{nv''}{m+n}$ ist. Es wird somit die Geschwindigkeit v im Gemische sein

$$V = \frac{mv'}{m+n} + \frac{nv''}{m+n} = \frac{mv' + nv''}{m+n},$$

d. h. die Geschwindigkeit des Lichtes in einem Gemische isomorpher Substanzen ist den Geschwindigkeiten des Lichtes der einzelnen Theile, sowie ihrem Antheile am Gemische proportional.

Bezeichnen wir mit q_1 , q_2 und Q die Brechungsquotienten der einzelnen Substanzen und des Gemisches, so ist bekanntlich $q_1 = \frac{v}{v_1}$, $q_2 = \frac{v}{v_2}$ und $Q = \frac{v}{V}$, wobei v die Geschwindigkeit des Lichtes von derselben Farbennüance in der atmosphärischen Luft bedeutet. Wir haben also auch $v_1 = \frac{v}{q_1}$, $v_2 = \frac{v}{q_2}$ und endlich $V = \frac{v}{Q}$. Setzen wir diese Relationen in die oben gefundene Gleichung für V , so erhalten wir

$$\frac{1}{Q} = \frac{m \frac{1}{q_1} + n \frac{1}{q_2}}{m+n}.$$

woraus folgt, dass der reciproke Werth des Brechungsquotienten des Gemisches den reciproken Werthen der Brechungsquotienten der einzelnen isomorphen Substanzen und den Antheilen der letzteren am Gemische proportional sei. Nach dieser Gleichung folgt auch

$$Q = \frac{(m+n) q_1 q_2}{mq_2 + nq_1}.$$

Die Formel lässt sich leicht auf den Fall ausdehnen, wenn beliebig viele isomorphe Substanzen mit einander gemengt sind.

Die Gleichung für die Bewegung eines geradlinig polarisirten Lichtstrahles ist bekanntlich

$$y = a \sin \frac{2\pi t}{\delta},$$

wobei y die Grösse des nach Verlauf der Zeit t erfolgten Ausschla- ges, δ die für die Farbennüance constante Oscillationsdauer ist. a ist die Amplitude, die grösste Entfernung eines Äthertheilchens von seiner Ruhelage. Zur Zeit t sind also die Ausschläge in unseren ursprünglichen isomorphen Körpern

$$y_1 = a_1 \sin \frac{2\pi t}{\delta},$$

$$y_2 = a_2 \sin \frac{2\pi t}{\delta}$$

oder auch die Grösse der Kräfte, welche ein Äthertheilchen aus seiner Ruhelage zur Zeit t zu bringen suchen. Im Gemische wirken aber zur Zeit t auf einen gewissen Punkt des Lichtstrahles die Kräfte

$$y_1 = \frac{m}{m+n} a_1 \sin \frac{2\pi t}{\delta},$$

$$y_2 = \frac{n}{m+n} a_2 \sin \frac{2\pi t}{\delta},$$

welche sich zusammensetzen und diesen Punkt mit der Kraft Y aus seiner Ruhelage zu bringen suchen

$$Y = \frac{ma_1 + na_2}{m+n} \sin \frac{2\pi t}{\delta},$$

da der Lichtstrahl dieselbe Farbe im Gemische hat, so wird derselbe sich auch auf die Form bringen lassen

$$Y = A \sin \frac{2\pi t}{\delta},$$

wobei also, da A die Grösse der Amplitude ist, diese sich ergibt als

$$A = \frac{ma_1 + na_2}{m+n},$$

d. h. die Oscillations-Amplitude des Gemisches ist den Oscillations-Amplituden der einzelnen isomorphen Substanzen und den Antheilen derselben am Gemische proportional.

Eben so findet man die Oscillations-Amplitude des Gemisches mehrerer isomorphen Substanzen.

Die Wellenlänge λ_1 wird durch die Gleichung $\lambda_1 = \frac{\lambda}{q_1}$, jene λ_2 durch $\lambda_2 = \frac{\lambda}{q_2}$ und endlich $A = \frac{\lambda}{Q}$ gegeben, woraus folgt $\frac{1}{q_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda}$, $\frac{1}{q_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda}$ und $\frac{1}{Q} = \frac{A}{\lambda}$, wobei λ die Grösse der Wellenlänge derselben Farbe in der atmosphärischen Luft bedeutet. Setzen wir die für $\frac{1}{q_1}$, $\frac{1}{q_2}$ und $\frac{1}{Q}$ in die oben gegebene Gleichung, so erhalten wir A , die Wellenlänge des Gemisches

$$A = \frac{m\lambda_1 + n\lambda_2}{m + n},$$

d. h. die Wellenlänge des Gemenges ist den Wellenlängen der gemengten isomorphen Substanzen und ihrem Antheile am Gemenge proportional.

Es sind diese Formeln hinreichend, um mit ihnen die Theorie der Lichtbewegung in Gemischen isomorpher Substanzen erklären zu können, sobald sich in denselben Richtungen finden lassen, die in den sämtlichen derselben gleich gegen die krystallographischen Hauptaxen gestellte Polarisations-Ebenen besitzen. Wo dies nicht der Fall ist, und hierher gehören die Substanzen des anorthotypen Krystallsystems, werden wir auch einen anderen Weg einschlagen müssen.

In den im hexaëdrischen Krystallsysteme krystallisirten Körpern findet im Allgemeinen nur eine einfache Lichtbrechung Statt, und wegen der gleichmässigen Vertheilung des Lichtäthers ist die Wellenfläche eine Kugel. Das Licht bewegt sich im Innern derselben, ohne an eine bestimmte Polarisations-Ebene gebunden zu sein, sowie in einem amorphen Körper. Wir können uns aber, ohne der Lichtbewegung und den Erscheinungen derselben irgend einen Eintrag zu machen, denken, dass das Licht in irgend einer beliebigen, durch seine Richtung gehende Ebene polarisirt sei, und da wir bei

den isomorphen Substanzen diese Ebenen so wählen können, dass sie bei gleicher krystallographischer Aufstellung parallel sind, so folgt, dass die oben für ein gleichförmiges Gemisch isomorpher Substanzen entwickelten Formeln hier ihre Anwendung in unveränderter Form finden.

Sind also q_1 und q_2 die Brechungsquotienten zweier isomorpher hexaëdrischer Substanzen, so folgt, wenn m und n die Äquivalent-Antheile derselben am Gemische sind

$$\frac{1}{Q} = \frac{m \frac{1}{q_1} + n \frac{1}{q_2}}{m + n}$$

als der reciproke Werth der Brechungsquotienten des Gemisches.

Es sind diese Gesetze jedoch nur für isomorphe Substanzen von Geltung, indem nur bei ihnen (wegen des gleichen Atomvolumens) ein Nichteintreten einer Contraction vorausgesetzt werden kann. Dort wo Contraction eintritt, wie namentlich bei Flüssigkeiten, sind diese Formeln nicht anzuwenden.

Da die Brechungsquotienten für verschiedene Farben schon bei jeder der ursprünglichen Substanzen verschieden sind, so wird dies auch bei den Gemischen der Fall sein, und dies um so mehr, als stets die violet gefärbten Lichtstrahlen mehr als die rothen von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt erscheinen, also von einer Verminderung oder gar von einem gänzlichen Aufhören der Dispersion nicht die Rede sein kann, sobald diese an den ursprünglichen Substanzen sich gezeigt hat. Sind einmal die Geschwindigkeiten (und diese ergeben sich nach der Formel $v_1 = \frac{v}{q_1}$, wobei v die Geschwindigkeit derselben Farbe in der Luft bedeutet) für die einzelnen Farben gegeben, so sind auch die Wellenflächen (Kugeln vom Radius v_1) festgestellt, und es kann also keinen Schwierigkeiten unterliegen, in jedem gegebenen Falle die Dispersion zu bestimmen, indem man für jede Farbe den gebrochenen Strahl leicht bestimmen kann.

Zur Erklärung der Lichtbewegung in Substanzen mit einer optischen Axe dient das Ellipsoid E .

$$(x^2 + y^2) o^2 + z^2 e^2 = 1 \dots E$$

Sind ω und ε die Brechungsquotienten für die ordentlichen und ausserordentlichen Strahlen, so ist bekanntlich, wenn v die Geschwindigkeit des Lichtes der bestimmten Farbe in der Luft ist,

$$o = \frac{v}{\omega} \text{ und } e = \frac{v}{\varepsilon}.$$

Die Gleichung der Elasticitätsfläche für optisch-einaxige Körper ist bekanntlich

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = (x^2 + y^2) o^2 + z^2 e^2.$$

Die Wellenfläche optisch-einaxiger Substanzen besteht aus zwei sich in ihren Polen berührenden Rotationsflächen; diejenige für die ordentlichen Strahlen ist eine Kugel vom Radius $\nu = \frac{v}{\omega}$, jene ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe $\frac{v}{\omega}$, dessen grösster Parallelkreis aber den Radius $\frac{v}{\varepsilon}$ besitzt. Ist ε grösser als ω , so sind die Substanzen positiv, die Kugel schliesst also das Rotationsellipsoid ein, während, wenn ω grösser als ε , die Krystalle negativ sind, das Rotationsellipsoid die Kugel einschliesst. Nach der Richtung der Hauptaxe findet keine doppelte Brechung Statt; das Licht bewegt sich ohne eine bestimmte Polarisation zu besitzen, so wie in tesseralen Krystallen. Haben wir desshalb zwei isomorphe Substanzen und ω_1 und ω_2 ihre Brechungsquotienten, so bewegt sich das Licht in der Richtung der Hauptaxe mit den Geschwindigkeiten $\nu_1 = \frac{v}{\omega_1}$ und $\nu_2 = \frac{v}{\omega_2}$, folglich haben wir für die Geschwindigkeit des Lichtes im Gemische

$$V = \frac{m}{m+n} \nu_1 + \frac{n}{m+n} \nu_2$$

oder, da auch $V = \frac{v}{\theta}$ ist, auch

$$\frac{1}{\theta} = \frac{m \frac{1}{\omega_1} + n \frac{1}{\omega_2}}{m+n}.$$

Senkrecht auf die Hauptaxe bewegen sich zwei Strahlen von verschiedener Geschwindigkeit; der eine hat die durch den Lichtstrahl und Hauptaxe gehende Ebene zur Polarisations-Ebene, seine Geschwindigkeit ist $\frac{v}{\varepsilon}$; der zweite hat seine Polarisation auf der

genannten Polarisations-Ebene senkrecht stehend und $\frac{v}{\omega}$ zur Geschwindigkeit. Wählt man nun die Richtungen des Lichtstrahles in beiden isomorphen Substanzen gleich, so haben sie auch parallele Polarisations-Ebenen, und in einem Gemische dieser beiden Substanzen werden sich die Strahlen, welche gleiche Polarisations-Ebenen haben, zusammensetzen und die Geschwindigkeiten werden sein

$$Vw = \frac{m}{m+n} vw_1 + \frac{n}{m+n} vw_2,$$

$$V\varepsilon = \frac{m}{m+n} \varepsilon_1 + \frac{n}{m+n} \varepsilon_2,$$

woraus wir wieder ableiten können

$$\frac{1}{\theta} = \frac{m \frac{1}{w_1} + n \frac{1}{w_2}}{m+n},$$

$$\frac{1}{E} = \frac{m \frac{1}{\varepsilon_1} + n \frac{1}{\varepsilon_2}}{m+n}.$$

Es sind hierbei wieder m und n die Äquivalent-Antheile der einzelnen Substanzen am Gemenge, ω_1 und ω_2 die Brechungsquotienten der ordentlichen und ε_1 und ε_2 diejenigen der ausserordentlichen Strahlen der beiden isomorphen Substanzen S_1 und S_2 .

Sind mehrere Substanzen $A, B, C, D \dots$ mit den Brechungsquotienten $\omega_1 \varepsilon_1, \omega_2 \varepsilon_2, \omega_3 \varepsilon_3, \omega_4 \varepsilon_4, \dots, \omega_n \varepsilon_n$ und den Äquivalentantheilen $a, b, c, d \dots n$ in Verbindung, so sind:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{a \frac{1}{w_1} + b \frac{1}{w_2} + c \frac{1}{w_3} + d \frac{1}{w_4} + \dots + n \frac{1}{w_n}}{a + b + c + \dots + n},$$

$$\frac{1}{E} = \frac{a \frac{1}{\varepsilon_1} + b \frac{1}{\varepsilon_2} + c \frac{1}{\varepsilon_3} + d \frac{1}{\varepsilon_4} + \dots + n \frac{1}{\varepsilon_n}}{a + b + c + \dots + n}$$

die Brechungsquotienten für die ordentlichen und die ausserordentlichen Strahlen des Gemenges.

Das doppelt-arsensaure und das doppelt-phosphorsaure Kali sind isomorph, und für ersteres sind $\omega = 1.591$, $\varepsilon = 1.536$, für letzteres $\omega = 1.508$, $\varepsilon = 1.476$. Sén. Die folgende Zusammenstellung enthält die für 10 zu 10 Äquiv. berechneten Brechungs-

quotienten des Gemisches. m bedeutet die Äquivalente der ersteren, n jene der letzteren der genannten Substanzen.

m	n	w	ε
0	100	1.508	1.476
10	90	1.516	1.482
20	80	1.524	1.487
30	70	1.532	1.493
40	60	1.540	1.499
50	50	1.549	1.505
60	40	1.556	1.511
70	30	1.565	1.517
80	20	1.577	1.524
90	10	1.583	1.530
100	0	1.591	1.536

Da beide Substanzen negativ sind, so ist es auch jedes der Gemische.

Ist einer der beiden isomorphen Körper positiv, der andere negativ, so wird bei einem gewissen Mischungsverhältniss das erhaltene Gemenge weder positiv noch negativ sein können, sondern es wird bloß einfache Strahlenbrechung zeigen. Sénarmont hat (a. a. O.) diesen Übergang durch Zusammenkrystallisiren des unterschwefelsauren Bleioxydes und Strontians empirisch nachgewiesen. Sind w_1 , w_2 , ε_1 und ε_2 gegeben, so kann das Mischungsverhältniss leicht berechnet werden. Wir haben oben gefunden

$$\frac{1}{\theta} = \frac{m \frac{1}{w_1} + n \frac{1}{w_2}}{m + n},$$

$$\frac{1}{E} = \frac{m \frac{1}{\varepsilon_1} + n \frac{1}{\varepsilon_2}}{m + n}.$$

Soll nur einfache Brechung stattfinden, so muss offenbar $\frac{1}{\theta} = \frac{1}{E}$ sein, woraus folgt

$$\frac{mw_2 + nw_1}{w_1 w_2} = \frac{m\varepsilon_2 + n\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}.$$

Aus dieser Gleichung können wir nun $\frac{m}{n}$ berechnen und erhalten

$$\frac{m}{n} = \frac{w_1 \varepsilon_1}{\varepsilon_2 w_2} \cdot \frac{w_2 - \varepsilon_2}{w_1 - \varepsilon_1}$$

oder für $m + n = 100$, was wir zu setzen berechtigt, ergibt den Werth von m als

$$\frac{m}{100} = \frac{\varepsilon_1 w_1 (w_2 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 w_1 (w_2 - \varepsilon_2) - \varepsilon_2 w_2 (w_1 - \varepsilon_1)}.$$

Mit Hilfe der oben gegebenen Gleichungen sind wir nun im Stande die Bedingung zu entwickeln, unter welcher es möglich, dass durch Vermischung ein einfach brechender Körper entsteht. Da m alle Werthe von 0 bis 100 annehmen kann, so wird $\frac{100}{m}$ alle Werthe von 1 bis ∞ annehmen können; es wird also

$$- \frac{\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{w_1}}{\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{w_2}} \cong \text{als } 1$$

sein müssen; das wird aber nur dann der Fall sein, wenn $\frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{w_1}$ und $\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{w_2}$ verschiedene Zeichen haben, es muss also sein

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon_1} > \frac{1}{w_1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\varepsilon_2} < \frac{1}{w_2} \quad \text{oder} \\ \frac{1}{\varepsilon_1} < \frac{1}{w_1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\varepsilon_2} > \frac{1}{w_2} \end{aligned}$$

d. h. es müssen beide Substanzen verschiedenen optischen Charakter besitzen. Haben sie gleichen optischen Charakter, sind also beide positiv oder beide negativ, so wird $\frac{100}{m}$ eine kleinere Zahl als die Einheit oder m grösser als 100 und kleiner als 0, Werthe, die für diesen Fall undenkbar sind.

Da die einzelnen Farben verschiedene ω und ε besitzen, so ist es möglich, dass in einem Krystalle das Licht einfach brechend ist für eine bestimmte Farbe, während es für die übrigen doppelt brechend, und zwar einerseits von positiv, andererseits von negativem optischen Charakter. Es ist dies sowohl in Gemischen des unterschwefelsauren Bleioxydes und Strontians, als auch bei zweien der drei verschiedenen Varietäten der Apophyllites der Fall. Bei der ersten Varietät ändert von dem einen Ende des Spectrums zum andern fortgeschritten sich der Charakter der Doppelbrechung, indem sie beim Übergange im indigofarbenen Theile einfach brechend wird. Die

zweite Varietät verhält sich eben so, nur findet bei ihr der Übergang von positiv in negativ im Gelb Statt. Die dritte Varietät endlich, der Leucocyclit, ist für alle Strahlen positiv.

Für die Substanzen des orthotypen Krystallsystems hat man zur Erklärung der Lichtbewegung das Ellipsoid E , dessen Gleichung bekanntlich ist

$$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = 1.$$

Man hat dabei

$$a = \frac{\nu}{\alpha}, \quad b = \frac{\nu}{\beta} \quad \text{und} \quad c = \frac{\nu}{\gamma},$$

wo α , β und γ die Hauptbrechungsquotienten bedeuten.

Nach einer bestimmten Richtung bewegen sich in einem solchen Krystalle Strahlen von verschiedener Geschwindigkeit und auf einander senkrecht stehenden Polarisations-Ebenen. Um diese Attribute zu bestimmen, legt man durch den Mittelpunkt des Ellipsoides E eine auf der Richtung des Strahles senkrecht stehende Ebene. Die reciproken Werthe der Längen der Halbaxen der hierdurch als Schnitt erhaltenen Ellipse bedingen die Geschwindigkeit der Strahlen, deren Polarisations-Ebene durch eben diese Halbaxen und die Richtung des Lichtstrahles bestimmt wird. Nach der Richtung der Axen werden sich also Strahlen bewegen, deren Polarisations-Ebenen die für alle Fälle constanten coordinirten Ebenen sind. Die Geschwindigkeit ist der reciproke Werth der in der genannten Ebene liegende und auf der Lichtrichtung senkrecht stehende andere Halbaxe des Ellipsoides.

Nach der Richtung der Krystallaxe a bewegen sich also zwei Strahlen mit den Geschwindigkeiten b und c , die in den Ebenen ab und ac polarisirt sind. Sind also in zwei isomorphen Substanzen α , β , und γ , sowie α'' , β'' , und γ'' die den Krystallaxen a , b und c entsprechenden optischen Elasticitätsaxen, so bewegen sich in jedem in der Richtung von a zwei Strahlen mit den Geschwindigkeiten

$$a \begin{cases} b', & c' \\ b'', & c'' \end{cases}$$

die in der Ebene ab und ac polarisirt sind. In der Richtung von b bewegen sich zwei Strahlen

$$b \begin{cases} a, & c, \\ a,, & c,, \end{cases}$$

die in ab und bc polarisirt, und endlich nach c bewegen sich die Strahlen mit den Geschwindigkeiten

$$c \begin{cases} a, & b, \\ a,, & b,, \end{cases}$$

Die Strahlen, die in der Ebene ab und nach der Richtung von a sich bewegen, können sich zusammensetzen, und sind m und n die Äquivalentantheile beider Substanzen, so folgt

$$\mathfrak{B} = \frac{m b, + n b,,}{m + n},$$

wenn \mathfrak{B} die $b,$ und $b,,$ entsprechende Elasticitätsaxe oder Geschwindigkeit des Lichtes bedeutet. Ebenso erhält man für den zweiten in der Richtung von a sich bewegenden Strahl

$$\mathfrak{C} = \frac{m c, + n c,,}{m + n}$$

und ebenso für die in der Richtung von b sich bewegenden beiden Strahlen

$$\mathfrak{A} = \frac{m a, + n a,,}{m + n},$$

$$\mathfrak{C} = \frac{m c, + n c,,}{m + n},$$

so wie für die nach der Richtung von c sich fortpflanzenden Strahlen

$$\mathfrak{A} = \frac{m a, + n a,,}{m + n},$$

$$\mathfrak{B} = \frac{m b, + n b,,}{m + n},$$

Da aber nach der Gleichung für die Elasticitätsfläche

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2$$

a , b und c (weil wir mit Grailich und von Lang die Elasticitätsaxen mit deutschen Buchstaben bezeichnen) die Axen dieser Fläche sind, so folgt, dass die Elasticitätsaxen des Gemisches

den entsprechenden Elasticitätsaxen der ursprünglichen isomorphen Substanzen und ihrem Antheile am Gemische proportional sind, denn wir haben

$$\mathfrak{A} = \frac{m a_1 + n a_{11}}{m + n},$$

$$\mathfrak{B} = \frac{m b_1 + n b_{11}}{m + n},$$

$$\mathfrak{C} = \frac{m c_1 + n c_{11}}{m + n}.$$

Setzen wir statt $a_1, a_{11}, \mathfrak{A}, b_1, b_{11}, \mathfrak{B}, c_1, c_{11}$ und \mathfrak{C} die ihnen entsprechenden Werthe

$$\frac{\nu}{\alpha_1}, \quad \frac{\nu}{\alpha_{11}}, \quad \frac{\nu}{A};$$

$$\frac{\nu}{\beta_1}, \quad \frac{\nu}{\beta_{11}}, \quad \frac{\nu}{B};$$

$$\text{und } \frac{\nu}{\gamma_1}, \quad \frac{\nu}{\gamma_{11}}, \quad \frac{\nu}{\Gamma};$$

wo $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ und A, B, Γ die Hauptbrechungsquotienten bedeuten, so haben wir

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{A} &= \frac{m \frac{1}{\alpha_1} + n \frac{1}{\alpha_{11}}}{m + n} \\ \frac{1}{B} &= \frac{m \frac{1}{\beta_1} + n \frac{1}{\beta_{11}}}{m + n} \\ \frac{1}{\Gamma} &= \frac{m \frac{1}{\gamma_1} + n \frac{1}{\gamma_{11}}}{m + n} \end{aligned} \right\},$$

d. h. der reciproke Werth der Hauptbrechungsquotienten ist den ihnen entsprechenden reciproken Hauptbrechungsquotienten der ursprünglichen Substanzen und den ihnen entsprechenden Antheilen am Gemische proportional.

Da man gewöhnlich mit α den grössten, β den mittleren und γ den kleinsten Brechungsquotienten bezeichnet, so wollen wir hier, weil wir a als die grösste, b als die mittlere und c als die kleinste Elasticitätsaxe bezeichnen, auch umgekehrt α als den kleinsten, β

als den mittleren und γ als den grössten der Hauptbrechungsquotienten bezeichnen. Unsere oben aufgestellten Formeln werden also nur für die Orientirung

$$\begin{aligned} & (a, \quad b, \quad c) \\ & (a'', \quad b'', \quad c'') \end{aligned}$$

also für gleiche Orientirung der beiden isomorphen Substanzen von Giltigkeit sein. Findet eine andere Orientirung, z. B.:

$$\begin{aligned} & (b, \quad c, \quad a) \\ & (c'', \quad a'', \quad b'') \end{aligned}$$

Statt, so hat man im zweiten Falle zu schreiben statt $a, b,$ statt $b, c,$ und statt $c, a,$ und statt $a'', c'',$ statt b'', a'' und statt $c'', b'';$ wir werden also haben

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{A} &= \frac{m \frac{1}{\beta'} + n \frac{1}{\gamma''}}{m + n} \\ \frac{1}{B} &= \frac{m \frac{1}{\gamma'} + n \frac{1}{\alpha''}}{m + n} \\ \frac{1}{\Gamma} &= \frac{m \frac{1}{\alpha'} + n \frac{1}{\beta''}}{m + n} \end{aligned} \right\}$$

wobei A, B und $\Gamma,$ die den Krystallaxen a, b und c entsprechenden Hauptbrechungsquotienten sich ergeben werden. Das optische Axenschema eines Gemisches wird in einem solchen Falle erst nach der Berechnung der Brechungsquotienten aufgestellt werden können, indem im Allgemeinen dasselbe sich nicht vorher bestimmen lässt.

Die optischen Axen befinden sich stets in der Ebene der grössten und kleinsten Elasticitätsaxe, und wir haben

$$\begin{aligned} \cos X_1 &= + \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}} \quad \text{und} \\ \cos Z_1 &= + \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}} \end{aligned}$$

als die Cosinuse der Neigungswinkel, den die optischen Axen mit den coordinirten Axen x und z oder den Elasticitätsaxen c und a einschliessen, und

$$\cos 2X_1$$

ist der Winkel, den die optischen Axen gegen einander einschliessen. α ist die erste, β die zweite Mittellinie, und das Zeichen von $\cos 2X$, bestimmt den positiven oder negativen optischen Charakter. Wir können die oben für $\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$ und $\frac{1}{I'}$ gefundenen Gleichungen auch auf die Form bringen

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} &= \frac{1}{\alpha_{ii}} + \frac{m}{m+n} \left(\frac{1}{\alpha_i} - \frac{1}{\alpha_{ii}} \right), \\ \frac{1}{B} &= \frac{1}{\beta_{ii}} + \frac{m}{m+n} \left(\frac{1}{\beta_i} - \frac{1}{\beta_{ii}} \right), \\ \frac{1}{I'} &= \frac{1}{\gamma_{ii}} + \frac{m}{m+n} \left(\frac{1}{\gamma_i} - \frac{1}{\gamma_{ii}} \right). \end{aligned}$$

Sollen z. B. im Gemische $\frac{1}{A}$ und $\frac{1}{B}$ gleich sein, also das Gemisch optisch einaxig werden, so haben wir die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha_{ii}} + \frac{m}{m+n} \left(\frac{1}{\alpha_i} - \frac{1}{\alpha_{ii}} \right) = \frac{1}{\beta_{ii}} + \frac{m}{m+n} \left(\frac{1}{\beta_i} - \frac{1}{\beta_{ii}} \right),$$

woraus wir erhalten, wenn $m + n = 100$ gesetzt wird,

$$\frac{m}{100} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\frac{1}{\alpha_i} - \frac{1}{\beta_i}}{\frac{1}{\alpha_{ii}} - \frac{1}{\beta_{ii}}} \right)} \dots \dots 1.$$

Ebenso finden wir für $\frac{1}{A} = \frac{1}{I'}$

$$\frac{m}{100} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\frac{1}{\alpha_i} - \frac{1}{\gamma_i}}{\frac{1}{\alpha_{ii}} - \frac{1}{\gamma_{ii}}} \right)} \dots \dots 2.$$

und endlich für $\frac{1}{B} = \frac{1}{I'}$, ist

$$\frac{m}{100} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\frac{1}{\beta_i} - \frac{1}{\gamma_i}}{\frac{1}{\beta_{ii}} - \frac{1}{\gamma_{ii}}} \right)} \dots \dots 3.$$

Es sind dies die Bedingungsgleichungen um die Axen c , b und a zu optischen Axen zu machen. Es ist dies bei 1. nur dann der Fall, wenn

$$\alpha_1 > \beta_1, \alpha_{11} < \beta_{11} \text{ oder } \alpha_1 < \beta_1, \alpha_{11} > \beta_{11}$$

bei 2. nur dann, wenn

$$\alpha_1 > \gamma_1, \alpha_{11} < \gamma_{11} \text{ oder } \alpha_1 < \gamma_1, \alpha_{11} > \gamma_{11}$$

und endlich bei 3. nur, wenn

$$\beta_1 > \gamma_1, \beta_{11} < \gamma_{11} \text{ oder } \beta_1 < \gamma_1, \beta_{11} > \gamma_{11}$$

wobei wir also nicht voraussetzen $\alpha_1 < \beta_1 < \gamma_1$ und $\alpha_{11} < \beta_{11} < \gamma_{11}$, sondern dass a, b, c , und a_{11}, b_{11}, c_{11} die Grössen der Elasticitätsaxen sind, wie sie den Krystallaxen a, b und c entsprechen.

Soll in einem orthotypen Krystalle nur einfache Brechung stattfinden, so muss $\frac{1}{A} = \frac{1}{B} = \frac{1}{I}$ sein; dass aus 1., 2. und 3. folgende m muss also denselben Werth haben, und es ist

$$1 - \frac{1}{\left(\frac{\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\beta_1}}{\frac{1}{\alpha_{11}} - \frac{1}{\beta_{11}}} \right)} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\gamma_1}}{\frac{1}{\alpha_{11}} - \frac{1}{\gamma_{11}}} \right)}$$

also die Bedingungsgleichung für die Möglichkeit des Stattfindens einer einfachen Brechung.

Wir können diese Gleichung auch auf die Form bringen:

$$\frac{\beta_1(\beta_{11} - \alpha_{11})}{\alpha_1\beta_1(\beta_{11} - \alpha_{11}) - \alpha_{11}\beta_{11}(\beta_1 - \alpha_1)} = \frac{\gamma_1(\gamma_{11} - \alpha_{11})}{\alpha_1\gamma_1(\gamma_{11} - \alpha_{11}) - \alpha_{11}\gamma_{11}(\gamma_1 - \alpha_1)}$$

Wird also dieser Gleichung Genüge geleistet, so findet bei einem bestimmten Mischungsverhältnisse einfache Brechung Statt, und der Werth von m ergibt sich aus jeder der oben unter 1., 2. und 3. gegebenen Gleichungen. Für gleiche Orientirung wird also kein Gemischverhältniss eine einfache Brechung hervorbringen.

Der Schwerspath $BaO \cdot SO_3$ und der Anhydrit $CaO \cdot SO_3$ sind zwei isomorphe Mineralien von ganz verschiedener optischer

Orientirung. Es sind für sie die Brechungsquotienten und die Axenschemata

$$\begin{aligned} \text{BaO. SO}_3 \quad \alpha &= 1.643 \quad \beta = 1.645 \quad \gamma = 1.655, \quad (\text{abc}) \\ \text{CaO. SO}_3 \quad \alpha &= 1.576 \quad \beta = 1.614 \quad \gamma = 1.571, \quad (\text{bca}) \end{aligned}$$

Die folgende Zusammenstellung enthält nun die gerechneten Brechungscoefficienten und Axenwinkel, so wie das hiernach bestimmte Axenschema der von 10 zu 10 Äquiv. verschiedenen Gemische.

<i>m</i>	<i>n</i>	<i>a</i>	<i>β</i>	<i>γ</i>	<i>AB</i>	Axenschema
100	0	1.643	1.645	1.655	40° 8'	abc
90	10	1.636	1.642	1.647	81 8	abc
80	20	1.629	1.638	1.638	0	acc b=c
70	30	1.622	1.635	1.629	89 4	acb
60	40	1.616	1.632	1.623	83 46	acb
50	50	1.609	1.629	1.613	54 8	acb
40	60	1.602	1.626	1.605	40 24	acb
30	70	1.596	1.623	1.596	0	aca a=b
20	80	1.589	1.620	1.588	20 40	bca
10	90	1.582	1.617	1.579	40 30	bca
0	100	1.576	1.614	1.571	40 46	bca

Man ersieht aus dieser Zusammenstellung, dass der Winkel der optischen Axen in der Ebene *YZ* immer grösser und grösser wird, und zwar so lange bis nur eine Axe der doppelten Strahlenbrechung vorhanden, die sodann mit der Axe der *Z* übereinstimmt. Die optischen Axen treten sodann in die Ebene *XZ*, werden immer einen grösseren Axenwinkel bilden, der anfänglich negative optische Charakter geht in den positiven über, bis endlich der Axenwinkel neuerdings 180° wird, und abermals nur eine optische Axe, die Axe *X*, vorhanden. Sodann tritt die Ebene der optischen Axen in die *XY* über, um endlich ein Axenwinkel von 40°46' als Maximum zu bilden. Keines der Gemische kann hier einfache Brechung zeigen, weil die Werthe für $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ der obengegebenen Bedingungengleichung nicht Genüge leisten.

Für jede Farbe ist der Übergang von einer Elasticitätsfläche in die andere auch ein anderer. Es ist also hier die Möglichkeit geliefert, dass die Substanz für gewisse Farbe einfach oder doppelbrechend mit einer optischen Axe ist, während sie für andere doppelbrechend ist. Es zeigen sich auf diese Weise sehr schöne Interferenz-Erscheinungen, die sobald $\alpha \beta \gamma$ für jede Substanz und

jede Farbe gegeben sind, nach den oben angeführten sich leicht vorausbestimmen lassen.

Haben 1. die beiden isomorphen Substanzen eine gleiche Orientirung, sind also ihre Axenschemas abc und abc , so wird auch jedes Mittelglied dieses Axenschema besitzen, die Ebene der optischen Axen wird also stets dieselbe bleiben. Sind beide positiv oder beide negativ, so wird auch jedes Zwischenglied denselben optischen Charakter haben; ist aber die eine der Substanzen positiv, die andere negativ, so wird in einem Zwischengliede weder das Eine noch das Andere gefunden werden können; es wird der Winkel der optischen Axen für dasselbe $= 90^\circ$ sein. Es wird nicht schwer sein, das Mischungsverhältniss zu bestimmen, unter welchen dies eintritt. Wir haben oben gefunden

$$\cos X, = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}},$$

wobei X , der halbe Winkel der optischen Axen ist. Somit ist $X, = 45^\circ$, $\cos X, = \sqrt{\frac{1}{2}}$, also auch

$$\frac{\mathfrak{A}^2 - \mathfrak{B}^2}{\mathfrak{A}^2 - \mathfrak{C}^2} = \frac{1}{2},$$

wobei natürlich \mathfrak{A} , \mathfrak{B} und \mathfrak{C} die oben gegebenen, ihnen entsprechenden Werthe haben. Da aber \mathfrak{A} , \mathfrak{B} und \mathfrak{C} nur Functionen von $a, b, c, a'', b'', c'', m$ und n sind, so ist es keinen Schwierigkeiten unterworfen m zu bestimmen.

2. Für die Orientirung abc und cba wird die Ebene der optischen Axen ebenfalls unverändert bleiben. In gewissen Fällen wird b zur einzigen optischen Axe werden können.

3. Sind beide Substanzen nach abc und acb orientirt, so nähern sich die optischen Axen immer mehr und mehr der Elasticitätsaxe a , indem sie sich in der Ebene YZ gegen a bewegen, bis sie endlich in derselben zusammenfallen. Die Ebene der optischen Axen tritt sodann in die Ebene XZ über, in welcher sich die optischen Axen sodann immer mehr und mehr von einander entfernen, bis die Axen den der zweiten Substanz entsprechenden Winkel erreichen.

4. Etwas ganz Ähnliches zeigt sich auch bei der Orientirung abc und bac der isomorphen Substanzen. Die optischen Axen nähern sich in der Ebene ZY immer mehr der gemeinschaftlichen, bis sie

endlich mit dieser selbst, d. i. mit der Axe OY zusammenfallen, und sich sodann in der Ebene XY wieder zu entfernen, um den Winkel der zweiten Substanz zu erreichen.

5. Die Orientirung abc und bca ergibt, dass sich im Gemische die optischen Axen immer mehr der Axe OY in der Ebene YZ nähern, um endlich mit ihr zusammenzufallen. Die genannten Axen treten sodann in die Ebene XY , entfernen sich von OY immer mehr und mehr, um sich stets OX zu nähern, bis sie mit letzterer zusammenfallen, um sich endlich auch von dieser in der Ebene XZ immer zu entfernen und sich dem Winkel und Axen der zweiten Substanz zu nähern und mit ihnen zusammenzufallen.

6. Den sechsten und letzten Fall der verschiedenen Orientirung, nämlich abc und bca , haben wir bereits oben ausführlich behandelt.

Über den optischen Charakter der letzteren Fälle lässt sich im Allgemeinen nichts bestimmen, da derselbe nicht nur von m und n , die wir beliebig wählen könnten, sondern auch von $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta',$ und γ' abhängig ist; doch ist es in jedem speciellen Falle leicht denselben richtig zu bestimmen.

In den Substanzen des hemiorthotypen Krystallsystems ist nur mehr eine optische Elasticitätsaxe mit einer krystallographischen Axe übereinstimmend, und zwar ist es jene, welche auf der krystallographischen Hauptaxe senkrecht steht. Wir denken uns nämlich wieder das Grundhemiorthotyp so gestellt, dass die Hauptaxe vertical, die auf ihr senkrecht stehende Diagonale in die Sehrichtung zu liegen kommt; und die zweite, gegen die Hauptaxe schief gestellte Diagonale, senkrecht auf die Sehrichtung steht. Die zweite Elasticitätsaxe bildet im Allgemeinen in verschiedenen isomorphen Substanzen auch verschiedene Winkel mit der verticalen krystallographischen Hauptaxe. Die dritte Elasticitätsaxe steht auf der zweiten wie auf der ersten senkrecht.

Jeder Richtung, die in der Ebene der krystallographischen Hauptaxe der zweiten und dritten Elasticitätsaxe zu liegen kommt, entsprechen zwei Lichtstrahlen, von denen der eine stets in der genannten, der zweite stets in einer auf dieser senkrecht stehenden Ebene polarisirt ist. Bei isomorphen Substanzen haben deshalb in dieser Ebene gleich gelegte Richtungen von Lichtstrahlen gleiche Polarisations-Ebenen; wir können also für solche die oben ange-

gebenen Formeln in Anwendung bringen. Für jede andere Richtung ist dies nicht der Fall, also auch Lichtstrahlen, die sich in der Richtung der ersten auf der krystallographischen Hauptaxe senkrecht stehenden Elasticitätsaxe bewegen, wegen der verschiedenen Neigung der zweiten Elasticitätsaxe gegen die Hauptaxe auch bei verschiedenen isomorphen Substanzen verschiedene Polarisations-Ebenen besitzen. Man findet nämlich bekanntlich die Richtung der Polarisations-Ebene und die Geschwindigkeit des in dieser Ebene polarisirten Lichtes, wenn man durch den Mittelpunkt des Ellipsoides E , dessen Gleichung ist

$$b^2 x^2 + c^2 y^2 + a^2 z^2 = 1$$

eine Ebene senkrecht auf die gegebene Richtung legt, den Durchschnitt derselben mit der Ellipsoide bestimmt und die Richtungen und Grössen der Axen der als Durchschnitt erhaltenen Ellipse aufsucht. Die Richtungen der Axen bestimmen mit der Richtung des Lichtstrahles die Polarisations-Ebene und die reciproken Werthe derselben die Geschwindigkeit.

Der Einfachheit der folgenden Rechnung wegen wollen wir annehmen, dass bei der einen der isomorphen Substanzen die zweite Elasticitätsaxe vertical zu stehen kommt; es wird sodann die krystallographische Axe mit der verticalen den Winkel ξ , einschliessen. Die zweite der isomorphen Substanzen muss sodann so gestellt werden, dass die krystallographische Hauptaxe und die auf ihr senkrecht stehende Diagonale mit denen der ersten parallel ist. Es werden sodann die optischen Elasticitätsaxen, welche nicht mit der genannten Diagonale übereinstimmen, einen gewissen Winkel, den wir mit δ bezeichnen wollen, bilden; es wird somit, wenn $\xi_{\prime\prime}$ den Winkel der zweiten Elasticitätsaxe der zweiten Substanz mit der krystallographischen Hauptaxe bedeutet, sein

$$\delta = \xi_{\prime\prime} - \xi_{\prime}$$

In der ersten Substanz werden sich also in verticaler Richtung zwei Lichtstrahlen bewegen, von denen der eine mit der Geschwindigkeit $b_{\prime} = \frac{\nu}{\beta_{\prime}}$ in der Ebene XZ polarisirt ist, der zweite aber mit jener $c_{\prime} = \frac{\nu}{\gamma_{\prime}}$ die Ebene YZ zur Polarisations-Ebene besitzt.

Um die Lage und Geschwindigkeit der Lichtstrahlen in der zweiten Substanz zu bestimmen, legen wir durch den Mittelpunkt des obengenannten Ellipsoides E eine auf die verticale Richtung senkrecht stehende Ebene, also die horizontale XY . Die Axen der als Durchschnitt erhaltenen Ellipse sind also $\frac{1}{c_{ii}}$ und $a = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \delta}{a_{ii}^2 \tan^2 \delta + b_{ii}^2}}$, es sind somit die Geschwindigkeiten der in XZ und YZ polarisirten Strahlen

$$\text{und } d_i = \sqrt{\frac{c_{ii}^2}{a_{ii}^2 \tan^2 \delta + b_{ii}^2}}.$$

In einem Gemische zweier isomorphen Substanzen, in welchem m und n ihre Äquivalentantheile sind, werden sich in der Richtung OZ zwei Strahlen bewegen, deren Geschwindigkeiten sind

$$v'_\alpha = \frac{m c_i + n c_{ii}}{m + n},$$

$$v'_\beta = \frac{m b_i + n \sqrt{\frac{a_{ii}^2 \tan^2 \delta + b_{ii}^2}{1 + \tan^2 \delta}}}{m + n}.$$

Der eine dieser Strahlen ist in der Ebene YZ , der andere in XZ polarisirt.

Ebenso bewegen sich im ersten Krystalle in der Richtung der OX zwei Strahlen mit den Geschwindigkeiten a_i und c_i , die die Ebenen XZ und XY zu Polarisations-Ebenen haben.

In derselben Richtung bewegen sich im zweiten isomorphen Krystalle ebenfalls zwei Strahlen, deren Geschwindigkeiten, ebenso wie die obigen berechnet, sind

$$\text{und } d_{ii} = \sqrt{\frac{c_{ii}^2}{b_{ii}^2 \tan^2 \delta + a_{ii}^2}},$$

von welchen wieder der erste in XY , der zweite in XZ polarisirt ist.

Im Gemische werden sich also wieder zwei Lichtstrahlen bewegen, welche die Geschwindigkeit

$$v''_\alpha = \frac{m c_i + n c_{ii}}{m + n},$$

$$v''_\beta = \frac{m a_i + n \sqrt{\frac{b_{ii}^2 \tan^2 \delta + a_{ii}^2}{\tan^2 \delta + 1}}}{m + n},$$

der eine derselben ist wieder in der Ebene XY , der andere $\nu''\beta$ in jener XZ polarisirt.

Endlich bewegen sich im ersten Krystalle in einer Richtung, die der zweiten Elasticitätsaxe α'' des zweiten Krystalles parallel ist, die also gegen α' einen Winkel δ bildet, wieder zwei Lichtstrahlen. Die ihnen entsprechenden Geschwindigkeiten, wie oben gefunden, sind

$$\text{und } d_{\alpha''} = \sqrt{\frac{c_{\alpha''}^2 \tan^2 \delta + b_{\alpha''}^2}{1 + \tan^2 \delta}},$$

von denen der eine in $\alpha''Y$, der zweite wieder in XZ polarisirt.

Im zweiten Krystalle bewegen sich endlich wieder zwei Strahlen mit den Geschwindigkeiten $c_{\alpha''}$ und $b_{\alpha''}$, die ebenfalls $\alpha''Y$ und XZ zu Polarisations-Ebenen haben. Im Gemische endlich bewegen sich nach derselben Richtung zwei Strahlen mit den Geschwindigkeiten

$$\nu'''_{\alpha} = \frac{m c_{\alpha'} + n c_{\alpha''}}{m + n},$$

$$\nu'''_{\beta} = \frac{m \sqrt{\frac{c_{\alpha'}^2 \tan^2 \delta + b_{\alpha'}^2}{\tan^2 \delta + 1}} + n b_{\alpha''}}{m + n}$$

welche wieder die Ebenen $\alpha''Y$ und XZ zu Polarisations-Ebenen haben.

Man sieht aus diesen Gleichungen, dass, da

$$\nu_{\alpha'} = \nu_{\alpha''} = \nu_{\alpha'''} = \frac{m c_{\alpha'} + n c_{\alpha''}}{m + n}$$

für jede in der Ebene XZ gewählte Richtung des Lichtstrahles die Geschwindigkeit constant bleibt, wenn er in einer zu OY parallelen Richtung schwingt. Alle diese Lichtstrahlen haben somit gleiche Geschwindigkeiten, bilden also einen Kreis, der in O seinen Mittelpunkt hat. Dieser Kreis mit dem Radius $\nu_{\alpha'}$ ist also der Durchschnitt der Ebene XZ mit einem Theil der Wellenfläche unseres Gemisches und der Radius dieses Kreises ist die Grösse der auf ihm senkrecht stehenden Elasticitätsaxe, also

$$\mathfrak{C} = \frac{m c_{\alpha'} + n c_{\alpha''}}{m + n}$$

die mit der auf der Hauptaxe senkrecht stehenden Diagonale gleiche Richtung besitzende Elasticitätsaxe.

In der Richtung OZ ist das Licht mit der Polarisations-Ebene in dem Punkte I.

$$I. \begin{cases} y_i = \nu'_\beta \\ x_i = 0 \end{cases}$$

nach Verlauf einer Secunde angekommen. Ebenso ist das Licht in der Richtung OX und jener $O\alpha_{..}$ nach Verlauf derselben Zeit in den Punkten II. und III.

$$II. \begin{cases} y_{..} = 0 \\ x_{..} = \nu''_\beta \end{cases} \quad III. \begin{cases} y_{...} = \nu'''_\beta \sin \delta \\ x_{...} = \nu'''_\beta \cos \delta \end{cases}$$

angekommen. Es sind also I., II. und III. Punkte des Durchschnittes der Ebene XZ mit dem zweiten Theil der Wellenfläche, welche eine Ellipse von der Form

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = 1$$

sein wird, wo Y die frühere Richtung Z , und X mit den früheren X übereinstimmend sein wird. Wir haben also zur Bestimmung von A , B und C die drei Gleichungen:

$$A \nu^{2''}_\beta = 1$$

$$C \nu^{2'}_\beta = 1$$

$$A \nu^{2''}_\beta \cos^2 \delta + B \nu^{2''}_\beta \sin \delta \cos \delta + C \nu^{2''}_\beta \sin^2 \delta = 1$$

wornach wir erhalten

$$A = \frac{1}{\nu^{2''}_\beta},$$

$$B = \frac{\nu^{2''}_\beta \nu^{2'}_\beta - \nu^{2''}_\beta (\nu''_\beta \cos^2 \delta + \nu'_\beta \sin^2 \delta)}{\nu^{2'}_\beta \nu^{2''}_\beta \nu^{2''}_\beta \sin \delta \cos \delta},$$

$$C = \frac{1}{\nu^{2'}_\beta}.$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen finden wir bekanntlich die Axen \mathfrak{A}' und \mathfrak{B}' der Ellipse als

$$\frac{1}{\mathfrak{A}'^2} = \frac{A + C + \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}{2},$$

$$\frac{1}{\mathfrak{B}'^2} = \frac{A + C - \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}{2}.$$

Die Neigung, welche die \mathfrak{A}' gegen die verticale bildet, gibt die Gleichung

$$\cotang^2 \Delta = \frac{C - A}{B} \text{ oder } \tan^2 \Delta = \frac{B}{C - A},$$

wobei, wenn X die Neigung gegen die krystallographische Axe bedeutet,

$$X = \xi + \Delta.$$

Wir haben also schliesslich, da die Axen der Durchschnittsellipse mit den Elasticitätsaxen identisch sind, für die Bestimmung und Lage der neuen Elasticitätsfläche

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \sqrt{\frac{2}{A + C + \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}} \\ \mathfrak{B} &= \sqrt{\frac{2}{A + C - \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}} \\ \mathfrak{C} &= \frac{m c_i + n c_{ii}}{m + n} \\ X &= \xi_i + \Delta, \end{aligned}$$

wobei A, B, C und Δ die oben angegebenen Werthe haben.

Ist in diesen Gleichungen $\delta = 0$, so erhalten wir

$$\nu'_{\beta} = \frac{m b_i + n b_{ii}}{m + n}, \quad \nu''_{\beta} = \frac{m a_i + n a_{ii}}{m + n}, \quad \nu'''_{\beta} = \frac{m b_i + n b_{ii}}{m + n} = \nu'_{\beta}$$

folglich werden auch

$$A = \left(\frac{m + n}{m a_i + n a_{ii}}\right)^2, \quad B = 0, \quad C = \left(\frac{m + n}{m b_i + n b_{ii}}\right)^2,$$

woraus folgt

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{m a_i + n a_{ii}}{m + n} \\ \mathfrak{B} &= \frac{m b_i + n b_{ii}}{m + n} \end{aligned}$$

$\tan^2 \Delta = 0$, also auch $\Delta = 0$ oder $X = \xi_i$ und

$$\mathfrak{C} = \frac{m c_i + n c_{ii}}{m + n}$$

Es sind dies die Gleichungen, die hemiorthotypen isomorphen Substanzen entsprechen, bei denen die Neigung der zweiten Elasticitätsaxe gegen die krystallographische Hauptaxe gleich sind. Für $\xi = 0$ gehen sie in jene des orthotypen Krystallsystems über. Für $\delta = 90^\circ$ finden wir

$$\nu'_{\beta} = \frac{mb_{\beta} + na_{\beta}}{m+n}, \quad \nu''_{\beta} = \frac{ma_{\beta} + nb_{\beta}}{m+n}, \quad \nu'''_{\beta} = \frac{ma_{\beta} + nb_{\beta}}{m+n} = \nu''_{\beta}$$

also auch

$$\mathfrak{A} = \frac{ma_{\beta} + nb_{\beta}}{m+n}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{mb_{\beta} + na_{\beta}}{m+n}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{mc_{\beta} + nc_{\beta}}{m+n}$$

$$X = \xi_{\beta}$$

die für isomorphe hemiorthotype Substanzen gelten, bei denen die Elasticitätsaxen um 90° verschieden sind. Für $\xi = 0$ gehen sie in die Gleichung der für den unter Nr. 4 für orthotype Substanzen gegebenen Orientirung über.

Die Übergänge, wo nebst den Winkeln ξ_{β} und ξ_{β} auch die Elasticitätsaxen verwechselt sind, finden ganz ebenso wie die unter Nr. 1 — 6 bei den orthotypen Substanzen entwickelten Fälle Statt, nur geht nebstdem noch der ξ_{β} allmählich in den ξ_{β} über.

Ebenso gut wie im orthotypen Krystallsysteme kann auch hier die doppelte Brechung mit zwei optischen Axen in eine solche mit einer optischen Axe und selbst in eine einfache Brechung übergehen. Es wird keinen Schwierigkeiten unterliegen, die hieher gehörigen Bedingungsgleichungen aufzustellen, wesshalb wir sie hier auch wegen Raumersparung übergehen wollen.

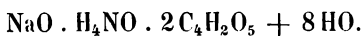
Demzufolge haben wir nun den mathematischen Beweis geliefert, dass für isomorphe Substanzen Übergänge in der optischen Orientirung und den optischen Elasticitätsflächen stattfinden, mögen diese auch noch so verschieden sein. Der experimentale Beweis für eine solche Reihe ist durch die genannte Arbeit Sénarmont's zur Genüge geliefert worden und es scheint hier nicht nothwendig, auf denselben weiter einzugehen.

Für die Naturgeschichte aber ergibt sich hiernach die interessante Erfahrung, dass die verschiedene optische Orientirung und der verschiedene optische Charakter kein Grund zur Trennung in verschiedenen Species ist, sondern dass isomorphe Substanzen, d. h. solche, welche bei gleicher oder doch ähnlicher Krystallform, die Fähigkeit in allen beliebigen Verhältnissen zusammen zu krystallisiren besitzen, ohne dass diese eine wesentliche Veränderung erleidet, trotz ihrer verschiedenen optischen Orientirung und des verschiedenen optischen Charakters in einer und derselben Species geeinigt werden müssen. Zur Unterscheidung der einzelnen Varietäten einer Species sind allerdings diese Eigenschaften von Wichtigkeit und Anwendung.

Die Unterscheidung hexaëdrischer, pyramidaler und rhomboëdrischer, und endlich orthotyper, hemiothotyper und anorthotyper durch Anwendung des polarisirten Lichtes, ist wegen des Eintretens aller dieser Erscheinungen in einem Gemische orthotyper Substanzen nicht mehr gerechtfertigt. Man kann daraus ersehen, dass die einfache und doppelte Brechung im Allgemeinen nicht so streng an die Krystallform gebunden ist, und es wird niemand wundern, wenn er einaxige Glimmer neben mehraxigen sieht, ebenso wenig es zu wundern ist, wenn es zweiaxige Turmaline, Granaten u. s. w. gibt.

Einen wichtigen Einfluss auf die Unterscheidung naturhistorischer Species üben die Erscheinungen der circulären Polarisation aus. Bis jetzt hat dieselbe in der Naturgeschichte noch gar keine Anwendung gefunden, und es soll die Aufgabe der folgenden Zeilen sein, die Wichtigkeit derselben für die Trennung von Species zu zeigen.

Wenn man eine Auflösung von Traubensäure zur Hälfte mit Natron und zur andern Hälfte mit Ammoniak sättigt, diese Salze sodann mischt, so krystallisirt aus der Auflösung bekanntlich ein Doppelsalz von der Formel



Untersucht man die Krystalle, so findet man, dass sämmtliche einer und derselben Grundgestalt angehören, dass an ihnen aber diese Grundgestalt nicht mit der vollen Flächenanzahl vorhanden ist,

sondern dass dieselbe in Hälften als Tetraëder auftritt. Bei den einen derselben tritt das positive, bei den anderen die negative Hälfte auf (Pasteur). Sammelt man die mit positiven und die mit negativen Hälften, löst sie getrennt auf, so krystallisiren aus der Auflösung nur wieder Gestalten derselben Art. Die Auflösung der einen dreht die Polarisations-Ebene nach rechts, die der andern nach links. Löst man gleiche Gewichtstheile derselben in gleichen Mengen Wassers, so ist auch die Drehung der Polarisations-Ebene nach beiden Seiten gleich gross. Aus der ursprünglichen Lösung krystallisiren gleich viel positive und negative Combinationen. Es ist nicht möglich, durch Zusammenkrystallisiren der beiden Substanzen einen Krystall zu erzeugen, der in der Auflösung die Polarisations-Ebene nicht dreht. Nimmt man einen positiven und einen negativen Krystall, die im Gewichte gleich gross sind, so dreht die Auflösung natürlicher Weise nicht, weil die Rechtsdrehung des einen durch die Linksdrehung des andern aufgehoben wird. Ist aber einer dieser Krystalle grösser, so wird die der Mehrheit entsprechende Rechts- oder Linksdrehung stattfinden.

Stellt man aus den beiden getrennten Salzen die ihnen entsprechenden Säuren dar, so krystallisiren beide Säuren von der Formel $\text{HO} \cdot \text{C}_4 \text{H}_2 \text{O}_5$ aus der Auflösung, und zwar mit denselben Grundgestalten, aber mit verschiedener tetraëdrischer Hemiëdrie. Die Grundgestalt ist ein Hemiorthotyp, und bei den einen ist die Hemiëdrie blos auf der rechten, auf den andern blos auf der linken Seite. Die Auflösung der aus dem linksdrehenden Natron-Ammoniak erhaltenen Säure dreht die Polarisations-Ebene nach links, jene aus dem rechtsdrehenden Natron-Ammoniak erhaltenen um dieselbe Grösse nach rechts. Versucht man beide Säuren zusammen zu krystallisiren, so krystallisirt aus der Auflösung wohl nicht optisch wirkende Traubensäure, aber diese ist von den beiden genannten Säuren so verschieden, dass sie im anorthotypen System krystallisirt. Concentrirte Auflösungen von rechts und links drehender Säure gemischt, geben einen weissen krystallinischen Niederschlag von Traubensäure, da die Traubensäure weniger löslich ist, als die genannten. Die rechtsdrehende Säure hat sich als mit der gewöhnlichen Weinsäure vollkommen identisch gezeigt und den Namen rechte Weinsäure erhalten, während die linksdrehende, in den übrigen Eigenschaften ganz ähnlich den Namen linke Weinsäure bekam. Es gibt aber

auch eine inactive Weinsäure, die in Zusammensetzung und Krystallform etc. der linken und rechten Weinsäure ganz ähnlich ist, aber keine Hemiëdrie und keine Drehung der Polarisations-Ebene zeigt. Pasteur erhielt sie durch Erhitzen von rechts-weinsaurem Cinchonin auf 170°. Auf einer Auflösung von activer und inactiver Weinsäure krystallisiren beide gesondert heraus.

Aus linker Weinsäure dargestellte Salze zeigen alle linke Hemiëdrie und linkes Drehungsvermögen der Polarisations-Ebene, während die aus gewöhnlicher rechter Weinsäure dargestellten Salze rechte Hemiëdrie und rechtes Drehungsvermögen der Polarisations-Ebene besitzen, und zwar drehen gleich viel Mengen rechten und linken Salzes die Polarisations-Ebene um gleich viel nach rechts oder links. Die meisten dieser Salze geben beim Zusammenkrystallisiren das entsprechende traubensaure Salz, oder wo dies nicht der Fall ist, krystallisiren beide getrennt aus der Auflösung, nie aber ist man im Stande, auf diese Weise das inactiv-weinsaure Salz darzustellen. Diese Salze, welche mit den activen Salzen die Grundgestalt gemein haben, zeigen weder hemiëdrische Formen, noch drehen sie die Polarisations-Ebene.

Nach den Untersuchungen Sénarmont's zeigen Substanzen, welche alle Eigenschaften gleich haben, die aber entgegengesetztes Drehungsvermögen besitzen, vollkommen gleiche optische Orientirung, vollkommen gleiche Brechungsquotienten, wären also auch in dieser Beziehung nicht von einander zu unterscheiden. Er hat dieses Gesetz namentlich bei den genannten weinsauren Salzen bewiesen, ein Gesetz, das als vollkommen allgemein zu betrachten ist.

Im hemiorthotypen Krystallsysteme tritt hierbei eine bei nicht-drehenden Substanzen noch nicht beobachtete Hemiëdrie auf, indem die Hälfte, welche auftritt, dem orthotypen Tetraëder entsprechend, von vier Flächen begrenzt, von denen je zwei einander gleich sind. Die Hemiëdrie ist also keine parallelfächige, sondern eine geneigtflächige. Wenn man mit Mohs die parallelfächige Hemiëder mit $+\frac{P}{2}$ und $-\frac{P}{2}$ bezeichnet, so entspricht hierfür das Zeichen $\frac{r}{l} \cdot \frac{P}{2}$ und $\frac{l}{r} \cdot \frac{P}{2}$. Es erscheinen hierbei oft nur die zwei gleichen Flächen der einen Art, indem die zwei der andern Art entweder gar nicht vorhanden oder verschwindend klein sind, so wie auch von der Grundgestalt selbst nur die halbe Anzahl der Flächen vorhanden sind.

Ganz ähnliche Verhältnisse wie die Weinsäure zeigt die Äpfelsäure, aber sind von ihr bis jetzt nur zwei Modificationen, die rechtsdrehende und die inactive, bekannt. Die Krystallform des sauren äpfelsauren Kalks und des sauren äpfelsauren Ammoniakts sind nach Pasteur in der optisch wirksamen und optisch unwirksamen Reihe übereinstimmend, nur dass in den Salzen der letzteren Reihe die unsymmetrische Vertheilung gewisser kleiner Flächen mangelt, welche in der ersten Reihe den Formen den Charakter einer nicht congruenten Hemiëdrie verleiht. Die Eigenschaften der optisch-wirksamen und optisch-unwirksamen Äpfelsäure sind nicht so vollkommen übereinstimmend, wie dies bei der Weinsäure der Fall ist, da die erstere leichter löslich, bei 100° schmilzt und 140° zersetzt, während die letztere schwerer löslich, leichter krystallisirt, nicht zerfliesslich ist, bei 133° schmilzt und bei 140° sich zersetzt.

Die Asparaginsäure zeigt ähnliche Verhältnisse wie die Äpfelsäure, und die erstere unwirksame hat zur Entdeckung der letztern unwirksamen geführt. Die beiden Asparaginsäuren zeigen ebenfalls sich in gewissen Beziehungen verschieden. Die optisch-wirksame Asparaginsäure löst sich in 364 Theilen Wasser von 11° , ihr specifisches Gewicht ist 1.6613, sie krystallisirt in undeutlichen Formen des orthotypen Krystallsystems. Die unwirksame Säure löst sich in 208 Theilen Wasser bei $13^{\circ}5$, ist also schwieriger löslich, ihr specifisches Gewicht ist 1.6632; sie bildet kleine hemiorthotype Krystalle. Die Verschiedenheit der Krystallgestalt wird vielleicht durch die folgenden Untersuchungen gehoben sein, indem es wahrscheinlich ist, dass beide eine gleiche Krystallform besitzen; man wäre sonst gezwungen, hier einen Dimorphismus anzunehmen oder die optisch-unwirksame Asparaginsäure zur wirksamen in das Verhältniss der Traubensäure zur Weinsäure zu stellen. Letzteres wird noch dadurch wahrscheinlich gemacht, dass das optisch-wirksame asparaginsäure Natron orthotyp krystallisirt, während das optisch-unwirksame Natronsalz dem hemiorthotypen Krystallsystem angehört.

Die optischen Drehungsverhältnisse aller dieser Körper sind bis jetzt blos an den Auflösungen studirt worden, indem es bei den im orthotypen, hemiorthotypen und anorthotypen Krystallsysteme erscheinenden Substanzen unmöglich ist, dieselben an Krystallen zu untersuchen. Die circuläre Polarisation wird in ihren Erscheinungen durch die doppelte Brechung aufgehoben. Es machen diese Unter-

suchungen schon an den Krystallen des rhomboëdrischen und pyramidalen Systems Schwierigkeiten, und nur an tessularen sind sie leicht auszuführen, insofern als die Lamellarpolarisation auf dieselben keinen Einfluss nimmt. Diese Untersuchungen machen also im Allgemeinen Schwierigkeiten, da man oft nicht im Stande ist, an Auflösungen dieselben zu untersuchen, theils weil eine Auflösung nicht herzustellen ist, theils aber auch, weil oft das Lösungsmittel einen nicht geringen Einfluss auf dieselben nimmt. Zum Glücke sind uns da andere Eigenschaften gegeben, mit denen wir in gewissen Fällen auf indirecte Weise über diese Verhältnisse einen Aufschluss bekommen.

Ein interessantes Beispiel über das Nichtzusammenkrystallisiren gibt das chlorsaure Natron $\text{NaO} \cdot \text{ClO}_5$. Chlorsaures Natron krystallisirt aus einer Auflösung in Combinationen des Hexaëders, des Pentagondodekaëders und des Tetraëders. Untersucht man die Krystalle im polarisirten Lichte, so findet man dass die einen, bei denen die Tetraëder fehlen (oder, wenn sie vorhanden wären, auf der linken Seite des Pentagondodekaëders sein müssten), die Polarisations-Ebene nach links drehen, während jene, bei denen die Tetraëderfläche auf der rechten Seite des Pentagondodekaëders sich befinden, dieselbe nach rechts drehen (Marbach)¹⁾. Wenn man die rechtsdrehenden und die linksdrehenden von einander trennt, sie für sich auflöst und im Polarisations-Apparate untersucht, findet man, dass die Lösung die Polarisations-Ebene nicht dreht, und aus der Auflösung krystallisiren nicht nur solche, welche aufgelöst wurden, sondern auch solche der andern Art. Eine wässerige Lösung eines activen chlorsauren Natrons kann also nicht bestehen, das Wasser verwandelt das active Salz in das inactive. Dass hier ein Zusammenkrystallisiren nicht stattfinden kann, beweist die Thatsache, dass alle Krystalle (mit einigen Ausnahmen) bei gleicher Dicke die Polarisations-Ebene um gleichviel drehen, und zwar ist die Drehung für gelbes Licht $8^\circ 25'$ für eine Pariser Linie Dicke. Nur bei einigen findet die Drehung von 7° als Ausnahme Statt; aber keineswegs kann diese Ausnahme zu dem Ausspruche des Zusammenkrystallisirens, denn es ist kein Grund vorhanden, warum sie für diesen Fall nicht alle Drehungswinkel von $- 8^\circ 25'$ bis $+ 8^\circ 25'$ zeigen sollten.

1) Marbach, Pogg. Ann.

(Ditscheiner.)

Ganz dasselbe findet auch bei den mit dem chlorsauren Natron isomorphen bromsauren Natron $\text{NaO} \cdot \text{BrO}_3$ Statt. Die Drehung von diesem Salze beträgt ebenfalls für gelbes Licht $6^\circ 20'$ nach rechts oder links. Wenn man einen rechten Krystall (oder auch einen linken) dieses Salzes in eine (also inactive) Auflösung des andern Salzes gibt, so setzt sich auf erstere eine neue Schichte des zweiten Salzes ab, die entweder die Polarisations-Ebene nach derselben Seite dreht wie der Kern, oder diese auf die entgegengesetzte Seite bewegt. Diese Thatsache berechtigt ebenfalls nicht zur Annahme, diese Salze entgegengesetzten Drehungsvermögens könnten in allen beliebigen Verhältnissen zusammenkrystallisiren. Es ist dies ein blosses Übereinanderkrystallisiren, wie es bei hexaëdrisch ganz verschiedenen Species stattfinden kann, und beide Salze werden für sich heraus krystallisiren (die rechten und linken getrennt), sobald sie in Auflösungen gemischt werden.

Wir haben in einer früheren Abhandlung die Species „als den Inbegriff aller solchen Substanzen bezeichnet, die bei gleicher oder im wesentlichen gleicher Krystallform die Fähigkeit besitzen, in allen beliebigen Verhältnissen ohne eine wesentliche Veränderung der letzteren zusammen zu krystallisiren“, und haben diese Fähigkeit des Zusammenkrystallisirens als das oberste Princip der Species hingestellt. Aus dem Vorhergehenden konnten wir entnehmen, dass Substanzen, welche entgegengesetztes Drehungsvermögen besitzen, die Fähigkeit, in allen beliebigen Verhältnissen zusammenkrystallisiren zu können, nicht besitzen; wir ziehen daraus den Schluss: Substanzen, welche, obwohl sie in allen übrigen Eigenschaften mehr oder weniger vollkommen übereinstimmen, verschiedenes, entgegengesetztes Drehungsvermögen besitzen, gehören verschiedenen naturhistorischen Species an.

So besitzen wir von der Weinsäure und von jedem ihrer Salze folgende drei sich in fast allen Eigenschaften vollkommen gleiche Species:

1. rechtsdrehende,
2. inactive und
3. linksdrehende.

Von der Asparaginsäure und der Äpfelsäure sind nur die beiden ersteren bis jetzt beobachtet, von mehreren anderen nur eine einzige der drei genannten.

Wenn wir diese Erfahrungen auf einige in der Natur vorkommende Mineralien anwenden, so finden wir zuerst am Quarz (rhomboëdrischer Quarz, Mohs) eines der interessantesten Beispiele. Am Quarz findet ebenfalls geneigtflächige Hemiëdrie Statt, und zwar sind es hier die Skalenoëder und die aus ihnen abgeleiteten zwölfseitigen ungleichkantigen Pyramiden, welche sich nach einer solchen Hemiëdrie zerlegen. „Zwei Individuen, welche hinsichtlich der Lage solcher, übrigens gleicher Gestalten verschieden sind, können in keine solche Stellung gebracht werden, dass alle ihre Flächen einander parallel sind.“ (Mohs.) Zwei solche in krystallographischer Beziehung verschiedene Varietäten zeigen sich auch in optischer Beziehung als nicht übereinstimmend, indem die eine die Polarisations-Ebene nach rechts, die zweite nach links dreht. Ähnlich wie beim chloresauren Natron und bromsauren Natron setzen sich auch hier zwei verschiedene Individuen zusammen, und Sir David Brewster hat gefunden, dass mehrere Individuen aus Brasilien von violblauen sowohl als weissen und anderen Farben, aus zuweilen sehr dünnen, den äussern Flächen P und $P + \infty$ parallelen Schichten von nach rechts und links verschiedenen Individuen bestehen. Wir sind also auch gezwungen das bisher als rhomboëdrische Quarz aufgestellte Mineral in zwei neue Species zu trennen, denen wir einstweilen die Namen

1. rechts-rhomboëdrischer Quarz und
2. links-rhomboëdrischer Quarz

geben wollen. In der Charakteristik unterscheidet sie sowohl ihr krystallographisches, am schärfsten aber ihr optisches entgegengesetztes Drehungsvermögen.

Etwas dem Quarz ganz Ähnliches findet nach Salm-Horstmar¹⁾ am Beryll Statt. Es fehlt hier ebenfalls das Kreuz bei den im polarisirten Licht beobachteten Varietäten, was auf eine circulare Polarisation deutet. Wir haben also wahrscheinlich auch zwei verschiedene Species von Beryll. Möglicherweise gibt es sowohl von diesem als vom Quarze noch eine dritte optisch inactive Species.

Nach Descloizeaux (in seiner Abhandlung: *de l'emploi des propriétés biréfringentes en minéralogie*²⁾) ist auch der Zinnober

1) Salm-Horstmar, Pogg. Ann. 84. 515.

2) Descloizeaux, Annales des mines, t. XI, sér. 3, p. 291.

nung durch die Wärme unmöglich und durch die ungleichen Hemmungen Elektricität geschieden wird.“ Schon auf den ersten Blick kann nach dem Gesagten und Vergleich mit dem oben Bemerkten dieser Eigenschaft einiger Werth beigelegt werden. Die nach rechts und links verschiedene Hemiëdrie ist der krystallographische Ausdruck verschiedener optischen Drehungsvermögen und wie wir bemerkt, verschiedener naturhistorischer Species, sie ist aber auch in gewissen Fällen der krystallographische Ausdruck der Pyroelektricität, somit ist nicht ohne Grund daran zu denken: es könnte die Pyroelektricität ein wichtiges Unterscheidungsmittel ganz ähnlicher naturhistorischer Species werden.

Ziehen wir die bis heute gemachten Erfahrungen zu Rathe, so finden wir uns in dieser Ansicht bestärkt. Die rechte Weinsäure zeigt sich äusserst pyroelektrisch, indem schon die blosse Handwärme im Stande ist, die Erscheinungen derselben bei einem halbwegs guten Elektrometer zu zeigen. Beim Erkalten ladet sich bei einer bestimmten Stellung der Krystallaxen die rechte Seite mit positiver, die linke Seite mit negativer Elektricität, was beim Erwärmen sich verkehrt zeigt, indem sich die rechte Seite mit negativer, die linke mit positiver Elektricität ladet. Die linke Weinsäure zeigt alle die Verhältnisse umgekehrt. Bei derselben Stellung der Krystallaxen ladet sich beim Erkalten die linke Seite mit positiver, die rechte mit negativer Elektricität, während beim Erwärmen die linke Seite negative und die rechte Seite positive Elektricität zeigt. Die inactive Weinsäure wird eben so wenig wie die Traubensäure pyroelektrisch werden können, so wenig sich an ihnen optisches Drehungsvermögen zeigt.

Die weinsauren Salze zeigen sich eben so, wenn sie Hemiëdrien zeigen, wenn ihre Säure also eine optisch-active ist, pyroelektrische Erscheinungen. Es ist bis jetzt nicht bekannt, wie die pyroelektrischen Erscheinungen mit der Hemiëdrie übereinstimmen, ich glaube aber es sei nicht viel gewagt, wenn man annimmt dass alle weinsauren Salze in ihrem pyroelektrischen Verhalten mit der sie bildenden Weinsäure so übereinstimmen, wie sie in ihrem optischen Verhalten, dass also alle rechten weinsauren Salze beim Erkalten an den hemiëdrischen Flächen positive Elektricität, also die Elektricität an der rechten Seite, während alle linken weinsauren Salze die

positive Elektrizität (beim Erkalten) an der linken Seite zeigen. Die geringen Daten, welche man über Pyroelektrizität von Pasteur, Hankel u. A. hat, lassen dies wenigstens vermuthen.

Der Quarz zeigt sich ebenfalls pyroelektrisch und zwar sind nach Hankel die Prismenflächen abwechselnd positiv und negativ. Nach Riess und G. Rose lassen sich die Lage und Charaktere der Pole nicht genau ermitteln. Es werden sich auch höchst wahrscheinlich die grössten Intensitäten der Elektrizitäten nicht an den Prismenflächen zeigen, da sie nicht von diesen, sondern von den nach rechts und links verschiedenen Hälften von $(P + n)^m$ abhängig sind.

Die pyroelektrischen Eigenschaften derjenigen Körper, die keine nach rechts und links verschiedene Hemiëdrie, sondern nur Hemimorphie zeigen, haben für die Trennung der Species keinen Werth, indem dieselben sich dann stets in eine krystallographisch-parallele Stellung bringen lassen. So müssen alle Turmalien in einer Species geeinigt bleiben, da sich beim Erwärmen die positive Elektrizität stets an der Fläche $P - \infty$ zeigt, und somit alle Turmalien in eine parallele Stellung, sowohl krystallographisch als elektrisch, gebracht werden können.

Dasselbe gilt vom Borazite und dem ihm isomorphen Rhodizite, dem Topase, dem Galmei, dem Prehnite, dem Skolezite u. m. A. Namentlich ist dies bei den im hexaëdrischen System krystallisirenden Mineralien der Fall, indem hier entgegengesetzte krystallographische Hemiëdrie nur äusserst schwierig genügend festgestellt werden kann.

Aus dem vorbergehend Gesagten wollen wir schliesslich noch die erhaltenen wichtigsten Resultate zusammenstellen.

Die verschiedene optische Orientirung der Elasticitätsfläche gibt keinen Grund zur Trennung verschiedener isomorpher Substanzen, indem sowohl theoretisch als praktisch die Reihe, welche die verschiedenen optisch-orientirten Elasticitätsflächen verbindet, leicht hergestellt werden kann; es ist somit der schon früher ausgesprochene Satz: „Alle Substanzen, welche bei gleicher oder doch im Wesentlichen gleicher Krystallform die Fähigkeit besitzen, in allen beliebigen Verhältnissen ohne eine wesentliche Veränderung der letzteren zusammenkrystallisiren zu können, sind Varietäten einer und derselben naturhistorischen Mineral-Species“, zur vollen Giltigkeit gelangt.

Die entschieden entgegengesetzte nach rechts und links verschiedene Hemiëdrie gibt im Allgemeinen einen Grund zur Trennung in mehrere Species: es ist dies nachgewiesen worden:

durch den Mangel der Fähigkeit in allen beliebigen Verhältnissen ohne Veränderung der Krystallform sich mischen zu können, zu welchen in den meisten Fällen noch

ein verschiedenes optisches Drehungsvermögen, wie an den Weinsäuren, deren Salzen, der Äpfelsäure, der Asparaginsäure, dem Quarze u. s. w.

und ein verschiedenes pyroelektrisches Verhalten zum Beispiele an den Weinsäuren, an deren Salzen, am Quarze u. s. w. zu rechnen kömmt.

Wir haben ausserdem bemerkt, dass bei der Trennung der Species, so bald es sich um nach rechts und links verschiedene Hemiëdrien handelt, nur mit der äussersten Vorsicht vorgegangen werden soll, so bald sich kein verschiedenes optisches Drehungsvermögen und kein verschiedenes pyroelektrisches Verhalten zeigt, dass aber beim Vorhandensein dieser letzteren die Trennung der Species mit grösster Leichtigkeit begründet werden kann.