

# Krystallographische Studien über Albit.

Von **Dr. Aristides Brezina.**

(Mit Tafel I.)

*Separat-Abdruck aus dem I. Hefte d. Mineralogischen Mittheilungen 1873, ges. von Tschermak.*

# Krystallographische Studien über Albit.

Von Dr. Aristides Brezina.

(Mit Tafel I.)

E. F. Neumann. Berl. Ak. Abb. 1830. 19.  
Schrauf. Atlas der Krystallformen. I. Heft.  
G. vom Rath. Pogg. Ann. Erg. Bd. V. 425.

Ein dem Bavenoer Zwillingsgesetz des Orthoklases analoges wurde am Albit von Weiss entdeckt und von E. F. Neumann l. c. pag. 218, Fig. VII, beschrieben; der betreffende Krystall war aus Tirol und gehörte der Berliner Universitäts-Sammlung an. Die erwähnte Figur (copirt Taf. I, Fig. 1) stellt ihn in Projection auf die Zone  $PeMn'$  . . . dar; nach Neumann's Angaben lieferte Schrauf l. c. Taf. IV, Fig. 32 (copirt Taf. I, Fig. 2) eine schiefe Projection.

Neumann nahm die Flächen  $ne$  ( $0\bar{2}1$ ,  $021$ ) als zu einander senkrecht, letztere als Zwillingssebene an; eine von ihm beobachtete Abweichung der Flächen  $n_b$ ,  $P_b$  des zweiten Individuums von der Tautozonalität mit  $MnP$  des ersten, schrieb er einer abnormen Ausbildung zu.

Nachdem neuere Messungen ergeben hatten, dass die erwähnte Rechtwinkeligkeit von  $n$  und  $e$  nicht vorhanden ist, war eine erneuerte Bestimmung des Zwillingsgesetzes von Wichtigkeit; hiezu ergab sich Gelegenheit durch die Auffindung eines ausgezeichneten derartigen Zwillingskrystalles auf einem Handstücke von Schmirn in Tirol.

Der Bavenoer Zwilling selbst, dessen beide Individuen nach aussen wiederum nach dem gewöhnlichen Zwillingsgesetz orientirte Ansätze tragen, ist Fig. 5 und 6, Taf. I, in schiefer und Horizontalprojection dargestellt; die Ansätze finden sich an den Flächen  $M$  und  $\bar{M}$ , Fig. 6. Der ganze Complex ist 20 Cm. breit und ebenso lang.

Die Messungen an diesem Krystallstock geschahen mittelst Siegelackabdrücken; die Flächenbeschaffenheit ist die gewöhnlich beobachtete, die Säulenflächen polysynthetisch gestreift durch Zusammensetzung nach  $M$  ( $010$ ),  $P$  und  $n$  mit schwachen, schildförmigen Unebenheiten bedeckt,  $y$  glatt und glänzend, die Flächen  $x$  ziemlich stark aus ihrer normalen, mit  $yP$  tautozonalen Lage gedreht und zwar auf bezüglich der Zwillingssebene symmetrische Weise, ausserdem wellig gekrümmt.

Die unten angeführten Elemente und berechneten Winkel sind aus v. Rath's Fundamentalwinkeln

$$Pn = 46^\circ 45'; \quad .no = 46^\circ 58'; \quad ox = 27^\circ 30'; \quad oP = 57^\circ 45';$$

$$PM = 180^\circ - \frac{PP}{2} = 86^\circ 18'5$$

mittelst sphärischer Trigonometric abgeleitet; dieselben weichen von den gerechneten Winkeln v. Rath's (aus denselben Fundamentalwinkeln) nur in einem Falle bedeutend ab, und zwar in dem theoretisch interessanten Winkel  $ne$ , wofür v. Rath den Werth  $89^\circ 59' 2''$  (innerer Winkel) angiebt; die unmittelbare Berechnung aus den Fundamentalwinkeln  $Pn$ ,  $PM$  mittelst der Vier-Flächen-Formel ergiebt  $89^\circ 49' 11''$  Normalen-, somit  $90^\circ 10' 49''$  inneren Winkel.

Die Anordnung der Flächen ist aus den sphärischen Projectionen Fig. 3 und 4, Taf. I, ersichtlich; erstere auf die Zone  $MTa$ , letztere, beide Individuen darstellend, auf die Zone  $MePn$ ; in dieser Projection sind die Flächen des einen Individuums durch ausgefüllte, die des anderen durch leere Kreise dargestellt.

Der Buchstabe  $a$  ist für die nicht vorhandene Fläche 100 gebraucht.

$$\text{Elemente } a : b : c = 0.6366 : 1 : 0.5582$$

$$\xi = 94^\circ 15' 12''; \quad \eta = 116^\circ 47' 10''; \quad \zeta = 87^\circ 52' 22'' \text{ Axenwinkel}$$

$$\alpha = 86 \quad 18 \quad 30; \quad \beta = 63 \quad 17 \quad 29; \quad \gamma = 90 \quad 14 \quad 16 \text{ Pinakoidwinkel}$$

Am Schlusse der Winkeltabelle sind die von mir benützten Winkel der sphärischen Dreiecke angeführt, um bei Benützung der gegebenen Werthe zu weiteren Berechnungen die Neuberechnung derselben zu ersparen.

	Gerechnet Br.	Gerechnet v. R.	Gemessen Br.
$al$	$= 29^\circ 36' 42''$		
$aT$	$= 29 \quad 43 \quad 34$		
$aM$	$= 90 \quad 14 \quad 16$		
$MI$	$= 119 \quad 50 \quad 58$	119 50 58	
$TM$	$= 60 \quad 30 \quad 42$	60 30 37	
$MT$	$= 60 \quad 9 \quad 2$	60 9 2	
$IT$	$= 59 \quad 20 \quad 16$	59 20 21	
$aP$	$= 63 \quad 17 \quad 29$		
$ax$	$= 115 \quad 28 \quad 15$		
$ay$	$= 145 \quad 30 \quad 56$		
$Px$	$= 52 \quad 10 \quad 46$	52 10 47	
$Py$	$= 82 \quad 13 \quad 27$		
$xy$	$= 30 \quad 2 \quad 41$		

	Gerechnet Br.	Gerechnet v. R.	Gemessen Br.
$Mc$	= 43° 14' 19"		
$MP$	= 86 18 30*		
$Mn$	= 133 3 30	133° 3' 30"	
$Mn$	= 46 56 30	46 56 30	
$Pe$	= 43 4 11		
$Pn$	= 46 45 0*		
$ne$	= 89 49 11	90 0 58	
$MM$	= 86 28 38		
$MM$	= 93 31 22		
$PP$	= 86 8 22		
$PP$	= 93 51 38		
$nn$	= 179 38 22		
$nn'$	= 0 21 38		0° 50'
$PM$	= 0 10 8		
$PT$	= 64 57 56	64 57 46	
$Po$	= 57 45 0*		
$To$	= 122 42 56		
$LP$	= 69 1 11	69 1 8	
$Mx$	= 86 3 29	86 3 31	
$Mo$	= 113 33 29	113 33 31	
$Mo$	= 66 26 31		
$ox$	= 27 30 0*		
$Te$	= 61 8 47		
$Ty$	= 134 1 32		
$cy$	= 82 52 45		
$TT$	= 122 17 34		
$TT$	= 57 42 26		
$yy$	= 165 45 30		
$yy'$	= 14 14 30		15° 34'
$ln$	= 51 17 20	51 17 7	( $y'y = -15° 34'$ )
$lo$	= 98 15 20		
$ly$	= 137 30 35		
$no$	= 46 58 0*		
$ny$	= 86 13 15		
$oy$	= 39 15 15		

	Gerechnet Br.			Gerechnet v. R.			Gemessen Br.		
$lc$	=	95	26	30					
$ll$	=	169	7	0					
$l\bar{l}$	=	10	53	0					— 12° 10
$xe$	=	62	5	54					
$xx$	=	124	11	48					
$x\bar{x}'$	=	55	48	12					
$oe$	=	84	34	10					
$oo$	=	169	8	20					
$oo'$	=	10	51	40					
$aPT$	=	33	4	36	$PT$	=	72°	34'	18
$TPM$	=	59	3	2	$onP$	=	82	52	33
$MPx$	=	87	52	22	$noP$	=	58	42	51
$nPl$	=	56	1	6	$MoP$	=	69	0	45
$lPa$	=	31	51	16	$Moy$	=	52	16	24
$PaM$	=	85	44	48	$oxP$	=	91	37	0
$PMa$	=	63	12	50	$nyP$	=	46	50	27
$PMx$	=	52	18	13	$Pye$	=	43	27	1
$xMa'$	=	64	28	57	$yen$	=	86	12	52.
$aTP$	=	79	29	11					

In erster Näherung wurde das Zwillingsgesetz durch die Tautozonalität von  $MeP$   $McP$  und die nahezu erreichte Coincidenz von  $nm$  be- gleichzeitiger Symmetrie bezüglich einer die Kante  $PM$  abstumpfenden Fläche bestimmt. Bei der Veränderlichkeit der Winkel des Albits im allgemeinen, welche durch die Zwillingbildung noch vergrössert wird, sowie den noch hinzukommenden Fehlern der Siegelwachsabdrücke und der Schwierigkeit der Messung an den oft nur sehr kleinen Flächen- stücken kann eine Differenz zwischen Rechnung und Messung bis zu einem Grade nicht auffallen; es sind vielmehr die gemessenen Werthe als Bestätigung des angenommenen Zwillingsgesetzes anzusehen; um jedoch vollständige Sicherheit zu geben, soll im nachfolgenden mittelst Methode der kleinsten Quadrate das Zeichen der Zwillingfläche ermittelt werden, zugleich als Beispiel für eine derartige Berechnung überhaupt.

Sei ( $hkl$ ) das gesuchte Zeichen einer Fläche, deren Winkel zu mehreren anderen Flächen gegeben sind; sind solcher Winkel zum mindesten zwei bekannt, so kann eine Correctur für das in erster Näherung bekannte Zeichen der Fläche  $hkl$  gefunden werden.

Der Winkel je zweier Flächen ( $hkl$ ) ( $h'k'l'$ ) ist bekanntlich ge- geben durch

$$1. \quad tg \omega = \frac{\sqrt{CL}}{K}, \text{ worin}$$

$$\begin{aligned}
 & C = \sin^2 \xi + \sin^2 \eta + \sin^2 \zeta + 2 \cos \xi \cos \eta \cos \zeta - 1. \\
 & L = \left( \frac{kl' - lk'}{bc} \right)^2 + \left( \frac{lh' - hl'}{ca} \right)^2 + \left( \frac{hk' - kh'}{ab} \right)^2 + \\
 & \quad + 2 \left( \frac{lh' - hl'}{ca} \right) \left( \frac{hk' - kh'}{ab} \right) \cos \xi + \\
 & \quad + 2 \left( \frac{hk' - kh'}{ab} \right) \left( \frac{kl' - lk'}{bc} \right) \cos \eta + \\
 & \quad + 2 \left( \frac{kl' - lk'}{bc} \right) \left( \frac{lh' - hl'}{ca} \right) \cos \zeta. \\
 & K = \frac{hh'}{a^2} \sin^2 \xi + \frac{kk'}{b^2} \sin^2 \eta + \frac{ll'}{c^2} \sin^2 \zeta + \\
 & \quad + \frac{kl' + lk'}{bc} (\cos \eta \cos \zeta - \cos \xi) + \\
 & \quad + \frac{lh' + hl'}{ca} (\cos \zeta \cos \xi - \cos \eta) + \\
 & \quad + \frac{hk' + kh'}{ab} (\cos \xi \cos \eta - \cos \zeta)
 \end{aligned}$$

$abc, \xi\eta\zeta$  sind die Elemente des Krystals.

Sind diese, sowie die Winkel  $\omega, \omega_1, \omega_2, \dots$  welche  $hkl$  mit  $(h'k'l')$  ( $h'_1k'_1l'_1$ )  $\dots$  bildet und der Näherungswerth der Grössen  $hkl$  bekannt (wofür wir beispielsweise in unserem Falle 021 annehmen können), so sind die Grössen  $L$  und  $K$  zunächst nach  $hkl$  zu ordnen.

Setzen wir zur Abkürzung:

$$\begin{aligned}
 & \alpha = \frac{1}{b^2c^2}; \beta = \frac{1}{c^2a^2}; \gamma = \frac{1}{a^2b^2} \\
 & \delta = \frac{\cos \xi}{a^2bc}; \varepsilon = \frac{\cos \eta}{ab^2c}; \theta = \frac{\cos \zeta}{abc^2} \\
 & \rho = \frac{\sin^2 \xi}{a^2}; \sigma = \frac{\sin^2 \eta}{b^2}; \tau = \frac{\sin^2 \zeta}{c^2} \\
 & \varphi = \frac{\cos \eta \cos \zeta - \cos \xi}{bc}; \psi = \frac{\cos \zeta \cos \xi - \cos \eta}{ca} \\
 & \chi = \frac{\cos \xi \cos \eta - \cos \zeta}{ab}
 \end{aligned}$$

wobei die bezeichneten 12 Grössen ersichtlich nur von den Elementen des betreffenden Krystalles abhängen, und ordnen wir nach  $hkl$ , so wird

$$4. \left\{ \begin{array}{l} L = h^2 (k'^2 \gamma + l^2 \beta - 2 k' l' \delta) + k^2 (l'^2 \alpha + h'^2 \gamma - 2 l' h' \varepsilon) + \\ \quad + l^2 (h'^2 \beta + k'^2 \alpha - 2 h' k' \theta) - \\ \quad - 2 kl (k' l' \alpha + h'^2 \delta - h' k' \varepsilon - h' l' \theta) - \\ \quad - 2 lh (l' h' \beta + k'^2 \varepsilon - k' l' \theta - k' h' \delta) - \\ \quad - 2 hk (h' k' \gamma + l'^2 \theta - l' h' \delta - l' k' \varepsilon). \\ K = h (h' \rho + k' \chi + l' \psi) + k (k' \sigma + l' \varphi + h' \chi) + \\ \quad + l (l' \tau + h' \psi + k' \varphi). \end{array} \right.$$

Zur weiteren Abkürzung führen wir nun folgende Zeichen für die Coëfficienten von  $hkl$  in Gleichungen 4. ein :

$$5. \left\{ \begin{array}{l} \mu = k'^2 \gamma + l^2 \beta - 2 k' l' \delta; \nu = l'^2 \alpha + h'^2 \gamma - 2 l' h' \varepsilon; \\ \quad \pi = h'^2 \beta + k'^2 \alpha - 2 h' k' \theta. \\ \Pi = k' l' \alpha + h'^2 \delta - h' k' \varepsilon - h' l' \theta; P = l' h' \beta + k'^2 \varepsilon - \\ \quad - k' l' \theta - k' h' \delta; \Sigma = h' k' \gamma + l'^2 \theta - l' h' \delta - l' k' \varepsilon. \\ \Phi = h' \rho + k' \chi + l' \psi; \Psi = k' \sigma + l' \varphi + h' \chi. \\ \Xi = l' \tau + h' \psi + k' \varphi \end{array} \right.$$

wobei zu bemerken ist, dass die neun Grössen in 5. vom Zeichen  $h'k'l$  der Fläche abhängen, deren Winkel mit  $hkl$  eingeführt wird; durch Substitution von 5. in die Gleichungen 4. ergibt sich

$$6. \left\{ \begin{array}{l} L = h^2 \mu + k^2 \nu + l^2 \pi - 2 kl \Pi - 2 lh P - 2 hk \Sigma. \\ K = h \Phi + k \Psi + l \Xi. \end{array} \right.$$

Nachdem für  $hkl$  Näherungswerthe angenommen sind, werden für zwei derselben bei unverändertem dritten Index die Correcturen zu berechnen sein; da wir nur die Verhältnisse je zweier Indices in Betracht zu ziehen haben, setzen wir den dritten Index  $l = \text{const.}$ ; so sind nun die Correcturen  $\Delta h$  und  $\Delta k$  zu ermitteln; nach den Grundsätzen der Methode der kleinsten Quadrate haben wir zunächst für jeden Winkel die Gleichung

$$7. \quad \Delta \omega = \frac{d\omega}{dh} \Delta h + \frac{d\omega}{dk} \Delta k$$

herzustellen, worin  $\frac{d\omega}{dh}$  die partiellen Differentialquotienten von  $\omega$  nach  $h$  resp.  $k$ ; aus 1. finden wir

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dx} &= \frac{d}{dx} \cdot \text{arctg} \sqrt{\frac{CL}{K}} = \cos^2 \omega \frac{d}{dx} \sqrt{\frac{CL}{K}} = \\ &= \frac{\sin 2 \omega}{4 L} \frac{dL}{dx} - \frac{\sin 2 \omega}{2 K} \frac{dK}{dx} \end{aligned}$$

somit

$$8. \begin{cases} \frac{d\omega}{dh} = \frac{\sin 2\omega}{2} \left( \frac{1}{2L} \frac{dL}{dh} - \frac{1}{K} \frac{dK}{dh} \right) \\ \frac{d\omega}{dk} = \frac{\sin 2\omega}{2} \left( \frac{1}{2L} \frac{dL}{dk} - \frac{1}{K} \frac{dK}{dk} \right). \end{cases}$$

Durch Substitution von 8. in 7. erhalten wir somit

$$9. \frac{2\Delta\omega}{\sin 2\omega} = \left( \frac{1}{2L} \frac{dL}{dh} - \frac{1}{K} \frac{dK}{dk} \right) \Delta h + \left( \frac{1}{2L} \frac{dL}{dk} - \frac{1}{K} \frac{dK}{dk} \right) \Delta k;$$

bezüglich der Differenzen in dieser Gleichung ist zu bemerken, dass, wenn die corrigirten Indices  $h + \Delta h$ ,  $k + \Delta k$  sind,  $\Delta\omega$  die Differenz gemessen — berechnet angiebt und mit  $\frac{2\pi}{360 \cdot 60}$  zu multiplizieren ist, wenn dieselbe in Minuten gegeben ist.

Die in 9. auftretenden partiellen Differentialquotienten nach  $h$  und  $k$  bestimmen sich aus 6. wie folgt

$$10. \begin{cases} \frac{dL}{dh} = h\mu - 2lP - 2k\Sigma; & \frac{dK}{dh} = \Phi \\ \frac{dL}{dk} = kv - 2l\Pi - 2h\Sigma; & \frac{dK}{dk} = \Psi \end{cases}$$

Durch Annahme der Näherungswerthe von  $hkl = 021$  verwandeln sich die Gleichungen 6. und 10. in

$$6a. \quad L = 4\nu + \pi - 4\Pi; \quad K = 2\Psi + \Xi.$$

$$10a. \quad \frac{dL}{dh} = -2P - 4\Sigma; \quad \frac{dK}{dh} = \Phi; \quad \frac{dL}{dk} = 2\nu - 2\Pi; \quad \frac{dK}{dk} = \Psi.$$

Zur Bestimmung verwenden wir die gemessenen Winkel

$$\underline{w} = -12^\circ 10'; \quad \underline{y'y} = -15^\circ 34'; \quad \underline{nn'} = 0^\circ 50';$$

woraus die Winkel der betreffenden Flächen zur Zwillingsfläche sich ergeben als  $el = (021) (1\bar{1}0) = 96^\circ 5'0$ ;  $ey = (021) (201) = 82^\circ 13' 0$ ;  $en = (021) (0\bar{2}1) = 89^\circ 35' 0$ .

Durch Substitution der Indices  $h'k'l'$  erhalten wir in Formeln 5., 6. a und 10. a.



$$\begin{aligned}
 & l = (1\bar{1}0); \\
 & \mu = \gamma; \nu = \gamma; \pi = \beta + \alpha + 2\theta; \\
 & \Pi = \delta + \varepsilon; P = \varepsilon + \delta; \Sigma = -\gamma; \\
 & \Phi = \rho - \chi; \Psi = -\sigma + \chi; \Xi = \psi - \varphi; \\
 & L = \alpha + \beta + 4\gamma - 4\delta - 4\varepsilon + 2\theta; K = -2\sigma - \varphi + \psi + 2\chi; \\
 & \frac{dL}{dh} = 4\gamma - 2\delta - 2\varepsilon; \frac{dK}{dh} = \rho - \chi; \\
 & \frac{dL}{dk} = 2\gamma - 2\delta - 2\varepsilon; \frac{dK}{dk} = -\sigma + \chi. \\
 \\
 & a. \quad \begin{aligned}
 & y = (201) \\
 & \mu = \beta; \nu = \alpha + 4\gamma + 4\varepsilon; \pi = 4\beta; \\
 & \Pi = 4\delta + 2\theta; P = -2\beta; \Sigma = \theta + 2\delta; \\
 & \Phi = -2\rho + \psi; \Psi = \varphi - 2\chi; \Xi = \tau - 2\psi; \\
 & L = 4(\alpha + \beta + 4\gamma - 4\delta + 4\varepsilon - 2\theta); K = \tau + 2\varphi - 2\psi - 4\chi; \\
 & \frac{dL}{dh} = 4(\beta - 2\delta - \theta); \frac{dK}{dh} = 2\rho + \psi; \\
 & \frac{dL}{dk} = 2(\alpha + 4\gamma - 4\delta + 4\varepsilon - 2\theta); \frac{dK}{dk} = \varphi - 2\chi.
 \end{aligned} \\
 \\
 & n = (0\bar{2}1) \\
 & \mu = \beta + 4\gamma + 4\delta; \nu = \alpha; \pi = 4\alpha; \\
 & \Pi = -2\alpha; P = 4\varepsilon + 2\theta; \Sigma = 2\varepsilon + 0; \\
 & \Phi = \psi - 2\chi; \Psi = -2\sigma + \varphi; \Xi = \tau - 2\varphi; \\
 & L = 16\alpha; K = -4\sigma + \tau; \\
 & \frac{dL}{dh} = -8(2\varepsilon + \theta); \frac{dK}{dh} = \psi - 2\chi; \\
 & \frac{dL}{dk} = -6\alpha; \frac{dK}{dk} = -2\sigma + \varphi.
 \end{aligned}$$

Durch Substitution der numerischen Werthe der Elemente

$$a = 0.6366; b = 1; c = 0.5582,$$

$$\xi = 94^\circ 15' 12; \eta = 116^\circ 47' 10; \zeta = 87^\circ 52' 22$$

in die Gleichungen 3. erhalten wir

$$b. \quad \begin{cases}
 \alpha = 3.20938; \beta = 7.91931; \gamma = 2.46755, \\
 \delta = -0.32786; \varepsilon = -1.26822; \theta = 0.18713, \\
 \rho = 2.45398; \sigma = 0.79690; \tau = 3.20495, \\
 \varphi = 0.10290; \psi = 1.26048; \chi = -0.00581.
 \end{cases}$$

Diese numerischen Werthe in die Systeme  $a$  substituirt ergeben:

$$c. \left\{ \begin{array}{l} el = (021) (1\bar{1}0) \\ L = 27.75747; \frac{dL}{dh} = 13.06236; \frac{dL}{dk} = 8.12726; \\ K = -0.44784; \frac{dK}{dh} = 2.45979; \frac{dK}{dk} = -0.80271; \\ ey = (021) (201) \\ L = 67.45276; \frac{dL}{dh} = 33.55160; \frac{dL}{dk} = 35.77512; \\ K = 0.91303; \frac{dK}{dh} = -3.64748; \frac{dK}{dk} = 0.11452; \\ en = (021) (0\bar{2}1) \\ L = 51.35008; \frac{dL}{dh} = 18.79448; \frac{Ld}{dk} = -19.25628; \\ K = 0.01735; \frac{dK}{dh} = 1.27210; \frac{dK}{dk} = -1.49090. \end{array} \right.$$

Wir erhalten nun durch Substitution von  $c$  und den oben angeführten Winkeln der Zwillingsfläche zu  $l$ ,  $y$  und  $n$  in die Gleichung 9. folgende Differenzen Gleichungen unter Berücksichtigung der Gleichungen

$$\sin(180-\omega) = \sin \omega; \sin(\omega-180) = -\sin \omega.$$

$$el) \frac{2 \cdot 2 \pi. + 38'50}{360 \cdot 60. - \sin 10^\circ 53'0''} = \left( \frac{13.06236}{55.51494} - \frac{2.45979}{-0.44784} \right) \Delta h + \\ + \left( \frac{8.12726}{55.51494} - \frac{-0.80271}{-0.44784} \right) \Delta k$$

$$ey) \frac{2 \cdot 2 \pi. - 39'75}{360 \cdot 60. \sin 14^\circ 14'30''} = \left( \frac{33.55160}{134.90552} - \frac{-3.64748}{0.91303} \right) \Delta h + \\ + \left( \frac{35.77512}{134.90552} - \frac{0.11452}{0.91303} \right) \Delta k$$

$$en) \frac{2 \cdot 2 \pi. - 14'18}{360 \cdot 60. \sin 0^\circ 21'38''} = \left( \frac{18.79448}{102.70016} - \frac{1.27210}{0.01735} \right) \Delta h + \\ + \left( \frac{-19.25628}{102.70016} - \frac{-1.49090}{0.01735} \right) \Delta k$$

somit die drei Gleichungen

$$d. \left\{ \begin{array}{l} -0.11863 = 5.71215 \Delta h - 1.64600 \Delta k \\ -0.09400 = 4.24362 \Delta h + 0.13976 \Delta k \\ -1.31095 = -73.13688 \Delta h + 85.74332 \Delta k \end{array} \right.$$

und wenn wir diese Gleichungen darstellen in der Form

$$\begin{array}{r}
 A_1 = H_1 \Delta h + K_1 \Delta k \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots
 \end{array}$$

so ist nach bekannter Formel

$$\Sigma (AH) = \Delta h \Sigma (H^2) + \Delta k \Sigma (HK)$$

$$\Sigma (AK) = \Delta h \Sigma (HK) + \Delta k \Sigma (K^2)$$

aus welchen zwei Gleichungen sodann  $\Delta h$  und  $\Delta k$  bestimmt werden zu

$$\Delta h = -0.0271; \Delta k = -0.0384$$

deren Kleinheit die Uebereinstimmung der Zwillingsfläche mit (021) als innerhalb der Fehlergrenzen liegend erkennen lassen.

---

Fig. 4.

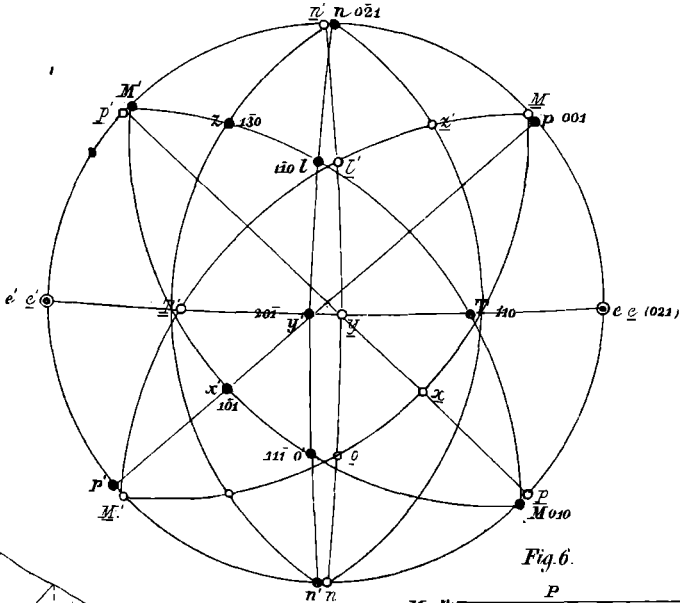


Fig. 1.

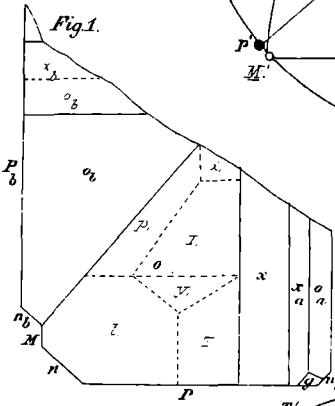


Fig. 6.

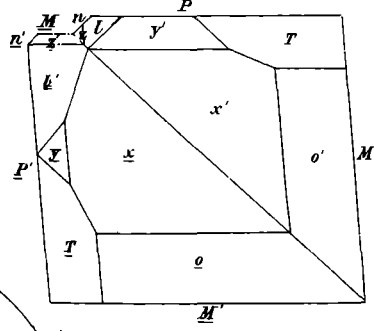


Fig. 3.

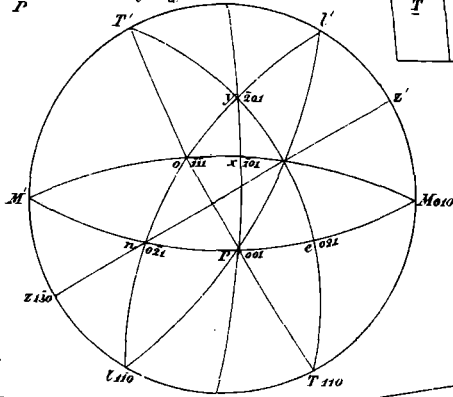


Fig. 5.

Fig. 2.

