

DAS KRYSTALLSYSTEM
DES
RHOMBOEDRISCHEN KALK-HALOIDES
SEINE DEDUCTION UND PROJECTION
NEBST EINER
VERGLEICHUNG MIT DER ENTWICKELUNG DES TESSERAL-SYSTEMS

IN RHOMBOEDRISCHER STELLUNG.

VON Dr. FERDINAND HOCHSTETTER.

(MIT II TAFELN.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM XVIII. NOVEMBER MDCCCLII.)

Es gibt kein zweites Mineral, das einen gleichen Reichthum schön ausgebildeter Krystallgestalten zeigt, wie das rhomboedrische Kalk-Haloid, der Kalkspath. Die Kenntniss dieser mannigfaltigen Formen verdankt die Wissenschaft von Erasmus Bartholin an, der ums Jahr 1670 als der erste den isländischen Doppelspath untersuchte (*Erasmii Bartholini experimenta Crystalli Islandici. Hafniae 1670*), und von Bergmann an, welcher noch vor Haüy in einem unter den Abhandlungen der königlichen Societät von Upsala aufbewahrten Mémoire vom Jahre 1773 eine „Erklärung verschiedener abgeleiteter Krystallformen des Kalkspathes“ versuchte und fand, dass die verschiedenen Gestalten von einem inneren durch mechanische Theilung zu entblössenden Kerne durch Aufschichtung ähnlicher nach einem gewissen Gesetze abnehmender Grundkörper abgeleitet werden können, einer Reihe von Männern, an deren Namen sich die ganze Geschichte der Krystallographie knüpft: Romé de l'Isle, Haüy, Graf von Bournon, Monteiro, Levy, Weiss, Mohs, Naumann, Hausmann, Breithaupt, Haidinger. In neuester Zeit hat Herr Professor Zippe im III. Bande der Denkschriften der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kais. Akademie der Wissenschaften vom Jahre 1851 eine „Übersicht der Krystallgestalten des rhomboedrischen Kalk-Haloides“ gegeben, in der über 700 Varietäten dieses Mineralen als Combinationen von 42 verschiedenen Rhomboedern, 85 Skalenoedern, 7 Pyramiden und den Grenzgestalten, zwei sechsseitigen, zwei zwölfseitigen Prismen und einer geraden Endfläche zusammengestellt sind. Die Bestimmung dieser Formen und Flächen geschah auf dem Wege der Beobachtung durch Winkelmessung und krystallographische Entwicklung zahlreicher Combinationen, und es ist dieses Resultat einer

überraschend grossen Anzahl genau unterschiedener Krystallflächen gewiss der schönste Beweis des Fortschrittes der Beobachtungskunst.

Gleichen Schritt mit der Empirie hält aber die Theorie. Sie muss in die von der Erfahrung dargebotene Mannigfaltigkeit die Einheit bringen, in dem scheinbar regellosen Spiel der Natur das Gesetz der Entwicklung auffinden. Es ist unter den deutschen Krystallographen hauptsächlich Weiss und Mohs, denen die Wissenschaft ihre weitere Ausbildung nach dieser Richtung verdankt. Weiss hat den Ruhm, das Gesetz der Zonenbestimmung oder das Gesetz der Deduction, dass nämlich in der Entwicklung der verschiedenen Glieder eines Krystallsystems jedes spätere Glied vermöge des Parallelismus seiner Kanten bestimmt ist durch Zonen der früheren Glieder, zuerst in seiner ganzen Allgemeinheit und Bestimmtheit ausgesprochen und eine umfassende Anwendung dieses Gesetzes möglich gemacht zu haben durch Einführung einer einfachen auf gewisse Dimensionen, Axenverhältnisse, der Krystalle bezogene Bezeichnung der Krystallflächen, und Mohs war es, der in den aus einer Grundgestalt abgeleiteten Gestalten gewisse Reihenverhältnisse erkannte und den Begriff von Combination der Krystallgestalten feststellte.

So lassen sich jetzt als krystallonomische Grundsätze folgende 5 Gesetze aufstellen:

1. Das Gesetz des Flächenparallelismus: Jede Flächenaxe verbindet parallele gleichartige Flächen.

2. Das Gesetz des Zonenzusammenhanges: Die verschiedenen Glieder eines Krystallisationssystems hängen in der Weise mit einander zusammen, dass in ihrer Entwicklung jedes spätere Glied bestimmt ist durch die Zonen der früheren, mit anderen Worten: dass sich jedes spätere Glied aus den früheren deduciren lässt. Eine Zone aber ist bestimmt durch zwei gekante Ebenen des Systems, deren Durchschnittslinie (Kante) die Axe der Zone ist, und eine Fläche ist deducirt, wenn gezeigt ist, dass sie möglicherweise sehr vielen, wenigstens aber zwei Zonen angehört, deren Axen bekannt sind.

3. Das Gesetz der rationalen Axenverhältnisse: Die Axenschnitte aller krystallonomisch möglichen, d. h. deducirbaren Flächen jedes Krystallsystems stehen in rationalen Verhältnissen zu einem die verschiedenen Mineralspecies individuell charakterisirenden rationalen oder irrationalen Grundverhältnisse der als Einheit genommenen Axen des Grundkörpers, aus dem die Deduction geschieht.

4. Das Gesetz der Symmetrie: „Was der einen Seite recht ist, ist der andern billig“, d. h. gleichartige Theile einer Krystallgestalt erleiden bei hinzutretenden neuen Flächen gleiche Veränderung.

5. Das Gesetz der Erhaltung des Systems: Es können sich nur solche Flächen bei einer und derselben Mineralspecies combiniren, die im Deductionszusammenhange des Systems dieser Species stehen.

Mittelst dieser Gesetze ist es möglich geworden, sobald durch genaue Messung und Bestimmung einer Grundgestalt die hinreichende Anzahl von Zonen — im Allgemeinen 6, die ein Oktaid bilden — gegeben ist, ohne weitere Messung rein theoretisch ein ganzes System von Flächen durch Deduction zu bestimmen. Die dabei sich immer wiederholende Aufgabe ist keine andere, als nach den Sätzen der analytischen Geometrie im Raume den Ausdruck für den Durchschnitt zweier Ebenen zu finden und dadurch die Zonenaxen zu bestimmen, und dann wieder eine Ebene zu berechnen, welche durch zwei gegebene Linien, zwei bekannte Zonenaxen, geht. Die zu diesem Zwecke dienenden zwei allgemeinen Gleichungen enthalten die ganze analytische Theorie der Zonen. So leicht aber demgemäss die Aufgabe ist, so musste doch, je mehr anerkannt wurde, wie alle gegenseitigen Verhältnisse der verschiedenen Glieder eines mineralogischen Krystallsystems durch den Deductionszusammenhang bestimmt sind, wie daher der von aller subjectiven Annahme unabhängige mathematisch strenge Zonenzusammenhang bei jeder Krystallbetrachtung ein hauptsächliches Ziel des Erkennens sein müsse, das Bedürfniss entstehen, sich diesen Deductionszusammenhang

in seinem ganzen Umfange zur unmittelbaren sinnlichen Anschauung zu bringen, um in einem klaren Bilde mit einem Blicke den ganzen krystallonomischen Verband eines Systems und dessen mannigfaltige Verkettungen und Verzweigungen übersehen zu können, welche die Beobachtung und Rechnung nur vereinzelt auffindet und die innere Anschauung schon bei weniger entwickelten Systemen nur sehr schwer festzuhalten vermag. Das Verdienst, diese Aufgabe gelöst zu haben, gebührt den Professoren Neumann und Quenstedt, den Erfindern der graphischen Methoden der Krystallographie.

Neumann („Beiträge zur Krystallonomie“, erstes Heft, 1823) ausgehend von dem Gedanken, dass alle physicalischen Eigenthümlichkeiten eines Krystalles in den verschiedenen Richtungen anzusehen sind als Resultate von linearen Thätigkeiten, die senkrecht auf die Krystallflächen, d. h. in der Richtung ihrer Normalen, wirken, löst demgemäss auch alle krystallographischen Verhältnisse auf in Verhältnisse der Flächennormalen. Zone ist ihm der Inbegriff aller möglichen Flächen, deren Normalen in Einer Ebene (Zonenebene) liegen, und die Projection geschieht nun nach seiner „graphischen Punkt-methode“ in der Weise, dass man sich die Zonenebenen alle durch einen ausserhalb der Projectionsebene liegenden Punkt gelegt denkt, und die Schnittlinien dieser Zonenebenen mit der beliebigen Projectionsebene, gewöhnlich der geraden Endfläche des Systems, oder einer Kugeloberfläche als Zonenlinien und die Durchschnittspunkte der verlängerten Normalen in den Zonenlinien als die Orte der einzelnen Flächen des Systems verzeichnet. Eine Fläche ist deducirt, wenn durch den Durchschnitt zweier Zonenlinien ihr Ort bestimmt ist.

Quenstedt dagegen („Methode der Krystallographie“ 1840) geht bei seiner „graphischen Linienmethode“ aus von der Betrachtung der Krystallräume, legt die Reductionsebenen der Krystallräume durch Einen Punkt und verzeichnet dann die Durchschnittslinien dieser Reductionsebenen mit der Projectionsebene als Flächenlinien, die Durchschnittspunkte der verlängerten Zonenaxen, die zusammenfallen mit den Durchschnitten der Flächenlinien als Zonenpunkte. Verbindet man auf dieser Projection zwei noch nicht verbundene Zonenpunkte durch eine Linie, so ist diese Linie die Sectionslinie einer neuen deducirten Fläche.

So stehen beide Projectionsmethoden in einem netten sich gegenseitig ergänzenden Umkehrungsverhältnisse: Die Punkte, welche nach der ersten Methode Flächenorte sind, sind bei der zweiten Zonenpunkte, und die Linien, welche bei Neumann Zonenlinien sind, sind bei Quenstedt Flächenlinien. Daraus folgt, dass in jener Methode die Neigungsverhältnisse in den Zonen, d. i. die Kantenwinkel, in derselben Weise in den Zonenlinien dargestellt sind, wie bei dieser die Verhältnisse der ebenen Flächenwinkel in den Flächenlinien, und dass, was nach der Punkt-methode vom Mittelpunkte der graphischen Figur aus nach der Peripherie hin zu liegen kommt, nach der Linienmethode in umgekehrter Ordnung von der Peripherie herein mehr und mehr dem Mittelpunkte sich nähert. — Hat die Neumann'sche Methode vor der Quenstedt'schen eine grössere Einfachheit voraus, durch welche bei reich entwickelten Systemen das Projectionsbild weniger mit Linien überfüllt erscheint, so eignet dagegen der Quenstedt'schen Methode, als der directeren, eine grössere Anschaulichkeit, welche ihr daher auch die häufigere Anwendung sichert.

Die nach diesen graphischen Methoden entworfenen Bilder der verschiedenen Krystallsysteme nun sind es, auf denen sich der Krystallograph über alle gegenseitigen Verhältnisse der Flächen eines Systems orientirt, wie der Geograph auf seiner Landkarte, oder der Astronom auf seiner Himmelskarte, und welche durch ihre Symmetrie auch auf den Laien den Eindruck des schönsten organischen Zusammenhanges machen und ihn die Gesetzmässigkeit der krystallonomischen Entwicklung ahnen lassen, welche das Studium der Krystallographie so anziehend und lehrreich macht. — Die Berechnung der Linien und Punkte geschieht nach einfachen Formeln. — Da es aber weiter ein Grundsatz ist, der aus der Theorie folgt und durch die Erfahrung bestätigt ist, dass diejenigen Flächen in einem System am

häufigsten vorkommen, welche in dem einfachsten Deductionszusammenhange liegen, so sind diese Methoden nicht nur das leichteste und einfachste Mittel, sich eine vollständige Einsicht in die mannigfaltigen Verhältnisse der Flächen eines Systems zu verschaffen, sondern sie sind auch zur Kritik aller anderen Methoden geworden, indem die Richtigkeit der Annahme einer anders, wie z. B. durch Winkelmessung bestimmten Fläche zweifelhaft erscheinen muss, wenn sie in den einfachen Deductionszusammenhang ihres Systems nicht passen will. Dagegen steht ein durch solche Deduction und Projection gegebenes Bild, da es nur auf den Zusammenhang der Zonen gegründet ist, der sich nicht ändert, was auch durch fortschreitende schärfere Beobachtung in den Winkeln des Systems sich corrigiren mag, durchaus fest.

Von diesem Standpunkte aus mag daher die Nachweisung des Deductionszusammenhanges aller beobachteten Flächen einer Mineralspecies und dessen Fixirung in einem klaren Projectionsbilde eine Hauptaufgabe der theoretischen Krystallographie sein.

Diese Aufgabe ist es, welche wir mittelst der Quenstedt'schen Projectionsmethode für das rhomboedrische System des Kalkspathes zu lösen versuchen wollen, mit Zugrundlegung von Herrn Prof. Zippe's: „Übersicht u. s. w.“, um dadurch, wenn wir so sagen dürfen, eine Ergänzung dieser sehr dankenswerthen ausgezeichneten Arbeit zu geben.

A. Deduction und Projection des Kalkspathsystems.

Als passenden Ausgang für die Deduction wählt man in den rhomboedrischen Systemen ein $3 + 1$ flächiges Oktaid, das als Rhomboeder mit gerader Endfläche zu betrachten ist. Für das Kalkspathsystem bietet sich als solches Grundrhomboeder von selbst ein Rhomboeder dar, mit einem Endkantenwinkel von $105^{\circ} 5'$, das zwar nur selten als selbstständige Krystallgestalt vorkommt, aber durch die 3 ausgezeichneten Blätterbrüche des Kalkspathes bestimmt ist, und Hauptrhomboeder heisst. Zu Axen nimmt man dann am zweckmässigsten die 3 die Mitte der Seitenkanten des Hauptrhomboeders verbindenden Linien, welche sich unter einem Winkel von 60° schneiden, die sogenannten Nebenaxen a, a, a , und eine in ihrem Durchschnittspunkte senkrecht stehende, die Endecken des Hauptrhomboeders verbindende Hauptaxe c , die Einheit für das ganze System, durch deren Endpunkt bei der Projection alle Flächen gelegt zu denken sind. Projections- oder Intersectionsebene ist die Ebene der Axen a , die gerade Endfläche des Systems. Zur Berechnung des Systems endlich bedient man sich noch der 3 Zwischenaxen s, s, s , welche sich ebenfalls unter 60° schneiden, und den Winkel je zweier Axen a halbiren. Man zeichnet eine der 3 Zwischenaxen s als die Axe b aus, und die darauf senkrecht stehende Nebenaxe als die Axe a , nimmt aber $2s = b$, weil dadurch die beiden anderen Nebenaxen die Kantenzonenlinien der beiden auf einander rechtwinkeligen Axen a und b werden, und rechnet dann mit diesen zwei Axen a und b nach den von Quenstedt entwickelten Formeln. (Beiträge zur rechnenden Krystallographie. Tübingen 1848.) Dabei verhält sich für alle rhomboedrischen Systeme $a : s = 2 : \sqrt{3}$ oder $a : 2s = 2 : 2\sqrt{3}$, somit $a\sqrt{3} = 2s$ oder $3a^2 = 4s^2$, während das Verhältniss $c : a$ und $c : s$ individuell die verschiedenen Mineralien charakterisirt. Für das Hauptrhomboeder des Kalkspathes verhält sich, wie sich aus dessen Endkantenwinkel von $105^{\circ} 5'$ leicht ergibt,

$$c : a = 1 : 1.1706 \text{ und}$$

$$c : s = 1 : 1.0137.$$

Durch die aus einem rhomboedrischen Oktaid, beziehungsweise aus dem Hauptrhomboeder des Kalkspathes, deducirten Flächen entstehen nun eine Reihe gleichflächiger, d. h. von gleichen Krystallräumen gebildeter

Gestalten, (Quenstedt: Methode der Krystallographie, pag. 257 etc.) welche man besonders benannt hat: Rhomboeder, Skalenoeder (Dreieckprisma), Pyramiden (Dihexaeder); sechsseitige und zwölfseitige oder sechsundsechskantige Prismen (Säulen). Alle diese Gestalten finden sich theils einfach, theils in Combinationen in geringerer oder grösserer Mannigfaltigkeit beim Kalkspathe, und müssen daher, besonders nach ihren gegenseitigen Zonenverhältnissen, die mittelst der Projection leicht anschaulich werden¹⁾, noch näher betrachtet werden.

Das allgemeine Zeichen für die Fläche eines Rhomboeders nach Weiss ist:

$$\boxed{\begin{matrix} mc \\ a : a : \infty a \\ 2s : s : 2s \end{matrix}}$$

oder wie wir es für die Projection auf die Einheit der Axe c gebracht brauchen:

$$\boxed{\begin{matrix} c \\ \frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a \\ \frac{2}{m} s : \frac{1}{m} s : \frac{2}{m} s \end{matrix}}$$

Jedes Rhomboeder enthält also in seinem Flächenzeichen ∞a , während die zwei anderen a gleich geschnitten werden; m kann dabei nach unserem dritten krystallographischen Gesetze (pag. 90) jede rationale ganze und gebrochene Zahl bedeuten. Alle diese für m möglichen Zahlenverhältnisse sind gegeben in den von Quenstedt durch Deduction aus einem allgemeinen Oktaeder abgeleiteten Zahlenordnungen (cfr. Beiträge, etc. pag. 9), welche zugleich einen schönen Beweis jenes Gesetzes enthalten:

1. Ordnung: $\frac{n}{n+2}; \frac{1}{3}, \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \dots \dots \dots 1 \dots \dots \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, 2, 3; \frac{n+2}{n}$.
 2. Ordnung: $\frac{n}{n+4}; \frac{1}{5}, \left(\frac{2}{6} = \frac{1}{3}\right)^2, \frac{3}{7}, \left(\frac{4}{8} = \frac{1}{2}\right) \dots \dots 1 \dots \dots 2, \frac{7}{3}, (3), 5; \frac{n+4}{n}$.
 3. Ordnung: $\frac{n}{n+6}; \frac{1}{7}, \frac{2}{8} = \frac{1}{4}, \left(\frac{3}{9} = \frac{1}{3}\right) \dots \dots \dots 1 \dots \dots \dots (3), 4, 7; \frac{n+6}{n}$.
- etc.
- x^{te} . Ordnung: $\frac{n}{n+2x}; \dots \dots \dots 1 \dots \dots \dots \frac{n+2x}{n}$.

So ist also vermöge der Deduction eine unendliche Anzahl von Rhomboedern möglich, deren Grenzgestalt für $m = 0$ die gerade Endfläche des Systems $\boxed{\infty a : \infty a : \infty a}$ ist, auf welche projicirt wird, für $m = \infty$ ein sechsseitiges Prisma $\boxed{a : a : \infty a}$, welches das erste sechsseitige Prisma oder die sechsseitige Säule erster Ordnung heisst, und wo sie mit Rhomboedern auftritt, nothwendig die Ecken der Rhomboeder abstumpfen muss. Ihre Sectionslinien bei der Projection fallen mit den Nebenaxen a zusammen, während die Rhomboeder sich als gleichseitige Dreiecke projiciren, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Mittelpunkt der ganzen Projectionsfigur ist. Die Rhomboeder theilen sich in Bezug auf ihre gegenseitige Lage in Gruppen; die Flächen der einen Gruppe liegen wie die Kanten der anderen, und umgekehrt. Jedes Rhomboeder muss daher, wenigstens theoretisch, sein Gegenrhomboeder mit demselben Zeichen haben, dessen Flächen aber wie seine Kanten, und dessen Kanten wie seine Flächen liegen. Durch Rhomboeder und Gegenrhomboeder, wenn sie zusammen auftreten, ist dann eine Pyramide gebildet, die aber, weil sie zweierlei Flächen hat, nicht als wirkliche Pyramide, sondern als Combination zweier Rhomboeder zu betrachten ist. Sind die Rhomboeder in der einen Lage, und zwar diejenigen, deren Flächen liegen, wie die Flächen des Hauptrhomboeders, Rhomboeder erster Ordnung mit dem abgekürzten Zeichen $c : \frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a$, so sind die Rhomboeder in der Gegenlage Rhomboeder zweiter Ordnung und bekommen zum Unterschiede von denen erster Ordnung das Zeichen $c : \frac{1}{m} a' : \frac{1}{m} a' : \infty a'$

¹⁾ Vergl. zum Folgenden die vier schematischen Projectionsfiguren, Fig. I, II, III, IV auf Tafel I und II.

²⁾ Die Zahlen, welche keine neuen Ausdrücke geben, stehen in Klammern.

Aus der unendlichen Menge möglicher Rhomboeder heben sich aber wieder bestimmte Reihen heraus, deren Nebenaxen a bei gleicher Hauptaxe c sich verhalten, wie die Reihe der Potenzen von 2:

$$2^{-\infty} \dots 2^{-3}, 2^{-2}, 2^{-1}, 2^0, 2^1, 2^2, 2^3 \dots 2^{\infty},$$

d. h. deren Axen a im Allgemeinen sind:

$$2^{-\infty} \left(\frac{1}{m^1} a \right) \dots 2^{-2} \left(\frac{1}{m^1} a \right), 2^{-1} \left(\frac{1}{m^1} a \right), 2^0 \left(\frac{1}{m^1} a \right), 2 \left(\frac{1}{m^1} a \right) \dots 2^{\infty} \left(\frac{1}{m^1} a \right),$$

wo m^1 jede rationale ganze oder gebrochene, durch 2 nicht weiter theilbare Zahl bedeutet. Alle Rhomboeder einer solchen Reihe stehen in dem unmittelbaren Deductionszusammenhange zu einander, dass vom spitzigsten, d. h. von dem, dessen $\frac{1}{m} a$ den kleinsten Werth hat, ausgehend, die Fläche jedes folgenden stumpferen Rhomboeders die Endkanten des vorhergehenden spitzeren und die Seitenecken des folgenden zweiten stumpferen Rhomboeders gerade abstumpft. Daraus folgt, dass, wenn man von einem Rhomboeder in der Mitte der Reihe ausgeht, z. B. von dem, das in seinem Zeichen $2^0 \left(\frac{1}{m^1} a \right) = \frac{1}{m^1} a$ hat, das 2., 4., 6., u. s. w. ($2n$)te stumpfere und schärfere in der von diesem Rhomboeder abgeleiteten Reihe mit dem Grundrhomboeder selbst in dieselbe Ordnung gehören, das 1., 3., 5. . . . ($2n+1$)te stumpfere und schärfere Rhomboeder aber in die andere Ordnung. Der Coëfficient $\frac{1}{m^1}$ heisst die Grundzahl der Reihe. Das Projectionsbild einer Reihe von Rhomboedern aber, wie es Fig. III mit der entsprechenden Reihe der Gegenrhomboeder zeigt, ergibt sich leicht, wenn man bedenkt, dass jedes Rhomboeder einer Reihe in die Diagonalzone des folgenden stumpferen und in die Endkantenzone des vorhergehenden schärferen fällt. Die Reihe von Rhomboedern mit der Grundzahl 1, welche sich an das Hauptrhomboeder des Kalkspathes anschliesst, heisst die Hauptreihe, und die schärferen oder stumpferen Rhomboeder dieser Reihe sind vorzugsweise das erste, zweite etc. schärfere oder stumpfere. Alle anderen Reihen mit anderen Grundzahlen, als der Grundzahl 1, sind Nebenreihen. Lassen wir aus obigen Zahlenordnungen (pag. 93) alle diejenigen Zahlenverhältnisse weg, welche sich nach den Potenzen von 2 aus anderen Zahlen ableiten lassen, so bleiben uns als die möglichen Grundzahlen für die Nebenreihen der Rhomboeder

$$\begin{aligned} \text{in der 1. Ordnung: } & \frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9} \dots \frac{9}{7}, \frac{7}{5}, \frac{5}{3}, 3 \\ \text{in der 2. Ordnung: } & \frac{1}{5}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{7}{11} \dots \frac{11}{7}, \frac{9}{5}, \frac{7}{3}, 5 \\ \text{in der 3. Ordnung: } & \frac{1}{7}, \frac{3}{11}, \frac{5}{13}, \frac{7}{17} \dots \frac{17}{11}, \frac{13}{7}, \frac{11}{5}, 7 \\ \text{in der 4. Ordnung: } & \frac{1}{9}, \frac{3}{11}, \frac{5}{13}, \frac{7}{15} \dots \frac{15}{7}, \frac{13}{5}, \frac{11}{3}, 9 \\ \text{in der 5. Ordnung: } & \frac{1}{11}, \frac{3}{13}, \frac{5}{17}, \frac{7}{19} \dots \frac{19}{9}, \frac{17}{7}, \frac{13}{3}, 11 \\ \text{in der 6. Ordnung: } & \frac{1}{13}, \frac{3}{17}, \frac{5}{19}, \frac{7}{23} \dots \frac{23}{11}, \frac{19}{7}, \frac{17}{5}, 13 \end{aligned}$$

u. s. w.

Aus der Art der Ableitung dieser Zahlen, d. h. aus der Deduction, lässt sich schliessen, dass die ersten und letzten Glieder einer Ordnung als Grundzahlen wirklich vorkommender Rhomboederreihen am wahrscheinlichsten sind, und ebenso, dass jede höhere Ordnung im Allgemeinen seltener sich finden wird, als die niederen. Dies ist beim Kalkspathe auch wirklich so; denn die vorkommenden Grundzahlen beobachteter Rhomboederreihen beim Kalkspathe sind (cfr. Tabelle I.):

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, 3, 5, 7,$$

also erste und letzte Zahlen unserer Ordnungen, ferner noch aus der ersten Ordnung $\frac{5}{7}$ und $\frac{5}{3}$, aus der zweiten $\frac{7}{11}$, so dass also auch der Kalkspath in seinen Rhomboedern jenen Grundsatz bestätigt, dass diejenigen Flächen im Allgemeinen am häufigsten sich in der Natur finden, welche in dem einfachsten Deductionszusammenhange stehen.

Die einzelnen nach Zippe beim Kalkspathe sich findenden Rhomboeder, berechnet auf die Einheit der Hauptaxe c , sind nun in unserer Tabelle I zunächst in ihren Reihen vom schärfsten anfangend bis zum stumpfsten zusammengestellt, und die Reihen selbst wieder nach der Grösse ihrer Grundzahlen mit der kleinsten beginnend geordnet, wodurch die Hauptreihe naturgemäss in die Mitte zu stehen kommt. Die sogenannten verhüllten Rhomboeder, welche Herr Professor Zippe in seine Übersicht aufgenommen hat, kommen, wo es sich nur um die wirklich beobachteten Flächen handelt, nicht in Betracht. Dagegen sind die beiden Ordnungen der Rhomboeder der grösseren Übersichtlichkeit wegen in zwei besonderen Spalten aus einander gehalten. Das Haidinger'sche Symbol ist neben dem Weiss'schen Flächenzeichen überall mitgeführt.

Das allgemeine Weiss'sche Zeichen der Fläche eines Skalenoeders ist:

$$\frac{1}{p} c$$

$$a : \frac{1}{n} a : \frac{1}{n-1} a$$

$$\frac{2}{n+1} s : \frac{2}{2n-1} s : \frac{2}{n-2} s$$

oder wie wir es für die Projection auf die Einheit der Axe c gebracht brauchen:

$$c$$

$$pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$$

$$\frac{2p}{n+1} s : \frac{2p}{2n-1} s : \frac{2p}{n-2} s$$

wobei p und n wieder jede beliebige ganze oder gebrochene Zahl bedeuten kann. Das grösste a ist in jenem Zeichen immer als Einheit genommen, woraus folgt, dass $\frac{1}{n} a$ das kleinste, $\frac{1}{n-1} a$ das mittlere a der Grösse nach ist, ebenso dass $\frac{2}{2n-1} s$ immer das kleinste, $\frac{2}{n+1} s$ das mittlere, $\frac{2}{n-2} s$ das grösste s ist. Das kleinste s steht dann senkrecht auf dem grössten a , das grösste s senkrecht auf dem kleinsten a , das mittlere s senkrecht auf dem mittleren a .

Zwischen den Skalenoedern und den Rhomboedern finden nun mannigfaltige Verhältnisse Statt. Zu jedem Skalenoeder gehört im Allgemeinen ein Rhomboeder, dessen Seiten- oder Endkanten durch das Skalenoeder zugeschärft werden; und zu jedem Rhomboeder lassen sich eine unendliche Anzahl von Skalenoedern denken, welche dessen Seiten- oder Endkanten zuschärfen. Schon hieraus folgt, dass wohl mehr Skalenoeder vorkommen werden, als Rhomboeder. In Wirklichkeit ist das Verhältniss der Anzahl von Kalkspath-Skalenoedern zu der Anzahl der Kalkspath-Rhomboeder wie 2 zu 1. Das Rhomboeder, dessen Seitenkanten durch ein Skalenoeder zugeschärft werden, heisst das eingeschlossene, weil es unmittelbar durch die Seitenkanten des Skalenoeders selbst bestimmt ist. Da wir nun Rhomboeder erster und zweiter Ordnung haben, so müssen wir auch Skalenoeder erster und zweiter Ordnung haben: erster Ordnung sind die, deren eingeschlossenes Rhomboeder erster Ordnung ist, zweiter Ordnung die deren eingeschlossenes Rhomboeder zweiter Ordnung ist; gibt man jenen das abgekürzte Zeichen $c : pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$, so bekommen diese das Zeichen $c : pa' : \frac{p}{n} a' : \frac{p}{n-1} a'$. Immer liegen für die Rhomboeder und Skalenoeder einer Ordnung die stumpfen Endkanten der Skalenoeder wie die Flächen, die scharfen wie die Endkanten der Rhomboeder, also für Skalenoeder verschiedener Ordnung die stumpfen Endkanten der einen Ordnung, wie die scharfen der anderen, und umgekehrt. Wie wir Gegenrhomboeder hatten, so werden wir auch Gegenskalenoeder haben, das eingeschlossene Rhomboeder des Gegenskalenoeders wird das Gegenrhomboeder des im Skalenoeder eingeschlossenen Rhomboeders sein, und wie durch Rhomboeder und Gegenrhomboeder

eine sechsseitige Pyramide mit dem Zeichen $c : \frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a$ bestimmt war, so ist durch Skalenoeder und Gegenskaloeder eine sechs und sechskantige Pyramide $c : p a : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$ bestimmt, die aber, wie jene gleichkantige sechsseitige Pyramide, wo sie beim Kalkspathe sich einmal finden sollte, da sie zweierlei Flächen hat, nicht als selbstständiger Körper, sondern als Combination jener Skalenoeder zu betrachten ist. Die Skalenoeder projiciren sich als symmetrisch-gleichseitige Sechsecke mit je drei abwechselnd gleichen Winkeln.

Weitere Rhomboeder sind durch die Endkanten des Skalenoeders bestimmt (darunter Zippe's „verhüllte“ Rhomboeder), je eines durch die drei stumpfen und durch die drei scharfen Endkanten; das durch die stumpfen Endkanten bestimmte ist immer anderer, das durch die scharfen bestimmte gleicher Ordnung mit dem Skalenoeder selbst¹⁾. Endlich sind durch die abwechselnden Flächen eines Skalenoeders noch zwei Rhomboeder von Zwischenstellung gegeben, die weder erster noch zweiter Ordnung sind, als deren Combination in einer bestimmten gegen einander gedrehten Stellung das Skalenoeder selbst erscheint, also die beiden Hälften des Skalenoeders²⁾. Denken wir uns ferner zwei gleiche Rhomboeder, die in ihrer gegenseitigen Drehung um ihre Hauptaxe c gegen einander eine Reihe von Skalenoedern bestimmen, um 60° gegen einander gedreht, so werden die Kanten des nun entstehenden Skalenoeders im Gleichgewichte sein, d. h. dieses Skalenoeder wird eine gleichkantige sechsseitige Pyramide (Dihexaeder) sein mit dem Zeichen $c : \frac{p}{n} a : \frac{p}{2n} a : \frac{p}{n} a$. Sind uns jetzt die durch Rhomboeder und Gegenrhomboeder gegebenen Pyramiden erster Ordnung, so sind diese zweiter Ordnung; die Flächen der einen Ordnung liegen wie die Endkanten der anderen, und umgekehrt. Solche Pyramiden zweiter Ordnung finden sich beim Kalkspathe 7, die in unserer Tabelle I einfach nach der Grösse ihrer Axenwerthe geordnet sind; sie projiciren sich als reguläre Sechsecke, deren gegenüberliegende Ecken durch die Zwischenaxen s verbunden sind.

War die Grenzgestalt der Rhomboeder ausser der geraden Endfläche ein sechsseitiges Prisma erster Ordnung, so sind die Grenzgestalten der Skalenoeder ausser jener Endfläche im Allgemeinen sechs- und sechskantige Prismen (Säulen) mit dem Zeichen $\infty c : a : \frac{1}{n} a : \frac{1}{n-1} a$, deren zwei beim Kalkspathe beobachtet und in je sechs durch den Mittelpunkt der Projectionsfigur gehenden Linien projicirt sind; in dem besonderen Falle aber, wo die Kanten des Skalenoeders im Gleichgewichte sind, also eine Pyramide gebildet ist, ist die Grenzgestalt dieser Pyramiden ein zweites sechsseitiges Prisma, die sechsseitige Säule zweiter Ordnung mit dem Zeichen $\infty c : \frac{1}{n} a : \frac{1}{2n} a : \frac{1}{n} a = \infty c : a : \frac{1}{2} a : a$, deren Sectionslinien bei der Projection mit den Zwischenaxen s zusammenfallen, und die daher, wo sie in Combination auftritt, die Seitenkanten sämtlicher Rhomboeder und Skalenoeder, und die Kanten des ersten sechsseitigen Prisma's gerade abstumpfen muss.

Wie sich aber die Rhomboeder noch weiter eintheilen liessen, so müssen nun auch die Skalenoeder, um eine ordentliche Übersicht über sie zu bekommen, noch eingetheilt werden. Weiss in

¹⁾ Wie aus dem Flächenzeichen des Skalenoeders die Zeichen der Rhomboeder seiner Seiten- und Endkanten gefunden werden, cfr. Weiss: Fortsetzung der Theorie der Sechsendsechskantner und Dreiunddreikantner. Berliner Abh. 1840, pag. 34—35. Das $\frac{2p}{n+1} s$ des allgemeinen Zeichens der Skalenoeder ist immer identisch mit dem $\frac{2}{m} s$ des Rhomboeders der schärferen, das $\frac{2p}{2n-1} s$ identisch mit $\frac{2}{m} s$ des Rhomboeders der stumpferen Endkanten, und das $\frac{2p}{n-2} s$ mit dem $\frac{2}{m} s$ des eingeschlossenen Rhomboeders.

²⁾ Die Endkanten zonen dieser Rhomboeder von Zwischenstellung aber bestimmen selbst wieder 3 Rhomboeder von regelmässiger Stellung (cfr. Fig. 1), wovon immer 2 gleicher Ordnung mit dem Skalenoeder sind, eines anderer Ordnung. So sind die auf diese Weise durch das gewöhnliche Skalenoeder bestimmten 3 Rhomboeder $\frac{7}{4} R$, $7R$ und $\frac{7}{5} R'$, welche beim Kalkspathe auch wirklich beobachtet sind. Wie allgemein aus dem Zeichen des Skalenoeders die Zeichen dieser Rhomboeder sich finden, cfr. Weiss: „Neue Bestimmung einer Rhomboederfläche am Kalkspathe“, Abhandlung der Berliner Akademie, 1836.

seiner Abhandlung über die Theorie der Sechsendsechskantner und Dreiunddreikantner (Berl. Abh. 1823), theilt sie ein nach den Kantenzonen der Rhomboeder, in denen ihre Flächen liegen. Wir sahen oben (pag. 95), dass zu jedem Rhomboeder zwei Abtheilungen von Skalenoedern gehören, solche, welche seine Seitenkanten und solche, welche seine Endkanten zuschärfen. Alle diese Skalenoeder haben die Endkantenzonen des zugehörigen Rhomboeders gemeinschaftlich. So hätten wir für den Kalkspath die Skalenoeder aus der Kantenzone des Hauptrhomboeders, dann die aus der Kantenzone seines ersten, zweiten etc. schärferen und stumpferen zu unterscheiden. Betrachtet man aber die zweite Abtheilung von Skalenoedern, welche die Endkanten des Rhomboeders zuschärfen, näher, so findet sich, dass sie wieder in zwei Partien zerfallen, je nachdem sie die Endkanten des Rhomboeders so zuschärfen, dass ihre schärferen, oder dass ihre stumpferen Endkanten mit denen des Rhomboeders zusammenfallen. Die erstere Partie, deren stumpfe Endkanten liegen, wie die Flächen des Rhomboeders, ist gleicher Ordnung mit dem zugehörigen Rhomboeder und von der zweiten Partie, welche anderer Ordnung ist, jederzeit, wenigstens theoretisch, geschieden durch eine Pyramide, in welcher der Unterschied der abwechselnd schärferen und stumpferen Endkanten des Skalenoeders Null wird. So theilt also Weiss die Skalenoeder aus der Kantenzone eines Rhomboeders in drei Partien, die sich mittelst der Projection sehr leicht auffassen lassen, indem die Sectionslinien aller Skalenoeder eines Rhomboeders durch die Endkantenzonen-Punkte desselben gehen, so, dass die der ersten Partie zwischen den Sectionslinien der zweiten sechsseitigen Säule und denen des Rhomboeders selbst liegen (für alle diese Skalenoeder ist das Rhomboeder das eingeschlossene), die der zweiten Partie zwischen den Sectionslinien des Rhomboeders und der Pyramide, und endlich die der dritten Partie zwischen denen der Pyramide und des nächsten stumpferen des Rhomboeders, um das es sich handelt (cfr. Fig. II, welche die Projection dieser dreierlei Skalenoeder mit ihrer Pyramide und ihrem Rhomboeder zeigt). Da aber jedes Skalenoeder der zweiten Abtheilung natürlich wieder sein Rhomboeder einschliesst, und für dieses Rhomboeder daher in die erste Abtheilung gehört, umgekehrt Skalenoeder der ersten Abtheilung für ein Rhomboeder, für ein anderes in die zweite Abtheilung gehören, so wäre die Übersicht für unsern Zweck durch unnöthige Wiederholung erschwert, wenn man die zugehörigen Rhomboeder der Skalenoeder ordnen und jedem Rhomboeder seine drei Partien von Skalenoedern geben wollte.

Eine zweite Eintheilung der Skalenoeder, die auf die interessanten Reihenverhältnisse führt, ergibt sich aus folgenden Betrachtungen, die wir an die Mohs'sche Ableitungsmethode der Skalenoeder anschliessen. Diese Methode (Haidinger) bezeichnet mit nR ein beliebiges der Ableitung der Skalenoeder zu Grunde liegendes Rhomboeder, wo der Coefficient n das Verhältniss der Hauptaxe dieses Rhomboeders zu der als Einheit genommenen Axe des Hauptrhomboeders „bei gleicher Horizontalprojection“ oder bei gleicher Grösse der Nebenaxen a angibt. Setzt man nun die Hauptaxe dieses Rhomboeders gleich c , so werden bei gleicher Horizontalprojection des Rhomboeders und der Skalenoeder, die dessen Seitenkanten zuschärfen, die Hauptaxen dieser Skalenoeder allgemein die Grösse mc haben, wo m jede ganze oder gebrochene Zahl > 1 sein kann. Diese Zahl m heisst die Ableitungszahl des Skalenoeders, und Herr Sectionsrath Haidinger bezeichnet daher die die Seitenkanten des Rhomboeders nR zuschärfenden Skalenoeder mit nSm . Aus diesem Haidinger'schen Symbole lässt sich jederzeit sehr leicht das Weiss'sche Flächenzeichen ableiten, und umgekehrt aus dem Weiss'schen Zeichen das Haidinger'sche Symbol finden, da aus geometrischen Betrachtungen (cfr. Weiss: „Grundzüge der Theorie der Sechsendsechskantner und Dreiunddreikantner“ Berliner Abh. 1822—23, pag. 241 u. 242, und Fortsetzung dieser Abhandlung 1840, pag. 32) folgt, dass das n des allgemeinen Weiss'schen Zeichens und die Ableitungszahl m durch die zwei Gleichungen $m = \frac{n}{n-2}$ und $n = \frac{2m}{m-1}$ mit einander verbunden sind, das eingeschlossene Rhomboeder aber, das n des Haidinger'schen Symbols, aus dem dritten grössten s im Flächenzeichen des

Skalenoeders aus $\frac{2p}{n-2} s$ unmittelbar abzulesen ist; es ist nämlich das Haidinger'sche $n = \frac{1}{\frac{p}{n-2}} = \frac{n-2}{p}$.

So kann man also aus jedem beliebigen Rhomboeder beliebig viele Skalenoeder ableiten. Von diesen sind die nach verschiedenen Ableitungszahlen aus einem Rhomboeder abgeleiteten „ihrer Art nach verschieden,“ wie sich die Mohs'sche Methode ausdrückt, die aus verschiedenen Rhomboedern nach einerlei Ableitungszahl hervorgebrachten „ihrer Art nach gleich“, d. h. sie besitzen einerlei Querschnitt. So gruppieren sich also die Skalenoeder auch nach den Werthen von m . Wenn man aber überdies noch nach einerlei m aus jedem der auf einander folgenden Glieder einer Reihe von Rhomboedern ableitet, so bekommt man eine Reihe von Skalenoedern, die nach demselben Gesetze, wie jene Reihe der Rhomboeder fortschreitet, d. h. deren Axen a in demselben Potenzenverhältnisse zu einander stehen, wie die Axen der Rhomboeder¹⁾. Auch befinden sich die auf einander folgenden Glieder dieser Reihe abwechselnd in paralleler und verwendeter Stellung gegen einander und gegen die Grundgestalt, weil die Rhomboeder, aus denen sie entstehen, in diesen Stellungen sich befinden. Zu jeder Reihe von Rhomboedern lässt sich daher, da m jede ganze oder gebrochene Zahl sein kann, eine unendliche Anzahl von Skalenoederreihen denken, und jeder solchen Skalenoederreihe entspricht als Grenzgestalt ein sechsendeckiges Prisma. Die bei den Kalkspath-Skalenoedern sich findenden Werthe von m sind: $\frac{35}{33}, \frac{25}{23}, \frac{17}{15}, \frac{25}{21}, \frac{19}{15}, \frac{5}{4}, \frac{9}{7}, \frac{4}{3}, \frac{23}{17}, \frac{7}{5}, \frac{13}{9}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{19}{11}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}, 2, \frac{9}{4}, \frac{7}{3}, \frac{5}{2}, \frac{25}{9}, 3, \frac{13}{4}, \frac{11}{3}, 4, \frac{13}{3}, 5, \frac{17}{3}, 7, 9, 11, 12, 13, 15, \frac{71}{3}$, lauter Zahlen, welche in der zweiten Hälfte der pag. 93 angegebenen Zahlenordnungen sich finden müssen, und nach denselben Grundsätzen mehr oder weniger Wahrscheinlichkeit haben, welche wir bei den Grundzahlen der Rhomboederreihen aussprachen. Für den Kalkspath ist das Verhältniss der häufiger oder weniger häufig vorkommenden Ableitungszahlen²⁾ folgendes: nach der Zahl 3 sind am meisten Skalenoeder abgeleitet nämlich 11, nach der Zahl 2 sind es 7, nach 5, $\frac{7}{3}$ und $\frac{5}{3}$ sind es je 5, nach $\frac{3}{2}$ und $\frac{7}{5}$ je 4, nach 13 und 4 je 3, nach 9, 7, $\frac{13}{3}, \frac{5}{2}, \frac{9}{4}, \frac{9}{7}, \frac{17}{15}$ je 2, nach allen übrigen nur je einer; also hätten wir in Bezug auf die Häufigkeit des Vorkommens

in der 1. Linie die Zahl: 3

in der 2. Linie die Zahl: 2

in der 3. Linie die Zahlen: $5, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}$

in der 4. Linie die Zahlen: $\frac{3}{2}, \frac{7}{5}$

in der 5. Linie die Zahlen: 13, 4

in der 6. Linie die Zahlen: $9, 7, \frac{13}{3}, \frac{5}{2}, \frac{9}{4}, \frac{9}{7}, \frac{17}{15}$

in der 7. Linie die Zahlen: $\frac{71}{3}, 15, 13, 12, 11, \frac{17}{3}, \frac{11}{3}, \frac{13}{4}, \frac{25}{9}, \frac{9}{5}, \frac{7}{4}, \frac{19}{11}, \frac{13}{9}, \frac{23}{17}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{19}{15}, \frac{25}{23}, \frac{25}{33}$

Durch die häufigeren Ableitungszahlen werden auch grössere oder kleinere Theile von Skalenoederreihen gebildet, z. B. durch die Zahl 3 aus der Hauptreihe der Rhomboeder die Skalenoederreihe:

$$\left. \begin{array}{l} c : \frac{1}{4} a : \frac{1}{12} a : \frac{1}{8} a \\ \frac{1}{8} s : \frac{1}{10} s : \frac{1}{2} s \end{array} \right\} = 4 S 3 \quad \left| \quad \left. \begin{array}{l} c : \frac{1}{2} a' : \frac{1}{6} a' : \frac{1}{4} a' \\ \frac{1}{4} s' : \frac{1}{5} s' : s' \end{array} \right\} = 2 S' 3$$

¹⁾ Cfr. die Reihen pag. 98 und 99.

²⁾ Cfr. pag. 107 und 108. 2. c) d) und e).

$$\left. \begin{array}{l} c : a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a \\ \frac{1}{2} s : \frac{2}{5} s : 2s \end{array} \right\} = S3$$

$$\left. \begin{array}{l} c : 2 a' : \frac{2}{3} a' : a' \\ s' : \frac{4}{5} s' : 4 s' \end{array} \right\} = \frac{1}{2} S' 3$$

$$\left. \begin{array}{l} c : 4 a : \frac{4}{3} a : 2 a \\ 2 s : \frac{8}{5} s : 8 s \end{array} \right\} = \frac{1}{4} S3$$

ferner aus der Rhomboederreihe mit der Grundzahl 5 die Reihe:

$$\left. \begin{array}{l} c : \frac{5}{8} a : \frac{5}{24} a : \frac{5}{16} a \\ \frac{5}{16} s : \frac{1}{4} s : \frac{5}{4} s \end{array} \right\} = \frac{8}{5} S3$$

$$\left. \begin{array}{l} c : \frac{5}{4} a' : \frac{5}{12} a' : \frac{5}{8} a' \\ \frac{5}{8} s' : \frac{1}{2} s' : \frac{5}{2} s' \end{array} \right\} = \frac{4}{5} S' 3$$

$$\left. \begin{array}{l} c : \frac{5}{2} a : \frac{5}{6} a : \frac{5}{4} a \\ \frac{5}{4} s : s : 5 s \end{array} \right\} = \frac{2}{5} S3$$

$$\left. \begin{array}{l} c : 5 a' : \frac{5}{3} a' : \frac{5}{2} a' \\ \frac{5}{2} s' : 2 s' : 10 s' \end{array} \right\} = \frac{1}{5} S' 3$$

Es genügen diese Beispiele, um dieselbe Gesetzmässigkeit in der Reihenbildung der Skalenoeder erkennen zu lassen, wie sie sich bei den Rhomboedern fand. Eine ähnliche Reihe von vier Gliedern wird beim Kalkspath noch gebildet durch die Ableitungszahl 5 aus der Hauptreihe, ferner von drei Gliedern durch die Ableitungszahlen 4, 2, $\frac{5}{3}$, und $\frac{2}{3}$ ebenfalls aus der Hauptreihe, durch $\frac{7}{5}$ aus der Nebenreihe mit der Grundzahl $\frac{1}{5}$, endlich von zwei Gliedern durch die Zahlen 13, 9, 7, $\frac{13}{2}$, $\frac{7}{3}$, 2, $\frac{9}{7}$ meistens auch aus der Hauptreihe. Alle übrigen Kalkspath-Skalenoeder sind einzelne Glieder nicht weiter entwickelter Reihen. Alle diese Ableitungs- und Reihenverhältnisse stellen sich in der Projection wieder auf charakteristische Weise dar (cfr. Fig. IV). Die nach einerlei m z. B. nach 3 abgeleiteten Skalenoeder mit ihrer Grenzgestalt haben sechs Vertikalzonen gemeinschaftlich, d. h. ihre Sectionslinien gehen einander parallel und die die Skalenoeder einer Reihe bildenden Rhomboeder von Zwischenstellung (cfr. pag. 96) bilden selbst wieder eine Reihe; die Sectionslinien eines solchen Rhomboeders liegen also in den Diagonal-Zonenpunkten des dem stumpferen Skalenoeder angehörenden Rhomboeders von Zwischenstellung und in den Endkanten zonen des dem schärferen Skalenoeder angehörenden Rhomboeders von Zwischenstellung; die symmetrischen Sechsecke aber, in denen sich die Skalenoeder selbst projectiren, erscheinen abwechselnd in paralleler und verwendeter Stellung gegen einander.

So liessen sich also die Skalenoeder auch nach ihren Ableitungszahlen ordnen, das spitzigste, d. i. das mit der grössten Ableitungszahl voran, und dann die mit gleicher Ableitungszahl in die gebildeten Reihen zusammenstellen.

Wir haben bei der Zusammenstellung der beobachteten Skalenoeder in der Tabelle I die grösstmögliche Übersicht zu erhalten geglaubt durch eine Combination beider möglichen Anordnungsweisen. Es sind die Skalenoeder, die dasselbe Rhomboeder einschliessen, zusammengestellt und in diesen Gruppen nach ihren Ableitungszahlen von der grössten bis zur kleinsten an einander gereiht. Die eingeschlossenen Rhomboeder selbst, sind nach denselben Grundsätzen geordnet, wie die Rhomboeder in Tabelle I. Durch diese Ordnung erhält man für die Projection noch den Vortheil, dass man jedes Skalenoeder, das man will, leicht auf der verwickeltsten Projectionsfigur finden kann, indem man nur die Projection des eingeschlossenen Rhomboeders zu suchen hat, in dessen Endkanten zonen sich dann die Sectionslinien der Skalenoeder von der Axe s aus in derselben Ordnung folgen, wie die Skalenoeder in der Tabelle.—

Die grosse Menge interessanter geometrischer Verhältnisse und Eigenschaften, an denen die Rhomboeder und Skalenoeder so reich sind, wie die metastatischen Verhältnisse u. s. w. gehören nicht in den Bereich unserer Aufgabe, und wir gehen nun zur Betrachtung des allgemeinen Projectionsbildes des ganzen Systemes (Fig. V) über, schicken aber auf folgender Tabelle I noch die Übersicht der einzelnen Flächen

des Kalkspathes voraus, die vom Herrn Prof. Zippe (a. a. O.) zusammengestellt sind, berechnet auf die Einheit der Axe c , wie es für die Projection nothwendig ist, und nach den oben angegebenen Grundsätzen geordnet.

Tabelle I.
Übersicht der Flächen des Kalkspathsystems¹⁾.
A. Die Rhomboeder des Kalkspathes²⁾.

Rhomboeder I. Ordnung.		Grundzahlen d. Rhomboederreihen	Rhomboeder II. Ordnung.		Rhomboeder I. Ordnung.		Grundzahlen d. Rhomboederreihen	Rhomboeder II. Ordnung.		
Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss		Flächenzeichen nach Weiss	Haidinger's Symbol	Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss.		Flächenzeichen nach Weiss	Haidinger's Symbol	
nR	$\frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a$ $\frac{2}{m} s : \frac{1}{m} s : \frac{2}{m} s$		$\frac{1}{m} a' : \frac{1}{m} a' : \infty a'$ $\frac{2}{m} s' : \frac{1}{m} s' : \frac{2}{m} s'$	nR'	nR	$\frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a$ $\frac{2}{m} s : \frac{1}{m} s : \frac{2}{m} s$		$\frac{1}{m} a' : \frac{1}{m} a' : \infty a'$ $\frac{2}{m} s' : \frac{1}{m} s' : \frac{2}{m} s'$	nR'	
Nebenreihen mit Grundzahlen < 1.										
$13R$	$\frac{c}{\frac{1}{3} a} : \frac{1}{3} a : \infty a$ $\frac{2}{3} s : \frac{1}{3} s : \frac{2}{3} s$	$\frac{1}{3}$					$\frac{1}{7}$	$\frac{c}{\frac{2}{7} a'} : \frac{2}{7} a' : \infty a'$ $\frac{4}{7} s' : \frac{2}{7} s' : \frac{4}{7} s'$	$\frac{7}{2} R'$	
$\frac{1}{4} R$	$\frac{c}{\frac{1}{3} a} : \frac{1}{3} a : \infty a$ $\frac{8}{13} s : \frac{4}{13} s : \frac{8}{13} s$				$\frac{7}{4} R$	$\frac{c}{\frac{1}{7} a} : \frac{1}{7} a : \infty a$ $\frac{2}{7} s : \frac{1}{7} s : \frac{2}{7} s$				
			$\frac{c}{\frac{8}{13} a'} : \frac{8}{13} a' : \infty a'$ $\frac{16}{13} s' : \frac{8}{13} s' : \frac{16}{13} s'$	$\frac{13}{8} R'$				$\frac{c}{\frac{8}{7} a'} : \frac{8}{7} a' : \infty a'$ $\frac{16}{7} s' : \frac{8}{7} s' : \frac{16}{7} s'$	$\frac{7}{8} R'$	
		$\frac{1}{11}$	$\frac{c}{\frac{1}{11} a'} : \frac{1}{11} a' : \infty a'$ $\frac{2}{11} s' : \frac{1}{11} s' : \frac{2}{11} s'$	$11 R'$			$\frac{1}{5}$	* $\frac{c}{\frac{1}{5} a'} : \frac{1}{5} a' : \infty a'$ $\frac{2}{5} s' : \frac{1}{5} s' : \frac{2}{5} s'$	$5 R'$	
			$\frac{c}{\frac{1}{11} a'} : \frac{1}{11} a' : \infty a'$ $\frac{8}{11} s' : \frac{4}{11} s' : \frac{8}{11} s'$	$\frac{11}{8} R'$	$\frac{5}{2} R$	* $\frac{c}{\frac{2}{5} a} : \frac{2}{5} a : \infty a$ $\frac{4}{5} s : \frac{2}{5} s : \frac{4}{5} s$	$\frac{1}{5}$	$\frac{c}{\frac{2}{5} a'} : \frac{2}{5} a' : \infty a'$ $\frac{4}{5} s' : \frac{2}{5} s' : \frac{4}{5} s'$ Gegenrhomboeder.	$\frac{5}{2} R'$	
$\frac{1}{2} R$	$\frac{c}{\frac{2}{9} a} : \frac{2}{9} a : \infty a$ $\frac{4}{9} s : \frac{2}{9} s : \frac{4}{9} s$	$\frac{1}{9}$						* $\frac{c}{\frac{4}{5} a'} : \frac{4}{5} a' : \infty a'$ $\frac{8}{5} s' : \frac{4}{5} s' : \frac{8}{5} s'$	$\frac{5}{4} R'$	
			$\frac{c}{\frac{4}{9} a'} : \frac{4}{9} a' : \infty a'$ $\frac{8}{9} s' : \frac{4}{9} s' : \frac{8}{9} s'$	$\frac{9}{4} R'$	$3R$	$\frac{c}{\frac{1}{3} a} : \frac{1}{3} a : \infty a$ $\frac{2}{3} s : \frac{1}{3} s : \frac{2}{3} s$	$\frac{1}{3}$			
$28R$	$\frac{c}{\frac{1}{8} a} : \frac{1}{8} a : \infty a$ $\frac{1}{4} s : \frac{1}{8} s : \frac{1}{4} s$	$\frac{1}{7}$						* $\frac{c}{\frac{2}{3} a'} : \frac{2}{3} a' : \infty a'$ $\frac{4}{3} s' : \frac{2}{3} s' : \frac{4}{3} s'$	$\frac{3}{2} R'$	
			$\frac{c}{\frac{1}{4} a'} : \frac{1}{4} a' : \infty a'$ $\frac{1}{2} s' : \frac{1}{4} s' : \frac{1}{2} s'$	$14 R'$			$\frac{7}{11}$	$\frac{c}{\frac{7}{11} a'} : \frac{7}{11} a' : \infty a'$ $\frac{14}{11} s' : \frac{7}{11} s' : \frac{14}{11} s'$	$\frac{11}{7} R'$	
$7R$	$\frac{c}{\frac{1}{7} a} : \frac{1}{7} a : \infty a$ $\frac{2}{7} s : \frac{1}{7} s : \frac{2}{7} s$						$\frac{5}{7}$	$\frac{c}{\frac{5}{7} a'} : \frac{5}{7} a' : \infty a'$ $\frac{10}{7} s' : \frac{5}{7} s' : \frac{10}{7} s'$	$\frac{7}{5} R'$	

1) In dieser Tabelle sind die auf Fig. V projicirten Flächen mit Sternchen (*) links bezeichnet. Die zweifelhaften, nicht sicher beobachteten oder bestimmten Flächen sind durch ein Fragezeichen (?) bezeichnet.

2) Diese Rhomboeder liegen alle in einem einfachen Deductions-Zusammenhange, sind daher, wenn auch ihr Vorkommen zum Theile noch nicht hinlänglich sicher bestätigt ist, jedenfalls theoretisch leicht möglich.

Rhomboeder I. Ordnung.		Grundzahlen d. Rhomboederreihen	Rhomboeder II. Ordnung.		Rhomboeder I. Ordnung.		Grundzahlen d. Rhomboederreihen	Rhomboeder II. Ordnung.	
Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a$ $\frac{2}{m} s : \frac{1}{m} s : \frac{2}{m} s$		Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{1}{m} a' : \frac{1}{m} a' : \infty a'$ $\frac{2}{m} s' : \frac{1}{m} s' : \frac{2}{m} s'$	Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{1}{m} a : \frac{1}{m} a : \infty a$ $\frac{2}{m} s : \frac{1}{m} s : \frac{2}{m} s$		Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{1}{m} a' : \frac{1}{m} a' : \infty a'$ $\frac{2}{m} s' : \frac{1}{m} s' : \frac{2}{m} s'$
Hauptreihe mit der Grundzahl 1.									
16 R	* c $\frac{1}{16} a : \frac{1}{16} a : \infty a$ $\frac{1}{8} s : \frac{1}{16} s : \frac{1}{8} s$	1			R	* c $a : a : \infty a$ $2 s : s : 2 s$ Hauptrhomboeder		* c $a' : a' : \infty a'$ $2 s' : s' : 2 s'$ Gegenrhomboeder	R'
			* c $\frac{1}{8} a' : \frac{1}{8} a' : \infty a'$ $\frac{1}{4} s' : \frac{1}{8} s' : \frac{1}{4} s'$	8 R'	? $\frac{1}{2} R$	* c $2 a : 2 a : \infty a$ $4 s : 2 s : 4 s$ Gegenrhomboeder		* c $2 a' : 2 a' : \infty a'$ $4 s' : 2 s' : 4 s'$	$\frac{1}{2} R'$
4 R	* c $\frac{1}{4} a : \frac{1}{4} a : \infty a$ $\frac{1}{2} s : \frac{1}{4} s : \frac{1}{2} s$		* c $\frac{1}{4} a' : \frac{1}{4} a' : \infty a'$ $\frac{1}{2} s' : \frac{1}{4} s' : \frac{1}{2} s'$ Gegenrhomboeder	4 R'	$\frac{1}{4} R$	* c $4 a : 4 a : \infty a$ $8 s : 4 s : 8 s$		* c $4 a' : 4 a' : \infty a'$ $8 s' : 4 s' : 8 s'$ Gegenrhomboeder	$\frac{1}{4} R'$
			* c $\frac{1}{2} a' : \frac{1}{2} a' : \infty a'$ $s' : \frac{1}{2} s' : s'$	2 R'					
Nebenreihen mit Grundzahlen > 1.									
		$\frac{5}{3}$	* c $\frac{5}{12} a' : \frac{5}{12} a' : \infty a'$ $\frac{5}{6} s' : \frac{5}{12} s' : \frac{5}{6} s'$	$\frac{1}{5} R'$				* c $\frac{5}{4} a' : \frac{5}{4} a' : \infty a'$ $\frac{5}{2} s' : \frac{5}{4} s' : \frac{5}{2} s'$	$\frac{1}{5} R'$
$\frac{5}{3} R$	* c $\frac{5}{3} a : \frac{5}{3} a : \infty a$ $\frac{5}{3} s : \frac{5}{3} s : \frac{5}{3} s$? $\frac{1}{5} R$	* c $\frac{5}{3} a : \frac{5}{3} a : \infty a$ $5 s : \frac{5}{3} s : 5 s$			
			* c $\frac{5}{3} a' : \frac{5}{3} a' : \infty a'$ $\frac{10}{3} s' : \frac{5}{3} s' : \frac{10}{3} s'$	$\frac{1}{5} R'$				* c $5 a' : 5 a' : \infty a'$ $10 s' : 5 s' : 10 s'$	$\frac{1}{5} R'$
$\frac{1}{10} R$	* c $\frac{10}{3} a : \frac{10}{3} a : \infty a$ $\frac{20}{3} s : \frac{10}{3} s : \frac{20}{3} s$							* c $\frac{7}{8} a' : \frac{7}{8} a' : \infty a'$ $\frac{7}{4} s' : \frac{7}{8} s' : \frac{7}{4} s'$	$\frac{1}{7} R'$
		3	* c $\frac{3}{2} a' : \frac{3}{2} a' : \infty a'$ $3 s' : \frac{3}{2} s' : 3 s'$	$\frac{1}{3} R'$? $\frac{1}{7} R$	* c $\frac{7}{4} a : \frac{7}{4} a : \infty a$ $\frac{7}{2} s : \frac{7}{4} s : \frac{7}{2} s$			

Die Grenzgestalten der Rhomboeder.

Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss
0 R	* c $\infty a : \infty a : \infty a$ $\infty s : \infty s : \infty s$ gerade Endfläche
∞R	* ∞c $a : a : \infty a$ $2 s : s : 2 s$ erstes sechseitiges Prisma.

B. Die Skalenoeder des Kalkspathes¹⁾.

Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören.	Skalenoeder II. Ordnung.		Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören.	Skalenoeder II. Ordnung.	
Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$ $\frac{2p}{n+1} s' : \frac{2p}{2n-1} s' : \frac{2p}{n-2} s'$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n} a' : \frac{p}{n-1} a'$ $\frac{2p}{n+1} s' : \frac{2p}{2n-1} s' : \frac{2p}{n-2} s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$	Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$ $\frac{2p}{n+1} s' : \frac{2p}{2n-1} s' : \frac{2p}{n-2} s'$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n} a' : \frac{p}{n-1} a'$ $\frac{2p}{n+1} s' : \frac{2p}{2n-1} s' : \frac{2p}{n-2} s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu Nebenreihen mit Grundzahlen < 1 gehören.									
		$\frac{1}{161}$	$\frac{c}{14} a' : \frac{1}{175} a' : \frac{1}{168} a'$ $\frac{1}{81} s' : \frac{2}{343} s' : \frac{2}{126} s'$	$161S' \frac{2}{3}$			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} a' : \frac{3}{55} a' : \frac{3}{55} a'$ $\frac{2}{25} s' : \frac{2}{5} s' : \frac{2}{5} s'$	$\frac{5}{4} S' \frac{1}{5}$
		$\frac{3}{154}$	$\frac{9}{14} a' : \frac{9}{98} a' : \frac{9}{476} a'$ $\frac{1}{28} s' : \frac{3}{161} s' : \frac{3}{77} s'$	$154S' \frac{2}{3}$				$4a' : \frac{4}{7} a' : \frac{2}{3} a'$ $s' : \frac{2}{13} s' : \frac{2}{5} s'$	$\frac{5}{4} S' \frac{2}{5}$
$17 \frac{2}{3} S' \frac{2}{17}$	$\frac{2}{3} a : \frac{2}{3} a : \frac{1}{10} a$ $\frac{2}{13} s : \frac{4}{43} s : \frac{4}{17} s$	$\frac{1}{17}$			$\frac{5}{8} S' \frac{2}{5}$	$8a : \frac{8}{7} a : \frac{4}{3} a$ $2s : \frac{16}{13} s : \frac{16}{5} s$			
$11 \frac{1}{2} S' \frac{1}{11}$	$\frac{1}{2} a : \frac{2}{9} a : \frac{2}{15} a$ $\frac{4}{23} s : \frac{2}{17} s : \frac{4}{11} s$	$\frac{1}{11}$			$3 \frac{2}{3} S' \frac{2}{3}$	$\frac{3}{5} a : \frac{3}{5} a : \frac{2}{17} a$ $\frac{2}{11} s : \frac{1}{7} s : \frac{2}{3} s$	$\frac{1}{3}$		
		$\frac{1}{7}$	$6a' : \frac{1}{25} a' : \frac{1}{23} a'$ $\frac{2}{27} s' : \frac{1}{2} s' : \frac{2}{7} s'$	$\frac{7}{4} S' \frac{2}{21}$				$a' : \frac{2}{7} a' : \frac{2}{5} a'$ $\frac{4}{9} s' : \frac{1}{3} s' : \frac{4}{3} s'$	$\frac{3}{2} S' \frac{2}{3}$
$10 \frac{2}{3} S' \frac{1}{10}$	$\frac{2}{3} a : \frac{3}{4} a : \frac{3}{2} a$ $\frac{1}{8} s : \frac{1}{11} s : \frac{1}{5} s$	$\frac{1}{5}$						$\frac{8}{9} a' : \frac{4}{15} a' : \frac{8}{21} a'$ $\frac{16}{27} s' : \frac{16}{55} s' : \frac{4}{3} s'$	$\frac{3}{2} S' \frac{1}{2}$
			$a' : \frac{1}{7} a' : \frac{1}{6} a'$ $\frac{1}{4} s' : \frac{2}{13} s' : \frac{2}{5} s'$	$5S' \frac{2}{5}$			$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7} a' : \frac{2}{35} a' : \frac{2}{28} a'$ $\frac{2}{7} s' : \frac{2}{7} s' : \frac{2}{7} s'$	$\frac{7}{4} S' \frac{2}{3}$
$\frac{5}{2} S' 2$	$\frac{1}{2} a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{5} a$ $\frac{8}{25} s : \frac{8}{25} s : \frac{4}{5} s$						$\frac{3}{5}$	$9a' : \frac{9}{17} a' : \frac{9}{18} a'$ $s' : \frac{9}{11} s' : \frac{6}{5} s'$	$\frac{5}{3} S' \frac{17}{15}$
			$\frac{3}{25} a' : \frac{1}{45} a' : \frac{2}{35} a'$ $\frac{6}{115} s' : \frac{6}{155} s' : \frac{2}{5} s'$	$\frac{5}{4} S' \frac{2}{4}$			$\frac{5}{7}$	$5a' : \frac{5}{9} a' : \frac{5}{8} a'$ $s' : \frac{10}{17} s' : \frac{10}{7} s'$	$\frac{7}{5} S' \frac{2}{5}$
			$2a' : \frac{4}{9} a' : \frac{4}{7} a'$ $\frac{8}{11} s' : \frac{1}{2} s' : \frac{8}{5} s'$	$\frac{5}{4} S' \frac{2}{5}$	$\frac{7}{10} S' \frac{2}{7}$	$10a : \frac{10}{9} a : \frac{5}{4} a$ $2s : \frac{20}{9} s : \frac{20}{7} s$			

1) Das Rhomboeder der Seitenkanten gibt das Haidinger'sche Symbol oder das dritte s des Weiss'schen Zeichens unmittelbar. Die Rhomboeder der stumpferen und schärferen Endkanten sind aus dem zweiten und ersten s abzulesen, die durch Combination mit ∞R bestimmten Rhomboeder aus den a des Weiss'schen Zeichens.

2) Dieses einfachere Zeichen wurde von Zippe für das zweifelhafte Bournon'sche Skalenoeder genommen statt des Weiss'schen

$$\frac{5}{4} a : \frac{5}{7} a : \frac{5}{3} a = \frac{4}{5} S' \frac{5}{4}$$

3) Zippe hat als Weiss'sches Zeichen $\frac{4}{5} a' : \frac{7}{15} a' : \frac{7}{13} a'$, das aber nicht stimmt mit dem Haidinger'schen Symbole, sondern

$\frac{8}{7} S' \frac{2}{4}$ geben würde. Aus der Levy'schen Zeichnung ist weder der Weiss'sche noch der Haidinger'sche Ausdruck mit Sicherheit zu entnehmen.

Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören.	Skalenoeder II. Ordnung.		Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören.	Skalenoeder II. Ordnung.	
Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n}a : \frac{p}{n-1}a$ $\frac{2p}{n+1}s : \frac{2p}{2n-1}s : \frac{2p}{n-2}s$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n}a' : \frac{p}{n-1}a'$ $\frac{2p}{n+1}s' : \frac{2p}{2n-1}s' : \frac{2p}{n-2}s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$	Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n}a : \frac{p}{n-1}a$ $\frac{2p}{n+1}s : \frac{2p}{2n-1}s : \frac{2p}{n-2}s$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n}a' : \frac{p}{n-1}a'$ $\frac{2p}{n+1}s' : \frac{2p}{2n-1}s' : \frac{2p}{n-2}s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zur Hauptreihe gehören.									
		1	$a' : \frac{1}{10}a' : \frac{1}{8}a'$ $\frac{2}{11}s' : \frac{2}{19}s' : \frac{1}{4}s'$	$8S' \frac{5}{4}$	S_{11}	$\frac{1}{5}a : \frac{1}{11}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{1}{8}a : \frac{2}{17}s : 2s$	1		
$4S_3$	$\frac{1}{4}a : \frac{1}{12}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{1}{8}s : \frac{1}{10}s : \frac{1}{2}s$				S_9	$\frac{1}{4}a : \frac{1}{8}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{2}{13}s : \frac{1}{7}s : 2s$			
$4S_2$	$\frac{1}{2}a : \frac{1}{8}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{1}{5}s : \frac{1}{7}s : \frac{1}{2}s$				S_7	$\frac{1}{3}a : \frac{1}{7}a : \frac{1}{4}a$ $\frac{1}{5}s : \frac{2}{11}s : 2s$			
$4S_{\frac{3}{2}}$	$a : \frac{1}{8}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{2}{7}s : \frac{2}{11}s : \frac{1}{2}s$				S_{17}	$\frac{4}{7}a : \frac{3}{7}a : \frac{3}{10}a$ $\frac{1}{4}s : \frac{6}{7}s : 2s$			
			$\frac{1}{3}a' : \frac{1}{5}a' : \frac{1}{5}a'$ $\frac{2}{11}s' : \frac{2}{14}s' : s'$	$2S' \frac{4}{4}$	S_5	$\frac{1}{2}a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{4}a$ $\frac{2}{7}s : \frac{1}{4}s : 2s$		$\frac{1}{2}a' : \frac{1}{5}a' : \frac{1}{5}a'$ $\frac{2}{7}s' : \frac{1}{4}s' : 2s'$ Gegenskalenoeder	$S' 5$
$2S_3$	$\frac{1}{2}a : \frac{1}{8}a : \frac{1}{4}a$ $\frac{1}{4}s : \frac{1}{8}s : s$ Gegenskalenoeder		$\frac{1}{2}a' : \frac{1}{8}a' : \frac{1}{4}a'$ $\frac{1}{4}s' : \frac{1}{8}s' : s'$	$2S' 3$	S_{13}	$\frac{3}{2}a : \frac{3}{13}a : \frac{3}{8}a$ $\frac{1}{4}s : \frac{2}{7}s : 2s$		$\frac{3}{2}a' : \frac{3}{13}a' : \frac{3}{8}a'$ $\frac{1}{4}s' : \frac{2}{7}s' : 2s'$ Gegenskalenoeder	$S' ?$ $S' \frac{13}{8}$
			$\frac{2}{3}a' : \frac{1}{2}a' : \frac{2}{7}a'$ $\frac{4}{13}s' : \frac{4}{17}s' : s'$	$2S' \frac{5}{2}$	S_4	$\frac{2}{3}a : \frac{1}{4}a : \frac{2}{5}a$ $\frac{4}{11}s : \frac{4}{13}s : 2s$			
			$a' : \frac{1}{4}a' : \frac{1}{3}a'$ $\frac{2}{5}s' : \frac{2}{7}s' : s'$	$2S' 2$	S_{11}	$\frac{3}{4}a : \frac{3}{11}a : \frac{3}{7}a$ $\frac{2}{5}s : \frac{1}{3}s : 2s$			
			$\frac{3}{2}a' : \frac{3}{10}a' : \frac{3}{8}a'$ $\frac{1}{2}s' : \frac{1}{3}s' : s'$	$2S' \frac{5}{2}$	S_{13}	$\frac{8}{9}a : \frac{4}{13}a : \frac{8}{17}a$ $\frac{1}{2}s : \frac{1}{3}s : 2s$			
			$2a' : \frac{1}{3}a' : \frac{2}{5}a'$ $\frac{4}{7}s' : \frac{4}{11}s' : s'$	$2S' \frac{3}{2}$	S_3	$a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$ $\frac{1}{2}s : \frac{2}{5}s : 2s$ d. gewöhnl. Skal.		$a' : \frac{1}{3}a' : \frac{1}{2}a'$ $\frac{1}{2}s' : \frac{2}{5}s' : 2s'$ Gegenskalenoeder	$S' 3$
S_{15}	$\frac{1}{7}a : \frac{1}{15}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{1}{11}s : \frac{2}{13}s : 2s$				S_{17}	$\frac{2}{2}a : \frac{2}{7}a : \frac{2}{5}a$ $\frac{2}{5}s : \frac{1}{2}s : 2s$		$\frac{3}{2}a' : \frac{2}{7}a' : \frac{3}{5}a'$ $\frac{2}{4}s' : \frac{1}{2}s' : 2s'$ Gegenskalenoeder	$S' \frac{7}{4}$
S_{13}	$\frac{1}{4}a : \frac{1}{12}a : \frac{1}{8}a$ $\frac{2}{19}s : \frac{1}{10}s : 2s$				S_2	$2a : \frac{1}{2}a : \frac{2}{3}a$ $\frac{4}{5}s : \frac{1}{2}s : 2s$			
S_{12}	$\frac{2}{11}a : \frac{1}{12}a : \frac{2}{13}a$ $\frac{4}{15}s : \frac{4}{17}s : 2s$				S_{10}	$\frac{5}{2}a : \frac{5}{8}a : \frac{5}{4}a$ $\frac{10}{11}s : \frac{5}{8}s : 2s$			

Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören.	Skalenoeder II. Ordnung.		Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören.	Skalenoeder II. Ordnung.	
Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n}a : \frac{p}{n-1}a$ $\frac{2p}{n+1}s : \frac{2p}{2n-1}s' : \frac{2p}{n-2}s$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n}a' : \frac{p}{n-1}a'$ $\frac{2p}{n+1}s' : \frac{2p}{2n-1}s' : \frac{2p}{n-2}s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$	Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n}a : \frac{p}{n-1}a$ $\frac{2p}{n+1}s : \frac{2p}{2n-1}s : \frac{2p}{n-2}s$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n}a' : \frac{p}{n-1}a'$ $\frac{2p}{n+1}s' : \frac{2p}{2n-1}s' : \frac{2p}{n-2}s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$
$S\frac{7}{4}$	$\frac{5}{2}a : \frac{1}{2}a : \frac{5}{14}a$ $\frac{1}{7}s : \frac{1}{2}s : 2s$	1					1	$\frac{6}{5}a' : \frac{6}{13}a' : \frac{3}{4}a'$ $\frac{2}{3}s' : \frac{1}{7}s' : 4s'$	$\frac{1}{2}S'\frac{13}{5}$
$S\frac{5}{2}$	$3a : \frac{3}{2}a : \frac{3}{4}a$ $s : \frac{2}{3}s : 2s$		$3a' : \frac{3}{2}a' : \frac{3}{4}a'$ $s' : \frac{2}{3}s' : 2s'$ Gegenskalenoeder	$S'\frac{5}{2}$				$\frac{4}{3}a' : \frac{1}{2}a' : \frac{1}{2}a'$ $\frac{8}{11}s' : \frac{8}{13}s' : 4s'$	$\frac{1}{2}S'4$
$S\frac{3}{2}$	$4a : \frac{3}{2}a : \frac{3}{2}a$ $\frac{8}{7}s : \frac{8}{11}s : 2s$						*	$2a' : \frac{2}{3}a' : a'$ $s' : \frac{1}{3}s' : 4s'$	$\frac{1}{2}S'3$
$S\frac{7}{5}$	$5a : \frac{5}{2}a : \frac{5}{3}a$ $\frac{5}{4}s : \frac{1}{2}s : 2s$							$3a' : \frac{6}{7}a' : \frac{5}{5}a'$ $\frac{4}{3}s' : s' : 4s'$	$\frac{1}{2}S'\frac{7}{3}$
$S\frac{1}{3}$	$6a : \frac{3}{4}a : \frac{2}{7}a$ $\frac{1}{3}s : \frac{1}{2}s : 2s$			$\frac{1}{2}S\frac{5}{3}$	$6a : \frac{6}{5}a : \frac{3}{2}a$ $2s : \frac{1}{3}s : 4s$ Gegenskalenoeder				
$S\frac{11}{7}$	$\frac{1}{2}a : \frac{1}{10}a : \frac{1}{17}a$ $\frac{1}{7}s : \frac{5}{8}s : 2s$							$\frac{6}{17}a' : \frac{1}{7}a' : \frac{1}{17}a'$ $\frac{2}{10}s' : \frac{1}{5}s' : 8s'$ Gegenskalenoeder	$\frac{1}{4}S'\frac{71}{3}$
			$\frac{1}{2}a' : \frac{2}{13}a' : \frac{2}{7}a'$ $\frac{1}{13}s' : \frac{1}{5}s' : 4s'$	$\frac{1}{4}S'13$	$2a : \frac{2}{5}a : \frac{1}{3}a$ $\frac{8}{7}s : s : 8s$				
			$\frac{1}{2}a' : \frac{2}{7}a' : \frac{2}{5}a'$ $\frac{1}{3}s' : \frac{2}{7}s' : 4s'$	$\frac{1}{2}S'9$	$4a : \frac{4}{3}a : 2a$ $2s : \frac{2}{5}s : 8s$				
			$a' : \frac{2}{5}a' : \frac{2}{3}a'$ $\frac{1}{7}s' : \frac{1}{2}s' : 4s'$	$\frac{1}{2}S'5$				$4a' : \frac{8}{5}a' : \frac{2}{5}a'$ $\frac{1}{7}s' : 2s' : 16s'$	$\frac{1}{3}S'5$
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu Nebenreihen mit Grundzahlen > 1 gehören.									
		3	$\frac{3}{4}a' : \frac{3}{14}a' : \frac{3}{10}a'$ $s' : \frac{3}{4}s' : 3s'$	$\frac{3}{5}S'\frac{7}{3}$			5	$\frac{5}{2}a' : \frac{5}{12}a' : \frac{5}{8}a'$ $\frac{5}{8}s' : \frac{1}{2}s' : \frac{5}{2}s'$	$\frac{1}{5}S'3$
			$9a' : \frac{9}{5}a' : \frac{9}{4}a'$ $3s' : 2s' : 6s'$ Gegenskalenoeder	$\frac{1}{5}S'\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5}S'3$	$\frac{5}{2}a : \frac{5}{8}a : \frac{5}{4}a$ $\frac{5}{4}s : s : 5s$			
		5	$a' : \frac{5}{8}a' : \frac{5}{13}a'$ $\frac{1}{2}s' : \frac{1}{13}s' : \frac{5}{8}s'$	$\frac{2}{5}S'\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}S'2$	$5a : \frac{5}{4}a : \frac{5}{3}a$ $2s : \frac{1}{7}s : 5s$			
$\frac{1}{5}S'3$	$\frac{5}{8}a : \frac{5}{24}a : \frac{5}{18}a$ $\frac{5}{18}s : \frac{1}{4}s : \frac{5}{4}s$							$\frac{5}{8}a' : \frac{5}{13}a' : \frac{5}{7}a'$ $\frac{1}{18}s' : \frac{1}{2}s' : 10s'$	$\frac{1}{5}S'13$

1) Dieses sonst zweifelhafte Skalenoeder stimmt in seinem Zeichen überein mit dem oberen Skalenoeder des Tetrakisheaxeders $a : \frac{5}{4}a : \infty a$ vgl. Tabelle III.

Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören	Skalenoeder II. Ordnung.		Skalenoeder I. Ordnung.		Grundzahlen der Reihen, denen die eingeschlossenen Rhomboeder angehören	Skalenoeder II. Ordnung.	
Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$ $\frac{2p}{n+1} s : \frac{2p}{2n-1} s : \frac{2p}{n-2} s$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n} a' : \frac{p}{n-1} a'$ $\frac{2p}{n+1} s' : \frac{2p}{2n-1} s' : \frac{2p}{n-2} s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$	Haidinger's Symbol nSm	Flächenzeichen nach Weiss $pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$ $\frac{2p}{n+1} s : \frac{2p}{2n-1} s : \frac{2p}{n-2} s$		Flächenzeichen nach Weiss $pa' : \frac{p}{n} a' : \frac{p}{n-1} a'$ $\frac{2p}{n+1} s' : \frac{2p}{2n-1} s' : \frac{2p}{n-2} s'$	Haidinger's Symbol $nS'm$
		5	$\frac{5}{3} a' : \frac{5}{7} a' : \frac{5}{4} a'$ $s' : \frac{10}{11} s' : 10$	$\frac{1}{5} S' 7$			7	$\frac{7}{4} a' : \frac{7}{10} a' : \frac{7}{12} a'$ $\frac{7}{10} s' : \frac{1}{3} s' : \frac{7}{4} s'$	$\frac{7}{7} S' 2$
			* $5 a' : \frac{5}{3} a' : \frac{5}{2} a'$ $\frac{5}{2} s' : 2 s' : 10 s'$	$\frac{1}{5} S' 3$	$\frac{1}{7} S \frac{3}{2}$	$7 a : \frac{7}{6} a : \frac{7}{5} a$ $2 s : \frac{14}{11} s : \frac{7}{2} s$			
$\frac{1}{10} S 7$	$\frac{1}{3} a : \frac{1}{7} a : \frac{5}{2} a$ $2 s : \frac{20}{11} s : 20 s$							$\frac{7}{4} a' : \frac{7}{10} a' : \frac{7}{12} a'$ $s' : \frac{7}{8} s' : 7 s'$	$\frac{3}{7} S' 5$
$\frac{1}{7} S 2$	$\frac{7}{8} a : \frac{7}{32} a : \frac{7}{24} a$ $\frac{7}{20} s : \frac{1}{4} s : \frac{7}{8} s$	7							

Grenzgestalten von Skalenoedern ¹⁾.

Zwölfseitige Prismen.

Haidinger's Symbol ∞Sm	Flächenzeichen nach Weiss ∞c $pa : \frac{p}{n} a : \frac{p}{n-1} a$ $\frac{2p}{n+1} s : \frac{2p}{2n-1} s : \frac{2p}{n-2} s$
$\infty S \frac{7}{2}$	* ∞c $\frac{1}{2} a : \frac{1}{7} a : \frac{1}{5} a$ $\frac{2}{5} s : \frac{1}{6} s : \frac{2}{3} s$
$\infty S \frac{5}{3}$	* ∞c $a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{4} a$ $\frac{1}{3} s : \frac{2}{9} s : \frac{2}{3} s$

¹⁾ Wir haben diese beiden zwölfseitigen (oder sechsundsechskantigen) Prismen statt der zwei anderen von Herrn Prof. Zippe in seinen

Tabellen aufgeführten: $\infty S 2 = \begin{matrix} \infty c \\ a : \frac{1}{4} a : \frac{1}{2} a \\ \frac{2}{5} s : \frac{2}{7} s : s \end{matrix}$ und $\infty S 3 = \begin{matrix} \infty c \\ a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a \\ \frac{1}{2} s : \frac{2}{3} s : 2 s \end{matrix}$ restituiert. Es ist nämlich $\infty S \frac{7}{2}$

das von Haüy mit ζ bezeichnete Prisma, $\infty S \frac{5}{3}$ aber Bournons Nr. 56. Es scheinen die Prismen $\infty S 2$, und $\infty S 3$ in die Lehrbücher und in jene Tabellen übergegangen zu sein durch eine Äusserung des Herrn Prof. Weiss in den Abhandlungen der Berl. Akad. vom J. 1822—1823 „Grundzüge der Theorie der Sechsendsechskantner und Dreieunddreikantner“ (Seite 259) „dass man sie vermisse, und dass sie mehr innere Wahrscheinlichkeit besitzen, als die nach den ursprünglichen Angaben Haüy's und Bournon's bestimmten $\infty S \frac{7}{2}$ und $\infty S \frac{5}{3}$ “, ohne dass dieser Änderung eine neue Beobachtung zu Gute käme. Allerdings würden die Prismen $\infty S 3$ und $\infty S 2$ als Grenzgestalten der Skalenoeder mit den Ableitungszahlen 3 und 2 in die beim Kalkspath am reichsten entwickelten Verticalzonen dieser Skalenoeder fallen; allein auch die Verticalzonen der Skalenoeder mit den Ableitungszahlen $\frac{7}{2}$ und $\frac{5}{3}$ gehören zu den reicheren Zonen des Kalkspathes; und was noch besonders für die Beibehaltung dieser Prismen $\infty S \frac{7}{2}$ und $\infty S \frac{5}{3}$ spricht, das ist ihre schöne Übereinstimmung mit den zwei sechsundsechskantigen Prismen des Tesseral-Systems bei den Hekakisoktaedern $a : \frac{1}{4} a : \frac{1}{2} a$ und $a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a$, wenn man diese rhomboedrisch auffasst. (Vergl. Tabelle III.) Es war jene falsche Vertauschung der Prismen um so leichter möglich, da $\infty S \frac{7}{2}$ mit $\infty S 2$, und $\infty S \frac{5}{3}$ mit $\infty S 3$ in den Winkeln vollständig übereinstimmen, je 2 dieser Prismen unterscheiden sich nur durch ihre Stellung, indem die stumpfere Kante des Prismas $\infty S \frac{7}{2}$ mit $152^\circ 12' 15''$ liegt, wie die Flächen der Skalenoeder, die schärfere mit $147^\circ 47' 45''$ wie die Endkanten der Skalenoeder, dagegen die stumpfere Kante von $\infty S 2$ mit demselben Winkel von $152^\circ 12' 15''$ wie die Endkanten der Skalenoeder, die schärfere, wie deren Flächen. Ebenso legt $\infty S \frac{5}{3}$ seine stumpfere, $\infty S 3$ seine schärfere Kante, wie die Endkanten der Skalenoeder.

C. Die Pyramiden des Kalkspathes¹⁾.

Mohs'sches Symbol $n P$	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{p}{n} a : \frac{p}{2n} a : \frac{p}{n} a$ $\infty s : \frac{2p}{n} s : \frac{2p}{n} s : \infty s$	Mohs'sches Symbol $n P$	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{p}{n} a : \frac{p}{2n} a : \frac{p}{n} a$ $\infty s : \frac{2p}{n} s : \frac{2p}{n} s : \infty s$
$9 P$	c $\frac{1}{3} a : \frac{1}{6} a : \frac{1}{3} a$ $\infty s : \frac{2}{3} s : \frac{2}{3} s : \infty s$	$2 P$	* c $\frac{2}{3} a : \frac{1}{3} a : \frac{2}{3} a$ $\infty s : s : s : \infty s$
$7 P$	c $\frac{1}{7} a : \frac{1}{14} a : \frac{1}{7} a$ $\infty s : \frac{2}{7} s : \frac{2}{7} s : \infty s$	$\frac{5}{3} P$	c $\frac{5}{3} a : \frac{5}{6} a : \frac{5}{3} a$ $\infty s : \frac{10}{3} s : \frac{10}{3} s : \infty s$
$6 P$	c $\frac{1}{2} a : \frac{1}{4} a : \frac{1}{2} a$ $\infty s : \frac{1}{2} s : \frac{1}{2} s : \infty s$	P	* c $3 a : \frac{3}{2} a : 3 a$ $\infty s : 2 s : 2 s : \infty s$
$4 P$	* c $\frac{3}{4} a : \frac{3}{8} a : \frac{3}{4} a$ $\infty s : \frac{3}{2} s : \frac{3}{2} s : \infty s$		

Die Grenzgestalt der Pyramiden.

Haidinger's Symbol	Flächenzeichen nach Weiss c $\frac{p}{n} a : \frac{p}{2n} a : \frac{p}{n} a$ $\infty s : \frac{2p}{n} s : \frac{2p}{n} s : \infty s$
∞P	* c $a : \frac{1}{2} a : a$ $\infty s : \frac{2}{3} s : \frac{2}{3} s : \infty s$ zweites sechsseitiges Prisma.

Es kann wohl nicht unsere Aufgabe sein, Schritt für Schritt die Entstehung des Projectionsbildes Fig. V zu verfolgen, und damit eine bis ins Einzelne gehende Deduction des Systems zu geben. Man sieht leicht, steht einmal das Bild des Hauptrhomboeders mit seinen Axen fest, so ist die hinreichende Anzahl von Zonenpunkten zu weiterer Deduction gegeben; man kann nun mit grosser Leichtigkeit, indem man die noch nicht verbundenen Zonenpunkte durch Sectionslinien verbindet, die ganze Hauptreihe der Rhomboeder mit ihren Gegenrhomboedern, die zugehörigen Skalenoeder, verschiedene Pyramiden, die sechsundsechskantigen Prismen, u. s. w. einzeichnen, d. h. deduciren. Die einzige Aufgabe bei der Entwerfung des Projectionsbildes ist, stets an das Gesetz der Symmetrie zu denken, zuerst die wichtigsten, durch die grössere Anzahl der in ihnen liegenden Flächen hervortretenden Zonenpunkte zu verbinden, und immer zu prüfen, was für Körpern die so deducirten Flächen angehören. So wird man bald auf überraschende Weise das schöne Projectionsbild des Kalkspathsystems entstehen sehen, wie es Fig. V zeigt. Dieses Bild zeigt den ganzen krystallonomischen Verband des Systems, und ist daher ein Hilfsmittel, uns über die verschiedenartigsten gegenseitigen Verhältnisse der Flächen des Systems aufzuklären, namentlich über die Entwicklung der einzelnen Zonen, und ein Prüfstein für seltenere, durch Messung nicht hinlänglich sicher bestimmte Flächenausdrücke, so wie sich aus demselben auch weitere, durch Beobachtung erst noch zu findende, mögliche

¹⁾ Herrn Prof. Zippe's Rhomboeder der Combinationskanten der Pyramiden mit ∞R sind unmittelbar aus den Coëfficienten des a abzulesen.

Flächen leicht ergeben. Freilich sind auf Fig. V nicht alle sicher bestimmten Flächen des Kalkspathes eingezeichnet, dazu müsste das Bild gegen 700 Sectionslinien enthalten und dadurch überfüllt erscheinen und verwirren. Aber dies ist auch nicht nothwendig; denn steht die Projection des Systems wenigstens in ihren Grundzügen fest, so ist es ein leichtes Geschäft, für jede nicht projecirte Fläche, die man prüfen will, das Lineal einzulegen, und sich zu überzeugen, durch welche Zonenpunkte sie gehen, und in welches Verhältniss zu anderen Flächen sie treten würde. Es sind auf dem allgemeinen Projectionsbilde 20 Rhomboeder, 15 Skalenoeder, 3 Pyramiden, die zwei sechs- und die zwei zwölfseitigen Prismen projecirt, also wenigstens ein grosser Theil der sicher bestimmten und häufiger vorkommenden Kalkspathflächen.

Man sieht, diese projecirten Flächen bilden eine grosse Anzahl theilweise sehr reich entwickelter Zonen mit einander, welche bei Combinationen oft sehr schön hervortreten, und in denen sich der krystallogomische Charakter des Systems anschaulich ausdrückt. Eine Übersicht über diese Zonen gehört daher unmittelbar zu unserer Aufgabe.

Übersicht der Zonen des Kalkspathsystems.

1. Die Horizontalzone; sie ist nur einmal vorhanden, ihre Zonenaxe ist die Hauptaxe des Systems c , ihr gehören alle Flächen an, welche ∞c im Zeichen haben, also die zwei sechsseitigen und die zwei sechsundsechskantigen Prismen, deren 18 Sectionslinien von ihrem gemeinsamen Zonenpunkte $\frac{a}{\infty} + \frac{b}{\infty}$, vom Mittelpunkte der ganzen Figur, ausstrahlen.

2. Die Verticalzonen; solche Zonen bilden alle diejenigen Flächen, deren Sectionslinien einander parallel gehen, also als im Unendlichen sich schneidend gedacht werden müssen, d. h. deren Zonenaxen durch den Endpunkt der Hauptaxe c , durch den gemeinschaftlichen Punkt für die ganze Projection, und der Projectionsebene parallel gehen, deren Zonenpunkte daher im Unendlichen liegen. Allen verticalen Zonen gemeinschaftlich ist die gerade Endfläche des Systems.

a) Die drei Verticalzonen des ersten sechsseitigen Prismas $\infty c : a : a : \infty a$. Die drei Zonenaxen gehen parallel den drei Nebenaxen a und die Zonenpunkte dieser drei Zonen liegen auf diesen Nebenaxen a im Unendlichen. In diese Zonen fallen alle Flächen, deren Sectionslinien den drei Axen a parallel gehen, die also in ihrem Zeichen ∞a , und die beiden anderen a gleich haben, das erste sechsseitige Prisma, alle Rhomboeder I. und II. Ordnung; es gehören diese zu den reichsten Zonen des Kalkspathes.

b) Die drei Verticalzonen des zweiten sechsseitigen Prismas $\infty c : a : \frac{1}{2} a : a$. Die drei Zonenaxen gehen parallel den drei Zwischenaxen s , und die Zonenpunkte liegen auf diesen Zwischenaxen im Unendlichen. In diesen Zonen liegen alle Flächen mit dem allgemeinen Zeichen $\frac{n}{p} c : a : \frac{1}{2} a : a$; also das zweite sechsseitige Prisma und die Pyramiden.

c) Die sechs Verticalzonen des sechsundsechskantigen Prismas: $\infty c : a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{4} a = \infty S \frac{5}{3}$. Die sechs Zonenaxen gehen parallel den sechs Sectionslinien dieses Prismas, ihre Zonenpunkte liegen auf diesen Sectionslinien im Unendlichen. In diese Zonen fallen die Flächen des sechsundsechskantigen Prismas $\infty S \frac{5}{3}$, und aller Skalenoeder mit der Ableitungszahl $\frac{5}{3} : \frac{7}{3} S' \frac{5}{3}$, $2 S' \frac{5}{3}$, $S \frac{5}{3}$, $\frac{1}{2} S \frac{5}{3}$, $\frac{1}{3} S' \frac{5}{3}$.

- d) Die sechs Verticalzonen des sechsundsechskantigen Prismas $\infty c : \frac{1}{2} a : \frac{1}{7} a : \frac{1}{5} a = \infty S \frac{7}{3}$. Die sechs Zonenaxen gehen parallel den sechs Sectionslinien dieses Prismas und ihre Zonenpunkte liegen auf diesen Sectionslinien im Unendlichen. In diese Zonen fallen das sechsundsechskantige Prisma $\infty S \frac{7}{3}$ und alle Skalenoeder mit der Ableitungszahl $\frac{7}{3} : \frac{2}{3} S' \frac{7}{3}$, $S' \frac{7}{3}$, $S \frac{7}{3}$, $\frac{1}{2} S' \frac{7}{3}$, $\frac{3}{2} S' \frac{7}{3}$;
- e) die Verticalzonen aller übrigen Skalenoeder: alle Skalenoeder mit gleicher Ableitungszahl haben dieselben sechs Verticalzonen gemeinschaftlich. Zu den beim Kalkspath am meisten entwickelten Verticalzonen gehören daher noch die sechs Verticalzonen der Skalenoeder mit der Ableitungszahl 3, ihre Zonenaxen würden parallel gehen den Sectionslinien eines sechsundsechskantigen Prismas $\infty c : a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a = \infty S 3$, wenn dieses beim Kalkspath vorkäme. In diesen sechs Verticalzonen liegen die Skalenoeder $4 S 3$, $2 S' 3$, $2 S 3$, $S 3$, $S' 3$, $\frac{1}{2} S' 3$, $\frac{1}{4} S 3$; $\frac{8}{5} S 3$, $\frac{4}{5} S' 3$, $\frac{2}{5} S 3$, $\frac{1}{5} S' 3$. Ferner die Verticalzonen der Skalenoeder mit der Ableitungszahl 2. In diese Zonen fallen $\frac{5}{2} S 2$; $4 S 2$, $S 2$, $2 S' 2$; $\frac{2}{5} S 2$; $\frac{16}{7} S 2$, $\frac{8}{7} S' 2$; die sechs Verticalzonen der Skalenoeder mit der Ableitungszahl 5, hierher gehören die Skalenoeder $S 5$, $\frac{1}{2} S' 5$, $\frac{1}{4} S 5$, $\frac{1}{8} S' 5$; $\frac{2}{7} S' 5$; endlich noch die sechs Verticalzonen der Skalenoeder: $4 S \frac{3}{2}$, $2 S' \frac{3}{2}$, $S \frac{3}{2}$; $\frac{4}{7} S \frac{3}{2}$ mit der Ableitungszahl $\frac{3}{2}$ und der Skalenoeder $5 S' \frac{7}{5}$, $\frac{5}{4} S' \frac{7}{5}$, $\frac{5}{8} S \frac{7}{5}$; $S \frac{7}{5}$ mit der Ableitungszahl $\frac{7}{5}$. Die Verticalzonen der Skalenoeder mit den noch übrigen Ableitungszahlen sind wenig entwickelt (vergl. pag. 18).

3. Diejenigen Zonen, deren Zonenaxen im Allgemeinen von $c : \frac{b}{n}$ oder von $c : \frac{b'}{n}$ gehen, deren Zonenpunkte also in der Axe bb' liegen. Alle solche Zonen sind dreimal vorhanden, ihre Zonenpunkte fallen auf die drei Zwischenaxen s . Wir bezeichnen immer nur einen Zonenpunkt und zwar der Einfachheit halber den, der auf die als Axe bb' ausgezeichnete Zwischenaxe fällt, wozu sich dann die beiden gleichwerthigen Zonenpunkte von selbst ergeben. Hierher gehören vor Allem die Endkanten- und Diagonalzonen aller Rhomboeder I. und II. Ordnung, dann die Endkanten- und Diagonalzonen aller Skalenoeder und Pyramiden, das zweite sechsseitige Prisma ist allen diesen Zonen gemeinschaftlich. Dabei wird besonders noch einmal auf die für alle Rhomboeder und Skalenoeder geltenden Zonenverhältnisse aufmerksam gemacht, dass die Endkantenzone jedes Rhomboeders identisch ist mit der Diagonalzone seines nächsten stumpferen, und umgekehrt daher die Diagonalzone identisch mit der Endkantenzone seines nächsten schärferen; dass die Skalenoeder in den Endkanten- und Diagonalzonen der Rhomboeder liegen, deren Seiten- oder Endkanten sie zuschärfen, und umgekehrt, dass die Rhomboeder in den Endkanten- und Diagonalzonen der Skalenoeder liegen, durch deren schärfere oder stumpfere Endkanten sie bestimmt sind, oder deren Endkanten sie gerade abstumpfen. Natürlich ist dann immer das Rhomboeder, welches so in den stumpfen Endkanten- und Diagonalzonen eines Skalenoeders liegt, dass es diese Endkanten gerade abstumpft, das nächst stumpfere des durch diese stumpfen Endkanten bestimmten, und ebenso das die schärferen Endkanten gerade abstumpfende Rhomboeder, das nächst stumpfere des durch diese bestimmten Rhomboeders.

a) Die Endkanten- und Diagonalzonen der Rhomboeder.

α) Der Rhomboeder der Hauptreihe. Vor allen anderen Zonen treten uns auf der Projection die drei Endkanten- und Diagonalzonen des Hauptromboeders entgegen. Die Zonenaxe geht von c zu $2s$.

Ihr Zonenpunkt ist $\frac{a}{\infty} + b$. In diesen Zonen liegen das Hauptromboeder, das nächste stumpfere,

die Pyramide P und alle Skalenoeder, welche die Seiten- oder Endkanten des Hauptrhomboeders zuschärfen, oder die in ihrem Zeichen $2s$ haben. Darunter sind auch einige Skalenoeder, die Rhomboeder aus Nebenreihen einschliessen: $\frac{5}{8}S\frac{7}{5}, \frac{7}{10}S\frac{9}{7}, \frac{1}{3}S'\frac{5}{3}, \frac{2}{5}S2, \frac{1}{5}S'3, \frac{1}{10}S7, \frac{4}{7}S\frac{3}{2}$. Weitere, durch Flächenreichthum sich auszeichnende Zonen sind die Endkantenzone des ersten und des zweiten schärferen Rhomboeders, ferner die Endkantenzone des dritten schärferen, des ersten und zweiten stumpferen, dann der Gegenrhomboeder $R', \frac{1}{2}R, 4R'$, endlich die Diagonalzone des Gegenrhomboeders R' . Die in diese Zonen fallenden Flächen lassen sich sehr leicht theils auf der Projection unmittelbar absehen, theils aus den Tabellen an ihren Werthen von s erkennen. Wir brauchen sie daher nicht einzeln für die einzelnen Zonen aufzuzählen.

β) Der Rhomboeder aus Nebenreihen. Diese Zonen sind wenig entwickelt, denn von den 85 Skalenoedern gehören nur 35 den Rhomboedern aus Nebenreihen an, und von den 28 verschiedenen eingeschlossenen Rhomboedern dieser Skalenoeder sind wieder nur 11 als selbstständig auftretende Körper beobachtet. Unter den Endkantenzone dieser sind am meisten entwickelt die des Rhomboeders $\frac{5}{4}R'$, ihr gehören alle Skalenoeder an, die $\frac{8}{5}s$ im Zeichen haben, das sind die Skalenoeder $\frac{1}{4}S3, \frac{5}{4}S'\frac{9}{4}, \frac{5}{4}S'\frac{9}{5}, \frac{5}{4}S'\frac{13}{9}, \frac{5}{4}S'\frac{7}{5}$. Die Zonenaxe geht von c nach dem Zonenpunkte $\frac{a}{\infty} + \frac{4}{5}b'$. Weitere hierher gehörige Zonenpunkte sind noch $\frac{a}{\infty} + \frac{2}{5}b, \frac{a}{\infty} + \frac{4}{7}b, \frac{a}{\infty} + \frac{5}{8}b, \frac{a}{\infty} + \frac{5}{2}b, \frac{a}{\infty} + \frac{1}{5}b', \frac{a}{\infty} + \frac{2}{3}b', \frac{a}{\infty} + \frac{5}{4}b'$ u. s. w.

b) Die Endkantenzone der Skalenoeder und Pyramiden. Die allermeisten dieser Zonen fallen zusammen mit den Endkanten- oder Diagonalzone der Rhomboeder; die übrigen sind nur wenig entwickelt und gehören sehr seltenen Skalenoedern an, sind daher nicht von Wichtigkeit.

4. Diejenigen Zonen, deren Zonenaxen im Allgemeinen von $c : \frac{a}{m}$ gehen, deren Zonenpunkte also in der Axe aa' liegen. Alle solche Zonen sind sechsmal vorhanden, ihre Zonenpunkte fallen auf die 3 Axen a , und sind auf beiden andern a ausser dem auf der Axe bb' senkrecht stehenden sogenannte Kantenzonenpunkte für die Axen aa' und bb' mit dem allgemeinen Werthe $\frac{a}{m} + \frac{b}{m}$. Hierher gehören die Endkantenzonepunkte der durch Rhomboeder und Gegenrhomboeder gebildeten Pyramiden erster Ordnung. Solchen Zonen angehörende Zonenpunkte sind z. B. $\frac{a}{8} + \frac{b}{8}, \frac{a}{4} + \frac{b}{4}, \frac{a}{2} + \frac{b}{2}, a + b, 2a + 2b$ u. s. w. Weiter liegen in den Axen a die Diagonalzone der Pyramiden zweiter Ordnung, z. B. $\frac{3}{8}a + \frac{3}{8}b, \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}b, \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}b$ etc., und die abwechselnden Endkantenzone der durch Skalenoeder und Gegenskaloeder gebildeten ungleichkantigen zwölfseitigen Pyramiden. Das erste sechsseitige Prisma ist allen diesen Zonen gemeinschaftlich. Endlich haben wir in den Durchschnittspunkten der Sectionslinien der Skalenoeder mit den Axen a auch noch die Zonenpunkte, durch welche die Sectionslinien der durch die Combinationkanten der Skalenoeder mit ∞R bezeichneten drei Rhomboeder mit ihren Gegenrhomboedern gehen müssen, welche Zippe, a. a. O. pag. 23, zusammengestellt hat. Diese Rhomboeder lassen sich daher unmittelbar aus den a der Skalenoeder-Zeichen ablesen.

5. Es sind nun noch eine sehr grosse Anzahl zum Theile reich entwickelter Zwischenzone übrig, deren Zonenpunkte zwischen die Axen a und s hauptsächlich auf die Sectionslinien der Rhomboeder aus der Hauptreihe fallen und das allgemeine Zeichen $\frac{a}{m} + \frac{b}{n}$ haben. Jede solche Zone ist sechsmal da, zu den wichtigeren gehören die Zonenpunkte $\frac{3}{8}a + \frac{5}{8}b, \frac{3}{4}a + \frac{5}{8}b, \frac{3}{2}a + b, \frac{3}{4}a + b, \frac{3}{2}a + \frac{5}{2}b$ etc.

Ferner die Endkantenzone jener Rhomboeder von Zwischenstellung (pag. 96), der Hälften der Skalenoeder, durch welche unmittelbar drei weitere Rhomboeder mit jedem Skalenoeder gegeben sind. Jedoch sind alle diese Zonen den bisherigen gegenüber nur Zonen zweiter Ordnung, die für die Deduction selbst nicht unmittelbar von derselben Wichtigkeit sind, wie die bisherigen.

Aus dem Überblicke der Zonenverhältnisse und des Projectionsbildes folgt, wie alle Zonen entweder ein-, drei- oder sechsmal vorhanden sind, und eben in dieser Entwicklung des Systems nach den Zahlen 1, 3, 6, d. h. in der Eigenschaft, dass die einzelnen Glieder entweder 1 oder 3 oder 6 ($= 2 \times 3$) mal da sind, liegt der rhomboedrische, dreigliederige (Weiss), Charakter des ganzen Systems.

Noch bleiben uns die Combinationen der einfachen Gestalten des Kalkspathes zur Betrachtung übrig. Die unter den unendlich vielen möglichen Combinationen vorkommenden, an denen eben jene Gestalten beobachtet wurden, sind vom Herrn Prof. Zippe (a. a. O. p. 31 etc.) zusammengestellt. Wie die sich combinirenden Gestalten an einander auftreten müssen, darüber gibt uns in den einzelnen Fällen immer die Projection am leichtesten Aufschluss; sie kann so zur Controle der aus der Beobachtung durch Winkelmessung bestimmten Flächen dienen und ist umgekehrt das einfachste Mittel, die Flächen selbst, durch Betrachtung ihres Zonenzusammenhanges, so weit derselbe durch Parallelismus der Kanten und andere Verhältnisse erkennbar ist, zu bestimmen, vorausgesetzt natürlich, dass die Grundform, aus der sie sich deduciren lassen, durch Winkelmessungen sicher fest steht. Dass ferner, wenn die Axenwerthe der in den Combinationen enthaltenen einfachen Gestalten durch Wegschaffung der Brüche auf ganze Zahlen gebracht und nach ihrer Grösse geordnet werden, bei den mehrzähligen Combinationen grössere oder kleinere Bruchstücke von arithmetischen oder geometrischen Reihen, oder Summen und Producte aus einigen Gliedern der Combinationen sich zeigen¹⁾, erklärt sich aus dem Gesetze der rationalen Axenverhältnisse, und der Thatsache, dass diejenigen Flächen im Allgemeinen in der Natur am häufigsten vorkommen, die in dem einfachsten Deductions-zusammenhange liegen, ohne dass darin ein besonderes Gesetz der Krystallogenie zu suchen wäre, wiewohl nicht geläugnet werden soll, dass die Combination der Krystallflächen vielleicht gewissen, den einzelnen Krystallsystemen eigenthümlichen Gesetzen unterworfen ist. So gehört die Betrachtung der Combinationen nach diesen Beziehungen nicht weiter zu unserer Aufgabe, eben so wenig, wie die beim Kalkspathe sich findenden Zwillingverhältnisse.

Dagegen berührt eine Betrachtung der Combinationen nach einer andern Seite hin näher den Deductions-zusammenhang des ganzen Systems und hat daher vielleicht noch einiges Interesse. Ist nämlich das Gesetz der Deduction für alle Systeme dasselbe, man mag von einem Oktaeder ausgehen, von welchem man will, so müssen auch in allen Systemen die deducirten Flächen einander entsprechen, also in allen Systemen die den sechs aus dem Oktaeder des Tesseral-Systems deducirbaren Körpern: Hexaeder, Dodekaeder, Ikositetraeder, Triakisoktaeder, Tetrakisoktaeder, Hexakisoktaeder, entsprechenden Gestalten sich finden, nur mit dem Unterschiede, dass im Tesseral-Systeme diese Körper einfache, d. h. aus lauter gleichen Krystallräumen bestehende Körper sind, während in den übrigen Systemen die entsprechenden Gestalten als Combinationen einer grösseren oder geringeren Anzahl in diesen Systemen als einfach betrachteter Körper erscheinen. So entspricht dem regulären Oktaeder im rhomboedrischen System im

¹⁾ Cfr. Zippe, a. a. O. pag. 18.

Allgemeinen die Combination eines Rhomboeders mit der geraden Endfläche, dem Hexaeder das Rhomboeder, dem Dodekaeder eine Combination des zweiten sechsseitigen Prismas mit einem Rhomboeder, dem Ikositetraeder eine Combination zweier Rhomboeder und eines Skalenoeders, oder des ersten sechsseitigen Prismas, eines Rhomboeders und eines Skalenoeders oder einer Pyramide, dem Triakisoktaeder eine Combination zweier unter einander liegenden Rhomboeder und eines Skalenoeders, dem Tetrakisoktaeder (Pyramiden-Würfel) ein Pyramidenrhomboeder, bestehend aus zwei Skalenoedern oder aus einem Skalenoeder und einer Pyramide, dem Hexakisoktaeder endlich eine Combination von vier Skalenoedern, beziehungsweise nur drei und einer Pyramide oder einem sechsundsechskantigen Prisma, oder nur zwei, einer Pyramide und einem sechsundsechskantigen Prisma. Es fragt sich nun, sind durch die mannigfaltigen Combinationen des Kalkspathes die den bei den verschiedensten Mineralien beobachteten regulären Körpern entsprechenden Formen wirklich gebildet? Dies führt aber, da umgekehrt auch die sieben einfachen Körper des Tesseral-Systems als Combinationen der einfachen Gestalten des rhomboedrischen Systems betrachtet werden können, d. h. da jeder Körper des Tesseral-Systems durch veränderte Stellung in die Reihe der Körper des rhomboedrischen Systems eintritt, ^{*}überhaupt zu einer gegenseitigen Vergleichung der Entwicklung des Tesseral-Systems in rhomboedrischer Stellung mit dem Kalkspathsysteme, durch welche manche auffallende Verhältnisse des Kalkspathsystems ihre Bestätigung finden, und durch welche der individuelle krystallonomische Charakter des Systems noch deutlicher hervortritt.

B. Vergleichung des Kalkspathsystems mit der Entwicklung des Tesseral-Systems in rhomboedrischer Stellung.

Stellt man das reguläre Oktaeder nach einer seiner trigonalen oder rhomboedrischen (Haidinger), die Mittelpunkte seiner Flächen verbindenden, Axen aufrecht und nimmt diese Axe als Hauptaxe c zur Einheit des ganzen Systems, so ergeben sich für diese rhomboedrische Stellung als die Nebenaxen a die senkrecht auf der rhomboedrischen Axe stehenden drei, die Mittelpunkte der Kanten verbindenden, digonalen oder prismatischen (Haidinger) Axen des Oktaeders; berechnet man dann bei gleichem c die Flächen des Tesseral-Systems für die Einheit dieser prismatischen Axen des Oktaeders nach dem vom Herrn Prof. Weiss entwickelten sogenannten Dreiecksatz (vgl. „Über eine ausführlichere, für die mathematische Theorie der Krystalle besonders vortheilhafte Bezeichnung der Krystallflächen des sphäroedrischen Systems“, Berl. Abh. 1818 — 1819, Seite 270 u. d. ff.), so erscheinen die nach Dufrénoy (*Traité de Minéralogie, Tom. I, pag. 44 etc.*) bei den verschiedenen Mineralien des Tesseral-Systems bis jetzt sicher beobachteten und häufiger vorkommenden regulären Körper aus einer grossen Anzahl von Rhomboedern, Skalenoedern, Pyramiden und Prismen zusammengesetzt, die in folgender Tabelle II zusammengestellt sind. Die Ordnung jedes einzelnen Rhomboeders ergibt sich leicht, wenn man seine Lage zu dem, das Oktaeder bildenden Rhomboeder in Betracht zieht, das als das Rhomboeder, von dem man ausgeht, erster Ordnung ist. Ebenso findet man die Ordnung der einzelnen Skalenoeder leicht, wenn man sich über die Lage ihrer stumpferen und schäferen Endkanten in Beziehung auf die Rhomboederflächen des Oktaeders orientirt.

Tabelle II.

Axenausdrücke der Flächen der Körper des Tesseral-Systems in rhomboedrischer Stellung, berechnet für die Deduction aus dem Oktaeder.

1.	Oktaeder $a : a : a$	Hauptrhomboeder $a : a : \infty a = R.$		Gerade Endfläche $\infty a : \infty a : \infty a = 0 R.$			
2.	Hexaeder $a : \infty a : \infty a$	Erstes stumpferes Rhomboeder $2 a' : 2 a' : \infty a' = \frac{1}{2} R'$					
3.	Dodekaeder $a : a : \infty a$	Zweites stumpferes Rhomboeder $4 a : 4 a : \infty a = \frac{1}{4} R.$		Zweites sechsseitiges Prisma $a : \frac{1}{2} a : a = \infty P$			
4.	Ikositetraeder $a : m a : m a$	Obere Rhomboeder.		Skalenoeder.		Untere Rhomboeder.	
(1)	$a : \frac{4}{3} a : \frac{4}{3} a$	$\frac{1}{2} R'$	$20 a' : 20 a' : \infty a'$	$\frac{5}{8} S \frac{7}{2}$	$8 a : \frac{8}{7} a : \frac{4}{3} a$	$\frac{7}{4} R$	$\frac{4}{7} a : \frac{4}{7} a : \infty a$
(2)	$a : \frac{3}{2} a : \frac{3}{2} a$	$\frac{1}{4} R'$	$14 a' : 14 a' : \infty a'$	$\frac{1}{2} S \frac{5}{3}$	$6 a : \frac{6}{5} a : \frac{3}{2} a$	$\frac{5}{2} R$	$\frac{2}{5} a : \frac{2}{5} a : \infty a$
(3)	$a : 2 a : 2 a$	$\frac{1}{8} R'$	$8 a' : 8 a' : \infty a'$	$\frac{1}{4} S 3$	$4 a : \frac{4}{3} a : 2 a$	∞R	$\infty a : a : \infty a$ erstes sechsseit. Prisma.
(4)	$a : \frac{8}{5} a : \frac{8}{5} a$	$\frac{5}{8} R'$	$\frac{2}{5} a' : \frac{2}{5} a' : \infty a'$	$\frac{1}{16} S 11$	$\frac{1}{5} a : \frac{1}{11} a : \frac{8}{5} a$	$\frac{11}{4} R'$	$\frac{1}{11} a' : \frac{1}{11} a' : \infty a'$
(5)	$a : 3 a : 3 a$	$\frac{1}{5} R'$	$5 a' : 5 a' : \infty a'$	P	$3 a : \frac{3}{2} a : 3 a$ Pyramide	$2 R'$	$\frac{1}{2} a' : \frac{1}{2} a' : \infty a'$
(6)	$a : 4 a : 4 a$	$\frac{1}{4} R'$	$4 a' : 4 a' : \infty a'$ Gegenrhomboeder	$\frac{1}{8} S' 5$	$4 a' : \frac{4}{5} a' : \frac{4}{3} a'$	$\frac{5}{4} R'$	$\frac{4}{5} a' : \frac{4}{5} a' : \infty a'$
(7)	$a : 6 a : 6 a$	$\frac{5}{16} R'$	$\frac{1}{5} a' : \frac{1}{5} a' : \infty a'$	$\frac{1}{4} S' \frac{7}{3}$	$6 a' : \frac{1}{2} a' : \frac{1}{3} a'$ Gegenskalenoeder	$\frac{7}{8} R'$	$\frac{6}{7} a' : \frac{6}{7} a' : \infty a'$
(8)	$a : 12 a : 12 a$	$\frac{11}{8} R'$	$\frac{2}{11} a' : \frac{2}{11} a' : \infty a'$	$\frac{3}{8} S' \frac{13}{9}$	$12 a' : \frac{2}{3} a' : \frac{2}{11} a'$	$\frac{13}{2} R'$	$\frac{2}{11} a' : \frac{2}{11} a' : \infty a'$
5.	Triakisoktaeder $a : a : m a$	Obere Rhomboeder.		Untere Rhomboeder.		Skalenoeder.	
(1)	$a : a : \frac{3}{2} a$	$\frac{1}{16} R$	$16 a : 16 a : \infty a$	$\frac{5}{8} R$	$\frac{8}{5} a : \frac{8}{5} a : \infty a$	$S \frac{3}{2}$	$4 a : \frac{4}{3} a : \frac{4}{3} a$
(2)	$a : a : \frac{5}{4} a$	$\frac{1}{8} R$	$28 a : 28 a : \infty a$	$\frac{3}{4} R$	$\frac{4}{3} a : \frac{4}{3} a : \infty a$	$S \frac{5}{4}$	$8 a : \frac{8}{5} a : \frac{8}{5} a$
(3)	$a : a : \frac{7}{4} a$	$\frac{1}{2} R$	$12 a : 12 a : \infty a$	$\frac{11}{8} R$	$\frac{2}{11} a : \frac{2}{11} a : \infty a$	$S \frac{7}{4}$	$\frac{8}{7} a : \frac{8}{7} a : \frac{8}{11} a$
(4)	$a : a : 2 a$	$\frac{1}{16} R$	$10 a : 10 a : \infty a$	$\frac{1}{2} R$	$2 a : 2 a : \infty a$ Gegenrhomboeder.	$S 2$	$2 a : \frac{1}{2} a : \frac{2}{3} a$
(5)	$a : a : 3 a$	$\frac{1}{7} R$	$7 a : 7 a : \infty a$	$\frac{1}{3} R$	$3 a : 3 a : \infty a$	$S 3$	$a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a$
(6)	$a : a : 4 a$	$\frac{1}{6} R$	$6 a : 6 a : \infty a$	$\frac{5}{14} R$	$\frac{1}{5} a : \frac{1}{5} a : \infty a$	$S 4$	$\frac{2}{5} a : \frac{1}{4} a : \frac{2}{5} a$

6.	Tetrakishexaeder $a : m a : \infty a$	Obere Skalenoeder		Untere Skalenoeder				
(1)	$a : \frac{5}{4} a : \infty a$	$\frac{1}{6} S \frac{5}{3}$	$18 a : \frac{1}{5} c a : \frac{9}{2} a$	$\frac{1}{2} S' 9$	$\frac{1}{2} a' : \frac{2}{3} c a' : \frac{3}{5} a'$			
(2)	$a : \frac{3}{2} a : \infty a$	$\frac{1}{10} S 3$	$10 a : \frac{1}{3} c a : 5 a$	$\frac{1}{2} S' 5$	$a' : \frac{2}{3} c a' : \frac{2}{3} a'$			
(3)	$a : 2 a : \infty a$	$\frac{1}{2} P$	$6 a : 3 c a : 6 a$ Pyramide	$\frac{1}{2} S' 3$	$2 a' : \frac{c}{3} a' : a'$			
(4)	$a : \frac{5}{2} a : \infty a$	$\frac{1}{14} S' 5$	$7 a' : \frac{1}{5} c a' : \frac{1}{3} a'$	$\frac{1}{2} S' \frac{7}{3}$	$3 a' : \frac{c}{7} a' : \frac{4}{5} a'$			
(5)	$a : 3 a : \infty a$	$\frac{1}{8} S' 3$	$8 a' : \frac{c}{3} a' : 4 a'$	$\frac{1}{2} S' 2$	$4 a' : a' : \frac{1}{3} a'$			
(6)	$a : \frac{7}{2} a : \infty a$	$\frac{1}{8} S' \frac{7}{3}$	$9 a' : \frac{1}{7} c a' : \frac{1}{5} a'$	$\frac{1}{2} S' \frac{9}{5}$	$5 a' : \frac{c}{9} a' : \frac{1}{7} a'$			
(7)	$a : 4 a : \infty a$	$\frac{1}{5} S' 2$	$10 a' : \frac{c}{2} a' : \frac{1}{3} a'$	$\frac{1}{2} S' \frac{5}{3}$	$6 a' : \frac{c}{5} a' : \frac{1}{2} a'$			
7.	Hexakisoktaeder $a : m a : n a$	Obere Skalenoeder		Mittlere Skalenoeder	Untere Skalenoeder	Unterste Skalenoeder		
(1)	$a : \frac{3}{2} a : 3 a$	$\frac{1}{4} P$	$12 a : 6 c a : 12 a$ Pyramide	$\frac{1}{4} S 2$	$8 a : 2 c a : \frac{8}{3} a$	$\frac{1}{4} S 5$	$2 a : \frac{c}{5} a : \frac{1}{3} a$	$\infty S \frac{5}{3}$ $a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{4} a$ 6u.6kant. Prisma
(2)	$a : \frac{4}{3} a : 4 a$	$\frac{1}{16} S 3$	$16 a : \frac{c}{3} a : 8 a$	$\frac{1}{4} S \frac{5}{3}$	$12 a : \frac{1}{3} c a : 3 a$	$\frac{1}{4} S 7$	$\frac{1}{3} a : \frac{c}{3} a : a$	$\infty S \frac{7}{3}$ $\frac{1}{2} a : \frac{1}{7} a : \frac{1}{5} a$ 6u.6kant. Prisma
(3)	$a : 2 a : 4 a$	$\frac{1}{14} S' 3$	$14 a' : \frac{c}{3} a' : 7 a'$	$\frac{1}{10} S 5$	$5 a : 2 c a : \frac{10}{3} a$	$\frac{3}{2} P$	$2 a : a : 2 a$ Pyramide	$2 S' \frac{5}{3}$ $2 a' : \frac{c}{3} a' : \frac{2}{3} a'$
(4)	$a : \frac{5}{3} a : 5 a$	$\frac{1}{3} P$	$9 a : \frac{c}{2} a : 9 a$ Pyramide	$\frac{1}{7} S 3$	$7 a : \frac{c}{2} a : \frac{7}{2} a$	$2 P$	$\frac{3}{2} a : \frac{3}{4} a : \frac{3}{2} a$ Pyramide	$2 S' 2$ $a' : \frac{c}{4} a' : \frac{1}{3} a'$
(5)	$a : \frac{7}{3} a : 7 a$	$\frac{1}{11} S' 3$	$11 a' : \frac{c}{3} a' : \frac{1}{2} a'$	$\frac{2}{3} P$	$\frac{5}{2} a : \frac{c}{2} a : \frac{5}{2} a$ Pyramide	$\frac{1}{2} S' 5$	$\frac{5}{2} a' : a' : \frac{5}{3} a'$	$S \frac{5}{3}$ $3 a : \frac{c}{5} a : \frac{3}{4} a$
(6)	$a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a$	$\frac{2}{15} S' 2$	$19 a' : \frac{c}{3} a' : \frac{1}{3} a'$	$\frac{1}{13} S 7$	$\frac{13}{3} a : \frac{1}{7} c a : \frac{1}{3} a$	$\frac{1}{4} P$	$\frac{9}{4} a : \frac{9}{8} a : \frac{9}{4} a$ Pyramide	$2 S' \frac{1}{3}$ $3 a' : \frac{c}{3} a' : \frac{3}{7} a'$

Nach dieser Übersicht sind im Tesseral-Systeme, wenn man es in rhomboedrischer Stellung betrachtet, 30 Rhomboeder, 42 Skalenoeder, 7 Pyramiden, 2 sechsseitige und 2 zwölfseitige Prismen nebst der geraden Endfläche enthalten, die sich nun mit denen des Kalkspathes vergleichen lassen. Aus der Vergleichung ergibt sich, dass 12 Rhomboeder, 16 Skalenoeder, 2 Pyramiden, die beiden sechsseitigen, die beiden zwölfseitigen Prismen und die gerade Endfläche, zusammen 35 Flächen des Kalkspathes und der regulären Körper, in ihren Flächenzeichen vollständig übereinstimmen, d. h., parallelisirt man das im regulären Oktaeder enthaltene Rhomboeder dem Hauptrhomboeder des Kalkspathes, und deducirt nun aus beiden Rhomboedern nach den Deductions-gesetzen die möglichen Flächen, so findet sich, dass von den ganz in demselben Deductions- und Zonenzusammenhange stehenden theoretisch möglichen Flächen beider Systeme nach den bisherigen Erfahrungen nur jene 12 Rhomboeder u. s. w. beiden Systemen, dem Kalkspathsystem und dem Tesseral-System, gemeinschaftlich sind. Diese gemeinschaftlichen Flächen haben dann natürlich ein und dasselbe Projectionsbild wenn das Tesseral-System auf die Oktaederfläche projicirt wird, und die Sectionslinien des Oktaeders zugleich die Sectionslinien des Hauptrhomboeders u. s. f. bedeuten. So steht das gewöhnliche Skalenoeder des Kalkspathes

ganz in demselben Zonenverhältnisse zum Hauptrhomboeder, wie das Skalenoeder des Triakisoktaeders $a : a : 3a$ zum Oktaeder, oder das Skalenoeder des Ikositetraeders $a : 2a : 2a$ in demselben Verhältnisse zum Oktaeder, wie das Skalenoeder $c : 4a : \frac{4}{3}a : 2a = \frac{1}{4}S3$ des Kalkspathes zum Hauptrhomboeder. — Es fragt sich aber, wird jene Übereinstimmung nicht grösser und namentlich so, dass die Flächen der gewöhnlichsten regulären Körper mit den häufigsten Kalkspathflächen übereinstimmen, z. B. das Skalenoeder des Ikositetraeders $a : 2a : 2a$ mit dem gewöhnlichen des Kalkspathes u. s. w., wenn man, statt das Rhomboeder des regulären Oktaeders mit einem Endkantenwinkel von $70^\circ 31' 44''$ mit dem Hauptrhomboeder des Kalkspathes zu parallelisiren, im Tesseral-System von einem diesem in seinen Winkeln näher stehenden Rhomboeder ausgeht? Man hat die Wahl zwischen dem Hexaeder mit 90° in den Endkanten und dem Rhomboeder des Dodekaeders mit 120° in den Endkanten. Letzteres steht dem Hauptrhomboeder noch um $5'$ näher, als das Hexaeder, und sollen die Zeichen des Skalenoeders von $a : 2a : 2a$ und des gewöhnlichen Kalkspathskalenoeders übereinstimmen, so muss man von diesem Rhomboeder ausgehen, von ihm aus das Tesseral-System deduciren; denn das Rhomboeder des Dodekaeders hatte auf Tabelle II (Seite 112) das Zeichen $c : 4a : 4a : \infty a$, das Skalenoeder des Ikositetraeders $a : 2a : 2a$ hatte $c : 4a : \frac{4}{3}a : 2a$, setzt man also $4a = a$, d. h., geht man vom Rhomboeder des Dodekaeders aus und gibt ihm das Zeichen $c : a : a : \infty a$, so bekommt das Skalenoeder von $a : 2a : 2a$ das Zeichen des gewöhnlichen Skalenoeders des Kalkspathes $c : a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a$.

Dividirt man daher die a aller auf Tabelle II enthaltenen vieraxigen Flächenzeichen durch 4, so bekommt man die Axenausdrücke der regulären Flächen für ihre Deduction aus dem Dodekaeder-Rhomboeder. Die Ordnungen der Rhomboeder und Skalenoeder auf Tabelle II bleiben dieselben. Die so erhaltenen Flächenzeichen stimmen nun viel besser mit denen des Kalkspathes überein: 19 Rhomboeder, 17 Skalenoeder, 4 Pyramiden nebst den Prismen und der geraden Endfläche, zusammen 45 Flächen. Namentlich aber haben jetzt alle Flächen der gewöhnlicheren regulären Körper gleiche Axenausdrücke mit beobachteten Kalkspathflächen, wie die Vergleichung folgender Übersicht mit der Tabelle der Kalkspathflächen zeigt.

	Oktaeder $a : a : a$	$4R$	$\frac{c}{4}a : \frac{1}{4}a : \infty a$	$0R$	Gerade Endfläche $\frac{c}{\infty}a : \infty a : \infty a$
	Hexaeder $a : \infty a : \infty a$	$2R'$	$\frac{c}{2}a' : \frac{1}{2}a' : \infty a'$		
	Dodekaeder $a : a : \infty a$	R	$\frac{c}{a}a : a : \infty a$ Hauptrhomboeder	∞P	zweites sechsseitiges Prisma $\frac{c}{\infty}a : \frac{1}{2}a : a$
Ikositetraeder (1) $a : 2a : 2a$, (2) $a : 3a : 3a$, (3) $a : 4a : 4a$, (4) $a : 6a : 6a$.					
	Obere Rhomboeder		Skalenoeder		Untere Rhomboeder
(1)	$\frac{1}{2}R'$	$2a' : 2a' : \infty a'$	$\frac{c}{a}a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a$	∞R	erstes sechsseitiges Prisma $\frac{c}{\infty}a : a : a : \infty a$
(2)	$\frac{1}{6}R'$	$\frac{5}{6}a' : \frac{5}{6}a' : \infty a'$	$\frac{3}{4}a : \frac{3}{8}a : \frac{3}{8}a$ Pyramide	$8R'$	$\frac{c}{\frac{1}{3}a}a' : \frac{1}{8}a' : \infty a'$
(3)	R'	$a' : a' : \infty a'$ Gegenrhomboeder	$\frac{c}{a'}a' : \frac{2}{3}a' : \frac{2}{3}a'$	$5R'$	$\frac{c}{\frac{1}{5}a}a : \frac{1}{5}a' : \infty a'$
(4)	$\frac{5}{4}R'$	$\frac{1}{5}a' : \frac{1}{5}a' : \infty a'$	$\frac{3}{2}a' : \frac{3}{2}a' : \frac{3}{2}a'$ Gegenskalenoeder	$\frac{1}{2}R'$	$\frac{c}{\frac{2}{7}a}a' : \frac{2}{7}a' : \infty a'$

Triakisoktaeder $a : a : \frac{1}{2} a$							
Oberer Rhomboeder			Unterer Rhomboeder			Skalenoeder	
$\frac{1}{4} R$	$\frac{c}{4 a} : \frac{c}{4 a} : \infty a$		$\frac{5}{2} R$	$\frac{c}{2 a} : \frac{c}{2 a} : \infty a$		$\frac{1}{2} S \frac{1}{2}$	$a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} a$
Tetrakishexaeder (1) $a : 2 a : \infty a$, (2) $a : 3 a : \infty a$							
Obere Skalenoeder				Untere Skalenoeder			
(1)	$2 P$	$\frac{c}{2 a} : \frac{c}{2 a} : \frac{c}{2 a}$ Pyramide		$2 S' 3$	$\frac{c}{2} a' : \frac{c}{2} a' : \frac{c}{2} a'$		
(2)	$\frac{1}{2} S' 3$	$2 a' : \frac{c}{2} a' : a'$		$2 S' 2$	$a' : \frac{c}{4} a' : \frac{c}{2} a'$		
Hexakisoktaeder (1) $a : \frac{3}{2} a : 3 a$, (2) $a : \frac{1}{2} a : 4 a$							
Obere Skalenoeder		Mittlere Skalenoeder		Untere Skalenoeder		Unterste Skalenoeder	
(1)	P	$3 a : \frac{c}{2} a : 3 a$ Pyramide		$S 2$	$2 a : \frac{c}{2} a : \frac{c}{2} a$		$\infty S \frac{1}{2}$ $a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} a$ 6und6kant. Prisma
(2)	$\frac{1}{4} S 3$	$4 a : \frac{c}{2} a : 2 a$		$S \frac{5}{2}$	$3 a : \frac{c}{2} a : \frac{c}{2} a$		$\infty S \frac{1}{2}$ $a : \frac{c}{2} a : \frac{c}{2} a$ 6und6kant. Prisma.

Es enthält daher eine Projection des Kalkspathsystems zugleich auch eine Projection des Tesseral-Systems auf die Oktaederfläche, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man eine für das Tesseral-System besonders entworfene rhomboedrische Projection mit unserer Fig. V vergleicht, und bedenkt, dass das Rhomboeder des Dodekaeders dem Hauptrhomboeder, das Hexaeder dem ersten schärferen, das Rhomboeder des Oktaeders dem zweiten schärferen u. s. w. entsprechen muss.

Wieder anders macht sich das übereinstimmende Verhältniss beider Systeme, wenn wir endlich noch die dritte Möglichkeit berücksichtigen, und vom Hexaeder ausgehen, dieses dem Hauptrhomboeder des Kalkspathes parallelisiren¹⁾). Da sich die prismatischen Axen des Hexaeders zu denen des Oktaeders verhalten wie $\sqrt{2} : \frac{1}{2} \sqrt{2}$, so müssen wir, um die Flächenausdrücke der regulären Körper für die prismatischen Axen des Hexaeders als Einheit zu bekommen, alle auf Tabelle II gegebenen Axenausdrücke durch 2 dividiren. Die Ordnungen der Rhomboeder und Skalenoeder kehren sich jetzt um, da das Rhomboeder des Oktaeders, das auf Tabelle II Hauptrhomboeder, also I. Ordnung, war, jetzt zum ersten schärferen, und damit II. Ordnung, wird. Diese Parallelisirung hat noch einen ganz besondern Vorzug. Die drei gewöhnlichen Axen des Tesseral-Systems sind die drei gleichen auf einander senkrecht stehenden die Oktaederecken verbindenden Richtungen, die drei pyramidalen Axen, welche unmittelbar gegeben sind durch die drei Kanten des Hexaeders. Will man aus Konsequenz, um nur dreiaxige Krystallsysteme zu haben, oder aus anderen Gründen auch die rhomboedrischen Systeme auf drei ähnliche Axen beziehen, so ergeben sich als solche für das Kalkspathsystem von selbst die drei durch die Kanten des Hauptrhomboeders bestimmten drei gleich langen unter dem gleichen Winkel von $101^{\circ} 55'$ gegen einander geneigten Richtungen, und es lassen sich nun nach allgemeinen Sätzen die Zeichen aller Kalkspathflächen für diese drei Axen berechnen. Diese neuen Axenausdrücke wird man aber für die bei dieser Parallelisirung des Hexaeders und des Hauptrhomboeders mit den Flächen der regulären Körper übereinstimmenden Kalkspathflächen unmittelbar in dem gewöhnlichen Axenzeichen des regulären Körpers haben, welchem die übereinstimmende Fläche angehört. So scheint überhaupt diese Parallelisirung für eine Vergleichung des Tesseral-Systems und des Kalkspathsystems am günstigsten zu sein. Es sind daher auf der folgenden Tabelle III die regulären Flächen, berechnet für die Einheit der pyramidalen Axen des Hexaeders in derselben Ordnung zusammengestellt, wie auf Tabelle I die Kalkspathflächen. Die mit den Kalkspathflächen in ihrem Zeichen übereinstimmenden Flächen sind mit einem Kreuze (+) rechts bezeichnet.

¹⁾ Vgl. Quenstedt: „Methode der Krystallographie“ pag. 266.

Tabelle III.

Übersicht der Flächen des Tesseral-Systems in rhomboedrischer Stellung, berechnet für die Einheit der pyramidalen Axen des Hexaeders.

A. Die Rhomboeder des Tesseral-Systems.

Rhomboeder I. Ordnung	Grundzahlen	Rhomboeder II. Ordnung	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören
Rhomboeder aus Nebenreihen mit Grundzahlen < 1.			
$\frac{1}{2} R$ $\frac{2}{11} a : \frac{2}{11} a : \infty a$ $\frac{4}{11} s : \frac{2}{11} s : \frac{4}{11} s$	$\frac{1}{11}$		$a : \frac{2}{3} a : \frac{2}{3} a$ unteres Rhomboeder.
	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7} a' : \frac{2}{7} a' : \infty a'$ $\frac{4}{7} s' : \frac{2}{7} s' : \frac{4}{7} s'$ †	$\frac{2}{7} R'$ $a : \frac{4}{3} a : \frac{4}{3} a$ unteres Rhomboeder.
$\frac{2}{4} R$ $\frac{4}{7} a : \frac{4}{7} a : \infty a$ $\frac{8}{7} s : \frac{4}{7} s : \frac{8}{7} s$ †			$a : 6 a : 6 a$ unteres Rhomboeder.
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} a' : \frac{1}{5} a' : \infty a'$ $\frac{2}{5} s' : \frac{1}{5} s' : \frac{2}{5} s'$ †	$5 R'$ $a : \frac{3}{2} a : \frac{3}{2} a$ unteres Rhomboeder.
$\frac{5}{2} R$ $\frac{2}{5} a : \frac{2}{5} a : \infty a$ $\frac{4}{5} s : \frac{2}{5} s : \frac{4}{5} s$ †			$a : 4 a : 4 a$ unteres Rhomboeder.
		$\frac{4}{5} a : \frac{4}{5} a' : \infty a'$ $\frac{8}{5} s' : \frac{4}{5} s' : \frac{8}{5} s'$ †	$\frac{5}{4} R'$ $a : a : \frac{3}{2} a$ unteres Rhomboeder.
$\frac{5}{8} R$ $\frac{8}{5} a : \frac{8}{5} a : \infty a$ $\frac{16}{5} s : \frac{8}{5} s : \frac{16}{5} s$			$a : 6 a : 6 a$ oberes Rhomboeder.
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} a' : \frac{2}{3} a' : \infty a'$ $\frac{4}{3} s' : \frac{2}{3} s' : \frac{4}{3} s'$ †	$\frac{3}{2} R'$ $a : a : \frac{5}{4} a$ unteres Rhomboeder.
$\frac{13}{10} R$ $\frac{10}{13} a : \frac{10}{13} a : \infty a$ $\frac{20}{13} s : \frac{10}{13} s : \frac{20}{13} s$	$\frac{5}{13}$		$a : 12 a : 12 a$ unteres Rhomboeder.
	$\frac{5}{17}$	$\frac{10}{17} a' : \frac{10}{17} a' : \infty a'$ $\frac{20}{17} s' : \frac{10}{17} s' : \frac{20}{17} s'$	$\frac{17}{10} R'$ $a : a : \frac{7}{4} a$ unteres Rhomboeder.
$\frac{11}{4} R$ $\frac{4}{11} a : \frac{4}{11} a : \infty a$ $\frac{8}{11} s : \frac{4}{11} s : \frac{8}{11} s$	$\frac{7}{11}$		$a : 12 a : 12 a$ oberes Rhomboeder.
Rhomboeder aus der Hauptreihe.			
$4 R$ $\frac{1}{4} a : \frac{1}{4} a : \infty a$ $\frac{1}{2} s : s : \frac{1}{2} s$ †	1		$a : 3 a : 3 a$ unteres Rhomboeder.
		$\frac{1}{2} a' : \frac{1}{2} a' : \infty a'$ $s' : \frac{1}{2} s' : s'$ †	$2 R'$ $a : a : a.$

Rhomboeder I. Ordnung		Grund- zahlen	Rhomboeder II. Ordnung		Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören
Rhomboeder aus der Hauptreihe.					
R	$\begin{matrix} c \\ a : a : \infty a \\ 2s : s : 2s \end{matrix}$ †	1	$\begin{matrix} c \\ a' : a' : \infty a' \\ 2s' : s' : 2s' \\ \text{Gegenrhomboeder} \end{matrix}$ †	R'	$a : \infty a : \infty a$ Das Gegenrhomboeder gehört $a : a : 2a$ als unteres an.
$\frac{1}{2}R$	$\begin{matrix} c \\ 2a : 2a : \infty a \\ 4s : s : 4s \\ \text{Gegenrhomboeder} \end{matrix}$ †		$\begin{matrix} c \\ 2a' : 2a' : \infty a' \\ 4s' : 2s' : 4s' \end{matrix}$	$\frac{1}{2}R'$	$a : a : \infty a$ das Gegenrhomboeder gehört $a : 4a : 4a$ als oberes an.
$\frac{1}{4}R$	$\begin{matrix} c \\ 4a : 4a : \infty a \\ 8s : 4s : 8s \end{matrix}$ †				$a : 2a : 2a$ oberes Rhomboeder.
			$\begin{matrix} c \\ 8a' : 8a' : \infty a' \\ 16s' : 8s' : 16s' \end{matrix}$	$\frac{1}{8}R'$	$a : a : \frac{1}{2}a$ oberes Rhomboeder.
Rhomboeder aus Nebenreihen mit Grundzahlen > 1.					
$\frac{1}{15}R$	$\begin{matrix} c \\ \frac{1}{5}a : \frac{1}{4}a : \infty a \\ \frac{2}{5}s : \frac{1}{5}s : \frac{2}{5}s \end{matrix}$	$\frac{7}{5}$			$a : \frac{8}{5}a : \frac{6}{5}a$ oberes Rhomboeder.
			$\begin{matrix} c \\ \frac{7}{5}a' : \frac{7}{5}a' : \infty a' \\ \frac{1}{5}s' : \frac{7}{5}s' : \frac{1}{5}s' \end{matrix}$	$\frac{5}{7}R'$	$a : a : 4a$ unteres Rhomboeder.
		3	$\begin{matrix} c \\ \frac{3}{2}a' : \frac{2}{3}a' : \infty a' \\ 3s' : \frac{3}{2}s' : 3s' \end{matrix}$ †	$\frac{2}{3}R'$	$a : a : 3a$ unteres Rhomboeder.
			$\begin{matrix} c \\ 3a' : 3a' : \infty a' \\ 6s' : 3s' : 6s' \\ \text{Gegenrhomboeder} \end{matrix}$	$\frac{1}{3}R'$	$a : a : 4a$ oberes Rhomboeder.
			$\begin{matrix} c \\ 6a' : 6a' : \infty a' \\ 12s' : 6s' : 12s' \end{matrix}$	$\frac{1}{6}R'$	$a : a : \frac{7}{4}a$ oberes Rhomboeder.
$\frac{2}{5}R$	$\begin{matrix} c \\ \frac{5}{2}a : \frac{5}{2}a : \infty a \\ 5s : \frac{5}{2}s : 5s \end{matrix}$ †	5			$a : 3a : 3a$ oberes Rhomboeder.
			$\begin{matrix} c \\ 5a' : 5a' : \infty a' \\ 10s' : 5s' : 10s' \end{matrix}$ †	$\frac{1}{5}R'$	$a : a : 2a$ oberes Rhomboeder.
$\frac{1}{10}R$	$\begin{matrix} c \\ 10a : 10a : \infty a \\ 20s : 10s : 20s \end{matrix}$				$a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a$ oberes Rhomboeder.
		7	$\begin{matrix} c \\ \frac{7}{2}a' : \frac{7}{2}a' : \infty a' \\ 7s' : s' : 7s' \end{matrix}$	$\frac{2}{7}R'$	$a : a : 3a$ oberes Rhomboeder.
$\frac{1}{7}R$	$\begin{matrix} c \\ 7a : 7a : \infty a \\ 14s : 7s : 14s \end{matrix}$				$a' : \frac{3}{2}a : \frac{3}{2}a$ oberes Rhomboeder.
			$\begin{matrix} c \\ 14a' : 14a' : \infty a' \\ 28s' : 14s' : 28s' \end{matrix}$	$\frac{1}{14}R'$	$a : a : \frac{5}{4}a$ oberes Rhomboeder.

Die Grenzgestalten der Rhomboeder.

0R	$\begin{matrix} c \\ \infty a : \infty a : \infty a \\ \infty s : \infty s : \infty s \end{matrix}$	†	Am regulären Oktaeder $a : a : a$
∞R	$\begin{matrix} \infty c \\ a : a : \infty a \\ 2s : s : 2s \end{matrix}$	†	Am Ikositetraeder $a : 2a : 2a$

B. Die Skalenoeder des Tesseral-Systems.

Skalenoeder I. Ordnung	Grundzahlen	Skalenoeder II. Ordnung	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören.
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu Nebenreihen mit Grundzahlen < 1 gehören.			
	$\frac{1}{5}$	$\begin{matrix} c \\ 4 a' : \frac{1}{7} a' : \frac{2}{3} a' \\ s' : \frac{2}{13} s' : \frac{5}{5} s' \end{matrix}$	$\frac{5}{4} S' \frac{7}{5} \cdot a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{5} a$
$\frac{1}{4} S \frac{13}{5}$	$\begin{matrix} c \\ 6 a : \frac{1}{13} a : \frac{1}{11} a \\ \frac{5}{2} s : s : \frac{5}{2} s \end{matrix}$	$\frac{1}{3}$	$a : 12 a : 12 a$
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu der Hauptreihe gehören.			
$4 S 2$	$\begin{matrix} c \\ \frac{1}{2} a : \frac{1}{6} a : \frac{1}{6} a \\ \frac{1}{6} s : \frac{1}{7} s : \frac{1}{2} s \end{matrix}$	† 1	$a : \frac{5}{2} a : 5 a$ unterstes Skalenoeder.
$4 S \frac{3}{2}$	$\begin{matrix} c \\ a : \frac{1}{6} a : \frac{1}{3} a \\ \frac{2}{7} s : \frac{2}{11} s : \frac{1}{2} s \end{matrix}$	†	$a : 2 a : 4 a$ unterstes Skalenoeder.
$4 S \frac{4}{3}$	$\begin{matrix} c \\ \frac{3}{2} a : \frac{3}{16} a : \frac{3}{14} a \\ \frac{3}{8} s : \frac{1}{4} s : \frac{1}{2} s \end{matrix}$		$a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a$ unterstes Skalenoeder.
		$\begin{matrix} c \\ \frac{1}{3} a' : \frac{1}{6} a' : \frac{1}{3} a' \\ \frac{2}{11} s' : \frac{2}{13} s' : s' \end{matrix}$	† $2 S' 4$ $a : a : 4 a.$
		$\begin{matrix} c \\ \frac{1}{2} a' : \frac{1}{6} a' : \frac{1}{4} a' \\ \frac{1}{4} s' : \frac{1}{3} s' : s' \end{matrix}$	† $2 S' 3$ $a : a : 3 a.$
		$\begin{matrix} c \\ a' : \frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} a' \\ \frac{2}{5} s' : \frac{2}{7} s' : s' \end{matrix}$	† $2 S' 2$ $a : a : 2 a.$
		$\begin{matrix} c \\ \frac{4}{3} a' : \frac{2}{3} a' : \frac{1}{14} a' \\ \frac{8}{17} s' : \frac{2}{5} s' : s' \end{matrix}$	† $2 S' \frac{7}{4}$ $a : a : \frac{7}{4} a.$
		$\begin{matrix} c \\ \frac{2}{3} a' : \frac{2}{15} a' : \frac{2}{3} a' \\ \frac{1}{4} s' : \frac{1}{2} s' : s' \end{matrix}$	† $2 S' \frac{5}{3}$ $a : \frac{7}{3} a : 7 a$ unterstes Skalenoeder.

Skalenoeder I. Ordnung	Grund- zahlen	Skalenoeder II. Ordnung	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu der Hauptreihe gehören.			
	1	$\begin{array}{l} c \\ 2 a' : \frac{1}{3} a' : \frac{2}{3} a' \\ \frac{1}{7} s' : \frac{1}{11} s' : s' \end{array} \quad \dagger$	$2 S' \frac{3}{2}$ $a : a : \frac{1}{3} a$
		$\begin{array}{l} c \\ 4 a' : \frac{2}{3} a' : \frac{4}{3} a' \\ \frac{1}{5} s' : \frac{1}{9} s' : s' \end{array}$	$2 S' \frac{5}{4}$ $a : a : \frac{5}{4} a$
S_9	$\begin{array}{l} c \\ \frac{1}{4} a : \frac{1}{8} a : \frac{1}{8} a \\ \frac{2}{13} s : \frac{1}{7} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$		$a : \frac{5}{4} a : \infty a$ unteres Skalenoeder.
S_5	$\begin{array}{l} c \\ \frac{1}{2} a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{5} a \\ \frac{2}{7} s : \frac{1}{4} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$		$a : \frac{3}{2} a : \infty a$ unteres Skalenoeder.
S_3	$\begin{array}{l} c \\ a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} a \\ \frac{1}{2} s : \frac{2}{5} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$		$a : 2 a : \infty a$ unteres Skalenoeder.
$S_{\frac{7}{3}}$	$\begin{array}{l} c \\ \frac{2}{3} a : \frac{2}{7} a : \frac{2}{7} a \\ \frac{2}{3} s : \frac{1}{2} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$		$a : \frac{5}{2} a : \infty a$ unteres Skalenoeder.
S_2	$\begin{array}{l} c \\ 2 a : \frac{1}{2} a : \frac{2}{3} a \\ \frac{4}{5} s : \frac{1}{7} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$		$a : 3 a : \infty a$ unteres Skalenoeder.
$S_{\frac{3}{2}}$	$\begin{array}{l} c \\ \frac{5}{2} a : \frac{5}{8} a : \frac{5}{8} a \\ \frac{10}{11} s : \frac{5}{8} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$		$a : \frac{7}{2} a : \infty a$ unteres Skalenoeder.
$S_{\frac{5}{2}}$	$\begin{array}{l} c \\ 3 a : \frac{3}{5} a : \frac{3}{4} a \\ s : \frac{1}{5} s : 2 s \end{array} \quad \dagger$	$\begin{array}{l} c \\ 3 a' : \frac{3}{5} a' : \frac{3}{4} a' \\ s' : \frac{2}{5} s' : 2 s' \\ \text{Gegenskalenoeder} \end{array} \quad \dagger$	$S' \frac{5}{2}$ $a : 4 a : \infty a$ unteres Skalenoeder, das Gegenskalenoeder gehört $a : \frac{3}{2} a : \frac{3}{2} a$ an.
		$\begin{array}{l} c \\ \frac{3}{5} a' : \frac{2}{7} a' : \frac{1}{2} a' \\ \frac{2}{3} s' : \frac{1}{11} s' : 4 s' \end{array}$	$\frac{1}{2} S' 7$ $a : \frac{4}{3} a : 4 a$ unteres Skalenoeder.
		$\begin{array}{l} c \\ a' : \frac{2}{5} a' : \frac{2}{3} a' \\ \frac{1}{7} s' : \frac{1}{2} s' : 4 s' \end{array} \quad \dagger$	$\frac{1}{2} S' 5$ $a : \frac{3}{2} a : 3 a$ unteres Skalenoeder.
		$\begin{array}{l} c \\ 2 a' : \frac{2}{3} a' : a' \\ s' : \frac{1}{5} s' : 4 s' \end{array} \quad \dagger$	$\frac{1}{2} S' 3$ $a : 2 a : 2 a$.
$\frac{1}{2} S_{\frac{7}{2}}$	$\begin{array}{l} c \\ 3 a : \frac{6}{7} a : \frac{6}{5} a \\ \frac{1}{7} s : s : 4 s \\ \text{Gegenskalenoeder} \end{array}$	Das Skalenoeder II. Ordnung würde mit dem Kalkspath übereinstimmen.	$a : 6 a : 6 a$.
		$\begin{array}{l} c \\ 4 a' : a' : \frac{1}{3} a' \\ \frac{2}{3} s' : \frac{2}{7} s' : 4 s' \end{array}$	$\frac{1}{2} S' 2$ $a : \frac{3}{2} a : 3 a$ mittleres Skalenoeder.
	Das Gegenskalenoeder würde mit dem Kalkspath übereinstimmen.	$\begin{array}{l} c \\ 6 a' : \frac{6}{5} a' : \frac{2}{3} a' \\ 2 s' : \frac{1}{3} s' : 4 s' \end{array}$	$\frac{1}{2} S' \frac{5}{4}$ $a : \frac{4}{3} a : 4 a$ mittleres Skalenoeder.

Skalenoeder I. Ordnung	Grundzahlen	Skalenoeder II. Ordnung	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören			
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu der Hauptreihe gehören.						
$\frac{1}{4}S5$	$\begin{matrix} c \\ 2a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{2}a \\ \frac{5}{7}s : s : 8s \end{matrix}$	†	1	$a : 4a : 4a$		
$\frac{1}{4}S3$	$\begin{matrix} c \\ 4a : \frac{1}{2}a : 2a \\ 2s : \frac{2}{5}s : 8s \end{matrix}$	†		$a : 3a : \infty a$ oberes Skalenoeder.		
				$\begin{matrix} c \\ \frac{8}{5}a' : \frac{8}{11}a' : \frac{1}{2}a' \\ s' : \frac{16}{7}s' : 16s' \end{matrix}$	$\frac{1}{8}S'11$	$a : \frac{8}{5}a : \frac{8}{5}a$
				$\begin{matrix} c \\ 8a' : \frac{8}{3}a' : 4a' \\ 4s' : \frac{16}{5}s' : 16s' \end{matrix}$	$\frac{1}{8}S'3$	$a : \frac{1}{3}a : 4a$ oberes Skalenoeder.
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu Nebenreihen mit Grundzahlen > 1 gehören.						
$\frac{1}{3}S\frac{7}{3}$	$\begin{matrix} c \\ \frac{7}{3}a : \frac{7}{3}a : \frac{7}{3}a \\ 2s : \frac{2}{3}s : 6s \end{matrix}$		3	$a : \frac{7}{3}a : \infty a$ oberes Skalenoeder.		
				$\begin{matrix} c \\ 9a' : \frac{9}{5}a' : \frac{9}{4}a' \\ 3s' : 2s' : 6s' \\ \text{Gegenskalenoeder} \end{matrix}$	† $\frac{1}{3}S'\frac{5}{3}$	$a : \frac{5}{4}a : \infty a$ oberes Skalenoeder.
$\frac{2}{5}S5$	$\begin{matrix} c \\ \frac{5}{2}a : \frac{1}{2}a : \frac{5}{8}a \\ \frac{5}{7}a : \frac{5}{8}a : 5s \end{matrix}$		5	$a : \frac{7}{3}a : 7a$ unteres Skalenoeder.		
$\frac{2}{5}S2$	$\begin{matrix} c \\ 5a : \frac{5}{4}a : \frac{5}{3}a \\ 2s : \frac{10}{7}s : 5s \end{matrix}$	†		$a : 4a : \infty a$ oberes Skalenoeder.		
				$\begin{matrix} c \\ \frac{5}{2}a' : a' : \frac{5}{3}a' \\ \frac{10}{7}s' : \frac{5}{4}s' : 10s' \end{matrix}$	$\frac{1}{5}S'5$	$a : 2a : 4a$ mittleres Skalenoeder.
				$\begin{matrix} c \\ 5a' : \frac{5}{3}a' : \frac{5}{2}a' \\ \frac{5}{2}s' : 2s' : 10s' \end{matrix}$	† $\frac{1}{5}S'3$	$a : \frac{3}{2}a : \infty a$ oberes Skalenoeder.
			7	$\begin{matrix} c \\ \frac{7}{2}a' : \frac{7}{8}a' : \frac{7}{4}a' \\ \frac{7}{4}s' : \frac{7}{5}s' : 7s' \end{matrix}$	$\frac{2}{7}S'3$	$a : \frac{5}{3}a : 5a$ mittleres Skalenoeder.
$\frac{1}{7}S5$	$\begin{matrix} c \\ \frac{7}{2}a : \frac{7}{5}a : \frac{7}{3}a \\ 2s : \frac{7}{5}s : 14s \end{matrix}$			$a : \frac{5}{2}a : \infty a$ oberes Skalenoeder.		
$\frac{1}{7}S3$	$\begin{matrix} c \\ 7a : \frac{7}{3}a : \frac{7}{2}a \\ \frac{7}{5}s : \frac{14}{5}s : 14s \end{matrix}$			$a : 2a : 4a$ oberes Skalenoeder.		
$\frac{2}{11}S3$	$\begin{matrix} c \\ \frac{11}{2}a : \frac{11}{8}a : \frac{11}{4}a \\ \frac{11}{4}s : \frac{11}{5}s : 11s \end{matrix}$		11	$a : \frac{1}{2}a : 4a$ oberes Skalenoeder.		

Skalenoeder I. Ordnung	Grundzahlen	Skalenoeder II. Ordnung	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören
Skalenoeder, deren eingeschlossene Rhomboeder zu Nebenreihen mit Grundzahlen > 1 gehören.			
	13	$\frac{13}{6} a' : \frac{13}{14} a' : \frac{13}{8} a'$ $\frac{13}{10} s' : \frac{13}{11} s' : 13 s'$	$\frac{2}{13} S' 7$ $a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{5} a$ mittleres Skalenoeder.
$\frac{1}{19} S 2$		19	$\frac{19}{5} a : \frac{19}{8} a : \frac{19}{8} a$ $\frac{19}{5} s : \frac{19}{7} s : \frac{19}{2} s$ $a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{5} a$ oberes Skalenoeder.

Grenzgestalten der Skalenoeder.

$\infty S \frac{5}{3}$	∞c $a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{4} a$ $\frac{1}{3} s : \frac{2}{9} s : \frac{2}{3} s$	†	am Hexakisoktaeder $a : \frac{1}{2} a : 3 a$
$\infty S \frac{7}{3}$	∞c $\frac{1}{2} a : \frac{1}{7} a : \frac{1}{5} a$ $\frac{2}{5} s : \frac{1}{6} s : \frac{2}{3} s$	†	am Hexakisoktaeder $a : \frac{1}{3} a : 4 a$

C. Die Pyramiden des Tesseral-Systems.

Pyramiden	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören	Pyramiden	Die regulären Körper, welchen die Flächen angehören
$\frac{4}{3} P$ $\frac{3}{4} a : \frac{3}{8} a : \frac{3}{4} a$ $\infty s : \frac{1}{2} s : \frac{1}{2} s : \infty s$	\dagger $a : \frac{3}{2} a : 5 a$ mittlere Pyramide.	$\frac{1}{3} P$ $\frac{3}{4} a : \frac{3}{8} a : \frac{3}{4} a$ $\infty s : \frac{3}{2} s : \frac{3}{2} s : \infty s$	$a : \frac{7}{2} a : 7 a$ mittlere Pyramide.
$3 P$ $a : \frac{3}{2} a : a$ $\infty s : \frac{2}{3} s : \frac{2}{3} s : \infty s$	$a : 2 a : 4 a$ untere Pyramide.	P $3 a : \frac{3}{2} a : 3 a$ $\infty s : 2 s : 2 s : \infty s$	\dagger $a : 2 a : \infty a$ obere Pyramide.
$\frac{5}{2} P$ $\frac{5}{8} a : \frac{5}{16} a : \frac{5}{8} a$ $\infty s : \frac{3}{4} s : \frac{3}{4} s : \infty s$	$a : \frac{1}{5} a : \frac{1}{3} a$ untere Pyramide.	$\frac{2}{3} P$ $\frac{3}{2} a : \frac{3}{4} a : \frac{3}{2} a$ $\infty s : 3 s : 3 s : \infty a$	$a : \frac{5}{3} a : 5 a$ obere Pyramide.
$2 P$ $\frac{3}{2} a : \frac{3}{4} a : \frac{3}{2} a$ $\infty s : s : s : \infty s$	\dagger $a : 3 a : 3 a$	$\frac{1}{2} P$ $6 a : 3 a : 6 a$ $\infty s : 4 s : 4 s : \infty s$	$a : \frac{3}{2} a : 3 a$ obere Pyramide.

Grenzgestalt der Pyramiden.

∞P	$c \infty$ $a : \frac{1}{2} a : a$ $\infty s : \frac{1}{2} s : \frac{2}{3} s : \infty s$	†	am Dodekaeder $a : a : \infty a$
------------	--	---	-------------------------------------

Vergleicht man diese Tabelle III mit der Tabelle I des Kalkspathes, so zeigt sich eine sehr grosse Analogie in der krystallonomischen Entwicklung des Tesseral-Systems mit dem Kalkspathsystem, wenn man im Tesseral-System vom Hexaeder ausgeht.

Die Horizontalzone ist in beiden Systemen gleich entwickelt nicht bloss der Zahl der Flächen nach, die in diese Zone fallen, sondern auch dem Zusammenhange nach, in dem diese Flächen mit den andern Zonen beider Systeme liegen, indem in beiden Systemen alle Flächen, welche in diese Zone fallen,

in ihrem Zeichen übereinstimmen. Die Verticalzonen des ersten sechsseitigen Prismas, in welche die Rhomboeder gehören, zeigen auch im Tesseral-Systeme eine reiche Entwicklung proportional dem Flächenreichtume dieses Systems überhaupt im Vergleiche mit dem des Kalkspathsystems, ebenso die Verticalzonen des zweiten sechsseitigen Prismas in welche die Pyramiden fallen, und die der Skalenoeder. Die Rhomboeder des Tesseral-Systems gehören ausser $\frac{13}{10} R$ und $\frac{10}{11} R'$ denselben Reihen von Rhomboedern an, die wir auch im Kalkspathsystem fanden. In beiden Systemen ist die Hauptreihe die entwickeltste, nächst ihr die Reihen mit den Grundzahlen $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{5}$, 5 und 7, besonders überraschend ist die Übereinstimmung der Gegenrhomboeder R' und $\frac{1}{2} R$. Ähnlich macht sich das Verhältniss bei den Skalenoedern. Im Tesseral-Systeme wie im Kalkspathsysteme sind die Verticalzonen der Skalenoeder mit der Ableitungszahl 3 die reichsten; ihnen gehören von den 42 Skalenoedern des Tesseral-Systems 9 an; dann folgen die Zonen, welche bestimmt sind durch die Ableitungszahlen 2 und 5, mit je 6 Skalenoedern, weiter $\frac{5}{3}$ mit 5, $\frac{7}{3}$ mit 3, $\frac{3}{2}$ und 7 mit 2, alle übrigen $\frac{7}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{13}{9}$, 4, 9, 11 mit nur je einem Skalenoeder, deren Verticalzonen jedoch alle beim Kalkspath sich ebenfalls entwickelt finden, so dass dem Kalkspath nur die Verticalzonen weniger seltener und zum Theil noch nicht sicher beobachteter Skalenoeder eigenthümlich bleiben. Was endlich noch die Endkantenzone der Rhomboeder betrifft, so treten auch im Tesseral-Systeme vor allen andern die Endkantenzone der Rhomboeder der Hauptreihe, die sich an das Hexaeder anschliesst, hervor, besonders die des Hexaeders und die des nächst schärferen dem Oktaeder angehörenden Rhomboeders; denn in die Endkantenzone des Hexaeders müssen, da ja an allen Tetrakisheptaedern die Kanten des Hexaeders noch sichtbar sind und, wenn man das Tetrakisheptaedern rhomboedrisch stellt, theils die Seitenkanten des unteren Skalenoeders, theils die stumpferen oder schärferen Endkanten des oberen Skalenoeders bilden, alle Skalenoeder (darunter eine Pyramide) der 7 Tetrakisheptaedern fallen, und zwar als Skalenoeder erster Abtheilung (nach der Weiss'schen Eintheilung pag. 97) alle unteren, als solche zweiter Abtheilung alle oberen Skalenoeder. In die Endkantenzone des ersten schärferen Rhomboeders, des Oktaeders, müssen aber alle Skalenoeder der 6 Triakisoktaeder fallen, da ja an den Triakisoktaedern die Kanten des Oktaeders als die Seitenkanten dieser Skalenoeder noch sichtbar sind. Von den Skalenoedern aus diesen Endkantenzone der Rhomboeder der Hauptreihe stimmen auch die meisten in ihrem Zeichen überein mit den entsprechenden Kalkspath-Skalenoedern, darunter das Gegenskaloeder $S' \frac{5}{3}$, das einem Ikositetraeder $a : \frac{3}{2} a : \frac{3}{2} a$ angehört. Unter den Skalenoedern, deren eingeschlossene Rhomboeder zu Nebenreihen gehören, ist besonders unerwartet das Übereinstimmen des Gegenskaloeders $\frac{1}{3} S' \frac{5}{3} = c : 9 a' : \frac{9}{5} a' : \frac{9}{4} a'$, das dem Tetrakisheptaedern $a : \frac{5}{4} a : \infty a$ angehört, mit einem ziemlich unsicheren Skalenoeder des Kalkspathes, und es ist vielleicht diese Übereinstimmung ein Moment für die Wahrscheinlichkeit des Letzteren. Nur zwei Skalenoeder des Tesseral-Systems gehören zu Rhomboedern aus Nebenreihen mit Grundzahlen < 1 . Die Reihe der Pyramiden $\frac{8}{3} P$, $\frac{4}{3} P$, $\frac{2}{3} P$ endlich ist dem Tesseral-Systeme eigenthümlich, während P , $2 P$, $4 P$ in beiden Systemen übereinstimmen. Überhaupt zeigt die Vergleichung ausser den Prismen und der geraden Endfläche 16 übereinstimmende Rhomboeder, 23 Skalenoeder, 3 Pyramiden, im Ganzen also 47 gleiche Flächen, und es ist so nicht bloss der Gang der Entwicklung beider Systeme, des Tesseral-Systems und des Kalkspathsystems im Allgemeinen, wie er sich in der gleichartigen Entwicklung der Zonen ausspricht, ein ganz analoger, sondern sogar für 47 einzelne Flächen beider Systeme der Deductions- und Zonenzusammenhang derselbe. Für diejenigen von diesen 47 gemeinschaftlichen Gestalten, welche auf Fig. V projectirt sind, sind auf der linken Seite der Figur die regulären Körper, welchen sie angehören, angeschrieben. Der dreiaxige Flächenausdruck des entsprechenden regulären Körpers ist dann immer zugleich

der Flächenausdruck der entsprechenden Kalkspathfläche für die drei durch die Kanten des Hauptrhomboeders gegebenen Axen.

Die Vergleichung zeigt weiter, dass für mehrere reguläre Körper, für das Oktaeder, das Dodekaeder, für die Ikositetraeder $a : 2a : 2a$, $a : 3a : 3a$, $a : 4a : 4a$, für das Triakisoktaeder $a : a : 2a$, und für die Tetrakishexaeder $a : 2a : \infty a$, $a : 3a : \infty a$, $a : \frac{5}{4}a : \infty a$, $a : \frac{3}{2}a : \infty a$, $a : 4a : \infty a$, sämtliche Gestalten, aus denen sie in rhomboedrischer Stellung zusammengesetzt erscheinen, mit Kalkspathflächen übereinstimmen. Dies führt uns jetzt wieder zurück zu den Combinationen, von welchen wir (Seite 111) ausgegangen sind. Combiniren sich nämlich die übereinstimmenden Kalkspathflächen in denselben Gruppen, durch die die regulären Körper zusammengesetzt erscheinen, so sieht man ein, dass durch diese Combinationen beim Kalkspath ganz die jenen regulären Körper analogen Gestalten gebildet werden müssen. So wird also eine Combination von $\frac{1}{4}R$, $\frac{1}{2}S$ 3 und ∞R beim Kalkspath ein Kalkspath-Ikositetraeder geben mit dem Flächenzeichen $a : 2a : 2a$ für die drei den Kanten des Hauptrhomboeders entsprechenden Axen, eine Combination von $\frac{2}{5}R$, $2P$, $4R$ ein Ikositetraeder $a : 3a : 3a$, ferner eine Combination von $\frac{1}{5}R'$, R' , $2S'$ 2 ein Triakisoktaeder $a : a : 2a$ und so fort. Was jedoch der Theorie nach möglich ist, das hat die Erfahrung bis jetzt noch nicht bestätigt. So zahlreich und mannigfaltig die verschiedenen Combinationen der Kalkspathflächen sind, so ist doch nirgends durch dieselben ein solches rhomboedrisches Ikositetraeder oder ein rhomboedrisches Triakisoktaeder gebildet. Nur das Oktaeder findet sich als Combination von $0R$ und $2R'$ (cfr. Zippe, a. a. O. Seite 31, 1, a und Fig. 2), selten das einfache Rhomboeder R dem Hexaeder entsprechend, das Dodekaeder $\frac{1}{2}R'$, ∞P bei Krystallen von Dufton in England (cfr. Zippe, pag. 32, 3, a) und endlich einige Tetrakishexaedern ähnliche Gestalten in Combination mit einer grossen Anzahl anderer Flächen: das Tetrakishexaeder $a : 2a : \infty a$ als Combination von P und S 3 (cfr. Zippe, pag. 47, 55, a), das Tetrakishexaeder $a : 3a : \infty a$ als Combination von $\frac{1}{4}S$ 3 und S 2 (cfr. Zippe, pag. 50, 61 a) und das Tetrakishexaeder $a : 4a : \infty a$ als Combination von $\frac{2}{5}S$ 2 und S $\frac{5}{3}$ (cfr. Zippe, pag. 33, 5, c). Eine ikositetraederartige Combination, die aber keinem der regulären Ikositetraeder entspricht, ist nachgebildet durch $\frac{1}{2}R'$, R , ∞R , S 2, (cfr. Zippe, Fig. 85) und eine Art Tetrakishexaeder enthalten in der Combination: S $\frac{5}{3}$, $\frac{1}{4}S$ 3, S 3, $4R$, ∞R (cfr. Zippe, Fig. 52). Es liegt so schon in dieser verschiedenen Art der Combination krystallonomisch gleicher Flächen ein den beiden verglichenen Systemen eigenthümlicher Charakter, der als trennender Unterschied der Systeme in den Grundverhältnissen der Axen hervortritt.

Man könnte nämlich noch fragen: kommen beim Kalkspath nur den regulären Körpern analoge Gestalten vor, oder finden sich nicht auch in den Winkeln mit den regulären Körpern übereinstimmende Formen, die sich als rhomboedrische Gestalten dann nur noch durch die physicalische Differenz der End- und Seitenkanten, der End- und Seitenecken zu erkennen geben würden? Fixiren wir einen bestimmten Fall, mit dessen Erledigung die Frage überhaupt entschieden sein wird, ob solche in den Winkeln mit den regulären Körpern übereinstimmende Gestalten im Kalkspathsysteme krystallonomisch möglich sind. Kommt im Kalkspathsysteme ein Rhomboeder mit 90° in den Endkanten vor, oder kann es vorkommen? Wäre dem so, so liessen sich einem solchen Rhomboeder drei gleiche auf einander rechtwinkelige Axen unterlegen; da es ferner im Deductionszusammenhange liegen müsste mit allen übrigen Kalkspathgestalten, so würde sich das Kalkspathsystem überhaupt auf drei solche Axen beziehen lassen, das heisst ein reguläres System sein. — Jenes Hexaeder-Rhomboeder würde in der Mitte stehen zwischen den spitzen und stumpfen Rhomboedern. Unter allen beim Kalkspath beobachteten Rhomboedern

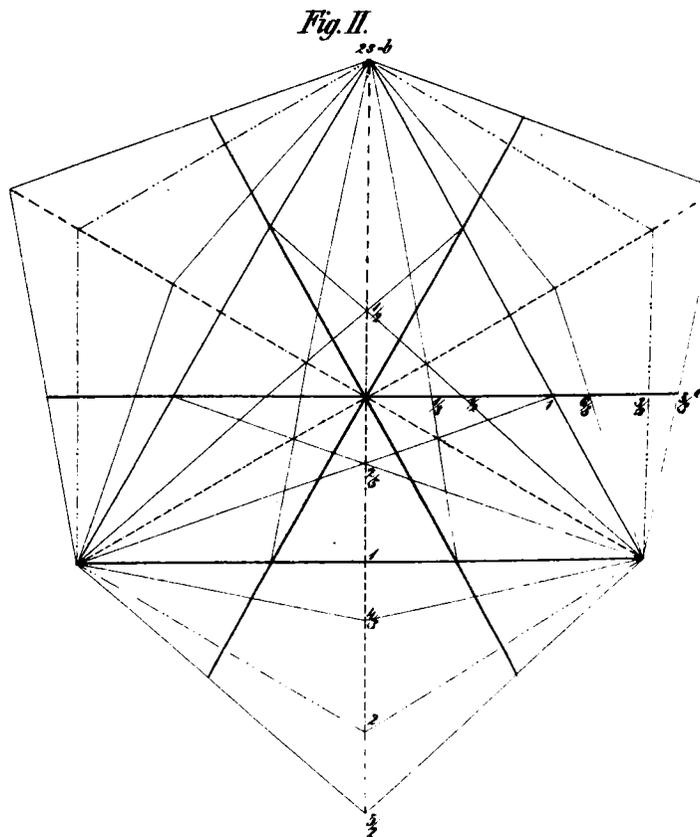
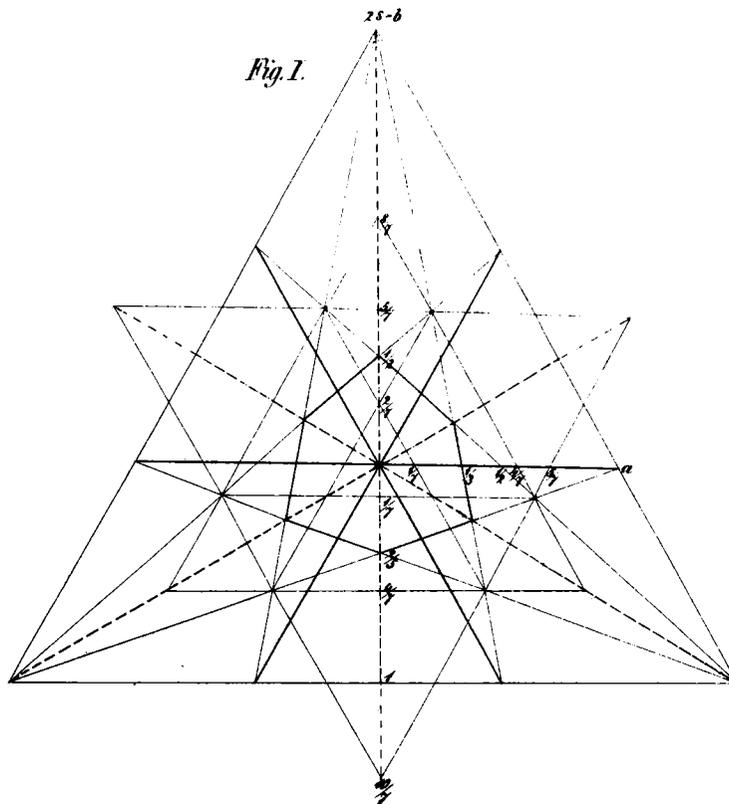
kommen dem Hexaeder am nächsten die Rhomboeder $\frac{3}{2} R' = c : \frac{2}{3} a' : \frac{2}{3} a' : \infty a'$, das schon Haüy desswegen *cuboide* genannt hat, und $\frac{7}{5} R' = c : \frac{5}{7} a' : \frac{5}{7} a' : \infty a'$. Jenes hat einen Endkantenwinkel von $88^{\circ}18'$ ist also schärfer als das Hexaeder, dieses einen Endkantenwinkel von $90^{\circ}55'$, ist also stumpfer als das Hexaeder. Ein dem Hexaeder gleiches Rhomboeder findet sich daher beim Kalkspath nicht, ist aber überhaupt auch krystallonomisch unmöglich. Denn nach dem dritten Gesetze (Seite 90) ist ja die Grundbedingung für die Möglichkeit einer Fläche in einem Krystallsystem die, dass ihre Axenschnitte in einem rationalen Verhältnisse zu dem das System individuell charakterisirenden Grundverhältniss der als Einheit genommenen Axen des Grundkörpers stehen, von dem deducirt wird. Dieses Grundverhältniss ist, wie wir sahen (Seite 92), für den Kalkspath $c : a = 1 : 1,1706$ oder $c : s = 1 : 1,0137$; jene beiden Kalkspath-rhomboeder haben daher die Axenverhältnisse: $c : \frac{2}{3} a = 1 : 0,7804$ und

$$c : \frac{5}{7} a = 1 : 0,8361.$$

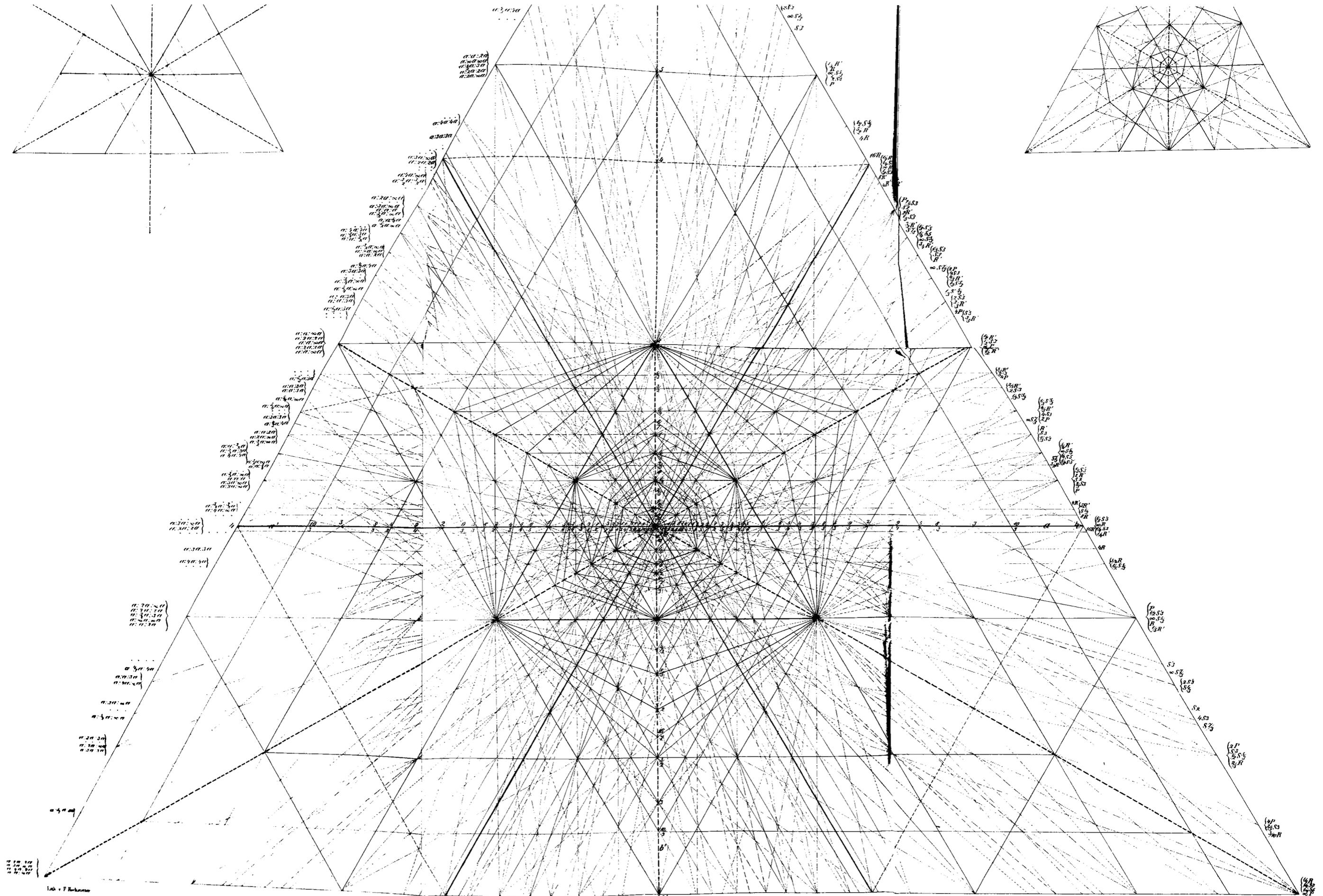
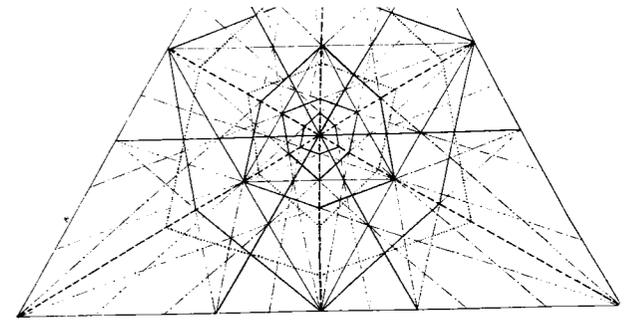
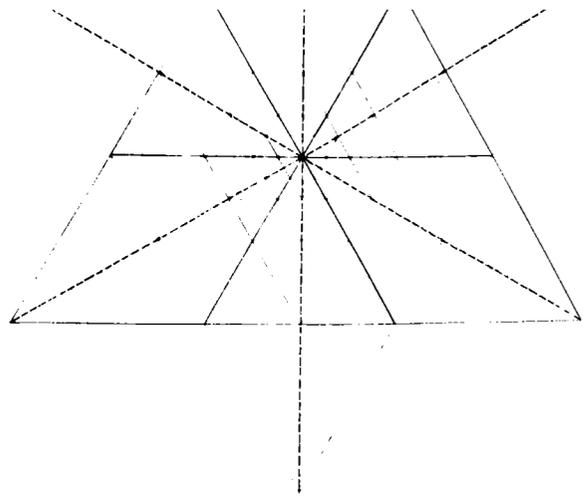
Für ein Rhomboeder aber mit 90° in den Endkanten müsste dieses Axenverhältniss sein:

$$c : a = 1 : 0,8165 \text{ und } c : s = 1 : 0,7071.$$

Diese beiden Verhältnisse stehen aber zu den Grundverhältnissen des Kalkspathes in einem irrationalen Verhältnisse, daraus folgt, dass ein Rhomboeder mit 90° in den Endkanten beim Kalkspath unmöglich ist, dass überhaupt das Kalkspathsystem in keiner Weise aus dem Tesseral-Systeme sich ableiten lässt.



Ans der k. k. Hof- u. Staatsdruckerei



11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

Lab. v. F. Neuberger