

METEORITENSTUDIEN II.¹

ÜBER DIE ORIENTIRUNG DER SCHNITTFLÄCHEN AN EISENMETEORITEN

MITTELST

DER WIDMANNSTÄDTEN'SCHEN FIGUREN.

VON

DR. ARISTIDES BREZINA,

CUSTOS AM K. K. HOF-MINERALIENCABINETE.

(Mit 4 Tafeln und 11 Holzschnitten.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 31. MÄRZ 1881.)

Die eigenthümlichen Figuren, welche polirte, mit Säuren, insbesondere Salpetersäure, geätzte Schnittflächen der meisten Eisenmeteoriten zeigen, und welche durch Widmannstädten am Eisen von Hraschina (Agram) entdeckt wurden, verdanken bekanntlich ihre Entstehung einem schaligen Aufbaue nach den vier Flächenpaaren eines Oktaeders, längs welcher papierdünne, gegen Säuren widerstandsfähige Lamellen von Taenit oder Bandeisen von der Zusammensetzung Fe_6Ni die dickeren (meist $1-1.5^{\text{mm}}$ dicken) Platten von Kamacit oder Balkeneisen (aus Fe_{14}Ni oder ähnlichen Mischungen bestehend) einhüllen.

Dass die Lamellensysteme, welche die Widmannstädten'schen Figuren entstehen lassen, wirklich nach den Flächen eines Oktaeders gerichtet seien, wurde von der Zeit angefangen nicht mehr bezweifelt, wo es zum ersten Male ausgesprochen war; so viel ich finden kann, hat zuerst Schweigger² im Jahre 1813 die Vermuthung geäußert, dass die Widmannstädten'schen Figuren bei passend gerichteten Schnittflächen eine Gesetzmässigkeit erkennen lassen dürften; drei Jahre später hat Wollaston³ am Meteoreisen von Bemdego die Beobachtung gemacht, dass dieses Eisen nach den Flächen des Oktaeders gebrochen werden könne, sowie dass die Verwitterung längs derselben Flächen in das Innere des Eisens eindringe; im selben Jahre, nur kurze Zeit nach der Beobachtung Wollaston's, fanden Schweigger und Leonhard nach des Ersteren Mittheilung⁴ durch Messung der Winkel zwischen den Balkensystemen desselben Meteoreisens, dass auch die Widmannstädten'schen Figuren aus Durchschnitten von Lamellen parallel den Oktaeder- und Würfelflächen gebildet

¹ I. Brezina, Über die Reichenbach'schen Lamellen in Meteoreisen. Diese Denkschriften, Bd. XLIII, S. 13. 1881.

² Schweigger, Über Meteorsteine. Schweigger's Journal, Bd. VII, S. 173, 1813.

³ Wollaston, Observations and experiments on the mass of native iron found in Brasil. Phil. Trans. for 1816, S. 281.

⁴ Schweigger in Schweigger's Journal, Bd. XIX, S. 479, 1816.

seien, letzteres offenbar irrigerweise; denn da sie für die Winkel dreier oktaëdrischer Lamellensysteme durch Messung Winkel von 60° und 120° fanden, die Schnittfläche also einer vierten Oktaëderfläche nahe parallel ging, so müsste eine hexaëdrische Lamelle sehr nahe mit der Spur eines der ersteren drei Oktaëdersysteme zusammenfallen; es ist desshalb höchst wahrscheinlich, dass jene weiteren, als Würfellamellen gedeuteten, nachdem sie nahe senkrecht zu je einer der drei oktaëdrischen gerichtet waren, zum Theile der vierten, sehr flach einfallenden Oktaëderfläche angehört haben, zum Theile aber kurze undeutliche Rudimente der ersteren drei Lamellen gewesen sein mögen, wie ja solche insbesondere bei Eisen mit grösserer Balkenbreite sehr häufig auftreten; umso mehr, als Lamellen parallel den drei Höhenlinien des gleichseitigen Dreieckes bisher an keinem Meteoreisen weiter beobachtet sind.

Die Entstehung der Widmannstädten'schen Figuren aus oktaëdrischen Lamellen ist so evident, dass später keine zahlenmässigen Beweise dafür aufgesucht wurden; Rose ¹ erwähnt nur beiläufig die Orientirung der Schnittfläche und Deutung ihrer Lamellenspuren an der grossen Elbogener Eisenmasse in der Wiener Sammlung, und Tschermak ² bestimmt das krystallographische Zeichen einer Schnittfläche des Eisens von Ilimaë mit Hilfe dieser Lamellenspuren und weist nach, dass sich aus der so gefundenen Lage der Fläche die sonstigen Winkel (der Reichenbach'schen Lamellen und der Ätzzlinien des Balkeneisens) in genügender Übereinstimmung mit der Messung berechnen lassen.

In der vorhergehenden Arbeit habe ich für eine Reihe von Schnittflächen die gegenseitige Lage und die relative Breite der oktaëdrischen Lamellensysteme berechnet und mit der Messung verglichen; hier will ich nun die Aufgabe im Allgemeinen lösen, eine jede Schnittfläche mit Hilfe der Widmannstädten'schen Figuren krystallonomisch zu bestimmen.

1. Winkel der Spuren der Oktaëderflächen auf einer beliebigen Fläche (hkl).

Der Winkel, den auf einer Fläche $x(hkl)$ Fig. 1 die Spuren zweier Oktaëderflächen, z. B. $s(111)$ und $\mathfrak{S}(1\bar{1}\bar{1})$ mit einander bilden, ist offenbar gleich dem Winkel der beiden Zonenaxen $[sx] = [(111)(hkl)]$ und $[x\mathfrak{S}] = [(hkl)(1\bar{1}\bar{1})]$.

Verzeichnen wir die Pole der Flächen $s, \mathfrak{S}, \sigma(1\bar{1}\bar{1}), \Sigma(11\bar{1})$ und x in einer stereographischen Projection Fig. 2, so sind die mit $[\sigma], [s], [\Sigma]$ und $[\mathfrak{S}]$ bezeichneten Punkte die Pole der Zonen $[\sigma x], [sx], [\Sigma x]$ und $[\mathfrak{S}x]$; diese vier Pole liegen natürlicherweise selbst wieder in einer Zone, deren Pol x sein muss. Der Bogenabstand zweier solcher Zonenpole auf der Sphäre, z. B. $[s][\Sigma]$ ist dann gleich dem gleichliegenden Winkel der beiden Kanten sx und Σx .

Ebenso ist leicht einzusehen, dass dieser Bogenabstand $[s][\Sigma]$ dem Supplemente des Winkels $sx\Sigma$ im gleichnamigen sphärischen Dreiecke gleich sein müsse; denn bezeichnen wir mit $[[\Sigma]]$ und $[[s]]$ Fig. 3 die

Fig. 1.

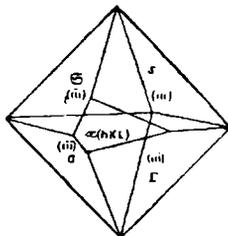


Fig. 2.

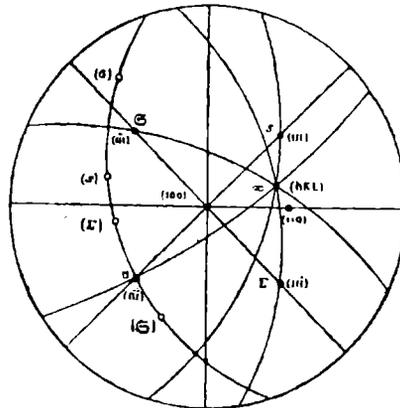
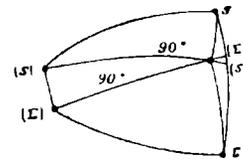


Fig. 3.



¹ Rose, Beschreibung und Eintheilung der Meteoriten etc. Berl. Akad. Abhandl. 1863, S. 23.

² Tschermak, Ein Meteoreisen aus der Wüste Atacama. Diese Denkschriften, Bd. XXXI, S. 187. 1871.

Punkte, in denen die verlängerten Kreisbogen $[\Sigma]x$ und $[s]x$ den Bogen $s\Sigma$ treffen, so sind $s[s] = x[s] = x[\Sigma] = \Sigma[\Sigma] = 90^\circ$, weil $[s]$ und $[\Sigma]$ die Pole der Zonen sx und $x\Sigma$ sind; aus demselben Grunde sind $[s]xs = sx[[s]] = [\Sigma]x\Sigma = \Sigma x[[\Sigma]] = 90^\circ$; und weil x der Pol der Zone $[s][\Sigma]$, folgt auch $[s][\Sigma]x = x[s][\Sigma] = 90^\circ$.

Aus der doppelten Rechtwinkeligkeit des Dreieckes $[s]x[\Sigma]$ folgt $[s][\Sigma] = [s]x[\Sigma]$; ferner ist $[s]x[\Sigma] = [[s]]x[[\Sigma]]$ als Gegenwinkel; somit wird

$$sx\Sigma = sx[[s]] - [[s]]x[[\Sigma]] + [[\Sigma]]x\Sigma = 90^\circ - [s]x[\Sigma] + 90^\circ = 180^\circ - [s][\Sigma].$$

Diese Beziehungen sind namentlich dann von Wichtigkeit, wenn ein Meteoriten mehrere geätzte Schnittflächen besitzt, und der Zusammenhang zwischen den Figuren der verschiedenen Flächen hergestellt werden soll.

Für die Berechnung des Winkels, den im tesserale Krystallsysteme auf einer gegebenen Fläche (hkl) die Schnittlinien zweier Flächen (efg) und (mno) mit einander einschliessen, oder für den Winkel α der Zonenaxen $[(efg)(hkl)] = [pqr]$ zu $[(hkl)(mno)] = [uvw]$ besitzen wir drei Formeln:

Die Tangentenformel von Bravais ¹

$$1. \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} [pqr] [uvw] = \frac{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}{pu + qv + rw},$$

worin $[pqr]$ und $[uvw]$ die auf gewöhnliche Weise durch kreuzweise Multiplication und Subtraction aus $(efg)(hkl)$, beziehungsweise $(hkl)(mno)$ berechneten Zonensymbole sind, und wobei (hkl) der Bedingung genügen muss:

$$2. \quad h = qw - rv; \quad k = ru - pw; \quad l = pv - qu,$$

das heisst, wenn die mittelst der Zonenregel

$$\begin{array}{ccc} p & q & r \\ \times & \times & \times \\ u & v & w \end{array} \begin{array}{ccc} p & q & r \\ \times & \times & \times \\ u & v & w \end{array}$$

aus $[pqr]$ und $[uvw]$ zurückberechneten Indices der Fläche (hkl) einen gemeinschaftlichen Theiler haben, so darf durch denselben nicht abgekürzt werden, wogegen es gleichgiltig ist, ob, wenn eines der Symbole $[pqr]$ oder $[uvw]$ einen solchen besass, dadurch gekürzt wurde oder nicht, weil, wenn ein solcher vorhanden war, er sowohl in erster Potenz im Nenner von 1., als auch in (hkl) , also unter dem Wurzelzeichen des Zählers, in zweiter Potenz erscheint, sich somit in Zähler und Nenner aufhebt.

Die Cosinus-Formel von Liebisch ²

$$3. \quad \cos \alpha = \frac{pu + qv + rw}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2} \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$$

verlangt keine Rücksicht auf einen gemeinschaftlichen Theiler und ist um eine kreuzweise Multiplication und Subtraction kürzer (nämlich die zur Ermittlung des gemeinschaftlichen Theilers nothwendige Zurückberechnung von hkl), dagegen verlangt sie um einen Logarithmus mehr.

Eine andere Cosinus-Formel, von Tschermak, ³ ist in den ursprünglichen Flächenindices ausgedrückt:

$$4. \quad \cos \alpha = \frac{EM + FN + GO}{\sqrt{E^2 + F^2 + G^2} \sqrt{M^2 + N^2 + O^2}},$$

worin

$$\begin{aligned} 5. \quad E &= e(h^2 + k^2 + l^2) - h(he + kf + lg); & M &= m(h^2 + k^2 + l^2) - h(hm + kn + lo) \\ F &= f(h^2 + k^2 + l^2) - k(he + kf + lg); & N &= n(h^2 + k^2 + l^2) - k(hm + kn + lo) \\ G &= g(h^2 + k^2 + l^2) - l(he + kf + lg); & O &= o(h^2 + k^2 + l^2) - l(hm + kn + lo). \end{aligned}$$

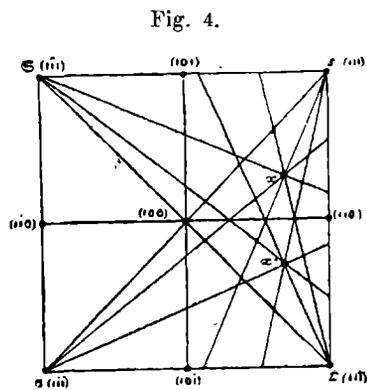
¹ Bravais, Études cristallographiques. Journ. Ec. polyt. Bd. XX, Cah. 34, S. 141. 1851.

² Liebisch, Zur analytisch-geometrischen Behandlung der Krystallographie. Zeitsch. f. Kryst. Bd. I, S. 144. 1877.

³ Tschermak, Das Krystallgefüge des Eisens etc. Sitzungsber. d. Wiener Akad. Abth. 1, Bd. LXX, S. 455. 1874.

Man überzeugt sich leicht, dass für das praktische Rechnen die Bravais'sche Formel die weitaus bequemste ist; für die Discussion des Ganges der Winkel bei unbestimmt gelassenem (hkl) ist sie ihrer Einfachheit wegen von vorneherein geboten.

Wir haben nun, um für eine beliebige Fläche (hkl) die Winkel zwischen den Spuren der Oktaëderflächen zu finden, in die Gleichung 1. für (efg) und (mno) alle Combinationen der Flächen (111) , $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, $(1\bar{1}\bar{1})$ und $(\bar{1}\bar{1}1)$ einzusetzen.



Nehmen wir in der gnomonischen Projection Fig. 4, welche bei der vorwiegenden Verwendung von Zonen, Zonenaxen und deren gegenseitigen Winkeln am bequemsten ist, da sie erstere als Gerade darstellt, die gegebene Fläche $\alpha(hkl)$ als im Raumtheile (100) (110) (111) gelegen an, und ziehen die Zonen σx , Σx , σx und Σx , zu denen die betreffenden Kanten oder Oktaëderspuren senkrecht stehen, so sehen wir, dass dieselben in der Reihenfolge σx , Σx , $\bar{\Sigma} x$ und σx aufeinanderfolgen, wenn Σx die rückwärtige Verlängerung von Σx oder die Zone zur Gegenfläche von Σ bedeutet — was natürlicherweise nur auf den Sinn des Fortschreitens in der Zone Bezug hat; wir bekommen somit, wenn wir zuerst die vier Winkel zwischen anliegenden Zonenaxen ansetzen, die Combinationen:

Tabelle I.

Signatur	Oktaëderflächen		Winkeltangente
	(efg)	(mno)	
$\sigma \Sigma$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}1)$	$\text{tang } \alpha_1 = \frac{h+k}{l^2+hk} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$\Sigma \sigma$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(11\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_2 = \frac{k+l}{h^2+kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
Σs	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	(111)	$\text{tang } \alpha_3 = \frac{h-k}{hk-l^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$s \sigma$	(111)	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_4 = \frac{k-l}{h^2-kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$\sigma \Sigma$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(11\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_5 = \frac{h+l}{k^2+hl} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$
$s \Sigma$	(111)	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$\text{tang } \alpha_6 = \frac{h-l}{hl-k^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2}$

Alle Winkel sind hiebei spitz angenommen, mit Ausnahme von α_6 , der, wie wir sehen werden, einmal durch den Werth 90° hindurchgeht; die Summen $h+k$, $k+l$, etc. in den Zählern sind die durch Rückberechnung von (hkl) entstandenen gemeinschaftlichen Theiler.

Wir überzeugen uns leicht, dass es genügt, die Verhältnisse eines Raumachtundvierzigstels zu betrachten, also etwa des Raumes (100) (110) (111) , wofür alle Indices positiv und $h > k > l$, weil sich die Verhältnisse dieses Raumes entweder symmetrisch oder identisch wiederholen; läge x' Fig. 4 im Raumtheile (100) (110) $(11\bar{1})$, so wäre es mit x bezüglich der Ebene (001) oder der Zone $[(100) (110)]$ symmetrisch, und es müsste sich, wie auch die Figur veranschaulicht, die Vertheilung der Zonen von x' zu der von x wie Bild und Spiegelbild verhalten; es müssten also die gleichen Winkel, nur in entgegengesetzter Reihenfolge aneinanderliegen.

Dies zeigt sich auch aus den Formeln Tab. I; denn wenn x das Zeichen (hkl) hat, so ist x' $(h\bar{k}\bar{l})$ und wir bekommen durch Negativsetzen von l die Winkel:

Tabelle II.

$\sigma \mathfrak{S}$	$\text{tang } \alpha_1' = \frac{h+k}{l^2+hk} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_1$	$\mathfrak{S} \sigma$
$\mathfrak{S} \Sigma$	$\text{tang } \alpha_2' = \frac{k-l}{h^2-kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_4$	σs
Σs	$\text{tang } \alpha_3' = \frac{h-k}{hk-l^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_3$	$s \Sigma$
$s \sigma$	$\text{tang } \alpha_4' = \frac{k+l}{h^2+kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } \alpha_2$	$\Sigma \mathfrak{S}$

also dieselben Winkel in umgekehrter Reihenfolge; α_5 und α_6 brauchen wir natürlicherweise nicht mehr zu berechnen, da sie nur die Summen je zweier der vier ersteren sind.

Wir sehen auch aus Tabelle II, dass auf der neuen Schnittfläche $(h\bar{k}\bar{l})$ von den Oktaederspuren Winkel $\sigma\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}\Sigma$, Σs und $s\sigma$ gebildet werden, welche auf der früheren Schnittfläche (hkl) von den Spuren $\mathfrak{S}\sigma$, σs , $s\Sigma$ und $\Sigma\mathfrak{S}$ eingeschlossen werden.

Haben wir daher für eine Fläche (hkl) die von den Oktaederspuren $\mathfrak{S}(1\bar{1}\bar{1})$, $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$, $s(111)$, $\Sigma(1\bar{1}\bar{1})$ mit einander gebildeten Winkel berechnet, so finden wir die Winkel, welche die entsprechenden Spuren auf $(h\bar{k}\bar{l})$ einschliessen, wenn wir an die Stelle von \mathfrak{S} , σ , s , Σ in der berechneten Winkeltabelle $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$, $\mathfrak{S}(1\bar{1}\bar{1})$, $\Sigma(1\bar{1}\bar{1})$, $s(111)$ setzen; und wir sehen sofort, dass diese letzteren aus den ersteren auf dieselbe Weise hervorgehen, wie das Zeichen $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ der neuen Schnittfläche aus demjenigen (hkl) der alten hervorgegangen ist, nämlich durch Negativsetzen des Vorzeichens des dritten Index l .

Wäre α'' etwa im Raumtheile (100) (110) $(1\bar{1}\bar{1})$ gelegen, so wäre es mit α symmetrisch bezüglich einer quaternären, zu (100) senkrechten Symmetrieaxe oder bezüglich der combinirten Symmetrieebenen (011) und $(0\bar{1}\bar{1})$, sein Zeichen würde $(h \cdot \bar{l})$ und wir hätten

Tabelle III.

$\sigma \mathfrak{S}$	$\text{tang } \alpha_1'' = -\frac{h-k}{hk-l^2} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_3)$	$s \Sigma$
$\mathfrak{S} \Sigma$	$\text{tang } \alpha_2'' = -\frac{k+l}{h^2+kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_2)$	$\Sigma \mathfrak{S}$
Σs	$\text{tang } \alpha_3'' = -\frac{h+k}{l^2+hk} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_1)$	$\mathfrak{S} \sigma$
$s \sigma$	$\text{tang } \alpha_4'' = -\frac{k-l}{h^2-kl} \sqrt{h^2+k^2+l^2} = \text{tang } (180^\circ - \alpha_4)$	σs

Also alle Winkel supplementär solchen des ersten Falles, welche in umgekehrter Reihenfolge geordnet sind, und da uns die Fig. 4 zeigt, dass die stumpfen Supplementärwinkel im entgegengesetzten Sinne aufeinanderfolgen, wie ihre spitzen, so ist die umgekehrte Folge der Supplemente gleich der directen der ursprünglichen Winkel.

Wir sehen wiederum, dass auf $(h\bar{k}\bar{l})$ die Spuren von $\mathfrak{S}(1\bar{1}\bar{1})$ $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ $s(111)$ und $\Sigma(1\bar{1}\bar{1})$ dieselben Winkel mit einander bilden, welche auf (hkl) von $\Sigma(1\bar{1}\bar{1})$ $s(111)$ $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ $\mathfrak{S}(1\bar{1}\bar{1})$ eingeschlossen wurden; und ebenso können wir uns überzeugen, dass wenn in (hkl) eine Vertauschung der Indices vor sich geht, an allen Oktaedersymbolen dieselbe Vertauschung vorgenommen werden muss, um jene Oktaederflächen daraus zu erhalten, deren Spuren auf der Fläche (hkl) sich so verhalten, wie die Spuren der ursprünglichen Oktaederflächen auf der neuen Schnittfläche.

Zwischen den sechs Winkeln $\alpha_1 \dots \alpha_6$ finden die folgenden, mittelst der Tangentenformeln in Tabelle I verificirbaren Relationen statt:

$$6. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 180^\circ; \quad \alpha_5 = \alpha_3 + \alpha_4; \quad \alpha_6 = \alpha_2 + \alpha_3, \\ \text{somit auch} \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_6 = 180^\circ = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5. \end{array} \right.$$

2. Untersuchung des Ganges der Schnittwinkel.

Die sechs Winkel $\alpha_1 \dots \alpha_6$ wurden für eine grosse Anzahl von möglichst gleichmässig über den ganzen Raum vertheilten Flächen (hkl), nach Zonen mit constantem $\frac{k}{l}$ geordnet, berechnet und in die Tabelle IV (auf folgender Seite und am Schlusse des Aufsatzes) zusammengestellt, um aus den gemessenen Winkeln rasch die angenäherte Position der betreffenden Schnittfläche ermitteln zu können. Die Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ und α_6 stehen in der 4., 7., 10., 13., 14. und 15. Colonne der Tabelle, während die erste Colonne das Zeichen (hkl) angibt. Von den Werthen der übrigen Columnen wird weiter unten die Rede sein. Von den Winkeln α wurden $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$ und α_6 stets, α_3 zuweilen aus den Indices berechnet, und erstere mittelst der Relationen $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 180^\circ$, $\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_6 = 180^\circ$ geprüft, sodann α_3 mittelst $\alpha_3 = \alpha_5 - \alpha_4$ entweder abgeleitet, oder wo es direct berechnet war, geprüft. So oft dabei irgend ein Fehler den Betrag einer Minute überstieg, wurde die Rechnung wiederholt, um etwa vorhandene grössere Fehler aufzufinden; dann wurden die Minuten auf Zehntel-Grade umgerechnet, nachdem die Erfahrung diess als hinreichend ergibt, da der Krystallbau der Meteoreisen niemals bis auf so kleine Grössen genau ist; es wurde desshalb auch die Prüfung der Decimalstelle in den Fällen unterlassen, wo der Winkel in die Mitte zwischen zwei um $0^\circ 1$ verschiedene Werthe fiel, so dass die Decimalstelle bis zu $0^\circ 2$ unsicher sein kann.

Die Betrachtung der Formeln in Tabelle I und des Verlaufes der Winkel α in Tabelle IV lässt folgende Gesetzmässigkeiten erkennen:

1. Die vier Winkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ und α_4 liegen für jede im Dreiecke (100) (110) (111) gelegene Fläche (hkl), wofür also $h > k > l > 0$, in der Reihenfolge $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ aneinander. Diess leuchtet zwar durch Betrachtung der Projectionen Fig. 2 und Fig. 4 sofort ein (indem die vier Winkel α_1 bis α_4 innerhalb des genannten Raumes ihr Vorzeichen nicht ändern), doch mag noch ein anderer einfacher Beweis dafür angeführt werden.

Bekanntlich ¹ liegen zwei Flächen (efg) und (mno) auf gleicher oder entgegengesetzter Seite einer Zone [pqr], je nachdem die Summen

$$ep + fq + gr \quad \text{und} \quad mp + nq + or$$

gleiches oder entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Stellen wir daher für jede der Oktaëderflächen (Köpfe der 2. bis 5. Verticalcolonne in Tabelle V) das Zeichen [pqr] ihrer Zone zur Fläche (hkl) her (2. Horizontalreihe) und berechnen dann für die den seitlichen Eingang der Tabelle bildende Oktaëderfläche (efg) (1. Verticalcolonne) den Ausdruck $ep + fq + gr$, so finden wir mittelst der Bedingung $h > k > l > 0$, dass alle solchen Summen innerhalb des betrachteten Raumtheiles, wofür $h > k > l > 0$, ihr Zeichen nicht verändern, dass also in diesem ganzen Raumtheile die gegenseitige Lage der Oktaëderflächen bezüglich ihrer Zonen zu (hkl) dieselbe bleibt, somit auch eine Vertauschung zweier Winkel nicht vorkommen kann.

Tabelle V.

	(111)	(1 $\bar{1}$ 1)	(1 $\bar{1}\bar{1}$)	(11 $\bar{1}$)
	[$-l-k, h-l, k-h$]	[$-l-k, h-l, k+h$]	[$-l+k, -h-l, k+h$]	[$l+k, -h-l, k-h$]
(1 $\bar{1}$ 1)	$2l-2h < 0$	—	$2k+2h > 0$	$2l+2k > 0$
(1 $\bar{1}\bar{1}$)	$2l-2k < 0$	$-2k-2h < 0$	—	$2l+2h > 0$
(11 $\bar{1}$)	$-2k+2h > 0$	$-2l-2k < 0$	$-2l-2h < 0$	—
(111)	—	$-2l+2h > 0$	$-2l+2k > 0$	$2k-2h < 0$

¹ v. Lang, Lehrbuch der Krystallographie. Wien 1866, S. 38.

Tabelle IV.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15.												1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15.											
(hkl)	$\sigma=(\overline{111})$	α_1	$\Sigma=(\overline{111})$	α_2	$\Sigma=(\overline{111})$	α_3	$s=(111)$	α_4	α_5	α_6	(hkl)	$\sigma=(\overline{111})$	α_1	$\Sigma=(\overline{111})$	α_2	$\Sigma=(\overline{111})$	α_3	$s=(111)$	α_4	α_5	α_6		
1 0 0	9120	900	9120	000	9120	900	9120	000	900	900	1 0 0	9120	900	9120	000	9120	900	9120	000	900	900		
10 1 0	9339	848	9339	57	8909	837	8909	57	8909	894	60 3 2	9290	872	9159	48	9087	871	8927	11	09	880	918	
9 1 0	9346	848	9346	64	8867	837	8867	64	8867	893	30 3 2	9440	846	9206	95	9064	840	8615	13	19	859	934	
8 1 0	9372	886	9372	72	8835	835	8835	72	8835	892	2	9642	805	9285	174	9038	783	8276	14	38	821	957	
7 1 0	9404	829	9404	82	8792	806	8792	82	8792	888	13 3 2	9729	787	9335	211	9038	755	8045	15	47	802	965	
6 1 0	9446	820	9446	96	8735	788	8735	96	8735	884	11 3 2	9797	771	9379	245	9037	727	7801	16	57	784	971	
5 1 0	9501	807	9501	115	8655	762	8655	115	8655	877	87096 3 2	9883	747	9452	299	9053	658	7144	19	80	741	976	
4 1 0	9578	790	9578	144	8537	722	8537	144	8537	866	8	9914	738	9483	321	9063	635	6811	20	94	732	975	
3 1 0	9689	767	9689	194	8345	646	8345	194	8345	840	75249 3 2	9933	732	9505	337	9073	618	6681	21	108	684	976	
5 2 0	9765	751	9765	233	8203	582	8203	233	8203	815	6 3 2	9985	708	9595	398	9121	563	6238	24	131	694	961	
2 1 0	9850	734	9850	290	8010	482	8010	290	8010	774	5 3 2	10000	689	9672	448	9175	483	5450	29	195	655	920	
5 3 0	9913	722	9913	352	7856	379	7856	352	7856	729	47914 3 2	9999	685	9690	460	9191	460	5231	30	195	655	920	
1618 3 2 0	9923	720	9923	360	7832	360	7832	360	7832	720	9	9995	680	9716	477	9215	423	4894	32	220	643	940	
3 2 0	9943	716	9943	387	7755	310	7755	387	7755	697	4 3 2	9975	670	9763	508	9264	339	4193	38	283	622	878	
4 3 0	9970	711	9970	432	7666	226	7666	432	7666	634	38541 8 2	9966	667	9777	517	9281	308	3957	40	308	616	824	
5 4 0	9982	709	9982	457	7627	177	7627	457	7627	590	7 6 4	9934	661	9812	540	9324	211	3323	46	388	599	751	
10 9 0	9996	706	9996	505	7527	85	7527	505	7527	590	10 9 6	9914	658	9829	551	9346	153	3066	49	448	587	676	
1 1 0	0000	705	0000	547	7614	00	7614	547	7614	547	13 12 8	9903	656	9838	560	9366	111	2755	52	487	584	658	
1 0 0	9120	900	9120	000	9120	900	9120	000	900	900	18 15 10	9890	655	9845	561	9368	111	2474	52	490	584	655	
12812 8 1	9264	866	9264	40	9000	862	9000	40	9000	903	3 3 2	9864	652	9864	574	9397	111	2000	56	574	574	574	
64 8 1	9397	837	9397	81	8877	819	8877	81	8877	900	1 0 0	9120	900	9120	000	9120	900	9120	000	900	900	900	
60 8 1	9432	833	9432	86	8861	814	8861	86	8861	899	3 0 0	9409	854	9167	85	9095	851	8757	12	140	861	936	
30 8 1	9639	785	9639	171	8610	707	8610	171	8610	878	60 5 4	9520	834	9195	124	9092	828	8593	12	140	861	936	
20 8 1	9801	751	9801	254	8395	584	8395	254	8395	769	26 5 4	9687	800	9255	191	9102	786	8170	14	23	809	976	
14157 8 1	9926	725	9926	351	8209	418	8209	351	8209	766	18 5 4	9833	764	9335	266	9132	734	7621	17	36	770	1000	
13 176 8 1	9946	720	9946	374	8173	374	8173	374	8173	749	13514 5 4	9933	732	9423	330	9183	679	6941	20	53	732	1015	
12624 8 1	9957	717	9957	389	8157	347	8157	389	8157	756	13 5 4	9944	728	9436	346	9191	671	6825	21	55	726	1017	
11822 8 1	9972	715	9972	400	8154	306	8154	400	8154	786	10 5 4	9995	697	9538	374	9268	602	5830	26	65	711	1020	
10 8 1	9996	707	9996	469	8097	180	8097	469	8097	650	9 5 4	10000	685	9582	446	9307	567	5298	30	103	672	1018	
65 56 7	9999	705	9999	496	8093	122	8093	496	8093	617	25 20 16	9954	649	9735	537	9464	383	3509	30	151	640	983	
9 8 1	0000	704	0000	507	8098	97	8098	507	8098	604	6 5 4	9914	645	9752	547	9483	321	2073	61	287	608	867	
8 8 1	9994	703	9994	548	8112	00	8112	548	8112	648	59084 5 4	9907	644	9757	550	9489	303	1901	63	303	606	853	
1 0 0	9120	900	9120	000	9120	900	9120	000	900	900	16 10 8	9968	659	9689	510	9413	450	3574	44	181	631	900	
40 4 1	9368	848	9368	72	8958	827	8958	72	8958	909	25 20 16	9954	649	9735	537	9464	383	3509	30	151	640	983	
32122 4 1	9422	837	9422	89	8931	820	8931	89	8931	909	6 5 4	9914	645	9752	547	9483	321	2073	61	287	608	867	
20 4 1	9570	806	9570	142	8697	764	8697	142	8697	906	59084 5 4	9907	644	9757	550	9489	303	1901	63	303	606	853	
16 4 1	9653	789	9653	176	8738	724	8738	176	8738	904	16 10 8	9968	659	9689	510	9413	450	3574	44	181	631	900	
14 4 1	9705	778	9705	200	8693	694	8693	200	8693	900	16 10 8	9968	659	9689	510	9413	450	3574	44	181	631	900	
10 4 1	9839	748	9839	275	8574	590	8574	275	8574	865	26 20 16	9840	638	9804	578	9547	411	2402	70	240	596	767	
8 4 1	9918	730	9918	335	8504	493	8504	335	8504	828	21 20 16	9837	634	9806	578	9550	411	94	84	476	589	670	
77202 4 1	9929	727	9929	346	8495	474	8495	346	8495	820	36 35 28	9834	634	9807	578	9547	411	69	303	90	526	640	
7 4 1	9955	720	9955	375	8472	421	8472	375	8472	795	41 40 32	9831	634	9808	579	9551	411	61	0266	90	526	640	
66533 4 1	9968	716	9968	391	8464	391	8464	391	8464	781	46 45 36	9830	634	9809	580	9554	411	55	0238	91	526	640	
61098 4 1	9984	712	9984	417	8455	336	8455	417	8455	753	51098 5 4	9830	634	9810	580	9555	411	53	0215	92	526	640	
6 4 1	9987	711	9987	423	8454	328	8454	423	8454	746	5 5 4	9817	632	9817	584	9564	411	0022	95	584	584	584	
17 12 3	9993	707	9993	441	8452	283	8452	441	8452	705	221 10 10	9312	872	9135	504	9115	111	871	889	11	03	874	926
54051 4 1	9997	705	9997	457	8453	248	8453	457	8453	670	100 11 10	9406	839	9164	119	9122	111	836	859	12	06	842	956
5 4 1	0000	702	0000	482	8460	188	8460	482	8460	670	81506 11 10	9934	732	9359	139	9236	122	6926	20	23	732	1045	
9 8 2	9995	699	9995	616	8480	102	8480	616	8480	670	21 11 10	9900	681	9511	144	9392	122	680	5241	30	44	675	1075
4 4 1	9978	697	9978	551	8317	00	8317	551	8317	551	19 832 11 10	9998	674	9536	160	9477	111	816	4896	32	50	666	1076
1 0 0	9120	900	9120	000	9120	900	9120	000	900	900	15110 11 10	9943	643	9653	152	9536	122	528	2568	55	102	629	1055
30 3 1	9382	848	9382	76	8970	838	8970	76	8970	914	15 11 10	9943	643	9653	152	9536	122	528	2483	56	104	629	1054
18079 3 1	9526	819	9526	125	8896	792	8896	125	8896	917	12 11 10	9940	642	9655	152	9538	122	524	2483	56	278	608	900
16 3 1	9568	810	9568	141	8869	775	8869	141	8869	916	119565 11 10	9938	622	9742	157	9632	122	385	8693	123	293	602	878
11 3 1	9711	780	9711	203	8770	707	8770	203	8770	910	12 11 10	9832	622	9745	157	9635	122	308	8693	130	301	601	878
9 3 1	9791	763	9791	244	8728	656	8728	244	8728	900	119565 11 10	9831	621	9747	157	9637	122	301	8693	132	402	597	780
8 3 1	9838	752	9838	272	8700	619	8700	272	8700	853	23 22 10	9806	618	9761	158	9653	122	195	7594	166	442	596	729

2. In jeder der von (100) zur betreffenden Fläche (hhl) laufenden Zonen fällt α_1 stetig ohne Maximum von 90° bis zu immer niedrigeren Endwerthen, welche von $70^\circ 5$ in ($h10$) bis 60° in ($h11$) abnehmen.

3. Winkel α_2 nimmt ohne Maximum von 0° bis zu Grenzwerten zu, welche von $54^\circ 7$ in ($h10$) bis 60° in ($h11$) wachsen.

4. α_3 fällt in allen Zonen stetig ohne Maximum von 90° bis 0° mit Ausnahme der Zone ($h11$), wo dieser Winkel nur bis in beliebige Nähe von 60° abnimmt und dann — für ($h11$) — unbestimmt wird.

5. Der Winkel α_4 nimmt stetig ohne Maximum von 0° bis zu immer höheren Endwerthen zu; letztere steigen von $54^\circ 7$ in ($h10$) bis zu einer nicht erreichten Grenze von 60° in ($h11$), welcher sie sich beliebig nähern können; das Anwachsen von α_4 erfolgt immer langsamer, je näher die Zone von ($h10$) gegen ($h11$) rückt, in der letzteren Zone bleibt α_4 constant 0° bis auf die Fläche ($h11$), in welcher es unbestimmt wird und so gleichzeitig der Reihe der Winkel 0° als auch dem Grenzwerte 60° entspricht.

6. α_5 nimmt ohne Maximum von 90° bis zu Werthen $54^\circ 7 - 60^\circ$ ab.

7. Der Winkel α_6 ist der einzige, welcher in jeder Zone mit Ausnahme von ($h10$) und ($h11$) ein Maximum und, nebst dem Ausgangswerte für (100) noch einen zweiten Durchgang durch 90° besitzt.

Für den letzteren ergibt sich:

$$7. \quad \alpha_6 = 90^\circ; \quad \tan \alpha_6 = \infty; \quad hl = k^2.$$

Diese Gleichung ist in den in der Tabelle IV betrachteten Zonen erfüllt für die Flächen

$$(64.8.1) (16.4.1) (931) (421) (964) (25.20.16) \text{ und } (121.110.100).$$

Für das Maximum finden wir durch Differentiation nach h und Nullsetzen des Differentialquotienten

$$8. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d \tan \alpha_6}{dh} = \frac{d}{dh} \left(\frac{h-l}{hl-k^2} \sqrt{k^2+k^2+l^2} \right) = 0 \\ h^3 l - 2h^2 k^2 + hk^2 l = k^4 - l^4, \end{array} \right.$$

woraus wir durch Auflösen der letzteren Gleichung nach h für die betrachteten Zonen die Flächen

(128·16, 8, 1) (32·122, 4, 6) (18·079, 3, 1) (7·9849, 2, 1) (8·7096, 3, 2) (11·717, 5, 4) und (19·832, 11, 10) erhalten.

In der Zone ($h10$) fallen Maximum und zweiter Durchgang durch 90° mit dem Ausgangspunkte (100) zusammen, während in der Zone ($h11$) die Werthe von α_6 nur bis zu dem Maximum wachsen, ohne dasselbe zu überschreiten.

Übrigens wächst der Maximalwerth selbst von 90° in ($h10$) stetig bis zu dem nicht erreichten Grenzwerte 120° in ($h11$), während die Endwerthe des Winkels von $54^\circ 7$ in ($h10$) bis beliebig nahe an den nicht erreichten Werth 60° zunehmen; in ($h11$) wird der Werth α_6 unbestimmt und gehört auf diese Weise sowohl dem Endwerthe 60° , als dem Maximalwerthe 120° an.

8. Von Wichtigkeit sind ferner die Fälle, in denen zwei der Winkel α einander gleich werden, diess- und jenseits welcher Flächen das Grössenverhältniss der betreffenden zwei Winkel umgekehrt erscheint; diese Fälle sind ersichtlicherweise nur möglich zwischen den Winkeln $\alpha_1 = \alpha_5$; $\alpha_1 = \alpha_6$; $\alpha_2 = \alpha_3$ und $\alpha_3 = \alpha_4$, und zwar erhalten wir:

$$9. \quad \alpha_1 = \alpha_5; \quad h = \frac{k+l}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{5k^2 + 6kl + 5l^2}$$

erfüllt für die Flächen

(1·6180, 1, 0) (14·157, 8, 1) (7·7202, 4, 1) (6·1231, 3, 1) (4·5414, 2, 1) (7·5249, 3, 2) (13·514, 5, 4) und (31·506, 11, 10).

$$10. \quad \alpha_1 = \alpha_6; \quad h = \frac{k-l}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{5k^2 - 6kl + 5l^2}$$

gibt die Fälle

(1·6180, 1, 0) (11·822, 8, 1) (5·4051, 4, 1) (3·8284, 3, 1) (2·3028, 2, 1) (3·1926, 3, 2) und (11·048, 11, 10)

$$11. \quad \alpha_2 = \alpha_3; \quad h^3 - h^2 k - h k^2 + l(-k^2 + kl + l^2) = 0$$

erfüllt durch

(1·6180, 1, 0) (13·176, 8, 1) (6·6533, 4, 1) (531) (3·3029, 2, 1) (4·7914, 3, 2) (7·5414, 5, 4) und
(15·110, 11, 10).

$$12. \quad \alpha_3 = \alpha_4; \quad h^3 - h^2 k - h k^2 + l(k^2 + kl - l^2) = 0.$$

Die Bedingung ist erfüllt für die Flächen

(1·6180, 1, 0) (12·624, 8, 1) (6·1098, 4, 1) (4·4647, 3, 1) (2·7914, 2, 1) (3·8541, 3, 2) (5·9084, 5, 4) und
(11·9565, 11, 10).

9. Für die Zone ($h10$) ist durchwegs $\alpha_2 = \alpha_4$ und $\alpha_3 = \alpha_6$, und in der Zone ($h11$) ist, mit Ausnahme der unentschiedenen Endwerthe für (111), $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5$.

Mit Hilfe dieser Maximal- und Umkehrpunkte ist eine rasche Orientirung möglich, welche noch wesentlich durch die Einbeziehung der Lamellenbreite erleichtert wird.

3. Einfallswinkel, wirkliche, scheinbare und relative Lamellenbreiten.

Ein wichtiges Hilfsmittel bei der Ermittlung der Zugehörigkeit einer Schnittfläche in die Nähe einer bekannten sind auch die Einfallswinkel, unter denen die viererlei Oktaëderlamellen gegen die untersuchte Fläche geneigt sind, beziehungsweise die davon abhängige, durch Messung bestimmbare Breite der Lamellen, allerdings unter der Voraussetzung, dass nicht nur die Lamellenbreiten einer jeden Oktaëderfläche für sich constant, sondern auch diejenigen der übrigen Oktaëderflächen gleich sind, eine Annahme, welche jedoch, wie in der Folge gezeigt werden wird, bei genügend grosser Schnittfläche und bei Messung möglichst vieler Lamellenbreiten fast immer erfüllt ist.

Bedeutet $ABCE$ eine Lamelle, welche von der Schnittfläche in AB getroffen wird, so ist die Länge AC des Lothes von A auf BE die wahre, AB die durch Messung bestimmbare scheinbare Lamellenbreite.

Ist ω der Normalenwinkel der Oktaëderfläche und der Schnittfläche, also auch der Einfallswinkel ersterer auf letzterer, so sehen wir, dass die scheinbare Lamellenbreite b_n gegeben ist durch:

$$13. \quad \begin{cases} b_n = AB = \frac{AC}{\sin \omega} = \frac{b}{\sin \omega} \\ \frac{b_n}{b} = \frac{1}{\sin \omega}; \quad b = b_n \sin \omega; \end{cases}$$

die scheinbare Lamellenbreite ist dem reciproken Sinus des Einfallswinkels proportional.

Für den Normalenwinkel zweier Flächen (efg) (hkl) im tesserale System haben wir, wenn $[pqr]$ das aus beiden durch kreuzweise Multiplication und Subtraction abgeleitete, vom gemeinschaftlichen Theiler nicht befreite Symbol ihrer Zone ist, nach Bravais ¹

$$14. \quad \cos \omega = \frac{eh + fk + gl}{\sqrt{e^2 + f^2 + g^2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}; \quad \tan \omega = \frac{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}}{eh + fk + gl}; \quad \frac{1}{\sin \omega} = \frac{\sqrt{e^2 + f^2 + g^2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}}$$

Somit, wenn wir für (efg) nach einander die Symbole der vier Oktaëderflächen $\ominus(1\bar{1}1)$, $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$, $s(111)$, $\Sigma(11\bar{1})$ setzen und die entsprechenden $[pqr]$ berechnen, die Gleichungen

¹ Bravais a. a. O. S. 148. Die Tangentenformel, woraus die beiden anderen auf bekannte Weise.

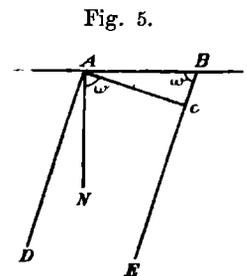


Fig. 5.

$$15. \left\{ \begin{array}{l} \cos \omega_{\sigma} = \frac{h-k-l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \frac{1}{\sin \omega_{\sigma}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}{\sqrt{(k-l)^2+(l+h)^2+(h+k)^2}} \\ \cos \omega_{\ominus} = \frac{h-k+l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \frac{1}{\sin \omega_{\ominus}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}{\sqrt{(k+l)^2+(h-l)^2+(h+k)^2}} \\ \cos \omega_{\Sigma} = \frac{h+k-l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \frac{1}{\sin \omega_{\Sigma}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}{\sqrt{(k+l)^2+(l+h)^2+(h-k)^2}} \\ \cos \omega_{\ast} = \frac{h+k+l}{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}; \quad \frac{1}{\sin \omega_{\ast}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{h^2+k^2+l^2}}{\sqrt{(k-l)^2+(h-l)^2+(h-k)^2}} \end{array} \right.$$

Die scheinbaren Lamellenbreiten finden aus einem gleich zu erörternden Grunde nur Anwendung zur Berechnung der wahren Lamellenbreite aus den gemessenen; nachdem zu diesem Zwecke, wie Formel 13 zeigt, die scheinbare Breite mit dem Sinus des Einfallswinkels zu multiplicieren ist, habe ich in Tabelle IV den Logarithmus-Sinus von ω_n in den Columnen 2, 5, 8 und 11 angegeben; vierstellig und ohne Charakteristik, welche mit Ausnahme der Fälle $\cdot 0000$ (wo dieselbe = 0) und derjenigen mit einem untenstehenden Punkte, z. B. $\cdot 7004$ (für $8 \cdot 7004 - 10$) immer gleich $9 \dots - 10$ ist.

Die gerechneten Lamellenbreiten wurden nicht controlirt, sondern nur verworfen, wenn sie eine Abweichung des regelmässigen Ganges erkennen liessen.

Indem wir wieder nur die Verhältnisse des Raumtheiles (100) (110) (111) in Betracht ziehen, und den Gang der Lamellenbreiten innerhalb einer Zone mit constantem Verhältnisse $\frac{k}{l}$ untersuchen, finden wir zweierlei ausgezeichnete Fälle:

1. Die Lamelle geht stetig ohne Maximum durch die auf der Schnittfläche senkrechte Lage hindurch, in welcher $\omega = 90^\circ$, somit $\cos \omega = 0$; hiefür finden wir aus Gleichung 15. die Bedingungen

$$16. \left\{ \begin{array}{ll} \omega_{\sigma} = 90^\circ; & h = k + l \\ \omega_{\ominus} = 90^\circ; & h + l = k \quad \text{unerfüllbar} \\ \omega_{\Sigma} = 90^\circ; & h + k = l \quad \text{unerfüllbar} \\ \omega_{\ast} = 90^\circ; & h + k + l = 0 \quad \text{unerfüllbar.} \end{array} \right.$$

Die Bedingung ist im zweiten und dritten Falle unerfüllbar, weil h kleiner als k , beziehungsweise als l sein müsste; im vierten, weil mindestens einer der Indices negativ sein müsste.

Es ist also nur der Fall $\omega_{\sigma} = 90^\circ$ möglich, und zwar tritt derselbe in den in der Tabelle vertretenen Zonen ein für die Flächen

$$(110) (981) (541) (431) (321) (532) (954) (21, 11, 10) \text{ und } (211).$$

Dass hiebei ein wirklicher Durchgang durch 90° stattfindet, und keine Umkehr in die frühere Lage, geht aus der Betrachtung des folgenden Punktes hervor.

2. Der Einfallswinkel hat ein Maximum oder einen Wendepunkt, jenseits dessen die Lamelle wieder nach der früheren Richtung zurückgeht.

Soll ω ein Maximum oder Minimum haben, so muss dies mutatis mutandis auch für $\cos \omega$ gelten; es muss also

$$\frac{d \cos \omega}{d h} = 0$$

Das Differentiale wird wieder nach h genommen, weil innerhalb jeder betrachteten Zone $\frac{k}{l}$ constant, also nur h , beziehungsweise $\frac{h}{l}$ veränderlich ist.

Durch Ausführung der Differentiation und Nullsetzen des Differentialquotienten erhalten wir die Bedingungen

$$17. \left\{ \begin{array}{l} \sigma ; h = -\frac{k^2 + l^2}{k+l} \text{ unerfüllbar} \\ \ominus ; h = -\frac{k^2 + l^2}{k-l} \text{ unerfüllbar} \\ \Sigma ; h = \frac{k^2 + l^2}{k-l} \\ s ; h = \frac{k^2 + l^2}{k+l} \text{ unerfüllbar.} \end{array} \right.$$

In den ersten zwei Fällen ist die Bedingung unerfüllbar, weil h negativ, im vierten, weil es kleiner als h würde, da

$$\frac{k^2 + l^2}{k+l} < \left(\frac{k^2 + kl}{k+l} = k \right);$$

der dritte Fall gibt in jeder Zone einen entsprechenden Werth und zwar für die Flächen

$$(110) (65, 56, 7) (17, 12, 3) (531) (521) (13, 3, 2) (41, 5, 4) (221, 11, 10) (100).$$

Während der Durchgang durch die senkrechte Lage nur bei den Lamellen der Fläche $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ eintritt, findet das Maximum und die Wendung im Einfallswinkel nur bei den Lamellen der Fläche $\Sigma(11\bar{1})$ statt, bei denen der Werth $\omega = 90^\circ$ nicht erreicht wird, während umgekehrt bei ersteren die Bedingung des Maximums nicht erfüllt ist, so dass also bei diesen keine Untersuchung mehr darüber nothwendig ist, ob der Punkt $\omega = 90^\circ$ nur erreicht oder auch überschritten werde.

Für die Orientirung einer Fläche sind die scheinbaren Lamellenbreiten nicht verwendbar, weil b , die wirkliche Breite, unbekannt ist; um diese aus den Formeln zu eliminiren, muss daher eine der vier Lamellenbreiten für jede Schnittfläche als Einheit angenommen werden, wozu sich die Breite der steilsten unter ihnen, das ist der Lamelle $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ empfiehlt, weil dann alle übrigen relativen Breiten grösser als 1 werden; wir erhalten auf diese Weise, wenn wir die relativen Breiten mit b'_n bezeichnen:

$$18. \left\{ \begin{array}{l} b'_\ominus = \frac{b_\ominus}{b_\sigma} = \sqrt{\frac{(k-l)^2 + (l+h)^2 + (h+k)^2}{(k+l)^2 + (h-l)^2 + (h+k)^2}} \\ b'_\Sigma = \frac{b_\Sigma}{b_\sigma} = \sqrt{\frac{(k-l)^2 + (l+h)^2 + (h+k)^2}{(k+l)^2 + (l+h)^2 + (h-k)^2}} \\ b'_s = \frac{b_s}{b_\sigma} = \sqrt{\frac{(k-l)^2 + (l+h)^2 + (h+k)^2}{(k-l)^2 + (h-l)^2 + (h-k)^2}} \end{array} \right.$$

Diese Breiten, welche nur zur übersichtlichen Orientirung dienen, ohne die Bestimmung eines genaueren Vergleiches zu haben, sind in den Columnen 3, 6, 9 und 12 der Tabelle IV auf eine Decimalstelle berechnet; für die Einheitsfläche $\sigma(1\bar{1}\bar{1})$ sind sie natürlicher Weise durchwegs gleich 1·0.

Die Maxima dieser relativen Lamellenbreiten wären wichtig, weil sie der directen Beobachtung unterliegen; wir haben, um sie zu finden, wieder zu setzen:

$$\frac{db'_n}{dh} = 0,$$

wodurch wir die Bedingungen erhalten

$$19. \begin{cases} \frac{db'_\ominus}{dh} = 0, & h = k + \sqrt{3k^2 + l^2} \\ \frac{db'_\Sigma}{dh} = 0, & h = l + \sqrt{k^2 + 3l^2} \\ \frac{db'_s}{dh} = 0, & h = \sqrt{k^2 - kl + l^2} \text{ unerfüllbar.} \end{cases}$$

Die dritte Bedingung ist unerfüllbar, weil, wegen $k > l$, ($h = \sqrt{k^2 - kl + l^2}$) $< k$ würde, was gegen die Voraussetzung ist.

Das Maximum der relativen Breite von \ominus tritt ein für

$$(2 \cdot 73, 1, 0) (21 \cdot 89, 8, 1) (11, 4, 1) (8 \cdot 29, 3, 1) (5 \cdot 61, 2, 1) (8 \cdot 57, 3, 2) (14 \cdot 54, 5, 4) (32 \cdot 52, 11, 10) \text{ und } (311).$$

Das der Lamellenbreite von Σ für

$$(110) (9 \cdot 18, 8, 1) (5 \cdot 36, 4, 1) (3 \cdot 46, 3, 1) (2 \cdot 64, 2, 1) (4 \cdot 58, 3, 2) (8 \cdot 54, 5, 4) (20 \cdot 52, 11, 10) \text{ und } (311).$$

Man überzeugt sich jedoch leicht, dass die Maximalwerthe erst in den zweiten Decimalstellen von ihren Nachbarwerthen der Tabelle unterschieden wären; es wäre desshalb überflüssig, für die nur zur oberflächlichen Orientirung dienenden relativen Breiten die Stellen des Maximums einzuführen.

Was im Übrigen den Gang der absoluten und relativen scheinbaren Lamellenbreiten anbelangt, so sieht man sowohl aus der Tabelle als aus der Betrachtung der Formel 15., dass jederzeit

$$b_s > b_\Sigma > b_\ominus > b_o,$$

sowie dass die letzteren beiden durchwegs einander so nahe stehen, dass innerhalb der bedeutenden Ungleichmässigkeiten der Lamellenbreite sehr selten ein Unterschied zwischen ihnen in Bezug auf die Breite selbst bemerkbar sein wird; was jedoch nicht verhindert, dass solche feine Unterschiede zuweilen durch eine andere Eigenschaft, nämlich die Schärfe der Begrenzung kenntlich werde.

4. Gebrauch der Tabelle IV.

Das Eingehen in die Tabelle setzt voraus, dass die Grösse und Reihenfolge der zwischen den Oktaëderspuren eingeschlossenen Winkeln α , die relativen Lamellenbreiten der vier oktaëdrischen Systeme b' , sowie der Sinn des Einfallens derselben entweder sämmtlich oder theilweise bekannt sind.

Die Grösse der Winkel α kann auf verschiedene Art bestimmt werden, durch Verstellung einer Bürstenbause mit Einlage eines Graphitpapiere, woran dann die Winkel mittelst eines Transporteurs gemessen werden, oder directe am Meteoreisen, wozu in einer folgenden Arbeit ein Instrument angegeben wird. Die gemessenen Winkel sind zuweilen von sehr verschiedener Genauigkeit, insbesondere aus dem Grunde, weil die Lamellen nie vollkommen ebenflächig sind, ihre Contouren daher umsoweniger scharf und deutlich werden, je schief sie gegen die Schnittfläche einfallen, je grösser also ihre scheinbare Breite ist. Am genauesten lässt sich α_1 , dann α_5 und α_2 , endlich α_4 , α_6 , α_3 bestimmen. Nachdem jedoch die Abweichungen, wie man sich leicht überzeugen kann, nicht blos von der Ungenauigkeit der Lamellenbegrenzung und den dadurch hervorbrachten Einstellungsfehlern, sondern häufig in noch weit höherem Masse von Unregelmässigkeiten im Verlaufe, in der Lagerung der Lamellen selbst herrühren, indem dieselben entweder stellenweise gekrümmt sind oder ganze grössere Partien eines Meteoreisens etwas von der Lage des übrigen abweichen, so darf man sich nicht zu sehr auf einen selbst gut bestimmbar Winkel verlassen, falls man nicht denselben an sehr verschiedenen Stellen des Raumes gemessen und als constant befunden hat. Man wird also selten in der Lage sein, etwa nur durch die schärfer messbaren Winkel zwischen den Lamellen σ , Σ und \ominus die Schnittfläche zu orientiren; dies ist auch desshalb kaum durchführbar, weil mit Ausnahme von α_2 , das in jeder Zone einen

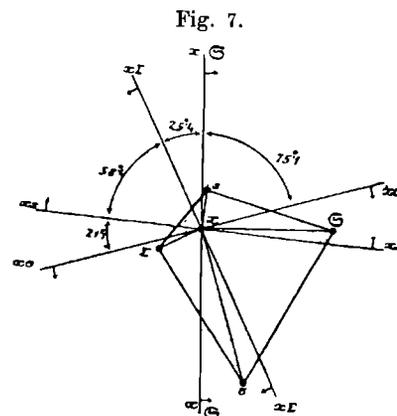
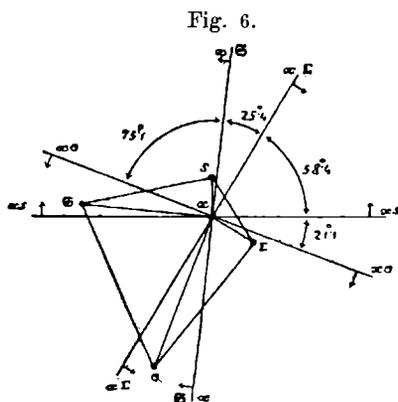
Spielraum von 55° — 60° hat, die anderen beiden Winkel α_1 und α_3 nur zwischen engen Grenzen sich bewegen, ersterer zwischen 20° — 30° , letzterer zwischen 30° — 35° . Dagegen zeichnen sich die Winkel zu s durch ihre grosse Amplitude aus, α_3 variirt in allen Zonen um 90° , α_4 um 55° — 60° .

Bei der Orientirung einer Fläche ist gewöhnlich die breite Lamelle s zuerst auffallend; sie bildet zumeist mit ihren Nachbarlamellen einen ziemlich kleinen und einen grossen Winkel; je nachdem auf letzteren unmittelbar wieder ein grosser oder ein kleiner Winkel folgt, liegt die Fläche im unteren oder oberen Theile einer der neun Zonen, also näher an dem Streifen (110) (111) oder an (100), und man hat sofort die Deutung der vier Oktaëderspuren gewonnen.

Zunächst prüft man nun die Richtigkeit dieser Deutung durch die Richtung des Fallens der Lamellen; um diese zu beurtheilen, hat man häufig nebst der Hauptfläche noch geätzte Seitenflächen zur Verfügung, welche an jene anstossen, und gestatten, die Oktaëderspuren weiter zu verfolgen und den Sinn und die beiläufige Schiefe ihres Einfalles auf der Hauptfläche zu erkennen; wo dies nicht der Fall ist, geben die sogenannten Kämme,¹ welche fast an allen Meteoreisen auftreten, ein vortreffliches Mittel, um Sinn und Schiefe des Falles zu ermitteln.

Die Kämme sind Fortwachsungen, wie sie sich bei allen Skelettbildungen an eine Hauptwand parallel den anderen Hauptwänden ansetzen; bei den Eisenmeteoriten wachsen sie von je einem Balken in ein Zwischenfeld hinein, in welchem sich oft die von zwei Seiten kommenden, zu zwei verschiedenen oktaëdrischen Lamellen gehörigen feinen Blättchen längs einer Diagonale des Feldes begegnen; durch das Herausätzen des leicht löslichen Fülleisens werden die Taenitwände der Kämme blossgelegt, und es spiegeln dann auf der ganzen Schnittfläche die je zu einem oktaëdrischen Systeme gehörigen gleichzeitig, wodurch die Neigung des betreffenden Systemes leicht kenntlich wird.

Nachdem, wie oben erwähnt wurde, alle 48 zu einer Form gehörigen Flächen (hkl) einander entweder symmetrisch oder identisch gleichen, so dass sie also entweder sich wie Bild und Spiegelbild verhalten, oder sich decken, so müssen die Oktaëderspuren jederzeit in der Reihe ihrer wachsenden scheinbaren Breite, schmalste (σ), zweitenschmalste (\ominus), zweitbreiteste (Σ) und breiteste (s) aufeinander folgen; dabei kann jedoch diese Reihe entweder im Sinne der Uhrzeigerbewegung durchlaufen werden, wenn nämlich die Schnittfläche x im Raumtheile (100) (110) (111) liegt, oder im entgegengesetzten, wenn sie in einem symmetrisch gleichen

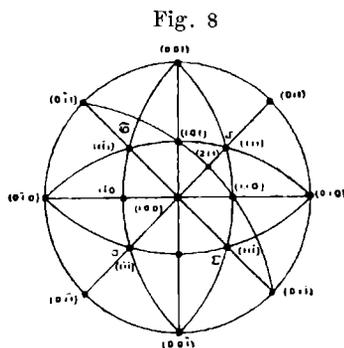


befindlich ist, z. B. in $(\bar{1}00)$ ($\bar{1}\bar{1}0$) ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$); der erstere Fall, welchen wir den einer positiven Fläche nennen können, wird durch Fig. 6, der letztere — der negativen Flächen — durch Fig. 7 dargestellt, welche für

¹ Dieselben wurden schon von Schreibers (Beiträge zur Geschichte und Kenntniss meteorischer Stein- und Metallmassen. Wien 1820, S. 74, 75, 77 und 78) an den Eisen von Elbogen, Hraschina und Lenarto aufgefunden; v. Reichenbach (Über die näheren Bestandtheile des Meteoreisens, Pogg. Ann. Bd. 114, S. 270—273) hat sie mit dem charakteristischen Namen Kämme belegt; sie wurden auch später von J. L. Smith (A new Meteoric Iron etc. Amer. Journ. Ser. 2, Bd. 47, S. 271; Examination of the Waconda Meteoric stone etc., ibid. Ser. 3, Bd. 13, S. 214), der sie für neu hielt, Lapham'sche Figuren genannt, nach Beobachtungen an den Meteoreisen von Trenton, Washington Co. und von Smith Mountain, Rockingham Co.

die Flächen $(20, 8, 1)$ und $(20, 8, \bar{1})$ in gnomonischer Projection auf dieselben die vier Oktaöderflächen, deren Spuren (mit $xs, x\sigma$ etc. bezeichnet), die Spurenwinkel und den Sinn des Fallens angeben; dabei ist nicht zu vergessen, dass die Lamelle σ bei einer Anzahl von Flächen das entgegengesetzte Fallen von dem hier gezeichneten hat; während also bei dem gegen (100) gelegenen Theile der Flächen einer jeden Zone, sowie in den Figuren 6 und 7 die steilste und flachste Lamelle σ und s nach entgegengesetzten Seiten der Schnittfläche fallen, erfolgt umgekehrt bei dem gegen $(h\bar{h}1)$ gelegenen Theile dieser Zonen das Fallen von σ und s gleichsinnig; beide Gruppen sind von einander durch eine Zone von Flächen getrennt, welche auf σ senkrecht stehen; es sind, wie schön erwähnt, die Flächen von der Form $(k+l, k, l)$; diese Zone geht durch (211) und (110) hindurch Fig. 8. Es empfiehlt sich, die Skizze der Schnittfläche mit den Oktaöderspuren immer in der

Zeichnung auf dieselbe Weise zu orientiren, etwa so wie in Fig. 6 und 7, dass die leicht erkennbare, breiteste Lamelle s von rechts nach links mit dem Fallen nach oben erscheint.



Ist durch Betrachtungen solcher Art der Ort der Tabelle beiläufig ermittelt, an welchen die Schnittfläche gehört, so ist weiter zu sehen, ob dieselbe in eine der neun untersuchten Zonen oder zwischen zwei derselben fällt; ersteres kann vorläufig angenommen werden, wenn alle sechs Winkel α und die Lamellenbreiten b' zwischen die betreffenden von zwei benachbarten Flächen einer Zone fallen; dann ist es am bequemsten, wenn man aus jedem Winkel α und ausserdem aus der relativen Breite von s , wenn letztere sich in diesem Intervalle

stark verändert, das Verhältniss $\frac{h}{l}$ durch Interpolation unter der Annahme bestimmt, dass sich Winkel und

Verhältniss $\frac{h}{l}$ proportional verändern, also wenn

$$m = \frac{h}{l}; \quad \alpha; \quad m_1 = \frac{h_1}{l_1}; \quad \alpha_1; \quad m_x = \frac{h_x}{l_x}, \quad \alpha_x$$

die Werthe der beiden Nachbarflächen und der zu bestimmenden sind

$$20. \quad \dots m_x = m + (m_1 - m) \frac{\alpha_x - \alpha}{\alpha_1 - \alpha},$$

Auf diese Weise erhält man ebensoviele Werthe für m_x oder h_x als Winkel gemessen sind; das Mittel dieser Werthe, welche im Allgemeinen ziemlich stark differiren werden, wird in vielen Fällen bereits genügend genau sein.

Fallen die gemessenen Werthe nicht alle zwischen zwei Nachbarflächen einer Zone, so kann man entweder die Werthe der zwei am nächsten stimmenden Flächen zweier Zonen linear vereinigen, und aus dem so gewonnenen genäherten Zeichen die Werthe α und b' zurückrechnen, oder man kann die von v. Lang¹ für die Berechnung der wahrscheinlichsten Elemente eines Krystalles vorgeschlagene Methode anwenden.

Nach dieser werden die Differentialquotienten der gemessenen Grösse nach den annähernd bekannten, zu verbessernden, auf dem Wege des Versuches bestimmt, indem man jede der zu bestimmenden Grössen für sich um eine willkürliche, kleine Grösse verändert und unter dieser neuen Annahme die gemessenen Grössen zurück berechnet.

Nachdem es sich bei der Anwendung auf unseren Fall nur um die Correction für zwei unabhängig veränderliche,

$$\frac{h}{l} \quad \text{und} \quad \frac{k}{l}$$

¹ A. a. O. S. 351.

handelt, will ich die Lang'schen Formeln für diesen Fall ansetzen. Sind

$$\alpha_1 \dots \alpha_6, b_\sigma \dots b_s$$

die beobachteten Werthe,

$$\gamma_1 \dots \gamma_6, g_\sigma \dots g_s$$

deren Gewichte,

$$h, k$$

genäherte Werthe der ersten zwei Indices ($l=1$ gesetzt),

$$\alpha_1^0 \dots \alpha_6^0, b_\sigma^0 \dots b_s^0$$

die aus diesen Indices berechneten Werthe,

$$h + \Delta h, k$$

Δh eine beliebige, kleine Veränderung von h ,

$$\alpha'_1 \dots \alpha'_6, b'_\sigma \dots b'_s$$

die aus $h + \Delta h$ und k berechneten Werthe,

$$h, k + \Delta k$$

$$\alpha''_1 \dots \alpha''_6, b''_\sigma \dots b''_s$$

ebensolche zusammengehörige Grössen bei verändertem k ,

$$h + u \Delta h, k + v \Delta k$$

die wahrscheinlichsten Werthe der Indices, so werden die Fehlergleichungen:

$$21. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\gamma_1}(\alpha_1 - \alpha_1^0) = \sqrt{\gamma_1}(\alpha'_1 - \alpha_1^0)u + \sqrt{\gamma_1}(\alpha''_1 - \alpha_1^0)v \dots \text{oder } D_1 = e_1 u + f_1 v \\ \vdots \\ \sqrt{\gamma_6}(\alpha_6 - \alpha_6^0) = \sqrt{\gamma_6}(\alpha'_6 - \alpha_6^0)u + \sqrt{\gamma_6}(\alpha''_6 - \alpha_6^0)v \dots \quad D_6 = e_6 u + f_6 v \\ \sqrt{g_\sigma}(\alpha_\sigma - b_\sigma^0) = \sqrt{g_\sigma}(b'_\sigma - b_\sigma^0)u + \sqrt{g_\sigma}(b''_\sigma - b_\sigma^0)v \dots \quad D_\sigma = e_\sigma u + f_\sigma v \\ \vdots \\ \Sigma D e = u \Sigma e^2 + v \Sigma e f \\ \Sigma D f = u \Sigma e f + v \Sigma f^2, \end{array} \right.$$

worin selbstverständlicherweise Σ Summe bedeutet.

Das Bequeme dieser Methode besteht nun darin, dass man die $\alpha' \dots$ und $\alpha'' \dots$ nicht erst zu berechnen braucht, sondern unmittelbar der Tabelle entnehmen kann. Allerdings sind die Sprünge in den h und k grösser, als dass man die Differenzen zweiter Ordnung vernachlässigen könnte, allein die Näherung, welche man hiedurch erzielt, ist gegenüber den Beobachtungsfehlern immerhin eine hinreichende, und man ist ausserdem bei der Einfachheit dieser Rechnung ohne grossen Zeitaufwand im Stande, die Rechnung zu wiederholen, wodurch wohl in allen Fällen den Beobachtungen Genüge geleistet werden dürfte.

5. Untersuchung des Meteoreisens von Butler.

Als Beispiel der Orientirung mittelst der Widmannstädten'schen Figuren gebe ich die Untersuchung zweier ausgezeichneten Stücke des schon kurz geschilderten ² Eisenmeteoriten von Butler, Bates Co., Missouri, gefunden 1874.

¹ Vorgelegt in der Sitzung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe am 7. Juli 1881.

² Brezina, Vorläufiger Bericht über neue oder wenig bekannte Meteoriten. Sitzungsabth. 1, Bd. 82, S. 348, 1880.

Das eine ist eine dreieckige Platte im Gewichte von 1 Kilo 425 Gramm, deren geätzte Fläche auf Tafel I in Lichtdruck in natürlicher Grösse dargestellt ist; das andere ist dasjenige Stück, welches dem vorläufigen Berichte zu Grunde gelegen hatte; es wog ursprünglich 1 Kilo 334 Gramm, nachdem ein Stück zur chemischen Untersuchung abgesägt wurde, wiegt es noch 1 Kilo 295 Gramm; ich beginne mit der Untersuchung des letzteren, dessen drei geschliffene und geätzte Flächen auf Tafel II, III und IV, in 2·5facher Vergrößerung, ebenfalls im Lichtdrucke, wiedergegeben sind,

Um die Genauigkeit zu ermitteln, mit welcher aus der Tabelle IV das Zeichen einer Schnittfläche gefunden werden kann, sowie um in aller Strenge den Beweis zu führen, dass die genannten Figuren von Lamellen nach den Oktaëderflächen herrühren, wurde die Untersuchung auf zwei unabhängigen Wegen durchgeführt:

Einerseits wurden die ebenen Winkel bestimmt, welche auf den Schnittflächen *A*, *B*, *C*, Fig. 9 und 10 die Randkanten untereinander, sowie mit den Spuren *a*, *b*, *c*, *d* der Figuren einschliessen; hieraus wurde, nachdem die Zusammengehörigkeit der auf den drei Schnittflächen zu Tage tretenden Lamellenspuren festgestellt war, die Lage dieser Lamellen gegen die Schnittflächen, sowie der Lamellen gegeneinander nach gebräuchlichen Berechnungsmethoden ermittelt und die Zeichen der drei Schnittflächen bestimmt, unter der Annahme, dass die

Fig. 9.

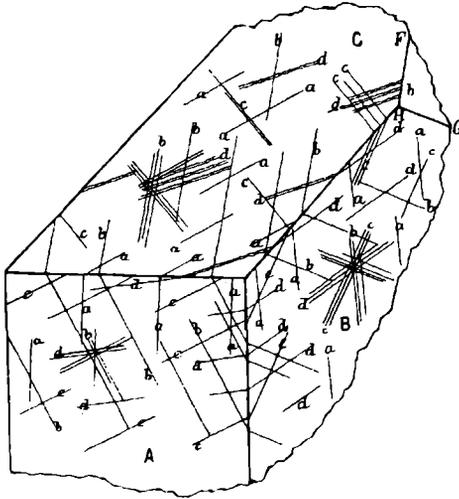
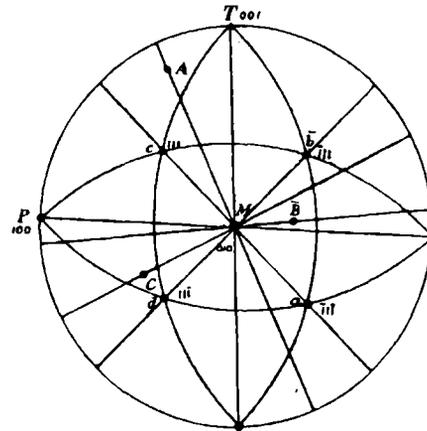


Fig. 10.



Lamellen die Zeichen (111) $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(1\bar{1}\bar{1})$ $(\bar{1}1\bar{1})$ erhalten; andererseits wurde aus den Winkeln der Lamellenspuren auf jeder Schnittfläche das Zeichen der letzteren mit Hilfe der Tabelle IV gesucht.

Die Zusammengehörigkeit der Lamellenspuren erhellt aus dem direct an mehreren Randkanten wahrnehmbaren Uebergreifen, aus dem Blossliegen einer Lamelle an der punktiert gezeichneten Stelle *F G H* Fig. 9 (Lamelle *b*), sowie aus dem Umstande, dass wenn in die Projection Fig. 10 zuerst die drei Schnittflächen *A B C*, dann mittelst der gemessenen Winkel *BAa*, *BAb* . . . *CBa*, *CBb* . . . u. s. w., von *A*, *B*, *C* aus die Zonen *Aa*, *Ab* . . . *Ba*, *Bb* . . . u. s. w. eingetragen werden, je drei solcher Zonen sich nahe in einem Punkte schneiden, welcher der Ort der betreffenden Lamelle ist; die letztere Bestimmungsweise würde natürlich zweideutig, wenn auf einer der Schnittflächen zwei Lamellensysteme parallele Spuren erhielten, also mit der Schnittfläche tautozonal würden, was jedoch im vorliegenden Falle nicht eintritt.

Das Fallen der Lamellen auf den Schnittflächen dient ebenfalls zur Controlle der ermittelten Zusammengehörigkeit; nachdem die Grundmasse des Eisens, wie schon im vorläufigen Berichte erwähnt ist, eine feinfimmerige Beschaffenheit in Folge der Einstreuung unzähliger, kleiner bis mikroskopischer Skelettchen besitzt, deren gleichnamige Lamellen alle in Folge einer theilweisen Blosslegung durch die Aetzung gleichzeitig einspiegeln, so kann man hiedurch den Sinn des Lamellenfallens bestimmen, ausgenommen an sehr steil fallenden, bei welchen der Sinn unbestimmt wird, indem sie nach beiden entgegengesetzten Seiten einspiegeln.

Das Fallen geht

auf *A*: *a* nach rechts, *b* nach links, *c* nach oben, *d* nach unten;

auf *B*: *a* nach vorne, *b* nach oben rückwärts, *c* nach unten rückwärts, *d* nach unten;

auf *C*: *a* nach links rückwärts, *b* nach rechts rückwärts, *c* nach vorne, *d* nach rückwärts.

Die Schnittflächen *A* und *C* sind schwach convex gekrümmt.

6. Vorversuch.

Es wurde nun zunächst ein Vorversuch gemacht, bei welchem alle Werthe mit einem Carangeau'schen,

Kürze der
t, welche

Zu Seite 136 einzuschalten.

Die nebenstehende Fig. 10 gehört als Fig. 11 auf Seite 144,
dagegen die dortige Fig. 11 an diese Stelle als Fig. 10.

Denkschriften der mathem.-naturw. Cl. XLIV. Bd. Abhandlungen von Nichtmitgliedern.

Hieraus berechnen sich die Winkel des sphärischen Dreieckes *ABC*

$$BAC = 91^{\circ}4'; \quad CBA = 87^{\circ}29'; \quad ACB = 88^{\circ}17'.$$

Während die Messung ergab (indem die Ebene der beiden Scheerenarme derjenigen Schnittfläche parallel gehalten wurde, auf welcher der Winkel der beiden anderen Schnittflächen gemessen werden sollte):

Tabelle VII.

<i>BAC</i>	<i>CBA</i>	<i>ACB</i>
91·0	87·2	88·2
90·8	87·5	88·2
91·0	87·5	88·1
91·0	87·5	88·0
91·0	87·4	88·3
90·96	87·42	88·16

Normalenwinkel: $90^{\circ}58'$ $87^{\circ}25'$ $88^{\circ}10'$.

Aus dem Mittel dieser und der gerechneten Werthe

$$BAC = 91^{\circ}1'; \quad CBA = 87^{\circ}27'; \quad ACB = 88^{\circ}13'$$

berechnen sich zurück die Winkel der Schnittflächen

$$BC = 90^{\circ}56'; \quad CA = 87^{\circ}29'; \quad AB = 88^{\circ}16',$$

welche den weiteren Rechnungen zu Grunde gelegt wurden.

Die Winkel der Lamellenspuren zu den Kanten der Schnittflächen, welche nach dem zu Eingang der Arbeit Gesagten den Winkeln der gleichnamigen sphärischen Dreiecke in der stereographischen Projection gleich sind, ergaben sich (mit Berücksichtigung der Richtung des Fallens der betreffenden Lamelle) durch Messung in ähnlicher Weise wie die ebenen Winkel *BAC* . . .

Das Fallen geht

auf *A*: *a* nach rechts, *b* nach links, *c* nach oben, *d* nach unten;

auf *B*: *a* nach vorne, *b* nach oben rückwärts, *c* nach unten rückwärts, *d* nach unten;

auf *C*: *a* nach links rückwärts, *b* nach rechts rückwärts, *c* nach vorne, *d* nach rückwärts.

Die Schnittflächen *A* und *C* sind schwach convex gekrümmt.

6. Vorversuch.

Es wurde nun zunächst ein Vorversuch gemacht, bei welchem alle Werthe mit einem Carangeau'schen, in Grade getheilten Anlegegoniometer gemessen, die Zehntelgrade geschätzt wurden; wegen der Kürze der Scheerenarme des Goniometers wurden die Messungen an denjenigen Partien der Flächen angestellt, welche dem Ecke *ABC* anliegen.

Winkel der Schnittflächen zu einander (innere Winkel):

Tabelle VI.

(<i>BC</i>)	(<i>CA</i>)	(<i>AB</i>)
89·0	93·0	91·5
89·0	92·2	91·7
89·0	92·5	91·5
89·2	92·5	91·8
88·8	92·2	91·8

89·00 92·48 91·34 oder

Normalenwinkel: 91°0' 87°31' 88°20'.

Hieraus berechnen sich die Winkel des sphärischen Dreieckes *ABC*

$$BAC=91^{\circ}4'; CBA=87^{\circ}29'; ACB=88^{\circ}17'.$$

Während die Messung ergab (indem die Ebene der beiden Scheerenarme derjenigen Schnittfläche parallel gehalten wurde, auf welcher der Winkel der beiden anderen Schnittflächen gemessen werden sollte):

Tabelle VII.

<i>BAC</i>	<i>CBA</i>	<i>ACB</i>
91·0	87·2	88·2
90·8	87·5	88·2
91·0	87·5	88·1
91·0	87·5	88·0
91·0	87·4	88·3

90·96 87·42 88·16 oder

Normalenwinkel: 90°58' 87°25' 88°10'.

Aus dem Mittel dieser und der gerechneten Werthe

$$BAC=91^{\circ}1'; CBA=87^{\circ}27'; ACB=88^{\circ}13'$$

berechnen sich zurück die Winkel der Schnittflächen

$$BC=90^{\circ}56'; CA=87^{\circ}29'; AB=88^{\circ}16',$$

welche den weiteren Rechnungen zu Grunde gelegt wurden.

Die Winkel der Lamellenspuren zu den Kanten der Schnittflächen, welche nach dem zu Eingang der Arbeit Gesagten den Winkeln der gleichnamigen sphärischen Dreiecke in der stereographischen Projection gleich sind, ergaben sich (mit Berücksichtigung der Richtung des Fallens der betreffenden Lamelle) durch Messung in ähnlicher Weise wie die ebenen Winkel *BAC*...

Tabelle VIII.

$BA\bar{b}$	$B\bar{A}c$	$B\bar{A}d$	$C\bar{A}a$	$C\bar{A}b$	$C\bar{A}c$	$C\bar{B}a$	$C\bar{B}b$	$C\bar{B}c$	$A\bar{B}b$	$A\bar{B}d$	$A\bar{C}a$	$A\bar{C}b$	$B\bar{C}b$	$B\bar{C}c$	$B\bar{C}d$
24·0	114·9	99·9	81·0	66·5	24·5	85·7	48·0	60·5	136·8	101·6	133·5	114·7	28·5	102·5	123·5
23·3	114·3	98·3	81·3	65·7	24·0	86·0	49·0	60·0	139·5	101·8	131·0	116·6	29·5	100·8	119·0
24·2	115·3	98·8	81·4	67·5	23·8	85·0	49·0	58·6	137·0	103·0	132·2	115·0	28·8	103·5	126·5
24·4	117·0	99·6	79·5	66·2	21·4	84·0	51·5	58·0	137·0	101·7	132·8	118·3	28·5	104·8	125·0
24·2	115·0	98·7	79·9	67·9	24·5	85·0	48·5	60·7	134·5	101·5	133·3	115·5	28·7	103·7	128·4
24·02	115·30	99·06	80·62	66·76	23·64	85·14	49·20	59·56	136·96	101·92	132·56	116·02	28·80	103·06	124·48

Die Einzelwerthe der Winkel wurden nicht durch Wiederholung derselben Messung, sondern durch Messung des Winkels verschiedener Lamellen eines Systemes gewonnen.

Nachdem mehrfach die Winkel einer Lamellenspur zu beiden Schnittflächenrändern gemessen sind, lassen sich in diesen Fällen mit Hilfe der Winkel BAC , CBA , ACB Controlwinkel rechnen; im Folgenden sind in erster Reihe die gemessenen, in zweiter die solcherart berechneten Winkel, in dritter die Mittel aus beiden angeben:

Tabelle IX.

	$B\bar{A}a$	$B\bar{A}b$	$B\bar{A}c$	$B\bar{A}d$	$C\bar{A}a$	$C\bar{A}b$	$C\bar{A}c$	$C\bar{A}d$
Messung . .	—	24·02	115·30	99·06	80·62	66·76	23·64	—
Rechnung .	171·58	24·20	114·60	—	—	66·94	24·34	8·10
Mittel . . .	171·58	24·11	114·95	99·06	80·62	66·85	23·99	8·10
	$C\bar{B}a$	$C\bar{B}b$	$C\bar{B}c$	$C\bar{B}d$	$A\bar{B}a$	$A\bar{B}b$	$A\bar{B}c$	$A\bar{B}d$
Messung . .	85·14	49·20	59·56	—	—	136·96	—	101·92
Rechnung .	—	49·54	—	14·50	172·56	136·62	27·86	—
Mittel . . .	85·14	49·37	59·56	14·50	172·56	136·79	27·86	101·92
	$A\bar{C}a$	$A\bar{C}b$	$A\bar{C}c$	$A\bar{C}d$	$B\bar{C}a$	$B\bar{C}b$	$B\bar{C}c$	$B\bar{C}d$
Messung . .	132·56	116·02	—	—	—	28·80	103·06	124·48
Rechnung .	—	116·96	14·90	147·36	139·28	27·86	—	—
Mittel . . .	132·56	116·49	14·90	147·36	139·28	28·33	103·06	124·48

Nun sind in jedem der zwölf sphärischen Dreiecke aCA , bCA . . zwei Winkel (z. B. aCA und aAC) und die eingeschlossene Seite (CA) bekannt, so dass die zwei anderen Seiten (aC , aA) berechnet werden können; dadurch wird jeder solche Bogen aus zwei Dreiecken gefunden; die zwei Dreiecke aAB und dAB wurden jedoch von der Berechnung ausgeschlossen, weil sie nahe gleichschenkelig sind ($aAB = 171·58$, $aBA = 172·56$, $dAB = 99·06$, $dBA = 101·92$) und somit ein Fehler von $1^\circ - 1^\circ 5'$ schon eine sehr grosse Ungenauigkeit der berechneten Seiten hervorrufen würde; es bleiben somit die folgenden berechneten Werthe übrig:

Tabelle X.

aA	bA	cA	dA	aB	bB	cB	dB	aC	bC	cC	dC
131·98	114·65	32·60	100·02	139·20	35·59	100·79	100·68	84·74	69·20	58·20	14·91
—	112·17	30·42	—	—	33·64	100·49	—	86·11	68·56	60·06	17·39
131·98	113·41	31·51	100·02	139·20	34·67	100·64	100·68	85·43	68·88	59·13	16·15

Andererseits ergeben sich aus den Zahlen der Tabelle IX die Winkel je zweier Lamellenspuren auf irgend einer Schnittfläche wie folgt:

Tabelle XI.

	<i>ab</i>	<i>ac</i>	<i>ad</i>	<i>bc</i>	<i>bd</i>	<i>cd</i>
auf <i>A</i> . . .	147·47	56·63	72·52	90·84	74·95	15·89
auf <i>B</i> . . .	35·77	144·70	70·64	108·93	34·87	74·06
auf <i>C</i> . . .	110·95	117·66	14·80	131·39	96·15	132·46

wobei die Winkel so angeschrieben sind, wie sie der Projection Fig. 10 entsprechen.

Nunmehr sind in den Tabellen X und XI für jedes der achtzehn Dreiecke *bAc*, *cAd* . . . je zwei Seiten *bA*, *cA* und der eingeschlossene Winkel *bAc* gegeben, es können somit die dritten Seiten bestimmt werden wobei jede Seite dreimal ausfällt, und zwar:

Tabelle XII.

aus	<i>ab</i>	aus	<i>ac</i>	aus	<i>ad</i>	aus	<i>bc</i>	aus	<i>bd</i>	aus	<i>cd</i>
<i>Aab</i>	108·0	<i>Aac</i>	110·9	<i>Aad</i>	70·3	<i>Abc</i>	110·2	<i>Abd</i>	70·8	<i>Acd</i>	69·7
<i>Bab</i>	108·8	<i>Bac</i>	112·6	<i>Bad</i>	69·3	<i>Bbc</i>	109·5	<i>Bbd</i>	71·6	<i>Bcd</i>	72·6
<i>Cab</i>	107·7	<i>Cac</i>	110·9	<i>Cad</i>	69·8	<i>Cbc</i>	110·1	<i>Cbd</i>	71·4	<i>Ccd</i>	70·6
	108·2		111·5		69·8		109·9		71·3		72·0

oder, alle Werthe auf stumpfe Winkel reducirt

$\bar{a}b$	$\bar{a}c$	<i>ad</i>	$\bar{b}c$	<i>bd</i>	<i>cd</i>	Mittel
71·8	68·5	69·8	70·1	71·3	72·0	70·6

Die Winkel zwischen den Lamellensystemen oscilliren also um den Octaëderwinkel 70·5, von welchem sie in Maximo um 2·0, beziehungsweise 1·5 Grade abweichen; die Winkel *ad* und $\bar{b}c$, $\bar{a}b$ und *cd* sind paarweise nahe gleich, so dass innerhalb der Beobachtungsfehler den Abweichungen von der regelmässigen Bauweise durch die monoklinen Fundamentalwinkel

$$\bar{a}b = cd = 71·9; ad = \bar{b}c = 69·9; bd = 71·3; \bar{a}c = 68·6$$

Genüge geleistet würde; selbstverständlicherweise kann bei der ganzen Art des Aufbaues eines solchen Krystallcomplexes an eine wirkliche innere monokline Symmetrie nicht entfernt gedacht werden, sondern wenn die besprochene Abweichung von der tesserale Lagerungsweise nicht auf den Beobachtungsfehlern beruht, kann sie nur darin begründet werden, dass äussere Kräfte zufälligerweise gerade in einer solchen Richtung deformirend gewirkt haben, dass ihre Resultirende in diejenige Hexaëderfläche fiel, welche mit $\bar{a}c$ und *db* tautozonal ist.

7. Ermittlung genauerer Werthe.

Nun wurde weiter versucht, Zahlen zu gewinnen, welche für einen grösseren Raum Giltigkeit haben, als den mit den Scheeren eines Anlegegoniometers erreichbaren, dem Ecke *ABC* anliegenden, welcher etwa einem Würfel von der Kantenlänge 2.5 Cm. entspricht; hiezu wurde ein grosser Transporteur verwendet, welcher einen beweglichen, mit Nonius versehenen Arm, und längs des Durchmessers 0°—180° eine stählerne Anschlag-schiene hatte, mit welcher er an diejenige Schnittfläche angelegt werden konnte, deren Spurenwinkel zu einem Lamellensysteme auf einer anderen Schnittfläche gemessen werden sollte; hiebei wurde selbstverständlicher-weise dafür gesorgt, dass die Ebene des Theilkreises genau der letzteren Schnittfläche parallel war.

Nachdem die Flächen *A* und *C* etwas convex sind, musste beim Anlegen der Anschlag-schiene z. B. an *A* darauf gesehen werden, dieselbe möglichst an die Mitte der Curve zu legen, als welche sich der an *C* anliegende Rand von *A* darstellt, wenn die Winkel *ACa*, *ACb*. . . gemessen wurden; dass hiebei constante, wenngleich nicht sehr bedeutende Fehler entstehen, wird weiter unten wahrscheinlich gemacht werden; es wird sich aber auch ergeben, dass derlei Fehler nicht viel mehr als 10 bis 20 Minuten betragen können.

Sowie beim Anlegegoniometer ist es auch hier nicht gut möglich, Linien einzustellen, welche mit der Orientirungskante einen zu kleinen Winkel bilden; es erscheinen desshalb von den 24 vorhandenen Winkeln nur 17 gemessen; die Einzelmessungen sind wiederum nicht Repetitionen desselben Winkels, sondern Winkel, welche an verschiedenen Lamellen desselben Lamellensystemes gefunden wurden; es wurde mit dem Trans-

Tabelle

<i>BAb</i>		<i>BAc</i>		<i>BAd</i>		<i>CAa</i>		<i>CAb</i>		<i>CBa</i>		<i>CBb</i>		<i>CBc</i>		<i>ABb</i>		<i>ABc</i>	
156°48	72	63°45	43	81°42	45	99°40	29	67°24	42	84°30	14	48° 0	48	120°20	25	43°51	58	28°25	37
154 55	41	66 19	111	83 23	146	98 6	65	65 47	55	84 30	14	49 15	27	119 22	33	44 10	77	27 39	9
156 25	49	64 15	13	80 42	15	101 25	134	68 12	90	84 18	2	48 12	36	119 10	45	42 55	2	27 40	8
153 28	128	65 47	79	81 0	3	98 10	61	65 18	84	84 20	4	51 57	189	119 5	50	45 53	180	27 0	48
154 10	76	64 20	8	80 58	1	98 12	59	66 0	42	83 41	35	47 20	88	119 30	25	43 10	17	27 45	3
157 8	92	63 40	48	80 30	273	100 55	104	67 5	23	84 50	34	47 30	78	119 20	35	41 8	105	27 45	3
157 10	94	63 4	84	82 23	86	99 15	4	65 4	98	84 5	11	49 11	23	119 50	5	42 45	8	29 15	87
154 57	39	65 21	53	79 42	75	98 34	37	65 43	59	83 50	26	49 0	12	119 50	5	42 58	5	27 34	14
154 50	46	64 5	23	77 6	231	99 18	7	66 56	14	83 35	41	49 28	40	119 40	15	43 6	13	27 50	2
155 3	33	66 40	132	81 40	43	100 10	59	67 0	18	85 10	54	48 20	28	120 30	35	43 16	23	28°50	62
155°25	11	69°56	328	82°53	116	101°23	132	67°39	57	82°34	102	47°20	88	120°40	45	43°15	22	28 55	67
156 47	71	65 34	66	82 30	93	97 44	87	67 15	33	86 55	159	50 13	85	120 12	17	43 16	23	26 58	50
156 23	47	63 15	73	81 27	30	100 0	49	68 5	83	85 56	100	49 50	62	120 10	15	43 20	27	27 25	23
157 5	89	64 49	21	81 44	47	96 10	181	66 40	2	85 35	79	48 18	30	120 35	40	43 30	37	27 13	35
157 16	100	63 24	64	81 10	13	98 58	13	67 44	62	82 47	89	49 10	22	119 37	18	43 10	17	26 40	68
156 2	26	62 16	132	81 15	18	96 14	63	66 20	22	83 40	36	50 39	111	119 25	30	40 44	129	28 22	34
154 39	57	65 55	87	79 30	87	99 0	11	66 0	42	84 42	26	49 28	40	119 20	35	44 0	67	28 10	22
155 42	6	64 17	11	79 8	109	103 0	109	67 55	73	83 4	72	49 25	37	118 38	77	41 18	95	27 46	2
156 50	74	62 2	146	80 39	18	100 15	56	65 36	66	84 43	27	48 12	36	121 44	109	42 17	36	27°45	3
154 18	78	64 0	28	79 29	88	98 49	22	65 50	52	84 58	42	47 48	60	119 19	36	44 15	82	27 28	30
156° 3	27	62° 0	148	80° 0	57	99°45	34	66°44	2	82° 8	128	50° 0	72	119°22	33	43°45	52	28 34	46
155 0	36	63 53	35	80 20	37	99 40	29	67 21	39	82 45	91	49 20	32	119 40	15	42 38	15	27 57	9
154 24	72	66 50	142	73 3	114	99 41	30	65 23	79	83 50	26	48 12	36	120 0	5	43 25	32	27 30	18
157 45	129	64 30	2	79 4	113	98 15	56	67 50	68	84 0	16	47 48	60	121 35	100	43 25	32	27 10	38
155 19	17	64 30	2	79 43	74	98 40	31	66 30	12	83 53	23	47 35	73	119 43	12	42 50	3	27 42	6
157 50	74	62 38	110	81 40	43	98 20	51	67 50	68	84 20	4	47 57	51	119 24	31	42 7	46	28 34	46
155 37	1	63 19	69	80 12	45	100 9	58	64 39	123	84 25	9	50 55	127	120 0	5	44 10	77	28 32	44
153 8	148	64 35	7	82 8	71	96 19	172	68 20	98	86 5	109	47 10	98	119 57	2	41 0	113	27 48	5
153 50	106	63 50	38	81 50	53	101 7	116	65 53	49	84 57	41	48 2	46	121 22	87	40 20	153	27 53	
153 50	106	65 10	42	80 24	33	98 8	63	67 17	35	83 45	31	48 27	21	120 15	20	40 30	143	27 37	
155 36	10	64 28	11	80 57	11	99 11	9	66 42	8	84 16	8	48 48	8	119 55	5	42 13	9	27 55	
155 29		64 44		81 25		99 23		66 27		84 17		48 49		119 40		43 19			
156 3		64 33		80 59		99 9		66 51		84 29		49 2		119 58		42 55			
155 17		64 8		80 26		99 0		66 47		84 1		48 33		120 8		42 25			

Bei den Controlbestimmungen sind theilweise, aber nicht durchwegs die gleichen Lamellen benützt.

Man ersieht aus der Tabelle mehrere Thatsachen:

1. Oft liegen nahe oder unmittelbar aneinander Lamellen von ganz gleicher Richtung; es sind zumeist solche, die in directer Verbindung miteinander stehen; neben solchen finden sich dann häufig eine oder zwei sehr stark von ihnen abweichende, von der mittleren Lage des betreffenden Lamellensystemes im entgegengesetzten Sinne der ersteren differirende, so dass, wenn solche naheliegende Lamellen zu einer mittleren Position vereinigt werden, diese dem Gesamtmittel ziemlich nahe kommt.

2. Aus den Mitteln des ersten, mittleren und letzten Flächendrittels sieht man, dass in der Mehrzahl der Fälle (10 von 16) die drei Mittelzahlen im selben Sinne fortschreiten:

Tabelle XIV.

<i>BAc</i>	<i>BAd</i>	<i>CAa</i>	<i>CBc</i>	<i>ABb</i>	<i>ACa</i>	<i>ACb</i>	<i>BCa</i>	<i>BCc</i>	<i>BCd</i>
61°44	81°25	99°23	119°40	43°19	133°38	63° 4	41°56	101°59	58°12
64 33	80 59	99 9	119 58	42 55	133 27	64 13	41 29	102 30	59 53
64 8	80 26	99 0	120 8	42 25	133 16	64 53	41 13	103 0	60 12

Für den Winkel *BCa* gilt dies erst, wenn die gleichstelligen Mittelzahlen beider Beobachtungsreihen vereinigt werden.

Bei vier Winkeln findet ein Maximum für die Mitte, eine Umkehr jenseits derselben statt:

Tabelle XV.

<i>BAb</i>	<i>CBa</i>	<i>CBb</i>	<i>ABc</i>
155°29	84°17	48°49	27°53
156 3	84 29	49 2	27 37
155 17	84 1	48 33	27 55

während bei zweien, *CAb* und *ABd*, ein unregelmässiges Verhalten gefunden wird.

Der Fall der Tabelle XIV ist wohl hauptsächlich der Krümmung der Flächen zuzuschreiben, womit übereinstimmt, dass er auf der Fläche *B* nur zweimal unter 6 Winkeln beobachtet wird, während er auf *A* in fünf Fällen dreimal, auf *C*, das die stärkste Krümmung besitzt, in allen fünf Fällen eintritt.

Es wäre desshalb einerseits correct, nur die Flächenmitte zu berücksichtigen; nachdem jedoch die Abweichung der gleichstelligen Mittel des Winkels *BCa* (18, 34 und 1 Minute) Schwankungen erkennen lässt, welche gegenüber jenen constanten Fehlern beträchtlich sind, so habe ich es vorgezogen, keine Beobachtungen auszuschliessen und will die Gewinnung noch genauerer Werthe der Zukunft vorbehalten, wo ich ein geeignetes Instrument zur Messung aller Spurenwinkel besitzen und auch bezüglich des Schliffes der Flächen bessere Vorkehrungen werde treffen können.

Die Winkel der Begrenzungskanten an den Schnittflächen wurden auf dreierlei Weise bestimmt:

Durch Rechnung aus Paaren von Spurenwinkeln, welche auf derselben Fläche von beiden Randkanten aus gemessen werden konnten;

durch directe Messung mit dem grossen Transporteur auf dieselbe Weise wie bei Messung der Spurenwinkel;

durch graphische Messung, indem das Eisen abwechselnd auf eine Schnittfläche gelegt, Stahlschienen an die beiden anderen Schnittflächen, respective an deren mittlere Lagen gelegt, Linien gezogen und deren Winkel mit dem gewöhnlichen Transporteur gemessen wurden; dabei ist allerdings vorausgesetzt, dass das Eisen mit

der mittleren Position einer Schnittfläche aufliegt, was jedoch mit hinreichender Genauigkeit durch Betrachtung der von der Papierunterlage abstehenden Schnittflächenränder mit der Loupe controlirt werden konnte; es wurde so gefunden:

Tabelle XVI.

	<i>BAC</i>		<i>CBA</i>		<i>ACB</i>
aus <i>BAb</i> und <i>CAb</i>	91° 6	aus <i>CBb</i> und <i>ABb</i>	88° 19	aus <i>ACa</i> und <i>BCa</i>	88° 6
		aus <i>CBc</i> und <i>ABc</i>	87 53	aus <i>ACb</i> und <i>BCb</i>	87 55
Mittel 1	91° 6		88° 6		88° 1
Mit dem Transporteur	91° 32		88° 16		88° 25
	91 32		88 18		88 25
Mittel 2	91° 32		88° 17		88° 25
Graphisch	91° 18		87° 59		88° 24
	91 32		88 6		88 16
	91 25		88 6		88 21
	91 27		88 0		88 12
	91 29		88 6		88 27
Mittel 3	91° 26		88° 3		88° 20
Mittel der drei Mittel	91° 21		88° 9		88° 15

woraus sich berechnen:

$$BC = 91^\circ 18; \quad CA = 88^\circ 12; \quad AB = 88^\circ 18.$$

Mit Hilfe der gemessenen Winkel der Tabelle XIII und der Randkantenwinkel Tabelle XVI werden genauere Werthe für erstere gefunden, wie folgt:

Tabelle XVII.

	<i>BAA</i>	<i>BAb</i>	<i>BAc</i>	<i>BAd</i>	<i>CAa</i>	<i>CAb</i>	<i>CAc</i>	<i>CAd</i>
Messung . .	—	24° 24	115° 32	99° 3	80° 49	66° 42	—	—
Rechnung .	172° 10	24 39	—	—	—	67 2	24° 11	7° 42
Mittel . . .	172° 10	24° 32	115° 32	99° 3	80° 49	66° 52	24° 11	7° 42
	<i>CBa</i>	<i>CBb</i>	<i>CBc</i>	<i>CBd</i>	<i>ABa</i>	<i>ABb</i>	<i>ABc</i>	<i>ABd</i>
Messung . .	84° 16	48° 48	60° 5	—	—	137° 7	27° 48	101° 58
Rechnung .	—	48 58	60 21	13° 49	172° 25	136 57	28 4	—
Mittel . . .	84° 16	48° 53	60° 13	13° 49	172° 25	137° 2	27° 56	101° 58
	<i>ACa</i>	<i>ACb</i>	<i>ACc</i>	<i>ACd</i>	<i>BCa</i>	<i>BCb</i>	<i>BCc</i>	<i>BCd</i>
Messung . .	133° 27	115° 57	—	—	138° 27	28° 2	102° 30	120° 34
Rechnung .	133 18	116 17	14° 15	151° 11	138 18	27 42	—	—
Mittel . . .	133° 22	116° 7	14° 15	151° 11	138° 23	27° 52	102° 30	120° 34

Hieraus und aus den berechneten Winkeln *BC*, *CA*, *AB* werden, wieder mit Ausschluss des Dreieckes *aAB*, die Winkel *aA*, *aB*. . . . berechnet und ergeben sich wie folgt:

Tabelle XVIII.

<i>aA</i>	<i>aB</i>	<i>aC</i>	<i>bA</i>	<i>bB</i>	<i>bC</i>	<i>cA</i>	<i>cB</i>	<i>cC</i>	<i>dA</i>	<i>dB</i>	<i>dC</i>
132°52	138°18	85°13	113°41	35°59	69°26	31°20	101°31	60°35	102° 0	99°16	15°53
—	—	84 31	112 44	34 11	69 42	30 37	101 11	59 56	102 5	99 12	15 47
132°52	138°18	84°52	113°12	35° 5	69°34	30°59	101°21	60°16	102° 2	99°14	15°50

während die Lamellenspuren auf den Schnittflächen folgende, aus den Mittelzahlen Tabelle XVII berechnete Winkel mit einander einschliessen.

Tabelle XIX.

	<i>a mit b</i>	<i>a mit c</i>	<i>a mit d</i>	<i>b mit c</i>	<i>b mit d</i>	<i>c mit d</i>
auf <i>A</i> . . .	147°38	56°38	73° 7	91° 0	74°31	16°29
auf <i>B</i> . . .	35 23	144 29	70 27	109 6	35 4	74 2
auf <i>C</i> . . .	110 31	119 7	17 49	130 22	92 42	136 56

Aus den Werthen der Tabellen XVIII und XIX berechnen sich nunmehr die Winkel *ab, ac, . . .*, jeder dreimal (auf stumpfe Winkel reducirt).

Tabelle XX.

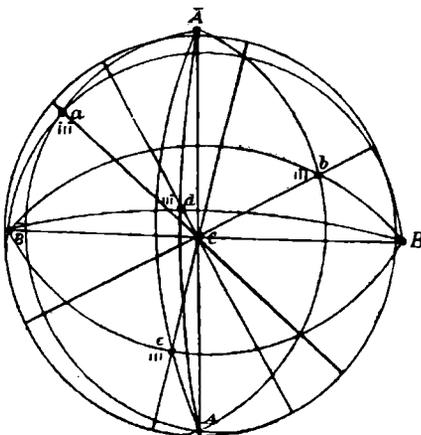
aus	<i>āb</i>	aus	<i>āc</i>	aus	<i>ad</i>	aus	<i>bĉ</i>	aus	<i>bd</i>	aus	<i>cd</i>	Mittel
<i>Aab</i>	72°26	<i>Aac</i>	67°56	<i>Aad</i>	69°31	<i>Abc</i>	69°45	<i>Abĉ</i>	71°13	<i>Acd</i>	72°10	70°30
<i>Bac</i>	72 35	<i>Bac</i>	67 25	<i>Bad</i>	70 10	<i>Bbc</i>	69 48	<i>Bbd</i>	70 33	<i>Bcd</i>	72 40	70 32
<i>Cab</i>	72 47	<i>Cac</i>	67 53	<i>Cad</i>	69 50	<i>Cbc</i>	69 17	<i>Cbd</i>	71 6	<i>Ccd</i>	72 17	70 32
	72°36		67°45		69°50		69°37		70°57		72°22	70°31

Das Gesamtmittel ist 70°31 und wir erhalten mit noch grösserer Näherung als im früheren Falle:

$$\bar{ab} = cd = 72^\circ 29; \quad ad = b\bar{c} = 69^\circ 44; \quad \bar{ac} = 67^\circ 45; \quad bd = 70^\circ 57.$$

8. Symbole der Schnittflächen.

Fig. 11.



Die Ermittlung der Symbole der Schnittflächen erfolgt nunmehr so, als ob an einer monoklinen Substanz die Winkel dreier unbekannter Flächen *A, B, C* gegen die vier Flächen der monoklinen Pyramide *a, b, c, d* gegeben wären. Setzen wir (Fig. 11):

$$c (111) \quad \bar{b} (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \quad a (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \quad d (11\bar{1}) \quad A (efg) \quad B (hkl) \\ C (pqr) \quad P (100) \quad M (010) \quad T (001),$$

so gleichen wir zuerst die vier Pyramidenwinkel untereinander aus, indem wir in den beiden Dreiecken *acd* und *abĉ* aus den bekannten Seiten die Winkel rechnen; wir bekommen dann wegen der Gleichheiten des monoklinen Systemes:

$$a\bar{d}\bar{b} = \bar{c}bd = adc - \bar{c}\bar{d}\bar{b} = adc - \bar{a}\bar{b}d \quad \text{u. s. f.}$$

jeden Winkel einmal direct und dann aus der Differenz zweier anderer; werden alle sich so ergebenden Abweichungen gleichmässig auf die drei zusammengehörigen Winkel vertheilt, so kommt jeder direct gefundene Winkel um ein Drittel seiner Abweichung vom berechneten zu corrigiren; es wird also (mit Berücksichtigung der oben weggelassenen Decimalstellen):

Tabelle XXI.

	$\bar{a}\bar{b}\bar{d}$	$\bar{b}\bar{d}\bar{a}$	$\bar{d}\bar{a}\bar{b}$	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$	$\bar{c}\bar{a}\bar{d}$	$\bar{a}\bar{d}\bar{c}$
direct . . .	60°26·2	62° 9·9	118°46·5	58°32·8	60° 8·7	122°41·0
indirect . . .	60 31·1	62°14·8	118 41·5	58 37·8	60 13·7	122 36·1
corrigirt . . .	60°27 8	62°11·5	118°44·9	58°34·5	60°10·4	122°39·3

Hieraus berechnen sich zurück die Seiten

Tabelle XXII.

$\bar{d}\bar{a}$	$\bar{a}\bar{b}$	$\bar{b}\bar{d}$	$\bar{a}\bar{d}$	$\bar{d}\bar{c}$	$\bar{c}\bar{a}$
69°44·1	72°29·9	109° 2·1	69°44·0	72°30·0	112°14·5

welche genügend ausgeglichen sind; es können daher sowohl jene corrigirten Winkel, als auch die ausgeglichenen Seiten

$$\bar{a}\bar{d} = \bar{b}\bar{c} = 69^\circ 44 \cdot 0; \quad \bar{a}\bar{b} = \bar{c}\bar{d} = 72^\circ 30 \cdot 0; \quad \bar{a}\bar{c} = 112^\circ 14 \cdot 5; \quad \bar{b}\bar{d} = 109^\circ 2 \cdot 1$$

zur Berechnung der monoklinen Elemente verwendet werden, und wir finden so:

$$a : b : c = 0.99621 : 1 : 0.96317; \quad \eta = 93^\circ 25' 8.$$

Zur weiteren Berechnung wäre es am correctesten, die direct gemessenen Winkel in Tabelle XIII zu verwenden; nachdem jedoch der Elementenberechnung ausgeglichene Werthe zu Grunde liegen, kann man auch diese Ausgleichswerthe zur Indicesbestimmung benützen, und zwar empfiehlt es sich, die Winkel $\bar{a}\bar{b}\bar{A}$, $\bar{b}\bar{a}\bar{A}$. . . zu wählen, welche bei der Berechnung der Winkel $\bar{a}\bar{b}$, $\bar{a}\bar{c}$. . . (Tab. XX) aus den Grössen der Tabellen XVIII und XIX sich ergeben; diese Werthe sind:

Tabelle XXIII.

$\bar{A}\bar{a}\bar{b}$	$\bar{A}\bar{a}\bar{c}$	$\bar{A}\bar{a}\bar{d}$	$\bar{A}\bar{b}\bar{a}$	$\bar{A}\bar{b}\bar{c}$	$\bar{A}\bar{b}\bar{d}$	$\bar{A}\bar{c}\bar{a}$	$\bar{A}\bar{c}\bar{b}$	$\bar{A}\bar{c}\bar{d}$	$\bar{A}\bar{d}\bar{a}$	$\bar{A}\bar{d}\bar{b}$	$\bar{A}\bar{d}\bar{c}$
148°55·8	27°38·4	87°31·7	155°41·8	33°16·3	95°23·0	138°39·6	101°37·5	163° 3·6	131°31·3	110°40·2	8°49·6
$\bar{B}\bar{a}\bar{b}$	$\bar{B}\bar{a}\bar{c}$	$\bar{B}\bar{a}\bar{d}$	$\bar{B}\bar{b}\bar{a}$	$\bar{B}\bar{b}\bar{c}$	$\bar{B}\bar{b}\bar{d}$	$\bar{B}\bar{c}\bar{a}$	$\bar{B}\bar{c}\bar{b}$	$\bar{B}\bar{c}\bar{d}$	$\bar{B}\bar{d}\bar{a}$	$\bar{B}\bar{d}\bar{b}$	$\bar{B}\bar{d}\bar{c}$
20°24·8	141°54·8	81°26·8	156°11·4	80°50·3	143° 1·6	155°15·4	35°21·7	96°15·2	138°12·4	20°30·0	99° 5·6
$\bar{C}\bar{a}\bar{b}$	$\bar{C}\bar{a}\bar{c}$	$\bar{C}\bar{a}\bar{d}$	$\bar{C}\bar{b}\bar{a}$	$\bar{C}\bar{b}\bar{c}$	$\bar{C}\bar{b}\bar{d}$	$\bar{C}\bar{c}\bar{a}$	$\bar{C}\bar{c}\bar{b}$	$\bar{C}\bar{c}\bar{d}$	$\bar{C}\bar{d}\bar{a}$	$\bar{C}\bar{d}\bar{b}$	$\bar{C}\bar{d}\bar{c}$
66°41·9	54°58·2	5° 6·1	77°33·9	45° 1·3	16°44·5	69°55·2	49°45·7	11°16·6	161° 3·3	81°37·9	38°29·6

Nach dem bisherigen Principe der Ausgleichung wären nun aus allen Dreiecken $\bar{P}\bar{A}\bar{a}$, $\bar{P}\bar{A}\bar{b}$ $\bar{M}\bar{A}\bar{a}$, $\bar{M}\bar{A}\bar{b}$ $\bar{T}\bar{A}\bar{a}$, $\bar{P}\bar{B}\bar{a}$ $\bar{M}\bar{B}\bar{a}$; die Winkel $\bar{A}\bar{M}\bar{T} = \bar{A}\bar{M}\bar{e} + \bar{e}\bar{M}\bar{T}$ u. s. w. zu berechnen; die Seiten $\bar{A}\bar{a}$. . .

sind in Tabelle XVIII gegeben, die Winkel $Pa...Ma...$ sind aus den ausgeglichenen Fundamentalwinkeln (Tab. XXII) berechenbar, und zwar:

Tabelle XXIV.

	a	\bar{b}	c	d
P	126°31·8	123°12·2	53°28·2	56°47·8
M	56 7·3	54 31·0	56 7·3	54 31·0
T	127 49·8	55 20·0	52 10·2	124 40·0

ebenso die Winkel $cMT...$:

Tabelle XXV.

$aPM = \bar{b}PM = cPM = dPM = 46^\circ 4' 5$
$180^\circ - aMT = cMT = 42^\circ 22' 5$; $\bar{b}MT = 180^\circ - dMT = 45^\circ 41' 5$
$aM\bar{P} = cMP = 44^\circ 11' 7$; $\bar{b}M\bar{P} = dMP = 47^\circ 44' 3$
$aTM = \bar{b}TM = cTM = dTM = 45^\circ 6' 5$.

Wir bestimmen nun jeden Winkel $AMT...$ viermal, aus den Dreiecken zu a, \bar{b}, c und d ; aus den Mitteln dieser Winkel aber findet man nach bekannten Formeln ¹ die Indices (hkl); wir erhalten so:

Tabelle XXVI.

	APM	$l:k$	AMT	$l:h$	ATM	$h:k$
A	79°42·6	5·374	22°13·6	2·301	66°51·2	2·329
	79 58·5		22 14·8		66 50·7	
	79 54·8	(5·359)	22 14·1	(2·308)	66 54·2	(2·336)
	79 45·6		22 17·4		66 45·0	
	79°50·4		22°15·0		66°50·3	
B	$\bar{B}PM$	$k:l$	$\bar{B}MT$	$h:l$	$\bar{B}TM$	$k:h$
	4°39·3	13·286	86°15·5	-8·423	31°41·0	-1·616
	4 16·6		86 31·6		31 41·1	
	4 15·1	(13·618)	86 41·0	(8·223)	31 54·0	(1·576)
	4 41·2		86 6·8		32 7·9	
4°28·1	86°23·7		31°51·0			
C	CPM	$k:l$	CMT	$h:l$	CTM	$h:k$
	38°27·6	-1·315	64°18·4	-1·913	55°28·7	1·454
	37 51·3		64 13·5		55 33·5	
	38 21·3	(1·316)	64 22·8	(1·912)	55 38·1	(1·454)
	38 28·4		64 11·9		55 39·1	
38°17·2	64°16·7		55°34·9			

¹ Bedeutet Q eine der Flächen ABC , (xyz) ihre Indices, so ist

22.
$$\frac{y}{z} = \frac{\text{tang } QPT}{\text{tang } cPT}; \quad \frac{z}{x} = \frac{\sin cMT \sin QMP}{\sin cMP \sin QMT}; \quad \frac{x}{y} = \frac{\text{tang } QTM}{\text{tang } cTM},$$

worin sowohl c diejenige der Flächen $\bar{a}bcd$, als auch PMT diejenigen Pinakoidflächen sind, welche mit Q im selben Octanten liegen.

Die vier Einzelwerthe jedes Winkels APM . . folgen in der Reihe der Dreiecke mit $a\bar{b}cd$ aufeinander; dass der von den drei übrigen erheblicher abweichende Winkel cPM aus $\bar{b} = 37^\circ 51.3$ nicht fehlerhaft berechnet ist, zeigt sich daraus, dass bei Aufnahme desselben in das Mittel die Uebereinstimmung der drei Indicesverhältnisse eine bessere ist, als bei alleiniger Berücksichtigung der drei einander nahestehenden Werthe; letztere geben nämlich $k:l = 1.3254$.

Unter jedem direct gefundenen Indexverhältnisse steht in Klammern das aus den beiden anderen Verhältnissen berechnete.

Grössere Abweichungen zeigen sich nur bei der Fläche \bar{B} ; wegen der Unsicherheit der nahe an 0 und 90° reichenden Winkel $\bar{B}PM$ und BMT erscheint es desshalb gerathen, den genauer bestimmbareren Werth $k:h$ zu belassen und die beiden anderen (beziehungsweise ihre Logarithmen) gegeneinander abzugleichen; wenn wir ausserdem bei den anderen zwei Flächen die Logarithmen der drei Axenverhältnisse gegeneinander ausgleichen, bekommen wir die Werthe

$$\begin{aligned} A; l:k &= 5.369; & l:h &= 2.331; & h:k &= 2.303 \\ \bar{B}; k:l &= 13.451; & h:l &= 8.325; & k:h &= -1.616 \\ C; k:l &= -1.315; & h:l &= -1.913; & h:k &= 1.454 \end{aligned}$$

und die Symbole

$$A (2.303, 1, 5.369) \quad B (8.325, \overline{13.451}, \bar{1}) \quad C (1.913, 1.315, \bar{1}).$$

Dass diese Ausgleichungsweise zweckmässig ist, zeigt die folgende Zusammenstellung der direct gefundenen Winkel mit den aus den beiden anderen Axenverhältnissen berechneten und den ausgeglichenen Werthen:

Tabelle XXVIII.

	APM	AMT	ATM	$\bar{B}PM$	$\bar{B}MT$	$\bar{B}TM$	CPM	CMT	CTM
Direct . . .	79°50.4	22°15.0	66°50.3	4°28.1	86°23.7	31°51.0	38°17.2	64°16.7	55°34.9
Berechnet .	79 27.0	22 11.5	66 54.0	4 21.6	86 13.1	32 29.3	38 16.8	64 16.3	55 35.2
Ausgeglichen	79 49.8	22 13.9	66 51.5	4 24.8	86 18.5	31 51.0	38 17.1	64 16.5	55 35.0

Mit Hilfe dieser Indices berechnen sich aus den Elementen die folgenden Werthe, denen die beobachteten aus den Tabellen XVI, XVII und XIX gegenüber gestellt sind:

Tabelle XXIX.

	Mes- sung	Rech- nung		Mes- sung	Rech- nung		Mes- sung	Rech- nung
BAC	91°21	91°43	ABa	172°25	172° 8	bAc	91° 9	90°56
CBA	88 9	88 4	ABb	137 2	137 6	bAd	74 31	74 16
ACB	88 15	88 12	ABc	27 56	27 3	cAd	16 29	16 40
BAa	172°10	172°51	ABd	101 58	101 1	aBb	35°23	35° 2
BAb	24 32	25 8	ACa	133°22	133°22	aBc	144 29	144 5
BAc	115 32	116 4	ACb	116 7	115 44	aBd	70 27	70 11
BAd	99 3	99 24	ACc	14 15	14 4	bBc	109 6	109 3
CAa	80°49	81° 8	ACd	151 11	151 31	bBd	35 4	35 9
CAb	66 52	66 35	BCa	138°23	138°26	cBd	74 2	73 54
CAc	24 11	24 21	BCb	27 52	27 32	aCb	110°31	110°54
CAd	7 42	7 41	BCc	102 30	102 17	aCc	119 7	119 18
CBA	84°16	84° 4	BCd	120 34	120 17	aCd	17 49	18 9
CBb	48 53	49 2	aAb	147°38	147°43	bCc	130 22	129 48
CBc	60 13	60 1	aAc	56 38	56 47	bCd	92 42	92 45
CBd	13 49	13 53	aAd	73 7	73 27	cCd	136 56	137 27

Die Uebereinstimmung ist eine befriedigende; die stärksten Differenzen zeigen sich auf der Fläche C , deren Symbolisirung bereits die schwankendste war, was offenbar von der erheblichen Krümmung dieser Fläche herrührt; unter den Winkeln BAa , BAb . . . fällt die Differenz des erstgenannten auf; er und der Winkel ABa sind diejenigen, welche, wie wir gesehen haben, durch ihre nahe Gleichheit die Berechnung eines Dreieckes unmöglich machten: zwischen Beobachtung und Rechnung kehrt sich das Grössenverhältniss dieser beiden Winkel um.

9. Orientirung mittelst Tabelle IV.

Wir wollen die Flächen in der Reihenfolge ABC betrachten. Auf A (Taf. II) ist eine Verschiedenheit zwischen den Lamellen a und c einer-, b und d andererseits bemerkbar; erstere sind breiter, erscheinen flaserig, von etwas welliger Contour, letztere sind scharf und gerade, auch wesentlich schmaler als erstere; es kann kein Zweifel darüber obwalten, dass erstere beiden die zwei flachsten, letztere die zwei steilsten Lamellen sind.

Das Fallen, welches, wie schon erwähnt, durch das Einspiegeln der kleinen Skelettchen kenntlich wird, geht für a deutlich nach rechts, für c nach links oben; bei den beiden übrigen bleibt dies einigermassen unentschieden, nachdem dieselben je in zwei um 180° verschiedenen Lagen einspiegeln, obwohl b deutlicher nach links unten spiegelt; danach scheint es, dass die Reihenfolge der Lamellen $d=\sigma$ steilste, $b=\mathfrak{E}$ zweitsteilste, $a=\Sigma$ zweitflachste und $c=s$ flachste seien; legen wir demnach die Fläche A so, dass c horizontal mit dem Fallen nach oben erscheint, so folgen $dbac$ im Sinne der Uhrzeigerbewegung aufeinander und die Fläche wäre somit eine positive; damit stimmt der Sinn des Fallens, denn mit Ausnahme des nicht ermittelten, übrigens nicht beständigen Fallens der steilsten Lamelle fällt \mathfrak{E} nach links, Σ nach rechts unten, wie es die Theorie verlangt (vergl. Fig. 6).

Die Messung der Spurenwinkel hatte (Tabelle XIX) die folgenden Winkel ergeben, welche jetzt als anliegende aufgeführt sind:

Tabelle XXX.

$db=\sigma\mathfrak{E}$	$ba=\mathfrak{E}\Sigma$	$ac=\Sigma s$	$cd=s\sigma$	$ad=\Sigma\sigma$	$bc=\mathfrak{E}s$
74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0

Diese Winkel liegen zwischen denjenigen der Flächen (831) und (6·123, 3, 1) der 4. Zone

Tabelle XXXI.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
(831)	75·2	27·2	61·9	15·7	77·6	89·0
	0·7	5·2	5·3	0·8	4·5	0·0
A	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0
	1·6	1·8	5·5	5·3	0·2	3·7
(6·123,3,1)	72·9	34·2	51·1	21·8	72·9	85·3

obwohl nicht im alleinigen Fortschreiten zwischen beiden, denn vermöge des 1., 4. und 6. Winkels liegt A nahe an 831, α_2 und α_5 nähern sich mehr (6·123, 31), während α_3 mitten zwischen beiden liegt, wie dies aus den zwischengeschalteten Differenzen ersichtlich.

Würden wir (731) durch Interpolation bilden — und zwar mit Berücksichtigung von Differenzen zweiter und dritter Ordnung — so erhielten wir:

Tabelle XXXII.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75·4	87·4

es würde also A nicht mehr zwischen zwei Flächen derselben Zone fallen; es ist deshalb nothwendig, zunächst durch Interpolation diejenige Fläche der Zone ($h31$) aufzusuchen, welche am nächsten an A liegt; wir haben — wenn diejenigen Differenzen negativ genommen werden, welche dem Sinne des Fortschreitens zwischen den beiden Grenzflächen entgegengesetzt sind —:

Tabelle XXXIII.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75·4	87·4	
	-0·5	1·8	0·4	-2·0	2·3	-1·6	0·4
A	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	1·6	1·8	5·5	5·3	0·2	3·7	18·1
(6·123, 3, 1)	72·9	34·2	51·1	21·8	72·9	85·3	

woraus (6·841, 3, 1) erhalten wird; nachdem diese Fläche noch erhebliche Differenzen gegen A ergibt (vergl. unten Tabelle XXXV), so müssen wir noch, um k zu verbessern, zu einer anderen Zone interpoliren, als welche, wie ein Blick auf Tabelle IV ergibt ($h21$), zu wählen ist; wir finden hierin (4·5414, 2, 1) und (421) als diejenigen zwei Flächen, zwischen denen A gelegen ist — was daraus hervorgeht, dass die $S\Delta$ für beide positiv wird; somit ergibt sich:

Tabelle XXXIV.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(4·5414, 2, 1)	73·1	33·9	57·9	15·2	73·1	91·7	
	-1·4	-1·5	1·3	1·3	0·0	2·7	2·4
A	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	2·6	5·0	4·0	1·6	2·4	-1·0	14·6
(421)	71·9	37·4	52·6	18·1	70·7	90·0	

Dies gibt (4·465, 2, 1); nun bekommen wir zur weiteren Interpolation:

Tabelle XXXV.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(6·841, 3, 1)	73·8	31·3	55·9	19·1	74·9	87·0	
	-0·7	1·1	0·7	2·6	1·8	2·0	7·5
A	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	
	1·6	2·0	0·5	0·9	0·3	2·5	7·8
(4·465, 2, 1)	72·9	34·4	57·1	15·6	72·8	91·5	

woraus sich endlich das Zeichen (5·676, 2·510, 1) ergibt.

Hätten wir nicht in jeder der beiden Zonen, zwischen denen A liegt, die an A nächste Fläche gesucht, und zwischen diesen interpolirt, sondern würden wir in jeder der beiden Zonen die vorliegenden, entsprechendsten Flächen (731) und (4·5414, 2, 1) benützen und zwischen diesen beiden ausgleichen, so würden wir erhalten:

Tabelle XXXVI.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(731)	74 0	30·6	57 0	18·5	75·4	87·4	
	-0·5	1·8	-0·4	2·0	2·3	1·6	6·8
A	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89 0	
	1·4	1·5	1·3	1·3	0·0	2·7	8·2
(4·5414, 2, 1)	73·1	33·9	57·9	15·2	73·1	91·7	

somit ein Symbol (5·886, 2·547, 1), das allerdings nicht sehr von dem früheren verschieden ist; doch ist es bei der leichten und kurzen Interpolation rätlicher, das genauere Verfahren anzuwenden; sollte man das abgekürzte wählen, so wäre es jedenfalls auf die Fälle zu beschränken, wo, wie hier, die zu symbolisierende Fläche erheblich näher an zweien der Nachbarflächen liegt, als an den beiden anderen.

Übrigens fallen Abweichungen von 0·5 bis selbst 1·0 bereits in die Grenzen der Fehler, welche man beim Interpoliren mit Differenzen erster Ordnung begeht, so dass man, wo eine grössere Genauigkeit gefordert wird, aus dem durch Interpolation gefundenen Zeichen jedenfalls mittelst Differenzen zweiter und dritter Ordnung die zugehörigen genauen Winkel interpoliren müsste.

Aus dem obigen Zeichen (5·676, 2·510, 1) ergeben sich die Winkel, verglichen mit Beobachtung.

Tabelle XXXVII.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
A	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0
(5·676, 2·510, 1)	73·3	32·8	56·5	17·4	73·9	89·2

Wir haben nur das Zeichen der Fläche A unter der Voraussetzung bestimmt, dass es von der Form (hkl) oder $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ sei, wobei $h > k > l$; diese Voraussetzung ist nämlich stillschweigend gemacht, wenn das Zeichen einer Fläche aus Tabelle IV bestimmt wird; hiebei hatten die Systeme $a b c d$ der Reihe nach die Symbole $(11\bar{1})$ oder $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$ oder $(\bar{1}1\bar{1})$, (111) oder $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, $(1\bar{1}\bar{1})$ oder $(\bar{1}11)$; welche von den Flächen das erste oder zweite Zeichen haben, bestimmen wir am einfachsten mittelst des Charakters der Flächen (ob positiv oder negativ).

Der Flächencharakter wird durch folgende Erwägung ermittelt: Wird im Symbol (hkl) einer Fläche das Vorzeichen eines Index geändert, so ändert sich der Flächencharakter; werden zwei Indexzeichen geändert, so stellt sich in Folge dessen der ursprüngliche Flächencharakter wieder her, bei dreifachem Zeichenwechsel ändert er sich wieder; es sind daher (hkl) , $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$, $(\bar{h}k\bar{l})$, $(\bar{h}\bar{k}l)$ einerseits, $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$, $(\bar{h}kl)$, $(h\bar{k}\bar{l})$, (hkl) andererseits von gleichem Charakter; cyklische Vertauschungen der Indices lassen den Charakter ungeändert, andere Vertauschungen verkehren ihn.

Wir haben demnach unter den je zwei alten Symbolen diejenigen auszuwählen, welche mit den zugehörigen neuen Symbolen gleichen Charakter haben, weil sich dieser nicht verändern darf; dies geschieht aber dadurch, dass die Symbole mit derselben oder um zwei verschiedenen Anzahl von negativen Indices gewählt werden, falls eine cyklische Vertauschung hinreicht, um die Indices in einander überzuführen; ist dies durch eine cyklische Vertauschung nicht möglich, so müssen die durch eine ungerade Zahl von negativen Indices von

einander verschiedenen Symbole gewählt werden. Dabei ist natürlicherweise vorausgesetzt, dass die neuen Symbole nicht etwa untereinander einen Widerspruch enthalten, dass sie also der räumlichen Vertheilung der durch sie dargestellten Octaëder- oder Pyramidenflächen entsprechen.

Wir überzeugen uns auf die angegebene Weise, dass im vorliegenden Falle nur die obere Reihe (Tabelle XXXV) alter Symbole möglich ist:

Tabelle XXXVIII.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>A</i>
alte Symbole	$\left\{ \begin{array}{l} (\bar{1}\bar{1}1) (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) (111) (\bar{1}11) \\ (111) (\bar{1}\bar{1}1) (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) (1\bar{1}\bar{1}) \end{array} \right.$				(5·676, 2·51, 1)
neue Symbole	$(\bar{1}11)$	$(1\bar{1}\bar{1})$	(111)	$(11\bar{1})$	

Indem nämlich die neuen Indices aus den alten dadurch hervorgehen, dass (hkl) in (klh) permutirt wird und dies eine cyklische Vertauschung ist, müssen die Symbole mit gleicher Zahl negativer Indices genommen werden; dieselbe Veränderung muss mit dem Zeichen von *A* vorgenommen werden, das dadurch in (2·51 1, 5·68) übergeht; hiebei ist wieder zwischen diesem und dem entgegengesetzten ($\bar{2}\cdot\bar{5}\bar{1}$, $\bar{1}$, $\bar{5}\cdot\bar{6}\bar{8}$) zu unterscheiden, was in gleicher Weise mit Rücksicht auf den Charakter der Fläche *A* geschieht; derselbe ist positiv, unter den beiden angeführten Zeichen stellt (2·51, 1, 5·68), weil durch cyklische Vertauschung aus (5·68, 2·53, 1) erhalten, eine positive Fläche dar, folglich ist dies das Zeichen von *A*.

Vergleichen wir hiermit das durch directe krystallonomische Methoden ermittelte (2·303, 1, 5·369), so finden wir eine erträgliche Uebereinstimmung, umsomehr als ersteres unter der Annahme des tesseraleen, letzteres des monoklinen Systemes gefunden wurde.

Für die Fläche *B* (Tafel III) finden wir ähnlich wie im früheren Falle zwei scharfe, schmale Lamellen *c* und *d* und zwei breite, etwas verflaserte *a* und *b*; die Reihenfolge der Lamellenbreite ist hier ohne weiters ersichtlich, sie ist in steigender Ordnung, *d c a b*; das Fallen geht, wenn *B* seitlich steht wie in Fig. 9, für *a* deutlich nach vorne, für *b* ebenso offenbar nach oben rückwärts; für *c* ist es nicht mit Sicherheit bestimmbar, doch scheint es nach unten rückwärts zu gehen; für *d* ist es unbestimmbar; wird *B* so gelegt, dass die Spur von *b* horizontal mit dem Fallen nach oben geht, so sehen wir, dass die Fläche negativ ist, und der Sinn des Fallens in den beobachteten Fällen mit dem von der Theorie geforderten übereinstimmt.

Die Spurenwinkel ergeben sich aus Tabelle XIX wie folgt:

Tabelle XXXIX.

	$dc = \sigma \ominus$	$ca = \ominus \Sigma$	$ab = \Sigma s$	$bd = s \sigma$	$ad = \Sigma \sigma$	$bc = s \ominus$
<i>B</i>	74°2	35°31	35°23	35°4	70°27	70°54

Man sieht sofort, dass die Fläche *B* nahe an der eigenthümlichen Fläche (1·618, 1, 0) liegen müsse, für welche je drei und drei der sechs Winkel α einander gleich werden. Die Flächen, welche zum Vergleiche in Betracht kommen, sind folgende, wobei unter *S* [Δ] die Summen der absoluten Grössen der Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Spurenwinkeln gegeben sind.

Tabelle XL.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S \Delta$
(530)	72·2	35·0	37·9	35·0	72·9	72·9	9·3
(1·618, 1, 0)	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	6·6
(320)	71·6	38·7	31·0	38·7	69·7	69·7	14·8
(14, 8, 1)	72·4	35·5	41·1	31·0	72·1	76·6	18·7
(13·176, 8, 1)	72·0	37·4	37·4	33·1	70·6	74·9	12·0
(12·624, 8, 1)	71·7	38·9	34·7	34·7	69·4	73·9	10·9
<i>B</i>	74·0	35·5	35·4	35·1	70·5	70·9	

Würden wir zwischen den zwei nächsten Flächen in den zwei Zonen interpolieren, so hätten wir — unter $S \Delta$ die Fehlersummen mit Berücksichtigung des Zeichens verstanden —

Tabelle XLI.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S \Delta$
(1·618, 1, 0)	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	
<i>B</i>	74·0	35·5	35·4	35·1	70·5	70·9	—0·6
(12·624, 8, 1)	71·7	38·9	34·7	34·7	69·4	73·9	10·9

Die Differenzensumme wäre oben —0·6, unten 10·9, so dass also *B* noch jenseits der Fläche (1·618, 1, 0) liegen müsste, was unmöglich ist, nachdem diese Fläche bereits das Endglied der Reihe mit wachsenden $\frac{k}{l}$ vorstellt; es kann also nicht zwischen diesen beiden Zonen, sondern es muss zwischen zwei Flächen der ersten Zone interpoliert werden; wir erhalten

Tabelle XLII.

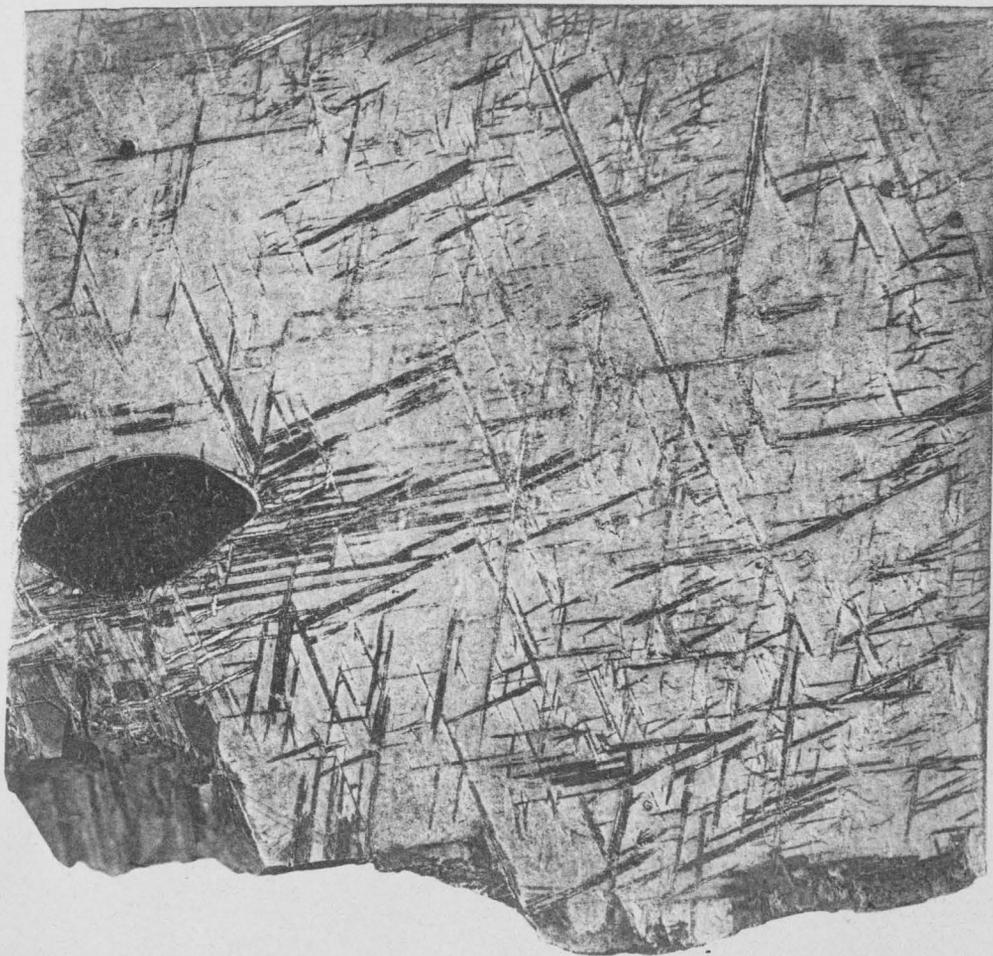
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S \Delta$
(530)	72·2	35·0	37·9	35·0	72·9	72·9	
<i>B</i>	74·0	35·5	35·4	35·1	70·5	70·9	5·7
(1·618, 1, 0)	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	0·2

also eine so unbedeutende Differenzensumme zwischen *B* und (1·618, 1, 0), dass aus diesem Verhalten im Zusammenhalte mit den Zahlen der Tabelle XLI hervorgeht, dass, soweit durch Interpolation mit Differenzen erster Ordnung aus Tabelle IV das Zeichen bestimmt werden kann, (1·618, 1, 0) dafür anzunehmen ist.

• Stellen wir wie in Tabelle XXXVIII die hiebei angenommenen Symbole der Flächen $a = \Sigma = (11\bar{1})$; $b = s = (111)$; $c = \mathfrak{C} = (1\bar{1}1)$; $d = \sigma = (1\bar{1}\bar{1})$ mit den ihnen definitiv zukommenden zusammen, so erhalten wir:



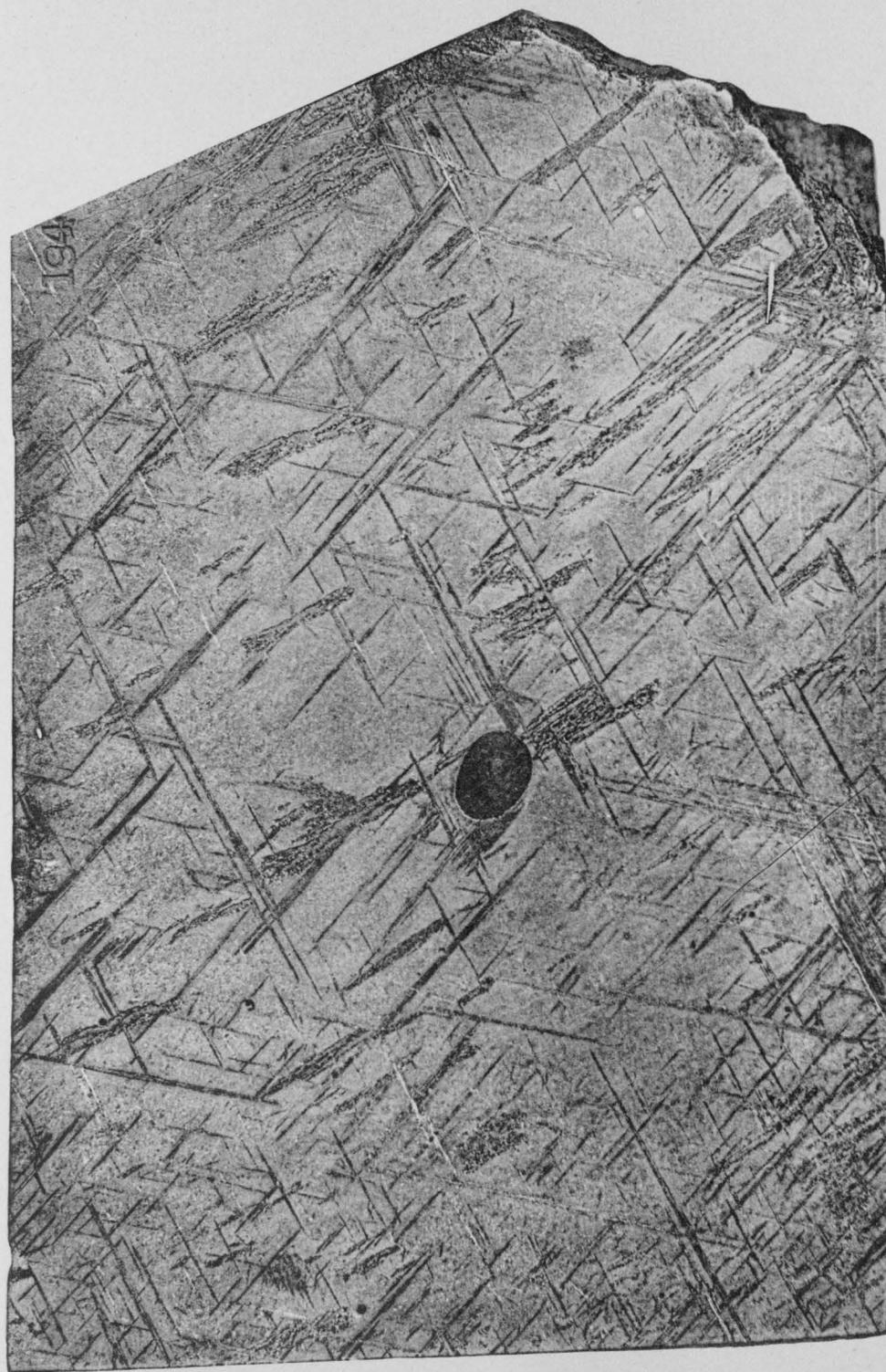
Lichtdruck, aus d. k. Hofu. Staatsdruckeret



Lithdruck, aus d. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



Lithdruck, aus d. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



Lichtdruck, aus d.k.k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Tabelle XLIII.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>B</i>
alte Symbole	$\left\{ \begin{array}{l} (11\bar{1}) \ (\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \ 111 \ (1\bar{1}\bar{1}) \\ (\bar{1}\bar{1}1) \ (111) \ (\bar{1}1\bar{1}) \ (\bar{1}11) \end{array} \right.$				(1·618, 1, 0)
neue Symbole	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1}) \ (1\bar{1}\bar{1}) \ (111) \ (11\bar{1})$				

und man überzeugt sich leicht, dass hier die obere Reihe von Symbolen genommen werden muss, weil die neuen Indices ($\bar{h}kl$) sind, wenn (hkl) die alten waren; diese Vertauschung aber ist keine cyklische. Das neue Symbol von *B* wird dementsprechend ($\bar{1}, 1\cdot618, 0$), welches eine positive Fläche bedeutet (ungerade Anzahl von Zeichenwechslern, erste Verkehrung, nichtcyklische Vertauschung, zweite Verkehrung, somit im Ganzen Wiederherstellung des Zeichens); nachdem *B* als negativ erkannt wurde, ist das Gegensymbol (1, $1\cdot6\bar{1}8, 0$) anzunehmen.

Der Vergleich dieses Zeichens mit dem direct erhaltenen ($8\cdot325, \overline{13\cdot451}, \bar{1}$) ergibt eine starke Abweichung, deren Grund jedoch leicht einzusehen ist; schon der Umstand, dass die Winkel der Fläche ($13\cdot176, 8, 1$), deren Zeichen ja dem direct unter der Annahme der monoklinen Symmetrie gefundenen sehr nahe steht, so schlecht mit der Beobachtung gestimmt hatten, spricht dafür, dass die Gründe der Differenz nur in einer Abweichung vom tesserale System liegen können; und in der That fällt die Fläche *B* sehr nahe an *M*, die Symmetrieebene des monoklinen Complexes, so dass auf dieser Ebene die Abweichungen der Winkel von der tesserale Lage am empfindlichsten sein müssen. Übrigens ist die Differenz zwischen direct und aus der Tabelle gefundenen Indices nicht so gross, als sie bei dem ersten Anblick der Symbole erscheinen mag, wie sich ergibt, wenn man die reciproken Verhältnisse $l:k, h:l$ und $k:h$ vergleicht.

Tabelle XLIV.

	<i>l:k</i>	<i>l:h</i>	<i>k:h</i>
Direct	0·074	0·120	1·616
aus Tabelle IV	0·000	0·000	1·618

Die Fläche *C* Tafel IV gestattet ebenso wie *B* eine sofortige Orientirung der vier Lamellensysteme; das System *d* macht sich durch seine Breite und die wellenförmige Begrenzung vor allen anderen bemerkbar; darauf folgen, untereinander nicht allzusehr verschieden, *c, b* und *a*, alle drei geradlinig begrenzt; das Fallen geht bei *d* nach links rückwärts, bei *c* nach links vorne, bei *b* nach rechts oben, bei *a* nach links oben und ist in allen vier Fällen durch das Gefimmler der in der Grundmasse liegenden winzigen Skelettchen leicht kenntlich.

Wird die Fläche so gelegt, dass *d* von rechts nach links mit dem Fallen nach rückwärts geht, so sehen wir, dass *C* rückläufig, negativ ist.

Die Spurenwinkel gibt wieder Tabelle XIX:

Tabelle XLV.

	$ab=\sigma\ominus$	$bc=\ominus\Sigma$	$cd=\Sigma s$	$da=\sigma\sigma$	$ca=\Sigma\sigma$	$db=s\ominus$
<i>C</i>	69°29	49°38	43°4	17°49	60°53	92°42

Es liegt also *C* am nächsten an Fläche (754) der Tabelle IV, und zwar findet sich

Tabelle XLVI.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(754)	65·9	51·0	45·0	18·1	63·1	96·0	
	-3·6	-1·4	1·9	-0·3	2·2	3·3	2·1
C	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	
	5·0	4·1	6·8	7·3	-0·5	2·7	25·4
(25·20·16)	64·5	53·7	36·3	25·1	61·4	90·0	

Es würde hieraus das Zeichen (6·93, 5, 4) gewonnen; wollte man die Einschaltung in die Zone $h32$ versuchen, so würden sich als die nächsten Nachbarn (964) und (4·7914, 3, 2) ergeben, und zwar:

Tabelle XLVII.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(4·7914, 3, 2)	68·5	46·0	46·0	19·5	65·5	92·0	
	-1·0	3·6	2·9	-1·7	4·6	-0·7	7·7
C	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	
	1·5	-1·9	0·8	4·2	-3·4	2·7	3·9
(964)	68·0	47·7	42·3	22·0	64·3	90·0	

Somit würde sich dadurch das Zeichen zu (2·30, 1·5, 1) bestimmen; und werden die so gewonnenen beiden Symbole (6·93, 5, 4) oder (1·73, 1·25, 1) und (2·30, 1·50, 1) mit C verglichen, so ergibt sich

Tabelle XLVIII.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(2·30, 1·50, 1)	68·2	47·7	42·3	22·0	64·3	90·0	
	-1·3	1·9	0·8	4·2	3·4	2·7	11·7
C	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	
	3·7	1·6	1·3	-0·8	-2·1	2·9	6·6
(1·73, 1·25, 1)	65·8	51·2	44·4	18·6	63·0	95·6	

durch deren Interpolation wir endlich erhalten $C=(1·936, 1·340, 1)$.

Tabelle XLIX.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
C	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7
(1·936, 1·340, 1)	66·7	49·9	43·6	19·8	63·5	93·6

Die Zusammenstellung der provisorischen Symbole $a=\sigma=(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$; $b=\mathfrak{S}=(\bar{1}\bar{1}1)$; $c=\Sigma=(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$; $d=s=(\bar{1}11)$ mit den definitiven ergibt

Tabelle L

	a	b	c	d	C
alte Symbole	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(\bar{1}11)$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(\bar{1}\bar{1}1)$	$(\bar{1}\bar{1}1)$ $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ $(\bar{1}11)$	(1·936, 1·340, 1)
neue Symbole	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	(111)	$(1\bar{1}\bar{1})$	

Nachdem die Transformation von (hkl) alt in (hkl) neu geschieht, müssen diejenigen Indices gewählt werden, welche sich durch gerade Anzahl von Zeichenwechsellern von den neuen unterscheiden, also diejenigen der ersten Reihe; dann geht also (hkl) in $(\bar{h}kl)$ über, und das Zeichen von C wird $(1\cdot936, 1\cdot340, 1)$ oder $(1\cdot936, 1\cdot340, \bar{1})$; nachdem C , wie wir gesehen haben, eine wesentlich negative Fläche ist, muss das zweite Symbol gewählt werden; der Vergleich zwischen diesem und dem direct gefundenen Symbole — $(1\cdot936, 1\cdot340, \bar{1})$ und $(1\cdot913, 1\cdot315, \bar{1})$ — zeigt eine gute Übereinstimmung.

10. Vergleich der beiderseitigen Resultate.

Wenn wir nun noch einmal die auf den zwei verschiedenen Wegen gefundenen Ergebnisse überblicken, so gelangen wir zu folgendem Bilde:

Tabelle LI.

		hkl	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$\Sigma [f]$
A	Gemessen	—	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0	—
	Direct ber.	$(2\cdot303, 1, 5\cdot369)$	74·3	32·3	56·8	16·7	73·5	89·1	1·2
	aus Tab. IV	$(2\cdot51, 1, 5\cdot68)$	73·3	32·8	56·5	17·4	73·9	89·2	3·6
B	Gemessen	—	74·0	35·5	35·4	35·1	70·5	70·9	—
	Direct ber.	$(8\cdot325, 13\cdot451, 1)$	73·9	35·9	35·0	35·2	70·2	70·9	1·3
	aus Tab. IV	$(1, 1\cdot618, 0)$	72·0	36·0	36·0	36·0	72·0	72·0	6·6
C	Gemessen	—	69·5	49·6	43·1	17·8	60·9	92·7	—
	Direct ber.	$(1\cdot913, 1\cdot315, \bar{1})$	69·1	50·2	42·6	18·1	60·7	92·8	2·1
	aus Tab. IV	$(1\cdot936, 1\cdot340, \bar{1})$	66·7	49·9	43·6	19·8	63·5	93·6	9·1

Hierin sind die Symbole (hkl) in der definitiven Ordnung, die $\alpha_1\alpha_2\dots$ jedoch in der aus Tabelle IV sich ergebenden Reihenfolge angeführt. Die $\Sigma[f]$ sind die Summen der absoluten Werthe der Differenzen der betreffenden berechneten Winkel gegen die beobachteten.

Hieraus ersehen wir zunächst, dass die Abweichungen von der tesseralen, octaëdrischen Bauweise ohne wesentlichen Einfluss auf die Indexbestimmung mittelst Tabelle IV bleiben, wenn nicht die Schnittfläche gerade mit der Ebene grösster Deformation zusammenfällt; denn auf der Fläche C haben wir die stärksten Unregelmässigkeiten der Winkel, trotzdem aber die genaueste Symbolisirung, welche nur um 1 — 1·5 Procent fehlerhaft ausfällt; die stärksten Fehler in den Indices finden wir auf B , welches der Ebene grösster Deformirung nahe liegt, obwohl die Winkelabweichungen bedeutend kleinere sind.

Es gleichen sich also die Winkelfehler im Allgemeinen gegenseitig aus, wenn nicht die Schnittfläche eine besonders ungünstige Lage hat.

In den meisten Fällen wird man daher mit der Genauigkeit der Symbolisirung, welche aus Tabelle IV zu erreichen ist, vollkommen ausreichen; dies gilt insbesondere von den zwei wichtigsten Aufgaben: der Beurtheilung der Zusammengehörigkeit von Ätzfiguren zu einem octaëdrischen Individuum und der raschen Orientirung behufs Deutung von Erscheinungen verschiedener Art, welche sich nicht auf octaëdrische, sondern anderweitige Flächensysteme beziehen. Solche Probleme werden in einer Reihe weiterer Arbeiten mehrfach zur Untersuchung gelangen.

Wo an die Symbolisirung strengere Anforderungen gestellt werden, wird man am besten thun, aus den mittelst Interpolation erster Ordnung gefundenen Indices nach den Formeln der Tabelle I die Spurenwinkel zu

berechnen, und dann von dieser genaueren Position aus weiter zu interpoliren, wozu man die v. Lang'schen Formeln benützen kann.

Ich habe im Bisherigen die Lamellenbreiten nicht quantitativ berücksichtigt, weil ich noch kein geeignetes Instrument besitze, um rasch eine grössere Zahl von Lamellenbreiten zu messen, was bei der erheblichen Schwankung der Breite nothwendig ist; sobald das in der Zeichnung bereits fertige Instrument ausgeführt sein wird, werden derlei Bestimmungen an zahlreichen Eisen durchgeführt werden.

Ich will noch die gemessenen ebenen Winkel BAC , CBA , ACB mit den monoklin gerechneten und denjenigen vergleichen, welche sich aus den obigen, mittelst Tabelle IV erhaltenen Indices berechnen lassen.

Tabelle LII.

	gemessen			gerechnet	
	aus 2 Lamellenwinkeln	Transporteur	graphisch	direct	aus Tab. IV
BAC	91·1	91·5	91·4	91·7	91·1
CBA	88·1	88·3	88·1	88·1	87·9
ACB	88·0	88·4	88·3	88·2	88·5

Aus diesen Werthen, welche den besten Massstab für den Fehler der berechneten Flächenlage abgeben, weil sie den Flächenwinkeln BC , CA , AB innerhalb eines Zehntelgrades gleich sind, geht also wiederum hervor, dass man unbedenklich die aus Tabelle IV durch einfache Interpolation gewonnenen Indices anstatt genauerer, nur auf sehr umständlichem Wege ableitbarer benützen darf, wofern es sich nicht darum handelt, gerade die Abweichung eines Complexes von der gesetzmässigen Bauweise zu ermitteln.

II. Untersuchung der Butlerplatte Tafel I.

Bezeichnen wir mit d dasjenige Lamellensystem, das der kurzen, in der Tafel horizontalen Seite des durch die Tafelumrisse gebildeten Dreieckes parallel geht, mit c das schwach von links nach rechts steigende, von den beiden steilen Systemen das von links unten nach rechts oben gehende mit a , das von rechts nach links aufsteigende mit b , so erscheinen a und c breiter und welliger begrenzt als b und d , welche scharf und schmal sind. Das Fallen geht bei c nach oben, bei b nach links, bei a nach rechts, wie aus dem Geflimmer der Grundmasse deutlich sichtbar wird; bei d ist ein Einspiegeln der Skelettchen nicht bemerkbar. Nachdem bei dieser Platte jedes Lamellensystem am Rande mindestens einmal als Absonderungsfläche bloss liegt, lassen sich die Winkel derselben zur Schnittfläche mit dem Anlegegoniometer bestimmen; es ergibt sich für $d—77^\circ$, $b—66^\circ$, $a—44^\circ$, $c—35^\circ$; bei d geht das Fallen nach unten (bezüglich Tafel I), bei den übrigen so wie es schon aus dem Geflimmer geschlossen wurde.

Nachdem keine Randkanten von genügender Ausdehnung an dieser Platte vorhanden sind, wurde die Messung der Spurenwinkel oder besser gesagt, der Spurenpositionen, mit dem schon früher verwendeten grossen Transporteur in der Weise bewerkstelligt, dass eine aufrechte ebene Schiene zuerst an die zwei hervorstehenden Punkte der rechten Dreiecksseite (Tafel I) angelegt, daran die Anschlagschiene des Transporteurs geschoben und nunmehr auf die Systeme a , c und d je dreissigmal, und zwar wie früher über die ganze Schnittfläche hinüber, eingestellt wurde; nachdem die Lamellen b von dieser Seite aus wegen ihres zu geringen Winkels mit derselben nicht gemessen werden konnten, wurde dann ebenso die Schiene an die zwei äussersten Punkte der Basis gelegt, und auf a und b , wieder je dreissigmal eingestellt; so ergab sich:

Tabelle LIII.

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>		<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
49°53	105°47	122°40	106°13	74°39		49°47	106° 0	121°51	107° 2	72°57
47 33	100 39	121 40	105 42	72 18		49 28	106 55	122 50	107 7	74 20
48 50	103 24	122 3	107 57	73 30		50 52	106 52	121 20	105 49	74 18
50 40	106 31	122 5	105 50	72 58		50 3	105 23	122 7	108 36	74 39
49 0	101 50	123 21	108 31	73 53		49 0	104 52	120 55	105 38	73 33
49 30	102 0	122 45	108 49	75 18		48 38	101 40	121 47	105 27	74 41
51 20	106 52	121 21	108 55	74 10		48 22	107 43	123 44	105 34	75 20
51 5	104 25	123 0	106 0	75 1		51 53	105 17	120 57	109 0	72 11
49 8	105 6	123 27	107 0	75 0		50 28	105 0	121 53	104 58	73 18
48 40	107 11	121 26	106 37	74 58		47 43	106 58	122 0	106 32	73 10
49°39	107°26	122° 5	106° 8	74°37	Gesamtmittel	49°20	105° 0	122° 6	106°45	74°13
48 12	103 44	122 38	106 27	73 40						
48 0	103 0	121 59	107 54	75 50						
48 10	104 56	122 34	105 20	74 51	1. Drittel	49°34	104°22	122°23	107° 9	74°11
48 30	104 44	122 9	106 25	75 36						
47 40	105 12	122 40	105 42	74 57						
51 27	105 37	121 37	107 49	75 0	2. Drittel	48°49	104°59	121°59	106°33	74°37
48 4	105 22	120 41	107 30	74 40						
50 29	107 6	121 26	106 38	75 39						
47 58	102 40	122 4	105 40	71 18	3. Drittel	49°37	105°40	121°56	106°34	73°51

Daraus ergeben sich die folgenden Werthe der Winkel α , denen ich gleich die Werthe für die beiden Flächen (6·1231, 3, 1) und (731) Tabelle IV und XXXII beigeetzt habe:

Tabelle LIV.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(731)	74·0	30·6	57·0	18·5	75 4	87·4	
	-0·7	1·9	1·3	-1·4	2·6	-0·8	2·9
(hkl)	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2	
	1·8	1·7	4·6	4·7	-0·1	2·9	15·6
(6·1231, 3, 1)	72·9	34·2	51·1	21·8	72·9	85·3	

Hieraus ergibt sich das Zeichen (6·862, 3, 1); wird andererseits aus der Zone h21 interpolirt, so finden wir die Nachbarflächen (4·5, 2, 1) und (421) mit folgenden Werthen:

Tabelle LV.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(4·5414, 2, 1)	73·1	33·9	57·9	15·2	73·1	91·7	
	-1·6	-1·4	2·2	1·9	0·3	3·5	4·9
(hkl)	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2	
	2·8	4·9	3·1	1·0	2·1	-1·8	12·1
(421)	71·9	37·4	52·6	18·1	70·7	90·0	

woraus (4·385, 2, 1) gefunden wird; und aus diesen beiden Zeichen endlich ergibt sich:

Tabelle LVI.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	$S\Delta$
(6·862, 3, 1)	73·8	31·2	56·1	19·0	75·0	87·1	
	-0·9	1·3	-0·4	1·9	2·2	1·1	5·2
(hkl)	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2	
	1·9	2·4	1·0	1·1	0·2	3·0	9·6
(5·385, 2, 1)	72·8	34·9	56·7	16·0	72·6	91·2	

woraus wir das endgiltige Zeichen (5·992, 2·651, 1) ermitteln. Vergleichen wir dieses Zeichen mit demjenigen der Fläche *A* des früheren Stückes (5·676, 2·510, 1), so sehen wir, dass die beiden Flächen nahe parallel sind; nachdem es bekannt ist, dass der Block, von welchem beide stammen, lediglich durch auf einander senkrechte Schnitte zertheilt wurde, sind diese zwei gleichsymbolisirten Flächen auch im Blocke einander parallel gewesen, nicht etwa blos relativ gegen je vier Octaëderflächen gleich orientirt; es ist unter solchen Umständen interessant, auf beiden Flächen die Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Winkeln zu vergleichen:

Tabelle LVII.

		α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
<i>A</i>	gemessen	74·5	32·4	56·6	16·5	73·1	89·0
	gerechnet (5·676, 2·510, 1)	73·3	32·8	56·5	17·4	73·9	89·2
	gemessen — gerechnet	+1·2	—0·4	+0·1	—0·9	—0·8	—0·2
Platte	gemessen	74·7	32·5	55·7	17·1	72·8	88·2
	gerechnet (5·992, 2·651, 1)	73·4	32·5	56·3	17·9	74·2	88·5
	gemessen — gerechnet	+1·3	±0·0	—0·6	—0·8	—1·4	—0·3

Es haben also die Differenzen mit Ausnahme einer einzigen nicht nur in beiden Fällen gleiches Vorzeichen, sondern auch annähernd gleiche Grösse; es wird dadurch wahrscheinlich, dass die Abweichung vom octaëdrischen Baue in dieser ganzen Meteoreisenmasse im selben Sinne erfolgte, eine Thatsache, welche ich zunächst durch Beobachtungen an eigens hiezu geschnittenen Eisen weiter verfolgen möchte, nachdem dieselbe im Falle ihrer allgemeineren Verbreitung für die Theorie der Entstehung der Meteoreisen von Wichtigkeit wäre; dass dies der Fall, erscheint mir wahrscheinlich, weil ich noch in allen von mir untersuchten Fällen Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Spurenwinkeln gefunden habe, welche über das Ausmass von Beobachtungsfehlern weit hinausgehen.

Zur Erklärung der Tafeln.

Tafel I. Eisen von Butler 1873. Zweites Stück, Seite 36 [156] — 38 [158], nahezu natürliche Grösse (Verkleinerung 0·87, also im Verhältnisse 7 zu 8). Die neun grösseren, weissgesäumten, dunklen Flecke sind eben so, wie die vielen bis stecknadelkopfgrossen, Troiliteinschlüsse, welche von Bandeseisen umschlossen werden; die dunklen Flecken an den Rändern der Platte rühren von theilweiser Oxydation des Eisens her. Die Verschiedenheit der Grundfarbe im Innern ist noch nicht aufgeklärt.

Tafel II—IV. Butler, erstes Stück, Seite 16 [136] — 36 [156]. Vordere, rechte seitliche und obere Fläche, jede in 2·4-facher Vergrösserung. Jede derselben zeigt einen grösseren Troiliteinschluss, um welchen sich in auffälliger Weise die Lamellen schaaren; man sieht hieran deutlich, wie sich zuerst der Troilit verfestigt und mit einer Taenithülle umgeben hat, welcher sodann als Nucleus für die weitere Krystallisation des (schwach entwickelten) Balkeneisens mit seinen Taenithüllen gewirkt hat. Zum Schlusse ist das überwiegende Fülleisen fest geworden.

Auf Tafel III sind horizontale, tiefe Furchen sichtbar, welche vom Schnitte des Stückes herrühren.

Die Ausführung in Lichtdruck war bei den Tafeln II—IV durch die Vergrösserung bedingt; man sieht, besonders an Tafel IV, dass auf diesem Wege befriedigende Resultate erhofft werden dürfen, wenn erst eine gleichmässige Herstellung der Drucke gelungen sein wird.