

M. Berek

Universaldrehtischmethoden

Mikroskopische Mineralbestimmung

mit Hilfe der

Universaldrehtischmethoden

von

Dr. M. Berek

Honorarprofessor in der philosophischen Fakultät der Universität Marburg
wissenschaftlichem Mitarbeiter in den optischen Werken E. LEITZ, Wetzlar

Mit 55 Textfiguren und einem Anhang
mit 5 Tabellen und 7 Diagrammen

Berlin

Verlag von Gebrüder Borntraeger

W 35 Schöneberger Ufer 12a

1924

Alle Rechte,
insbesondere das Recht der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten
Copyright, 1924, by Gebrüder Borntraeger in Berlin

Druck von E. Buchbinder (H. Duske) in Neuruppin

Zum Angedenken
an
E. von Fedorow

Vorwort und Einleitung

Die mikroskopische Mineralbestimmung auf rein empirischer, qualitativer Grundlage wird nie ganz entbehrt werden können. Sie hat aber eine große Summe von Einzelerfahrungen zur Voraussetzung, deren Beschaffung schon heut bei der weitgehenden Verzweigung des mineralogischen Wissensgebietes und dem damit im Zusammenhange immer mehr hervortretenden Spezialistentum auf Schwierigkeiten stößt. Zudem reicht die Mineralbestimmung auf empirischer Grundlage auch für den mit bester Erfahrung ausgerüsteten Mineralogen, den Mineralkenner im strengsten Sinne des Wortes, nur soweit, als sich die qualitativen Eigenschaften der einzelnen Mineralindividuen unmittelbar unterschiedlich seinem geübten Auge darbieten. Daher sind in der mikroskopischen Mineralbestimmung auch quantitative Methoden im Prinzip so alt wie die Dünnschliffmikroskopie selbst. Sie haben indes in der Regel den Nachteil, daß die Ermittlung der für die Diagnose charakteristischen quantitativen Daten an eine bestimmte, durch die Methode vorgegebene Orientierung des Mineraldurchschnittes gebunden ist. Der Natur der Sache nach wird aber die Orientierung der einzelnen Schnittlagen von Mineralien in einem Dünnschliff im wesentlichen durch den Zufall bedingt, so daß die üblichen quantitativen Bestimmungen in der Hauptsache nur an günstig getroffenen Durchschnitten ausgeführt werden können. Diese Beschränkung kommt bei den Universaldrehtischmethoden zum Fortfall. Trotzdem ihre Begründung durch E. VON FEDOROW schon etwa drei Jahrzehnte zurückliegt, ist ihre praktische Ausnutzung für die Zwecke der Mineralbestimmung bisher auf einen kleinen Kreis von Forschern beschränkt geblieben, im wesentlichen auf jenen Kreis, der unmittelbar aus der Schule E. VON FEDOROW-W. W. NIKITIN hervorgegangen ist. Wir gehen wohl nicht fehl, wenn wir die Gründe dafür in erster Linie in einer bisher unzureichenden Entwicklung des Instrumentariums erblicken. Diese technischen Schwierigkeiten dürften aber heut überwunden sein, und es ist vielleicht kein Zufall,

wenn gerade jetzt das Interesse an den Universaldrehtischmethoden in weiteren Kreisen zu wachsen beginnt.

Abgesehen von Originalmitteilungen und von dem nur in russischer Sprache erschienenen Werke von M. A. USSOW steht zur Einführung in die Universaldrehtischmethoden gegenwärtig nur die von L. DUPARC und V. DE DERVIES besorgte französische Übersetzung des Werkes von W. W. NIKITIN zur Verfügung. Dieses Werk dürfte trotz seines Umfangs und ausgezeichneten Inhaltes heut bereits als veraltet gelten, da methodisch und instrumentell seit seinem Erscheinen wesentliche Fortschritte erzielt worden sind. Daher glaube ich, dürfte das vorliegende Büchlein aus den Bedürfnissen der Zeit herausgewachsen sein. Bei der Darstellung des Methodischen habe ich großen Wert darauf gelegt, überall die Wichtigkeit kritischer Betrachtung der Meßergebnisse in den Vordergrund zu stellen. Bei der Auswahl der Methoden habe ich mich von dem Gesichtspunkt leiten lassen, nur solche Verfahren zu bringen, von deren universeller Brauchbarkeit ich mich selbst seit Jahr und Tag überzeugt habe. Völlig neu, und hier zum ersten Mal mitgeteilt, ist die Methode der charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisse, sowie ein Verfahren zur Bestimmung der mittleren Lichtbrechung. Bei der Anfertigung der Diagramme für die Plagioklasbestimmung stand ich vor der Wahl, entweder die kürzlich von M. REINHARD berechneten Daten für die Koordinaten oder die ebenfalls kürzlich in der Neuauflage der „Mikroskopischen Physiographie“ von E. A. WÜLFING bekanntgegebenen Daten zu benutzen. Beide Quellen weichen hinsichtlich der Koordinatenwerte zum Teil nicht unerheblich voneinander ab. Um mir ein Urteil über die Zuverlässigkeit beiderlei Zahlenmaterials zu bilden, habe ich zunächst jede Koordinate einzeln als Funktion des Anorthitgehaltes aufgetragen. Dabei zeigte sich, sofern man die Forderung stellt, daß die funktionelle Abhängigkeit einer solchen Koordinate von der chemischen Zusammensetzung eine stetige und nicht zu komplizierte ist — eine Forderung, zu der wir nach der Summe unserer Erfahrungen berechtigt zu sein scheinen — daß dann weder die Zahlenwerte der einen noch die der andern Quelle dieser Forderung in dem Maße genügen, wie aus der ziffernmäßigen Angabe ($0,1^\circ$ in beiden Quellen) wohl zu folgern wäre. Man muß schon die Fehlergrenzen der Einzeldaten beträchtlich weiter fassen, um die Koordinaten ein- und derselben Quelle zwanglos in einen einfachen Zusammenhang mit der chemischen Zusammensetzung zu

bringen. Dann zeigt sich aber, daß die Koordinaten beiderlei Quellen denselben funktionalen Zusammenhang ergeben, d. h. beide innerhalb des wirklichen erreichten Genauigkeitsgrades miteinander verträglich sind. Daher habe ich unter Zugrundelegung des gesamten bekannten Materials alle Koordinaten einzeln in ihrer Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung dargestellt und mittels der aus den so erhaltenen Kurven entnommenen ausgeglichenen Koordinaten die Ussowschen Diagramme neu gezeichnet. In einer besonderen Tabelle sind diese Konstruktionsdaten von 10 zu 10 % Anorthitgehalt auf $1/2^\circ$ mitgeteilt. Ich glaube, daß die äußerste Grenze, die man auf Grund des gegenwärtig vorliegenden Materials für die Werte der Koordinaten verbürgen kann, im Durchschnitt $1-1/2^\circ$ ist, stellenweise sogar noch weiter liegt.

Im methodischen Teil ist von einer mathematischen Behandlung ganz abgesehen. Interessenten finden das Wissenswerte im dritten Teil des Buches dargestellt. Hier sind vor allem die Zusammenhänge zwischen den optischen Symmetrieeigenschaften und den Erscheinungen der Polarisation und Doppelbrechung entwickelt, auf welchen die Methode des charakteristischen Auslöschungswinkels sowie die des charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisses beruhen. Ich glaube, daß diese Entwicklungen auch über den Rahmen des Methodischen hinaus, von allgemeineren Gesichtspunkten der Kristalloptik aus betrachtet, Interesse finden können.

Das Büchlein trägt nicht so sehr den Charakter eines Referates über Wohlbekanntes, als vielmehr den einer Monographie mit allen Schwächen und Vorteilen einer solchen: Es ist weder im Hinblick auf die Methoden vollständig, noch legt es Wert auf Literaturangaben oder erschöpfende historische Darstellungen; vielmehr soll es in erster Linie eigene praktische Erfahrungen vermitteln. In diesem Sinne ist das Büchlein ein mit Absicht durchaus subjektiv gefärbtes Buch, und darin soll seine Stärke liegen. Der Titel „Einführung in die mikroskopische **Mineralbestimmung**“ soll ein Programm sein: Nicht nur für die Plagioklase sollen die Universaldrehtischmethoden in Frage kommen, sondern möglichst für alle optisch anisotropen Mineralien. Namentlich die Methoden, welche auf der Messung von Gangunterschieden beruhen, sind der Wegweiser hierzu.

Voraussetzung für die Anwendung der Methoden sind: Kenntnis der allerersten Anfangsgründe der Kristalloptik, Bescheid im Gebrauch des Polarisationsmikroskops, sowie hinreichende Vertrautheit mit den Grundlagen physikalischer Meßtechnik, wie sie etwa

in einem einsemestrigen physikalischen Praktikum erworben werden können. Ich sehe keinerlei Bedenken, denjenigen Studierenden, welcher über diese Grundlagen verfügt, d. h. etwa vom zweiten bis dritten Semester ab, Mineralbestimmungen mit den vorliegenden Methoden ausführen zu lassen, selbst wenn er empirisch den Quarz vom Feldspat im Mikroskop noch nicht zu unterscheiden gelernt haben sollte.

Ich halte es zum Schluß für meine Pflicht, es auszusprechen, daß wir eine besondere Dankesschuld an all diejenigen abzutragen haben, deren selbstlose und z. T. ungedankte Arbeit es ermöglicht hat, daß wir heute in der Lage sind, mikroskopische Mineralbestimmungen auf quantitativer Grundlage in so weitem Umfange zu betreiben; es sind jene vielen Bekannten und Unbekannten, die wenig fragend nach dem augenblicklichen praktischen Wert oder Unwert einer Arbeit aus rein wissenschaftlichen Motiven heraus sich der mühevollen und wenig interessanten Bestimmung optischer Konstanten der Kristalle unterzogen haben. Persönlichen Dank als Verf. des Büchleins schulde ich Herrn Professor Dr. E. KAISER, welcher mich vor 12 Jahren auf die Bedeutung der Fedorowschen Methoden für die Aufgaben der Petrographie hinwies und dadurch mich zu Arbeiten auf diesem Gebiet in instrumenteller und methodischer Hinsicht veranlaßte. Des weiteren schulde ich persönlichen Dank Herrn Professor Dr. M. REINHARD, mit dem ich Gelegenheit hatte, manche Einzelheiten durch Gedankenaustausch zu besprechen, und der mir außerdem in liebenswürdiger Weise Zahlenmaterial zur Verfügung gestellt hat, das mir bei der Zeichnung des Diagrammes 2 wertvolle Dienste geleistet hat. Auch dem Herrn Verleger sei Dank, der auf alle meine Wünsche bereitwilligst einging.

Möge das Büchlein allen denen, die es als Wegweiser zu den Universaldrehtischmethoden benutzen, dieselbe Freude an der Schönheit dieser Methoden vermitteln, welche der Verf. bei ihrer Betätigung immer wieder empfunden hat.

Wetzlar, im Juli 1924

Inhaltsübersicht

Vorwort und Einleitung	Seite VII
----------------------------------	--------------

I. Einführender Teil

1. Physikalische Grundlagen	1
Strahl und Wellennormale	1
Ebene Welle; Kugelwelle	2
Bevorzugung der Normalenrichtungen	3
Indexellipsoid	4
Konstruktion der Schwingungsrichtungen	4
Unterscheidung des Charakters der Doppelbrechung	5
MALLARDSche Formeln	6
Optisch einachsige Medien	7
Beziehungen zwischen den Bezeichnungsweisen auf der Grundlage des Indexellipsoids und denen auf der Grundlage der elastischen sowie der elektromagnetischen Theorie	8
2. Physikalisch-technische Grundlagen	9
Prinzipielle Notwendigkeit von nur drei Drehachsen	9
Rationelle Anwendung von fünf Drehachsen	9
Bezeichnung und Unterscheidung der fünf Drehachsen	10
Die synchrone Nicolrotation an Stelle der fünften Drehachse und ihre prinzipiellen Nachteile	11
Unterscheidung von geometrisch eingestellter und effektiver Beobachtungsrichtung	12
Vorteile der sphärischen Segmente	14
Immersionsflüssigkeiten	15
Einfluß der Doppelbrechung auf die Definition der effektiven Beobachtungsrichtung	15
Notwendigkeit der Aperturbeschränkung	17
Einfluß der Dispersion	20
3. Die Apparatur	21
Vorläufer	21
Der ursprüngliche FEDOROWSche Tisch und seine Nachteile	21
Spezialstative von C. LEISS, Steglitz	22
Normale Polarisationsmikroskope von E. LEITZ, Wetzlar, mit großem Universaldrehtisch	24
Richtlinien für die Wahl des Instrumentariums	26
Kompensator nach M. BEREK	27

	Seite
Okular nach F. E. WRIGHT mit Halbschattenvorrichtung	28
Okular mit Irisblende	30
WULFFsches Netz	30
Lichtquelle	30
Lichtfilter	31
4. Erläuterungen zur Justierung und Handhabung der Apparatur	31
Allgemeines über die Ansprüche an die Justierung	31
Nikolkreuzung	32
Prüfung des Grades der Polarisationsfreiheit der Objektive	32
desgl. der Segmente	33
Prüfung der Lage des Okularfadenkreuzes	33
Aufstellung und Zentrierung des Universaldrehtisches	34
Ermittlung der wahren Nullage der Drehachse A_0	36
Ausgangsstellung der gesamten Meßeinrichtung	37
Handhabung des Schliffes; Wechsel der Segmente	37
Regelung der Beleuchtung; Gebrauch der Blenden	38
Gebrauch des Kompensators nach M. BEREK	40
Bestimmung des relativen Charakters der Schwingungsrichtungen	40
Messung von Gangunterschieden	40
Berechnung der Gangunterschiede:	
logarithmisch	43
graphisch	44
mit Rechenstab	44
Empfindlichkeit des Kompensators	45
Prüfung der Konstanten und Eichung	46
Rationeller Drehungssinn der Meßkreisteilungen	47
Vorbereitung des WULFFschen Netzes	47

II. Methodischer Teil

Übersicht über die Methoden	48
Auswahl der Individuen	50
Schliffdicke	50
1. Die direkte Methode zur Ermittlung des wahren Winkels der optischen Achsen und des Charakters der Doppelbrechung	50
a) Ermittlung der Koordinaten einer optischen Symmetrieebene und des Charakters der zu ihr senkrechten optischen Symmetrieachse	50
Kriterium für die Einstellung einer Symmetrieebene	51
Technik des Verfahrens	51
Ausmaß der Bestimmungsfehler	53
Anwendung des WRIGHTschen Okulars mit Halbschattenvorrichtung	55
Darstellung der gefundenen Symmetrieebene in der stereographischen Projektion	56
Berücksichtigung des Lichtbrechungsunterschiedes zwischen Segment und Mineral	57
b) Ermittlung einer zweiten Symmetrieebene	58
c) Kritik der Meßdaten	60

	Seite
d) Verwendung der Meßdaten	62
Beispiele	63
e) Spezialfall optisch einachsiger Medien	64
2. Methoden, welche kristallographische Elemente als Bezugsrichtungen verwenden	65
a) Kristallflächen und Spaltflächen als Bezugselemente für die optischen Hauptrichtungen	65
Messung der Koordinaten von Spaltflächen	65
Regelung der Beleuchtungsverhältnisse	65
Bezugsfläche s und Pol π	66
Ermittlung der Koordinaten des Flächenpoles π in bezug auf die Richtungen der optischen Symmetrieachsen	66
Hilfskonstruktion mit n_{α} , n_{β} , n_{γ} als Koordinatenachsen	68
Ermittlung des Anorthitgehaltes der Plagioklase	68
Fehlerquellen	69
Beispiel	69
b) Zwillingselemente als Bezugsrichtungen für die optischen Hauptrichtungen	70
Hemitrope Zwillingsbildungen	70
Lage korrespondierender Richtungen	71
Erster geometrischer Ort für die Lage der Zwillingsachse	72
Orientierungsskizze	72
Konstruktion der Richtung der Zwillingsachse mit Hilfe des ersten geometrischen Ortes	72
Starker Einfluß der Meßfehler	73
Zweiter geometrischer Ort für die Lage der Zwillingsachse	74
Geringer Einfluß der Meßfehler	75
Konstruktion der Richtung der Zwillingsachse mit Hilfe des zweiten geometrischen Ortes	75
Bestimmung der Koordinaten der Zwillingsachse	76
Ermittlung der Koordinaten der Verwachsungsfläche	77
Beziehungen zwischen der Lage von Zwillings ebene und Verwachsungsebene	78
Beispiel	78
Die hemitropen Zwillingsbildungen der Plagioklase	80
Drei Arten der Hemitropie	80
Spezielle Zwillingsgesetze der Plagioklase	81
Bestimmung des Zwillingsgesetzes und des Anorthitgehaltes	83
Daten für die Diagramme 3 und 4 des Anhangs	84
Fehlerquellen: Zwillings-Fehlbildungen; unterschiedliche chemische Zusammensetzung der Individuen; Kaligehalt	86
Mehrfache Zwillingsbildungen	87
Beispiel	87
c) Das charakteristische Maximum des Auslöschungswinkels in der zu (010) senkrechten Zone der Plagioklase	87
Prinzip und Handhabung der Methode	88
Anwendungsbereich	89

	Seite
Genauigkeitsgrad	89
Beispiel	90
3. Methoden, welche keine kristallographischen Bezugsrichtungen verwenden (indirekte Methoden)	91
a) Methode der charakteristischen Auslöschung	91
Prinzip der Methode	91
Normalversuchsbedingungen	91
Meßverfahren	92
Elemente zur Konstruktion des Normaldiagramms	94
Fehlerquellen	94
Beispiele	94
Spezielle Versuchsbedingungen mit höherer Empfindlichkeit	95
Elemente zum Entwurf der Spezialdiagramme	96
Berücksichtigung des Lichtbrechungsunterschiedes zwischen Mineral und Segment	97
b) Methoden, welche auf der Messung von Gangunterschieden beruhen	99
Messung eines Gangunterschiedes in einer vorgegebenen Richtung	99
Einstellung einer vorgegebenen Richtung in die Beobachtungsrichtung	100
Reduktion des gemessenen Gangunterschiedes auf die Schliffdicke in Richtung der Schliffformale	100
Wahl der Kompensatorkonstante	101
α) Direkte Anwendung der MALLARDschen Formeln	101
Verwendung der reduzierten Gangunterschiede	101
Einfluß der Meßfehler	102
Beispiel	102
β) Das NIKITINSche Verfahren (in erweiterter Form)	103
Prinzip der Methode	103
Sechs mögliche Fälle für die Lage der Hilfsrichtung	104
Handhabung der Methode	105
Genauigkeitsgrad; Auswahl der Versuchsrichtung	106
Beispiele	107
γ) Neue Verfahren auf der Basis von Gangunterschiedsmessungen	108
1. Bestimmung der mittleren Lichtbrechung	108
Kritik bisheriger Methoden	108
Prinzip eines neuen Verfahrens	109
Handhabung der Methode	109
Anwendungsbereich und Genauigkeitsgrad	114
Beispiel	114
2. Das charakteristische Gangunterschiedsverhältnis	114
Prinzip und Handhabung der Methode	115
Ergiebigkeit und Anwendungsbereich	120
Bedeutung für die anderen Universaldrehtischmethoden	120
Beispiele	121

	Seite
Berücksichtigung und Einfluß des Lichtbrechungsunterschiedes .	122
Daten für die Diagramme der Versuchswerte 30, 45, 60, 75 und 90°	125
δ) Bestimmung der Werte der drei Hauptdoppelbrechungen .	127
Ermittlung der Schlifffdicke	127
Berechnung der drei Hauptdoppelbrechungen	129
Beispiel	129
Zusammenstellung der an den Meßbeispielen ausgeführten Messungen und Folgerungen hieraus	131
a) Plagioklaszwilling aus Augitsyenit von Gröba (Sachsen) . .	131
Zuverlässigkeit der Methoden	131
Kristallographische Betrachtungen	132
Beziehungen gewisser Erscheinungen an der Verwachsungsfläche zu den Meßergebnissen	132
b) Sog. Omphacit aus Eklogit von Silberbach	133
Meßergebnisse	133
Folgerungen	133
 III. Teil: Mathematische Ergänzungen 	
1. Theorie drehbarer Kompensatoren	133
Ableitung der Kompensatorformel	133
Die Kompensatorkonstante und ihre Dispersion	136
Beziehungen der Farbfolge zur NEWTONSchen Farbenskala	136
Einfluß von Justierungsfehlern	137
2. Die maximale Neigung der zuerst auffindbaren optischen Sym- metrieebene sowie der am bequemsten einstellbaren optischen Symmetrieachse gegen die Schliffnormale	137
3. Beziehungen zwischen den Auslöschungsrichtungen und den optischen Symmetrieverhältnissen	138
FRESNELSche Konstruktion der Schwingungsrichtungen	138
Mathematische Formulierung der FRESNELSchen Konstruktion	139
Optische Zoneninvariante	142
Die charakteristische Funktion der Auslöschung $f(\varphi)$ und der charakte- ristische Auslöschungswinkel φ	147
Bedeutung der normalen und speziellen Versuchsbedingungen	148
Weitere Verwendungsmöglichkeiten	148
4. Bestimmung der Lichtbrechung	149
Prinzip und Fehlerrechnung	149
5. Beziehungen zwischen der Doppelbrechung und den optischen Symmetrieverhältnissen	151
Analogien und Unterschiede gegenüber dem Problem des Abschnittes 3 .	151
Eine verallgemeinerte MALLARDSche Formel	153
Spezialfälle	153
Die Doppelbrechung in beliebiger Richtung innerhalb einer optischen Symmetrieebene	154
Die charakteristische Funktion der Doppelbrechung $f(\Delta)$ und das charakte- ristische Gangunterschiedsverhältnis	157

Anhang**1. Tabellen**

a) Für logarithmisches Rechnen:	Seite
Kompensatorfunktion $\log f(i)$	159
$\log \sin$ und $\log \cos$	160
Logarithmen der natürlichen Zahlen	162
b) Zum Gebrauch mit dem Rechenstab:	
Kompensatorfunktion $f(i)$	164
\sin und \cos	165

2. Diagramme

Anschriften für die Diagramme	167
$n \sin i = \text{constans}$	Tafel 1
2 V und Hauptdoppelbrechungen der Plagioklase als Funktion des Anorthitgehaltes	" 2
Flächenpole der Plagioklase bezogen auf $n_\alpha, n_\beta, n_\gamma$ als Koordinatenachsen	" 3
Kantenrichtungen und Kantennormalen der Plagioklase bezogen auf $n_\alpha, n_\beta, n_\gamma$ als Koordinatenachsen	" 4
Maximum der Auslöschung in der zu (010) senkrechten Zone der Plagioklase	" 5
Normaldiagramm zur Methode der charakteristischen Auslöschung	" 6
Diagramme zur Methode des charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisses	" 7

I. Einführender Teil

I. Physikalische Grundlagen

Bei der Behandlung der optischen Phänomene in anisotropen Medien muß unterschieden werden zwischen der Richtung, in welcher der Energiefluß, und der Richtung, in welcher die Energiefront mit wachsender Zeit fortschreitet. Die Richtung des Energieflusses ist der Strahl, der geometrische Lichtstrahl (Fig. 1); die Richtung der Energiefront, der Wellenfront, ist die

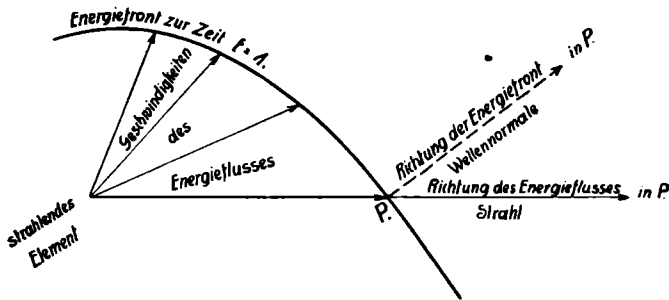


Fig. 1. Strahl und Wellennormale.

Wellennormale. Je nachdem der Energiefluß nur in einer einheitlichen Richtung, also längs paralleler Geraden, oder in untereinander verschiedenen Richtungen, also längs konvergierender oder divergierender Geraden verläuft, ist die Energiefront eine Ebene (ebene Welle) oder eine beliebig geformte krumme Fläche (Kugelwelle, elliptische, zylindrische Welle). Im ersteren Falle hat die Wellenfront in allen ihren Punkten dieselbe Wellennormalenrichtung, im letzteren Falle variiert die Wellennormalenrichtung von Punkt zu Punkt auf der Wellenfront.

Physikalisch kommt weder der einzelnen ebenen Welle noch der einzelnen Kugelwelle eine Bedeutung zu; denn die einzelne ebene Welle beleuchtet ein endliches Gesichtsfeld mit der Apertur

Null, die Kugelwelle ein dimensionsloses Gesichtsfeld mit endlicher Apertur; in beiden Fällen ist der Energiegehalt Null. In Wirklichkeit wird in allen optischen Instrumenten ein endliches Gesichtsfeld mit endlicher Apertur erleuchtet. Den Energiestrom, welcher diese Beleuchtung vermittelt, kann man geometrisch beliebig in eine Schar von ebenen Wellen oder in eine Schar von Kugelwellen auflösen (Fig. 2); es ist lediglich eine Frage der Zweckmäßigkeit, welche der beiden Zerlegungen im Einzelfalle vorzuziehen ist.

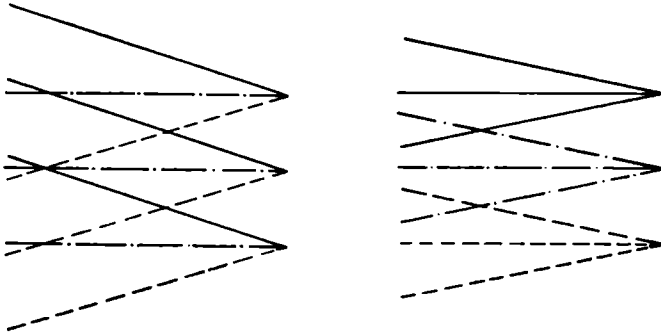


Fig. 2. Darstellung desselben Energieflusses

a) als Schar von ebenen Wellen

b) als Schar von Kugelwellen

Die jedesmal zu einer Welle zusammengefaßten Energieflußrichtungen sind gleichartig ausgezogen.

In anisotropen Medien sind nun die Geschwindigkeiten und die Polarisationsverhältnisse des Energieflusses abhängig von der Richtung des Energieflusses. Es hätte darum keinen Sinn, die Frage nach den Phasen- bzw. Polarisationsverhältnissen einer Kugelwelle zu stellen, weil eben den einzelnen Energieflußrichtungen innerhalb der Kugelwelle unterschiedliche Verhältnisse zukommen. Der durch die Mannigfaltigkeit dieser Zustände bedingte und uns zur Wahrnehmung gelangende Summationseffekt hat für alle unsere Messungen nur die Bedeutung einer Fehlerquelle, deren Einfluß wir in allen Fällen durch Anwendung an geeigneter Stelle im Energiestrom angebrachter Blenden nach Möglichkeit herabzusetzen bemüht sein müssen, aber zufolge der Rücksichtnahme auf den erforderlichen Grad der Bildhelligkeit sowie auf die Abbildungsqualität nie völlig eliminieren können. Die Elemente unserer Messungen: Schwingungsrichtung, Gangunterschied, Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Brechungsindex, haben einen

wohldefinierten Sinn nur in Verbindung mit dem Begriff der ebenen Wellen.

Die Behandlung der optischen Phänomene mittels solcher ebenen Wellen können wir sowohl auf die Betrachtung der Strahlenrichtungen, wie die der Wellennormalenrichtungen gründen. Da wir letzten Endes immer in isotropen Medien beobachten, wo schließlich beide Richtungen bis auf eine etwaige Parallelverschiebung identisch sind, besteht zunächst prinzipiell kein Grund zur Bevorzugung der einen oder anderen Richtung. Innerhalb eines anisotropen Mediums sind beide Richtungen durch ein, wenn auch etwas kompliziertes Gesetz miteinander verknüpft, so daß es auch hier jederzeit möglich ist, vom Strahl zur zugehörigen Wellennormale überzugehen und umgekehrt. Für eine etwaige Bevorzugung der Strahlenrichtungen spräche nur der eine Umstand, daß man damit dem tatsächlichen Energiefluß Rechnung trüge.

Nun spielen aber bei allen unseren Versuchen und Messungen Brechungsvorgänge eine wesentliche Rolle, und das Gesetz, nach dem die Brechung der Strahlen an der Grenze zu einem anisotropen Medium erfolgt, ist sehr kompliziert. Die Strahlen bleiben weder in der Einfallsebene, noch befolgen sie schlechterdings ein dem SNELLIUSSchen Brechungsgesetz analoges einfaches Gesetz. Demgegenüber hat die Bevorzugung der Wellennormalenrichtungen den großen Vorteil, daß die Wellennormalenrichtungen auch bei Brechungsvorgängen an anisotropen Medien in der Einfallsebene verbleiben und für sie das SNELLIUSSche Brechungsgesetz wenigstens formell in der Form bestehen bleibt:

$$n \sin i = \text{constans},$$

wobei gegenüber den Verhältnissen an der Grenze isotroper Medien nur der eine Unterschied besteht, daß der Brechungsindex für das anisotrope Medium von der Richtung der Wellennormale im anisotropen Medium abhängt.

Noch weitere Gründe lassen eine Bevorzugung der Wellennormalen vor den Strahlen als zweckmäßig erscheinen. Die Schwingungsrichtungen liegen senkrecht zu den Wellennormalenrichtungen, dagegen nach einem komplizierteren Gesetz geneigt gegen die Strahlenrichtungen. Schließlich pflegen wir bei allen unseren praktischen Problemen nicht mit Geschwindigkeiten, sondern mit Brechungsindizes, welche den reziproken Werten der Geschwindigkeiten proportional sind, zu rechnen. Alle Methoden zur Bestimmung der Brechungsindizes ermitteln aber den Brechungs-

index für die Fortpflanzungsrichtung von Wellennormalen, nicht für die von Strahlen. Das ist der wichtigste Grund für die Bevorzugung der Normalenrichtungen vor den Strahlenrichtungen.

Aus dem Vorstehenden geht hervor, daß für die Probleme der angewandten Kristalloptik unter den acht Bezugsflächen, mit deren Hilfe die optischen Verhältnisse anisotroper Medien geometrisch ableitbar sind, zunächst jene vier ausscheiden, welche im wahren Sinn des Wortes Strahlenflächen sind. Unter den restlichen vier Normalenflächen scheidet des weiteren die beiden Normalen-

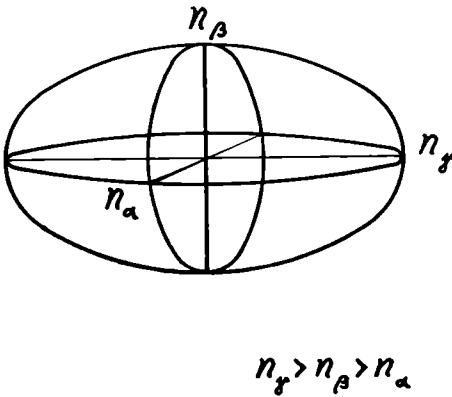


Fig. 3. Indexellipsoid.

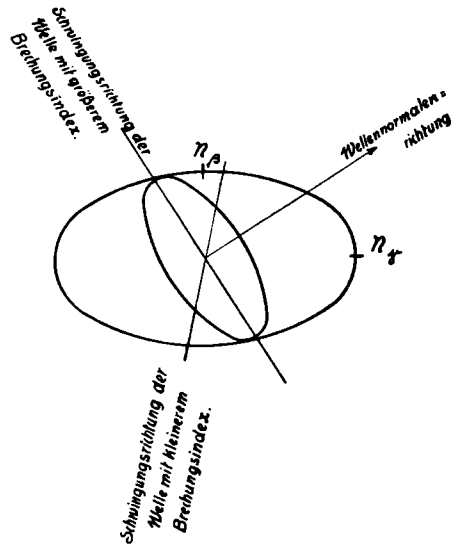


Fig. 4. Lage der Schwingungsrichtungen bei gegebener Wellennormalenrichtung.

geschwindigkeitsflächen aus. Unter den schließlich übrigbleibenden beiden Normalenbrechungsindexflächen oder kurz Indexflächen pflegt in der angewandten Kristalloptik der einschaligen Indexfläche (Indexellipsoid, Indikatrix) der Vorzug gegeben zu werden. Sie besteht aus einem dreiaxigen Ellipsoid (Fig. 3), dessen drei Halbachsen numerisch gleich den Werten der drei Hauptbrechungsindizes des anisotropen Mediums sind. Man pflegt sie mit n_α , n_β , n_γ zu bezeichnen, wobei n_α den kleinsten, n_β den mittleren und n_γ den größten Brechungsindex bedeutet.

Legt man zu einer gegebenen Wellennormalenrichtung (Fig. 4) durch den Mittelpunkt des Indexellipsoids die Normalebene, so

schneidet diese das Ellipsoid in einer Ellipse, deren Halbachsen numerisch die Brechungsindizes der beiden Wellen darstellen, welche sich in der gegebenen Wellennormalenrichtung fortpflanzen, deren Halbachsendifferenz die Größe der Doppelbrechung in der gegebenen Wellennormalenrichtung darstellt, und deren Halbachsenrichtungen die Schwingungsrichtungen der beiden in der gegebenen Richtung fortschreitenden Wellen bedeuten, wobei die Schwingungsrichtung der Welle mit größerem Brechungsindex auch parallel der größeren Halbachse der Schnittellipse liegt. Für zwei spezielle Wellennormalenrichtungen besitzt die Normalebene zu der Wellennormalenrichtung als Schnittkurven mit dem Ellipsoid Kreise. Für diese speziellen Wellennormalenrichtungen verschwindet also die Doppelbrechung, auch wird die Schwingungsrichtung unbestimmt.

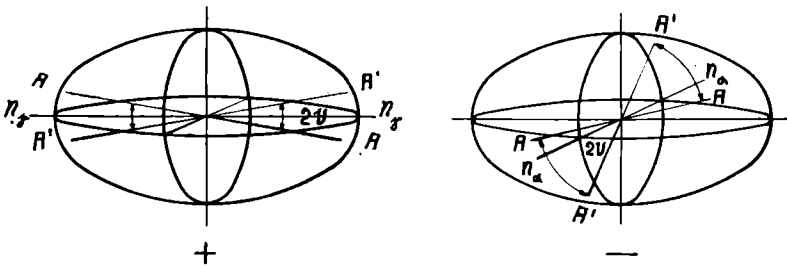


Fig. 5. Charakter der Doppelbrechung.

- A, A': Richtungen der optischen Achsen;
 $2V$: Winkel der optischen Achsen $\leq 90^\circ$;
 $+$: $n_\gamma =$ spitze Bisektrix } $n_\beta =$ optische Normale.
 $-$: $n_\alpha =$ spitze Bisektrix }

Diese Wellennormalenrichtungen sind die Richtungen der optischen Achsen. Ist der Charakter der Doppelbrechung positiv, so durchschneidet die Schwingungsrichtung der Welle mit größerem Brechungsindex den spitzen Winkel der beiden Ebenen, welche durch die Fortpflanzungsrichtung der Wellen und die beiden optischen Achsen gebildet werden (Fig. 5). Ist der Charakter der Doppelbrechung negativ, so durchschneidet die Schwingungsrichtung der Welle mit kleinerem Brechungsindex den spitzen Winkel der beiden Ebenen, welche durch die Fortpflanzungsrichtung der Wellen und die beiden optischen Achsen gebildet werden. Die drei Hauptachsen des Ellipsoids heißen optische Symmetrieachsen, die drei Ebenen, welche durch sie gebildet werden, optische Symmetrieebenen. Die optischen Symmetrieachsen als Wellennormalen-

richtungen sind ausgezeichnet sowohl hinsichtlich der Werte der Doppelbrechung wie auch hinsichtlich der Lage der Schwingungsrichtungen.

Die Doppelbrechung in Richtung der Symmetrieachse

$$\begin{array}{l} n_{\alpha} \text{ ist } n_{\gamma} - n_{\beta} \\ n_{\beta} \quad n_{\gamma} - n_{\alpha} \\ n_{\gamma} \quad n_{\beta} - n_{\alpha} \end{array}$$

Die Richtung n_{β} ist ein absolutes Maximum der Doppelbrechung. Die Richtungen n_{α} und n_{γ} sind für die Doppelbrechung sogenannte Maxima-Minima, d. h. für die in der einen Symmetrieebene verlaufenden Wellennormalenrichtungen Maxima und für die in der anderen Symmetrieebene verlaufenden Wellennormalenrichtungen Minima der Doppelbrechung. Für die in Richtung einer Symmetrieachse fortschreitenden Wellen liegen die Schwingungsrichtungen parallel den beiden anderen Symmetrieachsen. Für die innerhalb einer Symmetrieebene fortschreitenden Wellen liegt die eine Schwingungsrichtung stets in dieser Symmetrieebene, die andere senkrecht dazu. Die optischen Achsen liegen in der durch n_{α} und n_{γ} gebildeten Symmetrieebene. Diejenige Symmetrieachse, welche den spitzen Winkel der optischen Achsen halbiert, heißt 1. Mittellinie (spitze Bisektrix), die andere: 2. Mittellinie (stumpfe Bisektrix). Ist der Charakter der Doppelbrechung positiv, so ist n_{γ} spitze Bisektrix, ist der Charakter der Doppelbrechung negativ, so ist n_{γ} stumpfe Bisektrix; die Richtung n_{β} steht immer auf der Ebene der optischen Achsen senkrecht und heißt optische Normale.

Zwischen den drei Hauptbrechungsindizes und dem Winkel der optischen Achsen besteht folgende Beziehung:

$$\sin V = \frac{n_{\gamma} \sqrt{n_{\beta}^2 - n_{\alpha}^2}}{n_{\beta} \sqrt{n_{\gamma}^2 - n_{\alpha}^2}}$$

Wenn der Charakter der Doppelbrechung positiv ist, d. h. n_{γ} spitze Bisektrix ist, so ergibt sich aus vorstehender Formel V stets kleiner als 45° , bei negativem Charakter der Doppelbrechung dagegen, d. h. wenn n_{α} spitze Bisektrix ist, stets größer als 45° .

Für die Zwecke der Petrographie kann man, ohne der mit den Universaldrehtischmethoden erreichbaren Meßgenauigkeit Abbruch zu tun, an Stelle der obigen strengen Formel ohne Bedenken eine der sogenannten MALLARDSchen Näherungsformeln benutzen. Diese sind wesentlich einfacher für den praktischen Gebrauch. Man

kann im ganzen zwölf solcher untereinander äquivalenter Näherungsformeln aufstellen; zwei davon sind

$$\sin V = \sqrt{\frac{n_\beta - n_\alpha}{n_\gamma - n_\alpha}}; \quad \operatorname{tg} V = \sqrt{\frac{n_\beta - n_\alpha}{n_\gamma - n_\beta}}$$

Aus der letzteren Formel ergibt sich noch eine sehr einfache Merkregel: Da $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ ist, so gilt: Bei positivem Charakter der Doppelbrechung ist die Hauptdoppelbrechung $n_\gamma - n_\beta$ größer als $n_\beta - n_\alpha$, bei negativem Charakter der Doppelbrechung hingegen $n_\gamma - n_\beta$ kleiner als $n_\beta - n_\alpha$. Die allgemeinere Beachtung dieser einfachen Merkregel, die zwar nur innerhalb der MALLARDschen Annäherung gilt, würde dazu beitragen, manche unrichtige Angaben in sonst geschätzten Büchern vermeiden zu lassen.

Die speziellen Verhältnisse optisch einachsiger Medien ergeben sich, wenn $n_\beta = n_\alpha$ oder $n_\beta = n_\gamma$ wird. Im ersteren Falle heißt das optisch einachsige Medium positiv, im letzteren negativ. In beiden Fällen besteht die einschalige Indexfläche aus einem Rotationsellipsoid. Dieses bildet den Grenzfall, in welchem die beiden optischen Achsen eines zweiachsigen Mediums bei fortgesetzter Verkleinerung des Winkels der optischen Achsen zusammenrücken. In Richtung der Umdrehungsachse des Ellipsoids ist die Doppelbrechung Null, in allen Richtungen der äquatorialen Ebene ein Maximum, nämlich $n_\gamma - n_\alpha$. Die Schwingungsrichtung der einen Welle liegt immer in der durch die Wellennormale und durch die optische Achse gebildeten Ebene, dem Hauptschnitt, die Schwingungsrichtung der anderen Welle senkrecht hierzu. Bei optisch positiven Medien schwingt stets die Welle mit kleinerem Brechungsindex senkrecht zum Hauptschnitt, und ihr Brechungsindex ändert sich mit der Richtung. Bei optisch negativen Medien schwingt stets die Welle mit größerem Brechungsindex senkrecht zum Hauptschnitt, und der Brechungsindex dieser Welle hat für alle beliebigen Richtungen im Medium einen konstanten Wert, während die Welle mit kleinerem Brechungsindex hier stets im Hauptschnitt schwingt und ihr Brechungsindex sich mit der Fortpflanzungsrichtung ändert. Die Welle mit konstantem Brechungsindex heißt ordentliche, die andere außerordentliche. Die ordentliche Welle schwingt also stets senkrecht zum Hauptschnitt, die außerordentliche im Hauptschnitt.

Nach altem Brauch pflegen in der Petrographie vielfach noch die Bezeichnungen der elastischen Lichttheorie angewandt zu werden. Andererseits pflegt der Physiker in seinen Betrachtungen

die Bezeichnungen der elektromagnetischen Theorie anzuwenden. Wir haben mit Rücksicht auf die praktische Zweckmäßigkeit hier die auf das Indexellipsoid bezogene Bezeichnungsweise gewählt. Um aber Verwirrungen vorzubeugen, seien die Beziehungen dieser drei Bezeichnungsweisen zueinander kurz erläutert.

In der elastischen Lichttheorie ist a die Richtung größter, b die mittlerer und c die kleinster Elastizität. Die Richtung größter Elastizität entspricht dem kleinsten Brechungsindex. Da man in der Bezeichnungsweise des Indexellipsoids gerade den kleinsten Index mit n_α , den größten mit n_γ bezeichnet, so korrespondieren in diesen beiden Bezeichnungsweisen einfach Buchstaben gleicher Art, also:

$$a \parallel n_\alpha; \quad b \parallel n_\beta; \quad c \parallel n_\gamma$$

Ist eine beliebig orientierte Schnittellipse des Indexellipsoids gegeben, so handelt es sich oft nicht darum, die wahre Größe ihrer Halbachsen zu bestimmen, sondern nur die größere von der kleineren zu unterscheiden. Wir sprechen dann vom „relativen“ Charakter der Halbachsen bzw. der Schwingungsrichtungen. Zur Bezeichnung des relativen Charakters genügt also die Anwendung der beiden Extremwerte der Halbachsenlängen n_α und n_γ (bzw. a und c). Der relative Charakter soll stets durch Einschließen des Index in runde Klammern angedeutet werden, also

(n_α) : relativer Charakter n_α

n_α : wahrer Charakter n_α

In der elektromagnetischen Lichttheorie schließlich werden die Begriffe der Polarisationssebene der schnelleren und der langsameren Welle gebraucht. Die Polarisationssebene steht zur Schwingungsrichtung der Welle senkrecht; daher liegt die Polarisationssebene H_1 der schnelleren Welle senkrecht zur Schwingungsrichtung der Welle, die den kleineren Brechungsindex hat; oder: die Polarisationssebene H_1 der schnelleren Welle liegt parallel der Schwingungsrichtung der Welle mit dem größeren Brechungsindex; die Polarisationssebene H_2 der langsameren Welle liegt parallel der Schwingungsrichtung der Welle mit kleinerem Brechungsindex; in Zeichen:

$$H_1 \parallel (n_\gamma) \parallel (c)$$

$$H_2 \parallel (n_\alpha) \parallel (a)$$

2. Physikalisch-technische Grundlagen

Mit Hilfe von zwei aufeinander senkrechten Drehachsen läßt sich in einfacher Weise durch aufeinander folgende Betätigung der beiden Drehachsen jede Richtung r im Raum zum Zusammenfallen mit einer vorgegebenen Richtung c bringen (Fig. 6). Zur Analyse der Polarisations- bzw. Doppelbrechungsverhältnisse in dieser so eingestellten Richtung c benötigt man des weiteren eine zur Beobachtungsrichtung c parallele Drehachse A_5 . Prinzipiell reichen also drei Drehachsen zur Betätigung der Universaldrehtischmethoden aus: die im Raum festliegende Drehachse des Mikroskopisches A_5 und zwei dagegen bewegliche aufeinander senkrechte Hilfsachsen A_1 und A_2 .

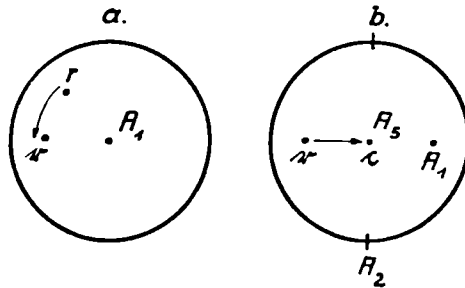


Fig. 6. Prinzipielle Notwendigkeit von nur drei Drehachsen.

- Drehung um die zur Zeichenebene senkrechte Drehachse A_1 führt r nach r' ;
- Drehung um die in der Zeichenebene liegende Drehachse A_2 führt r' in die Beobachtungsrichtung c .

Zur Einstellung eines beliebigen Azimuts dient dann die parallel c liegende Drehachse A_5 .

In der Praxis der Universaldrehtischmethoden handelt es sich indes zumeist um die Aufgabe, nach Prüfung einer Richtung r nacheinander einen Komplex von weiteren Richtungen r' , die zu r in einer gewissen Lagebeziehung stehen, in die Beobachtungsrichtung einzustellen. Die Lösung dieser Aufgabe ist unter Benutzung der obengenannten drei Drehachsen nur auf kompliziertem Wege möglich. Sie wird aber sofort sehr einfach, wenn ein zweites Paar aufeinander senkrechter Drehachsen zur Verfügung steht. Zu einer rationellen Anwendung der Universaldrehtischmethoden sind also im allgemeinen fünf Drehachsen erforderlich, von denen vier zwei Paar aufeinander senkrechte im Raum bewegliche Drehachsen bilden, und die fünfte eine im Raum feste, stets mit der

Beobachtungsrichtung zusammenfallende ist. Alle fünf Drehachsen müssen sich in einem Punkte schneiden; dieser Durchschnittspunkt muß in der Ebene des Präparates liegen, und auf ihn muß das Beobachtungsmikroskop einzentriert sein. Andernfalls würde bei der Betätigung der Drehachsen ein Schlagen des Präparates im Gesichtsfeld eintreten.

Die Anordnung dieser fünf Drehachsen ist in Fig. 7 schematisch dargestellt. Die Achsen sind der Reihe nach mit A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 bezeichnet. Diese Bezeichnungsweise entspricht auch der Reihenfolge, in welcher bei den einzelnen Methoden die Drehachsen zur Anwendung kommen. A_1 und A_2 bilden das erste

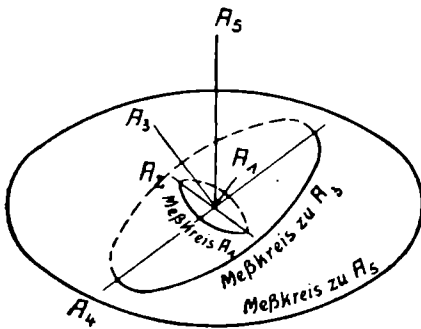


Fig. 7. Schematische Darstellung der fünf Drehachsen.

A_1 : jederzeit Richtung der Schlifffnormale;

A_5 : jederzeit Richtung der Mikroskopachse.

Zu A_1 gehört der innerste, zu A_5 der äußerste Meßkreis.

Paar zueinander senkrechter Drehachsen. Der zu A_1 gehörige Meßkreis ist in der Figur durch den kleinsten Kreis angedeutet. In der Ebene dieses Kreises liegt die Achse A_2 . Bei ihrer Betätigung ändert sich die räumliche Lage von A_1 . A_3 und A_4 bilden das zweite Paar zueinander senkrechter Drehachsen. Der zu A_3 gehörige Meßkreis, der mittlere, ist wieder angedeutet. Bei Betätigung der Drehachse A_3 ändert sich die räumliche Lage von A_1 und A_2 . In der Ebene des zu A_3 gehörigen Meßkreises liegt die Achse A_4 . Bei ihrer Betätigung ändert sich die räumliche Lage von A_1, A_2 und A_3 . A_5 ist die räumlich festliegende, stets mit der Beobachtungsrichtung zusammenfallende Drehachse; sie besitzt den größten Meßkreis und wird normalerweise durch die Drehachse des Mikroskopobjektisches dargestellt. Die Betätigung dieser Drehachse ändert die räumliche Lage von A_1 bis A_4 einschließlich. Bei der hier benutzten Bezeichnungsweise ändert also die Betätigung einer beliebigen Drehachse im allgemeinen stets die räumliche Lage aller Achsen mit niedrigem Index. Ferner ist die Unterscheidung der Achsen auch daran leicht zu merken:

Stellt man die Achsen A_1 und A_3 parallel zu A_5 , so sind alle Achsen mit ungeradzahligem Index vertikale Drehachsen, die mit

der Beobachtungsrichtung zusammenfallende ist. Alle fünf Drehachsen müssen sich in einem Punkte schneiden; dieser Durchschnittspunkt muß in der Ebene des Präparates liegen, und auf ihn muß das Beobachtungsmikroskop einzentriert sein. Andernfalls würde bei der Betätigung der Drehachsen ein Schlagen des Präparates im Gesichtsfeld eintreten.

geradzahligem Index dagegen horizontale Drehachsen (Fig. 8). Zu A_1 gehört der innerste, zu A_5 der äußerste Meßkreis. A_1 ist jederzeit die Richtung der Schlifffnormale, A_5 die Richtung der Mikroskopachse.

Einige Spezialausführungsformen des Instrumentariums zeigen gegenüber dieser normalen Anordnung und Wirkungsweise der Drehachsen Abweichungen. Sie bestehen darin, daß die Drehachse A_4 räumlich fest gelagert ist und die Drehachse A_5 durch eine synchrone Nicoldrehung dargestellt wird. Zunächst muß diese letztere stabil genug ausgeführt sein, um die Schwingungsrichtungen der Nicols in genau senkrechter Orientierung zueinander zu führen. Die synchrone Nicolführung nach dem sogenannten System F. E. WRIGHT hat den Nachteil, daß der zur Aufnahme der Kompensatoren dienende Tubusschlitz die Orientierung seiner Hauptrichtung mit Bezug auf die Schwingungsrichtungen der Nicols bei Betätigung der synchronen Nicolführung ändert. Hierdurch können bei der Bestimmung des Charakters der Schwingungsrichtungen und bei der Messung von Gangunterschieden Unbequemlichkeiten entstehen.

Auch in bezug auf die Ausgiebigkeit der Drehbewegung ist eine synchrone Nicolführung nach dem System F. E. WRIGHT der Objektischdrehung nicht gleichwertig; denn die Objektischdrehung ist sowohl für die optischen Bezugsrichtungen (Schwingungsrichtungen) wie für die kristallographischen Bezugsrichtungen (Spaltrisse, Kanten) Drehbewegung, die synchrone Nicolführung nach dem System F. E. WRIGHT dagegen nur für die ersteren Bezugsrichtungen. Die Beschränkung der Bewegungsmöglichkeiten bei Anwendung einer räumlich festgelegten Drehachse A_4 in Verbindung mit einer synchronen Nicolführung nach dem System F. E. WRIGHT wird aus folgender Tabelle ersichtlich:

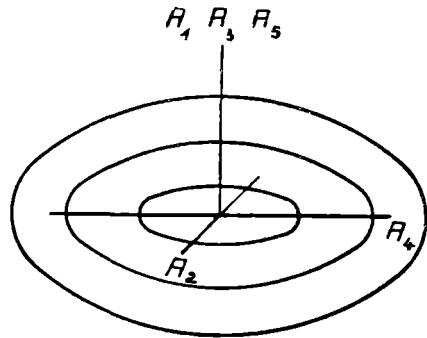


Fig. 8. Die fünf Drehachsen in der „Ausgangsstellung“.

Die Achsen mit ungeradem Index stehen vertikal, die mit geradem Index horizontal.

Ausgiebigkeit des Instrumentariums				Nach Betätigung der Drehachse A_4 ist die Orientierung		
				der Schwingungsrichtungen im Kristall		der kristallographischen Bezugs- richtungen gegen die Bezugs- richtungen im Okular
Instrumentarium	Drehachse			gegen die Schwingungs- richtungen der Nicols	gegen die Schwingungs- richtungen der Kom- pensatoren im Tubusschlitz	
	A_1, A_2, A_3	A_4	A_5			
Normale Einrichtung: Polarisations- mikroskop + Uni- versaldrehtisch	im Raume beweglich	in einer Ebene beweg- lich	im Raume fest	beweglich		beweglich
Spezialstativ mit fester Drehachse A_4 und synchroner Nicolführung nach dem System F. E. WRIGHT		im Raume fest				fest

Durch Anwendung weiterer besonderer Hilfsmittel kann die geringere Ausgiebigkeit der Spezialstative behoben werden (vergl. hierüber S. 23).

Die geometrische Einstellung einer Richtung in die Richtung der Drehachse A_5 ist nicht allein maßgebend dafür, daß auch die effektive Beobachtungsrichtung im anisotropen Medium koinzidiert mit der äußeren Beobachtungsrichtung A_5 , sondern hierfür spielen noch die Brechungsgesetze eine wichtige Rolle. Für eine Schichtfolge von untereinander parallel angeordneten Medien bleibt die numerische Apertur einer Wellennormalenrichtung gegen die gemeinsame Normale der einzelnen Schichtfolgen (die Schlifffnormale) zufolge des Brechungsgesetzes beim Durchgang durch diese Schichten konstant. Es genügt daher die Wellennormalenrichtung nur im äußeren Medium (Luft) und im anisotropen Medium zu betrachten. In Fig. 9 sind als Ordinaten die Winkel i der Wellennormalenrichtung gegen die Schlifffnormale im äußeren Medium, also die Winkel (A_1, A_5) aufgetragen. Als Abszissen sind

die Unterschiede zwischen geometrisch eingestellter und effektiver Beobachtungsrichtung im Medium vom Brechungsindex n_M abzulesen. Für $i = (A_1, A_2) = 60^\circ$ weicht beispielsweise für $n_M = 1,6$, wenn das äußere Medium Luft ist, die effektive Beobachtungsrichtung um rund 27° von der geometrisch eingestellten ab. Im allgemeinen sehen wir zweierlei aus der Darstellung:

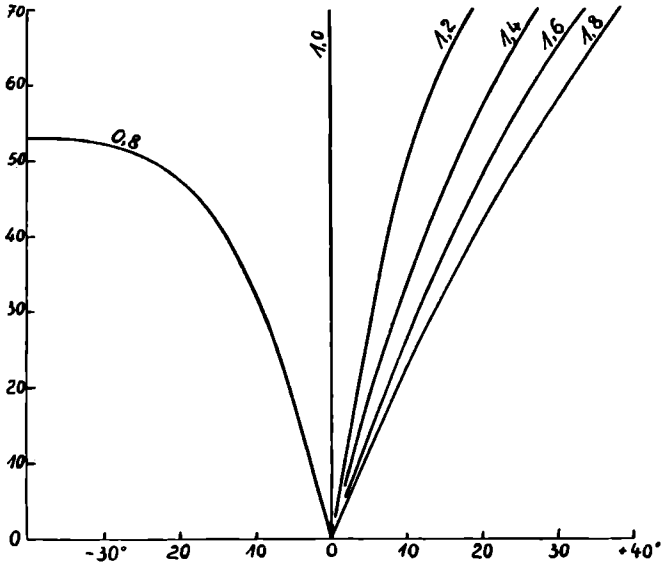


Fig. 9. Geometrisch eingestellte und effektive Beobachtungsrichtung. Ordinatens: Neigung der Wellennormale im äußeren Medium gegen die Schlifffnormale. Abszissen: Unterschied zwischen geometrisch eingestellter und effektiver Beobachtungsrichtung.

Die einzelnen Kurven gelten für verschiedene Werte der relativen Lichtbrechung

$$\frac{\text{Mineral}}{\text{äußeres Medium}}$$

Mit zunehmendem Neigungswinkel i wird der Unterschied zwischen geometrisch eingestellter und effektiver Beobachtungsrichtung enorm groß, und mit zunehmender Lichtbrechung des anisotropen Mediums wird die Ausgiebigkeit des Universaldrehtisches immer geringer, denn die Drehung der Wellennormalenrichtung im anisotropen Medium ist stets um den Betrag der Abszisse in Fig. 9 kleiner, als die Drehung der Schlifffnormale und bleibt also mit wachsendem Brechungsindex n_M immer mehr hinter dieser zurück.

Diese Verhältnisse zu beseitigen, oder wenigstens nach Möglichkeit zu mildern, ist der Zweck der sogenannten sphärischen Segmente. Der Schliff wird von zwei Kugelsegmenten aus Glas derart umschlossen, daß der Kreuzungspunkt der fünf Drehachsen, welcher in der Ebene des Schliffes liegt, zugleich Krümmungsmittelpunkt der sphärischen Segmentoberflächen ist. Die Wirkungsweise dieser Segmente wird am anschaulichsten, wenn wir nicht die tatsächliche Lichtausbreitung von der Lichtquelle zum Auge verfolgen, sondern umgekehrt, von der Beobachtungsrichtung A_5 ausgehend, rückwärts zur Lichtquelle. Die aus dem oberen Segment in Richtung der Mikroskopachse austretende Wellennormale ist bei jeder Lage des Schliffes zugleich Normale der oberen Segmentfläche. Die zur Beobachtungsrichtung A_5 korrespondierende Richtung im oberen Segment ist also jederzeit mit A_5 identisch. Die Hinzufügung des Segmentes ist also gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Lichtbrechung des äußeren Mediums und entsprechend wird in Fig. 9 der Unterschied zwischen geometrisch eingestellter und effektiver Beobachtungsrichtung durch eine Kurve mit niederem relativem Brechungsindex dargestellt. Die numerische Apertur der Wellennormale im Segment in bezug auf die Schliffnormale ist $n_s \sin i_s$, wenn n_s der Brechungsindex des Segmentes und i_s der Winkel (A_1, A_5) ist; und der korrespondierende Winkel i_M im Medium von der Lichtbrechung n_M ist dann nach dem Brechungsgesetz gegeben durch

$$\sin i_M = \frac{n_s}{n_M} \sin i_s$$

Sein Sinus ist also n_s mal größer, als wenn das Segment nicht vorhanden wäre.

Das obere Segment erfüllt also zwei Aufgaben: Es mildert beträchtlich den Unterschied zwischen der effektiven Beobachtungsrichtung im Mineral und der geometrisch eingestellten Beobachtungsrichtung, und es erhöht gleichzeitig ganz wesentlich die optische Ausgiebigkeit der geometrischen Drehung. Dem unteren Segment fällt dann nur noch die Aufgabe zu, die Beobachtungsrichtung A_5 mit der Beleuchtungsrichtung in Einklang zu bringen.

Es empfiehlt sich, den Segmenten einen möglichst großen Krümmungsradius zu geben; denn einmal wird dabei das nutzbare Gesichtsfeld größer und andererseits wird der Einfluß der Fehlerquellen, welche aus dem Nichtzusammenfallen des Krümmungs-

zentrums des Segmentes und des Schnittpunktes der Drehachsen resultieren, gemildert.

Zur Vermeidung von Totalreflexionen bei stärkeren Drehungen werden sämtliche zwischen den Segmenten befindlichen Elemente durch ein Medium mit wesentlich höherem Brechungsindex als Luft, meist Glycerin oder Cedernöl, optisch verbunden. Die Verwendung von Glycerin ist angenehmer. Da der Brechungsindex wasserfreien Glycerins etwa 1,469 ist, tritt auch in Verbindung mit Segmenten von der Lichtbrechung 1,70 erst bei ca. 60° Neigung Totalreflexion ein. Messungen aber, die unter größeren Neigungen als ca. 50° ausgeführt werden, sind, wie später noch näher ausgeführt wird, namentlich bei stärkerer Doppelbrechung des Minerals, sehr wenig einwandfrei. Glycerin als Immersionsflüssigkeit reicht also für alle Fälle aus. Mit Cedernöl, das im Gebrauch unangenehmer ist, tritt in Verbindung mit einem Segment von der Lichtbrechung 1,70 nur wenig höher, bei ca. 63° Neigung, Totalreflexion ein. Es ist durchaus sinnlos, Immersionsflüssigkeiten noch höherer Lichtbrechung zu benutzen, denn selbst bei Anwendung von Flüssigkeiten mit noch so hohem Brechungsindex ist stets der maximal mögliche Neigungswinkel durch die Totalreflexion am Objektträger ($n = \text{ca. } 1,53$) bestimmt und beträgt für das oben genannte Segment 64° .

Die effektive Beobachtungsrichtung im Mineral fällt nach Fig. 9 nur dann mit der geometrisch eingestellten zusammen, wenn Mineral und oberes Segment gleiche Lichtbrechung haben. Diese Forderung läßt sich für ein anisotropes Medium schon zufolge der Doppelbrechung nicht streng realisieren. Daher entsprechen der in der Beobachtungsrichtung A_5 aus dem Segment austretenden Wellennormalen im anisotropen Medium zwei Wellen mit untereinander und im allgemeinen gegenüber A_5 verschiedenen Wellennormalenrichtungen i' und i'' . Für die eine Welle mit der Richtung i' im anisotropen Medium gilt

$$n'_M \sin i'_M = n_S \sin i_S$$

und für die andere Welle mit der Richtung i''

$$n''_M \sin i''_M = n_S \sin i_S$$

Hieraus folgt aber

$$\frac{n''_M}{n'_M} = \frac{\sin i'_M}{\sin i''_M}$$

d. h. das Verhältnis der Sinus der Richtungswinkel beider Wellen ist explicite nur von der Doppelbrechung abhängig. Der Unter-

schied $i' - i''$ der beiden Wellennormalenrichtungen im anisotropen Medium wächst für die größeren Neigungswinkel gegen die Schlifflnormale mit zunehmender Stärke der Doppelbrechung rasch an. Die Doppelbrechung für die geometrisch eingestellte Beobachtungsrichtung A_5 ist also in Wirklichkeit immer gleich der Differenz der Halbachsen zweier verschiedener ellipsoidaler Schnitte der Indexfläche und infolgedessen stehen auch die Schwingungsrichtungen der beiden zur Richtung A_5 gehörigen Wellen im allgemeinen nicht mehr genau senkrecht aufeinander. Diese Verhältnisse bilden eine prinzipielle, nicht überwindbare Fehlerquelle bei allen Universal-drehtischmethoden, indem nämlich mit zunehmender Neigung der Schlifflnormale gegen die Beobachtungsrichtung und mit wachsender Stärke der Doppelbrechung die Einstellung und Definition einer bestimmten Richtung im anisotropen Medium immer mehr an Sinn verliert. Daran ändert auch die Anwendung der sphärischen Segmente nichts. Sie üben im Gegenteil in dieser Hinsicht eine unvorteilhafte Wirkung aus, da bei ihrer Benutzung der Winkel i' im anisotropen Medium größer ist als ohne Segment und einem größeren Winkel i' auch ein größerer Richtungsunterschied $i' - i''$ beider Wellen im anisotropen Medium entspricht. Man kann dies sehr leicht mit Hilfe der SNEELLIUSSchen Konstruktion der Wellennormalenrichtungen veranschaulichen: Um einen Punkt O (Fig. 10) in der Grenzfläche des Schliffes wird die zweischalige Indexfläche des anisotropen Mediums, deren Radienvektoren gleich den Brechungsindizes der in Richtung der Radienvektoren sich fortpflanzenden Wellennormalen sind, sowie die Indexfläche des äußeren Mediums (in Fig. 10a: Luft; in Fig. 10b: Glassegment), gezeichnet. In beiden Fällen findet man die zur Beobachtungsrichtung A_5 gehörige Wellennormalenrichtung im anisotropen Medium, wenn man durch den Schnittpunkt P der Richtung A_5 mit der einschaligen Indexfläche F zu N die Parallele zieht und dann die Durchschnittspunkte P' und P'' dieser Parallelen auf der zweischaligen Indexfläche F' und F'' mit O verbindet. OP' und OP'' sind die beiden zur Beobachtungsrichtung A_5 gehörigen Wellennormalenrichtungen im anisotropen Medium. Man erkennt, daß bei Anwendung des sphärischen Segmentes zwar eine weit bessere Annäherung der effektiven Beobachtungsrichtung im anisotropen Medium an die geometrisch eingestellte Richtung A_5 erreicht wird, daß aber gleichzeitig der Unterschied beider Wellennormalenrichtungen wesentlich vergrößert wird. Diese nachteiligen

Wirkungen der Segmente sind allerdings in Anbetracht der günstigen Eigenschaften der hauptsächlich bei den petrographischen Untersuchungen in Frage kommenden Mineralien in den meisten Fällen nicht von großem Ausmaße; denn das Verhältnis $\frac{n'}{n''}(M)$ ist für die meisten gesteinsbildenden Mineralien wenig von 1 verschieden, zu meist noch erheblich kleiner als 1,05. In solchen Fällen bleiben immer größere Drehungen des Universaldrehtisches ohne Bedenken anwendbar. Man muß sich nur dessen bewußt werden, daß die

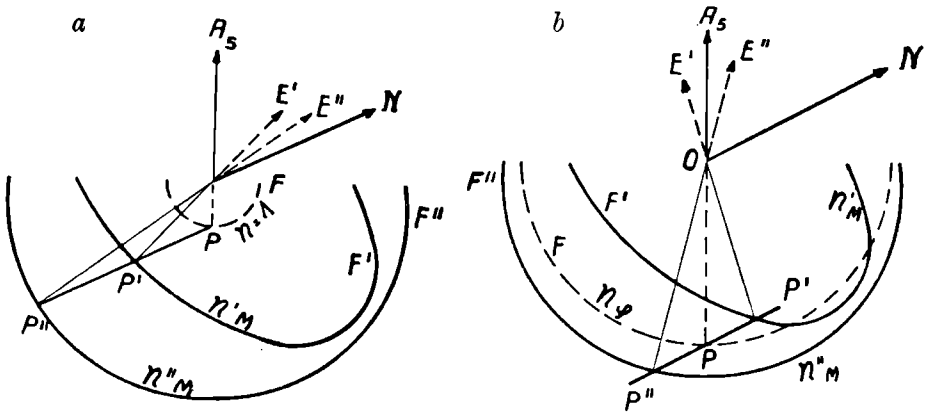


Fig. 10. Einfluß der Doppelbrechung auf die Definition der effektiven Beobachtungsrichtung.

A_5 : Geometrisch eingestellte Beobachtungsrichtung;

N : Richtung der Schlifffnormale.

Vorteilhafte und nachteilige Wirkungen der Anwendung eines Segmentes:

- Lage der effektiven Beobachtungsrichtungen E' , E'' ohne Anwendung des Segmentes.
- Lage der effektiven Beobachtungsrichtungen E' , E'' bei Anwendung eines Segmentes.

genannte Fehlerquelle es prinzipiell unmöglich macht, Neigungswinkel etwa mit einer Genauigkeit von Minuten zu messen und daß alle übertriebenen Ansprüche an die Präzision der mechanischen Teile der Apparatur wertlos sind, und an falscher Stelle angebrachter Aufwand bei der Justierung oder in der Ermittlung von Korrektionsdaten nur nutzlose Zeitvergeudung bedeutet.

Die Notwendigkeit der Aperturbeschränkung zum Zwecke der eindeutigen Zuordnung der Meßergebnisse zu einer vorgegebenen Richtung ist bereits eingangs zur Genüge hervorgehoben worden. Da bei den Universaldrehtischmethoden aus

technischen Gründen vorwiegend nur schwächere Systeme zur Anwendung kommen, könnte man von vorneherein geneigt sein zu glauben, daß die niedrige Apertur dieser Systeme eine hinreichende Gewähr für eine einwandfreie Zuordnung der Meßdaten böte. Dabei werden aber zwei Dinge außer acht gelassen:

Die Anwendung der sphärischen Segmente bringt notwendigerweise eine Erhöhung der effektiven Beobachtungsapertur des ganzen Beobachtungssystems mit sich, ebenso wie die Eigenvergrößerung des Systems hierdurch erhöht wird. Ist die numerische Apertur des Beobachtungsobjektives, wie es gewöhnlich gebraucht wird, A_0 , so ist sie bei den Universaldrehtischmethoden in Verbindung mit den sphärischen Segmenten $n_s A_0$, wenn n_s den Brechungsindex des Segmentes bedeutet. Entsprechend ist die Teilvergrößerung des Beobachtungsobjektives bei Benutzung des Segmentes ebenfalls n_s mal größer. Ein Objektiv von der numerischen Apertur 0,15 hat also für die Universaldrehtischmethoden mit einem Segment von der Lichtbrechung 1,65 eine effektive Beobachtungsapertur von 0,25 und eine normal 50-fache Vergrößerung im Beobachtungsmikroskop wird durch das genannte Segment auf eine über 80-fache erhöht.

Steht nun die Achse des wirksamen Lichtkegels auf der Ebene der optischen Achsen senkrecht, so ist der Unterschied in der Orientierung der Lage der Schwingungsrichtungen für die einzelnen Wellen, deren Normalenrichtungen innerhalb des wirksamen Lichtkegels verlaufen, in der Regel sehr gering und hat die Größenordnung von Minuten. Der Unterschied in der Lage der Schwingungsrichtungen wächst aber umsomehr zu größeren und schließlich zu ganz enormen Beträgen an, je mehr sich die Richtung der Achse des Lichtkegels aus der Richtung der optischen Normalen entfernt und der Richtung einer optischen Achse nähert. Deshalb muß im allgemeinen für die Messungen eine Aperturbeschränkung des beobachtenden Systems vorgenommen werden, die weit über das Maß der sonst bei schwächeren Mikroskopobjektiven zur Beobachtung angewandten Öffnung hinausgeht. Die für die Messungen in Frage kommenden Aperturen liegen zumeist im Bereiche von 0,05 bis 0,005. Da mit dieser Aperturverminderung im quadratischen Maß eine Abnahme der Helligkeit Hand in Hand geht, andererseits aber die Empfindlichkeit in der Bestimmung der Lage der Schwingungsrichtungen größere Helligkeitswerte erfordert, so ergibt sich des weiteren die Notwendigkeit, Lichtquellen mit

genügend hoher spezifischer Helligkeit zu benutzen. Die Helligkeit des diffusen Tageslichtes ist zumeist, wenigstens für diejenigen Universaldrehtischmethoden, die auf der Ermittlung von Auslöschungslagen aufgebaut sind, unzureichend.

Auch da, wo es sich um Einstellungen rein qualitativer Art bei den Universaldrehtischmethoden handelt, ist eine weitgehende Aperturbeschränkung von großer Wichtigkeit. Am meisten typisch hierfür ist der Fall, der eintritt, wenn die Beobachtungsrichtung innerhalb der optischen Symmetrieebene (n_x , n_y) liegt. Ist dabei diese Symmetrieebene parallel der Schwingungsrichtung eines der Nicols orientiert, so müßte bei der Drehung um die Symmetrieachse n_z stets Auslöschung vorhanden sein. Zufolge der Verwendung eines Lichtkegels endlicher Öffnung, d. h. einer Schar von ebenen Wellen mit untereinander verschiedenen Wellennormalenrichtungen, tritt aber beim Durchgang dieser Schar von Wellen durch Richtungen, die einer optischen Achse benachbart sind, eine starke Aufhellung der Auslöschung ein. Diese Aufhellung setzt um so früher ein, und ist um so intensiver, je größer der Richtungsunterschied der einzelnen ebenen Wellen, je größer also die Apertur der Beobachtung ist und je höher die Doppelbrechung des Minerals ist. Diese Störungen können sich mitunter in dem Maße auswirken, daß das theoretisch erforderliche Bestehenbleiben der Auslöschung auch nicht annähernd innerhalb des zugänglichen Drehbereiches mit genügender Sicherheit beurteilt werden kann. Erst bei sehr weitgehenden Aperturbeschränkungen wird das Bestehenbleiben der Auslöschung wieder als Kriterium für die Einstellung der Symmetrieebene mit ausreichender Sicherheit anwendbar.

Die eben behandelten Erscheinungen pflegen als störender Einfluß der konischen Refraktion behandelt zu werden. In Wirklichkeit haben sie wenig mit ihr zu tun; denn während die hier behandelten Erscheinungen mit Beschränkung der Beobachtungsapertur ihren Wirkungsgrad verlieren, tritt die konische Refraktion um so deutlicher in Erscheinung, je geringer die Apertur des Beleuchtungskegels ist. Die Auswirkung der konischen Refraktion bei Anwendung der Universaldrehtischmethoden ist praktisch gleich Null; einmal zufolge der geringen Dicke der Schriffe, dann aber auch zufolge der geringen Intensität der dabei in Frage kommenden Phänomene. Die obigen, gewöhnlich als Auswirkungen der konischen Refraktion angesprochenen Störungen beruhen prinzipiell nicht auf irgendwelchen singulären Eigenschaften der Licht-

fortpflanzung, als vielmehr sind sie lediglich die Folgen zu hoher Beobachtungsapertur.

Die Dispersion der Schwingungsrichtungen und der Doppelbrechung tritt bei den Beobachtungen gelegentlich in solchem Ausmaße in Erscheinung, daß präzise Einstellungen im weißen Licht schwer auszuführen sind, oder ganz unmöglich werden. In solchen Fällen wird die Anwendung farbigen Lichtes zur Notwendigkeit. Die Benutzung von Monochromatoren kommt für die Universaldrehtischmethoden kaum in Frage. Es genügt, den wirkamen Wellenlängenbereich gerade nur soweit einzuengen, als es für die Beseitigung der störenden Dispersionserscheinungen gerade notwendig ist. Man arbeite also in der Regel mit weißem Licht und nur dann, wenn sich das als unmöglich erweist, benutze man ein einfaches Lichtfilter. Am geeignetsten ist ein solches, welches für Orange und Rot durchlässig ist; denn in diesem Spektralgebiet pflegt im allgemeinen die Dispersion am geringsten zu sein, so daß mit Rücksicht auf große Helligkeit immer noch ein genügend großer Wellenlängenbereich für die Beobachtung verwandt werden kann. Auch liegt der optische Schwerpunkt eines solchen Filters nicht so weit von der Wellenlänge der D-Linie, auf welche die optischen Daten der Mineralien bezogen zu werden pflegen, entfernt, daß eine starke Diskrepanz zwischen den Meßergebnissen und den Tabellenwerten zu befürchten ist.

Bei Anwendung eines Filters ist zu beachten, daß ein Mineraldurchschnitt gelegentlich als isotroper Durchschnitt erscheinen kann, obwohl er in Wirklichkeit anisotrop ist. Bekanntlich hängt der Grad der Aufhellung eines Schnittes nicht nur von der Orientierung seiner Schwingungsrichtungen gegen die der Nicols ab, sondern auch von dem Gangunterschied der beiden Wellen in der Beobachtungsrichtung, also von der Dicke des Plättchens und der Stärke seiner Doppelbrechung. Ist der Gangunterschied gleich einem ganzen Vielfachen der Wellenlänge der benutzten Lichtart, so ist der Schnitt bei beliebiger Lage seiner Schwingungsrichtungen gegen die der Nicols dunkel, ist also scheinbar isotrop. Die Anisotropie tritt aber sofort bei Entfernung des Filters zufolge der Variationen der Wellenlänge und der Dispersion der Doppelbrechung in Erscheinung.

Aus dem Auftreten starker Dispersionserscheinungen beim Aufsuchen der Auslöschungslage im weißen Licht darf im allgemeinen nicht der Schluß gezogen werden, daß in dem vorliegenden

Mineral eine besonders starke Dispersion der optischen Achsen oder der optischen Symmetrieachsen vorhanden sein müßte. Vielmehr können auch durch verhältnismäßig kleine Beträge in der Dispersion der optischen Symmetrieelemente auf geeigneten Schnitten, deren Orientierung durch die Größe des wahren Winkels der optischen Achsen bedingt wird, recht ansehnliche Werte für die Dispersion der Schwingungsrichtungen ausgelöst werden. Sogar im rhombischen System, wo doch die Dispersion der optischen Symmetrieachsen immer Null ist, gibt es Schnitte, für welche eine recht ansehnliche Dispersion der Schwingungsrichtungen wahrnehmbar sein kann.

3. Die Apparatur

Als erster Vorläufer der modernen Einrichtungen für die polarisations-mikroskopischen Theodolitmethoden mag eine von S. HIGHLEY im Jahre 1856 beschriebene Einrichtung gelten, die zwei Drehachsen mit meßbaren Drehbewegungen besaß und als Hilfsapparat in Verbindung mit einem Mikroskop für mineralogische Messungen diente. Auf die Vorteile der sphärischen Segmente hat zuerst ADAMS im Jahre 1876 hingewiesen. Die Einrichtung, welche E. v. FEDOROW für seine neue Methode der Mineralbestimmung anfangs, um 1892/94, benutzte, ist im wesentlichen ein solcher HIGHLEYScher Drehapparat mit ADAMSSchen Segmenten, wobei die Drehbewegung des Mikroskopobjekttisches die dritte erforderliche Drehachse lieferte. Die weitere nun rasch voranschreitende Durchbildung des Tisches ist mit den Namen E. v. FEDOROW, C. LEISS und C. KLEIN eng verknüpft. Die unter der Zusammenarbeit dieser Männer in den Jahren 1895—98 in der Werkstätte von R. FUESS durchgebildete Form des Tisches ist auch heute noch sehr verbreitet, und das Jahr 1898 kann als Abschluß der ersten Epoche in der Entwicklung des in Frage kommenden Instrumentariums, nämlich als der Abschluß seiner prinzipiellen Durchbildung, gelten. Der so entstandene Universaldrehtisch ist dem in Fig. 12 abgebildeten prinzipiell ähnlich, nur wesentlich kleiner und primitiver eingerichtet. Er besaß vier Drehachsen, als fünfte Drehachse wurde die Objektischdrehung des Mikroskops benutzt. Das Arbeiten mit diesen Originaltischen erforderte wegen der Winzigkeit der technischen Ausmaße viel Geschick und Übung. Außerdem konnten nur Präparate mit 20 mm Durchmesser des Objektträgers

benutzt werden und mußten ohne Deckglas versehen und in umgekehrter Lage wie bei der gewöhnlichen mikroskopischen Beobachtung auf dem Universaldrehtisch gebraucht werden. Sowohl diese weitgehende Beschränkung hinsichtlich der Objektträgergröße wie auch die Nachteile der kleinen Ausführungsform des Tisches haben sicherlich die allgemeinere Verbreitung der FEDOROWschen Methoden erschwert, so daß die Universaldrehtischmethoden auch heute noch nicht in der Mineralbestimmung den Platz einnehmen, der ihnen zufolge ihrer Ausgiebigkeit und Schönheit unstrittig gebührt.

Die instrumentell-technischen Vorbedingungen dafür hat mittlerweile die deutsche Optotechnik geschaffen. Diese zweite Epoche in der Entwicklung des Instrumentariums, welche eine handlichere und zugleich präzisere Ausgestaltung der technischen Hilfsmittel zum Ziele hat, wurde eingeleitet durch ein im Jahre 1911 bekannt gegebenes Spezialstativ, welches sein Entstehen der Zusammenarbeit von C. LEISS und V. DE SOUZA-BRANDÃO verdankt. Mit diesem Spezialstativ war zum ersten Male die Möglichkeit geboten, Dünnschliffe auf Objektträgern normalen Formats anzuwenden und zugleich die Drehbewegungen bequemer zu handhaben. Auch war die Lagerung der Drehachsen zum ersten Male so ausgeführt, daß die Schliffe in normaler Auflage auf der Tischfläche benutzt werden konnten. Diese Vorteile waren allerdings mit der Einbuße von zwei Drehbewegungen erkauft: das Stativ besaß nur die Drehachsen A_3 , A_4 und A_5 . Aber schon wenig später, im Jahre 1912, führte C. LEISS ein neues petrographisches Mikroskop für die Theodolitmethode vor, das wieder über die erforderliche Anzahl von fünf Drehachsen verfügte und gleichzeitig die Vorteile des zuvor genannten Spezialstativs besaß. Als weitere Neuerung wurde eine Einrichtung zur Höhenverstellung der innersten Tischplatte eingeführt, die Abweichungen von der vorgeschriebenen Objektträgerdicke auszugleichen gestattete. Dieses Spezialstativ (Fig. 11) stellt einen sehr beachtenswerten Fortschritt in der instrumentellen Entwicklung der Theodolitmethoden dar und hat unzweifelhaft dazu beigetragen, das Interesse an den FEDOROWschen Methoden in weiteren Kreisen wieder wachzurufen. Bei diesem Stativ liegt die Drehachse A_4 im Raum fest und die Drehachse A_5 wird durch eine synchrone Nicolführung dargestellt. Die aus dieser Anordnung entspringenden Nachteile (vergl. Seite 12) sind in einer neueren Ausführungsform des petrographischen Mikro-

skops für die Theodolitmethode zum Teil dadurch behoben, daß wenigstens Gips- und Glimmerplättchen außer im Tubusschlitz auch in einer mit dem Polarisator drehbar verbundenen Fassung benutzt werden können, so daß ihre Schwingungsrichtungen auch bei Betätigung der synchronen Nicoldrehung stets unter 45° gegen die der Nicols orientiert bleiben. Um eine Orientierung der kristallographischen Bezugsrichtung gegen die Bezugsrichtung im Okular bei Betätigung der synchronen Nicoldrehung zu ermöglichen, ist das Okular nach Vorschlägen von C. FRIEDEL drehbar angeordnet, so daß auch hier die Möglichkeit besteht, alle Einstellungen wie bei den normalen Einrichtungen auszuführen.

Außer diesem verhältnismäßig hoch gebauten Spezialstativ wird ganz neuerdings noch ein kleineres Modell ausgeführt, ohne Bertrand-Linse, ohne Kippvorrichtung und mit festem Okular, welches aber sonst dem abgebildeten Mikroskop durchaus ähnlich und nur einfacher durchgebildet ist.

Von den anderen in Frage kommenden optischen Werkstätten haben sich bis jetzt nur die optischen Werke E. LEITZ in Wetzlar an der weiteren Ausgestaltung des Instrumentariums tätig beteiligt. Im Gegensatz zu der vorgenannten Arbeitsrichtung, welche sich im

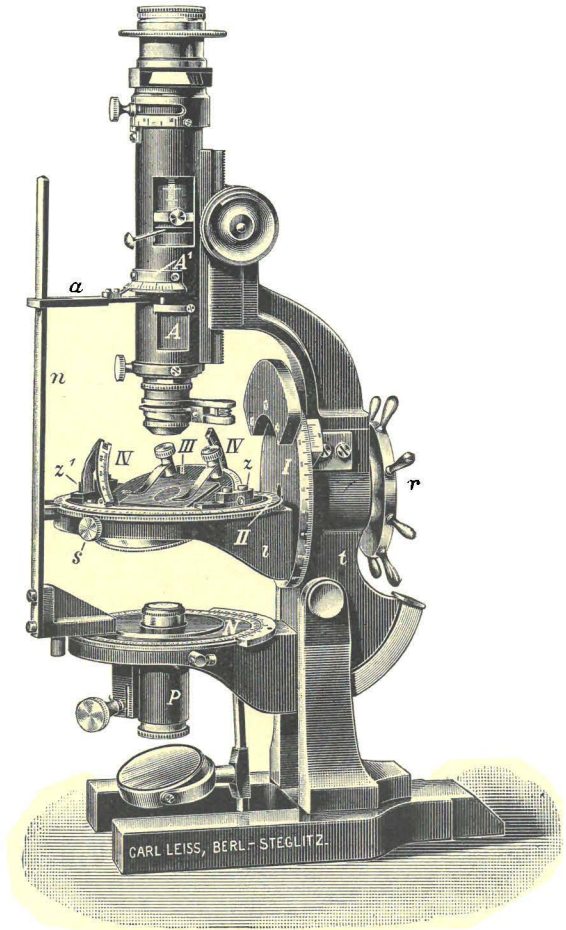


Fig. 11. Spezialstativ von C. LEISS, Steglitz.

Sinne der Ausbildung von Spezialstativen auswirkte, ist in den optischen Werken E. LEITZ in Wetzlar an der ursprünglichen FEDOROWSchen Idee festgehalten worden, nämlich den Universaldrehtisch als einen Hilfsapparat für das Polarisationsmikroskop auszubilden und dem Mikroskop selbst seine Einrichtungen für mineralogische Forschungen jeglicher Art in vollem Umfange zu erhalten. Die Vorbedingungen für die Benutzung des normalen Dünnschliffformats auf dem Universaldrehtisch, ferner für eine bequemere Handhabung des Instrumentariums, konnten nur durch vorausgehende einschneidende Veränderungen in der Bauart der Polarisations-Mikroskope geschaffen werden, die in den

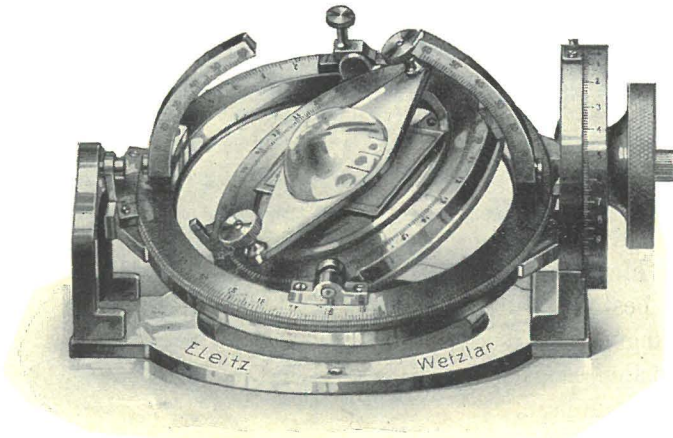


Fig. 12. Großer Universaldrehtisch für Dünnschliffe normalen Formats, von E. LEITZ, Wetzlar.

Jahren 1912—14 in den Leitzwerken unter Initiative des Verfassers durchgeführt worden sind. Die Ausmaße der so entstandenen Stativtypen KM, CM, GM, Sy sind so festgelegt, daß auf dem Mikroskoptisch ein Universaldrehtisch von ganz erheblich größeren Ausmessungen als bisher benutzt werden kann. Dieser neue Universaldrehtisch ist in Fig. 12 dargestellt. Auf diesem Tisch ist ebenfalls der ganze Inhalt eines Dünnschliffes auf Objektträgern Gießener Formats der Messung bequem zugänglich; das Präparat wird ebenfalls in der vom Mikroskop gewohnten Weise mit der Objektträgerseite auf den Drehtisch gelegt. Die Achsen A_2 , A_3 und A_4 können mittels der Klemmen K_2 , K_3 und K_4 festgeklemmt werden. Die sphärischen Segmente sind in großem Ausmaße

gehalten. Auf die Vorteile hiervon ist schon früher hingewiesen worden. Zum Ausgleich größerer Abweichungen von der normalen Objektträgerdicke ist die innerste Tischeinlage des Tisches in der Höhe verstellbar, so daß der Dünnschliff jederzeit in den Kreuzungspunkt der fünf Achsen verlegt werden kann. Zur Befestigung des unteren Segmentes dienen Haltefedern mit Anschlagstiften, zur Befestigung des oberen Segmentes Schraubknöpfe. Der Universaldrehtisch wird mittels zweier Schrauben in zwei hierfür vorgesehene Einbohrungen im Objektisch befestigt (Fig. 13). Für die

Universaldrehtischmethoden werden die genannten Stative mit einer herausnehmbaren Ringplatte am Objektisch geliefert, wodurch eine vollkommene Ausnutzung aller Drehbewegungen ermöglicht wird. Als fünfte Drehachse wird die des Mikroskopobjektisches benutzt; sie ist eben-

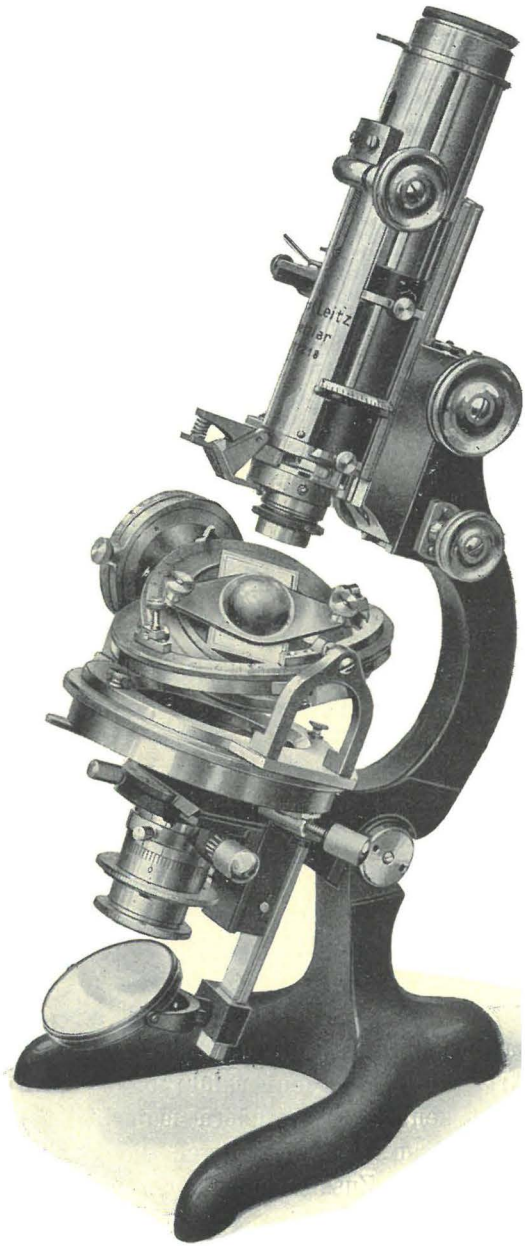


Fig. 13. Stativ CM von E. LEITZ, Wetzlar, mit großem Universaldrehtisch.

falls festklemmbar. Bei dem sogenannten Universal-Mikroskop ist ferner der Objektisch senkbar, so daß die Gesamthöhe der ganzen Einrichtung bei diesem Stativ besonders kurz gehalten werden kann. Alle Stative können mit dem Universaldrehtisch ohne weiteres in gekippter Lage benutzt werden.

Für Liebhaber der synchronen Nicolführung speziell dient das Stativ Sy. Bei diesem ist die synchrone Nicolführung nicht nach dem System F. E. WRIGHT eingerichtet, sondern so konstruiert, daß der Tubusschlitz und das Okular an der synchronen Nicolbewegung teilnehmen. Daher bleibt sowohl das optische Azimut der Kompensatoren gegen die Schwingungsrichtungen der Nicols stets dasselbe, wie auch verbleiben die Okularflächen stets parallel den Schwingungsrichtungen der Nicols. Das Stativ besitzt außerdem, wie die normalen Stative, eine Objektischdrehung, so daß bei dem Stativ Sy eigentlich die synchrone Nicolführung als sechste unabhängige Drehbewegung zu den vier Drehbewegungen des Universaldrehtisches und zu der fünften des Mikroskopobjektisches hinzutritt, und man nach Belieben, wie bei den normalen Einrichtungen, oder mit synchroner Nicoldrehung arbeiten kann. Die Orientierungen der Schwingungsrichtungen der Nicols können am Objektisch oder an einem in der oberen Hälfte des Tubus angebrachten Teilkreis mittels Nonius auf $0,1^\circ$ abgelesen werden. Tubusanalysator sowie BERTRANDSche Hilfslinse sind bei jeder Lage der synchronen Nicoldrehung ein- und ausschaltbar.

Sowohl in den Spezialstativen von C. LEISS in Steglitz wie in den Polarisationsmikroskopen mit Universaldrehtisch von E. LEITZ in Wetzlar sind, und zwar auf ganz verschiedenen Wegen, alle wesentlichen Anforderungen, die man hinsichtlich der Ausgiebigkeit des Instrumentariums stellen kann, zum ersten Male prinzipiell gelöst. Hinsichtlich der Justierungsmöglichkeiten besitzt weder das Spezialstativ mit fest eingebautem Drehtisch, noch das Polarisationsmikroskop mit aufsetzbarem Drehtisch Vorteile irgend welcher Art; denn bei beiden Ausführungen ist die Drehachse A_1 unabhängig nicht zentrierbar, sondern man bleibt in dieser Hinsicht darauf angewiesen, wie weit durch die Qualität der mechanischen Ausführung ein Zusammenfallen der Drehachsen A_1 und A_3 erreicht ist.

Hier Vorschläge zur Bevorzugung der einen oder anderen Apparatur zu machen, steht dem Verfasser nicht an. Was die instrumentellen Einrichtungen von E. LEITZ in Wetzlar betrifft, so sei bemerkt, daß der Verfasser für seinen persönlichen Gebrauch

die normalen Stative KM, GM und ganz besonders CM vor dem komplizierteren Stativ Sy bevorzugt. Bei Anwendung der Universaldrehtischmethoden ist der Arbeitende mit der Beachtung des Methodischen so in Anspruch genommen, daß die Beibehaltung möglichst vieler vom gewöhnlichen Mikroskopieren gewohnter Handgriffe angenehm empfunden wird, während z. B. bei allen Stativen mit synchroner Nicoldrehung die richtige Lage der Nicols überwacht werden muß. Zudem darf man bei ihrer Betätigung nicht vergessen, daß ihr Umdrehungssinn jeweils entgegengesetzt ist zu dem Umdrehungssinn, durch den das Präparat mittels der Objektischführung in die gleiche relative Lage zu den Schwingungs-

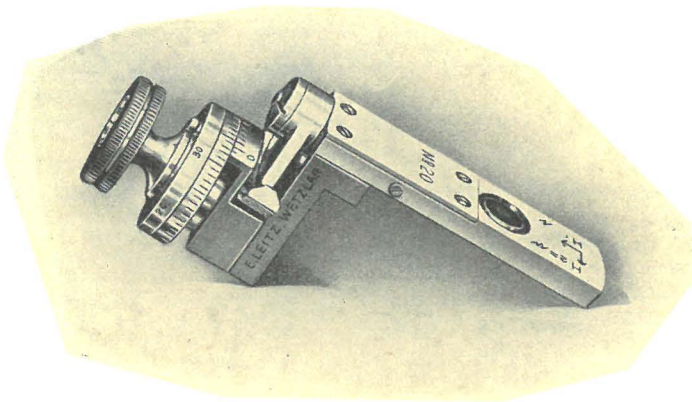


Fig. 14. Kompensator nach M. BEREK.

richtungen der Nicols gebracht wird. In der stereographischen Projektion soll aber ausschließlich mit Drehungen des Präparates und nicht mit Drehungen der optischen Bezugsrichtungen gearbeitet werden; deshalb ist auch von diesem Gesichtspunkt aus die normale Objektischdrehung als fünfte Drehachse die natürlichere. Nichtsdestoweniger wird es immer auch Liebhaber der synchronen Nicolführung geben.

Für die Anwendung der Universaldrehtischmethoden kommen ferner folgende Hilfsapparate in Frage:

Der drehbare Kompensator nach M. BEREK. — Er ist (Fig. 14) ebenso wie der Kompensator, den N. NIKITIN angegeben hat, nach dem BIOT-BRAVAISSchen Prinzip gebaut. Bei diesen

Kompensatoren sind, wie M. BEREK gezeigt hat, die Meßergebnisse durch eine ebenso einfache Kompensatorformel darstellbar, wie bei den komplizierteren Kompensatoren mit verschiebbarem Keil, z. B. nach BABINET. Vor solchen Kompensatoren haben die drehbaren den weiteren Vorzug, daß sie im Tubusschlitz gebraucht werden können, also nicht die Benutzung eines Aufsatzanalysators nötig machen. Ferner ist namentlich im Bereiche kleiner Gangunterschiede eine wesentlich höhere Meßgenauigkeit erzielbar. Der Kompensator nach M. BEREK enthält als drehbares Blättchen eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene sehr dünne Kalkspatplatte, deren Dicke in der Regel so bemessen wird, daß sie die

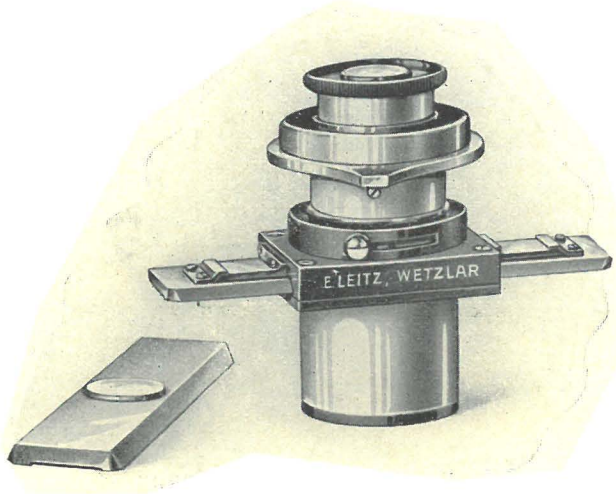


Fig. 15. WRIGHTSches Okular.

Gangunterschiede der ersten vier Ordnungen zu messen gestattet. Der Kompensator kann nur an solchen Stativen gebraucht werden, deren Tubusschlitz diagonal zu den Schwingungsrichtungen der Nicols verläuft. Die Längsrichtung des Tubusschlitzes ist dann für den Kompensator stets $n_y(c)$. Über seinen Gebrauch siehe Seite 40.

Das WRIGHTSche Okular. — In den Fällen, wo man eine höhere Genauigkeit in der Bestimmung der Auslöschungslagen erreichen will, leistet manchmal das WRIGHTSche Okular mit Halbschattenvorrichtung gute Dienste (Fig. 15). Es wird an Stelle des gewöhnlichen Okulars in den Tubus gesteckt und muß mit Aufsatzanalysator gebraucht werden. Als Halbschattenplatte benutzt man

in dem seitlichen Führungsschlitz des Okulars am besten entweder die Doppelquarzkeilplatte von F. E. WRIGHT oder den Doppelquarzkeil von MACÉ DE LÉPINAY; beide Vorrichtungen besitzen veränderlichen Halbschattenwinkel. Die Doppelquarzkeilplatte von F. E. WRIGHT gestattet zwar auch die Anwendung allerkleinster Halbschattenwinkel, ist aber in der Konstruktion komplizierter und muß sehr vorsichtig behandelt werden. Der Doppel-

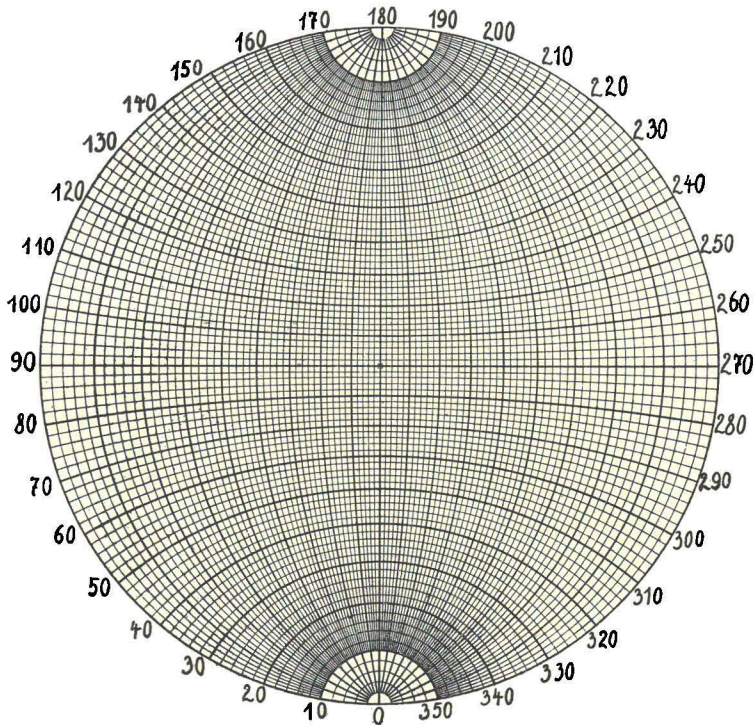


Fig. 16. WULFF'sches Netz.

quarzkeil nach MACÉ DE LÉPINAY ist wesentlich einfacher, billiger und stabiler. Die Möglichkeit, den Halbschatten zu variieren, reicht auch hier vollkommen aus, so daß zu empfehlen ist, ihr den Vorzug zu geben. Über die Anwendung dieser Einrichtung für die Bestimmung der Auslöschungslagen siehe Seite 55.

Das WRIGHT'sche Okular enthält auch eine Irisblende, welche oft von Nutzen ist, um die bei der Ausführung subtilerer Messungen störenden Teile des Gesichtsfeldes bis auf das zu beobachtende

Individuum abzublenden. Verzichtet man ganz auf das WRIGHTsche Okular, so kann man für solche Ablendungen auch ein gewöhnliches Okular mit Irisblende benutzen.

Das einfachste und zugleich zweckmäßigste Hilfsmittel zur Darstellung der Meßergebnisse ist das gewöhnliche WULFFsche Netz (Fig. 16). Dreispitzzirkel, FEDOROWSches Lineal und andere Hilfsmittel sind dann vollkommen überflüssig. Als Ausmaß für den Durchmesser des Netzes ist am besten 20 cm zu wählen. Man kann dann ohne Schwierigkeiten im Netz halbe Grade ablesen und der dabei gemachte Ablesungsfehler bleibt kleiner als

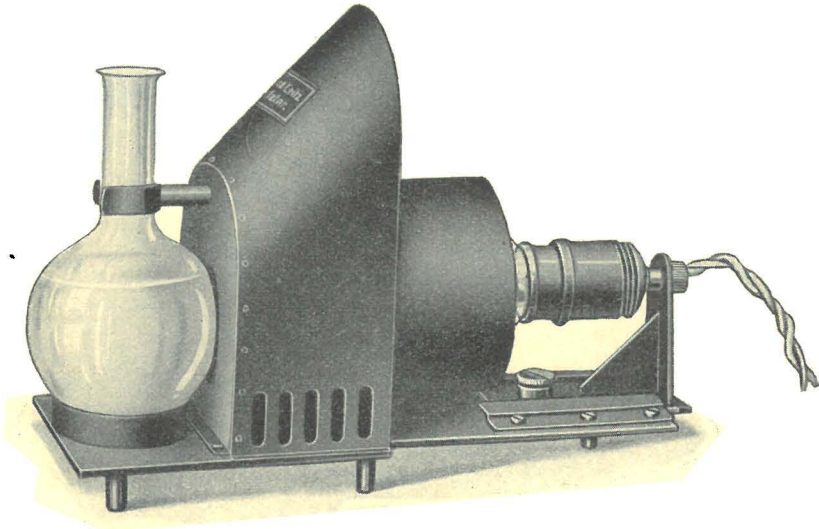


Fig. 17. Stella-Mikroskopierlampe von E. LEITZ, Wetzlar.

$\frac{1}{4}^\circ$. Das WULFFsche Netz wird vorteilhaft auf einer Holzplatte aufgezogen benutzt, welche, um ein Verziehen zu vermeiden, mehrfach geleimt sein muß. Im Zentrum des Netzes steckt ein Nadelfstift, der mit einer Schutzkappe bedeckt werden kann. Die Ausführung der stereographischen Projektion erfolgt auf einem auf das Netz aufgelegten Stück Pauspapier. Man verwendet hierzu, um ein Ausreißen der Einstichstelle bei längerem Arbeiten zu vermeiden, möglichst festes Pauspapier, sogenanntes Ölpapier.

Eine zweckmäßige Lichtquelle für das Arbeiten nach den Universaldrehtischmethoden ist in Fig. 17 abgebildet. Sie kann mit einer 100- oder 200-Wattlampe ausgestattet werden.

Als Lichtfilter für die Universaldrehtischmethoden sind eine Reihe der Lifa-Lichtfilter sehr geeignet. Beschränkt man sich auf die Anwendung eines Filters, nämlich nur um gegebenenfalls störende Dispersionerscheinungen zu vermeiden, so sei das Lifa-Lichtfilter Nr. 200c empfohlen. Dieses ist für Orange und Rot durchlässig. Sein optischer Schwerpunkt liegt bei 610 $\mu\mu$.

4. Erläuterungen zur Justierung und Handhabung der Apparatur

Allgemeines. — Der Benutzer der Universaldrehtischmethoden unterliegt leicht der Gefahr, sich mit kleinlichen, ganz nebensächlichen Dingen in der Justierung abzumühen und die großen Fehlerquellen unberücksichtigt zu lassen. Wie bereits früher hervorgehoben, liegt eine der Hauptfehlerquellen aller Universaldrehtischmethoden darin, daß zufolge der Anisotropie des Minerals mit der Anwendung stärkerer Neigungen, namentlich bei höherer Doppelbrechung, eine genaue Zuordnung der Beobachtungsrichtung zu den Koordinaten der Ablesungen unmöglich wird. Die wesentlichen Punkte, die der Benutzer bei der Justierung der Apparatur zu beachten hat, sind eine möglichst einwandfreie Lage der optischen Bezugsrichtungen und möglichste Freiheit der optischen Teile von anormaler Doppelbrechung. Die Justierung und Präzision der mechanischen Teile spielt demgegenüber eine nur untergeordnete Rolle; denn der hierbei werkstattmäßig erreichbare Genauigkeitsgrad ist weit höher, als ihn die Methoden prinzipiell erfordern. Es hätte wenig Wert, etwa Berichtigungen der Meßkreisteilungen ermitteln zu wollen oder Zentrierungen der Drehachsen auf das vollkommenste anzustreben. Eine genaue Orientierung der optischen Bezugsrichtungen ist weit wichtiger. Und gerade sie wird werkstattmäßig am ehesten nicht immer in entsprechend vollkommenem Maße verwirklicht sein und ist vom Benutzer in jedem Falle zu prüfen. Nur diese Punkte, denen der Benutzer besondere Beachtung zu widmen hat, werden im folgenden behandelt.

Es wäre unmöglich, im Rahmen dieser Schrift bei Beschreibung der einzelnen Manipulationen die besondere Eigenart der verschiedenen Instrumentarien in extenso zu berücksichtigen; vielmehr lehnt sich überall, sowohl in den zunächst folgenden Abschnitten, welche die Justierung behandeln, wie später im

methodischen Teil, die Beschreibung nur an die Verhältnisse des normalen Polarisationsmikroskops mit aufsetzbarem Universaldrehtisch an. Dem Benutzer anderer Instrumentarien wird es gleichwohl ein Leichtes sein, die entsprechenden Einstellungen an seinem Instrumentarium zu realisieren. Er braucht nur zu bedenken, daß bei den sogenannten Spezialstativen die horizontalen Achsen A_2 und A_4 um 90° gegenüber dem normalen Instrumentarium versetzt liegen, und daß die Betätigung der Drehachse A_5 des Mikroskopobjekttisches in dem einen Sinne einer Betätigung der synchronen Nicoldrehung im entgegengesetzten Drehungssinne gleichkommt.

Nicolkreuzung. — Man entferne Objektiv und Okular und betrachte, bei eingeschaltetem Analysator in den Tubus blickend, das Bild der Lichtquelle in der Öffnungsblende des Objektivs (Austrittspupille des Objektivs). Man löse die Befestigungsklemme des Polarisators und drehe ihn in seiner Fassung, bis das Bild der Lichtquelle am stärksten verdunkelt ist. Da die Lage der Schwingungsrichtungen auch bei den sogenannten normalen polarisierenden Prismen nicht in allen Punkten des Feldes vollkommen identisch ist, beurteile man die Auslöschungslage für die Mitte der Öffnungsblende. In der gefundenen Stellung wird der Polarisator festgeklemmt. Bei einiger Sorgfalt kann man auf diesem einfachen Wege die Nicolkreuzung viel sicherer bestimmen als unter Benutzung von anderen künstlichen Hilfsmitteln (Halbschattenplatten, Zwillingsplatten).

Prüfung des Grades der Polarisationsfreiheit des Objektivs. — Man schraubt das Objektiv lose in das dafür vorgesehene Gewinde am Tubusende, setzt in den Tubus ein Okular ein und schiebt in den Tubusschlitz den Kompensator nach M. BEREK (beachten, daß beim Einschieben der Index auf 30 der Kompensatortrommel steht). Im Gesichtsfeld des Mikroskops ist dann vom Kompensator herrührend, ein schwarzes Kreuz parallel den Okularfäden sichtbar. Beim Drehen des Objektivs in seiner Gewindefassung lassen schon sehr geringe Spuren von Doppelbrechung des Objektivs eine deutliche Störung des vom Kompensator herrührenden dunklen Kreuzes erkennen: Das Kreuz öffnet und schließt sich dann abwechselnd beim Drehen des Objektivs. Schon Gangunterschiede in der Größenordnung von $\frac{1}{4} \mu\mu$ sind auf diese Weise deutlich erkennbar. Ist die Deformation des Kreuzes

beim Drehen des Objektivs nur sehr gering, so wird die Doppelbrechung des Objektivs die Messungen in ihrer Genauigkeit kaum beeinträchtigen. Die Höhe des erzeugten Gangunterschiedes kann mit Hilfe des Kompensators leicht gemessen werden (vergl. hierzu Seite 40). Zeigt das Objektiv stärkere Doppelbrechung, so schließt man seine Irisblende und beobachtet hierauf das Verhalten des Kompensatorkreuzes beim Drehen des Objektivs. Sind wenigstens bei geschlossener Irisblende keine oder nur minimale Störungen bemerkbar, so ist das Objektiv für die Universaldrehtischmethode verwendbar.

Prüfung der Segmente auf Polarisationsfreiheit. — In ähnlicher Weise wie bei den Objektiven können auch bei den sphärischen Segmenten des Universaldrehtisches durch zu strammes Fassen Doppelbrechungserscheinungen eintreten. Ihr etwaiges Vorhandensein wird mit denselben Hilfsmitteln, wie oben, geprüft. Man legt hierzu das zu untersuchende sphärische Segment in die Tischöffnung des Mikroskopobjektisches. Beim Drehen des Objektisches ist dann zu erkennen, ob das Kreuz des Kompensators deformiert wird, und in welchem Ausmaße. Für alle Methoden, welche die Messung von Gangunterschieden verwenden, ist es, solange schwächere doppelbrechende Mineralien in Frage kommen (etwa für Gangunterschiede bis $200 \mu\mu$), notwendig, daß die infolge anormaler Doppelbrechung optischer Teile erzeugten Gangunterschiede die Grenze der Wahrnehmbarkeit und Meßbarkeit nicht wesentlich überschreiten. Handelt es sich dagegen um die Messung von größeren Gangunterschieden (an Mineralien stärkerer Doppelbrechung oder an Mineralien, die in dickeren Schliften vorliegen), so können eventuell auch anormale Doppelbrechungserscheinungen in entsprechend höherem Betrage in Kauf genommen werden. Segmente, deren Gangunterschied unterhalb von $1 \mu\mu$ liegt, sind für alle Fälle als sehr gut brauchbar zu bezeichnen.

Prüfung der Lage des Okularfadenkreuzes. — Hierzu bedient man sich am einfachsten einer dickeren Gips-spaltungsplatte, welche man auf den Objektisch des Mikroskopes legt. Vor die Lampe stellt man ein gutes Lichtfilter; durch Drehung des Objektisches bringt man einen Spaltriß des „faserigen“ Bruches, der besonders scharf ausgeprägt ist, parallel dem vertikalen Okularfaden, wiederholt die Einstellung mehrere Male und nimmt daraus das Mittel; darauf dreht man im Uhrzeigersinne bis zur ersten

Auslöschung, welche man ebenfalls durch mehrere Einstellungen genau ermittelt. Die Differenz der beiden Einstellungen, nämlich der auf Parallelismus des Spaltrisses zum Okularfaden und der auf Auslöschung, ist der Auslöschungswinkel bezogen auf die Richtung des Spaltrisses. Er sei φ_1 . Hierauf legt man die Gipsplatte um, wendet sie also um 180° , stellt zunächst wieder auf Parallelismus zwischen Spaltriß und vertikalem Okularfaden ein und dreht dann entgegen dem Sinne des Uhrzeigers bis zur ersten Auslöschung. Der so gemessene Auslöschungswinkel sei φ_2 , ebenfalls absolut gerechnet. Steht der Okularfaden richtig, so muß $\varphi_1 = \varphi_2$ sein.

Andernfalls ist die später zu verwertende Korrektion $\delta = \frac{|\varphi_1| - |\varphi_2|}{2}$.

Das Vorzeichen von δ wird so angemerkt, wie es die Formel ergibt.

In analoger Weise kann man auch die Lage des horizontalen Okularfadens prüfen. Die Lage dieses Fadens spielt aber beim Gebrauch eines normalen Polarisationsmikroskopes mit aufsetzbarem Universaldrehtisch für die Messungen keine Rolle. Dagegen ist bei den Spezialstativen mit festeingebautem Drehtisch zufolge anderer Orientierung der Drehachse A_4 der horizontale Okularfaden als Bezugsrichtung der wichtigere.

Aufstellung und Zentrierung des Universaldrehtisches. — Nach Entfernung der Objektklemmen und des Einlegringes aus der Tischplatte des Polarisationsmikroskops dreht man den Objektisch des Mikroskops so, daß beide für die Objektklemmen vorgesehenen Einbohrungen nach der Seite der Stativsäule zu liegen, und schraubt dann den Universaldrehtisch mittels der zugehörigen Klemmen in die dafür vorgesehenen Einbohrungen auf dem Tisch in der Lage fest, daß die Trommel, welche den Meßkreis der Drehachse A_4 darstellt, bei der gebrauchsmäßigen Stellung des Mikroskops vor dem Beobachter rechtsseitig zu liegen kommt. In den Universaldrehtisch setzt man die als Tischfläche dienende Glasplatte so ein, daß sie mit der an ihrer Fassung angebrachten Nute in den Zapfen im Innern der Tischöffnung eingreift. Auf die Glasplatte legt man den Dünnschliff, zunächst ohne Benutzung von Immersionsflüssigkeit in normaler Auflage, so daß also das Deckglas des Dünnschliffes wie gewöhnlich nach oben weist, und klemmt den Schliff mittels der Objektklemmen des Universaldrehtisches fest. Hat man keine solche besonderen Klemmen im Besitz, so benutzt man zur Befestigung des Schliffes

ein beliebiges Segment. Man orientiert dabei die Längsseiten des Objektträgers am zweckmäßigsten so, daß sie auf der Verbindungslinie der beiden Einbohrungen, welche für die Klemmschrauben des oberen Segmentes bestimmt sind, senkrecht stehen. Das Segment zieht man mittels seiner Schraubenknöpfe nur leicht an. Ein zu starkes Anziehen erzeugt leicht Spannungsdoppelbrechung. Man schlägt die innerste Tischplatte dann durch Drehen um die Achse A_2 um 180° durch, bringt auf das zugehörige untere Segment einen größeren Tropfen Immersionsflüssigkeit (Glyzerin oder Cedernöl), setzt es in die untere Tischöffnung ein und bringt es dann durch Ausführung einer kleinen Drehung bis zur Anschlagstellung in die Lage, in welcher die an der Tischplatte angebrachten Haltefedern ein Herausfallen verhindern. Man führt dann die innerste Tischplatte durch Drehung um 180° wieder in ihre normale Lage zurück. Das Mikroskop wird nun auf den Dünnschliff fokussiert und man beobachtet, ob bei Ausführung von mäßigen Neigungen um A_2 oder A_4 die in der Mitte des Gesichtsfeldes befindlichen Schliffteile unbeweglich stehen bleiben oder schlagen. Im letzteren Falle muß die in der Einlegeplatte des Tisches angebrachte Höheneinstellung betätigt werden, um den Schliff genau in den Schnittpunkt der Drehachsen zu bringen. Zu diesem Zweck dreht man (nach Lüftung des oberen Segmentes) die durch eine Rändelung gekennzeichnete Höheneinstellung der innersten Tischplatte ein wenig in dem einen oder anderen Sinne, bis bei Betätigung der Drehachsen A_2 oder A_4 (nach Festziehen des oberen Segmentes) die richtige Einstellung des Schliffes kenntlich ist.

Hierauf wird der gesamte Universaldrehtisch um die Mikroskopdrehachse A_5 gedreht und das Mikroskopobjektiv mittels seiner Zentrierschrauben auf diese Drehachsen einzentriert; die Drehachse A_5 wird dann festgeklemmt und man beobachtet nach Lösung der Klemmschraube für die Drehachse A_3 ob die Zentrierung des Dünnschliffes auch bei Drehung um A_3 erhalten bleibt. Läßt diese Zentrierung zu wünschen übrig — die Störungen werden in der Regel nur gering sein — so muß der Universaldrehtisch auf dem Objektisch des Mikroskopes verschoben werden, bis A_3 mit A_5 zusammenfällt. Zu diesem Zwecke löst man die Klemmen, mit denen der Universaldrehtisch auf dem Objektisch befestigt ist. Die Einbohrungen im Fuße des Universaldrehtisches lassen genügend Spielraum, um die geforderte Zentrierung in ausreichendem Maße zu bewerkstelligen. Die Drehachse A_1 ist bei allen Einrichtungen

für die Universaldrehtischmethoden nicht besonders zentrierbar, sondern man ist hier auf die mechanische Ausführung angewiesen. Eine genaue Zentrierung der Drehachsen A_5 , A_3 , A_1 ist für die Anwendung der Methoden ohne prinzipielle Bedeutung, da aus Zentrierungsfehlern dieser Achsen Fehler in den Meßergebnissen nicht entstehen können. Deshalb braucht man sich durchaus nicht abzumühen, eine vollkommen vollendete Zentrierung zu erreichen, vielmehr genügt es, diese soweit durchzuführen, daß die restlichen Fehler nicht solche Ausmaße besitzen, daß sie während der Beobachtungen störend wirken.

Ermittlung der wahren Nullage der Achse A_5 . — Die wahre Nullage, oder, wie sie bezeichnet werden möge, die „Ausgangsstellung der Achse A_5 “ ist dasjenige Azimut der Objektischdrehung, bei welchem die Drehachse A_4 genau senkrecht zu dem vertikalen Okularfaden bzw. genau parallel zu der Schwingungsrichtung eines der Nicols liegt. Zur Bestimmung dieses Azimuts verfährt man am einfachsten folgendermaßen:

Man stellt zunächst die Indizes der Drehachsen A_2 auf 0, A_3 auf 90 und A_4 auf 0. Dann hebt man den Mikroskoptubus mittels seiner groben Verschiebung soweit, daß an Stelle des Dünnschliffes die Oberfläche des oberen Segmentes fokussiert wird. Man erkennt diese Einstellung leicht an dem Sichtbarwerden von Stäubchen, die der oberen Segmentfläche anhaften. Zur besseren Sichtbarmachung dieser Staubelemente ist es vorteilhaft, durch geeignete Drehung des Spiegels Dunkelfeldbeleuchtung herzustellen. Die Stäubchen heben sich dann leicht kenntlich hell auf dem dunklen Gesichtsfeld ab. Man neigt nun um A_4 und beobachtet die Verschiebung eines Stäubchens in der Nähe des vertikalen Okularfadens. Hierbei kann man durch eine geringe Neigung um A_2 das Stäubchen direkt auf den Okularfaden aufsetzen und so die Bahn seiner Bewegung im Vergleich zu dem vertikalen Okularfaden besser beurteilen. Man dreht um A_5 , bis die Bewegung des Stäubchens bei Neigung um A_4 genau parallel dem vertikalen Okularfaden erfolgt. Die richtige Einstellung von A_5 läßt sich ohne weitere Übung mit einer Messung auf $0,1^\circ$ genau finden. Die Ablesung α_5 am Meßkreis der Achse A_5 ist die Ausgangsstellung der Achse A_5 .

Steht der vertikale Okularfaden nicht vollkommen korrekt in bezug auf die Schwingungsrichtungen der Nicols, sondern ist für seine Lage das Korrektionselement δ (S. 34) ermittelt worden, so

ist dieses Korrektionsglied zu der gefundenen Ausgangsstellung der Achse A_5 hinzuzuzählen. Die wahre Ausgangsstellung der Achse A_5 ist also dann $\bar{\alpha}_6 + \delta$.

Stellt man den Index des Meßkreises A_5 auf diesen Wert ein, den Index des Meßkreises A_4 auf $\bar{\alpha}_4 = 0$, so muß bei Betätigung der Drehachse A_2 ein dem horizontalen Faden benachbartes Stäubchen sich genau parallel dem horizontalen Okularfaden verschieben, vorausgesetzt, daß der horizontale Okularfaden genau parallel der Schwingungsrichtung eines der Nicols liegt. Im allgemeinen braucht man diese letztere Kontrolle nicht durchzuführen, da die zueinander senkrechte Lage der Drehachsen A_2 und A_4 , auf die es für die Methoden im wesentlichen ankommt, mechanisch in ihrer Genauigkeit weit besser garantiert ist, als die Lage des horizontalen Fadenzkreuzes parallel der Schwingungsrichtung eines der Nicols.

Die Ausgangsstellung der gesamten Meßeinrichtung, welche vor Beginn aller Messungen herzustellen ist, ist dann folgende:

$$\begin{aligned} A_1: \quad \bar{\alpha}_1 &= 0 \\ A_2: \quad \bar{\alpha}_2 &= 0 \\ A_3: \quad \bar{\alpha}_3 &= 90 \\ A_4: \quad \bar{\alpha}_4 &= 0 \\ A_5: \quad \bar{\alpha}_5 &+ \delta \end{aligned}$$

Damit ist die gesamte Einrichtung in meßbereitem Zustande.

Handhabung des Schliffes, Wechsel der Segmente. — Für die Ausführung von Messungen muß der Schliff ebenfalls durch Anwendung von Immersionsflüssigkeit beiderseits in optischem Kontakt mit Unterlage und dem oberen Segment gebracht werden. Man benutzt im allgemeinen ein solches Segmentpaar, dessen Lichtbrechung der mutmaßlichen Lichtbrechung des Minerals nahe liegt.

Soll der Dünnschliff zur Einstellung einer anderen Stelle in den Schnittpunkt der Okularfäden verschoben werden, so dreht man die Schraubenknöpfe des oberen Segmentes nur ein wenig zurück; dann läßt sich der Schliff bequem unter dem Segment in die gewünschte Lage verschieben. Nach Einstellen der gesuchten Stelle wird das obere Segment wieder leicht angezogen.

Soll der Schliff vom Universaldrehtisch ganz entfernt oder durch einen anderen ersetzt werden, so drückt man mittels zweier Finger den Schliff kräftig gegen seine Unterlage und schraubt das obere Segment gänzlich ab. Dann zieht man den Schliff längs der Tischoberfläche seitlich ab. Beim Aufsetzen des neuen Schliffes

ist die Immersionsflüssigkeit zu ergänzen bzw. auch eine neue Höheneinstellung der innersten Tischplatte vorzunehmen.

Sollen die Segmente ausgewechselt werden, so löst man, ohne den Schliff gegen seine Unterlage zu drücken, die Schraubenknöpfe des oberen Segmentes. Hierbei bleiben oberes Segment, Schliff, Tischlage und unteres Segment aneinander haften und lassen sich gemeinsam aus dem Tisch herausheben; oberes Segment und Schliff werden dann nacheinander von den anderen Teilen seitlich abgezogen, zuletzt das untere Segment durch kräftigen Zug nur an einer seiner Griffhandhaben von der Glasplatte getrennt; nun können alle Teile bequem gereinigt werden. Die Glasplatte wird schließlich mit ihrer Nute wieder genau in den Zapfen der Tischfläche eingepaßt und die Montierung der neuen Segmente, wie Seite 35 beschrieben, vorgenommen.

Regelung der Beleuchtung, Gebrauch der Blenden. — Die Beleuchtung kontrolliert man am schnellsten mit Hilfe der BERTRANDSchen Hilfslinse. Der Regelung der Beleuchtung ist besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden und die Kontrolle öfters während der Messungen durchzuführen. Zur Orientierung über die Wirksamkeit der einzelnen Hilfsmittel zur Regelung der Beleuchtung stellt man zunächst zwischen Lichtquelle und Mikroskop eine Mattscheibe (oder ein Stück Pauspapier), öffnet sämtliche Blenden der Einrichtung, schaltet die BERTRANDSche Hilfslinse ein, zentriert sie in bezug auf die Okularfäden und fokussiert sie in bezug auf die Öffnungsblende des Objektivs. Man sieht dann, daß bei Benutzung des normalen Kondensors schwache Objektive mit voller Apertur zeichnen. Durch Zuziehen der Objektivirisblende kann man die wirksame Apertur der Beobachtung innerhalb genügend weiter Grenzen nach Belieben regeln. Nimmt man die Mattscheibe bzw. das Pausblatt zwischen Lichtquelle und Mikroskop fort, so ist bei direkter Strahlenvermittlung das Lichtquellenbild in der Öffnungsblende des Objektivs in der Regel schon von vornherein wesentlich kleiner, doch muß auch dann noch mit Rücksicht auf die früher geschilderte Bedeutung der Apertur für den Genauigkeitsgrad der Messungen die Irisblende des abbildenden Objektivs stets in hinreichendem Maße geschlossen werden. Die Irisblende im Objektiv erfüllt gleichzeitig den Zweck, Aufhellungen, welche durch Reflexionen an den sphärischen Segmenten entstehen können, abzuhalten.

In vielen Fällen reicht die alleinige Abbildung im Objektiv zur Ausführung guter Messungen nicht aus und man muß die noch hierfür vorhandenen Hilfsmittel im Beleuchtungsapparat zu Hilfe nehmen. Durch Einschalten des Kondensorklappteils kann man stets die wirksame Apertur beträchtlich erniedrigen (Fig. 18). Ein noch weiteres Herabsetzen der Apertur ist dann durch Betätigung

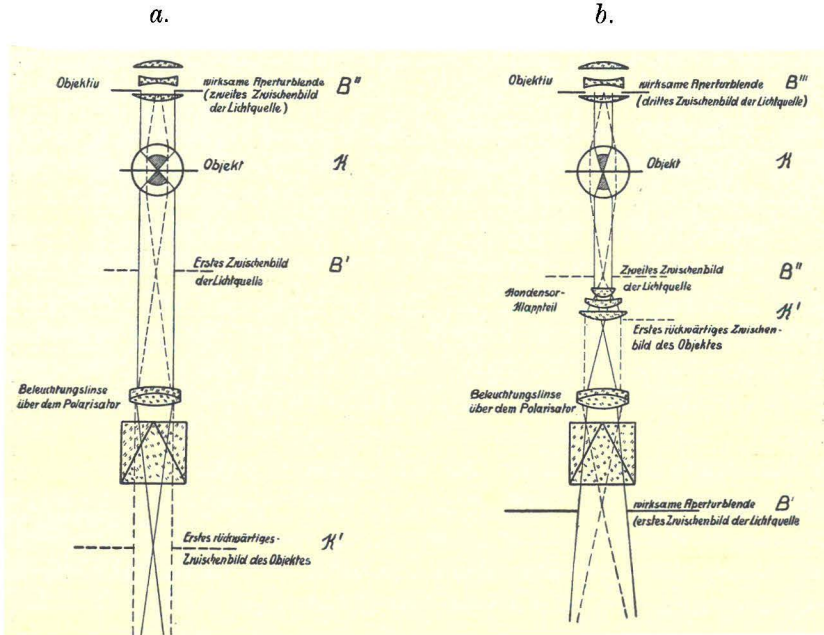


Fig. 18. Regelung der Beleuchtung

- a) ohne } Kondensorklappteil
b) mit }

Die Größe des erleuchteten Gesichtsfeldes ist in beiden Fällen die gleiche; aber die wirksame Apertur (siehe den Öffnungswinkel im Objekt) ist im Falle b) wesentlich geringer.

Eine weitere Verringerung der wirksamen Apertur kann im Falle b) durch Betätigung der Blende in B''' oder in B' erfolgen. Letztere Blende ist noch wirksamer, da dort der Querschnitt des Strahlenbündels, das in K die Aperturbegrenzung bildet, größer ist als in B''' .

der unteren Irisblende des Zweiblendenkondensors erreichbar. Die obere Irisblende, die ABBESCHE Blende, ist in dieser Verbindung weniger zu gebrauchen, da sie zu stark vignettiert.

In jedem Falle gibt die Beobachtung des Öffnungsbildes des Objektivs mittels der BERTRANDSchen Linse Aufschluß über Zentrierung und Ausmaß der Beleuchtung.

Gebrauch des Kompensators nach M. BEREK. — Setzt man den Kompensator bei leerem Mikroskop, d. h. ohne Zwischenschaltung eines Dünnschliffes in den Tubusschlitz ein, so muß bei Drehung des Kompensators an seiner Trommel eine Stellung erreicht werden können, bei welcher die beiden im Gesichtsfeld des Okulars sichtbaren dunklen Balken sich wenigstens sehr annähernd mit den beiden Okularfäden decken (Fig. 20a). Diese Stellung braucht nicht genau an dem Index 30° der Teilung der Kompensatortrommel zu liegen, da die Messungen stets beiderseits dieses Nullpunktes ausgeführt werden und hierdurch Abweichungen der wahren Nullage von der Indexstellung 30 ausgeglichen werden.

Mit dem Kompensator läßt sich zunächst der relative Charakter der Schwingungsrichtungen sicherer bestimmen, als mittels des sonst dafür angewandten Gipsplättchens. Der Vorgang ist folgender: Man stellt den Kompensator annähernd in seine Nullage, d. h. also auf den Index 30 seiner Trommelteilung, bringt das Mineral, dessen Schwingungsrichtungen man hinsichtlich ihres relativen Charakters unterscheiden will, in eine der Auslöschungslagen, dann nach Drehung um 45° in die Diagonalstellung zu den Schwingungsrichtungen der Nicols und beobachtet, ob beim Drehen der Kompensatortrommel Kompensation eintritt bzw., wenn das Mineral einen sehr hohen Gangunterschied besitzt, ob wenigstens bei den stärksten Neigungen des Kompensators ein deutliches Fallen der Interferenzfarben zu beobachten ist. Namentlich bei höheren Gangunterschieden ist das Fallen der Interferenzfarben mit Hilfe des Kompensators durchaus sicher zu beobachten, während hierfür die Anwendung des Gipsplättchens in der Regel versagt. Tritt völlige Kompensation oder wenigstens Fallen der Farben ein, so ist Subtraktionslage vorhanden, d. h. im Mineral hat die zur Richtung des Tubusschlitzes senkrechte Schwingungsrichtung den relativen Charakter n_γ . Ist weder völlige Kompensation noch deutliches Fallen der Interferenzfarben beim Drehen der Kompensatortrommel zu beobachten, so ist Additionslage vorhanden, d. h. im Mineral hat die zur Richtung des Tubusschlitzes parallele Schwingungsrichtung den relativen Charakter n_γ .

Die Messung eines Gangunterschiedes erfolgt auf folgende Weise: Der Index der Kompensatortrommel steht zunächst auf ca. 30° der Teilung (Nullstellung des Kompensators). Man bringt das Mineral, dessen Gangunterschied gemessen werden soll, durch Drehung des Objektisches zunächst in die Auslöschungs-

stellung und dreht dann aus dieser heraus in beliebigem Sinne um 45° . Man prüft nun durch Betätigung des Kompensators, ob Additions- oder Subtraktionslage vorhanden ist. Ist Additionslage vorhanden, so muß der Dünnschliff um weitere 90° in beliebigem Drehungssinne gedreht werden: denn für die Messung der Gangunterschiede kommt immer nur die Subtraktionslage in Frage. In dieser läßt sich erkennen, daß bei Betätigung des Kompensators für zwei Stellungen der Trommel der Gangunterschied im Mineral kompensiert wird. Diese beiden Einstellungen werden an der Trommel des Kompensators abgelesen.

Im einzelnen ist folgendes zu beachten: Die Aperturbeschränkung muß hinreichend weit durchgeführt sein. Zeigt das Mineral undulöse Auslöschung oder Zonarstruktur, so verwendet man zweckmäßig ein starkes Okular. Ferner muß sich das Mineral, dessen Gangunterschied man mißt, wenigstens sofern der Gangunterschied klein ist, entweder genau in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden, oder wenigstens längs einer Geraden, welche durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes geht und auf der Richtung des Tubusschlitzes senkrecht steht (Fig. 19). Dies ist deswegen notwendig, weil die Stellen gleichen Gangunterschiedes bei den drehbaren Kompensatoren nicht

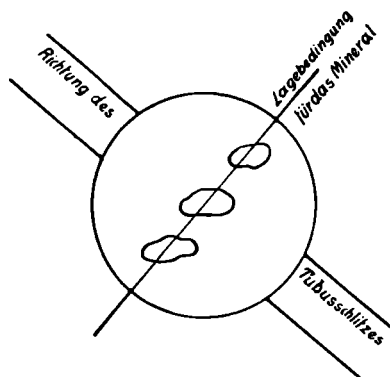


Fig. 19. Bedingung für die Lage des Minerals im Gesichtsfeld bei der Gangunterschiedsmessung.

auf geraden Linien sondern auf Kurven liegen, deren gemeinsamer Scheitel auf einer zur Richtung des Tubusschlitzes senkrechten Geraden liegt. Liegt das Mineral nicht auf dieser Geraden, so werden die Gangunterschiede zu hoch gemessen. Erst bei größeren Gangunterschieden werden die Kompensationsstreifen annähernd gerade Linien (Fig. 20d), so daß dann die Lage des Minerals im Gesichtsfeld keine wesentliche Rolle mehr spielt. Im Falle sehr kleiner Gangunterschiede haben ferner die Kompensationsstreifen nur eine geringe seitliche Ausdehnung (Fig. 20b); in diesem Falle ist es besonders wichtig, daß die Schwingungsrichtungen im Kompensator und im Mineral genau parallel liegen; andernfalls ergibt sich die in der Fig. 20c dargestellte Erscheinung, welche

das Erkennen der genauen Einstellung auf Kompensation, namentlich an kleineren Körnern, erschwert. Die genaue Parallellage der Schwingungsrichtungen im Kompensator und Mineral erreicht man sehr einfach dadurch, daß man die Drehachse des Mikroskoptisches jedesmal ein wenig dreht, bis das Mineral in der Kompensations-

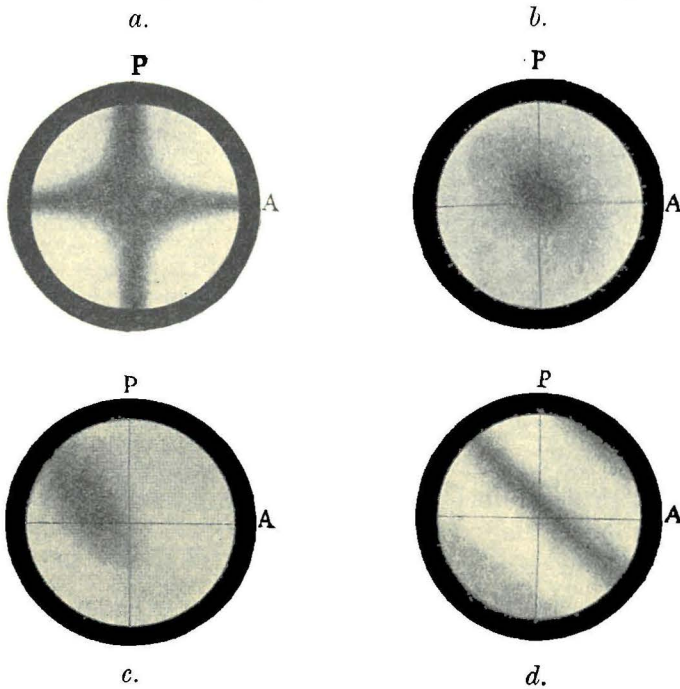


Fig. 20. Zur Wirkungsweise des Kompensators nach M. BEREK.

Die Kristallplatte erfüllt in diesen Figuren, um das typische Verhalten der Kompensationsstreifen besser hervortreten zu lassen, das ganze Gesichtsfeld. Im Gesteinsdünschliff reduzieren sich die sichtbaren Ausmaße der Erscheinungen jeweils entsprechend der scheinbaren Größe des Mineralteilchens.

- a) Gesichtsfeld bei eingeschaltetem Kompensator annähernd in Nullstellung.
- b) Einstellung auf Kompensation bei ca. $\frac{\lambda}{4}$;
- c) desgl., aber die unter Beobachtung liegende Kristallplatte steht nicht genau in der Diagonalstellung.
- d) Einstellung auf Kompensation bei ca. 2λ .

stellung den höchsten Grad der Verdunkelung zeigt. Wie theoretisch nachgewiesen worden ist (vgl. Teil III, S. 137), sind in diesem Falle auch die möglichen Fehler bei der Gangunterschiedsmessung, gänzlich unabhängig davon, ob die Nicols genau gekreuzt sind oder nicht, ein Minimum; das ist ein besonderer Vorteil dieser Kompensatoren

gegenüber den verschiebbaren Keilkompensatoren, daß sie gleichzeitig das Einhalten der von der Theorie geforderten relativen Lage von Kristall zu Kompensator so leicht erkennen lassen. In Fig. 20b ist der Kompensationsstreifen bei annähernd richtiger Lage der Kristallplatte bei einem Gangunterschiede von ca. $\frac{\lambda}{4}$, in Fig. 20d bei größeren Gangunterschieden wiedergegeben.

Bei der Messung größerer Gangunterschiede (in der dritten und vierten Ordnung) kann man sich mit einer sorgfältig ausgeführten Einstellung begnügen. Bei kleinen Gangunterschieden dagegen, namentlich solchen innerhalb der ersten Ordnung soll man, um die Leistungsfähigkeit des Kompensators auszunutzen, immer eine größere Anzahl von Einstellungen, mindestens vier bis fünf, ausführen. Alle Ablesungen an der Trommel sollen auf halbe Zehntel erfolgen.

Die beiden ermittelten Kompensationsstellungen der Trommel seien a und b. Dann ist

$$i = \frac{a - b}{2}$$

der wahre Drehungswinkel des Kompensators, der zur Kompensation des gemessenen Gangunterschiedes erforderlich ist. Die Berechnung des Gangunterschiedes kann nun auf dreierlei Weise erfolgen:

1. Auf logarithmischem Wege; man benutzt hierzu die dem Kompensator beigegebene Tabelle oder die Tabellen des Anhanges, geht mit i in die Tabelle $\log f(i)$ ein, schreibt eventuell mit Interpolation den dort gefundenen Logarithmus auf und addiert hierzu den Logarithmus der Kompensatorkonstante, welcher auf der zum Kompensator gehörigen Tabelle vermerkt ist. In der so erhaltenen Summe ist der vor dem Komma stehende Teil die Kennziffer. Man erinnert sich aus der Logarithmenrichtung, daß dieser Kennziffer eine um eine Einheit größere Stellenzahl vor dem Komma des zugehörigen Numerus entspricht. Ist die Kennziffer zweistellig, so wird nur die unmittelbar vor dem Komma stehende Ziffer berücksichtigt. Mit den hinter dem Komma der Summe stehenden Zahlen geht man in die Tafel der Logarithmen der natürlichen Zahlen ein und ermittelt aus dieser den zum Logarithmus gehörigen Numerus, welcher den gemessenen Gangunterschied darstellt.

Beispiel:

Gemessen seien:

$$a = 36,74$$

$$b = 23,62$$

$$\text{also } a - b = 13,12$$

$$\text{und } i = 6,56$$

$$\text{Folglich } \log f(i) = 8,117 \text{ nach Tabelle}$$

$$\log C = 3,975 \text{ (Kompensatorkonstante)}$$

$$\text{Summe} = 12,092$$

Der gesuchte Gangunterschied hat also, da die Kennziffer 2 ist, drei Ziffern vor dem Komma. Für 0,092 ergibt die Tabelle der Logarithmen der natürlichen Zahlen als Numerus: 1 2 3 7, also ist der gesuchte Gangunterschied 123,7 $\mu\mu$.

2. Auf graphischem Wege. Man berechnet ein für allemal mittels der für den Kompensator angegebenen Kompensatorkonstanten für eine Reihe von beliebigen Werten i in analoger Weise wie in obigem Beispiel die zugehörigen Gangunterschiede und stellt diese Gangunterschiede als Funktionen von i oder $a-b$ graphisch dar. Um einerseits in dieser graphischen Darstellung eine möglichst hohe Ablesegenauigkeit der Gangunterschiede zu erwirken, andererseits aber die Darstellung dabei innerhalb erträglicher Dimensionen zu halten, empfiehlt es sich, die graphische Darstellung so einzurichten, daß man an Stelle eines Kurvenzuges mehrere zeichnet, wie es in Fig. 21 dargestellt ist: Man stellt in einer Kurve zweckmäßig nur die Gangunterschiede innerhalb eines Bereiches von je 300 $\mu\mu$ dar und zeichnet für jedes solcher Intervalle nebeneinander je eine Kurve. Wählt man dann die Größenverhältnisse der Darstellung so, daß je 10 mm 10 $\mu\mu$ Gangunterschied entsprechen, so kann man in einem normalen Blatt Koordinatenpapier die Gangunterschiede für alle vier Ordnungen so eintragen, daß sie eine direkte Ablesung von 1 $\mu\mu$ und noch gute Schätzung einiger Zehntel gestatten. Für die Berechnung etwa von der vierten dieser Kurven ab genügt es, zwei Gangunterschiede an den Grenzen der Kurven zu berechnen, weil die Kurven, welche die höheren Gangunterschiede darstellen, praktisch gerade Linien sind. Aus einer solchen graphischen Darstellung kann man zu jedem Winkel i bzw. $a - b$ den zugehörigen Gangunterschied ohne weiteres ablesen.

3. Mit dem Rechenstab. Die Berechnung der Gangunterschiede mit Hilfe des Rechenschiebers gestaltet sich ebenfalls sehr

bequem. Man benutzt hierzu nicht logarithmische Funktionen, sondern die Funktionen selbst. Eine Tabelle, welche die Funktionen $10000 f(i)$ enthält, ist dem Anhang beigefügt. Man braucht die darin stehenden Werte nur mit der durch 10000 geteilten Kompensatorkonstante zu multiplizieren. Zu beachten ist, daß auf der zum Kompensator gehörigen Tabelle nur der Logarithmus dieser Konstanten angegeben ist, man also zunächst ein für allemal mit Hilfe der Tafel der Logarithmen der natürlichen Zahlen den zu diesem Logarithmus gehörigen Numerus, d. h. also die Konstante selbst, vermerken muß.

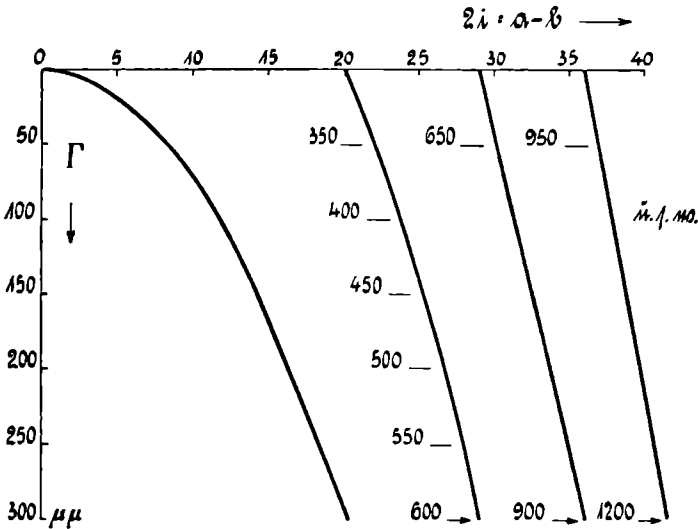


Fig. 21. Graphische Darstellung der zu den Kompensatorablesungen a—b gehörigen Gangunterschiede.

In der Fig. 22 ist eine Übersicht über die Empfindlichkeit des Kompensators gegeben unter der Voraussetzung einer normalen Ausführungsform mit einem Meßbereich von ca. vier Ordnungen. Als Ordinaten sind auf der Grundlage von größeren Meßreihen die nach der Fehlertheorie berechneten „mittleren“ Fehler einer Einstellung eingetragen. Führt man nur eine Einstellung aus, so ist damit zu rechnen, daß in ungünstigen Fällen der wirkliche Fehler etwa bis zum dreifachen Betrage des mittleren steigt. Die Sicherheit der Messung wächst mit der Zahl der Einstellungen. Bei Ausführung von je vier Einstellungen für jede der beiden

Kompensationslagen wird der „mittlere Fehler des Mittelwertes“ nur gleich dem halben Betrage der Diagrammwerte. Man kann dann schon annehmen, daß der wirkliche Fehler des Mittelwertes die als mittlere Fehler einer Einstellung berechneten Diagrammwerte nicht übersteigt.

Die Richtigkeit der Kompensatorkonstanten kann man auf folgende Weise nachprüfen: Man beleuchtet mit einfarbigem Licht von der Wellenlänge $\lambda \mu\mu$ und dreht den Kompensator aus seiner Ausgangsstellung, bis ein beliebiger n^{ter} dunkler Streifen im Schnitt-

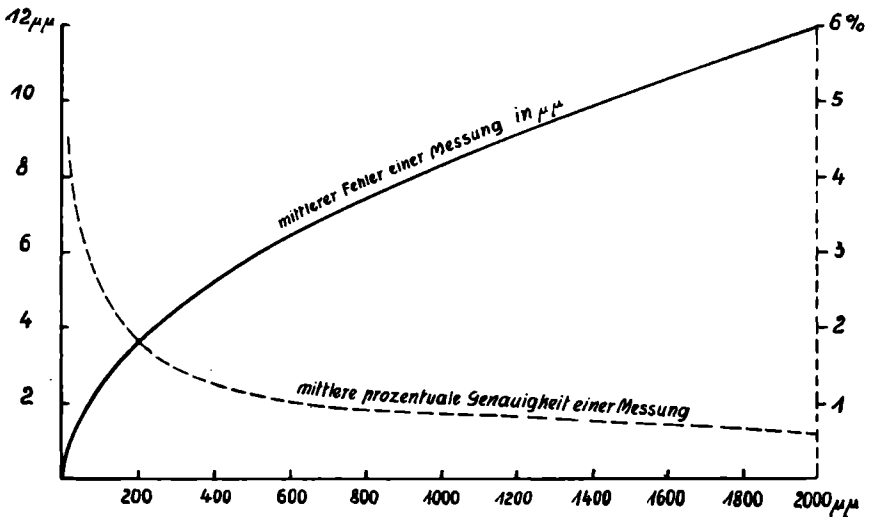


Fig. 22. Empfindlichkeit des Kompensators nach M. BEREK.

Linke Ordinaten: Mittlerer Fehler einer Bestimmung in $\mu\mu$.

Rechte Ordinaten: Mittlerer Fehler einer Bestimmung in Prozenten des Gangunterschiedes.

punkt der Okularfäden steht. Sind die Ablesungen für die beiderseits der Ausgangsstellung möglichen Einstellungen beliebiger aber korrespondierender dunkler Streifen a und b und ist $i = \frac{a-b}{2}$, so findet man die Kompensatorkonstante für die Lichtart der Wellenlänge λ aus:

$$\log C_{\lambda} = \log n + \log \lambda - \log f(i)$$

Für die meisten der nachstehenden Methoden ist die Genauigkeit der Kompensatorkonstante ohne Belang, da nur Verhältnisse zweier Gangunterschiede betrachtet werden.

Vorbereitung des WULFFSchen Netzes. — Um ein rationelles Arbeiten in Verbindung mit dem WULFFSchen Netz zu ermöglichen, muß der Drehungssinn der einzelnen Meßkreisteilungen des Universaldrehtisches, speziell für die Achsen A_1 , A_3 , A_5 , ein ganz bestimmter sein. Bei der Drehachse A_1 sind zwei Fälle zu unterscheiden:

Entweder liegt der Ableseindex innerhalb der zugehörigen Teilkreisteilung. Dann muß der Drehungssinn der Teilung des zu A_1 gehörigen Meßkreises im Uhrzeigersinne verlaufen.

Befindet sich der Index des zu A_1 gehörigen Meßkreises dagegen außerhalb des Meßkreises, so muß der Drehungssinn der Teilung dieses Meßkreises im entgegengesetzten Sinne zur Uhrzeigerdrehung verlaufen.

Die Teilung des Meßkreises A_3 muß stets entgegen dem Sinne des Uhrzeigers verlaufen, die des Mikroskopobjektisches ebenfalls entgegen dem Uhrzeigersinne. Stellt man den Index der Achse A_1 auf 0, den der Achse A_3 auf 90, so muß die Nullmarke des einen dieser beiden Teilkreise über der Marke 180° des anderen liegen, und die Nullmarke des Kreises A_1 soll dem Benutzer des Mikroskops zugewandt sein.

Ist die Teilung der Meßkreise in diesem Sinne durchgeführt, so wird das Arbeiten mit dem WULFFSchen Netz besonders bequem, indem durch Drehen des Pausblattes auf entsprechende Teilungen des Grundkreises die Projektion jederzeit die wirkliche Lage des Schliffes wiedergibt.

Man schreibt zunächst an den Rand des Grundkreises des Netzes im Sinne der Uhrzeigerdrehung an derjenigen Stelle, wo für die Achse A_1 in der Ausgangsstellung des Tisches die Marke Null liegt, d. h. also in der Regel am Südpol des Netzes, mit 0 beginnend, über Westen, Norden nach Osten die Gradbezeichnung von 10 zu 10° (Fig. 16 S. 29). Hierauf legt man auf das

Netz ein passend zurechtgeschnittenes rundes Stück festes Pauspapier (sogenanntes Ölpapier), das so groß sein soll, daß es ein wenig über die Grundplatte des Netzes herausragt. Um ein Einreißen der Einstichstelle zu vermeiden, ist es zweckmäßig, ein zweites sehr kleines Stückchen Pauspapier darüber zu legen; man

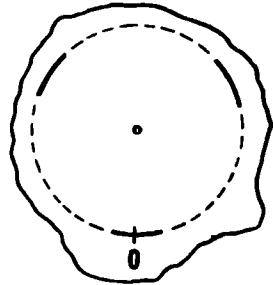


Fig. 23. Vorbereitung des Pausblattes.
Nullindex und Sicherheitsbögen.

bedeckt dann das freie Ende der Nadel mit der Schutzkappe. Man markiert nun auf dem Pausblatt die Nullstelle der Gradbezeichnung des Grundkreises durch einen Index (Fig. 23). Ferner empfiehlt es sich, an drei etwa um 120° auseinanderliegenden Stellen je ein kleines Stück des Grundkreisbogens zu zeichnen; nämlich, um auch dann, wenn bei längerem Gebrauch des Pausblattes die Einstichstelle sich erweitern oder ausreißen sollte, jederzeit die richtige Lage der Projektion zum Grundkreis wieder herstellen zu können.

II. Methodischer Teil

Übersicht über die Methoden

Das im ersten Kapitel dieses Teiles behandelte, prinzipiell einfachste und auch von E. v. FEDOROW an erster Stelle entwickelte Verfahren hat die direkte Ermittlung des wahren Winkels der optischen Achsen sowie des Charakters der Doppelbrechung zum Ziele. Zwar ist diese Methode nur dann anwendbar, wenn mindestens eine optische Achse der Einstellung in die Beobachtungsrichtung zugänglich ist, und auch in diesen Fällen ist sie nicht immer die vorteilhafteste, aber die einzelnen hier notwendigen Operationen sind auch für alle anderen Methoden von grundlegender Bedeutung; deshalb ist es erforderlich, sich mit diesem Verfahren zuerst und gründlich vertraut zu machen.

Im zweiten Kapitel werden Methoden behandelt, welche kristallographische Bezugsrichtungen verwenden. Ihr Hauptanwendungsgebiet liegt in der Feldspatbestimmung. Auch die hier in Frage kommenden Verfahren sind größtenteils in ihren Grundzügen schon von E. v. FEDOROW entwickelt worden. Ihre weitere Durchbildung verdanken wir hauptsächlich M. A. USSOW. Die beiden ersten Abschnitte dieses Kapitels sind namentlich für die Bestimmung der Zwillingsgesetze der triklinen Feldspate von großer Bedeutung. Der letzte Abschnitt zeigt, wie man eine von A. MICHEL-LÉVY für die gewöhnliche Polarisationsmikroskopie angeregte Methode der Feldspatbestimmung in vorteilhafter Weise durch Benutzung des Universaldrehtisches in ihrer Ausgiebigkeit erhöhen kann. Alle in diesem zweiten Kapitel behandelten Methoden

versagen, wenn in dem Mineraldurchschnitt kristallographische Bezugsrichtungen (Kristallflächen, Spaltflächen, Zwillings-elemente) fehlen.

Im dritten Kapitel endlich werden die indirekten Methoden behandelt. Bisher nur als Notbehelf angesehen, dürften sie in dem hier gegebenen Gewande als vollwertige und selbstständige Methoden gelten. Sie erstreben unabhängig von der Beziehung zu kristallographischen Elementen die quantitative Festlegung spezifischer Eigenschaften der Anisotropie in prinzipiell beliebigen Richtungen, um hieraus die charakteristischen optischen Symmetriedaten abzuleiten, nämlich den wahren Winkel der optischen Achsen, den Charakter der Doppelbrechung und eventuell die Stärke der Doppelbrechung. Da die spezifischen Eigenschaften der Anisotropie Polarisation und Doppelbrechung sind, können die indirekten Verfahren in zwei Gruppen eingeteilt werden:

Die auf den Eigenschaften der Polarisation basierenden Verfahren benutzen die Bestimmung von Auslöschungslagen. Prinzipiell sind derartige Verfahren auch schon von E. v. FEDOROW angewandt worden, aber nur tatonnementmäßig in solchen Fällen, wo die direkte Methode versagte. Die hier gegebene, viel allgemeinere und systematische „Methode der charakteristischen Auslöschung“ ist von M. BEREK entwickelt worden.

Die auf den Eigenschaften der Doppelbrechung basierenden Methoden endlich benutzen die Messung von Gangunterschieden. Die Einführung solcher Messungen in die Universaldrehtischmethoden ist durch W. NIKITIN erfolgt und später namentlich von A. BOLDIREW gefördert worden. In dem in Frage kommenden Abschnitt wird zunächst, wenigstens prinzipiell, das NIKITINSche Verfahren behandelt, wenngleich auch hier schon die Darstellung sich im wesentlichen auf eigene Untersuchungen stützt. Dann aber wird eine auf weiterer Grundlage basierende Methode, die „Methode des charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisses“ von M. BEREK, entwickelt; bei Mineralien mit größeren Gangunterschieden gestattet sie auch die Bestimmung der mittleren Lichtbrechung.

Zum Schluß dieses Teiles wird die Bestimmung des Wertes der drei Hauptdoppelbrechungen behandelt.

Durch Kombination der behandelten Methoden lassen sich in jedem Falle die an einem beliebigen Kristalldurchschnitt erzielten Meßergebnisse sowohl hinsichtlich ihrer Zuverlässigkeit kontrollieren,

wie auch die für die Bestimmung des Minerals grundlegenden Daten in durchaus ausreichender Vollständigkeit gewinnen.

Bei der Auswahl der in einem Dünnschliff befindlichen Kristallindividuen zum Zwecke der Messung ist prinzipiell nur die eine Bedingung zu beachten, daß an der für die Messung ausgewählten Stelle keine Schichtung von Mineralien vorliegt. In dieser Bedingung ist implizite die untere Grenze der Korngröße enthalten, bei welcher eine Anwendung der Universaldrehtischmethoden gerade noch möglich ist: der Querschnitt des Minerals muß nach allen Richtungen größer sein als die Schliffdicke. Für alle Methoden, die in den Kapiteln 1, 2, sowie im ersten Abschnitt des Kapitels 3 behandelt sind, ist möglichst optisch homogenes Material zu bevorzugen. Der Genauigkeitsgrad dieser Methoden wird durch undulöse Auslöschungen und Zonarstruktur beeinträchtigt, die Anwendung der Methoden gelegentlich ganz in Frage gestellt. Für die auf der Messung von Gangunterschieden beruhenden Methoden ist in viel höherem Maße auch optisch inhomogenes Material verwendbar.

Die Brauchbarkeit der Methoden ist an normal dünnen Schliffen erprobt. Der Genauigkeitsgrad sowie die Ausgiebigkeit der Methoden können aber durch Anwendung entsprechend dickerer Schriffe wesentlich gesteigert werden.

Der zunächst als Messungsbeispiel für die einzelnen Methoden angeführte Plagioklaszwilling entstammt einem Augitsyenit-Dünnschliff von Gröba in Sachsen, später wird ein Pyroxen in einem Eklogit-Dünnschliff von Silberbach benutzt.

I. Die direkte Methode zur Ermittlung des wahren Winkels der optischen Achsen und des Charakters der Doppelbrechung

a) Ermittlung der Koordinaten einer optischen Symmetrieebene und des Charakters der zu ihr senkrechten optischen Symmetrieachse

Prinzip des Verfahrens. — Eine optische Symmetrieebene eines anisotropen Mediums hat die Eigenschaft, daß für alle in ihr verlaufenden Wellennormalenrichtungen die eine Schwingungsrichtung stets in der Symmetrieebene, die andere senkrecht zu ihr liegt. Ist daher eine solche Symmetrieebene so orientiert, daß sie

parallel der Schwingungsrichtung eines der Nicols, also in Auslöschungslage liegt, und findet dann eine Drehung um eine Achse statt, welche parallel zu der Schwingungsrichtung des anderen Nicols liegt (Fig. 24), so daß also die Drehachse senkrecht auf der Symmetrieebene steht, und zugleich mit der zur optischen Symmetrieebene senkrechten Symmetrieachse zusammenfällt, so bleibt das Gesichtsfeld während der Drehung dunkel. An dieser Eigenschaft wird die Symmetrieebene im Mikroskop erkannt.

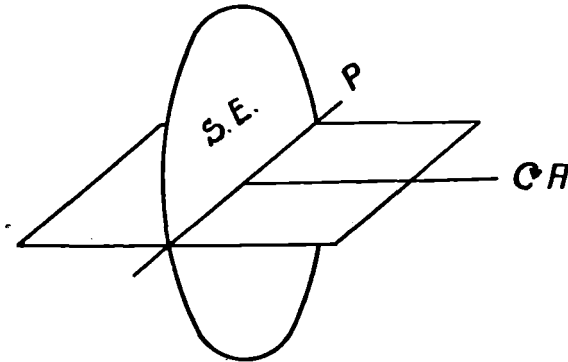


Fig. 24. Kriterium für die Einstellung einer optischen Symmetrieebene.
Bestehenbleiben der Auslöschung bei Drehung um A

S E: optische Symmetrieebene,

P: Schwingungsrichtung des Polarisors,

A: Schwingungsrichtung des Analysators (zugleich Richtung der zu SE senkrechten optischen Symmetrieachse und Richtung der Drehachse A_4).

Technik des Verfahrens. — Die Indizes sämtlicher Achsen des Drehtisches stehen in der Ausgangsstellung (Seite 37). Die Drehachsen A_3 und A_5 sind festgeklemmt. Man dreht den Schliff um A_1 bis zur Auslöschungsstellung; neigt man dann um A_4 in beliebigem Sinne, so wird im allgemeinen die Auslöschung nicht erhalten bleiben. Man dreht um A_4 bis zur maximalen Aufhellung, neigt hierauf um A_2 im einen oder anderen Sinne, bis wieder Verdunkelung eintritt; dann bringt man A_4 in die Ausgangsstellung ($A_4 = 0$) und korrigiert eine etwaige Aufhellung durch Drehung um A_1 , neigt dann wieder um A_4 und korrigiert eine etwaige Aufhellung durch Neigen um A_2 und so fort, bis schließlich bei der Drehung um A_4 in allen Lagen die Auslöschung erhalten bleibt.

Man soll zunächst bestrebt sein, immer diejenige optische Symmetrieebene zu finden, welche die geringste Neigung gegen

die Schliffnormale hat. Um zu dieser zu gelangen, muß man anfänglich nicht nur eine Auslöschungsstellung, sondern auch die andere um 90° dagegen verschiedene daraufhin prüfen, ob sie bei Drehung um A_4 erhalten bleibt, und wie sie erhalten bleibt. Man wählt dann diejenige Auslöschungsstellung für die zum Finden der Symmetrieebene benötigten Operationen als Ausgangspunkt, bei welcher die Aufhellungen von vornherein geringer sind; denn diese liegt einer optischen Symmetrieebene näher.

Beim Suchen nach einer Symmetrieebene ist es wichtig, die Irisblende im Beobachtungsobjektiv zu schließen. Namentlich, wenn beim Drehen um A_4 Richtungen, welche einer optischen Achse benachbart sind, durch die Beobachtungsrichtung wandern, wird das sichere Erkennen der Symmetrieebene mit nicht abgeblendetem Objektiv sehr erschwert (vgl. S. 19). Bei starker Doppelbrechung genügt oft selbst das Zuziehen der Irisblende im Beobachtungsobjektiv noch nicht, sondern es muß durch Einschalten des vollen Beleuchtungsapparates die Apertur der zur Wirkung gelangenden Strahlen ganz wesentlich reduziert werden (Fig. 18b, S. 39). Bemerkenswert mag noch, daß nicht immer bei den stärksten Neigungen um A_4 eine etwaige Aufhellung am besten erkennbar ist. In der Nähe der Ebene der optischen Achsen sind oft (je nach der Lage der optischen Achsen) bei geringeren Neigungen um A_4 oder bei Neigungen in nur einem Drehungssinne etwaige Aufhellungen der Auslöschungslage weit besser kenntlich und korrigierbar, als bei beiderseits im größtmöglichen Winkel um A_4 ausgeführten Drehungen.

Mit der Bestimmung der Lage einer optischen Symmetrieebene verbinde man gleich die Bestimmung des Charakters der zur gefundenen optischen Symmetrieebene senkrechten Symmetrieachse; diese letztere liegt zu der Drehachse A_4 parallel. Zur Bestimmung ihres Charakters drehe man um A_5 von der Ausgangsstellung um 45° , bis die Richtung der Achse A_4 in die Diagonalstellung kommt. In dieser Lage kippt man um A_4 nach beiden Seiten und beobachtet, ob dabei für irgendwelche Lagen Verdunkelung des Minerals eintritt. Auch hierbei muß mit geringer Apertur gearbeitet werden. Verdunkelung tritt ein, wenn eine optische Achse durch das Gesichtsfeld wandert; die gefundene Symmetrieebene ist dann die Ebene der optischen Achsen, und die zu ihr senkrechte Symmetrieachse ist die optische Normale n_β . In den Fällen, wo die optischen Achsen durch Drehung um A_4

selbst nicht erreichbar sind, macht sich die Ebene der optischen Achsen wenigstens dadurch deutlich kenntlich, daß bei starkem Neigen um A_4 nach einer oder nach beiden Seiten hin die Interferenzfarben stärker fallen. Treten diese Anzeichen nicht ein, so muß man den Charakter der Symmetrieachse, welche parallel A_4 liegt, mit dem Gipsplättchen bestimmen. Den Index von A_4 stellt man hierbei auf Null. Statt des Gipsplättchens ist es vorteilhafter, den Kompensator nach M. BEREK anzuwenden, weil bei seiner Benutzung die Additions- oder Subtraktionsstellung immer sicher unterschieden werden kann (vgl. S. 40).

Die für die Symmetrieebene gefundenen Daten werden notiert, also:

1. die Stellung α_1 des Index an dem zu A_1 gehörigen Meßkreis;
2. die Stellung α_2 des Index an dem einen zur Drehachse A_2 gehörigen Kreisbogen. Hierbei muß angemerkt werden, ob die Ablesung auf dem rechten oder linken Kreisbogen erfolgt, also $\alpha_2 r$ bzw. $\alpha_2 l$;
3. der Charakter der parallel A_4 liegenden Symmetrieachse, und gegebenenfalls
4. die Stellungen α_4 des zur Drehachse A_4 gehörigen Meßkreises, in welchem eine optische Achse in der Beobachtungsrichtung lag.

Für die Ablesungen an allen Meßkreisen genügt eine Genauigkeit von $\frac{1}{2}^\circ$. Ergibt sich α_2 größer als $35\frac{1}{2}^\circ$, so hat man nicht die Symmetrieebene mit geringster Neigung gegen die Schliffformale als erste gefunden (vgl. Abschnitt III, S. 137).

Der Genauigkeitsgrad der Bestimmungen dieser einzelnen Daten ist ein sehr verschiedener. Während Fehler in der Bestimmung des Charakters der Symmetrieachse bei einiger Vorsicht kaum unterlaufen können, sind die Daten für die Koordinaten der Symmetrieebene in der Regel mit Fehlern verschiedenen Ausmaßes behaftet; der Fehler in der Bestimmung der Koordinate α_2 ist in der Regel wesentlich höher als der in der Koordinate α_1 . Die Bestimmung wird um so weniger genau, je geringer die Gangunterschiede des Minerals sind, so daß es vorteilhafter ist, bei schwächerer Doppelbrechung wenn möglich dickere Schriffe zu benutzen. Ferner sind in der Regel bei stärkerer Neigung der Symmetrieebene gegen die Schliffformale die gefundenen Daten mit größerer Unsicherheit behaftet als bei geringerer Neigung.

Schließlich haben die Koordinaten einer Symmetrieebene, welche keine optischen Achsen enthält, wenigstens in der Regel einen höheren Genauigkeitsgrad, als die Koordinaten einer Symmetrieebene, welche zugleich Ebene der optischen Achsen ist. Die beiden folgenden Meßreihen an einem Plagioklas lassen diese Verhältnisse deutlich hervortreten.

	1. Symmetrieebene			2. Symmetrieebene				
	α_1	α_2	$\parallel A_4$	α_1	α_2	$\parallel A_4$	α_4'	α_4''
	83,6	0,0	$n\gamma$	175,0	47,6r	$n\beta$	58,0	312,0
	83,0	1,6r		174,1	38,3		50,6	310,0
	84,0	3,0r		173,0	44,8		52,8	309,5
	83,3	0,9r		175,5	35,6		48,3	313,1
	82,2	0,9l		171,2	45,7		51,1	308,0
	83,4	0,8r		175,5	51,0		49,6	312,7
	84,9	2,5r		175,2	38,5		53,3	310,6
	83,0	0,0		172,2	36,8		48,9	309,5
	83,7	0,3r		174,5	46,9		53,4	311,5
	83,6	1,0r		174,5	36,5		51,9	308,2
Mittel . . .	83,5	0,9r		174,1	42,2r		51,5	310,5
Durchschnittlicher Fehler einer Messung	$\pm 0,5$	$\pm 0,9$		$\pm 1,2$	$\pm 5,0$		$\pm 1,7$	$\pm 1,4$

Mit Rücksicht auf die hier bezweckte Fehlerrechnung sind die Ablesungen nicht auf $1/2^\circ$, sondern auf $0,1^\circ$ angegeben. Die höhere Genauigkeit in der Bestimmung der Koordinaten α_1 tritt in beiden Fällen deutlich hervor. Die Koordinate α_2 für die zweite Symmetrieebene wird am wenigsten genau, α_2 ist dort relativ groß und die zugehörige Symmetrieebene ist gleichzeitig Ebene der optischen Achsen ($n_\beta \parallel A_4$). Die optischen Achsen, die in der Diagonallage der Symmetrieebene beide durch Drehung um A_4 erreicht waren, haben die unter α_4' und α_4'' angegebenen Koordinaten (Ablesungen am Meßkreis zu A_4).

Durch Ausführung solcher Meßreihen und Mittelwertbildung kann natürlich ein höherer Genauigkeitsgrad in der Ermittlung der einzelnen Koordinaten erreicht werden. Man darf sich indes hierbei nicht darüber hinwegtäuschen, daß dem gefundenen Mittelwert in vielen Fällen nicht die Genauigkeit zukommen wird, wie man sie sonst aus den Einzelbeobachtungen mittels der Fehlerrechnung zu berechnen pflegt; denn bei den Universaldrehtischmethoden besteht,

namentlich bei größeren Neigungen, zu leicht die Gefahr, daß die Beobachtungen alle einseitig in einem Sinne gemacht werden. Aus diesem Grunde soll man besonders hier niemals Einzelbeobachtungen, die von den anderen stark abweichen, aus der Beobachtungsreihe streichen.

Oft kann eine höhere Genauigkeit durch Anwendung des WRIGHTschen Okulars mit Halbschattenvorrichtung erreicht werden. Man verfährt dabei wie folgt:

An Stelle des gewöhnlichen Okulars wird das WRIGHTsche Okular mit Aufsatzanalysator eingesetzt; als Halbschattenplatte benutzt man am zweckmäßigsten einen Halbschattenquarzkeil nach MACÉ DE LÉPINAY. Die richtige Lage des Aufsatzanalysators ermittelt man indirekt. Der Mineralschliff bleibt dabei in beliebiger Lage im Strahlengang. Man beläßt zunächst auch den Tubusanalysator im Strahlengang, dreht den Aufsatzanalysator bis zum Eintritt des Halbschattens und liest den Index an der Gradteilung des Aufsatzanalysators auf $0,1^\circ$ genau ab. Von dieser Stellung aus dreht man den Aufsatzanalysator genau um 90° ; entfernt man nun den Tubusanalysator, so stehen Polarisator und Aufsatzanalysator mit ihren Schwingungsrichtungen genau senkrecht zueinander. Man dreht nun um die Drehachse A_1 des Universaldrehtisches, bis das Mineral nahezu in der Halbschattenstellung ist, und verschiebt dann den Halbschattenkeil, bis der Helligkeitskontrast in beiden Gesichtsfeldhälften am deutlichsten wahrnehmbar ist. Des weiteren verfährt man beim Aufsuchen der Symmetrieebene wie früher mit dem einzigen Unterschiede, daß nun das Erhaltenbleiben der Halbschattenlage (an Stelle völliger Auslöschung) das Kriterium bildet.

Die mit dem WRIGHTschen Okular zu erzielende Genauigkeit ist nur dann reell höher, wenn das untersuchte Mineral vollkommen homogen ist. In den Fällen, wo es sich um Kristalldurchschnitte mit wenn auch nur sehr geringen undulösen Auslöschungen oder mit auch wenn nur sehr geringer Zonarstruktur handelt, vermeidet man am besten die Anwendung des Halbschattenokulars, weil sonst sehr leicht systematische Fehler entstehen, welche an Größe die Beobachtungsfehler mit gewöhnlichem Okular weit übertreffen können.

Im allgemeinen ist es weder erforderlich, größere Meßreihen zu machen, noch das Halbschattenokular anzuwenden, sondern es genügt, eine einzige Einstellung sorgfältig auf gewöhnlichem Wege auszuführen.

Darstellung der gefundenen Symmetrieebene in der stereographischen Projektion. — Das WULFFSche Netz sei nach Seite 47 vorbereitet, mit einem Pausblatt beschickt und auf letzterem über dem Grundkreis ein Nullindex angemerkt. Bei den einzelnen Operationen bleibt das Netz selbst stets in fester Lage, nur das Pausblatt wird gedreht.

Man stellt (Fig. 25) den Index des Pausblattes auf α_1 der Grundkreisteilung und zählt dann vom Zentrum c der Projektion aus längs des Äquators α_2^0 ab, und zwar nach links, wenn die

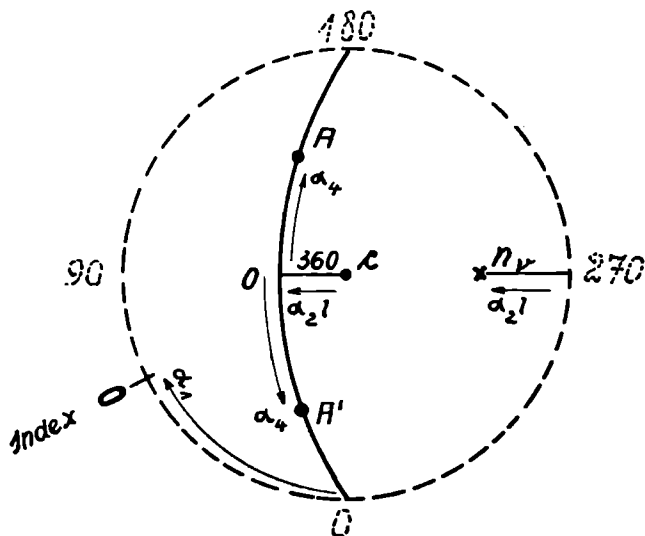


Fig. 25. Darstellung einer gefundenen Symmetrieebene und der zu ihr senkrechten Symmetrieachse n_v sowie etwa gefundener optischer Achsen A und A' in der stereographischen Projektion.

zweite Koordinate $\alpha_2 l$ war; nach rechts, wenn sie $\alpha_2 r$ war. Durch den so gefundenen Punkt auf dem Äquator zieht man den durch Nord- und Südpol gehenden Meridiankreis, welcher die gefundene Symmetrieebene darstellt. 90° von dieser auf dem Äquator entfernt, markiert man den zur Symmetrieebene gehörigen Pol, welcher die gefundene Symmetrieachse darstellt und schreibt den gefundenen Charakter n_v der Achse hinzu. Statt 90° von der Symmetrieebene aus am Äquator abzuzählen, ist es bequemer, α_2 von dem West- bzw. Ostpunkt des Grundkreises abzuzählen.

Sind in der optischen Symmetrieebene auch eine oder beide optische Achsen gefunden worden, so trägt man auch deren

Koordinaten α_4 gleich in die Projektion ein, und zwar zählt man α_4 längs des Meridiankreises, welcher die Symmetrieebene darstellt, von seinem Durchschnittspunkt mit dem Äquator als Nullpunkt ab, nach unten mit 0 anfangend, nach oben mit 360 anfangend.

Berücksichtigung des Lichtbrechungsunterschiedes zwischen Mineral und Segment. — In die stereographische Projektion soll man stets die wahre Lage der einzelnen Elemente im Mineral einzeichnen. Wenn die Lichtbrechung zwischen Mineral und Segment entweder in Wirklichkeit differiert, oder zum Zwecke gewisser Ermittlungen, wie später gezeigt wird, versuchsweise als verschieden angenommen wird, so sind alle Koordinaten, welche Neigungswinkel darstellen, d. h. die Koordinaten α_2 und α_4 in bezug auf den Lichtbrechungsunterschied zwischen Mineral und Segment, zu korrigieren. Solange man indes weiß, daß die Lichtbrechungsunterschiede zwischen Mineral und Segment nicht allzu groß sind (nicht 0,1 übersteigen), kommt bei den direkten Methoden eine Berücksichtigung der Lichtbrechungsunterschiede in der Regel höchstens für größere Werte der Neigungswinkel in Frage.

Wenn man in der Feldspatbestimmung mit einem Segment vom Brechungsindex von annähernd 1,54 bis 1,55 arbeitet, kann man in jedem Falle bei Anwendung der direkten Methoden das Korrekturnverfahren ganz entbehren.

In anderen Fällen erfolgt die Korrektur nach dem Brechungsgesetz:

$$n_M \sin \alpha_M = n_S \sin \alpha_S$$

worin sich der Index M auf das Mineral, der Index S auf das Segment bezieht. Die Lösung dieser Gleichung kann graphisch mit Hilfe eines geeigneten Nomogramms erfolgen, wie es z. B. in der Tafel 1 des Anhanges gegeben ist. Man geht mit dem am Drehtisch abgelesenen Neigungswinkel, welcher immer mit dem des Segmentes identisch ist, in die Kreisteilung des Nomogramms ein, von da parallel zu einem Zentralstrahl des Nomogramms bis zum Werte der Lichtbrechung im Segment, dann von da aus parallel der Abszissenachse bis zum Werte der Lichtbrechung im Mineral und von hier parallel einem Zentralstrahl wieder zur Kreisteilung zurück, wo man α_M abliest. Durch den umgekehrten Vorgang kann man ebenso zu jedem α_M die zugehörige Einstellung α_S des Drehtisches finden. Das Nomogramm eignet sich hauptsächlich nur für die Ausführung größerer Korrekturen.

Wenn es sich um die Ablesungen α_4 der optischen Achsen handelt, so ist die Korrektur nach dem angegebenen Verfahren (einfaches Sinusgesetz) zwar nicht streng. Sie fällt aber um so genauer aus, je weniger die Ebene der optischen Achsen gegen die Schlifflnormale geneigt ist, und gibt selbst bei großen Neigungen noch eine gute Annäherung. Daher kann von der Heranziehung komplizierterer Berechnungsweisen für die Korrektur auch der Koordinaten α_4 abgesehen werden.

b) Ermittlung einer zweiten Symmetrieebene

Die Ermittlung einer zweiten Symmetrieebene kann genau auf demselben Wege erfolgen, der bei der ersten Symmetrieebene beschrieben wurde, indem man, wieder in der Ausgangsstellung des Tisches beginnend, die zweite Auslöschungslage, die also größere Aufhellung bei Drehung um A_4 zeigt, so behandelt, wie die erste Auslöschungslage.

Man kann aber, nachdem einmal die erste Symmetrieebene gefunden ist, auch systematischer verfahren. Man dreht das Pausblatt auf dem WULFFSchen Netz so, daß die erste gefundene Symmetrieebene mit ihren Durchstoßpunkten durch den Grundkreis durch den Ost- und Westpunkt des Netzes (Fig. 26) geht. Die Symmetrieebene kann hierbei nach Belieben oberhalb oder unterhalb des Äquators gelegt werden. Den folgenden Betrachtungen ist die Lage unterhalb des Äquators zugrunde gelegt. Eine zweite Symmetrieebene muß dann jedesmal durch die bereits gefundene Symmetrieachse n_p verlaufen und zugleich senkrecht auf der gefundenen Symmetrieebene stehen. Die neue Symmetrieebene kann also etwa die in Fig. 26 gestrichelt gezeichnete Lage einnehmen. Man ersieht unmittelbar aus der Figur, was man tun muß, um diese Symmetrieebene zu finden:

Wenn die Neigung der erstgefundenen Symmetrieebene gegen das Zentrum der Projektion (die Schlifflnormale) klein ist, so können für die Einstellung der zweiten Symmetrieebene auch nur kleine Drehungen um A_1 in Frage kommen, und es muß vorwiegend mit Neigungen um A_2 gearbeitet werden. Da die zuerst gefundene Symmetrieebene immer diejenige sein soll, welche die kleinere Neigung gegen die Schlifflnormale hat, so wird diese Arbeitsweise in der Regel die einzuschlagende sein. Die Figur zeigt ferner, daß man zur Einstellung der zweiten Symmetrieebene entweder:

um A_1 \curvearrowright drehen und um A_2 nach rechts neigen (Fig. 26a) oder
 „ „ \curvearrowleft „ „ „ „ links „ („ 26b) muß.
 Die Meßtechnik ist also folgende: Man bringt alle Achsen des Drehtisches in die Ausgangsstellung und stellt den Index des Meßkreises A_1 auf diejenige Grundzahl ein, welche der Index des Pausblattes in der Einstellung nach Fig. 26 angibt, dann neigt man in beliebigem Sinne um A_4 und sucht durch Neigung um A_2 Auslöschung zu erreichen, wobei man denjenigen Neigungssinn bevorzugt, bei welchem unter kleinerem Neigungswinkel Verdunkelung des Schnittes eintritt. Dreht man A_4 in seine Ausgangsstellung zurück,

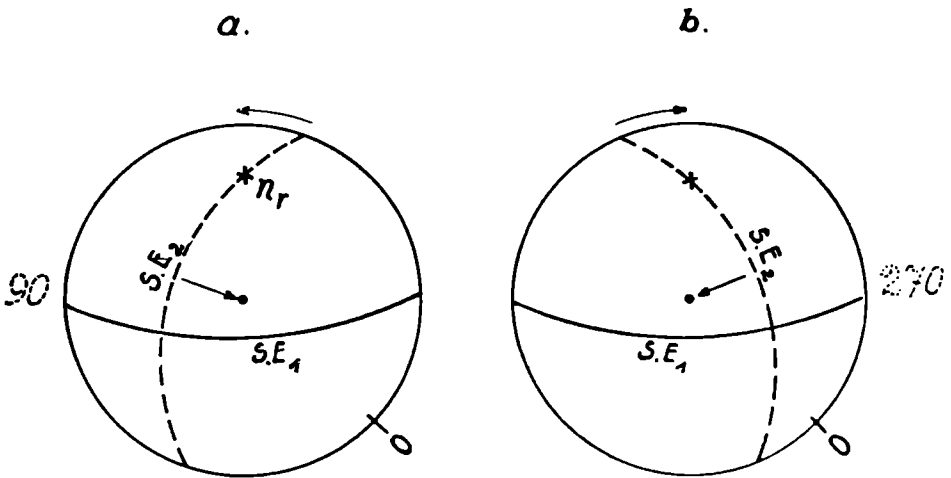


Fig. 26. Systematisches Finden einer zweiten Symmetrieebene.

so wird eine etwaige Wiederaufhellung des Schnittes durch vorsichtiges geringes Drehen um A_1 ausgeglichen; hierauf wird wieder um A_4 geneigt und die Auslöschung durch Drehung um A_2 korrigiert und so fort, bis bei Neigung um A_4 die Auslöschung erhalten bleibt. Auch hierbei ist zu beachten, daß nicht immer die Anwendung der stärksten Neigungen um A_4 das beste Kriterium für das Bestehenbleiben der Auslöschungslage bietet.

Ist die zweite Symmetrieebene gefunden, so werden ihre Koordinaten an den Meßkreisen von A_1 und A_2 abgelesen und hierauf der Charakter der zu dieser Symmetrieebene senkrechten Symmetrieachse und gegebenenfalls die Lage von optischen Achsen

genau wie früher bestimmt. Alle gefundenen Daten werden dann ganz in derselben Weise wie für die erste Symmetrieebene in die stereographische Projektion eingetragen. Fig. 27 zeigt das entsprechende Bild für die Seite 54 angegebenen Koordinaten des Individuums 1 eines Plagioklasses im Augitsyenit von Gröba (Sachsen). Der Schnittpunkt der beiden gefundenen Symmetrieebenen ist die dritte optische Symmetrieachse, deren Charakter, in diesem Falle n_α , nach Bestimmung der beiden anderen Symmetrieachsen nicht mehr zweifelhaft ist. A und A' sind die Richtungen der optischen Achsen.

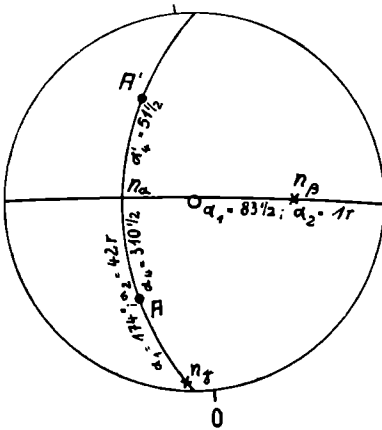


Fig. 27. Die für das Individuum 1 eines Plagioklaszwillings direkt ermittelten optischen Symmetrieelemente in stereographischer Projektion.

Befund: $2V = 101^\circ$ um n_α

also: Char. d. Dopp. +

Die dritte Symmetrieebene ist in der Regel so stark gegen die Schlifffnormale geneigt, daß ihre direkte Bestimmung mittels des Drehtisches zufolge der Größe der Meßfehler ohne Wert ist.

c) Kritik der Meßdaten

Im Falle einwandfreier Messungen müssen in der stereographischen Projektion folgende Beziehungen verwirklicht sein:

1. Die Symmetrieachsen müssen sämtlich auf Symmetrieebenen liegen.
2. Der Abstand je zweier Symmetrieachsen muß 90° betragen.

Die gute Erfüllung dieser Bedingungen bietet aber umgekehrt keinerlei Gewähr für die Richtigkeit in der Bestimmung aller Koordinaten. Vielmehr werden sich obige Bedingungen in der stereographischen Projektion schon dann realisiert finden, wenn die Koordinaten α_1 fehlerfrei bestimmt sind. Liegen in der stereographischen Projektion die Symmetrieachsen merklich abseits der gefundenen Symmetrieebenen, so folgt daraus, daß schon die leichter zu bestimmenden Koordinaten α_1 schlecht gemessen wurden. Über die Zuverlässigkeit der Messungen für die schwieriger zu bestimmenden Koordinaten α_2 gibt das Aussehen der

stereographischen Projektion keine Anhaltspunkte. Sehr grobe Verstöße in dieser Hinsicht können aber auf folgendem Wege erkannt werden:

Man dreht das Pausblatt in beliebigem Sinne, bis diejenige Symmetrieachse, welche durch den Schnittpunkt der beiden gefundenen Symmetrieebenen dargestellt wird, auf den Äquator fällt, und liest dann ihre Koordinaten α_1 am Index des Pausblattes über dem Grundkreis, α_2 vom Zentrum der Projektion längs des Äquators ab (r oder l anmerken!). Auf diese beiden Koordinaten stellt man die zu A_1 und A_2 gehörigen Meßkreise des Universaldrehtisches ein; der Meßkreis der Achse A_4 steht auf Null. Dann steht die genannte Symmetrieachse in der Beobachtungsrichtung. Man dreht um A_3 (Klemmung lösen) nacheinander in die beiden Auslöschungslagen und prüft jedesmal durch Neigen um A_4 , ob die Auslöschungen erhalten bleiben. Wenn die Koordinaten der ursprünglich gefundenen Symmetrieebenen richtig waren, müssen beide Auslöschungen erhalten bleiben. Man kann auf diesem Wege wenigstens grobe Verstöße erkennen.

Gleichzeitig kann man sich mit Hilfe des Gipsblättchens oder Kompensators nochmals der Richtigkeit des relativen Charakters der beiden Symmetrieachsen, die zur eingestellten senkrecht stehen, versichern. Man bringt zu diesem Zwecke durch Drehung um A_3 die Schwingungsrichtungen in die Diagonalstellung (der Meßkreis von A_4 steht auf 0) und prüft ihren Charakter. Steht das Pausblatt mit seinem Index auf α_1 , des Grundkreises (erste Koordinate der eingestellten Symmetrieachse), so markiert man über der Grundkreisstellung 90 (Westpunkt) auf dem Pausblatt einen Hilfsindex, den man durch Drehen des Pausblattes auf diejenige Grundkreisteilung α_3 einstellt, welche der Ablesung am Meßkreise der Achse A_3 des Drehtisches bei der Bestimmung des relativen Charakters entspricht. Dann liegen in der Projektion die beiden Symmetrieachsen, deren relativen Charakter man bestimmt, in den gleichen Quadranten wie im Mikroskop, so daß in der Zuordnung des Charakters kein Irrtum möglich ist.

3. Sind beide optische Achsen gefunden, so müssen in der stereographischen Projektion die Neigungswinkel der einzelnen Achsen gegenüber der Symmetrieachse, welche durch den Schnittpunkt der beiden gefundenen Symmetrieebenen gegeben ist, wenigstens annähernd gleich sein.

d) Verwendung der Meßdaten

Befand sich unter den gefundenen Symmetrieebenen die Ebene der optischen Achsen, waren aber die Achsen selbst nicht erreichbar, so ist sicher der Winkel der optischen Achsen um diejenige Symmetrieachse, welche durch die Schnittgerade der beiden gefundenen Symmetrieebenen gebildet wird, stumpf. Es kann also der wahre Charakter der Doppelbrechung angegeben werden.

War wenigstens eine optische Achse erreichbar, so kann auch der Winkel, den diese Achse mit der ihr nächsten Symmetrieachse bildet, und welcher gleich dem halben Winkel der optischen Achsen ist, angegeben werden. Man erhält also in diesem Falle $2V$ und den Charakter der Doppelbrechung.

Waren beide optische Achsen erreichbar, so hat man unmittelbar $2V$ und ebenfalls den Charakter der Doppelbrechung.

Auch in allen den Fällen, wo $2V$ durch die Kenntnis der Lage einer oder beider optischer Achsen direkt gefunden wird, können sich, neben den direkten Einstellungsfehlern der Koordinaten α_4 für die optischen Achsen, anderweitige methodische Fehler unter Umständen in erheblichem Ausmaß auswirken, nämlich entweder Fehler, die bei der Ermittlung der Koordinaten α_1 und α_2 der optischen Symmetrieebenen begangen wurden, oder aber etwaige Unterschiede der Lichtbrechung zwischen Mineral und Segment. Die direkte Ermittlung von $2V$ braucht nicht immer die beste zu sein. Wenn sie aber möglich ist, wird man auf sie, und wenn es nur zu Kontrollzwecken ist, nicht verzichten.

Man erhält auf diese Weise für die Mineralbestimmung schon einige brauchbare Anhaltspunkte. Speziell bei der Bestimmung der Plagioklasse können mit Hilfe des wahren Winkels der optischen Achsen und des Charakters der Doppelbrechung gewisse Fälle aus der Reihe der Mischkristalle Albit-Anorthit als allein in Frage kommend ausgeschieden werden; denn die optischen Eigenschaften variieren innerhalb einer Mischkristallreihe gesetzmäßig mit der chemischen Zusammensetzung.

In der Tafel 2 des Anhangs ist dieser Zusammenhang bei den Plagioklassen sowohl für den wahren Winkel der optischen Achsen, wie auch für die drei Hauptdoppelbrechungen und ihr Verhältnis dargestellt; die Abszissen geben den molekularen Prozentgehalt an Anorthit an. Für das auf Seite 54 gegebene Messungsbeispiel

erhält man aus der stereographischen Projektion (Fig. 27, S. 60) um n_α : $2V = 101^\circ$, also um n_γ : $2V = 79^\circ$, d. h. Charakter der Doppelbrechung positiv. Für diesen Achsenwinkel des Feldspates können nach der Tafel 2 des Anhanges nur folgende Mischverhältnisse in Frage kommen:

$$6\% \text{ } A_n; \quad 47\% \text{ } A_n; \quad 60\% \text{ } A_n;$$

Der fett gedruckte Wert ist derjenige, welcher mit den später auf anderem Wege erzielten Meßergebnissen gut übereinstimmt.

Befindet sich unter den direkt gefundenen Symmetrieebenen nicht die Ebene der optischen Achsen, so ist das Medium sicher zweiachsig; aber weitere Aufschlüsse über die optischen Eigen-

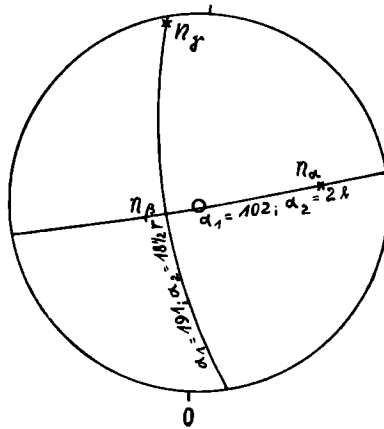


Fig. 28. Die für das Individuum 2 eines Plagioklaszwillings direkt ermittelten optischen Symmetrieelemente in stereographischer Projektion.

Einziges Ergebnis der direkten Methode: optisch zweiachsig.

schaften des Minerals ergeben sich in diesem Falle mittels der bisherigen Meßdaten nicht. So wurden z. B. für das zugehörige Individuum 2 des obigen Feldspatzwillings folgende Koordinaten der Symmetrieebenen gefunden:

1. Symmetrieebene $\alpha_1 = 102^\circ$; $\alpha_2 = 2^\circ$ links; $\parallel A_4 : n_\gamma$
2. „ „ $\alpha_1 = 191^\circ$; $\alpha_2 = 18\frac{1}{2}^\circ$ rechts; $\parallel A_4 : n_\alpha$

Die stereographische Projektion (Fig. 28) zeigt die Lage der gefundenen Elemente; die der Schlifffnormale am meisten benachbart liegende optische Symmetrieachse ist optische Normale. Die optischen Achsen liegen also in einer der Beobachtung unzugänglichen Symmetrieebene. In solchen Fällen müssen andere Hilfsmittel zur Diagnose herangezogen werden.

e) Spezialfall optisch einachsiger Medien

Fällt in der stereographischen Projektion eine etwa gefundene optische Achse mit einer optischen Symmetrieachse zusammen, so ist das Medium optisch einachsig. In dem Fall, wo keine optische Achse erreichbar war, kann eine solche mit einer sehr starken gegen die Schlifffnormale geneigten Symmetrieachse zusammenfallen. Ob wir dann ein optisch einachsiges oder zweiachsiges Medium vor uns haben, kann auf folgende Weise unterschieden werden: Bei einem optisch einachsigen Medium ist jede durch die optische Achse gehende Ebene eine optische Symmetrieebene. Daher ist die durch eine beliebige Richtung r und die optische Achse bestimmte Ebene stets eine optische Symmetrieebene, oder mit anderen Worten: Nach Einstellung einer ganz beliebigen Richtung r in die Beobachtungsrichtung bleibt stets mindestens eine der beiden möglichen Auslöschungen bei Drehung um A_4 erhalten. Das gilt also speziell auch für die Schlifffnormale als Beobachtungsrichtung. Die einachsigen Medien müssen sich also zunächst dadurch kennzeichnen, daß für die zuerst gefundene Symmetrieebene sich $\alpha_2 = 0$ ergibt. Diese Bedingung ist notwendig, aber nicht zureichend, denn es kann zufälligerweise auch ein zweiachsiges Medium so geschnitten sein, daß eine Symmetrieebene senkrecht zur Schlifffläche liegt. Das entscheidende Merkmal wird durch folgenden Vorgang gewonnen:

Man stellt diejenige der direkt gefundenen Symmetrieebenen, welche nicht durch die Schlifffnormale geht, durch Drehen des Pausblattes parallel einem Mediankreis des Netzes, zählt in dieser Symmetrieebene von dem Schnittpunkt beider Symmetrieebenen 45° nach beliebiger Richtung ab. Den dort markierten Punkt r bringt man durch Drehen des Pausblattes in beliebigem Sinne auf den Äquator des Netzes und liest die Koordinaten von r ab, α_1 an der Stellung des Index des Pausblattes, α_2 längs des Äquators vom Zentrum der Projektion aus, wobei man wieder links und rechts unterscheidet. Auf diese beiden Koordinaten werden die Meßkreise der Achsen A_1 und A_2 des Universaldrehtisches eingestellt; dann steht die Richtung r in der Beobachtungsrichtung. Es wird nun nacheinander um A_3 in die beiden Auslöschungsstellungen gedreht und jedesmal durch Drehung um A_4 geprüft, ob die Auslöschungen erhalten bleiben. Nur wenn beide Auslöschungen erhalten bleiben, ist das Medium optisch einachsig.

Zufälligerweise kann der Fall eintreten, daß beide direkt gefundenen Symmetrieebenen die Schlifffnormale enthalten, d. h. für beide $\alpha_2 = 0$ ist. Man wählt dann die Versuchsrichtung r in derjenigen Ebene, bei welcher sich als Charakter der zu ihr senkrechten Symmetrieachse n_α oder n_γ , nicht n_β , ergeben hat.

2. Methoden, welche kristallographische Elemente als Bezugsrichtungen verwenden

a) Kristallflächen und Spaltflächen als Bezugselemente für die optischen Hauptrichtungen

Als weiteres Hilfsmittel für die Mineraldiagnose kommt zunächst die Ermittlung der Koordinaten kristallographischer Bezugsflächen in Frage. Ist die Lage solcher Flächen bestimmt, so lassen sich in der stereographischen Projektion die gefundenen optischen Hauptrichtungen in bezug auf kristallographische Elemente festlegen.

Nach Entfernung des Analysators stellt man zunächst durch Drehung um A_1 von der Ausgangsstellung des Universaldrehtisches aus gegebenenfalls erkennbare Kristall- oder Spaltflächen mit ihrer durch die Schliffoberfläche gehenden Durchschnittskante parallel demjenigen Okularfaden, welcher senkrecht zur Achse A_4 liegt, bei den LEITZschen Mikroskopen mit Universaldrehtisch also parallel dem Nord-Süd verlaufenden Okularfaden und liest die Koordinate α_1 des Meßkreises A_1 ab. Für eine gute Ermittlung der zweiten Koordinate α_2 spielt die Wahl der richtigen Beleuchtungs- und Beobachtungsapertur eine sehr wichtige Rolle. Die Beobachtungsapertur soll möglichst hoch, die Beleuchtungsapertur ungefähr ebenso hoch wie die Beobachtungsapertur, weder wesentlich höher, noch wesentlich niedriger sein. Die Vergrößerung muß möglichst hoch sein. Man realisiert diese Bedingungen folgendermaßen:

Man entfernt das Okular, öffnet die Irisblende des abbildenden Objektivs ganz und beobachtet, in den Tubus blickend, ob die volle Öffnung des Objektivs mit Licht ausgefüllt ist. Man arbeitet hierbei nur mit der unteren Kondensorlinse; das Kondensorklappenteil, wenn es bei den bisherigen Messungen eingeschaltet war, wird also ausgeschaltet. Ist nur ein geringer Teil der Öffnungsblende des Objektivs mit Licht erfüllt, z. B. die Lichtquelle klein abgebildet,

so verwendet man zwischen Mikroskop und Lichtquelle eine diffuse Fläche, z. B. die mattierte Seite der Schusterkugel der Mikroskopierlampe oder einfach eine zwischen Mikroskop und Lichtquelle gestellte Mattscheibe oder ein vor das Mikroskop gestelltes Stück Pauspapier. Als Okular ist für die folgenden Messungen, um einen möglichst hohen Genauigkeitsgrad zu erzielen, ein sehr starkes Okular zu wählen von mindestens 12-facher Eigenvergrößerung. Gute Dienste für diese Messungen leistet das periplanatische Okular $15\times$, welches mit dem dem Mikroskop beigegebenen Okularzwischenstück in den Tubus eingehängt wird.

Man neigt um A_2 , bis die Kristallfläche oder die Spaltebene als feine dünne Linie erscheint. Bei gut ausgebildeten Flächen läßt sich die Parallelstellung der Fläche zur Beobachtungsrichtung, also die Normalstellung zur Achse A_1 aus einigen Einstellungen mit einer Genauigkeit von $\frac{1}{2}^\circ$ ermitteln. Oft läßt sich die richtige Einstellung auch dadurch gut kontrollieren, daß bei gut fokussierter Lage des Mikroskoptubus die BECKESche Lichtlinie in gleicher Weise, sowohl links, wie auch rechts von der Durchschnittskante des Spalt-risses erscheint. Die gefundene Stellung α_2 wird am Meßkreise der Achse A_2 abgelesen.

Die Koordinaten α_1 und α_2 für die kristallographische Bezugsfläche werden in der stereographischen Projektion in derselben Art wie die für die Symmetrieebenen eingetragen. Zur besseren Unterscheidung von den Symmetrieebenen empfiehlt es sich, die kristallographischen Bezugsflächen gestrichelt oder andersfarbig einzutragen; wie ferner bei den Symmetrieebenen zu jeder Symmetrieebene gleich auch die dazu senkrechte Symmetrieachse eingetragen wird, werde bei den kristallographischen Bezugsflächen zugleich auch der zu ihr senkrechte Pol in die stereographische Projektion eingezeichnet. Die Bezugsfläche werde mit s , der Pol mit π bezeichnet (Fig. 29).

Aus der stereographischen Projektion lassen sich nun die Koordinaten der gefundenen optischen Symmetrieachsen in bezug auf den Pol der gefundenen kristallographischen Bezugsfläche ablesen.

Zu diesem Zwecke dreht man das Pausblatt, bis der Pol der kristallographischen Bezugsfläche und eine optische Symmetrieachse auf denselben Meridiankreis des Netzes zu liegen kommen, und zählt auf diesem Meridiankreis die Bogenlänge zwischen π und der Symmetrieachse auf $\frac{1}{2}^\circ$ genau ab. Ist die Bogenlänge größer als 90° , so notiert man ihr Supplement $180 - (\pi, n_\nu)$. In derselben

Weise verfährt man mit den beiden anderen Symmetrieachsen. Man gewinnt so die Winkel (π, n_α) , (π, n_β) , (π, n_γ) .

Damit hat man im allgemeinen ein weiteres Charakteristikum für die Mineralbestimmung gewonnen. Speziell im Falle der Plagioklasse kann man mit Hilfe der Kenntnis der Werte (π, n_α) , (π, n_β) , (π, n_γ) direkt den prozentischen Gehalt an Anorthit ohne den Umweg über die Bestimmung des Winkels der optischen Achsen angeben. In der Tafel 3 des Anhangs sind die optischen Symmetrieachsen zum Koordinatenkreuz gewählt, also gewissermaßen räumlich als

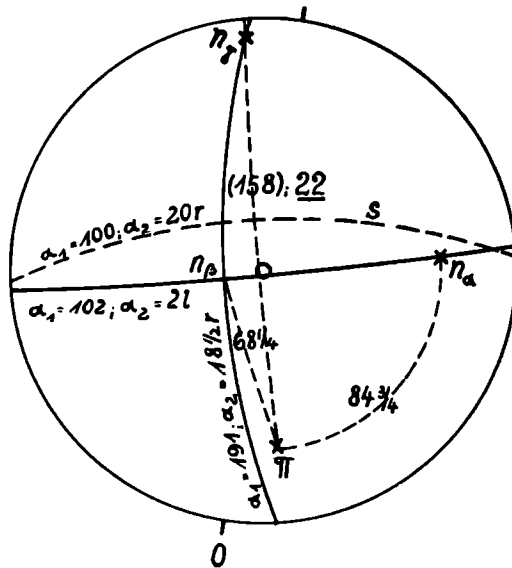


Fig. 29. Darstellung einer ermittelten Spaltfläche s und ihres Poles π .
Ablesung der Koordinaten (π, n_α) ; (π, n_β) ; (π, n_γ) .

fest angesehen und die Lage der Pole kristallographischer Bezugsflächen gegen dieses Achsenkreuz als variabel mit der chemischen Zusammensetzung betrachtet. Die Darstellung berücksichtigt die wichtigsten in Frage kommenden Kristallflächen, welche durch ihre Indices bezeichnet sind. Entlang jeder dieser Kurven bewegt sich der Pol der zugehörigen Fläche bei Änderung der chemischen Zusammensetzung des Plagioklasses von 0% bis 100% Anorthitgehalt. Um diese Figur für die Analyse verwenden zu können, muß die bisherige stereographische Projektion entsprechend umgezeichnet werden. Hierzu werden die Koordinaten (π, n_α) , (π, n_β) , (π, n_γ) benutzt:

Auf einem neuen Pausblatt markiert man den Süd- und Nordpol des Netzes mit n_α , den West- und Ostpunkt mit n_γ und das Zentrum mit n_β . Man zieht dann die beiden Breitenkreise, welche den Abstand (π, n_α) vom Süd- und Nordpol haben (Fig. 30). Hierauf dreht man das Pausblatt um 90° , so daß n_γ auf den Süd- bzw. Nordpol zu liegen kommt, und zieht analog die Breitenkreise, welche den Abstand (π, n_γ) vom Süd- und Nordpol haben. Diese vier Bogen schneiden sich in vier Punkten $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$. Jeder dieser Punkte muß vom Zentrum den Abstand (π, n_β) haben. Man prüft die Richtigkeit der Ablesungen, indem man nacheinander jeden dieser vier Punkte durch Drehen des Pausblattes auf die Verbindungslinie Nord-Südpol bringt und vom Zentrum aus längs dieses Nullmeridians den Winkel (π, n_β) abzählt. Fällt der so ermittelte Punkt nicht mit dem eingestellten Schnittpunkt zweier Bögen zusammen, so ergänzt man die beiden Bögen durch einen dritten Bogen (Kreisbogen mit n_β um das Projektionszentrum) zu einem kleinen Dreieck, dessen Schwerpunkt die wahrscheinlichste Darstellung des Punktes π_ν ist. Schließlich nimmt man das Pausblatt von der stereographischen Projektion ab und legt es auf Tafel 3 des Anhanges auf und zwar so, daß gleichartige Koordinatenrichtungen n_ν aufeinander zu liegen kommen. Man ersieht dann, daß einer der vier Punkte π_ν auf eine Kurve der Tafel fällt oder ihr sehr benachbart liegt und kann dort direkt einerseits den prozentischen Gehalt an Anorthit, andererseits die Art der kristallographischen Bezugsfläche ablesen. Von den vier Punkten π_ν kommt immer nur einer für die Bestimmung der gesuchten Daten in Frage. Da in der ursprünglichen stereographischen Projektion positive und negative Richtungen nicht unterschieden wurden, das Vorzeichen der Winkel (π, n_ν) also unbekannt ist, müssen in der Hilfsprojektion alle möglichen Vorzeichenkombinationen, das sind vier Fälle, berücksichtigt werden. Fällt infolge von Meßfehlern keiner der vier Punkte π_ν genau auf eine ausgezogene Kurve, einer aber ihr sehr benachbart, so ist der wahrscheinlichste Ort für die richtige Lage des Punktes π_ν derjenige Kurvenpunkt, der den kürzesten Abstand von einem der gefundenen Punkte π_ν hat. Ein nicht völliges Zusammenfallen eines der Punkte π_ν mit einem Kurvenpunkt kann aber außer durch Meßfehler auch dadurch bedingt sein, daß der Feldspat außer Na- und Ca-Gehalt auch K-Gehalt in merklichem Maße besitzt. Feldspäte, die durch merklichen Gehalt an Orthoklasmolekül ausgezeichnet sind, kommen vor allem unter den albitreicheren in Frage.

Die Feldspatbestimmung mit Hilfe der Koordinaten der Pole kristallographischer Bezugsflächen in bezug auf die Richtungen der drei optischen Symmetrieachsen wird im Falle guter Ausbildung der kristallographischen Bezugsflächen auch bei dünnen Schliffen im allgemeinen recht genau.

Bei dem als Beispiel behandelten Plagioklas war die Verwachsungsebene beider Individuen auch ohne Analysator an einer an mehreren Stellen auftretenden Klüftung längs der Verwachsungsebene kenntlich. An allen diesen Klüftstellen war die Seite des Individuums 1 unregelmäßig abgesetzt; die Seite des Individuums 2 war dagegen an mehreren der Klüftstellen durch eine Spaltfläche scharf begrenzt. Es konnte also hier für das Individuum 2, für das gerade bisher noch keinerlei charakteristische Daten gewonnen waren (siehe Seite 63) die eben behandelte Methode zur Anwendung kommen. Als Koordinaten der Spaltfläche wurden gefunden:

$$\alpha_1 = 100^\circ; \quad \alpha_2 = 20^\circ$$

α_2 ist das Mittel aus nebenstehenden zehn Einzeleinstellungen; die zweite Meßreihe ist von ganz ungeübter Hand, aber ebenfalls unter Einstellung günstiger Beobachtungsbedingungen ausgeführt. Man ersieht, daß bei zweckmäßiger Wahl der Beobachtungsbedingungen (vergl. Seite 65) die Genauigkeit in der Bestimmung der schwierigeren Koordinate α_2 auch bei Anwendung von Dünnschliffen normaler Dicke schon eine beträchtlich hohe ist. Die gefundene Spaltfläche ist in Fig. 29 durch s, ihr Pol durch π dargestellt. Aus der Figur ergeben sich als Koordinaten von π in bezug auf die Richtungen n_ν :

19,6 r	19,3 r
19,1	19,0
19,8	17,5
20,4	19,8
20,2	18,0
19,8	21,9
20,0	20,5
19,9	19,6
20,5	21,5
20,3	21,6

Mittel: 20,0 r 19,9 r

durchschnittlicher

Fehler einer Messung:

$$\pm 0,3^\circ \quad \pm 1,2^\circ$$

$$(\pi, n_\alpha) = 84^\circ 3/4$$

$$(\pi, n_\beta) = 68^\circ 1/4$$

$$(\pi, n_\gamma) = 22^\circ$$

Hiermit erhält man die in Fig. 30 dargestellte Hilfskonstruktion der vier Punkte. Beim Auflegen der Hilfskonstruktion auf die Tafel 3 erkennt man, daß zwei der Punkte π in die unmittelbare Nachbarschaft von Flächendarstellungen fallen, nämlich ein Punkt auf die Kurve der Fläche (021) und einer auf die Kurve der Fläche (010). Nur letztere Fläche kommt gemäß ihrer Eigenschaft als Spaltfläche

im vorliegenden Falle in Frage. Damit ergibt sich der Anorthitgehalt für das Individuum 2 zu ca. 39%. Auf das Individuum 1 war die Methode mangels Erkennbarkeit von kristallographischen Bezugsflächen nicht anwendbar.

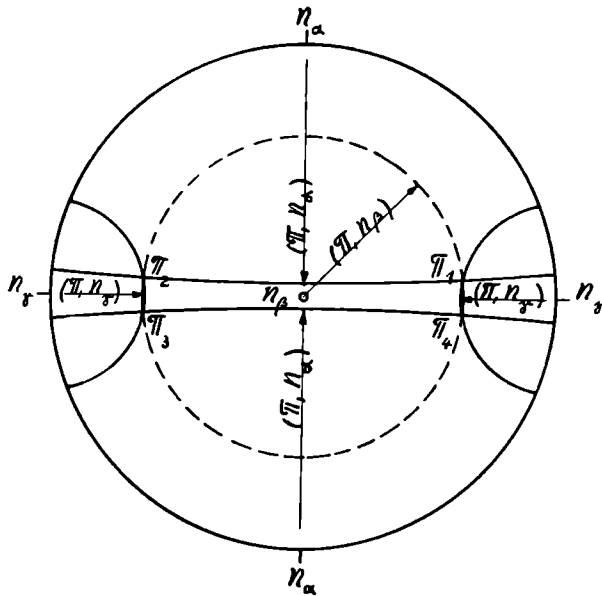


Fig. 30. Hilfskonstruktion der vier Pole π mit n_α , n_β , n_γ als Koordinatenachsen.

b) Zwillingselemente als Bezugsrichtungen für die optischen Hauptrichtungen

Bestimmung der Elemente hemitroper Zwillingsbildungen. — Unter einer hemitropen Zwillingsbildung versteht man eine solche gesetzmäßige Anordnung zweier gleichartiger Individuen, bei welcher das eine Individuum durch Drehung um 180° in das andere überführt werden kann. Die Drehungsachse, die Achse der Hemitropie, heißt Zwillingsachse (ZA). Die zur Zwillingsachse senkrechte Ebene heißt Zwillingsebene (ZE). Von der Zwillingsebene zu unterscheiden ist die Verwachsungsebene. Diese kann mit der Zwillingsebene zusammenfallen, kann aber auch senkrecht zu ihr stehen, oder schließlich ganz unregelmäßig verlaufen. Alle Zwillinge von solchen Kristallen, die kristallographisch ein Symmetriezentrum besitzen, lassen sich als hemitrope Zwillings-

bildungen auffassen. Die Koordinaten der Zwillingselemente sind mit Hilfe des Universaldrehtisches leicht bestimmbar. Namentlich im Falle der Feldspatbestimmung ergibt sich so eine sehr elegante Methode der Mineralbestimmung.

Ist (Fig. 31) r_1 eine beliebige Richtung in dem einen Individuum, ZA die Richtung einer beliebig angenommenen Zwillingssachse und legt man r_1 und ZA auf einen Meridiankreis der stereographischen Projektion, so fällt der Punkt r_2 , welcher bei Ausführung einer Drehung um 180° um die Achse ZA erhalten wird, wieder auf den

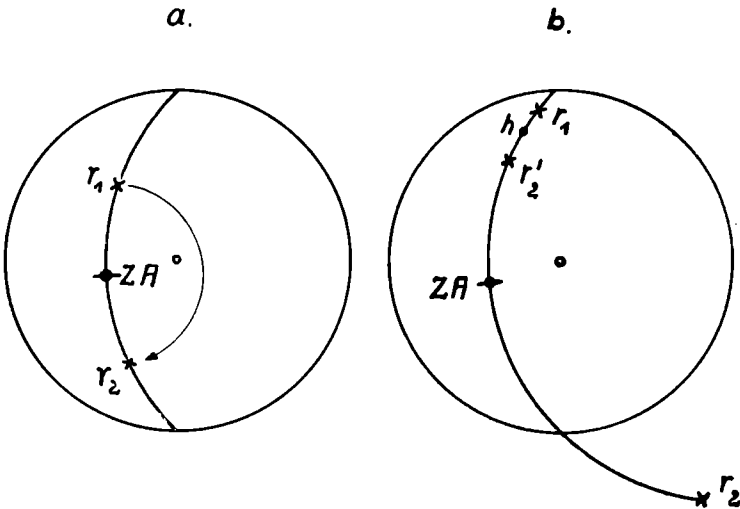


Fig. 31. Lage korrespondierender Richtungen in hemitropen Zwillingselementen.

$$\begin{array}{ll}
 r_1 Z = r_2 Z & h r_1 = h r_2' \\
 r_2 r_2' = 180^\circ & h Z = 90^\circ
 \end{array}$$

durch r_1 und ZA gehenden Meridiankreis. Zwei Fälle können eintreten: Entweder fällt der Punkt r_2 innerhalb des Netzes (Fig. 31a) oder außerhalb des Netzes (Fig. 31b). Da bei der hemitropen Zwillingselementbildung zufolge des Vorhandenseins eines Symmetriezentrums im Einzelkristall Richtung und Gegenrichtung gleichwertig sind, so gewinnt man im Falle b den zu r_2 gehörigen Punkt r_2' innerhalb der stereographischen Projektion, indem man von r_2 aus 180° längs des Meridiankreises abzählt. Der so gefundene Punkt r_2' innerhalb des Netzes ist die der Richtung r_1 im Individuum 1 entsprechende

Richtung im Individuum 2. Sind die Projektionen zweier korrespondierender Richtungen bekannt, so ergibt sich zur Bestimmung der Richtung der Zwillingsachse in der stereographischen Projektion, wie ohne weiteres evident ist, folgender geometrischer Ort:

Die Projektion der Zwillingsachse liegt stets auf dem durch zwei korrespondierende Richtungen bestimmten Meridiankreis.

Sind die gegebenen korrespondierenden Richtungselemente optische Symmetrieachsen, so sind drei Meridiankreise zur Bestimmung von ZA vorhanden, die sich im idealen Fall, nämlich bei richtiger Bestimmung der Lage der optischen Symmetrieachsen, in einem Punkt schneiden müssen. In Wirklichkeit wird man statt eines solchen Schnittpunktes ein mehr oder weniger großes Fehlerdreieck erhalten. Der wahrscheinlichste Ort für die richtige Lage der Zwillingsachse ist dann der Schwerpunkt dieses Dreiecks.

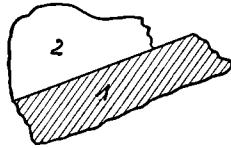


Fig. 32. Orientierungsskizze eines Plagioklases.
Alle Drehachsen in der Ausgangsstellung. Bezeichnung der Individuen.

Um dieses Verfahren anwenden zu können, müssen die Koordinaten der mittels des Drehtisches gefundenen Symmetrieebenen für beide Individuen auf dasselbe Pausblatt eingetragen werden. Zur besseren Orientierung und zur Vermeidung von Verwechslungen zeichnet man, wenn alle Achsen des Drehtisches in der Ausgangsstellung stehen, den Zwillingskristall skizzenhaft in richtiger Orientierung und mit Schraffierung der Helligkeitsverhältnisse auf (Fig. 32) und bezeichnet in der Skizze die Individuen durch Kennziffern. Die gleichen Kennziffern benutzt man in der stereographischen Projektion zur Unterscheidung korrespondierender Richtungen, also $n_{\alpha 1}$, $n_{\alpha 2}$, $n_{\beta 1}$, $n_{\beta 2}$, usw. Sind alle optischen Hauptrichtungen n_{ν} gefunden, so dreht man das Pausblatt, bis $n_{\alpha 1}$ und $n_{\alpha 2}$ auf einen Meridiankreis fallen, und zieht diesen Kreis, hierauf ebenso für $n_{\beta 1}$ und $n_{\beta 2}$ und schließlich für $n_{\gamma 1}$, $n_{\gamma 2}$. Die drei Meridiankreise schneiden sich in drei Punkten, welche die Ecken des gesuchten Fehlerdreiecks

bilden, dessen Schwerpunkt mit der Projektion der gesuchten Zwillingsachse identifiziert wird (Fig. 33).

So einfach dieses Verfahren zur Bestimmung der Richtung der Zwillingsachse ist, so haften ihm zufolge des starken Einflusses von Fehlern in der Orientierung der Symmetrieachsen schwerwiegende Mängel an. Namentlich in den Fällen,

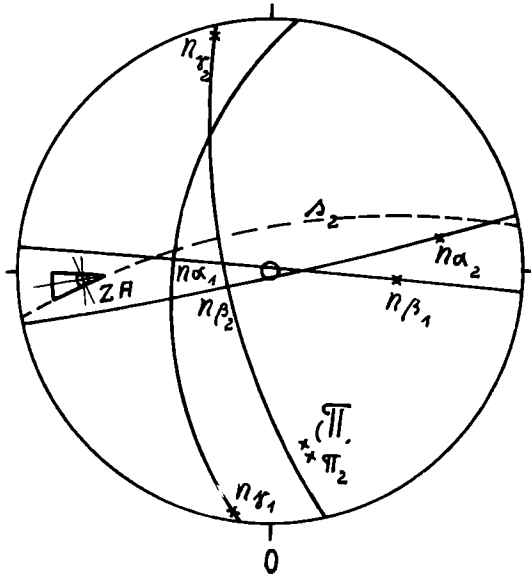


Fig. 33. Darstellung der kristallographischen Bezugsrichtungen (Spaltflächen) und Zwillingselemente an einem Plagioklaszwilling.

s_2 : Spaltfläche im Individuum 2.

π_2 : Pol dieser Spaltfläche.

ZA: Zwillingsachse.

Die Bestimmung der Lage von ZA mit Hilfe des 1. geometrischen Ortes ergibt das durch die drei Bogen gekennzeichnete Fehlerdreieck.

Bei Anwendung des 2. geometrischen Ortes schneiden sich dagegen die drei Bestimmungsbögen in einem Punkt.

Π : Pol der Verwachsungsfläche.

wo die Zwillingsachse von einem Paar der korrespondierenden Richtungen n_1 und n_2 weiter abliegt und dieses Paar korrespondierender Richtungen selbst nahe beieinander liegt, sind geringe Fehler in der Orientierung der optischen Symmetrieachsen von sehr großem Einfluß, da diese Fehler, gewissermaßen am kurzen Hebelarme wirkend, nach seiten der gesuchten Zwillingsachse großen

Ausschlag ergeben, die den Einzelfehler in der Bestimmung einer optischen Symmetrieachse sehr oft um das Vielfache übertreffen können. Das durch die drei erzeugenden Meridiane gebildete Fehlerdreieck wird dann sehr groß, und die Substituierung des Schwerpunktes dieses Dreieckes als wahrscheinlicher Ort für die Richtung der Zwillingsachse ist auch nicht einmal mehr annähernd brauchbar und ergibt Fehlschläge.

Es gibt indes noch einen zweiten geometrischen Ort für die Richtung der Zwillingsachse. Zwar ist das hierauf beruhende Verfahren ein klein wenig umständlicher, dafür aber vielmal genauer. Man erkennt aus den Eintragungen der Fig. 31, daß für die Lage der Zwillingsachse auf dem Meridiankreis zweier korrespondierender Richtungen auch folgende Beziehung besteht:

Entweder liegt die Zwillingsachse im Halbierungspunkt h der Bogenlänge r_1, r_2 (Fig. 31a) oder auf der Verlängerung des Bogens $r_1, r_2, 90^\circ$ vom Halbierungspunkt h entfernt (Fig. 31b).

$$\begin{aligned} \text{Denn} \quad r_2' Z &= r_2 r_2' - r_2 Z \\ &= 180^\circ - r_2 Z \\ &= 180^\circ - r_1 Z \\ &= 180^\circ - (r_1 r_2' + r_2' Z) \\ &= 180^\circ - (2 h r_2' + r_2' Z) \end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} 2 (h r_2' + r_2' Z) &= 180^\circ \\ 2 h Z &= 180^\circ \\ h Z &= 90^\circ \end{aligned}$$

Sind die Lagen der Punkte r mit Fehlern behaftet, so ist der wahrscheinlichste Ort für die richtige Lage der Zwillingsachse entweder das Bogenstück, welches auf dem Bogen rr in seinem Halbierungspunkt h senkrecht steht (Fig. 31a), oder das Bogenstück, welches in dem vom Halbierungspunkt h um 90° entfernten Punkt des Bogens rr senkrecht steht (Fig. 31b). Der maximale Fehler, welcher in der Orientierung dieser Transversalbögen gemacht werden kann, ist offenbar höchstens von der Größe des Fehlers, welcher bei der Bestimmung der Lage einer der optischen Symmetrieachsen gemacht worden ist. Während also bei der zuerst genannten Methode die Einzelfehler in der Bestimmung der Lage der optischen Symmetrieachsen sich bei der Ermittlung der Richtung der Zwillingsachse vervielfachen können, ist hier der

Fehler höchstens gleich dem beim Finden einer Symmetrieachse gemachten Meßfehler. Die mit dieser Methode erreichte Genauigkeit in der Bestimmung der Zwillingsachse ist also unvergleichlich größer als diejenige der ersten Methode. Dafür bietet die Fig. 33 ein Beispiel. Das nach der ersten Methode sich ergebende Fehlerdreieck ist stark ausgezogen, sein Schwerpunkt markiert. Das Auftreten eines Fehlerdreiecks von solchen Ausmaßen muß nach gesammelten Erfahrungen noch als Kennzeichen einer sehr guten Bestimmung angesehen werden. In manchen Fällen bedeckt das Fehlerdreieck ein erhebliches Areal des Netzes. Das nach der zweiten Methode sich ergebende Fehlerdreieck ist so klein, daß es in der Figur nicht mehr darstellbar ist, sondern sich dort die drei erzeugenden Bogen genau in einem Punkt (mit ZA bezeichnet und durch einen Kreis gekennzeichnet) schneiden. Dieser Punkt liegt innerhalb des ersten Fehlerdreiecks, fällt aber nicht mit seinem Schwerpunkt zusammen. Es mag hervorgehoben werden, daß das völlige Verschwinden des Fehlerdreiecks nicht als Garantie für die richtige Bestimmung sowohl der Orientierungen der Symmetrieachsen wie der Zwillingsachse angesehen werden darf, es ist vielmehr nur der Ausdruck dafür, daß es für die gefundenen Orientierungen der optischen Symmetrieachsen eine gemeinsame Drehungsachse gibt, welche die gefundenen korrespondierenden Richtungen bei Drehung um 180° gleichzeitig ineinander überführt.

Bei der Ermittlung der Zwillingsachse nach der zweiten Methode geht man technisch folgendermaßen vor: Man dreht das Pausblatt so, daß zwei korrespondierende Richtungen, z. B. $n_{\alpha 1}$ und $n_{\alpha 2}$ auf denselben Meridian des Netzes fallen, bezeichnet den Halbierungspunkt h_1 des Bogens ($n_{\alpha 1}$, $n_{\alpha 2}$) durch eine Kreuzmarke und ebenso den davon um 90° auf demselben Meridian entfernten Punkt h_2 (Fig. 34a). Man dreht nun das Pausblatt so, daß erst eine dieser Kreuzmarken auf den Äquator fällt, und zieht von dem hierzu um 90° entfernten Meridiankreis ein kurzes Bogenstück, welches in der Nachbarschaft der zweiten Kreuzmarke liegt (Fig. 34b). Hierauf bringt man durch Drehung des Pausblattes diese zweite Kreuzmarke auf den Äquator und zeichnet von dem dazu um 90° entfernten Meridian ein kurzes Stück in der Nachbarschaft der ersten Kreuzmarke. Diese Konstruktion wiederholt man für alle drei Paare korrespondierender optischer Symmetrieachsen. Drei der so gefundenen Bögen werden sich in einem Punkt oder mindestens in einem sehr kleinen Fehlerdreieck schneiden, dessen Schwerpunkt

die Richtung der gesuchten Zwillingsachse ist. Ein Irrtum, wo dieser Schnittpunkt der drei Bögen liegt, kann nicht entstehen, denn schon bei oberflächlicher Orientierung über den Verlauf der Meridiane, welche durch je zwei korrespondierende Richtungen bestimmt werden, erkennt man, in welcher Gegend annäherungsweise die gesuchte Zwillingsachse liegen muß.

Zu einer dritten auch genaueren, aber einfacheren Konstruktion des Ortes der Zwillingsachse gelangt man, wenn man zunächst die Lage der Zwillingsebene ermittelt: Hat man die Halbierungspunkte h_1 der Bögen $n_{\alpha 1}$, $n_{\alpha 2}$ usw., sowie die davon

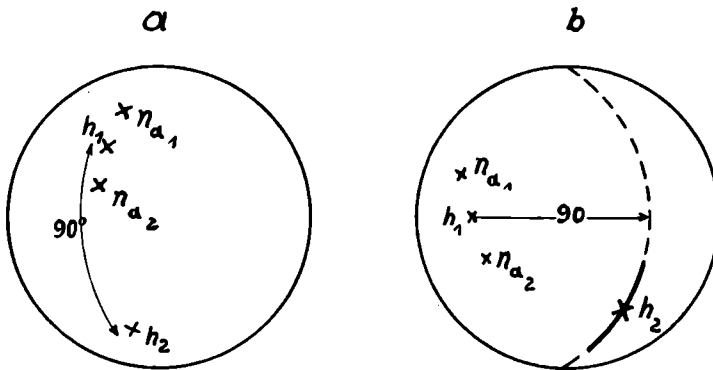


Fig. 34. Anwendung des zweiten geometrischen Ortes.

- a) Konstruktion der Hilfspunkte h ; $n_{\alpha 1}$, h_1 , $n_{\alpha 2}$, h_2 liegen auf demselben Meridian.

$$\begin{aligned} n_{\alpha 1} h_1 &= n_{\alpha 2} h_2 \\ h_1 h_2 &= 90^\circ \end{aligned}$$

- b) Konstruktion des durch h_2 gehenden Bogens, auf dem ZA liegen muß.

um 90° entfernt liegenden Punkte h_2 (welche die Halbierungspunkte der Supplementbögen zu $n_{\alpha 1}$, $n_{\alpha 2}$ usw. darstellen) wie oben ermittelt, so dreht man das Pausblatt, bis drei dieser sechs Punkte h auf einen Meridian zu liegen kommen. Dieser stellt dann die Zwillingsebene dar, sein Pol die gesuchte Zwillingsachse.

Die Koordinaten der gefundenen Zwillingsachse in bezug auf die Richtungen der Symmetrieachsen bestimmt man nun, wie folgt: Man bringt durch Drehen des Pausblattes nacheinander jede der sechs Symmetrieachsen mit der Richtung der Zwillingsachse auf einen Meridiankreis des Netzes und zählt jedesmal die Bogenlänge zwischen n , und ZA auf $1/2^\circ$ genau ab.

Ist diese größer als 90° , so notiert man das Supplement. Aus korrespondierenden Koordinaten bildet man hierauf das Mittel. Im Falle des als Beispiel gewählten Plagioklases erhält man z. B.

		Mittel	
ZA: n_{α_1} $34\frac{1}{2}$	ZA: n_{α_2} 34^0	ZA: n_{α} $34\frac{1}{4}^0$	
n_{β_1} 57	n_{β_2} $57\frac{1}{2}$	n_{β} $57\frac{1}{4}^0$	
n_{γ_1} $80\frac{1}{2}$	n_{γ_2} $81\frac{1}{2}$	n_{γ} 81^0	

Da die Zwillingsenebene ZE auf der Zwillingsachse senkrecht steht, wird sie in der stereographischen Projektion durch denjenigen Meridiankreis dargestellt, dessen Pol ZA ist; man braucht sie in das Pausblatt nicht besonders einzuzeichnen.

Die Bestimmung der beiden Koordinaten der Verwachsungsfläche gelingt nicht immer; die Verwachsungsfläche wird in der Regel erst bei Einschaltung des Analysators wahrnehmbar, und dann macht die Festlegung der Koordinate α_2 oft große Schwierigkeiten, namentlich im Falle dünner Schiffe. Die Koordinate α_1 dagegen läßt sich immer mit guter Genauigkeit ermitteln. Zumeist genügt auch die genaue Bestimmung dieser einen Koordinate.

Der Universaldrehtisch wird in seine Ausgangsstellung gebracht und dann nach Einschaltung des Analysators um A_1 gedreht, bis die Durchschnittskante der Verwachsungsfläche mit der Schliffoberfläche parallel dem vertikalen Fadenkreuz liegt. In dieser Stellung wird die Koordinate α_1 am Meßkreis der Drehungsachse A_1 abgelesen: hierauf neigt man um A_2 , bis die Verwachsungsebene parallel der Beobachtungsrichtung liegt, d. h. als möglichst feine Linie erscheint. Die Ablesung am Meßkreis der Achse A_2 gibt die zweite Koordinate α_2 der Verwachsungsebene. Zur Ausführung dieser letzteren Bestimmung sind die gleichen Gesichtspunkte für die Auswahl der Beleuchtungs- und Beobachtungsbedingungen zu beachten wie bei der Einstellung von Spaltflächen. In sehr vielen Fällen gelingt eine einwandfreie Ermittlung dieser zweiten Koordinate zufolge der Notwendigkeit, mit eingeschaltetem Analysator arbeiten zu müssen, nicht. Man begnügt sich dann damit, die Lage der Verwachsungsebene mit Hilfe der stereographischen Projektion zu attestieren. Zu diesem Zwecke dreht man das Pausblatt so, daß sein Index auf α_1 (erste Koordinate der Verwachsungsebene) des Grundkreises zu liegen kommt, und liest die Koordinate α_2 des durch die Zwillingsachse gehenden Meridiankreises am Äquator ab (l und r beachten). Man stellt nun den Meßkreis der Drehachse A_2

des Universaldrehtisches nacheinander auf α_2 und $90 - \alpha_2$, wobei zu beachten ist, daß, wenn α_2 den Index l hat, $90 - \alpha_2$ der Index r zu geben ist und umgekehrt, d. h. die Einstellungen α_2 und $90 - \alpha_2$ auf verschiedenen der aufklappbaren Meßbögen vorzunehmen sind. Man prüft nun, welche dieser beiden Einstellungen die wahrscheinlichere zweite Koordinate für die Verwachsungsebene ist. Da es sich hierbei nur um die Unterscheidung zweier um 90° verschiedener Lagen handelt, so stößt man, wofern die Verwachsungsebene regelmäßig ist, nicht auf Schwierigkeiten. Natürlich ist die direkte Ermittlung der zweiten Koordinate, wofern sie möglich ist, der eben beschriebenen, behelfsmäßigen Attestierung vorzuziehen, da in letztere der Fehler in der Bestimmung der Zwillingssachse eingeht.

Man zeichnet nun mit Hilfe der gemessenen Koordinaten α_1 und mit Hilfe der entweder direkt gemessenen oder attestierten Koordinaten α_2 (r und l beachten) die Verwachsungsebene VE in die stereographische Projektion ein und zugleich auch ihren (auf dem Äquator liegenden) Pol II. Zwei Fälle sind dann bei gesetzmäßiger Lage der Verwachsungsebene zu beachten: entweder fällt II mit Z genau oder innerhalb der Fehlergrenzen der Messungen zusammen; dann ist die Verwachsungsebene zugleich auch Zwillingsebene; oder die Bogenlänge zwischen II und Z beträgt genau oder innerhalb der Fehlergrenzen 90° : dann stehen Zwillingsebene und Verwachsungsebene aufeinander senkrecht. Die Koordinaten des Poles II in bezug auf die optischen Symmetrieachsen als Koordinatenachsen bestimmt man mittels der Bogenlängen (II, n_γ) in ganz analoger Weise wie im Falle der Zwillingssachse.

Bei dem als Beispiel behandelten Plagioklaszwilling ergab sich als erste Koordinate der Verwachsungsebene $\alpha_1 = 100^\circ$; die zweite Koordinate war kaum direkt ermittelbar; sie konnte daher nur attestiert werden. Bei der Einstellung des Pausblattes auf $\alpha_1 = 100^\circ$ ist als Neigung des durch die Zwillingssachse ZA gehenden Meridiankreises gegen das Projektionszentrum $\alpha_2 = 26^\circ$ r abzulesen. Bei Einstellung der zu A_2 gehörigen Meßbögen am Universaldrehtisch auf die Werte 26 r und $(90 - 26)$ l war zu erkennen, daß nur der erstere Wert als Koordinate α_2 in Frage kommen konnte. Die Verwachsungsebene ist daher mit den Koordinaten $\alpha_1 = 100$ und $\alpha_2 = 26$ r in die stereographische Projektion einzutragen. In Fig. 33 ist ihr Pol II eingetragen, und zwar in Klammern gesetzt, um

anzudeuten, daß er nicht als völlig unabhängige, sondern nur als teilweise unabhängige Ermittlung zu bewerten ist. Da II und Z nicht zusammenfallen, sondern 90° Abstand haben, steht die Verwachsungsebene auf der Zwillingsebene senkrecht. Die Figur macht es ferner wahrscheinlich, daß II und π_2 identisch sind, d. h. die Verwachsungsebene durch (010) gebildet wird (S. 69); die etwas unterschiedliche Lage beider Pole kann entweder von Bestimmungsfehlern (vornehmlich in II , das ja teilweise unter Zugrundelegung der Richtung ZA ermittelt wurde) herrühren, oder aber sie kann auch darin begründet sein, daß beide Individuen unterschiedliche chemische Zusammensetzung besitzen. In diesem Falle kann das eine Individuum nach Ausführung einer Drehung um 180° nicht mehr genau mit dem anderen Individuum zur Deckung gebracht werden, weil die kristallographischen Elemente beider Individuen etwas verschieden sind, und man kann hier von einer Zwillingbildung im strengen Sinne nicht mehr sprechen; in der stereographischen Projektion muß sich das in einer Diskrepanz zwischen den direkt ermittelten kristallographischen Richtungen der Einzelindividuen und den als für beide Individuen gemeinsam angenommenen und auch so bestimmten Zwillingselementen äußern. In dem vorliegenden Beispiel haben nicht nur die bereits früher vorliegenden Messungen eine unterschiedliche chemische Zusammensetzung erkennen lassen, was durch die späteren Messungen nach anderen Methoden noch erhärtet werden wird, auch die früher mitgeteilten Bemerkungen über spezielle Beobachtungen an der Verwachsungsfläche (S. 69) scheinen anzudeuten, daß die Ebene (010) des zweiten Individuums nicht völlig parallel der gleichartigen Ebene im ersten Individuum liegt. Als Koordinaten für II ergeben sich

		Mittel
$II n_{\alpha_1}$: $81\frac{1}{2}^\circ$	$II n_{\alpha_2}$: 83°	$II n_\alpha$: $82\frac{1}{4}^\circ$
$II n_{\beta_1}$: $61\frac{1}{2}$	$II n_{\beta_2}$: 63	$II n_\beta$: $62\frac{1}{4}$
$II n_{\gamma_1}$: 30	$II n_{\gamma_2}$: 28	$II n_\gamma$: 29

Mit Hilfe der Koordinaten Zn und $II n$ der Zwillingsebene und der Verwachsungsebene lassen sich im Falle der Plagioklase sowohl das speziellere Gesetz der Zwillingbildung, wie auch die chemische Zusammensetzung einfach ermitteln.

Die hemitropen Zwillingbildungen der Plagioklase, ihre Bestimmung und die Ermittlung der chemischen Zusammensetzung

Die Zwillingbildungen der Plagioklase lassen eine dreifache Möglichkeit hemitroper Bildungen erkennen:

1. Bei der sogenannten normalen Hemitropie steht die Zwillingssachse senkrecht zu einer Kristallfläche mit einfachen rationalen Indices. Da die Einzelkristalle hier ein Symmetriezentrum besitzen, ist die Zwillingsebene zugleich auch Symmetrieebene für den Zwilling; gesetzmäßige Verwachsungsebene und Zwillingsebene fallen hier zusammen.

2. Bei der sogenannten parallelen Hemitropie liegt die Zwillingssachse parallel einer möglichen Kante. Die Zwillingsebene steht senkrecht zu dieser Kante und ist in diesem Falle keine Kristallfläche und auch keine Symmetrieebene mehr. Gesetzmäßige Verwachsungsfläche ist eine Ebene aus der Zone dieser Kante, häufig eine Kristallfläche gleich einfacher Art, wie sie bei den normalhemitropen Zwillingbildungen der Feldspate als Zwilling- und Verwachsungsebene angetroffen wird.

3. Bei der sogenannten komplexen Hemitropie tritt eine Verbindung der normalen und hemitropen Zwillingbildung auf insofern, als ein Individuum 1 mit einem zweiten 1' sich in normalhemitroper Zwillingstellung, und dieses zweite 1' mit einem dritten 2 sich in parallel-hemitroper Zwillingstellung befindet. In Wirklichkeit sind mit Unterdrückung des Bindegliedes 1' nur die Individuen 1 und 2 ausgebildet; ihre Stellung wird als komplex-hemitrope Zwillingbildung bezeichnet. Die Zwillingssachse liegt hier in einer Kristallfläche senkrecht zu einer in dieser liegenden Kante; die Zwillingsebene steht senkrecht zu einer Kristallfläche und parallel zu einer in dieser Fläche liegenden Kante. Gesetzmäßige Verwachsungsfläche ist die eine gemeinsame Fläche, welche in der gemeinsamen Zone der Zwillingssachse enthalten ist.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht der Zwillingbildungen bei den Plagioklassen.

Art der Hemitropie	Zwillingssache	Gesetzmäßige Verwachsungsebene	Bezeichnung des Gesetzes
normal (Flächennormalgesetz)	$\perp (010)$	(010)	Albit
	$\perp (001)$	(001)	entspr. d. Manebacher Gesetz beim Orthokl.
	$\perp (021)$	(021)	entspr. Baveno (rechts)
	$\perp (0\bar{2}1)$	(0 $\bar{2}$ 1)	entspr. Baveno (links)
	$\perp (100)$	(100)	X
	$\perp (110)$	(110)	Prisma (rechts)
	$\perp (1\bar{1}0)$	(1 $\bar{1}$ 0)	Prisma (links)
parallel (Zonenachsengesetz, Kantenparallelggesetz)	[001]	Fläche aus der Zone (010) : (100) ¹⁾	entspr. Karlsbad
	[010]	Fläche aus der Zone (001) : (100) ²⁾	Periklin
	[100]	Fläche aus der Zone (010) : (001) ³⁾	Esterel
komplex (Kantennormalgesetz)	$\perp [001]$	(010)	Albit-Karlsbad Roc Tourné
	$\perp [100]$	(010)	Albit-Esterel
	$\perp [010]$	(001)	Manebach-Periklin Scopie
	$\perp [0\bar{1}0]$	(100)	X-Periklin
	$\perp [100]$	(001)	Manebach-Esterel
	$\perp [001]$	(100)	X-Karlsbad

Die Lage der Pole ZA und II in der stereographischen Projektion gestattet sofort die hemitropen Zwillingbildungen der Plagioklasse nach dem Flächennormalgesetz von denen

¹⁾ in der Regel (010).

²⁾ in der Regel der sog. rhombische Schnitt.

³⁾ in der Regel (010).

nach dem Zonenachsengesetz und Kantennormalgesetz zu unterscheiden. Fallen ZA und II innerhalb der Fehlergrenzen zusammen, so gilt das gleiche für Zwillings ebene und Verwachsungs ebene: Es liegt eine hemitrope Zwillingsbildung nach dem Flächen normalgesetz vor. Beträgt die Bogenlänge zwischen ZA und II (innerhalb der Fehlergrenzen) 90° , stehen also Zwillings ebene und Verwachsungs ebene aufeinander senkrecht, so liegt eine hemitrope Zwillingsbildung nach dem Zonenachsengesetz oder nach dem Kantennormalgesetz vor.

Die weitere Bestimmung der speziellen Art des Zwillingsgesetzes sowie der chemischen Zusammensetzung des Feldspates erfolgt mit Hilfe der Tafeln 3 und 4 des Anhanges. Die Kurven auf Tafel 3 bedeuten die Lage von Flächenpolen in Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung, bezogen auf n_α , n_β , n_γ als Koordinatenrichtungen. In Tafel 4 bedeuten die ausgezogenen Kurven Richtungen von Kanten, die gestrichelten Kurven Richtungen von Kantennormalen in Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung. Die im Nenner der Kantennormalgesetze stehenden Indizes geben nach der FEDOROWSchen Bezeichnungsweise die Indizes des Verwachsungsfläche an. Die beiden Gesetze $\frac{\perp [100]}{(001)}$ und $\frac{\perp [001]}{(100)}$ sind auf Tafel 4 nicht dargestellt, weil die zugehörigen Kurven innerhalb der Fehlergrenzen der Darstellung mit der Kurve [010] zusammenfallen, diese beiden Gesetze also kaum vom Periklingesetz zu trennen sind (vgl. auch S. 87).

Die kristallographische Bedeutung der einzelnen Elemente erhellt aus folgender Übersicht:

Flächen:

- (100): Zwillings ebene und Verwachsungs ebene bei Zwillingsbildungen nach dem Gesetz X, ferner Verwachsungs ebene gelegentlich beim Karlsbader Gesetz und Periklingesetz, in der Regel bei deren komplexen Kombinationen mit dem Gesetz X.
- (010): Spaltungsfläche; Zwillings ebene und Verwachsungs ebene beim Albitgesetz; Verwachsungs ebene in der Regel beim Karlsbader Gesetz, beim Estereigesetz und deren komplexen Kombinationen mit dem Albitgesetz.

- (001): Spaltungsfläche; Zwillingssebene und Verwachsungsebene bei Zwillingbildungen entsprechend dem Manebacher Gesetz; Verwachsungsebene gelegentlich beim Periklin- und Esterelgesetz, in der Regel bei deren komplexen Kombinationen mit dem Manebacher Gesetz.
- (021): Zwillings- und Verwachsungsebene bei Zwillingsbildung entsprechend dem Bavenoer Gesetz.
- (110): Spaltungsfläche, Zwillingssebene und Verwachsungsebene bei den Zwillingbildungen nach dem Prismagesetz.
- Rh. S.: Rhombischer Schnitt, in der Regel Verwachsungsfläche beim Periklingesetz.

Kanten:

- [010]: Zwillingsachse beim Periklingesetz.
- [001]: Zwillingsachse bei Zwillingsbildungen entsprechend dem Karlsbader Gesetz.
- [100]: Zwillingsachse beim Esterelgesetz.

Kantennormalen:

- $\frac{\perp [001]}{(010)}$: Zwillingsachse beim Albit-Karlsbader-Gesetz.
- $\frac{\perp [100]}{(010)}$: Zwillingsachse beim Albit-Esterel-Gesetz.
- $\frac{\perp [010]}{(001)}$: Zwillingsachse beim Manebach-Periklin-Gesetz.
- $\frac{\perp [010]}{(100)}$: Zwillingsachse beim X-Periklin-Gesetz.

Die umstehende Tabelle enthält die Koordinaten zur Zeichnung der Tafeln 3 und 4 von 10 zu 10% Anorthitgehalt.

Um die Zwillingsselemente und die chemische Zusammensetzung des Feldspates aus den Tafeln 3 und 4 zu ermitteln, verfährt man in ganz analoger Weise wie bei der Bestimmung der Spaltfläche. Auf einem zweiten Pausblatt wird mit Hilfe der Koordinaten Zn bzw. II die Lage der Pole Z bzw. II mit Bezug auf $n_\alpha, n_\beta, n_\gamma$ als Koordinatenachsen dargestellt (vergl. S. 68 u. Fig. 30), wobei wieder sämtliche vier möglichen Lagen (wegen der Unbestimmtheit des Vorzeichens der Winkel Zn bzw. II) berücksichtigt werden. Dieses Pausblatt wird zunächst auf Tafel 3 aufgelegt, so daß gleichartige Koordinatenrichtungen zur Deckung kommen. Von den vier Bildpunkten II

	(010)			(001)			(100)			(021)		
	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ
0°/0 A _n	-89 ¹ / ₂	72 ¹ / ₃	+17 ¹ / ₂	-67 ¹ / ₂	26	-77	-4 ¹ / ₂	87	-87	-75	34 ¹ / ₃	+59 ¹ / ₂
10	+89 ¹ / ₂	78	+12	-75	17	-82 ¹ / ₂	-10 ¹ / ₂	79 ¹ / ₃	-89	-79 ¹ / ₂	38	+54 ¹ / ₂
20	+89	89 ¹ / ₂	+1	-83	7	+88	-19 ¹ / ₂	71	+87 ¹ / ₃	-85 ¹ / ₂	46	+44
30	90	77	-13	+87	17	+73 ¹ / ₂	-28	63	+83 ¹ / ₃	+89	58	+32
40	+86	67 ¹ / ₂	-23	+79	29	+64	-38	54	+79 ¹ / ₃	+85 ¹ / ₂	68 ¹ / ₂	+22
50	+79 ¹ / ₂	62 ¹ / ₃	-30	+70	40 ¹ / ₂	+56 ¹ / ₂	-49	45	+75 ¹ / ₂	+83 ¹ / ₃	78 ¹ / ₂	+13 ¹ / ₂
60	+73	60 ¹ / ₃	-35	+62 ¹ / ₂	51	+51 ¹ / ₂	-58	38	+71 ¹ / ₃	+83	85	+8 ¹ / ₂
70	+68	60	-39	+57	59 ¹ / ₂	+47 ¹ / ₂	-66	33	+69	+84	89	+6
80	+62	61 ¹ / ₃	-42	+55	66 ¹ / ₂	+44 ¹ / ₂	-71	31	+66 ¹ / ₃	-86	87 ¹ / ₂	-5
90	+57	63 ¹ / ₂	-45	+54	72	+41 ¹ / ₂	-75 ¹ / ₂	29 ¹ / ₂	+65	-88 ¹ / ₂	85	-5 ¹ / ₂
100	+52 ¹ / ₂	66	-47	+54 ¹ / ₂	76	+39	-79	28 ¹ / ₃	+64	+88 ¹ / ₂	83	-7

	(110)			(0 $\bar{2}$ 1)			(1 $\bar{1}$ 0)			Rh. S.		
	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ
0°/0 A _n	-28	78	+65	-74 ¹ / ₂	64 ¹ / ₃	-30 ¹ / ₂	+31	83	+60	+72 ¹ / ₂	20 ¹ / ₂	-79
10	-31 ¹ / ₃	76	+62	-78 ¹ / ₂	55	-36 ¹ / ₂	-31	86 ¹ / ₂	-59	+87	8	-82 ¹ / ₂
20	-36	73 ¹ / ₂	+59	-84	44	-46 ¹ / ₂	-33	74	-62	+89 ¹ / ₂	3	+87
30	-40	71 ¹ / ₂	+56	+87 ¹ / ₃	32	-58	-39 ¹ / ₂	60 ¹ / ₂	-66	+85 ¹ / ₃	17	+73 ¹ / ₂
40	-44 ¹ / ₃	69	+53	+77	27	-66 ¹ / ₂	-50	46 ¹ / ₃	-70 ¹ / ₂	+79 ¹ / ₂	28	+64 ¹ / ₂
50	-49	66	+50 ¹ / ₂	+66	29	-74	-61	34	-75	+72	38	+58
60	-53 ¹ / ₂	63 ¹ / ₂	+48	+55 ¹ / ₃	36	-80	-71 ¹ / ₂	21	-80 ¹ / ₂	+65 ¹ / ₂	47	+53
70	-57	61 ¹ / ₃	+46	+47	43	-85	-80	11	-85	+61 ¹ / ₂	54 ¹ / ₂	+48
80	-59	60	+45 ¹ / ₂	+40 ¹ / ₂	49 ¹ / ₂	-89	-86	4	-88	+61 ¹ / ₂	59	+44
90	-61	58	+45 ¹ / ₂	+34	56	+88 ¹ / ₂	+87	4	+88	+62	62	+41
100	-62 ¹ / ₂	56 ¹ / ₂	+46	+30	60 ¹ / ₂	+86 ¹ / ₂	+83	8 ¹ / ₃	+86	+63 ¹ / ₃	64	+39

	[010]			{001}			[100]			$\frac{\perp}{(010)}$ [001]		
	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ
0°/0 A _n	-87	76 ¹ / ₂	+13 ¹ / ₃	+86 ¹ / ₃	18 ¹ / ₂	-72	+22 ¹ / ₂	68	-84 ¹ / ₂	-4	87	-88
10	+89 ¹ / ₃	83	+6 ¹ / ₂	+79 ¹ / ₂	15 ¹ / ₂	-79	+16	74 ¹ / ₂	-86	-11	79	-89
20	-89	86	-5	+71	19	-89 ¹ / ₂	+7 ¹ / ₂	82 ¹ / ₃	-89	-19 ¹ / ₂	70 ¹ / ₃	+89
30	+89 ¹ / ₃	73 ¹ / ₂	-17	+62	30	+81	-2	88	-89	-28	62	+86 ¹ / ₂
40	+84	65	-26	+52 ¹ / ₂	43	+72	-13	77 ¹ / ₂	-88	-38	52 ¹ / ₂	+83
50	+78	60	-33 ¹ / ₃	+43	56 ¹ / ₂	+66	-24 ¹ / ₂	66	-89	-48 ¹ / ₂	43	+79
60	+72	57 ¹ / ₂	-39	+36 ¹ / ₂	69 ¹ / ₂	+61 ¹ / ₂	-35	55 ¹ / ₂	+88	-57 ¹ / ₂	36	+74 ¹ / ₂
70	+65	57	-44	+34	80 ¹ / ₂	+58	-43 ¹ / ₂	47	+87	-65 ¹ / ₂	32	+71
80	+59 ¹ / ₂	58 ¹ / ₂	-47	+34 ¹ / ₃	87 ¹ / ₂	+55 ¹ / ₂	-50 ¹ / ₃	40	+85	-72	28 ¹ / ₂	+68
90	+54 ¹ / ₂	61	-49 ¹ / ₂	-37	86	-53 ¹ / ₃	-46	34 ¹ / ₂	+84 ¹ / ₃	-77 ¹ / ₂	27	+66 ¹ / ₂
100	+50	64	-51 ¹ / ₃	-39 ¹ / ₂	82	-52	-60 ¹ / ₃	30	+85	-80 ¹ / ₂	26	+66 ¹ / ₂

	$\frac{\perp [100]}{(010)}$			$\frac{\perp [010]}{(001)}$			$\frac{\perp [010]}{(100)}$		
	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	n β	+ n γ	+ n α	+ n β	+ n γ
0% An	-68	28	-73 $\frac{1}{2}$	+21 $\frac{1}{2}$	68 $\frac{1}{2}$	-87 $\frac{1}{2}$	+85	14	-77
10	-74	19 $\frac{1}{2}$	-79 $\frac{1}{2}$	+15 $\frac{1}{2}$	75	-88 $\frac{1}{2}$	+79 $\frac{1}{2}$	13	-83
20	-82 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	90	+6 $\frac{1}{2}$	83 $\frac{1}{2}$	-89	+71 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$	+89
30	+88	12 $\frac{1}{2}$	+78	-2 $\frac{1}{2}$	87 $\frac{1}{2}$	+89 $\frac{1}{2}$	+62	30 $\frac{1}{2}$	+79
40	+78	24 $\frac{1}{2}$	+69	-12 $\frac{1}{2}$	78	+88 $\frac{1}{2}$	+52	45	+70
50	+69	35 $\frac{1}{2}$	+63	-24	66	+88	+44	58 $\frac{1}{2}$	+63
60	+61	47	+56 $\frac{1}{2}$	-35	55 $\frac{1}{2}$	+86 $\frac{1}{2}$	+38 $\frac{1}{2}$	71 $\frac{1}{2}$	+58
70	+56	56 $\frac{1}{2}$	+52	-43 $\frac{1}{2}$	46 $\frac{1}{2}$	+85 $\frac{1}{2}$	+37	80 $\frac{1}{2}$	+55
80	+53	64	+48	-51	40	+85	+39 $\frac{1}{2}$	88	+52
90	+51 $\frac{1}{2}$	70 $\frac{1}{2}$	+45	-56	35	+84	-40 $\frac{1}{2}$	85 $\frac{1}{2}$	-50
100	+51	73 $\frac{1}{2}$	+43	-59	32	+84	-43	80 $\frac{1}{2}$	-48 $\frac{1}{2}$

der Verwachsungsfläche betrachtet man denjenigen, welcher am nächsten einer Kurve liegt. Die an der Kurve vermerkten Indizes sind die Indizes der Verwachsungsfläche; ebenso ist dort der Anorthitgehalt abzulesen.

Bei der Analyse mittels der Bildpunkte *Z* ist zu unterscheiden, ob eine Zwillingbildung nach dem Flächennormalgesetz vorliegt oder nicht. Im ersteren Falle, wenn also in der ursprünglichen stereographischen Projektion *Z* und *H* innerhalb der Fehlergrenzen zusammenfielen, steht die Zwillingachse senkrecht zu der zu *H* gehörigen Fläche, und es ist dann mittels eines der Bildpunkte *Z* auf der gleichen Kurve der Tafel 3 wie für *H* der Anorthitgehalt zu bestimmen. Die Verwachsungsebene ist also gleichzeitig Zwillingsebene.

Lagen dagegen in der ursprünglichen stereographischen Projektion *Z* und *H* um 90° auseinander, kommt also eine Zwillingbildung nach dem Kantenparallel- oder Kantennormalgesetz in Frage, so ist mit den vier Bildpunkten *Z* in Tafel 4 einzugehen; auch dort ist mittels desjenigen Bildpunktes *Z*, welcher am nächsten einer der Kurven der Tafel zu liegen kommt, der Anorthitgehalt abzulesen. Die bei der Kurve angegebenen Indizes geben die Indizes der Kante, parallel oder senkrecht zu welcher die Zwillingachse liegt.

Der Anorthitgehalt des Feldspates wird also sowohl mittels *Z* wie mittels *H* bestimmt. Die Bestimmung mittels *H* ist im allgemeinen von höherem Genauigkeitsgrad, weil die Koordinaten *H* n aus

den Messungen der Richtungen II und n abgeleitet sind, also ein Element mehr in ihnen verarbeitet ist als in den Koordinaten Z_n , die nur aus den Messungen der Richtungen n abgeleitet sind. Namentlich in den Fällen, wo die zweite Koordinate α_2 der Verwachsungsfläche gänzlich unabhängig gemessen und nicht nur attestiert wurde, ist der mittels II gefundene Prozentgehalt hinsichtlich seiner Genauigkeit höher zu bewerten als die mittels Z gefundene chemische Zusammensetzung des Feldspates.

Diese elegante Methode ergibt bei Anwendung einiger Sorgfalt gute Resultate. Zwar ist die Voraussetzung, auf der diese Methode basiert, nämlich, daß die Individuen von gleicher chemischer Zusammensetzung sind, in Wirklichkeit oft nicht erfüllt. Die chemische Zusammensetzung ändert sich oft nicht nur innerhalb ein und desselben Individuums von Zone zu Zone, vielmehr bestehen sichere Unterlagen dafür, daß oft auch die einzelnen Individuen eines Zwillinges untereinander eine merklich verschiedene chemische Zusammensetzung besitzen, ohne daß das Eintreten dieses Falles an eine deutlich ausgeprägte Zonarstruktur des Einzelindividuums geknüpft zu sein braucht. In solchen Fällen ist von einer Zwillingbildung in streng kristallographischem Sinne nicht mehr zu reden, vielmehr nur mehr von einem Streben nach Zwillingbildung. In diesem Falle kann man naturgemäß mit dieser Methode, die beide Individuen prinzipiell als gleichartig betrachtet, die genaue chemische Zusammensetzung der Einzelindividuen nicht ermitteln. Es ist im allgemeinen nicht einmal zu erwarten, daß der gefundene Prozentgehalt den Mittelwert der chemischen Zusammensetzung beider Individuen wiedergeben wird. Trotzdem erhält man bei nicht zu stark verschieden chemischer Zusammensetzung der Einzelindividuen mit dieser Methode gut brauchbare Unterlagen. Ein weiterer Vorzug dieser Methode ist, daß sich etwaige Lichtbrechungsunterschiede zwischen Mineral und Segment zumeist gut kompensieren. — In den Fällen, wo die Bildpunkte Z und II auf der Hilfskonstruktion merklich von den in Frage kommenden Kurven abweichen, machen sich entweder größere Messungsfehler geltend, oder die Einflüsse verschiedenartiger chemischer Zusammensetzung der Einzelindividuen, oder aber Auswirkungen von chemischen Beimengungen anderer Art, z. B. von Kalifeldspat (Orthoklasmolekül) oder Nephelinmolekül. Speziell die kalihaltigen Feldspate, die oft im Bereiche der albitreichen Plagioklase anzutreffen sind, dokumentieren sich dadurch, daß die Bildpunkte

Z und II stets deutlich nach einer Seite der Kurven abweichen. Bei hinreichend genauen Messungen bestünde also die Aussicht, nach dieser Methode auch den Kaligehalt der Feldspate bestimmen zu können.

In dem Falle, wo ein Bildpunkt Z auf die Kurve [010] der Tafel 4 fällt, kommen als Zwillingsgesetze neben dem Periklingesetz [010] noch die beiden auf Tafel 4 nicht dargestellten komplexen Gesetze Manebach-Esterel $\frac{\perp [100]}{(001)}$ und X-Karlsbad $\frac{\perp [001]}{(100)}$ in Frage. Die Unterscheidung läßt sich auch mittels des Poles II der Verwachsungsfläche nach Tafel 3 nicht erreichen, da die Flächen (001) und (100) auch beim Periklingesetz als gesetzmäßige Verwachsungsfläche denkbar sind, wenn auch in der Regel als solche der sog. rhombische Schnitt beobachtet wird.

Die Methode läßt sich auch für die Ermittlung der Gesetze mehrfacher Zwillingbildungen anwenden. Man bestimmt die Pole Z und II für je zwei aneinandergrenzende Individuen, also erst für die Individuen 1 und 2, darauf für die Individuen 2 und 3, dann für die Individuen 3 und 4 und so fort. Jeder dieser Pole für ein angrenzendes Individuenpaar wird dann in gleicher Weise, wie beschrieben, behandelt.

Zeichnet man für den als Beispiel behandelten Plagioklas mittels der Koordinaten Zn (S. 77) die vier Bildpunkte Z, so fällt der eine dieser Bildpunkte auf die mit $\frac{\perp [001]}{(010)}$ bezeichnete Kurve der Tafel 4 und zwar bei etwa 37% Anorthitgehalt. Die Übersicht auf S. 81 läßt erkennen, daß eine Zwillingbildung nach dem Kantennormalgesetz Albit-Karlsbad, also eine komplexe Hemitropie vorliegt. Nach der Übersichtstabelle muß Verwachsungsebene (010) sein. Nach Konstruktion der vier Bildpunkte II mit Hilfe der Koordinaten II_n (S. 79) erkennt man, daß tatsächlich einer dieser Bildpunkte in die Nachbarschaft der Kurve (010) auf Tafel 3 fällt, und zwar bei ca. 47% Anorthitgehalt. Der Anorthitgehalt des Plagioklases ergibt sich also nach der vorliegenden Methode zu 37 bzw. 47% (vgl. hierzu die Übersicht S. 131).

c) Das charakteristische Maximum des Auslöschungswinkels in der zu (010) senkrechten Zone der Plagioklase

In allen den Fällen, wo bei der Plagioklasbestimmung sich entweder nach der Methode a) eine Spaltungsebene als (010) ergibt oder nach der Methode b) eine Zwillingsebene oder eine Ver-

wachungsebene als (010) diagnostiziert wird, gibt es ein sehr einfaches Verfahren, mittels dessen die Bestimmung des Anorthitgehaltes kontrolliert bzw. unabhängig von den bisherigen Methoden auf anderem Wege ausgeführt werden kann: Der Auslöschungswinkel in der zu (010) senkrechten Zone zeigt für jeden Plagioklas auf einer der zu dieser Zone gehörigen Flächen ein Maximum. Dieses Maximum liegt bei den verschiedenen Plagioklasen auf verschiedenen Flächen der genannten Zone. Wichtig für die vorliegende Methode ist, daß sich der Betrag dieses maximalen Auslöschungswinkels mit der chemischen Zusammensetzung ändert. Der Auslöschungswinkel wird auf die Spur von (010) bezogen. Gleichgültig, ob diese im Schliiff sichtbar ist oder nicht, verfährt man folgendermaßen:

Der in der stereographischen Projektion entweder aus der Bestimmung der Spaltungsebene oder aus der Bestimmung der Zwillingsselemente als (010) sich ergebende Großkreis wird parallel einem Meridian des Netzes gestellt. Die Koordinaten α_1 und α_2 werden am Index des Pausblattes und längs des Äquators abgelesen und die Meßkreise der Achsen A_1 und A_2 des Universaldrehtisches auf diese Ablesungen eingestellt. Dann steht, wenn A_3 , A_4 , A_5 sich in ihrer Ausgangsstellung befinden, die Bezugsrichtung für den zu messenden Auslöschungswinkel parallel zum vertikalen Okularfaden. Man stellt dann nacheinander A_4 auf verschiedene Werte des zugehörigen Meßkreises ein und bestimmt für jede dieser Einstellungen die Lage der zugehörigen Auslöschungsstellung durch Drehung um A_5 . Die Differenz:

Auslöschungsstellung minus Ausgangsstellung von A_5

ergibt den Auslöschungswinkel in bezug auf die Spur von (010). Schließlich bestimmt man mit Gipsblättchen oder Kompensator, nach Drehung um A_5 in die Diagonalstellung, den relativen Charakter der Schwingungsrichtung, deren Auslöschungswinkel gegen den vertikalen Okularfaden man gemessen hat. Um hierbei einen Irrtum auszuschließen, geht man von der Auslöschungsstellung A_5 im entgegengesetzten Sinne zur Uhrzeigerdrehung in die Diagonalstellung über; dann liegt die zu bestimmende Schwingungsrichtung parallel dem Tubusschlitz; wenn also ihr Charakter (n_α) ist, muß bei Benutzung des Gipsblättchens Addition, bei Benutzung des Kompensators nach M. BEREK Subtraktion der Gangunterschiede vorhanden sein. Ist das Umgekehrte der Fall, so muß man den gemessenen maximalen Auslöschungswinkel von 90° subtrahieren.

Das Maximum des so gefundenen Auslöschungswinkels, der Winkel (n_{α}) zur Spur von (010) charakterisiert nach Diagramm 5 des Anhangs den Anorthitgehalt des Plagioklases.

Das Verfahren ist sowohl im Falle von Einzelkristallen anwendbar, wenn eine sichtbare Spaltfläche als (010) angehörend bestimmt werden konnte, wie auch im Falle von Zwillingkristallen, wenn die Lage von (010) aus der Bestimmung der Zwillingselemente sich ergab. Letzterer Fall tritt immer ein bei den Zwillingbildungen nach dem Albitgesetz, bei dem die Zwillingsebene parallel (010) ist und demgemäß die Zwillingssachse senkrecht zu (010) steht, ferner manchmal bei den Zwillingbildungen nach dem Karlsbader- und dem Esterel-Gesetz, nämlich dann, wenn die Verwachsungsebene sich als (010) ergibt, schließlich immer bei den komplex-hemitropen Zwillingbildungen nach dem Albit-Karlsbader-Gesetz und dem Albit-Esterel-Gesetz, bei welchen ebenfalls (010) Verwachsungsebene ist. Bei den Zwillingbildungen nach dem Albitgesetz ist die Zwillingsebene gleichzeitig Symmetrieebene für den Zwilling. Die Auslöschungsrichtungen liegen in den beiden Individuen also für diesen Fall auf allen Flächen der zu (010) senkrechten Zone symmetrisch zur Spur von (010), insonderheit tritt das Maximum des Auslöschungswinkels bei derselben Stellung des Meßkreises der Drehachse A_4 für beide Individuen ein, vorausgesetzt, daß die chemische Zusammensetzung beider Individuen die gleiche ist. In den anderen in Frage kommenden Zwillingsgesetzen ist (010) nicht Symmetrieebene für den Zwilling. Das Maximum des Auslöschungswinkels tritt daher für diese Fälle in zwei voneinander unterschiedlichen Lagen des zur Drehachse A_4 gehörigen Meßkreises ein.

Diese höchst einfache Methode gestattet jedes Individuum einzeln zu bestimmen und ist überdies eines sehr hohen Genauigkeitsgrades fähig. Denn einmal ist das charakteristische Maximum des Auslöschungswinkels verhältnismäßig flach, d. h. die der ausgezeichneten Fläche benachbarten Flächen haben nur außerordentlich wenig unterschiedliche Auslöschungswinkel; die Auswirkung von Fehlern in der Bestimmung der Koordinaten α_1 , α_2 sowie der ausgezeichneten Neigung um A_4 ist also sehr gering; ferner ist das charakteristische Maximum für die Plagioklase verschiedener chemischer Zusammensetzungen außerordentlich unterschiedlich; bei einer Genauigkeit in der Bestimmung des charakteristischen Maximums von $\pm 0,2^\circ$, die ohne Schwierigkeit erreichbar wäre,

ließe sich der Anorthitgehalt im Mittel auf ca. $\frac{1}{4}\%$ genau ermitteln. Leider liegt die Kurve des Diagramms 5 gegenwärtig noch lange nicht entsprechend genau fest, um schon jetzt so genaue Messungen reell ausnutzen zu lassen. Liegt das charakteristische Maximum zwischen 0 und ca. 18° , so wird die Bestimmung wegen des ohne weiteres nicht unterscheidbaren Vorzeichens zweideutig. Der zutreffende Fall muß dann durch Heranziehung einer der anderen Methoden entschieden werden.

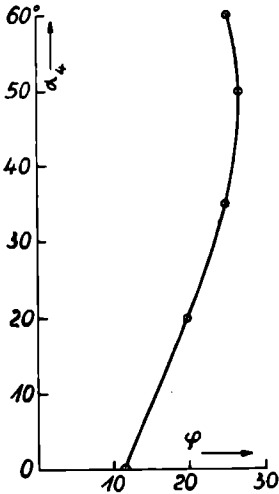


Fig. 35. Bestimmung des maximalen Auslöschungswinkels in der zu (010) senkrechten Zone.

Ordinaten: Einstellungen des Meßkreises A_4 .

Abzissen: Ausgangsstellung von A_5 minus Auslöschungstellung von A_5 .

Individuum 1: $\varphi_{\max} = 26,5^\circ$.

α_4	α_5 (n_α)	Auslöschungswinkel:
		$\varphi = 212,9 - \alpha_5$
60° :	187,7	25,2
50° :	186,4	26,5
35° :	187,8	25,1
20° :	192,5	20,4
0° :	200,9	12,0

Die Neigungen um A_4 nach der anderen Richtung brauchen im vorliegenden Falle nicht berücksichtigt zu werden. Für den maximalen Winkel $26,5^\circ$ (Fig. 35) folgt aus dem Diagramm 5: 48% Anorthitgehalt.

Für das zweite Individuum ergab die Messung des maximalen Auslöschungswinkels $20,2^\circ$, d. h. 40% Anorthitgehalt.

Der als Beispiel behandelte Plagioklas war als eine komplex-hemitrope Zwillingbildung nach dem Albit-Karlsbader-Gesetz erkannt worden. Die Zwillingachse lag in (010) und die Koordinaten dieser Fläche, der Verwachsungsfläche der beiden Individuen, waren $\alpha_1 = 100$; $\alpha_2 = 20$ r (vgl. S. 69). Bei dieser Einstellung ergaben sich für das Individuum 1 unter Benutzung verschiedener Neigungen um A_4 im Mittel aus mehreren Einstellungen für die Auslöschungslage des Meßkreises A_5 :

Der als Beispiel behandelte Plagioklas war als eine komplex-hemitrope Zwillingbildung nach dem Albit-Karlsbader-Gesetz erkannt worden. Die Zwillingachse lag in (010) und die Koordinaten dieser Fläche, der Verwachsungsfläche der beiden Individuen, waren $\alpha_1 = 100$; $\alpha_2 = 20$ r (vgl. S. 69). Bei dieser Einstellung ergaben sich für das Individuum 1 unter Benutzung verschiedener Neigungen um A_4 im Mittel aus mehreren Einstellungen für die Auslöschungslage des Meßkreises A_5 :

3. Methoden, welche keine kristallographischen Bezugsrichtungen verwenden

(Indirekte Methoden)

Die nun folgenden Methoden sind unabhängig von der Erkennbarkeit irgendwelcher kristallographischer Bezugsrichtungen und zugleich unabhängig davon, ob die optischen Achsen der Einstellung am Universaldrehtisch zugänglich sind oder nicht.

a) Methode der charakteristischen Auslöschung

Das Prinzip der Methode der charakteristischen Auslöschung ist folgendes:

Man bestimmt die Lage der Schwingungsrichtungen in einer beliebigen Richtung r , für welche prinzipiell nur die eine Bedingung besteht, daß sie nicht innerhalb einer optischen Symmetrieebene verläuft. Der Auslöschungswinkel φ wird auf diejenige Gerade bezogen, welche die gemeinsame Zonenachse z zu der zu r senkrechten Fläche und zu der zu einer beliebigen Symmetrieachse n_x senkrechten Fläche darstellt. In der stereographischen Projektion wird diese Zonenachse z durch den Pol des durch r und n_x gehenden Großkreises dargestellt (Fig. 36). $\bar{\varphi}$ ist der auf z bezogene Auslöschungswinkel, wenn die Symmetrieachse n_x Beobachtungsrichtung ist, φ der auf z bezogene Auslöschungswinkel, wenn die Richtung r Beobachtungsrichtung ist. $\bar{\varphi}$ und der Bogen (r, n_x) können als Koordinaten der Richtung r aufgefaßt werden. Der Auslöschungswinkel φ bestimmt in Verbindung mit den Koordinaten $\bar{\varphi}$ und (r, n_x) den wahren Winkel der optischen Achsen, sowie auch ferner mittelbar den Charakter der Doppelbrechung.

Die Empfindlichkeit dieser Methode hängt in erster Linie von der Wahl der Koordinaten $\bar{\varphi}$ und (r, n_x) ab, welche die Rolle von Versuchsbedingungen spielen. Je nach dem Charakter der Symmetrieachse n_x und der Lage der optischen Achsen variieren die günstigsten Versuchsbedingungen sehr stark. Unter allen Versuchsbedingungen $\bar{\varphi}$ und (r, n_x) hat das Paar $\bar{\varphi} = 45^\circ$ und $(r, n_x) = 54,7^\circ$ die besondere Eigenschaft, daß es stets eine gleiche mittlere Genauigkeit der Bestimmung liefert. Diese Versuchsbedingungen sind daher als „Normalversuchsbedingungen“ anzusehen. Sie kommen in allen Fällen zuerst zur Anwendung;

den Normalversuchsbedingungen entspricht diejenige Richtung r in der stereographischen Projektion, welche mit dem Schwerpunkt des aus den drei Symmetrieebenen gebildeten sphärischen Dreiecks zusammenfällt.

Das Meßverfahren ist folgendes: Es werden auf dem früher angegebenen Wege zwei optische Symmetrieebenen aufgesucht und

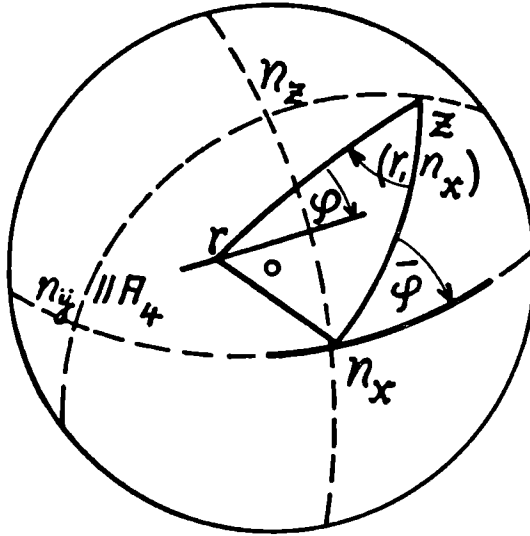


Fig. 36. Prinzip der Methode der charakteristischen Auslöschung.

n_x : Richtung der gefundenen optischen Symmetrieachse.

$\bar{\varphi}$ und (r, n_x) : Versuchsbedingungen und Koordinaten der Versuchsrichtung r .

Normalversuchsbedingungen: $\bar{\varphi} = 45$; $(r, n_x) = 54,7$.

z : Zonenachse zu den auf n_x und r senkrechten Flächen.

φ : Charakteristischer Auslöschungswinkel.

n_y : Optische Symmetrieachse, die bei der Bestimmung des relativen Charakters der Schwingungsrichtungen $\parallel A_4$ liegt.

in die stereographische Projektion eingetragen. Der Charakter der zu diesen Symmetrieebenen senkrechten Symmetrieachsen braucht für die vorliegende Methode nicht bestimmt zu werden. Die durch den Schnittpunkt der Projektion beider gefundenen Symmetrieebenen bestimmte optische Symmetrieachse n_x ist diejenige, welche die geringste Neigung gegen die Schliffformale hat und wird für das Folgende als Ausgangsrichtung benutzt. Man stellt sie in folgender Weise in die Beobachtungsrichtung ein: Man dreht das Pausblatt

so, daß die Symmetrieachse n_x auf den Äquator zu liegen kommt und liest ihre Koordinaten α_1 und α_2 (r und l berücksichtigen) ab. Man stellt die Meßkreise der Achsen A_1 und A_2 auf diese Koordinaten ein. Stehen dann die übrigen Achsen A_3 , A_4 , A_5 in der Ausgangsstellung des Tisches, so befindet sich die Symmetrieachse in der Beobachtungsrichtung.

Man dreht um A_3 (Klemmung lösen!) in beliebigem Sinne bis zur Auslöschung. Diese Auslöschungsstellung wird durch mindestens fünf, besser zehn Bestimmungen, möglichst genau ermittelt. Der Mittelwert sei $\bar{\alpha}_3$. Man bestimmt nun mit Hilfe des Gipsblättchens oder des Kompensators den relativen Charakter derjenigen Schwingungsrichtung, welche bei Einstellung des Meßkreises A_3 auf $\bar{\alpha}_3$ parallel der Drehachse A_4 liegt. Zu diesem Zwecke wird die Richtung dieser Drehachse durch Drehung um A_5 (Klemmung lösen!) in die Diagonalstellung zu den Schwingungsrichtungen der Nicols gebracht. Der gefundene relative Charakter der parallel A_4 liegenden Schwingungsrichtung wird angemerkt.

Man bringt die Drehachse A_5 in ihre Ausgangsstellung zurück (festklemmen!) und stellt die Drehachse A_3 auf den Wert $\bar{\alpha}_3 + 45$ und den Index der Achse A_4 auf 55° oder 305° . Man bevorzugt diejenige dieser beiden letzteren Einstellungen, bei welcher die Schliffformale weniger gegen die Beobachtungsrichtung geneigt ist. Hierauf dreht man um A_5 im entgegengesetzten Sinne zur Drehung des Uhrzeigers bis zur ersten Auslöschung und bestimmt diese Auslöschungslage durch fünf, besser zehn einzelne Bestimmungen möglichst genau. Der Mittelwert sei $\bar{\alpha}_5$. Die Differenz: Ausgangsstellung der Achse A_5 — $\bar{\alpha}_5$ ist der charakteristische Auslöschungswinkel φ . Man benutzt ihn als Eingang in das Diagramm 6 des Anhangs, wo als Ordinaten die Winkel φ von 0 bis 30° ($+ 30^\circ$; $+ 60^\circ$), als Abszissen die wahren Winkel der optischen Achsen $2V$ von 0 bis 90° eingetragen sind. Hat sich φ größer als 30 bzw. 60° ergeben, so geht man mit dem Überschuß über 30 bzw. 60° in das Diagramm ein. Die am Fuß des Diagramms stehende Tafel läßt ferner aus der Größe des gemessenen Winkels φ und dem relativen Charakter der Schwingungsrichtung, welche anfänglich parallel der Drehachse A_4 lag, sowohl den wahren Charakter der Doppelbrechung des Minerals, wie auch den wahren Charakter der einzelnen Symmetrieachsen eindeutig entnehmen. Um die Symmetrieachsen $n_y \parallel A_4$ und $n_z \perp A_4$ in der stereographischen Projektion zu unterscheiden, macht man in derjenigen Lage des Paus-

blattes, in welcher n_x auf dem Äquator liegt, über 90° des Grundkreises eine Hilfsmarke auf dem Pausblatt und stellt dann diese Marke durch Drehen des Pausblattes auf $\bar{\alpha}_3$. Für diejenige Symmetrieachse, welche nun am nächsten dem Äquator liegt, gilt der aus der Tabelle entnommene wahre Charakter n_y , für die andere der Charakter n_z .

Zur besseren Eliminierung einseitiger Fehler kann man die Messungen ein zweites Mal wiederholen, indem man von der um 90° von $\bar{\alpha}_3$ verschiedenen Auslöschungslage ausgeht. Man hat nur zu beachten, daß der relative Charakter der Schwingungsrichtung $\parallel A_4$ jetzt sich entgegengesetzt der ersten Meßreihe ergibt und man daher auch mit dem zur ersten Meßreihe entgegengesetzten relativen Charakter in die Fußtabelle des Diagramms eingehen muß.

Um eventuell eine Neuzeichnung des Diagramms mit größerer Ablesegenauigkeit zu ermöglichen, seien hier die Elemente zum Entwurf mitgeteilt:

2V:	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
φ :	0	0,2	0,8	1,7	3,1	4,8	7,0	9,4	12,2	15,0

Der Fehler dieser Elemente ist geringer als $\pm 0,05^\circ$.

Diese Methode hat den Vorzug großer Einfachheit und führt rasch zum Ziele. Bei einigermaßen sorgfältiger Bestimmung der Auslöschungslagen liegt die Hauptfehlerquelle der ganzen Methode in etwaigen Fehlern in der Lagenbestimmung der optischen Symmetrieachsen n_x , weil auf sie die Koordinaten $\bar{\varphi}$ und (r, n_x) bezogen werden. Auch dürfen nicht zu große Lichtbrechungsunterschiede zwischen Mineral und Segment vorhanden sein (vergl. hierzu S. 97). Bei stark inhomogenen Kristallen oder solchen mit starker Zonarstruktur ist die Methode weniger brauchbar.

In dem als Beispiel benutzten Plagioklas sind für das Individuum 1 die Koordinaten der Symmetrieachse, welche durch die gefundenen Symmetrieebenen gebildet wird, $\alpha_1 = 172^\circ$, $\alpha_2 = 42^\circ$ r. Die Auslöschungsstellung $\bar{\alpha}_3$ ist $91,1^\circ$; der relative Charakter der $\parallel A_4$ liegenden Schwingungsrichtung ist (n_α) . A_3 wird auf $91,1 + 45 = 136,1^\circ$ eingestellt, A_4 auf 55° ; die erste Auslöschungsstellung bei Drehung um die Achse A_5 entgegen dem Sinne der Uhrzeigerdrehung ist $141,4^\circ$, die Ausgangsstellung dieser Achse $212,9^\circ$, also ist der charakteristische Auslöschungswinkel $\varphi = 71,5^\circ$. Geht man mit $71,5^\circ - 60^\circ = 11,5^\circ$ in das Diagramm 6 des An-

hangs ein, so findet man $2V = 78^\circ$. In die Tabelle am Fuß des Diagramms geht man mit $\varphi = 71,5^\circ$ und (n_α) ein und findet:

Charakter der Doppelbrechung: +

$$n_x = n_\alpha; n_y \parallel A_4 = n_\beta; n_z \perp A_4 = n_\gamma$$

Zu $2V = 78^\circ$ und positivem Charakter der Doppelbrechung gehört nach Diagramm 2 des Anhangs 48% Anorthitgehalt. — Entsprechend finden wir für das Individuum 2 des Plagioklasses als Koordinaten der Symmetrieachse $\alpha_1 = 17$, $\alpha_2 = 18\frac{1}{2}$ links, Auslöschungsstellung $\bar{\alpha}_3 = 88,3$, relativer Charakter parallel A_4 (n_α); Einstellung der Achse A_3 auf $88,3 + 45 = 133,3$, Auslöschungsstellung A_5 nach Drehung von A_4 um 55° : $\bar{\alpha}_5 = 167,1$, charakteristischer Auslöschungswinkel $\varphi = 45,8$, Eingang in das Diagramm mit 15,8; $2V = 87^\circ$. Die Tabelle am Fuße des Diagramms ergibt für die Eingänge $\varphi = 45,8^\circ$ und (n_α) :

Charakter der Doppelbrechung: +

$$n_x = n_\beta; n_y \parallel A_4 = n_\alpha; n_z \perp A_4 = n_\gamma$$

Aus dem Diagramm 2 ergibt sich zu $2V = 87^\circ$ und positivem Charakter der Doppelbrechung ein Anorthitgehalt von 40%.

Ist die Bestimmung mit den Normalversuchsbedingungen durchgeführt, so kann man stets solche Versuchsbedingungen angeben, welche zu einer empfindlicheren Bestimmung als mit den Normalversuchsbedingungen erreichbar, führen. Diese empfindlicheren Versuchsbedingungen erfordern zum Teil sehr starke Neigungen um die Achse A_4 , können daher nicht immer verwirklicht werden. In der folgenden Tabelle wird eine Zusammenstellung solcher empfindlichen Versuchsbedingungen gegeben, welche gewöhnlich noch realisierbar sind:

φ	$\bar{\varphi}$	(r, n_x)	φ	$\bar{\varphi}$	(r, n_x)
0—2	100	10	88—90	10	10
1—6	100	20	84—89	10	20
5—15	100	35	75—85	10	35
10—23	100	50	67—80	10	50
20—28	100	65	62—70	10	65
27—33	105	65	57—63	15	65
32—37	115	65	53—58	25	65
35—45	130	65	45—55	40	65

Der Gebrauch der Tabelle ist folgender:

Man geht mit dem mittels der Normalversuchsbedingungen ermittelten charakteristischen Auslöschungswinkel φ in die Tabelle ein und findet dort zwei neue Versuchsbedingungen $\bar{\varphi}$ und (r, n_x) . Man stellt A_3 auf $\bar{\alpha}_3 + \bar{\varphi}$ und A_4 auf (r, n_x) oder $360 - (r, n_x)$ ein. Dann dreht man um A_5 wieder im entgegengesetzten Sinne zur Drehung des Uhrzeigers bis zur ersten Auslöschung. Der charakteristische Auslöschungswinkel ist dann wieder: $\varphi = \text{Ausgangsstellung von } A_5 - \alpha_5$. Mit dem so gefundenen Auslöschungswinkel geht man in die zu den einzelnen Versuchsbedingungen gehörigen Spezialdiagramme ein und kann dort 2V ablesen. Diese Spezialdiagramme selbst sind hier nicht reproduziert, sondern es seien nur die Daten zu ihrer Konstruktion mitgeteilt:

	$\bar{\varphi} = 100^\circ \text{ oder } 10^\circ; (r, n_x) = 10^\circ$							
2V:	30	25	20	15	10	0	10	20
φ :	17,2	24,3	50,0	79,0	86,8	90,0	92,0	95,0
	$\bar{\varphi} = 100^\circ \text{ oder } 10^\circ; (r, n_x) = 20^\circ$							
2V:	60	50	40	30	20			
φ :	17,0	21,0	50,0	79,1	86,9			
	$\bar{\varphi} = 100^\circ \text{ oder } 10^\circ; (r, n_x) = 35^\circ$							
2V:	90	80	70	60	50			
φ :	21,9	30,7	50,1	71,3	81,3			
	$\bar{\varphi} = 100^\circ \text{ oder } 10^\circ; (r, n_x) = 50^\circ$							
2V:	60	70	80	90	80	70		
φ :	25,8	34,7	50,5	67,3	77,3	82,6		
	$\bar{\varphi} = 100^\circ \text{ oder } 10^\circ; (r, n_x) = 65^\circ$							
2V:	30	40	50	60	70			
φ :	28,9	38,4	51,9	66,1	75,5			
	$\bar{\varphi} = 105^\circ \text{ oder } 15^\circ; (r, n_x) = 65^\circ$							
2V:	40	30	20	10	0	10	20	30
φ :	23,6	26,9	29,8	31,7	32,4	33,1	35,3	39,6
	$\bar{\varphi} = 115^\circ \text{ oder } 25^\circ; (r, n_x) = 65^\circ$							
2V:	60	50	40	30				
φ :	30,9	35,2	39,4	43,0				
	$\bar{\varphi} = 130^\circ \text{ oder } 40^\circ; (r, n_x) = 65^\circ$							
2V:	70	80	90	80	70	60	50	
φ :	29,9	33,7	38,1	42,9	47,6	52,0	55,6	

Damit die Ermittlung im Spezialdiagramm auch reell eine höhere Genauigkeit aufweist, ist erforderlich, daß der Gangunterschied für die Richtung r nach den Versuchsbedingungen der Spezialdiagramme einen nicht ungünstigeren Wert hat als für die Richtung r der Normalversuchsbedingung; denn die Bestimmung der Auslöschungslage hängt bekanntlich hinsichtlich ihrer Empfindlichkeit von der Größe des Gangunterschiedes sehr ab. Sie ist kaum möglich, wenn der Gangunterschied annähernd ein ganzes Vielfaches der Lichtwellenlänge ist, erreicht dagegen ihren höchsten Genauigkeitsgrad, wenn der Gangunterschied gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Lichtwellenlänge ist. An dünnen Schliften können bei schwächerer Doppelbrechung des Minerals ungünstige Fälle häufig eintreten. Liegt $2V$ sehr nahe bei 90° oder 0° , so muß man beachten, ob im Normaldiagramm und Spezialdiagramm die gemessenen Winkel φ im gleichen Sinne von dem zu $2V = 90$ bzw. 0 gehörigen φ abweichen oder nicht. In letzterem Falle ergibt sich für die Messung aus dem Spezialdiagramm entweder ein anderer Charakter der Doppelbrechung oder ein anderer Charakter für die Symmetrieachsen.

In den Fällen, wo die Lichtbrechungsunterschiede zwischen Segment und Mineral sehr groß sind, kann man die hieraus resultierenden Fehler auf folgende Weise vermeiden:

In die stereographische Projektion werden, wie früher angegeben und erläutert, die Koordinaten α_2 der gefundenen Symmetrieebenen, auf die für das Mineral angenommene Lichtbrechung reduziert, eingezeichnet. Von den aus dieser stereographischen Projektion abgelesenen Koordinaten α_1 und α_2 derjenigen Symmetrieachse n_x , welche den Schnittpunkt der gefundenen Symmetrieebenen darstellt, wird α_2 auf die Lichtbrechung des Segmentes umkorrigiert, indem man in der Formel S. 57 jetzt umgekehrt α_{2M} als gegeben ansieht und α_{2S} berechnet. Stelle die Meßkreise A_1 und A_2 des Universaldrehtisches auf diese Koordinaten α_1 und α_{2S} für n_x ein. Drehe um A_3 in die Auslöschungsstellung $\bar{\alpha}_3$. Notiere den relativen Charakter der jetzt $\parallel A_4$ liegenden Schwingungsrichtung. Zeichne in der stereographischen Projektion zu n_x als Pol den Meridiankreis (also die dritte Symmetrieebene) und trage auf diesem, wenn die Koordinate α_2 von n_x „rechts“ ist, den Nordpol als 90 oder 270 zählend, nach unten $\bar{\alpha}_3$ ein, dagegen wenn die Koordinate α_2 von n_x „links“ ist (Fig. 37a), den Südpol als 90 oder 270 zählend, $\bar{\alpha}_3$ längs des Meridians nach oben hin ein. Der gefundene Punkt stellt die Lage

einer Symmetrieachse dar, nämlich der, welche auch in Fig. 36 mit n_z bezeichnet ist. Von diesem Punkt n_z aus zähle auf demselben zu n_x gehörigen Meridiankreis nach links und rechts 45° ab, oder, wenn einer dieser Punkte aus dem Netz herausfallen sollte, nach der anderen Richtung 135° . Durch jeden der beiden so gefundenen Punkte und durch n_x lege den zugehörigen Meridiankreis. In dem einen, am besten in dem weniger gegen das Projektionszentrum geneigten dieser Meridiankreise, zähle von n_x aus 55° ab. Der so gefundene Punkt ist r. Der auf dem Meridian liegende Hilfs-

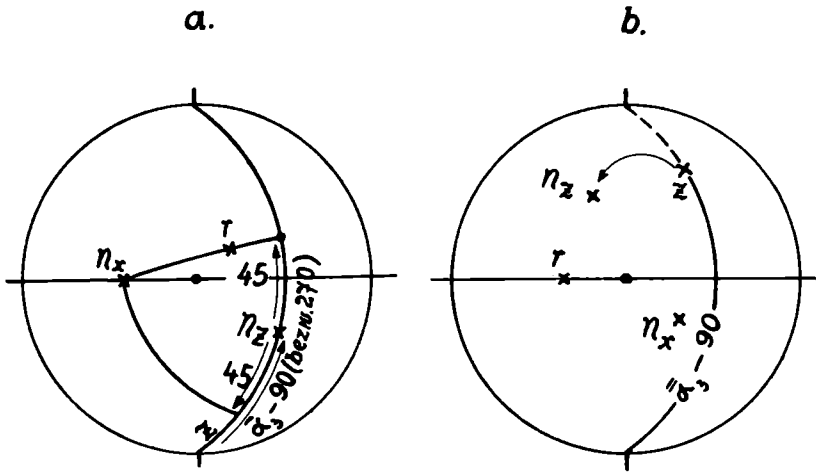


Fig. 37. Berücksichtigung der Lichtbrechungsunterschiede.

- a) Konstruktion der Richtungen n_z , r und z.
 b) Ermittlung der Einstellung $\bar{\alpha}_3$ und des Drehungssinnes $z \rightarrow n_z$ um A_5 .

punkt ist z. Lege r auf den Äquator (Fig. 37b) und lies seine Koordinaten α_1 und α_2 ab. Korrigiere α_2 auf die Lichtbrechung im Segment und stelle die Meßkreise der Drehachsen A_1 und A_2 auf α_1 und α_2 s ein. Zähle auf dem zu r als Pol gehörigen Großkreise, vom Nullpunkt des Grundkreises beginnend, die Bogenlänge bis z ab und stelle den Meßkreis der Drehachse A_3 auf den daraus folgenden Wert $\bar{\alpha}_3$. Der Meßkreis von A_4 steht auf 0, der von A_5 in der Ausgangsstellung. Drehe um A_5 im Drehungssinne $z \rightarrow n_z$ (aus der Projektion zu entnehmen) bis zur ersten Auslöschung. Der Drehungswinkel ist dann wieder der charakteristische Auslöschungswinkel. Sollte dabei gegebenenfalls der Nonius von

A_5 nicht ablesbar werden, so ändert man die Einstellung von A_5 um einen beliebigen Betrag $+\varepsilon$, und entsprechend die Ausgangsstellung von A_5 um den Betrag $-\varepsilon$.

Da die einzelnen erforderlichen Ablesungen in der stereographischen Projektion höchstens bis auf $1/4^\circ$ genau gemacht werden können, hat Berücksichtigung der Lichtbrechungsunterschiede nach diesem sonst strengen Verfahren nur einen Sinn bei sehr großen Lichtbrechungsunterschieden zwischen Mineral und Segment.

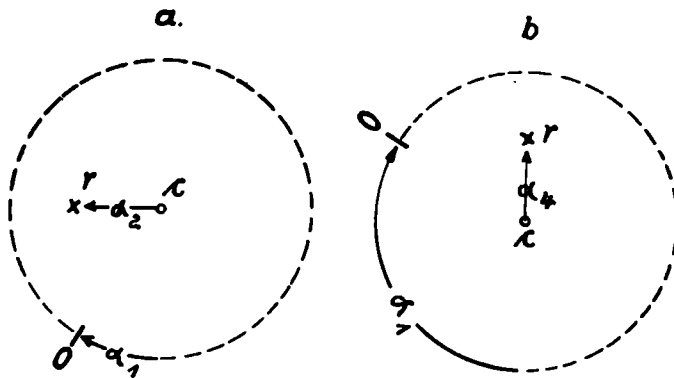


Fig. 38. Einstellung einer vorgegebenen Richtung in die Beobachtungsrichtung.

a) $A_1 : \alpha_1 ; A_2 : \alpha_2$

b) $A_1 : \alpha_1$ oder $A_3 : 90 + \alpha_1 ; A_4 : 360 - \alpha_4$

b) Methoden, welche auf der Messung von Gangunterschieden beruhen

Messung eines Gangunterschiedes in einer vorgegebenen Richtung

Gegeben sei in der stereographischen Projektion die Richtung r , und in dieser Richtung soll der Gangunterschied gemessen werden. Man dreht das Pausblatt in beliebigem Sinne, bis r auf den Äquator fällt (Fig. 38a) und liest die Koordinaten von r , nämlich α_1 mittels des Index über dem Grundkreis und α_2 längs des Äquators vom Zentrum der Projektion aus ab (r und l beachten!). Man stellt die Meßkreise der Drehachsen A_1 und A_2 auf α_1 bzw. α_2 . Dann steht die vorgegebene Richtung r in der Beobachtungsrichtung c .

Zur Einstellung der vorgegebenen Richtung in die Beobachtungsrichtung kann man auch die Drehachsen A_1 und A_4 oder A_3 und A_4 benutzen. Man dreht das Pausblatt in beliebigem Sinne so, daß die vorgegebene Richtung r auf die Verbindungslinie 0—180 (Nord- und Südlinie) der Grundkreisteilung des Netzes zu liegen kommt (Fig. 38b). Man stellt dann A_1 auf den nun abgelesenen Wert, oder A_3 auf $90 + \alpha_1$ und A_4 auf den am Meridian Nord-Süd vom Zentrum aus abgelesenen Wert α_4 , wenn r südlich des Zentrums liegt, dagegen auf $360 - \alpha_4$, wenn r nördlich des Zentrums liegt.

Wird die Lichtbrechung im Mineral und Segment als verschieden angenommen, so stellt der aus der stereographischen Projektion abgelesene Wert α_2 (bezw. α_4) nach früherem (s. S. 57) immer die auf die Lichtbrechung des Minerals bezogene Koordinate dar und muß auf die Lichtbrechung des Segments umgerechnet werden; die Einstellung der Achse A_2 (bezw. A_4) hat dann statt auf den abgelesenen Wert α_{2M} (bezw. α_{4M}) auf den umgerechneten Wert α_{2S} (bezw. α_{4S}) zu erfolgen.

Man bringt nun durch Betätigung der Drehachse A_5 den Schliff in die Diagonalstellung und mißt in der früher ausführlich angegebenen Weise den Gangunterschied (vgl. S. 40 u. flgde).

Auf diese Weise in verschiedenen Richtungen gemessene Gangunterschiede sind zunächst nicht miteinander vergleichbar; denn jedem von ihnen entspricht zufolge der verschiedenen Neigungen um die Drehachse A_2 (bezw. A_4) eine andere wirksame Schichtdicke des Dünnschliffes. Alle Gangunterschiede müssen also für die Zwecke weiterer Verwendung auf die gleiche Schichtdicke reduziert werden. Am natürlichsten ist es, sie auf die Schliffdicke in Richtung der Schliffnormale zu beziehen. Dies geschieht mit Hilfe der Koordinate α_2 bzw. α_4 , denn diese ist ja die Neigung von r gegen das Zentrum c der Projektion, und dieses seinerseits gibt in der Ausgangsstellung des Universaldrehtisches zugleich die Richtung der Schliffnormale an. Für die Reduktion des Gangunterschiedes kommt immer nur der aus der stereographischen Projektion abgelesene Wert α_2 bzw. α_4 , nicht der auf die Lichtbrechung des Segments umgerechnete, nur für die effektive Einstellung von A_2 maßgebliche Wert α_{2S} bzw. α_{4S} in Frage.

Der auf die Dicke in Richtung der Schliffnormale reduzierte Gangunterschied ist

$$I_r \cos (r, c)$$

wobei I_r der gemessene Gangunterschied in Richtung r und (r, c) stets gleich α_{2M} bzw. α_{4M} ist. Sofern man den Gangunterschied logarithmisch mittels der logarithmischen Kompensatortabelle berechnet, führt man gleich von vorn herein die Reduktion zusammen mit der Berechnung des Gangunterschiedes aus, indem man $\log C_\lambda$, $\log f(i)$ und $\log \cos(r, c)$ addiert und dann erst den Numerus aufsucht. Eine Tabelle der Logarithmen der \cos -Funktion ist im Anhang beigegeben. Bei Berechnung der Gangunterschiede mittels eines Rechenschiebers benutzt man diejenige Tafel des Anhanges, welche direkt die \cos -Funktionen enthält.

Ob man der Berechnung der Gangunterschiede die Kompensatorkonstante für weißes Licht oder für das Licht der D-Linie zugrunde legt, ist selbst bei Benutzung eines beliebig abweichenden Lichtfilters für die folgenden Methoden belanglos. Denn in diese geht nur das Verhältnis zweier Gangunterschiede als charakteristisches Element ein. Aus diesem Grunde spielen auch für die nachfolgenden Methoden etwaige Fehler in der Bestimmung der Kompensatorkonstanten gar keine Rolle, und es ist prinzipiell ganz einwandfrei, wenn man in den nachstehenden Methoden überall an Stelle der Gangunterschiede I_r einfach nur die Funktion $f(i)$ selbst einsetzt. Nur der größeren Anschaulichkeit zuliebe sei in der Darstellung auch weiterhin mit Gangunterschieden operiert.

a) Direkte Anwendung der MALLARDSchen Formeln

Vorausgesetzt sei, daß nach dem grundlegenden Verfahren (S. 50) zwei optische Symmetrieebenen ermittelt seien. Ergibt dann die stereographische Projektion, daß zwei optische Symmetrieachsen der Einstellung in die Beobachtungsrichtung zugänglich sind, so sind die MALLARDSchen Formeln anwendbar. Denn da in

$$1. \quad \sin V = \sqrt{\frac{n_\beta - n_\alpha}{n_\gamma - n_\alpha}}$$

nur das Verhältnis zweier Doppelbrechungen eingeht, braucht man die wahren Werte der Hauptdoppelbrechungen, die sich aus den Gangunterschieden und der wirklichen Schlifffdicke ergeben würden, nicht zu kennen, sondern es genügt, mit den auf gleiche Schlifffdicke reduzierten Gangunterschieden zu operieren. Man kann also an Stelle der obigen MALLARDSchen Formel schreiben:

$$2. \quad \sin V = \sqrt{\frac{I_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c)}{I_{n_\beta} \cos(n_\beta, c)}}$$

worin Γ_{n_γ} bzw. Γ_{n_β} die gemessenen Gangunterschiede in Richtung der optischen Symmetrieachsen n_γ bzw. n_β und $\cos(n_\gamma, c)$ und $\cos(n_\beta, c)$ die Reduktionsfaktoren für die Umrechnung der gemessenen Gangunterschiede auf die Dicke in Richtung der Schlifffnormale c bedeuten. Es ist belanglos, ob n_γ und n_β selbst oder n_γ und n_α oder n_β und n_α in die Beobachtungsrichtung einstellbar sind; denn die drei reduzierten Hauptgangunterschiede sind durch folgende Beziehung miteinander verknüpft:

$$3. \quad \Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c) = \Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) - \Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c)$$

mit deren Hilfe man jederzeit aus den Messungen in Richtung zweier beliebiger optischer Symmetrieachsen den in die modifizierte MALLARDSche Formel 2 eingehenden Quotienten berechnen kann. Die Bestimmung des reduzierten Gangunterschiedes in Richtung einer optischen Symmetrieachse erfolgt im übrigen genau in der im vorigen Abschnitt ausgeführten Weise.

Da die Gangunterschiede mit Hilfe des Kompensators nach M. BEREK sehr genau meßbar sind, erhält man mit dieser Methode, wenn sie überhaupt anwendbar ist, sehr genaue Werte. Denn die Doppelbrechungen in Richtung der optischen Symmetrieachsen sind verhältnismäßig flach ausgebildete Maxima bzw. Minima, so daß selbst größere Fehler in der Bestimmung der Lage der Symmetrieachsen von verhältnismäßig geringem Einfluß werden.

Bei dem Individuum 1 des als Beispiel benutzten Plagioklases sind (Fig. 27) zwei optische Symmetrieachsen, nämlich n_α und n_β der Einstellung am Universaldrehtisch zugänglich. Die Koordinaten für diese Symmetrieachsen sind

$$n_\alpha: \quad \alpha_1 = 172^\circ, \quad \alpha_2 = 42 \text{ r}$$

$$n_\beta: \quad \alpha_1 = 355^\circ, \quad \alpha_2 = 48 \text{ r}$$

Es ergeben sich für die Gangunterschiede in diesen beiden Richtungen als Mittel aus fünf Messungen:

$$\Gamma_{n_\alpha} = 127,1 \mu\mu; \quad \Gamma_{n_\beta} = 238,5 \mu\mu$$

und mit Hilfe der Koordinaten α_2 auf die Schlifffdicke in Richtung der Schlifffnormale reduziert:

$$\Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c) = 94,6 \mu\mu$$

$$\Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) = 159,5 \mu\mu$$

$$\text{Folglich: } \Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c) = 64,9 \mu\mu$$

$$\text{also } \sin V = \sqrt{\frac{64,9}{159,5}}; \quad V = 39,7^\circ$$

Der Charakter der Doppelbrechung ist mithin positiv; $2V = 79,4^\circ$. Dem entspricht nach Diagramm 2 des Anhangs ein Anorthitgehalt von 47%.

Auf das Individuum 2 ist diese Methode nicht anwendbar, da dort nur eine optische Symmetrieachse der Einstellung in die Beobachtungsrichtung zugänglich ist.

β) Das NIKITINSche Verfahren (in erweiterter Form)

Messung des Gangunterschiedes in einer Hilfsrichtung

Für die zahlreichen Fälle, in denen nur eine optische Symmetrieachse der Einstellung in die Beobachtungsrichtung zugänglich ist, hat W. NIKITIN eine Methode angegeben, die sich zuletzt auch wieder auf die Anwendung der MALLARDSchen Formeln gründet. A. BOLDIREW hat diese Methode später auf der Grundlage der strengen Beziehungen ausgebaut. Indes wird die Methode hierdurch nur komplizierter, ohne praktisch Vorteile zu bieten.

Wir geben im folgenden im Prinzip zwar das NIKITINSche Verfahren wieder, folgen aber in der Darstellung im wesentlichen eigenen Untersuchungen.

Bedeutet SE in Fig. 39 eine optische Symmetrieebene und in dieser n_x eine optische Symmetrieachse und r eine beliebige Richtung, deren Neigung gegen n_x durch den Winkel (n_x, r) gemessen wird, so kann man aus den in Richtung n_x und r gemessenen

Gangunterschieden den Gangunterschied in der zur Symmetrieebene SE senkrechten Symmetrieachse n_y berechnen. Damit kennt man dann wieder die Gangunterschiede in Richtung zweier optischer Symmetrieachsen und kann der Berechnung von $2V$ die Ausführungen des vorigen Abschnittes über die Anwendung der MALLARDSchen Formeln zugrunde legen.

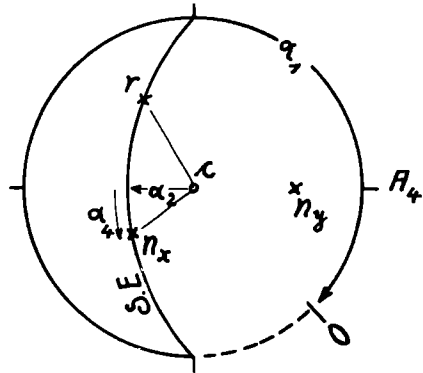


Fig. 39. Bestimmung des Gangunterschiedes in Richtung n_y aus denen in Richtung n_x und r .

r liegt beliebig in einer durch die Symmetrieachse n_x gehenden Symmetrieebene.

(n_x, r) : Versuchsbedingung.

(n_x, c) und (r, c) : Reduktionswinkel.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$: Einstellungen für die Meßkreise A_1, A_2, A_4 .

Die Beziehung, welche die gemessenen Gangunterschiede Γ_{n_x} und Γ_r in Richtung n_x und r mit dem Gangunterschied Γ_{n_y} in Richtung n_y verknüpft, lautet allgemein:

$$\Gamma_{n_y} \cos(n_y, c) = \frac{|\Gamma_{n_x} \cos(n_x, c) \mp \Gamma_r \cos(r, c)|}{\sin^2(n_x, r)}$$

Hierin werden Γ_{n_x} und Γ_r mit dem Kompensator gemessen, (n_x, c) und (r, c) aus der stereographischen Projektion entnommen und (n_x, r) ist die beliebig gewählte Koordinate der Versuchsrichtung r in bezug auf die zugängliche Symmetrieachse n_x . Liegt zwischen den Richtungen n_x und r eine optische Achse, so gilt im Zähler der rechten Formelseite das untere Vorzeichen. Für die praktische Anwendung dieser Formel ergeben sich sechs mögliche Fälle:

Die zugängliche Symmetrieachse ist	Die Symmetrieachse, welche auf der r enthaltenden Symmetrieebene senkrecht steht, ist	Beziehung für die Gangunterschiede
n_α	n_β	$\Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) = \frac{\Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c) \mp \Gamma_r \cos(r, c)}{\sin^2(n_\alpha, r)}$
n_α	n_γ	$\Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c) = \frac{\Gamma_r \cos(r, c) - \Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c)}{\sin^2(n_\alpha, r)}$
n_β	n_α	$\Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c) = \frac{\Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) - \Gamma_r \cos(r, c)}{\sin^2(n_\beta, r)}$
n_β	n_γ	$\Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c) = \frac{\Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) - \Gamma_r \cos(r, c)}{\sin^2(n_\beta, r)}$
n_γ	n_α	$\Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c) = \frac{\Gamma_r \cos(r, c) - \Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c)}{\sin^2(n_\gamma, r)}$
n_γ	n_β	$\Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) = \frac{\Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c) \mp \Gamma_r \cos(r, c)}{\sin^2(n_\gamma, r)}$

In den beiden Fällen, wo die Symmetrieachse, die auf der r enthaltenden Symmetrieebene senkrecht steht, den Charakter n_β hat, ist das Vorzeichen im Zähler der rechten Formelseite zu beachten. Es gilt das obere Vorzeichen, wenn zwischen der zugänglichen Symmetrieachse und r keine optische Achse liegt, dagegen stets das untere Vorzeichen, wenn zwischen beiden genannten Richtungen eine optische Achse liegt.

Das Meßverfahren gestaltet sich zweckmäßig folgendermaßen:

Nach dem grundlegenden Verfahren S. 50 seien zwei Symmetrieebenen ermittelt und der Charakter der drei Symmetrieachsen bestimmt. Man stellt dann mittels der Koordinaten α_1, α_2 eine der beiden gefundenen Symmetrieebenen senkrecht zur Drehachse A_4 . Man stellt auch das Pausblatt auf diese beiden Koordinaten ein, so daß also die Symmetrieebene auf einen Meridiankreis des Netzes zu liegen kommt (Fig. 39). Man zählt vom Äquator aus längs dieses Meridians die Bogenlänge α_4 bis zur Symmetrieachse, welche durch den Schnittpunkt beider Symmetrieebenen dargestellt wird, ab. Liegt n_x vom Äquator aus auf derjenigen Seite, welche der Grundbezeichnung 0 des Grundkreises zugewandt ist, so stellt man den Meßkreis der Achse A_4 auf α_4 ; liegt dagegen n_x auf der der Gradbezeichnung 180 zugewandten Seite des Grundkreises, so stellt man den Meßkreis der Achse A_4 auf $360 - \alpha_4$. Es steht dann in jedem Falle die optische Symmetrieachse in der Beobachtungsrichtung; es wird nun, nachdem durch Drehen um A_5 der Schliff in seine Diagonalstellung gebracht wurde, mit Hilfe des Kompensators der Gangunterschied gemessen. Hierauf dreht man A_4 aus seiner jetzigen Stellung um einen beliebigen Winkel im beliebigen Sinne in die neue Versuchsrichtung r . Ist die zur eingestellten Symmetrieebene senkrechte Symmetrieachse n_β , so muß gleichzeitig beobachtet werden, ob beim Übergang zu der neuen Versuchsrichtung r eine optische Achse durch die Beobachtungsrichtung wandert. Steht der Kompensator in seiner Nullage und steht die Kristallplatte in der Diagonalstellung, so ist der Eintritt einer optischen Achse in die Beobachtungsrichtung an der Verdunkelung des Kristallschliffes kenntlich. Man wählt im Interesse bequemerer Messungen die Versuchsrichtung r nicht in unmittelbarer Nähe einer Achse. Der Gangunterschied in Richtung r wird ebenfalls gemessen und der Versuchswinkel (n_x, r) , um den A_4 gedreht wurde, angemerkt. Sein \sin geht in den Nenner der Formeln ein. Die zur Reduktion der gemessenen Gangunterschiede erforderlichen Winkel (n_x, c) und (r, c) findet man aus der stereographischen Projektion. Man zeichnet mit Hilfe der Ablesung am Index des Meßkreises A_4 die Beobachtungsrichtung r in die stereographische Projektion ein und dreht dann das Pausblatt, bis r auf den Äquator fällt, längs dessen man den Winkel (r, c) abliest. Ebenso findet man den Winkel (n_x, c) . Aus der Tabelle ergibt sich die anzuwendende Formel für die

Berechnung des reduzierten Gangunterschiedes in Richtung n_y . Die weitere Berechnung von $2V$ gestaltet sich dann wie im vorigen Abschnitt.

Man kann bei der Handhabung der Methode auch so verfahren, daß man zunächst in der stereographischen Projektion einen beliebigen Winkel (n_x , r) von der zugänglichen Symmetrieachse n_x aus in einer der gefundenen Symmetrieebenen abträgt, und dann nacheinander die Symmetrieachse und die Richtung r , beidemal nur unter Zuhilfenahme der Drehachsen A_1 und A_2 in die Beobachtungsrichtung einstellt, wie dies im ersten Abschnitt dieses Kapitels angegeben wurde. Der Meßkreis der Achse A_4 bleibt dann während der ganzen Messung auf Null stehen. Dieses Verfahren ist zwar noch übersichtlicher, aber es ist hier in der nunmehr erforderlichen Ablesung der Koordinate α_2 für die Richtung r aus der Projektion eine neue Fehlerquelle vorhanden. Dieses zweite Einstellungsverfahren muß indes immer angewandt werden, wenn der Lichtbrechungsunterschied zwischen Mineral und Segment berücksichtigt werden soll.

Die Genauigkeit der in diesem Abschnitt behandelten Methode ist immer geringer als die Genauigkeit, die in dem Falle erreichbar ist, wenn zwei Symmetrieachsen der Einstellung zugänglich sind und die MALLARDSchen Formeln direkt anwendbar werden, denn in der Nachbarschaft der optischen Symmetrieachsen selbst ist die Änderung der Doppelbrechung mit Variationen der Richtung nur gering; demgemäß bleiben die Fehler, die bei der Methode der direkten Anwendung der MALLARDSchen Methode aus ungenauer Bestimmung der Lage der optischen Symmetrieachsen entstehen können, klein. Anders bei der vorliegenden Methode: Die Doppelbrechung in größerer Entfernung von den optischen Symmetrieachsen ändert sich viel stärker mit der Lage der Versuchsrichtung. Sind also die beiden Symmetrieebenen nur wenig genau ermittelt, also auch die Lage der zugänglichen Symmetrieachse mit größerer Unsicherheit behaftet, so gilt das gleiche für die Größe des Versuchswinkels (n_x , r) und die eingestellte Richtung r entspricht nicht der den Rechnungen zugrunde gelegten. Des weiteren geht in alle Formeln der Tabelle S. 104 im Nenner das Quadrat eines Sinus ein, und es ist ersichtlich, daß in demselben Maße, wie \sin^2 kleiner als 1 ist, alle Messungsfehler, mit denen die Daten des Zählers behaftet sind, vergrößert werden. Es ist also, um das Ausmaß der Fehler möglichst klein zu halten, erforderlich, die Versuchs-

bedingung (n_x, r) möglichst groß zu wählen. Das ist immer gut möglich, wenn die zugängliche Symmetrieachse eine größere Neigung gegen die Schlifffnormale hat. Liegt dagegen die zugängliche Symmetrieachse in Nachbarschaft der Schlifffnormale, so werden zumeist größere Versuchsbedingungen als $(n_x, r) = 45^\circ$ kaum anwendbar sein. Man führt dann zweckmäßiger zur besseren Eliminierung der Fehler, die aus der Einführung so kleiner Versuchsbedingungen entstehen können, zwei Messungen mit gleichen Versuchsbedingungen (n_x, r), aber umgekehrtem Vorzeichen durch. Die Versuchsbedingung (n_x, r) soll stets so groß wie möglich und namentlich im Falle schwächerer Doppelbrechung (Feldspäte) nie kleiner als 45° gewählt werden; sie soll aber auch nicht so groß gewählt werden, daß die Neigung der Versuchsrichtung r gegen die Schlifffnormale, d. h. der Winkel (r, c) den Wert 50° merklich übersteigt, da sonst Unregelmäßigkeiten der Schliffoberfläche die Genauigkeit der Messungen leicht beeinträchtigen können. Bei Beachtung dieser Gesichtspunkte sind mit der Methode gute Resultate zu erhalten. Die Ausführung der Rechnungen erfolgt am einfachsten mittels eines Rechenstabes.

Bei dem als Beispiel behandelten Plagioklas war für das Individuum 2 nur die optische Symmetrieachse n_β der Einstellung in die Beobachtungsrichtung zugänglich (Fig. 28). In der zu n_γ senkrechten Symmetrieebene wurde eine Versuchsrichtung unter dem Winkel $(n_\beta, r) = 60^\circ$ angemerkt. Als Koordinaten für die Einstellungen der beiden Richtungen n_β und r in die Beobachtungsrichtung ergaben sich aus der stereographischen Projektion

$$n_\beta: \alpha_1 = 17^\circ; \alpha_2 = 18^{1/2} \text{ l}; r: \alpha_1 = 10^\circ; \alpha_2 = 41^{1/2} \text{ r}$$

Die gemessenen Gangunterschiede waren:

$$\Gamma_{n_\beta} = 174,3 \mu\mu; \Gamma_r = 143,0 \mu\mu$$

Die mittels des zugehörigen Wertes α_2 reduzierten Gangunterschiede sind:

$$\Gamma_{n_\beta} \cos(n_\beta, c) = 165,2 \mu\mu; \Gamma_r \cos(r, c) = 107,0 \mu\mu$$

Also nach der in der vierten Reihe der Tabelle S. 104 stehenden Formel:

$$\Gamma_{n_\gamma} \cos(n_\gamma, c) = \frac{165,2 - 107,0}{\sin^2 60^\circ} = 77,7 \mu\mu$$

$$\text{Folglich } \Gamma_{n_\alpha} \cos(n_\alpha, c) = 165,2 - 77,7 = 87,5 \mu\mu$$

Die Anwendung der Formel 2 S. 101 ergibt

$$2V = 86,4^\circ; \text{Charakter } +$$

Zur Kontrolle wurde auch die Messung in der anderen durch n_{β} gehenden Symmetrieebene (Fig. 28), die also senkrecht zu n_{α} steht, durchgeführt. Hier führte schon die Versuchsbedingung $(n_{\beta}, r) = 45^{\circ}$ zu Neigungen von r gegen die Schliffnormale von annähernd 50° . Die Messungen erfolgten daher in dieser Symmetrieebene beiderseits von n_{β} mit den Versuchsbedingungen $\pm 45^{\circ}$. Es ergaben sich für $2V$ die Werte $83,6^{\circ}$ und $87,6^{\circ}$; Charakter $+$. Man erkennt hier schon den nachteiligen Einfluß, den die Wahl kleinerer Versuchsbedingungen (n_x, r) in der Einzelbestimmung nach sich zieht. Das Mittel beider Bestimmungen, nämlich $2V = 85,6^{\circ}$, stimmt gleichwohl mit dem in der anderen Symmetrieebene gefundenen Werte gut überein.

Im Individuum 2 des Plagioklases ist also $2V = 86^{\circ}$; Charakter $+$. Nach Diagramm 2 entspricht dem ein Anorthitgehalt von 41% .

γ) Neue Methoden auf der Basis von Gangunterschiedsmessungen

Die folgenden Methoden rühren ausschließlich aus bisher nicht publizierten Untersuchungen des Verfassers her.

1. Bestimmung der mittleren Lichtbrechung

Zur Bestimmung der Lichtbrechung mittels der Universaldrehtischmethoden existieren bereits zwei Methoden. Die eine, auf E. v. FEDOROW zurückgehende, sucht aus den Abweichungen der Bogenlängen zwischen je zwei der optischen Symmetrieachsen gegenüber dem Sollwert 90° die mittlere relative Lichtbrechung zwischen Mineral und Segment zu erschließen. Ganz abgesehen davon, daß dies Verfahren nur in den ganz wenigen Sonderfällen anwendbar ist, in denen alle drei Symmetrieebenen der Einstellung zugänglich sind, wird die Anwendbarkeit der Methode für gewöhnlich durch die Fehler in der Lagenbestimmung der Symmetrieebenen illusorisch. Sie gestattet in der Regel nur so krasse Unterschiede der Lichtbrechung zwischen Mineral und Segment einwandfrei festzustellen, die praktisch keine Bedeutung mehr haben.

Das andere, von W. NIKITIN angegebene Verfahren, benutzt die Erscheinungen der inneren Totalreflexion an Klüften, welche das Mineral durchsetzen. Diese Methode ist prinzipiell eines hohen Genauigkeitsgrades fähig (einige Einheiten der 3. Dezimalen); bei

der Anwendung der Methode können aber sehr leicht Trugschlüsse unterlaufen: Erstens ist erforderlich, daß wenigstens eine Seitenwand der Kluft eben ausgebildet ist, und zweitens muß die Natur des die Kluft ausfüllenden Mediums gut bekannt sein (Canadabalsam, Luft, andere Mineralien). Diese Entscheidungen sind nicht immer leicht zu treffen und die Erfahrung zeigt, daß man sich hier oft trügt. Von einer Behandlung auch dieser Methode wird daher hier abgesehen.

Das hier zu behandelnde Verfahren beruht auf der Tatsache, daß aus Symmetriegründen in zwei Richtungen, die unter dem gleichen Winkel spiegelbildlich zu einer optischen Symmetrieebene geneigt sind, die gleiche Doppelbrechung vorhanden sein muß; die reduzierten Gangunterschiede für diese beiden Richtungen müssen also gleich sein. Sind Unterschiede in der Lichtbrechung zwischen Mineral und Segment vorhanden, so entsprechen die am Universaldrehtisch eingestellten Richtungen nicht den geforderten. Die daraus folgenden Diskrepanzen der reduzierten Gangunterschiede werden mittels graphischer Methoden zur Bestimmung der Lichtbrechung des Minerals ausgenutzt. Das Verfahren wird folgendermaßen gehandhabt:

Man ermittelt auf dem gewöhnlichen Wege eine optische Symmetrieebene, deren α_2 zwischen 10 und 30 liegt, und bestimmt ihre Koordinaten α_1 , nur auf diese kommt es an, möglichst genau. Dann stellt man den Meßkreis A_1 auf $90 + \alpha_1$, den Meßkreis A_2 dagegen auf Null. Man bringt nun durch Drehung um A_3 den Schliff in die Diagonalstellung und mißt für eine Reihe von beliebigen Stellungen des zu A_4 gehörigen Meßkreises, am besten von 10 zu 10° den jeweiligen Gangunterschied. Diese Versuchsrichtungen (Fig. 40) liegen alle in einer Ebene, welche auf der gefundenen Symmetrieebene senkrecht steht und die Schliffnormale c enthält.

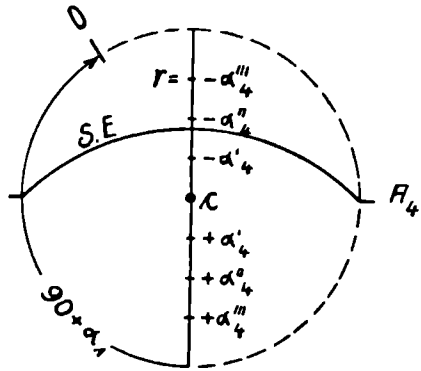


Fig. 40. Zur Messung von Gangunterschieden für Richtungen r innerhalb einer Ebene, die auf einer optischen Symmetrieebene senkrecht steht und durch die Schliffnormale geht.

α_1 : Erste Koordinate der gefundenen Symmetrieebene SE.

r : Beliebige Versuchsrichtungen.

Handelt es sich um größere Gangunterschiede in der dritten und vierten Ordnung, so genügt für die Gangunterschiedsmessung in der Regel schon eine Ablesung an der Kompensatortrommel; die Messung ist also dann in wenigen Minuten durchgeführt. Liegen die Gangunterschiede in der zweiten Ordnung, so empfiehlt es sich, schon mindestens 2 Ablesungen auszuführen. Für kleine Gangunterschiede, etwa unterhalb $\frac{\lambda}{2}$, wird die Methode unsicher. So ist

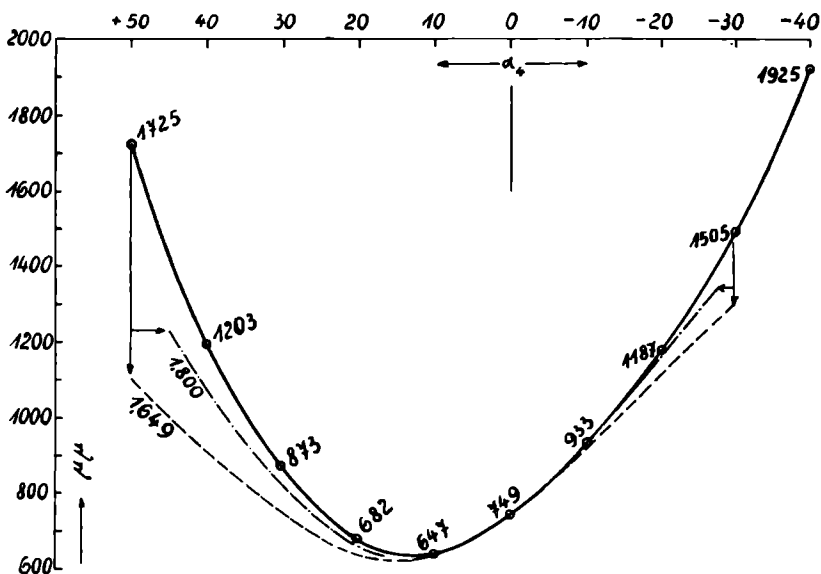


Fig. 41. Zur Bestimmung der mittleren Lichtbrechung.

Ausgezogene Kurve: Gemessene Gangunterschiede.

Gestrichelte Kurven: Reduzierte Gangunterschiede für zwei Werte der Lichtbrechung im Mineral.

sie für die Feldspatbestimmung, wenigstens solange normal dünne Schiffe benutzt werden, kaum zu gebrauchen, dagegen sehr gut für die Amphibol- und Pyroxenbestimmung. Sie würde es auch für die Feldspatbestimmung werden, wenn man sich daran gewöhnte, was nebenbei bemerkt, für die Anwendung aller Universalrechtlichmethoden ein Vorteil wäre, den Schliften eine wesentlich größere Dicke als bisher zu belassen.

Die so gemessenen Gangunterschiede trägt man auf Koordinatenpapier graphisch auf, indem als Ordinaten die gemessenen Gang-

unterschiede ($10 \mu\mu = 1 \text{ mm}$) und als Abszissen die Notierungen des Meßkreises A_4 ($10^\circ = 2 \text{ mm}$) dargestellt werden (Fig. 41). Die gemessenen Punkte dieses Feldes verbindet man durch eine ausgleichende Kurve. An etwa zweifelhaften Stellen kann eine Zwischenmessung oder Wiederholung nachgetragen werden. Die aus dieser ausgleichenden Kurve abgelesenen Gangunterschiede werden auf die Schliffdicke in Richtung der Schliffnormalen reduziert. Der Reduktionswinkel ist jeweils der durch die Abszisse gegebene Winkel. Diese reduzierten Gangunterschiede stellt man ebenfalls graphisch dar. Da in der Nachbarschaft des Abszissenwertes 0 die neue Kurve sehr nahe benachbart der ersten verläuft, — im Abszissenpunkt durchschneiden sie sich — und hierdurch spätere notwendige Ablesungen erschwert werden, entwirft man die neue Darstellung am besten auf einem zweiten Blatt. Die Kurve der reduzierten Gangunterschiede muß sorgfältig gezeichnet werden. Aus dieser neuen Kurve bestimmt man nun die zu demselben Gangunterschied gehörigen beiden Abszissenwerte, also z. B.

	Links	Rechts	Summe	Halbe Summe
1100 $\mu\mu$. .	+ 49,6	— 19,2	30,4	15,20
1050 " . .	+ 46,8	— 16,7	30,1	15,05
1000 " . .	+ 44,0	— 14,2	29,8	14,90
		usw.		
650 " . .	+ 21,1	+ 7,9	29,0	14,50

Die Ablesung der Abszissen muß möglichst auf $0,1^\circ$ erfolgen. Je mehr Gangunterschiede man berücksichtigt, um so besser. Die so gefundenen halben Summen werden ebenfalls als Funktion der Gangunterschiede graphisch dargestellt (Fig. 42). Ordinaten: Gangunterschiede, $10 \mu\mu = 1 \text{ mm}$; Abszissen: halbe Winkelsummen, $1^\circ = 10 \text{ mm}$ oder besser beides doppelt so groß. Die Feldpunkte sollen dann auf einer geraden Linie liegen.

In Wirklichkeit wird das nicht der Fall sein; um die Möglichkeit verschiedener Auffassungen beim Zeichnen der Geraden auszuschalten, zeichnet man am besten ein paralleles Geradenpaar mit kürzestem Abstand, durch das alle in Frage kommenden Punkte umschlossen werden. Verläuft das so gezeichnete Geradenpaar parallel zur Ordinatenachse, so haben Mineral und Segment gleiche Lichtbrechung, und die Abszisse der Geraden ist die Koordinate α_2

der eingangs gefundenen optischen Symmetrieachse. Verläuft die Gerade zur Ordinatenachse geneigt, so ist die Lichtbrechung in Mineral und Segment verschieden, und es bedarf einer zweiten

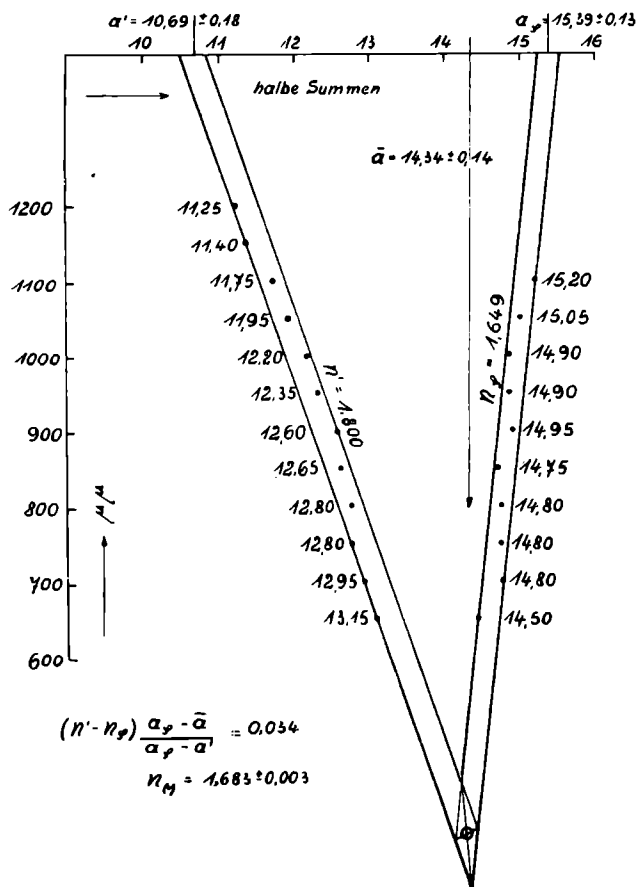


Fig. 42. Bestimmung des für die Lichtbrechung des Minerals charakteristischen Verhältnisses.

$$\frac{\alpha_s - \bar{a}}{\alpha_s - a}$$

Hilfsgeraden zur Ermittlung dieses Unterschiedes. Diese wird ohne weitere neue Messungen auf folgende Weise gewonnen:

Man legt der Lichtbrechung im Mineral einen neuen beliebigen, aber von der Lichtbrechung des Segmentes erheblich unterschiedlichen Wert zugrunde. Man bestimmt in der allerersten graphischen Darstellung (Fig. 41), welche die gemessenen Gangunterschiede

enthält, zu einzelnen Abszissenwerten, die für das Segment gelten, mittels des Brechungsgesetzes die zugehörigen Abszissenwerte im Mineral. Es genügt, diese Umrechnung von 10 zu 10° durchzuführen und dazwischen linear von 5 zu 5° zu interpolieren. Man reduziert nun in dieser ersten Kurve die zu den ursprünglichen Segmentabszissen gehörigen Gangunterschiede mit den neuen Mineralabszissen und trägt die so reduzierten Gangunterschiede in einer neuen Darstellung unter Mineralabszissen ein; z. B. der zur Segmentsabszisse $+ 50^\circ$ (Fig. 41) gehörige Gangunterschied $1725 \mu\mu$ wird bei Annahme von $n_M = 1,800$ statt $1,649$ mit $\cos 44,6^\circ$ reduziert und unter der Abszisse $44,6^\circ$ neu eingetragen. Dann ermittelt man wieder wie früher, die den einzelnen Gangunterschieden entsprechenden halben Summen der zwei zugehörigen Abszissen und zeichnet in der graphischen Darstellung, welche das erste Geradenpaar als Funktionslinie enthält (Fig. 42), in ganz analoger Weise das aus der neuen Bestimmung der halben Summen folgende Hilfsgeradenpaar. Beide Geradenpaare, die nach der ihnen zugrunde gelegten Lichtbrechung im Mineral bezeichnet sein mögen, schneiden sich in einem Parallelogramm, dessen Schwerpunkt die Abszisse \bar{a} haben möge. Ferner mögen die mittleren Schnittpunkte beider Geradenpaare mit der Abszissenachse die Abszissen a_S und a' haben, wobei a_S dem Geradenpaar angehört, das unter der ersten Annahme ermittelt wurde, daß die Lichtbrechung im Mineral gleich n_S des Segmentes ist, und a' dem Geradenpaar angehört, das unter der zweiten Annahme ermittelt wurde, daß die Lichtbrechung im Mineral den beliebig angenommenen Wert n' habe. Die wahre Lichtbrechung des Minerals ist dann

$$n_M = n_S + \frac{(n' - n_S)(a_S - \bar{a})}{a_S - a'}$$

und die wahre zweite Koordinate der eingangs gefundenen Symmetrieebene im Mineral ist

$$\alpha_{2M} = \bar{a}$$

Diese Methode läßt bei sorgfältiger Handhabung leicht eine Genauigkeit von $\pm 0,003$ in der Bestimmung der Lichtbrechung n_M und eine Genauigkeit von $\pm 0,1^\circ$ in der Angabe der Koordinate α_2 für die Symmetrieebene erreichen. Die ermittelte Lichtbrechung ist nicht der mittlere Hauptbrechungsindex n_β , sondern eine sogenannte mittlere Lichtbrechung, die am häufigsten mit $\frac{n_\gamma + 2 n_\beta + n_\alpha}{4}$ gleichwertig sein wird. Die Voraussetzung

für die Anwendbarkeit der Methode ist, daß die eingangs bestimmte Symmetrieebene eine gewisse Neigung gegen die Schlifffnormale hat. Ist diese Neigung $\alpha_2 = 0$, so kann eine unterschiedliche Lichtbrechung zwischen Mineral und Segment in diesem Meßverfahren nicht zur Auswirkung gelangen. Entsprechend wird die Empfindlichkeit der Methode gering, wenn die Neigung α_2 der Symmetrieebene sehr gering ist. Am günstigsten sind Neigungen zwischen etwa 10° und 25° . Das sind aber gerade auch die wahrscheinlichsten Neigungen für die als erste auffindbare Symmetrieebene. Bei noch größeren Neigungen erhält man zumeist nicht mehr eine genügende Anzahl von Gangunterschieden mit zwei Abszissenwerten. In der Handhabung ist die Methode verhältnismäßig einfach, jedenfalls einfacher, als in der Beschreibung wiederzugeben möglich ist. Für Plagioklase in üblich normal dünnen Schliffen ist sie zufolge des höheren prozentischen Fehlers in der Bestimmung geringerer Gangunterschiedswerte kaum zu gebrauchen (vgl. Fig. 22).

In Fig. 42 ist eine solche Messung für einen sogenannten Omphacit aus dem Eklogit von Silberbach in verkleinertem Maßstabe reproduziert. Das Segment hatte eine Lichtbrechung von 1,649; die zur Konstruktion der Hilfsgeraden angenommene Lichtbrechung für das Mineral war 1,800. Die beiden Geradenpaare bestimmen folgende Werte:

$$a_S = 15,39 \pm 0,13$$

$$\bar{a} = 14,34 \pm 0,14$$

$$a' = 10,69 \pm 0,18$$

Nach der angegebenen Formel ist also die Lichtbrechung des Minerals

$$n_M = 1,649 + \frac{0,151 \cdot 1,05}{4,70} = 1,683 \pm 0,003$$

und die zweite Koordinate der gefundenen Symmetrieebene ist

$$\alpha_{2M} = 14,3^\circ$$

Über die Bestimmung des zu erwartenden Fehlers vergleiche S. 149.

2. Das charakteristische Gangunterschiedsverhältnis

Bei Behandlung der Methode der „charakteristischen Auslöschung“ ist ersichtlich geworden, daß sie die ausgiebigste Verwertung der Zusammenhänge zwischen Polarisations- und Symmetrieverhältnissen darstellt: Aus einem Zahlenwert, nämlich dem der charakteristischen Auslöschung, waren der Winkel der optischen Achsen, der Charakter der Doppelbrechung und der Charakter

sämtlicher Symmetrieachsen ableitbar. Ganz analoge Zusammenhänge bestehen auch zwischen der Doppelbrechung und den Symmetrieelementen. Auch hier sind aus einem Zahlenwert, dem „charakteristischen Gangunterschiedsverhältnis“, der Winkel der optischen Achsen, der Charakter der Doppelbrechung und der Charakter der drei Symmetrieachsen ableitbar. Das NIKITINSche Verfahren läßt sich demgemäß auf eine viel allgemeinere Unterlage stellen: erstens braucht man von vornherein nur eine einzige Symmetrieebene zu ermitteln; zweitens braucht weder ihr Charakter bekannt zu sein noch die Lage und der Charakter irgendwelcher Symmetrieachsen. Beides wird vielmehr zugleich ein Nebenergebnis der Methode.

Die Handhabung der Methode ist folgende: Es wird zunächst nach dem gewöhnlichen Verfahren die Lage einer optischen Symmetrieebene ermittelt und diese in die stereographische Projektion eingetragen. Man zählt dann in dieser Symmetrieebene vom Äquator aus die Bogenlängen $\alpha_4 = 0, \pm 20^\circ, \pm 40^\circ, \pm 50^\circ$ ab, und markiert die betreffenden Punkte r . Man dreht dann das Pausblatt, bis der Reihe nach die einzelnen Punkte r auf den Äquator zu liegen (Fig. 38a) kommen, und zählt jedesmal ihre Neigung gegen die Schlifffnormale, den Winkel (r, c) , ab. Den Zusammenhang zwischen α_4 und (r, c) trägt man graphisch auf (Fig. 43). Die Kurve muß zu $\alpha_4 = 0$ symmetrisch liegen. Man stellt nun den Universaldrehtisch auf die eingangs ermittelten Koordinaten α_1 und α_2 der Symmetrieebene ein, dreht um A_5 in die Diagonalstellung und mißt für die oben bezeichneten Neigungen α_4 , die am Meßkreis der Drehachse A_4 eingestellt werden, die Gangunterschiede. Bei größeren Gangunterschieden genügt jedesmal eine sorgfältige Ablesung. Falls in der Symmetrieebene eine optische Achse enthalten ist, was man an dem Sehrkleinwerden der Gangunterschiede erkennt, mißt man nicht den Gangunterschied in einer Richtung r , die der optischen Achse benachbart ist, sondern man übergeht die betreffende Neigung α_4 und bestimmt zweckmäßiger die Richtung der optischen Achse selbst; d. h. man dreht um A_4 bis zur stärksten Verdunkelung und merkt die zugehörige Einstellung mit dem Gangunterschied 0 an. Jenseits der optischen Achse sind dann die Gangunterschiede negativ zu zählen. Die gemessenen Gangunterschiede werden graphisch aufgetragen (Ordinaten: Gangunterschiede, $10\mu = 1\text{ mm}$, Abszissen: Neigungen α_4 : $1^\circ = 1\text{ mm}$) und durch eine ausgleichende Kurve verbunden. Aus dieser Kurve werden eine genügende Anzahl

von Gangunterschieden abgelesen, dann mit dem der zugehörigen Abszisse α_4 entsprechenden Wert (r, c) (oberste Kurve in Fig. 43) auf die Dicke in Richtung der Schliffformalen reduziert und schließlich wieder unter dem alten Abszissenwert α_4 eingetragen; z. B. gehört in

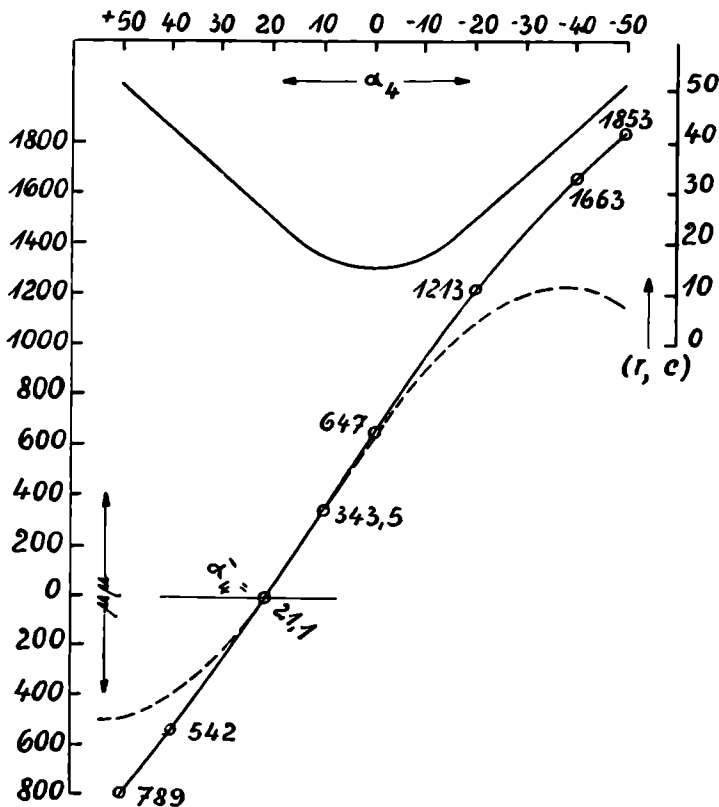


Fig. 43. Methode der charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisse.

Die mit Bezifferungen (Γ in $\mu\mu$) versehene Kurve enthält die gemessenen Gangunterschiede; die oberste ausgezogene Kurve gibt den Zusammenhang zwischen den Koordinaten α_4 und den Reduktionswinkeln (r, c) ; die gestrichelte Kurve enthält die reduzierten Gangunterschiede. $\bar{\alpha}_4$ ist die Koordinate einer optischen Achse.

Omphacit im Eklogit von Silberbach.

Fig. 43 zu $\alpha_4 = -40^\circ$ der gemessene Gangunterschied $\Gamma = 1663 \mu\mu$ und $(r, c) = 42^\circ$; also $\Gamma_r \cos(r, c) = 1236 \mu\mu$; dieser Gangunterschied wird wieder unter der Abszisse -40° eingetragen. Schließlich werden die neu eingetragenen Gangunterschiede wieder durch eine ausgleichende Kurve verbunden (gestrichelte Kurve in Fig. 43).

Diese Kurve der reduzierten Gangunterschiede ist das Abbild der Doppelbrechungsverhältnisse in der gefundenen Symmetrieebene: die Maxima und Minima der Kurve entsprechen Richtungen von optischen Symmetrieachsen, der Gangunterschiedswert Null einer optischen Achse. Man betrachte nun ein beliebiges in der Kurve enthaltenes Maximum oder Minimum; in vielen Fällen wird die Kurve überhaupt nur das eine oder andere, aber stets wenigstens eines von beiden enthalten. Im vorliegenden Falle wollen wir von dem Maximum zwischen -30° und -40° ausgehen. Die durch dieses Maximum gekennzeichnete optische Symmetrieachse ist zunächst nicht genauer festzulegen, da dort der Kurvenverlauf wie immer in der Nähe der Symmetrieachsen flach ist. Man nehme zunächst einen einigermaßen geeignet erscheinenden Abszissenwert als der optischen Symmetrieachse zugehörig an, z. B. $\alpha_4 = -37^\circ$. Er sei als Versuchswert 0 bezeichnet. Man addiere hierzu zunächst 30° und dann fortlaufend 15° , wie in untenstehender Tabelle angegeben. Zu allen entsprechend berechneten Werten α_4 lese man aus der Kurve der

Versuchswert	α_4	Reduzierter Gangunterschied	Gangunterschiedsverhältnisse	2 V	Kurve
0°	- 37°	1240 $\mu\mu$	—	—	—
30	- 7	825	0,665	60,4	cos
45	+ 8	400	0,323	61,6	cos
60	+ 23	45	0,036	63,6	cos
75	+ 38	380	0,306	64,6	cos
90	+ 53	500	0,403	64,8	cos

reduzierten Gangunterschiede die zugehörigen Werte ab. Man berechne nun mit dem Rechenstab das Verhältnis dieser Gangunterschiede zu dem Gangunterschied für den Versuchswert 0. Das Vorzeichen ist nicht zu berücksichtigen. Dieses Verhältnis ist, direkt oder reziprok, immer so zu bilden, daß es kleiner als Eins ist. Dieses Verhältnis ist das „charakteristische Gangunterschiedsverhältnis“, welches über die optischen Symmetrieverhältnisse Auskunft gibt.

Falls wie häufig das Maximum bzw. Minimum der Kurve nicht randlich, sondern mehr in der Mitte der Kurve liegt, ist es nicht möglich, die Versuchswerte bis 90° zu steigern. Man benutzt dann außer den positiven Versuchswerten jenseits des Versuchs-

wertes 0 auch, soweit als möglich, die negativen Versuchswerte — 30, — 45 usw. Irgendwelche Unterschiede in bezug auf die Vorzeichen der Gangunterschiede oder deren Verhältnis werden dabei ebenfalls nicht gemacht.

Man betrachte nun die Diagramme 7 des Anhangs. Jedes Diagramm entspricht einem der Versuchswerte. Die Ordinaten stellen das charakteristische Gangunterschiedsverhältnis dar, die Abszissen den wahren Winkel der optischen Achsen. Nun gibt es aber in jedem Diagramm zu jedem Werte des charakteristischen Gangunterschiedes vier mögliche Werte für $2V$. Doch ist die Zuordnung ganz eindeutig: Die gestrichelten Kurven kommen nur in Frage, wenn zwischen dem Versuchswert Null und dem Versuchswert des Diagramms eine optische Achse liegt, was aus der ursprünglichen graphischen Darstellung (Fig. 43) sofort entschieden werden kann; andernfalls kommen nur die ausgezogenen Kurven in Frage. In jedem Falle ist also jetzt die Unbestimmtheit schon auf nur zwei Kurven reduziert. Und diese werden dadurch unterschieden, daß die durch den Index $>$ gekennzeichnete Kurve zu wählen ist, wenn der Gangunterschied für den Versuchswert 0 absolut größer ist als für die übrigen Versuchswerte, dagegen die mit dem Index $<$ gekennzeichnete Kurve zu wählen ist, wenn der Gangunterschied für den Versuchswert 0 absolut kleiner ist als für die übrigen Versuchswerte. Die weiteren trigon. Anschriften der Kurven werden später gebraucht. Für die in der obigen Tabelle stehenden charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisse erhält man so mit Hilfe der einzelnen Diagramme 7 die in der letzten Spalte der Tabelle vermerkten Winkel $2V$. Diese zeigen einen, wenn auch nicht stark ausgeprägten einseitigen Gang. Er ist die Folge davon, daß die als Nullwert angenommene Richtung nicht genau der Richtung einer Symmetrieachse entspricht. Nimmt man an Stelle von -37° die Abszisse -36° als Nullwert an, und verfährt in gleicher Weise, so erhält man etwas andere Werte für $2V$: Siehe die folgende Zusammenstellung (S. 119), in der bei Annahme des Nullwertes -36° die Werte $2V$ den entgegengesetzten Gang zu dem für den Nullwert -37° zeigen.

Durch Interpolation erhält man die beiden nächsten Reihen. Der wahre Nullwert ist offenbar sehr angenähert $-36\frac{3}{4}^\circ$, da für diesen der Gang praktisch verschwindet. Man erhält also:

$$2V = 65,0^\circ$$

Lage der Symmetrieachse: $\alpha_4 = -36\frac{3}{4}^\circ$

2 V für

Versuchswert	Lage der Symmetrieachse			
	angenommen		interpoliert	
	— 37	— 36	— 36 $\frac{1}{2}$	— 36 $\frac{3}{4}$
30	60,4	66,8	63,6	65,2
45	61,6	65,9	63,8	64,8
60	63,6	65,3	64,5	64,9
75	64,6	65,3	65,0	65,1
90	64,8	64,8	64,8	64,8
			Mittel:	65,0 ⁰

Die so gefundene Symmetrieachse wird in die stereographische Projektion eingetragen: Sie liegt in der gefundenen Symmetrieebene — 36 $\frac{3}{4}$ ° vom Äquator entfernt. Demgemäß liegt die zweite Symmetrieachse + 53 $\frac{1}{4}$ ° in derselben Symmetrieebene vom Äquator entfernt, und die dritte Symmetrieachse liegt auf dem Äquator, 90° von der Symmetrieebene entfernt.

Um nun den Charakter dieser drei Symmetrieachsen und den wahren Charakter der Doppelbrechung zu ermitteln, bringt man die Symmetrieachse, die den Versuchswert 0 dargestellt hat, in die Beobachtungsrichtung: Man beläßt die Drehachsen A_1 , A_2 und A_3 in ihrer bisherigen Stellung und stellt den Index des Meßkreises A_4 auf ungefähr α_4 , im vorliegenden Falle also auf ca. — 37, d. h. 323° ein. Man bestimmt nun mit Hilfe des Kompensators oder des Gipsblättchens den relativen Charakter der Schwingungsrichtung, welche parallel zur Drehachse A_4 liegt. Im vorliegenden Falle ergibt sich (n_α). Mit diesem Wert und derjenigen trigonometrischen Funktion, welche die Anschrift derjenigen Kurve bildete, mittels deren man 2V aus dem Diagramm abgelesen hatte — es muß für die Diagramme aller Versuchswerte stets dieselbe Funktion sein und zwar im vorliegenden Beispiel \cos — geht man in die den Diagrammen beigefügte Tabelle ein und findet den wahren Charakter der Doppelbrechung sowie den wahren Charakter der drei Symmetrieachsen. Im vorliegenden Beispiel ergibt sich also:

Charakter der Doppelbrechung: +

Symmetrieachse, welche als Versuchswert 0 gedient hat: n_α

Symmetrieachse, welche $\parallel A_4$, also senkrecht zur eingangs gefundenen Symmetrieebene liegt: n_β

Symmetrieachse, welche in der gefundenen Symmetrieebene liegt und durch den Versuchswert 90 dargestellt wird: n_β .

Diese Methode ist zweifelsohne die ergiebigste von allen Universaldrehtischmethoden, sowohl was die Genauigkeit des Winkels der optischen Achsen anbetrifft, wie auch hinsichtlich des Umfanges der Nebenergebnisse. Vielleicht ist sie auch die einfachste aller Methoden; denn sie bedarf nur der Messung von 6 bis 7 Gangunterschieden, wobei bei nicht zu kleinen Gangunterschieden schon je eine sorgfältige Einstellung ausreicht.

In Verbindung mit dem im vorigen Abschnitt behandelten Verfahren zur Ermittlung der Lichtbrechung ist die vorliegende Methode auch von anderen Gesichtspunkten interessant. Dort war gezeigt worden, daß nach genauer Ermittlung nur einer Koordinate, nämlich α_1 , einer Symmetrieebene sich die zweite Koordinate α_2 dieser Symmetrieebene sehr genau aus der Methode selbst ergibt. Hier nun gewinnt man aus der Methode des weiteren mit großer Genauigkeit die Koordinaten aller drei Symmetrieachsen und damit auch die der beiden weiteren Symmetrieebenen. Es ist also prinzipiell möglich, nach Bestimmung nur einer und zwar der leichter zu bestimmenden Koordinate α_1 einer Symmetrieebene durch Gangunterschiedsmessungen die Koordinaten aller Symmetrieebenen und Symmetrieachsen mit einer sehr hohen Präzision zu finden. Alle in den früheren Abschnitten behandelten Methoden sind auf der Kenntnis dieser Koordinaten aufgebaut und leiden in der Zuverlässigkeit ihrer Ergebnisse in erster Linie an der Unsicherheit, mit der diese Koordinaten nach dem gewöhnlichen FEDOROWSchen Verfahren ermittelt werden. Hier ist ein Weg gewiesen, diese Mängel in den Fällen, wo es auf höchste Präzision der Bestimmungen ankommt, zu vermeiden.

Die Methode ist in allen Fällen anwendbar. Bei geringeren Gangunterschieden wird sie nur unbequemer, weil dann für die Gangunterschiedsmessung nicht mehr eine Einstellung am Kompensator genügt, sondern das Mittel aus mehreren Einstellungen genommen werden muß. Führt man dies durch, so liefert die Methode auch bei der Plagioklasbestimmung in normal dünnen Schlifften gute Ergebnisse, und zwar immer bessere, als die NIKITINSche Methode.

In Fig. 44 ist nochmals das Ergebnis für das Individuum 2 des früher behandelten Plagioklases wiedergegeben, und zwar für die Symmetrieebene, in welcher nach dem NIKITINSchen Prinzip weniger vollkommene Übereinstimmung der Messungen erzielt worden war. Jede Gangunterschiedsmessung ist hier Mittel aus fünf Einstellungen. Aus der Fig. ist ersichtlich, daß hier nicht die Anwendung von Versuchswerten bis 90° möglich ist, dafür

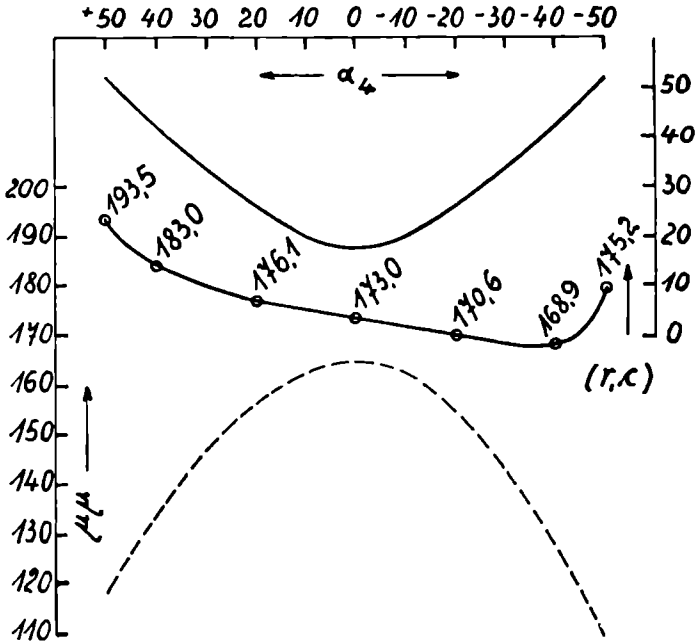


Fig. 44. Individuum 2 des Plagioklaszwilling. Bedeutung der Kurven wie in Fig. 43.

aber positive und negative Versuchswerte bis 45° anwendbar sind. Man erhält:

Versuchswert	α_4	Reduzierter Gangunterschied	Charakt. Verhältnis	2 V	Kurve
+ 45	+ 47	122,5 $\mu\mu$	0,746	88,8	sec
+ 30	+ 32	144,0	0,876	90,4	cosec
0	+ 2	164,5	—	—	—
- 30	- 28	143,0	0,870	87,4	sec
- 45	- 43	119,5	0,728	84,8	sec

und für eine andere Annahme der Lage des Versuchswertes 0:

Versuchswert	α_4	Reduzierter Gang- unterschied	Charakt. Verhältnis	2 V	Kurve
+ 45	+ 49	119,0	0,725	84,0	sec
+ 30	+ 34	141,5	0,861	83,2	sec
0	+ 4	164,5	—	—	—
- 30	- 26	145,5	0,885	94,6	cossec
- 45	- 41	122,5	0,746	88,8	sec

Aus beiden Tabellen ergibt sich wie früher durch Interpolieren für den Versuchswert 0: $\alpha_4 = + 3$ und hierzu:

$$2V : 86,4; 86,8; 91,0; 86,8;$$

Diese vier Werte stimmen bis auf einen, wohl infolge eines unterlaufenen Fehlers, gut miteinander überein. Der wahrscheinlichste Wert $2V = 86\frac{1}{2}^\circ$ schließt sich sehr gut den übrigen, früher ermittelten Werten an. Er dürfte sogar der genaueste unter allen diesen Werten sein.

Die Fig. 45 zeigt die entsprechende Messung für das Individuum 1. (r, c) ist in diesem Falle gleich α_4 , da die Neigung der Symmetrieebene gegen c sehr gering ist, Es sind hier wieder Versuchsbedingungen bis 90° anwendbar. Der Grenzfall 90° entspricht der früheren Anwendung der MALLARDSchen Formeln auf dieses Individuum, jedoch mit dem Unterschied, daß hier nicht die Fehler in der Bestimmung der Lage der optischen Symmetrieachsen eingehen. Man erhält beim Ausgleich der Versuchswerte $2V = 78\frac{1}{2}^\circ$; 48% Anorthitgehalt.

Bisher ist noch bei Behandlung der Methode der Einfluß etwaiger Lichtbrechungsunterschiede zwischen Mineral und Segment unberücksichtigt geblieben. Will man diesen Unterschieden Rechnung tragen, so muß zunächst die eingangs gefundene Symmetrieebene mit ihrer auf die Lichtbrechung des Minerals reduzierten Koordinate α_{2M} in die stereographische Projektion eingetragen werden. Dann trägt man die Versuchsbedingungen $\alpha_4 = 0, \pm 20, \pm 40, \pm 50$ in diese wie bisher ein. Zur Einstellung dieser Versuchsrichtungen in die Beobachtungsrichtung kann man sich jetzt aber nicht mehr ebenso einfach wie bisher der Drehachse A_4 bedienen, sondern man dreht jedesmal das Pausblatt in beliebigem Sinne, bis eine der Versuchsrichtungen auf

den Äquator zu liegen kommt, liest ihre Koordinaten α_1 am Index über dem Grundkreis und α_2 längs des Äquators ab, korrigiert nach dem Brechungsgesetz das abgelesene α_2 , das also α_{2M} darstellt, auf α_{2S} und stellt die Drehachse A_1 des Universaldrehtisches auf α_1 , A_2 auf α_{2S} , A_4 auf 0. Durch Betätigung von A_5 bringt man den Schliff in die Diagonalstellung und mißt den Gangunterschied. Die gemessenen Gangunterschiede werden wie bisher als Funktionen der Abszissen α_1 graphisch dargestellt. Die Reduktion der Gang-

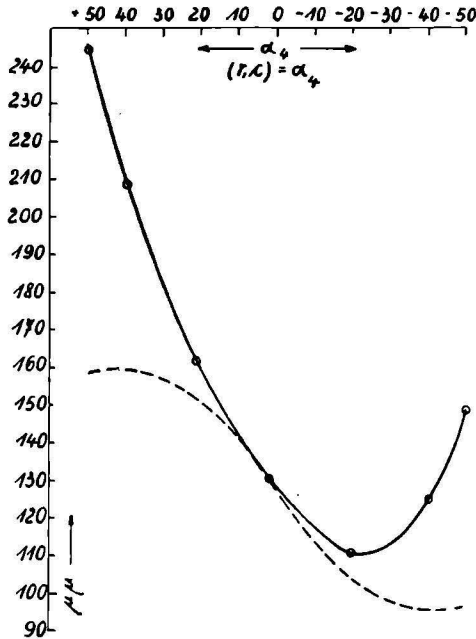


Fig. 45. Individuum 1 des Plagioklaszwillinge.

unterschiede erfolgt dann mit Hilfe der Werte $(r, c) = \alpha_{2M}$, nicht α_{2S} . Alles weitere ändert sich nicht.

Ist der Lichtbrechungsunterschied zwischen Mineral und Segment gerade nicht sehr kraß, so hat es wenig Wert, den Lichtbrechungsunterschied zu berücksichtigen. So sind die bisherigen Messungen dieses Paragraphen für den Omphacit mittels eines Segmentes der Lichtbrechung $n_S = 1,649$ ausgeführt worden, ohne auf den davon abweichenden Wert der mittleren Lichtbrechung des Minerals, die doch nach dem Befund des vorigen Paragraphen $n_M = 1,683$ beträgt, Rücksicht zu nehmen. In der Tat ist das

ohne weiteres statthaft, denn die nochmalige Durchführung der ganzen Messung mit Berücksichtigung des Lichtbrechungsunterschiedes ergab

Versuchswert 0:	= - 36 °	- 37 °
2 V für 30	70,4	64,6
45	67,3	64,8
60	67,0	65,5
75	66,2	65,3
90	64,6	64,6
	Mittel:	65,0

In der Reihe $\alpha_4 = - 37^\circ$ ist ein einseitiger Gang nicht mehr wahrnehmbar. Das aus dieser Reihe gewonnene Mittel $2V = 65,0$ ist identisch mit dem früheren, ohne Berücksichtigung des Lichtbrechungsunterschiedes gewonnenen Werte. Man sieht also, daß in der Regel die Berücksichtigung der Lichtbrechung bei dieser Methode keinen Vorteil bietet, sie ist im Gegenteil zumeist nur schädlich, weil durch die in der stereographischen Projektion nur roh mögliche Ablesung der Koordinaten α_1 und α_2 der Versuchsrichtungen neue Fehlerquellen entstehen. Man ersieht dies auch aus dem vorstehenden Beispiel. Die endgültige mit Berücksichtigung der Lichtbrechungsunterschiede gewonnene Reihe für $2V$ zeigt ein viel stärkeres Schlagen als die früher erhaltene Reihe, welche den Lichtbrechungsunterschied vernachlässigte. Der Umstand, daß die aus beiden Meßreihen gewonnenen Mittelwerte identisch sind, zeigt, daß methodisch noch beträchtlich größere Lichtbrechungsunterschiede unbeachtet und ohne Gefahr in Kauf genommen werden können.

Um eine größere Ablesegenauigkeit in den Diagrammen 7 zu ermöglichen, wodurch die Ausnutzung guter Messungen erst voll zur Auswirkung gelangt, empfiehlt es sich, diese Diagramme in größerem Maßstabe als in der Anlage zu zeichnen. Zu diesem Zweck seien im folgenden die Daten zur Konstruktion dieser Diagramme mitgeteilt. Die letzte Ziffer dieser Daten ist noch richtig, so daß bei entsprechender Verwendung dieser Daten Ablesungen bis auf $0,1^\circ$ genau erfolgen können. Der Index max entspricht dem Zeichen $>$ im Diagramm, der Index min dem Zeichen $<$.

Versuchswert 30°

÷ 2V	÷ 2V	÷ 2V	÷ 2V
1,00 0,0° ↑	0,20 28,1 ↓	1,00 41,4 ↑	0,72 38,2 ↓
0,99 22,7 ↑	0,10 18,9 ↓	0,80 43,8 ↓	0,73 31,6 ↓
0,98 31,9 ↑	0,05 13,1 ↓	0,60 46,6 ↓	0,74 22,6 ↓
0,97 38,8 ↑	0,02 8,2 ↓	0,40 50,0 ↓	0,75 0,0 ↓
0,95 49,3 ↑	0,00 0,0 ↓	0,20 54,3 ↓	0,76 23,1 ↓
0,90 67,4 ↑	0,02 8,0 ↓	0,10 56,9 ↓	0,77 32,9 ↓
0,85 80,1 ↑	0,05 12,5 ↓	0,00 60,0 ↓	0,78 40,5 ↓
0,80 90,0 ↑	0,10 17,3 ↓	0,05 61,7 ↓	0,80 53,1 ↓
0,75 81,8 ↑	0,20 23,6 ↓	0,10 63,6 ↓	0,82 63,9 ↓
0,70 74,7 ↑	0,40 31,0 ↓	0,20 68,0 ↓	0,85 78,5 ↓
0,60 63,0 ↑	0,60 35,7 ↓	0,30 73,4 ↓	0,875 90,0 ↓
0,50 53,1 ↑	0,80 38,9 ↓	0,40 80,4 ↓	0,90 78,5 ↓
0,40 44,4 ↑	1,00 41,4 ↓	0,45 84,8 ↓	0,93 63,9 ↓
0,30 36,2 ↑		0,50 90,0 ↓	0,95 53,1 ↓
		0,55 83,6 ↓	0,97 40,5 ↓
		0,60 75,5 ↓	0,98 32,9 ↓
		0,65 64,6 ↓	0,99 23,1 ↓
		0,70 48,2 ↓	1,00 0,0 ↓

Versuchswert 45°

÷ 2V	÷ 2V	÷ 2V	÷ 2V
1,00 0,0° ↑	0,20 38,9 ↓	1,00 60,0 ↑	0,50 0,0 ↑
0,99 16,2 ↑	0,10 26,5 ↓	0,90 61,7 ↓	0,51 16,3 ↑
0,98 22,8 ↑	0,05 18,4 ↓	0,70 65,7 ↓	0,53 28,4 ↑
0,95 35,0 ↑	0,02 11,5 ↓	0,50 70,5 ↓	0,55 36,9 ↑
0,90 50,5 ↑	0,00 0,0 ↓	0,30 76,7 ↓	0,60 53,1 ↑
0,80 70,5 ↑	0,02 11,4 ↓	0,20 80,4 ↓	0,65 66,4 ↑
0,70 85,6 ↑	0,05 17,8 ↓	0,10 84,8 ↓	0,70 78,5 ↑
0,667 90,0 ↑	0,10 24,6 ↓	0,00 90,0 ↓	0,75 90,0 ↑
0,65 87,7 ↑	0,20 33,6 ↓	0,10 83,6 ↓	0,80 78,5 ↑
0,60 81,8 ↑	0,40 44,4 ↓	0,20 75,5 ↓	0,85 66,4 ↑
0,50 70,5 ↑	0,60 51,3 ↓	0,30 64,6 ↓	0,90 53,1 ↑
0,40 60,0 ↑	0,80 56,3 ↓	0,35 57,4 ↓	0,95 36,9 ↑
0,30 49,7 ↑	1,00 60,0 ↓	0,40 48,2 ↓	0,97 28,4 ↑
		0,45 35,1 ↓	0,99 16,3 ↑
		0,47 27,5 ↓	1,00 0,0 ↑
		0,49 16,1 ↓	
		0,50 0,0 ↓	

Versuchswert 60°

÷	2V	÷	2V	÷	2V	÷	2V
1,00	0,0 ⁰ ↑	0,05	22,5 ↓	1,00	75,5 ↑	0,25	0,0 ↑
0,99	13,2 ↑	0,03	17,3 ↓	0,90	77,8 ↑	0,26	13,3 ↑
0,97	23,0 ↑	0,01	9,9 ↓	0,80	80,4 ↑	0,28	23,1 ↑
0,95	29,7 ↑	0,00	0,0 ↓	0,70	83,2 ↑	0,30	29,9 ↑
0,90	42,1 ↑	0,01	9,9 ↑	0,60	86,4 ↑	0,35	42,8 ↑
0,80	60,0 ↑	0,03	17,0 ↓	0,50	90,0 ↓	0,40	53,1 ↑
0,70	74,2 ↑	0,05	21,8 ↓	0,40	85,7 ↑	0,50	70,5 ↑
0,60	86,6 ↑	0,10	30,3 ↓	0,25	78,5 ↑	0,60	86,2 ↑
0,571	90,0 ↑	0,20	41,4 ↓	0,10	68,7 ↑	0,625	90,0 ↑
0,55	87,5 ↓	0,30	49,2 ↓	0,00	60,0 ↑	0,65	86,2 ↑
0,40	70,5 ↓	0,50	60,0 ↓	0,05	54,6 ↑	0,70	78,5 ↑
0,30	59,1 ↓	0,70	67,5 ↓	0,10	48,2 ↑	0,80	62,2 ↑
0,20	46,8 ↓	0,90	73,2 ↓	0,15	40,1 ↑	0,90	42,8 ↑
0,15	40,0 ↓	1,00	75,5 ↓	0,20	29,0 ↓	0,95	29,9 ↑
0,10	32,2 ↓			0,22	22,6 ↓	0,98	18,8 ↑
				0,24	13,2 ↓	0,99	13,9 ↑
				0,25	0,0 ↓	1,00	0,0 ↑

Versuchswert 75°

÷	2V	÷	2V	÷	2V	÷	2V
1,00	0,0 ⁰ ↑	0,05	25,0 ↓	1,00	86,2 ↑	0,10	21,7 ↓
0,99	11,9 ↑	0,03	19,3 ↓	0,95	87,5 ↑	0,15	34,7 ↓
0,97	20,6 ↑	0,01	11,3 ↓	0,90	89,0 ↑	0,20	44,4 ↓
0,95	26,7 ↑	0,00	0,0 ↓	0,868	90,0 ↓	0,30	60,0 ↓
0,90	38,1 ↑	0,01	11,0 ↓	0,75	86,2 ↑	0,40	73,4 ↓
0,80	54,7 ↑	0,03	19,0 ↓	0,60	80,4 ↑	0,50	85,9 ↓
0,70	68,3 ↑	0,05	24,3 ↓	0,40	70,6 ↑	0,535	90,0 ↓
0,60	80,4 ↑	0,10	33,9 ↓	0,20	56,3 ↑	0,55	88,0 ↓
0,518	90,0 ↑	0,20	46,4 ↓	0,10	45,9 ↑	0,60	81,8 ↓
0,50	88,0 ↓	0,30	55,3 ↓	0,00	30,0 ↓	0,70	69,1 ↓
0,40	76,5 ↓	0,50	67,8 ↓	0,02	25,3 ↑	0,80	55,2 ↓
0,30	64,6 ↓	0,70	76,6 ↓	0,04	19,3 ↑	0,90	38,2 ↓
0,20	51,6 ↓	0,90	83,3 ↓	0,06	9,9 ↑	0,95	26,8 ↓
0,15	44,2 ↓	1,00	86,2 ↓	0,068	0,0 ↓	0,98	16,8 ↓
0,10	35,7 ↓			0,07	6,5 ↑	0,99	11,9 ↓
				0,08	13,6 ↑	1,00	0,0 ↓

Versuchswert 90°

\div	$2V$	\div	$2V$	\div	$2V$
1,00	$0,0^\circ \uparrow$	0,50	$90,0 \uparrow$	0,00	$0,0 \uparrow$
0,99	11,5	0,40	78,5	0,01	11,4
0,97	19,9	0,30	66,4	0,03	19,7
0,95	25,8	0,20	53,1	0,05	25,2
0,90	36,9	0,15	45,6	0,10	35,1
0,85	45,6	0,10	36,9	0,15	42,3
0,80	53,1	0,05	25,8	0,20	48,2
0,70	66,4	0,03	19,9	0,30	57,4
0,60	78,5	0,01	11,5	0,40	64,6
0,50	$90,0 \downarrow$	0,00	$0,0 \downarrow$	0,60	75,5
				0,80	83,6
				1,00	$90,0 \downarrow$

d) Bestimmung der Werte der drei Hauptdoppelbrechungen

Für die Bestimmung der Werte der drei Hauptdoppelbrechungen bedarf man der Kenntnis der Schliffdicke. Eine Messung der Schliffdicke mittels der Mikrometerschraube des Mikroskopes kommt, wenigstens solange normal dünne Schiffe benutzt werden, nicht in Frage; nicht so sehr deshalb, weil Mikrometerschrauben relativ hohe Fehler haben können, sondern deshalb, weil selbst mit der idealen Mikrometerschraube eine einwandfreie Dickenmessung im Gesteinsdünnschliff prinzipiell kaum möglich ist; denn die Schliffflächen sind nicht Ebenen, sondern stellen eine dichtgedrängte Aufeinanderfolge von Erhebungen und Vertiefungen dar. Die Messung der mittleren Schichtdicke einer solchen runzligen Platte mit dem Nadelstichverfahren der Mikrometerschraube stößt praktisch auf große Schwierigkeiten und bleibt immer sehr unsicher.

Für eine Bestimmung der mittleren Schliffdicke kommen in erster Linie nur solche Verfahren in Frage, bei denen der Mittelwert der Schliffdicke auch methodisch erfaßt wird. In vollendetstem Maße trifft dies zu auf die Messung von Gangunterschieden. Hier tritt die Kompensationsstellung physiologisch scharf definiert in Erscheinung. Gerade bei Anwendung von nicht zu starken Vergrößerungen empfindet das Auge nur den Interferenzeffekt eines Mittelwertes der Schichtdicke, da die Ausmaße der Runzeln in der Schliffoberfläche in der Regel nicht oberhalb der Auflösungs-grenze liegen. Die für die Bestimmung der drei Haupt-

doppelbrechungen erforderliche Kenntnis der mittleren Schliffdicke ist daher viel besser und prinzipiell methodisch richtiger auf rein optischem Wege durch Gangunterschiedsmessungen als auf mehr mechanischem Wege mittels der Mikrometerschraube zu beschaffen.

Die Anwendung der Messung von Gangunterschieden zur Bestimmung der mittleren Schliffdicke erfordert das Vorhandensein eines Minerals mit bekannter Doppelbrechung im Schliff. In zahlreichen Fällen bietet sich der Quarz hierfür dar. Man stellt ein Quarzkorn aus der Nachbarschaft des untersuchten Minerals in den Schnittpunkt der Okularfäden ein, dreht um A_1 nacheinander in die beiden Auslöschungslagen und prüft, welche bei Neigung um A_4 erhalten bleibt. Eine muß erhalten bleiben, sofern der Quarz optisch einachsigt ist. Die nicht erhalten bleibende stellt man wieder (senkrecht zu A_4) ein und dreht um A_4 in beliebigem Sinne bis zur maximalen Aufhellung. Dann neigt man um A_2 in dem einen oder anderen Sinne bis zum Eintritt völliger Verdunkelung. Stellt man nun den Meßkreis der Achse A_4 wieder auf Null, so steht jetzt eine zur optischen Achse des Quarzes senkrechte Richtung, also eine Richtung maximaler Doppelbrechung in der Beobachtungsrichtung.

Bedeutet I' den in dieser Richtung gemessenen Gangunterschied, α_{2S} die Ablesung an dem zu A_2 gehörigen Meßkreis, so ist die Dicke des Quarzschliffes

$$d = \frac{I' \cos \alpha_{2M}}{\varepsilon - \omega}$$

wobei $n_S \sin \alpha_{2S} = n_M \sin \alpha_{2M}$

	C	D	F	550 $\mu\mu$	
und $\varepsilon - \omega$:	0,00903	0,00911	0,00930	0,00918	ist.
n_M :	1,546	1,549	1,554	1,550	

Die so ermittelte Dicke kann auch als mittlere Dicke des untersuchten Minerals angenommen werden. Merkliche Unstimmigkeiten zufolge keilförmigen Abschliffes sind außer in der äußersten Randpartie des Schliffes kaum zu befürchten und sind, wo in stärkerem Maße vorhanden, schon an der Variation der Interferenzfarbe größerer Individuen erkenntlich. Zur Vorsicht kann man die mittlere Schliffdicke, wenn zugänglich, an Quarzkörnern beiderseits des untersuchten Minerals bestimmen. Auch hinsichtlich des

Einflusses verschiedenen Härtegrades der einzelnen Mineralien sind in der Regel grobe Fehler nicht zu befürchten. Jedenfalls sind die nach diesem Verfahren ausgeführten Messungen viel zuverlässiger als die mittels der Mikrometerschraube.

Ist im Schliff kein Quarz vorhanden, so muß man sich mit einem anderen Mineral behelfen, dessen Hauptdoppelbrechung man annähernd kennt. Ist dieses Mineral einachsigt, so erfolgt die Einstellung einer zur optischen Achse senkrechten Richtung, die für die Gangunterschiedsmessung in Frage kommt, genau in derselben Weise wie oben für den Quarz angegeben. Ist das bekannte Hilfsmineral dagegen zweiachsigt, so muß nach dem allgemeinen Verfahren die Lage zweier optischer Symmetrieebenen ermittelt werden und ihr Schnittpunkt in der stereographischen Projektion, welcher die Richtung einer optischen Symmetrieachse darstellt, in die Beobachtungsrichtung in der bekannten Weise eingestellt werden (vergl. S. 92). Ist der Charakter dieser Symmetrieachse bekannt und der zugehörige Gangunterschied gemessen, so folgt wieder wie oben die Dicke d , wobei jetzt im Nenner der Formel die bekannte Hauptdoppelbrechung des Hilfsminerals in Richtung der eingestellten Symmetrieachse einzusetzen ist.

Man erhält die Werte der drei Hauptdoppelbrechungen eines anderen Minerals, wenn man seine reduzierten Gangunterschiede in Richtung der drei optischen Symmetrieachsen durch die gefundene Schlifffdicke dividiert. Die Schlifffdicke muß in derselben Maßeinheit wie die Gangunterschiede ($\mu\mu$) ausgedrückt sein. Ist das Hilfsmineral zur Ermittlung der Schlifffdicke Quarz, so kann man ohne Schwierigkeit in der Bestimmung der drei Hauptdoppelbrechungen eine Genauigkeit von $\pm 0,0002$ erreichen.

In allen Fällen, in denen eine Bestimmung der Schlifffdicke unmöglich ist, kann man wenigstens das Verhältnis der drei Hauptdoppelbrechungen angeben: es ist gleich dem Verhältnis der drei reduzierten Gangunterschiede in Richtung der optischen Symmetrieachsen. Man schreibt dieses Verhältnis zweckmäßig in der Form:

$$(n_{\gamma} - n_{\alpha}) : (n_{\gamma} - n_{\beta}) : (n_{\beta} - n_{\alpha}) = - : 1 : -$$

In dem Eklogit-Dünnschliff, dessen Omphacit als Beispiel für die Handhabung der Methoden dieses Kapitels benutzt wurde, wurde an einem Quarzkorn, das in der eben angegebenen Weise eingestellt war, der Gangunterschied $715 \mu\mu$ gemessen. Die Einstellung des Meßkreises A_2 war dabei $\alpha^{2S} = 12,8$; die Lichtbrechung

des Segmentes war 1,649; also ist $\alpha_{2M} = 13,7$ und der reduzierte Gangunterschied $694 \mu\mu$. Hieraus ergibt sich als Schliffdicke $76200 \mu\mu$. Die Messung an zwei anderen Quarzkörnern ebenfalls in der Nachbarschaft des Omphacits, doch in anderem Azimut zu ihm gelegen, ergab 75300 und $76500 \mu\mu$. Das Mittel aus diesen drei Messungen ist $76000 \mu\mu$. Man erkennt die große Genauigkeit solcher Messungen. Die Abweichungen dieser drei Dickenmessungen von ihrem Mittelwert betragen 200 bzw. 700 bzw. $500 \mu\mu$, d. h. knapp 1% im Maximum.

Der reduzierte Gangunterschied in Richtung n_α des Omphacits war (vergl. die Tabelle Seite 117) $1240 \mu\mu$, also ist $n_\gamma - n_\beta = 0,0163$.

Der reduzierte Gangunterschied in Richtung n_γ des Omphacits war (vergl. Versuchswert 90 der Tabelle Seite 117) $500 \mu\mu$, also ist

$$n_\beta - n_\alpha = 0,0066$$

Die Summe beider Hauptdoppelbrechungen ergibt schließlich

$$n_\gamma - n_\alpha = 0,0229$$

Wäre zufällig der Gangunterschied in Richtung n_γ nicht meßbar gewesen, so kann man auch den Gangunterschied für einen der anderen Versuchswerte in der Tabelle S. 117 benutzen, und zwar wählt man den möglichst höchsten Versuchswert. Man erhält dann aus diesem und dem Gangunterschied für den Versuchswert 0 zunächst den Gangunterschied in der zur dargestellten Symmetrieebene senkrechten Symmetrieachse. Hierzu dienen die in Tabelle S. 104 angegebenen Formeln. Also wenn man den Versuchswert 75° und den zugehörigen Gangunterschied $380 \mu\mu$ in Tabelle S. 117 zugrundelegt:

Reduzierter Gangunterschied in Richtung n_β :

$$\frac{1240 + 380}{\sin^2 75} = 1735 \mu\mu$$

$$\text{d. h. } n_\gamma - n_\alpha = 0,0229$$

wie oben.

Streng genommen darf man nicht, wie hier geschehen, den reduzierten Gangunterschied aus Tabelle S. 117 entnehmen, sondern müßte den reduzierten Gangunterschied aus der Kurve für die schließlich als richtig ermittelte Lage der optischen Symmetrieachse ablesen; denn in der Tabelle war der Versuchswert 0 zu $\alpha_4 = -37^\circ$ angenommen, während er endgültig zu $-36\frac{3}{4}$ ermittelt wurde. Solange man indes große Intervalle der Versuchswerte (wie hier von 0 bis 90 bzw. von 0 bis 75) zur Auswahl

hat, ist es ziemlich gleichgültig, wie man verfährt. Z. B. führen im vorliegenden Falle die Versuchswerte 75 und 90 noch auf identische Werte für $n_{\gamma} - n_{\alpha}$. Das wird nicht mehr für die kleineren Versuchswerte der Fall sein; man muß dann, um höchste Genauigkeit zu erreichen, wie oben angegeben, die Ablesung der reduzierten Gangunterschiede in der Kurve selbst vornehmen.

Die oben angegebenen Werte der drei Hauptdoppelbrechungen ergeben bei nunmehr direkter Anwendung der MALLARDSchen Formel:

$$\sin V = \frac{0,0066}{0,0229} \text{ d. h. } 2V = 65,0^{\circ}; \text{ Char.: } +$$

wie auch früher ermittelt.

Zusammenstellung der an den Meßbeispielen ausgeführten Messungen und Folgerungen hieraus

a) Plagioklaszwilling aus dem Augitsyenit von Gröba (Sachsen)

Methode	Individuum 1			Individuum 2		
	$2V$	Char.	Anorthit	$2V$	Char.	Anorthit
Direktes Verfahren	79°	+	47%	nicht ausführbar		
Spaltflächen	nicht ausführbar			88°	+	39%
Zwillingselemente	Zwillingssachse: $2V = 90^{\circ}; \pm; 37\%$ An Verwachsungsebene: $79^{\circ}; +; 47\%$ Mittel $85^{\circ}; +; 42\%$					
zu (010) senkrechte Zone	78°	+	48%	87°	+	40%
char. Auslöschung	78°	+	48%	87°	+	40%
MALLARDSche Formel	79°	+	47%	nicht ausführbar		
Gangunterschied in einer Hilfsrichtung r	nicht ausgeführt			86°	+	41%
char. Gangunterschiedsverhältnisse	78¹/₂	+	48%	86 ¹ / ₂	+	40%
Mittel	78¹/₂	+	47 ¹ / ₂ %	87	+	40%

Die jeweils direkt ermittelte Größe ist fett gedruckt, die abgeleitete *kursiv*.

Die Zusammenstellung läßt erkennen, daß die Übereinstimmung der Meßergebnisse aus den Methoden, welche eine gesonderte Bestimmung der Einzelindividuen zulassen, für jedes Individuum betrachtet, nichts zu wünschen übrig läßt. Der Anorthitgehalt der

einzelnen Bestimmungen weicht von dem Mittelwert für jedes Individuum um höchstens 1% ab. Es ist ferner ganz zweifelsohne ersichtlich, daß der Anorthitgehalt beider Individuen verschieden ist. Dabei war in keinem der Individuen eine Spur von Zonarbau merklich. Aus der unterschiedlichen chemischen Zusammensetzung beider Individuen ist aber erklärlich, warum die Methode der Zwillingselemente, die ja den Anorthitgehalt für beide Individuen gemeinsam ermittelt, sowohl wenn man die zu den beiden Zwillingselementen gehörigen Ergebnisse untereinander vergleicht, als auch, wenn man sie mit den Ergebnissen der anderen Methoden vergleicht, stärkere Diskrepanzen aufweist. Die Voraussetzung dieser Methode, nämlich eine im kristallographischen Sinne streng einwandfreie Zwillingbildung, war, wie die anderen Methoden beweisen, im vorliegenden Falle zufolge der unterschiedlichen chemischen Zusammensetzung beider Individuen und der daraus folgenden Ungleichartigkeit der kristallographischen Elemente nicht erfüllt. Markant trat dieser Sachverhalt, wie schon erwähnt, an der Verwachsungsebene in Erscheinung. Sie war stellenweise unterbrochen und schon ohne Analysator deutlich erkennbar. Die beiden

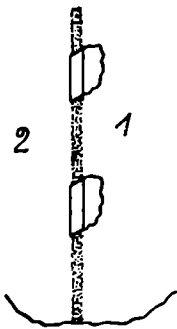


Fig. 46. Erscheinungen an der Verwachsungsebene eines Plagioklaszwillings im unpolarisierten Licht.

Individuen konnten eine kristallographisch für beide Individuen gleichwertige Verwachsungsfläche, es sollte nach dem im vorliegenden Falle ermittelten Zwillingsgesetz (010) sein, nicht ausbilden. Trotzdem schließt sich das Mittel der aus den beiden Zwillingselementen gewonnenen Daten den übrigen Messungen mit einer für petrographische Ansprüche wohl ausreichenden Genauigkeit an.

Bemerkenswert ist noch, daß von den mit Hilfe der Zwillingselemente erzielten Einzelresultaten sich das eine der Reihe des Individuums 1, das andere der Reihe des Individuums 2 anpaßt, und zwar die Verwachsungsebene (010) mehr dem Individuum 1. Damit im besonderen und mit der unterschiedlichen chemischen Zusammensetzung im allgemeinen hängt wahrscheinlich das Zerreißen der Verwachsungsebene gerade an den Stellen, welche eine Ausbildung der Spaltflächen (010) im Individuum 2 zeigen, zusammen (Fig. 46).

b) Sogenannter Omphacit im Eklogit von Silberbach

Mittlere Lichtbrechung	1,683
Winkel der optischen Achsen	$2V = 65,0^\circ$
Charakter der Doppelbrechung	+
Werte der drei Hauptdoppelbrechungen .	$n_\gamma - n_\alpha = 0,0229$
	$n_\gamma - n_\beta = 0,0163$
	$n_\beta - n_\alpha = 0,0066$

Der sogenannte Omphacit im Eklogit von Silberbach ist demnach in seinen optischen Elementen wesentlich von denen des gemeinen Augits verschieden: Die mittlere Lichtbrechung ist beträchtlich niedriger, der Winkel der optischen Achsen merklich größer, die maximale Doppelbrechung deutlich geringer.

III. Mathematische Ergänzungen**1. Theorie drehbarer Kompensatoren**

Die beiden Wellen, welche aus einer einfallenden Welle durch Brechung in einer anisotropen planparallelen Platte entstehen, haben nach Austritt aus der Kristallplatte parallele Normalenrichtungen (Fig. 47). Ihr Gangunterschied ist dann gleich der Differenz der Weglängen der beiden Wellennormalen vom Einfallspunkt A bis zu einer beliebigen Ebene, welche auf den austretenden Wellennormalenrichtungen senkrecht steht, wobei die Maßeinheit für jede dieser Weglängen durch die zugehörige Wellenlänge von Licht derselben Schwingungszahl gebildet wird, d. h.

$$1. \quad r = \frac{AC}{\lambda_1} + \frac{CE}{\lambda} - \frac{AD}{\lambda_2}$$

Ist d die Plattendicke, so gilt (s. Fig. 47):

$$\begin{aligned} AC &= \frac{d}{\cos i_1}; \quad AD = \frac{d}{\cos i_2}; \quad CE = CD \sin i = (BD - BC) \sin i \\ &= d (\operatorname{tg} i_2 - \operatorname{tg} i_1) \sin i \end{aligned}$$

Ferner ist: $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 = \lambda$ (Konstanz der Schwingungszahl) und $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \sin i$ (Brechungsgesetz der Wellennormale).

Durch Benutzung dieser Beziehungen erhält man für 1.:

$$I' = \frac{n_1 d}{\lambda \cos i_1} + \frac{d}{\lambda} \left(\frac{n_2 \sin^2 i_2}{\cos i_2} - \frac{n_1 \sin^2 i_1}{\cos i_1} \right) - \frac{n_2 d}{\lambda \cos i_2}$$

woraus durch Zusammenfassung folgt

$$2. \quad I' = \frac{d}{\lambda} (n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2)$$

Besteht die Kompensatorplatte aus einem optisch einachsigen Medium, so hat die eine Welle, die ordentliche, den konstanten Brechungsindex ω , die andere, die außerordentliche, den variablen Brechungsindex n_e . Man kann also an Stelle von 2. schreiben:

$$3. \quad I' = \frac{d}{\lambda} (\omega \cos i_\omega - n_e \cos i_e)$$

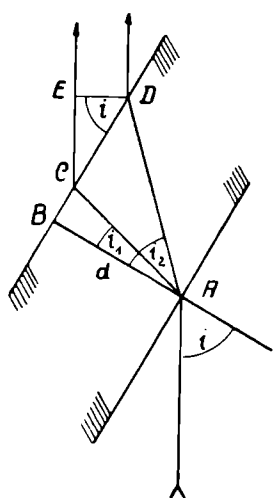


Fig. 47. Zur Ableitung der Kompensatorformel.

i : Neigung } der Kompensatorplatte.
 d : Dicke }

Meßbar ist mittels des Kompensators allein der äußere Neigungswinkel i . Ist die Kompensatorplatte senkrecht zur optischen Achse geschnitten, so ist i_e gleichzeitig der Neigungswinkel der außerordentlichen Wellennormale sowohl gegen die Plattennormale wie gegen die optische Achse. Der Brechungsindex n_e ist dann mit i_e durch folgende, aus dem Indexellipsoid leicht ableitbare Beziehung verknüpft:

$$\frac{1}{n_e^2} = \frac{\cos^2 i_e}{\omega^2} + \frac{\sin^2 i_e}{\varepsilon^2}$$

Da andererseits nach dem Brechungsgesetz der Wellennormalen

$$n_e \sin^2 i_e = \sin^2 i$$

ist, so ergibt sich nach Elimination von n_e^2 aus den beiden letzten Gleichungen:

$$\sin^2 i_e = \frac{\frac{\sin^2 i}{\omega^2}}{1 - \frac{\sin^2 i}{\varepsilon^2} + \frac{\sin^2 i}{\omega^2}}$$

$$\text{und } n_e^2 = \omega^2 \left(1 - \frac{\sin^2 i}{\varepsilon^2} + \frac{\sin^2 i}{\omega^2} \right)$$

$$\text{also } 4. \quad n_e^2 \cos^2 i_e = n_e^2 (1 - \sin^2 i_e) = \omega^2 \left(1 - \frac{\sin^2 i}{\varepsilon^2} \right)$$

Ferner ist

$$5. \quad \omega^3 \cos^2 i_\omega = \omega^3 (1 - \sin^2 i_\omega) = \omega^3 \left(1 - \frac{\sin^2 i}{\omega^2}\right)$$

Setzt man 4. und 5. in 3. ein, so ergibt sich:

$$6. \quad I' = \frac{d}{\lambda} \omega \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{\omega^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{\varepsilon^2}} \right)$$

worin jetzt nur noch die Winkel i vorkommen. Entwickelt man die Wurzeln nach dem binomischen Satz und faßt dann die Glieder gleicher Potenzen von $\sin i$ zusammen, so erhält man:

$$7. \quad I = \frac{d}{2\lambda} \omega \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) \sin^3 i \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\omega^2} \right) \sin^2 i \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\varepsilon^4} + \frac{1}{\varepsilon^2 \omega^2} + \frac{1}{\omega^4} \right) \sin^4 i + \dots \right\}$$

Die in der geschweiften Klammer stehenden Terme haben die Bedeutung von Korrektionsgliedern. Wie ersichtlich, ist der Einfluß dieser Glieder um so größer, d. h. die Summe in der Klammer um so mehr von 1 verschieden, je größere Neigungen i zur Anwendung kommen. In dem Kompensator nach M. BEREK werden Neigungen bis 30° benutzt; das Kompensatormineral ist Kalkspat. Mit Hilfe der bekannten Hauptbrechungsindizes ω und ε für Kalkspat ergibt sich die Summe der Klammer bis einschließlich des Gliedes mit $\sin^4 i$ für die maximale Neigung von 30° und das Licht der

D-Linie: 1,055

H- „ : 1,054

Wenn man also die Koeffizienten der Klammterglieder als konstante und nicht als mit der Lichtart variable Größen ansieht, begeht man selbst bei Anwendung der stärksten Neigungen, d. h. im Maximalfalle, erst einen Fehler von nur ca. 0,1%. Noch geringer ist der Fehler, der durch die völlige Unterdrückung der höheren Potenzen von i entsteht: ihre Gesamtsumme ändert den Wert der Klammtergröße noch nicht um 0,05%. Da die mittlere Einstellgenauigkeit nach Fig. 22 selbst im günstigsten Falle ca. 0,5% beträgt, ist ersichtlich, daß die Reihe in 7. ohne jede Bedenken mit dem Gliede $\sin^4 i$ abgebrochen werden kann und die Koeffizienten dieser Reihe als konstante Größen betrachtet werden dürfen; die Abhängigkeit des Gangunterschiedes von der Lichtart wird daher bereits durch den vor der Klammer stehenden Koeffizienten

$$8. \quad C_{\lambda} = \frac{d\omega}{2\lambda} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)$$

richtig wiedergegeben. Dieser hat also die Bedeutung einer Kompensatorkonstante, und wir können an Stelle von 7. schreiben:

$$9. \quad I' = C_{\lambda} \sin^2 i \left\{ 1 + 0,2040 \sin^2 i + 0,0627 \sin^4 i \right\} = C_{\lambda} f(i)$$

Diese Formel ist der tabellarischen Berechnung von $f(i)$ zugrunde gelegt. — Die Kompensatorkonstante braucht nur für eine Lichtart bestimmt zu werden; denn nach 8. ist das Verhältnis der Konstanten für zwei verschiedene Lichtarten nur abhängig von den Wellenlängen dieser beiden Lichtarten sowie von den Werten der Hauptbrechungsindizes für diese Lichtarten. Legt man also die Indizes des Kalkspats, die ja sehr genau gemessen sind, als bekannt zugrunde, so ergibt sich für alle Kompensatoren:

$$\log C_{\lambda = 656} - \log C_{\lambda = 589} = -0,004$$

$$\log C_{\lambda = 550} - \log C_{\lambda = 589} = -0,003$$

$$\log C_{\lambda = 485} - \log C_{\lambda = 589} = -0,010$$

Für die Art der im weißen Licht auftretenden Interferenzfarben ist das Verhältnis

Dispersion der Doppelbrechung Doppelbrechung

maßgebend. Ist dieses Verhältnis 0, so entspricht die Farbfolge genau der NEWTONSchen Farbenskala. Für eine Kalkspatplatte liegt unter äußeren Neigungswinkeln von 0 bis 30° gegen die optische Achse der Wert obigen Verhältnisses, wenn man für die Dispersion der Doppelbrechung die FRAUNHOFERSchen Linien A ($760 \mu\mu$) und H ($397 \mu\mu$) und für die Doppelbrechung selbst die Linie D ($579 \mu\mu$) zugrunde legt, zwischen 0,11 und 0,12, während z. B. für die üblichen Quarzkeile dieser Wert 0,07 beträgt. Man erkennt, daß Kalkspat sich als Kompensatormineral ebenfalls gut eignet.

Anmerkung: Für drehbare Kompensatoren aus Quarz senkrecht zur optischen Achse geschnitten, würde die der Beziehung 9. entsprechende Kompensatorformel lauten:

$$I' = C_{\lambda} \sin^2 i \left\{ 1 + 0,2084 \sin^2 i + 0,0652 \sin^4 i \right\}$$

Was den Einfluß von Justierungsfehlern auf die Meßgenauigkeit anbetrifft, so sei folgender wichtige, allgemein gültige Satz aus den Untersuchungen des Verf. angemerkt:

Befinden sich Kompensator und Kristallplatte genau in Subtraktionsstellung, so verschwindet der Einfluß sämtlicher Justierungsfehler.

Es können also Fehler in der Nicolkreuzung vorhanden sein, es kann das Azimut des Tubusschlitzes mangelhaft orientiert sein: wenn nur die Schwingungsrichtungen im Kristall und Kompensator sich kreuzweise genau decken, so wird der Gangunterschied prinzipiell, d. h. abgesehen von Beobachtungsfehlern, stets richtig gemessen. Ist dagegen die Subtraktionslage nicht genau eingehalten, so können bei allen Kompensatoren, welcher Art sie auch seien, bereits durch relativ geringfügige Justierungsfehler Unstimmigkeiten prinzipieller Art in den gemessenen Gangunterschieden bis zu einigen Prozenten unterlaufen. Die drehbaren Kompensatoren haben nun vor allen Keilkompensatoren den großen Vorzug, daß selbst geringfügige Abweichungen von der genauen Subtraktionslage zwischen Mineral und Kompensator deutlich erkennbare und störende Unsymmetrien in den Intensitätsverhältnissen der Kompensationsstreifen erkennen lassen (vgl. Fig. 20). Man wird daher bei Benutzung dieser Kompensatoren schon gewissermaßen zwangsläufig dazu angehalten, jedesmal durch Einstellung des richtigen Objektischazimuts die günstigsten Versuchsbedingungen herzustellen.

2. Die maximale Neigung der zuerst auffindbaren optischen Symmetrieebene sowie der am bequemsten einstellbaren optischen Symmetrieachse gegen die Schliffnormale

Die ungünstigsten Bedingungen für das Auffinden der ersten optischen Symmetrieebene sowie für die Einstellung einer optischen Symmetrieachse in die Beobachtungsrichtung treten ein, wenn alle drei Symmetrieebenen gegen die Schliffnormale gleich geneigt sind (Fig. 48). Dann ist:

$$\sin \alpha_2 = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{d. h. } \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1}{2} \sqrt{2}; \alpha_2 = 35,3^\circ$$

Die Koordinate α_2 der zuerst auffindbaren Symmetrieebene ist also ungünstigsten Falles $35,3^\circ$, die Koordinate α_2 der am bequemsten erreichbaren Symmetrieachse höchstens $54,7^\circ$. Bei

Verschiedenheit der Lichtbrechung im Mineral und Segment können sich diese Grenzen entsprechend nach oben oder unten verschieben.

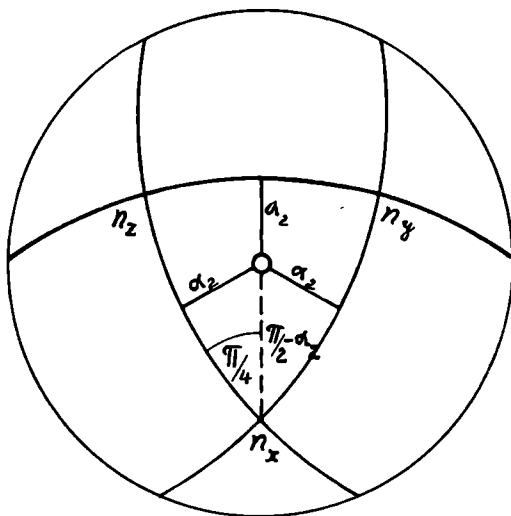


Fig. 48. Maximale Neigung der zuerst auffindbaren Symmetrieebene und Symmetrieachse gegen die Schlifffnormale.

3. Beziehungen zwischen den Auslöschungsrichtungen und den optischen Symmetrieverhältnissen

Die Schwingungsrichtungen der beiden in einer beliebigen Richtung r (Fig. 49) fortschreitenden ebenen Wellen gewinnt man mit Hilfe folgender einfachen, von A. FRESNEL herrührenden Konstruktion: Man legt durch die Wellennormalenrichtung r und jede der beiden optischen Achsen A und A' je eine Ebene rA und rA' . Dann liegen die beiden gesuchten Schwingungsrichtungen \mathfrak{H} und \mathfrak{H}' in den Halbierungsebenen der durch rA und rA' gebildeten beiden Winkel, und zwar durchschneidet bei positivem Charakter der Doppelbrechung die Schwingungsrichtung der Welle mit dem größeren Brechungsindex, bei negativem Charakter der Doppelbrechung die Schwingungsrichtung der Welle mit dem kleineren Brechungsindex den spitzen Winkel rA' .

Dieser Satz bildet die Grundlage für die folgenden Deduktionen, deren Ziel es ist, die FRESNELsche Konstruktion mathematisch so zu formulieren, daß aus Messungen der Lage von Schwingungs-

richtungen in einfacher und eindeutiger Weise die optischen Symmetrieverhältnisse abgeleitet werden können.

Wir betrachten zwei Beobachtungsrichtungen; die eine sei die einer beliebigen optischen Symmetrieachse n_x , die andere eine beliebige Richtung r , für welche nur die eine Bedingung besteht, daß sie nicht in einer optischen Symmetrieachse liegt (Fig. 50). Die Normale z auf der durch r und n_x bestimmten Ebene ist gleichzeitig Zonenachse für die zu r und n_x senkrechten Flächen. Wir bestimmen nun als Koordinaten von r : die Länge des Bogens, also den Winkel, (r, n_x) und den Winkel φ , den z mit n_y bildet.

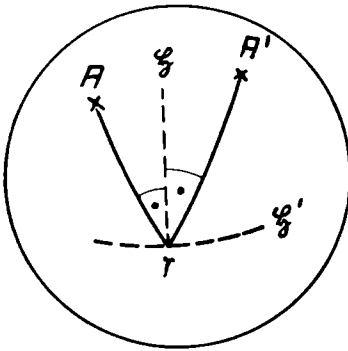


Fig. 49. FRESNELSche Konstruktion der Schwingungsrichtungen.
 A, A': Richtungen der optischen Achsen.
 \mathfrak{S} , \mathfrak{S}' : Schwingungsrichtungen zur Fortpflanzungsrichtung r .

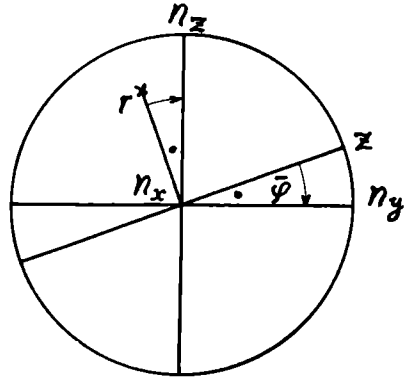


Fig. 50. Koordinaten einer beliebigen Richtung r in bezug auf n_x .

Den gleichen Winkel $\bar{\varphi}$ bilden die beiden durch n_z , n_x und r , n_x gehenden Ebenen miteinander.

Eine mathematische Formulierung der FRESNELSchen Konstruktion ist an sich sehr einfach und schon auf sehr verschiedene Weise gelöst worden. Bei keiner dieser Lösungen tritt aber der von uns angestrebte eindeutige Zusammenhang zwischen Schwingungsrichtungen und Symmetrieverhältnissen so erschöpfend zu Tage wie in der nachstehenden Behandlung. Die Schwierigkeiten einer solchen Formulierung beruhen lediglich in der Auswahl geeigneter Umformungen der in dieser Hinsicht bekanntlich sehr elastischen trigonometrischen Funktionen. Eine andere Begründung als die des endgültigen Erfolges kann bei der Auswahl der einzelnen

Etappen der Umformung nicht gegeben werden. Es wird notwendig sein, wenigstens die wichtigeren dieser Etappen in der Wiedergabe festzuhalten, da sonst die endgültig gewonnenen Beziehungen in ihrer Eigenart rein als empirisch gewonnene erscheinen könnten.

A. Der Charakter der Doppelbrechung ist positiv

I. Beobachtungsrichtung $n_x = n_\alpha$

$$1. \quad n_y = n_\beta; \quad n_z = n_\gamma$$

In Fig. 51 ist für diese Bedingungen die FRESNELSche Konstruktion für die Richtungen n_α und r ausgeführt. Mit den Bezeichnungen der Figur ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \varphi &= \sigma + \varepsilon = \tau - \varepsilon \\ 2\varphi &= \sigma + \tau \end{aligned}$$

$$1) \quad \cotg 2\varphi = \frac{1 - \tg \sigma \tg \tau}{\tg \sigma + \tg \tau}$$

Ferner:

$$2) \quad \begin{aligned} \cos \mu &= -\cos(r, n_x) \sin V + \sin(r, n_x) \cos V \cos \bar{\varphi} \\ \cos \nu &= \cos(r, n_x) \sin V + \sin(r, n_x) \cos V \cos \bar{\varphi} \end{aligned}$$

Ferner:

$$3) \quad \begin{aligned} \sin \sigma : \sin \bar{\varphi} &= \cos V : \sin \mu \\ \sin \tau : \sin \bar{\varphi} &= \cos V : \sin \nu \end{aligned}$$

Schreibt man
$$\tg \sigma = \frac{\sin \sigma}{\sqrt{1 - \sin^2 \sigma}}$$

und benutzt die Formeln 2) und 3), so kann man folgende Umformungen vornehmen:

$$\begin{aligned} \tg \sigma &= \frac{\sin \bar{\varphi} \cos V}{\sin \mu} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \bar{\varphi} \cos^2 V}{\sin^2 \mu}}} = \frac{\sin \bar{\varphi} \cos V}{\sqrt{1 - \cos^2 \mu - \sin^2 \bar{\varphi} \cos^2 V}} \\ &= \frac{\sin \bar{\varphi}}{\sqrt{1 + \sin^2(r, n_x) \tg^2 V - \sin^2(r, n_x) \cos^2 \bar{\varphi} + 2 \sin(r, n_x) \cos \bar{\varphi} \uparrow}} \\ &= \frac{\sin \bar{\varphi}}{\sqrt{\cos^2(r, n_x) \tg V \cos \bar{\varphi} - \sin^2 \bar{\varphi}}} \\ &= \frac{\sin \bar{\varphi}}{\sqrt{\cos^2 \bar{\varphi} \cos^2(r, n_x) + \sin^2(r, n_x) \tg^2 V + 2 \sin(r, n_x) \cos(r, n_x) \tg V \cos \bar{\varphi}}} \\ &= \frac{\sin \bar{\varphi}}{\pm (\cos(r, n_x) \cos \bar{\varphi} + \sin(r, n_x) \tg V)} \end{aligned}$$

Die entsprechende Umformung für $\text{tg } \tau$ braucht nicht im einzelnen durchgeführt zu werden; denn die Beziehungen 3) lehren, daß die Bestimmungsgleichung für τ sich von der für σ nur dadurch unterscheidet, daß in ihr die Hilfsgröße ν an Stelle von μ auftritt; und der Vergleich der Bestimmungsgleichungen für ν und μ hinwiederum zeigt, daß diese bis auf ein Vorzeichen identisch

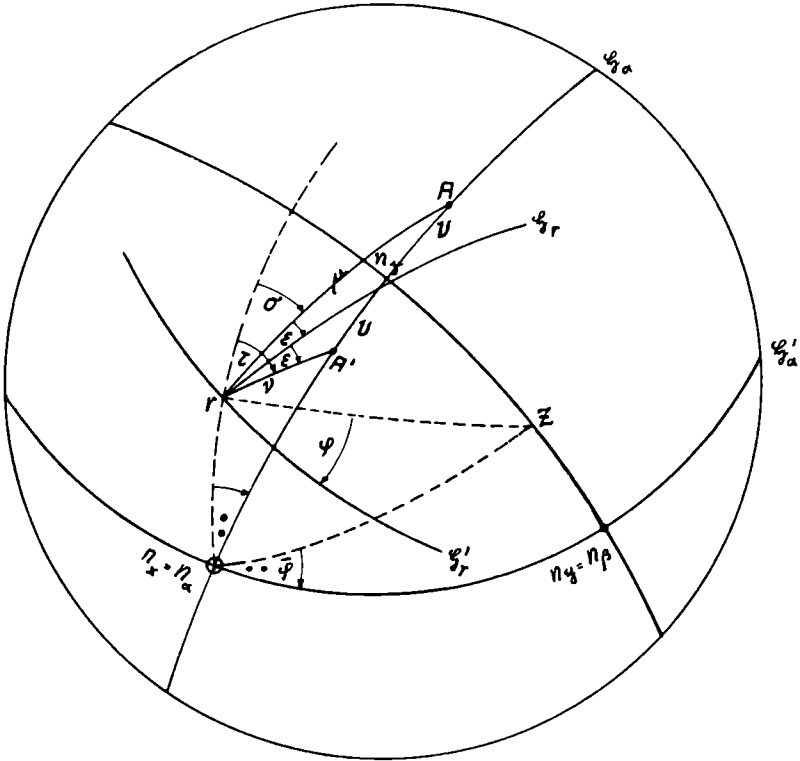


Fig. 51. Zur mathematischen Formulierung der FRESNELSchen Konstruktion.

I. Fall: $n_x = n_\alpha$

sind. Um $\text{tg } \tau$ aus $\text{tg } \sigma$ zu gewinnen, brauchen wir also in $\text{tg } \sigma$ im Nenner nur ein Vorzeichen der Summanden umzukehren; welches wir umkehren, ist gleichgültig, da die Summe selbst ein doppeltes Vorzeichen hat. Es ist also:

$$\text{tg } \tau = \frac{\sin \bar{\varphi}}{\pm (\cos (r, n_x) \cos \bar{\varphi} - \sin (r, n_x) \text{tg } V)}$$

In beiden Ausdrücken kommt nur das obere Vorzeichen in Frage, da aus der Figur 51 ersichtlich ist, daß für $(r, n_x) = 0$: $\sigma = \tau = +\bar{\varphi}$ wird. Die Beziehung 1) nimmt nun nacheinander folgende Formen an:

$$\begin{aligned} \cotg 2\varphi &= \frac{\cos^2(r, n_x) \cos^2 \bar{\varphi} - \sin^2(r, n_x) \operatorname{tg}^2 V - \sin^2 \bar{\varphi}}{2 \sin \bar{\varphi} \cos \bar{\varphi} \cos(r, n_x)} \\ &= \frac{\cos^2 \bar{\varphi} - \sin^2 \bar{\varphi} - \sin^2(r, n_x) \{\cos^2 \bar{\varphi} + \operatorname{tg}^2 V\}}{\cos(r, n_x) \sin 2\bar{\varphi}} \\ &= \frac{1}{\cos(r, n_x)} \left\{ \cotg 2\bar{\varphi} - \sin^2(r, n_x) \frac{\cos^2 \bar{\varphi} + \operatorname{tg}^2 V}{\sin 2\bar{\varphi}} \right\} \\ &= \frac{1}{\cos(r, n_x)} \left\{ \cotg 2\bar{\varphi} + \sin^2(r, n_x) \frac{\sin^2 \bar{\varphi} - \sec^2 V}{\sin 2\bar{\varphi}} \right\} \end{aligned}$$

Die Auflösung nach $\sec^2 V$ ergibt schließlich:

$$\sec^2 V = \sin^2 \bar{\varphi} - \frac{\cos(r, n_x) \cotg 2\varphi - \cotg 2\bar{\varphi}}{\sin^2(r, n_x)} \sin 2\bar{\varphi}$$

Da wie oben ausgeführt $\bar{\varphi}$ als Koordinate der Zonenachse angesehen werden kann, muß

$$4) \quad P = \frac{\cos(r, n_x) \cotg 2\varphi - \cotg 2\bar{\varphi}}{\sin^2(r, n_x)}$$

für alle Flächen dieser Zone invariant sein (optische Zonenkonstante). Mit Benutzung dieses Begriffes erhalten wir den einfachen Ausdruck:

$$5) \quad \sec^2 V = \sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2\bar{\varphi}$$

$$2. \quad n_y = n_\gamma; \quad n_z = n_\beta$$

Das Ergebnis für diesen Fall läßt sich unmittelbar aus dem des ersten ablesen: Da, wie definiert, $\bar{\varphi}$ immer den Winkel (z, n_y) darstellt, gewinnen wir die entsprechenden Beziehungen für diesen Fall aus 4) und 5) einfach dadurch, daß wir formal $\bar{\varphi}$ durch $\frac{\pi}{2} + \bar{\varphi}$ und φ durch $\frac{\pi}{2} + \varphi$ ersetzen. Dabei zeigt sich, daß sich P überhaupt nicht ändert: P ist also auch in bezug auf den Charakter der Schwingungsrichtung invariant. Anders die Beziehung 5); man erhält:

$$\sec^2 V = \cos^2 \bar{\varphi} + P \sin 2\bar{\varphi}$$

und hieraus:

$$6) \quad \sec^2 V - 1 = \operatorname{tg}^2 V = -(\sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2\bar{\varphi})$$

Gegenüber 5) hat sich auf der rechten Seite das Vorzeichen geändert und links ist eine andere trigonometrische Funktion von V aufgetreten.

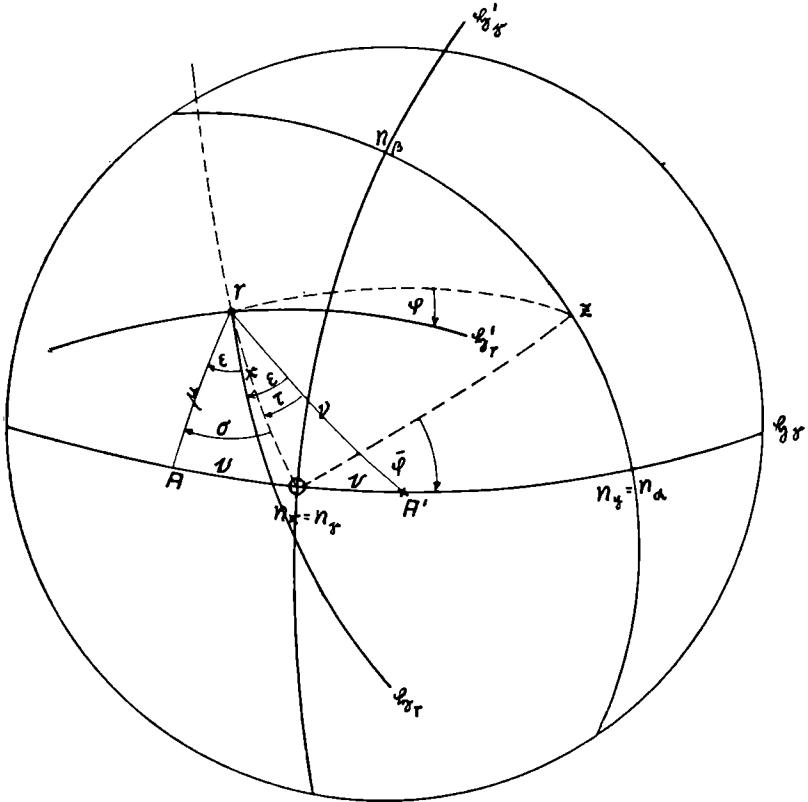


Fig. 52. Zur mathematischen Formulierung der FRESNELSchen Konstruktion.

II. Fall: $n_x = n_y$.

II. Beobachtungsrichtung $n_x = n_y$

$$1. \quad n_y = n_\alpha; \quad n_z = n_\beta$$

Mit den Bezeichnungen der entsprechenden Fig. 52 ergeben sich als Ausgangsbeziehungen:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \sigma - \varepsilon = \varepsilon - \tau \\
 2\varphi &= \sigma - \tau \\
 \cotg 2\varphi &= \frac{1 + \tg \sigma \tg \tau}{\tg \sigma - \tg \tau}
 \end{aligned}$$

1a)

$$2a) \quad \begin{aligned} \cos \mu &= \cos(r, n_x) \cos V + \sin(r, n_x) \sin V \sin \bar{\varphi} \\ \cos \nu &= \cos(r, n_x) \cos V - \sin(r, n_x) \sin V \sin \bar{\varphi} \end{aligned}$$

$$3a) \quad \begin{aligned} \sin \sigma : \cos \bar{\varphi} &= \sin V : \sin \mu \\ \sin \tau : \cos \bar{\varphi} &= \sin V : \sin \nu \end{aligned}$$

Man erhält bei Ausführung genau entsprechender Umformungen wie unter Fall I:

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\cos \bar{\varphi}}{\pm (\cos(r, n_x) \sin \bar{\varphi} - \sin(r, n_x) \operatorname{cotg} V)}$$

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{\cos \bar{\varphi}}{\pm (\cos(r, n_x) \sin \bar{\varphi} + \sin(r, n_x) \operatorname{cotg} V)}$$

In dem Ausdruck für $\operatorname{tg} \sigma$ kommt nur das untere Vorzeichen in Frage, da nach Fig. 52 für $(r, n_x) = 0 : \sigma = \frac{\pi}{2} + \bar{\varphi}$, also $\operatorname{tg} \sigma = -\operatorname{cotg} \bar{\varphi}$ wird; in dem Ausdruck für $\operatorname{tg} \tau$ dagegen kommt nur das obere Vorzeichen in Frage, da nach Fig. 52 für $(r, n_x) = 0 : \tau = \frac{\pi}{2} - \bar{\varphi}$, also $\operatorname{tg} \tau = +\operatorname{cotg} \bar{\varphi}$ wird.

Setzt man die gefundenen Ausdrücke für $\operatorname{tg} \sigma$ und $\operatorname{tg} \tau$ wieder in 1a) ein und formt entsprechend dem Fall I um, so läßt sich wieder genau der gleiche Ausdruck P wie in 4) absondern und man erhält:

$$5a) \quad \operatorname{cotg}^2 V = -(\sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2\bar{\varphi})$$

$$2. \quad n_y = n_\beta; \quad n_z = n_\alpha$$

Man erhält aus 5a) auf demselben Wege, auf dem 6) aus 5) gewonnen wurde:

$$6a) \quad \operatorname{cosec}^2 V = \sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2\bar{\varphi}$$

III. Beobachtungsrichtung $n_x = n_\beta$

$$1. \quad n_y = n_\alpha; \quad n_z = n_\gamma$$

Die Ausgangsgleichungen werden hier unter Benutzung der Bezeichnungen in Fig. 53:

$$1b) \quad \begin{aligned} \varphi &= \sigma - \varepsilon = \varepsilon - \tau \\ 2\varphi &= \sigma - \tau \\ \operatorname{cotg} 2\varphi &= \frac{1 + \operatorname{tg} \sigma \operatorname{tg} \tau}{\operatorname{tg} \sigma - \operatorname{tg} \tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2a) \quad & \cos \mu = \sin (r, \mathbf{n}_x) \cos (V + \bar{\varphi}) \\
 & \cos \nu = \sin (r, \mathbf{n}_x) \cos (V - \bar{\varphi}) \\
 3a) \quad & \sin \sigma \sin \mu = \sin (V + \bar{\varphi}) \\
 & \sin \tau \sin \nu = \sin (V - \bar{\varphi})
 \end{aligned}$$

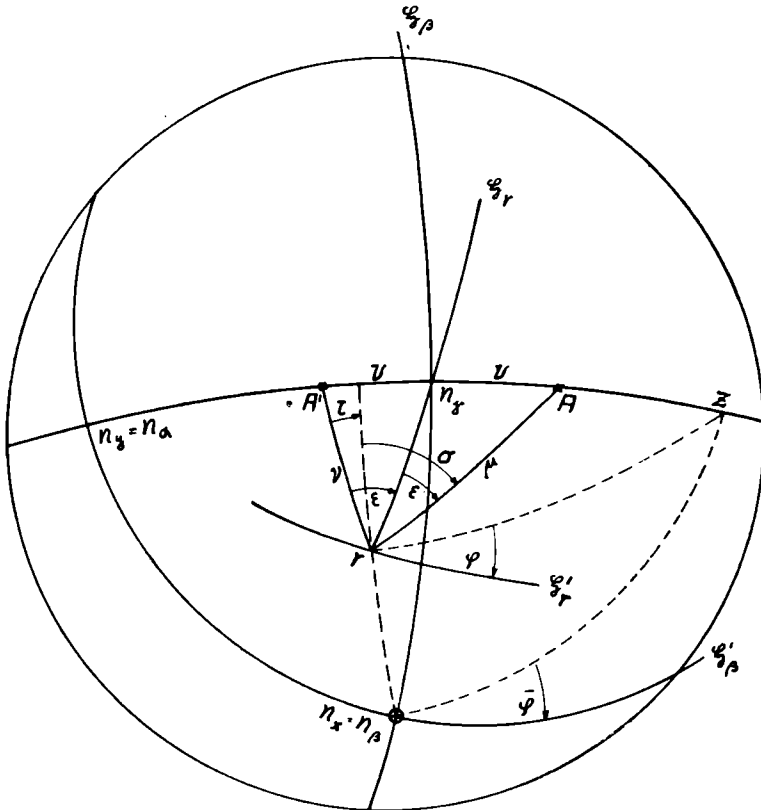


Fig. 53. Zur mathematischen Formulierung der FRESNELSchen Konstruktion.

III. Fall: $n_x = n_\beta$.

Man erhält:

$$\operatorname{tg} \sigma = \pm \frac{\operatorname{tg} (V + \bar{\varphi})}{\cos (r, \mathbf{n}_x)}; \quad \operatorname{tg} \tau = \pm \frac{\operatorname{tg} (V - \bar{\varphi})}{\cos (r, \mathbf{n}_x)}$$

In beiden Ausdrücken kommt nur das obere Vorzeichen in Frage, da aus der Fig. 53 folgt, daß für $(r, \mathbf{n}_x) = 0 : \sigma = +(V + \bar{\varphi})$ und $\tau = +(V - \bar{\varphi})$ wird. Die Umformung des Ausdruckes 1b) wird nun aber etwas kompliziert:

$$\begin{aligned}
 \cotg 2\varphi &= \frac{1 + \frac{\operatorname{tg}(V+\bar{\varphi}) \operatorname{tg}(V-\bar{\varphi})}{\cos^2(r, n_x)}}{\frac{\operatorname{tg}(V+\bar{\varphi}) - \operatorname{tg}(V-\bar{\varphi})}{\cos(r, n_x)}} = \frac{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 V - \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi}}{\cos^2(r, n_x) (1 - \operatorname{tg}^2 V \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi})}}{\frac{1}{\cos(r, n_x)} \left\{ \frac{\operatorname{tg} V + \operatorname{tg} \bar{\varphi}}{1 - \operatorname{tg} V \operatorname{tg} \bar{\varphi}} - \frac{\operatorname{tg} V - \operatorname{tg} \bar{\varphi}}{1 + \operatorname{tg} V \operatorname{tg} \bar{\varphi}} \right\}} \\
 &= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 V \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} + \operatorname{tg}^2 V - \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} - \sin^2(r, n_x) (1 - \operatorname{tg}^2 V \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi})}{\cos(r, n_x) \{ 2 \operatorname{tg} \bar{\varphi} + 2 \operatorname{tg} \bar{\varphi} \operatorname{tg}^2 V \}} \\
 &= \frac{1}{\cos(r, n_x)} \left\{ \frac{1 - \operatorname{tg}^2 V \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi} + \operatorname{tg}^2 V - \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi}}{2 \operatorname{tg} \bar{\varphi} (1 + \operatorname{tg}^2 V)} - \sin^2(r, n_x) \frac{1 - \operatorname{tg}^2 V \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi}}{2 \operatorname{tg} \bar{\varphi} (1 + \operatorname{tg}^2 V)} \right\} \\
 &= \frac{1}{\cos(r, n_x)} \left\{ \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \bar{\varphi}}{2 \operatorname{tg} \bar{\varphi}} + \sin^2(r, n_x) \frac{\sin^2 V \sin^2 \bar{\varphi} - \cos^2 \bar{\varphi} \cos^2 V}{\sin 2 \bar{\varphi}} \right\} \\
 &= \frac{1}{\cos(r, n_x)} \left\{ \cotg 2 \bar{\varphi} + \sin^2(r, n_x) \frac{\sin^2 \bar{\varphi} - \cos^2 V}{\sin 2 \bar{\varphi}} \right\}
 \end{aligned}$$

Hieraus folgt nun auf demselben Wege wie früher:

$$5b) \quad \cos^2 V = \sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2 \bar{\varphi}$$

$$2. \quad n_y = n_\gamma; \quad n_z = n_\alpha$$

Man erhält aus 5b) durch die formale Substitution $\bar{\varphi} \sim \bar{\varphi} + \frac{\pi}{2}$:

$$6b) \quad \sin^2 V = \sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2 \bar{\varphi}$$

B. Der Charakter der Doppelbrechung ist negativ

Die Figuren 51—53 behalten dann ihre Gültigkeit, nur müssen wir uns jedesmal n_α mit n_γ vertauscht denken. Wir erhalten also genau dieselben Beziehungen wie im Falle A, nur müssen wir in betreff ihrer Zugehörigkeit n_α mit n_γ vertauschen.

Setzen wir nun zur Abkürzung:

$$7) \quad \sin^2 \bar{\varphi} - P \sin 2 \bar{\varphi} = f(\varphi)$$

so ist aus den Gleichungen 5 bis 5b) und 6 bis 6b) ersichtlich, daß stets

$$8) \quad \operatorname{trig} V = \sqrt{|f(\varphi)|}$$

ist. Für die trigonometrische Funktion ist einzusetzen:

\cotg ,	wenn $f(\varphi)$ zwischen	$-\infty$ und	-1 liegt
tg ,	"	"	-1 " 0 "
\sin ,	"	"	0 " $0,5$ "
\cos ,	"	"	$0,5$ " 1 "
\sec ,	"	"	1 " 2 "
cosec ,	"	"	2 " ∞ "

Ist noch der relative Charakter der Schwingungsrichtungen $n_y : n_z$ bekannt, so wird durch $f(\varphi)$ auch der Charakter der Doppelbrechung und der wahre Charakter sämtlicher Symmetrieachsen n_x, n_y, n_z bestimmt. Zwar tritt jede der sechs trigonometrischen Funktionen sowohl bei positivem wie bei negativem Charakter der Doppelbrechung auf, aber in jedem dieser beiden Fälle immer nur einmal, und diese beiden Fälle selbst sind durch entgegengesetzten relativen Charakter $n_y : n_z$ gekennzeichnet. Zusammenfassend können wir das Ergebnis dieser Untersuchungen, wie folgt, aussprechen:

Bedeutet r eine beliebige Richtung, z die Richtung der Durchschnittsgeraden der zu r senkrechten Fläche mit einer beliebigen optischen Symmetrieebene, φ den Auslöschungswinkel in Richtung r , bezogen auf die Richtung z , so liefert die charakteristische Funktion $f(\varphi)$ die vollständige Bestimmung der optischen Symmetrieelemente laut nachstehender Tabelle. φ selbst ist der „charakteristische Auslöschungswinkel“.

Zusammenhang zwischen der charakteristischen Funktion $f(\varphi)$ und den optischen Symmetrieelementen

		Relativer Charakter $n_y : n_z$								
		$n_y = (n_\alpha)$			$n_y = (n_\gamma)$					
		Wahrer Charakter								
$f(\varphi)$	$\sqrt{ f(\varphi) } =$	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_y	
— ∞ bis — 1	$\cotg V$	+	n_γ	n_α	n_β	—	n_α	n_γ	n_β	
— 1 „ 0	$tg V$	—	n_γ	n_α	n_β	+	n_α	n_γ	n_β	
0 „ 0,5	$\sin V$	—	n_β	n_α	n_γ	+	n_β	n_γ	n_α	
0,5 „ 1	$\cos V$	+	n_β	n_α	n_γ	—	n_β	n_γ	n_α	
1 „ 2	$\sec V$	+	n_α	n_β	n_γ	—	n_γ	n_β	n_α	
2 „ ∞	$\text{cosec } V$	—	n_α	n_β	n_γ	+	n_γ	n_β	n_α	

n_x : Bezugsrichtung für die Richtung r ;

n_y : Bezugsrichtung für die Bestimmung des relativen Charakters;

n_z : dritte Symmetrieachse.

Die Methode der „charakteristischen Auslöschung“ findet in dem vorstehenden ihre Begründung. Zu erklären ist noch das Zustandekommen der Diagramme. Die Winkel (r, n_x) und $\bar{\varphi}$ spielen bei der Methode die Rolle von beliebig variierbaren

Versuchsbedingungen. Nehmen wir für diese zunächst irgendwelche festen Werte an. Dann ist durch diese Versuchsbedingungen und die angegebenen sechs Bereiche für $f(\varphi)$ zugleich der Bereich derjenigen Auslöschungswinkel φ abgegrenzt, die auf ein und dieselbe trigonometrische Funktion von V führen. Da nun die Auslöschungswinkel immer nur von 0° bis 90° gemessen werden, so wird, falls einer der auf dieselbe trigonometrische Funktion führenden Bereiche φ groß ist, dies nur auf Kosten der fünf andern Bereiche erfolgt sein können. Da man nun von vornherein nicht weiß, in welchen Bereich die Untersuchung führen wird, empfiehlt es sich, die normalen Versuchsbedingungen, wenn möglich, so zu gestalten, daß die sechs Bereiche gleich groß werden, jeder also $1/6 \cdot 90^\circ$, d. h. je 15° der möglichen φ -Werte umfaßt. Die nähere Untersuchung zeigt in der Tat, daß solche normale Versuchsbedingungen realisierbar sind, nämlich mit

$$\bar{\varphi} = 45^\circ; (r, n_x) = 54,7^\circ$$

Die charakteristische Funktion erhält damit die Form:

$$f(\varphi) = \frac{1 - \sqrt{3} \cotg 2\varphi}{2}$$

Setzt man hierin für φ verschiedene Werte von 0° bis 15° ein, so ergibt sich das Normaldiagramm.

In den Spezialdiagrammen sind dann im Gegensatz zum Normaldiagramm die Versuchsbedingungen so gewählt, daß einer der sechs Bereiche, natürlich auf Kosten der anderen fünf, möglichst groß wird.

Anmerkung: Für das monokline Kristallsystem kann man aus der obigen Tabelle auch den Charakter der Dispersion der optischen Symmetrieachsen ablesen. Fällt z. B. die Ausgangsrichtung n_x mit der Richtung der kristallographischen Hauptachse b zusammen, so entspricht den Funktionen \cotg und cosec die sog. „gekreuzte“ Dispersion, den Funktionen tg und sec die sog. „horizontale“ Dispersion und den Funktionen \sin und \cos die sog. „geneigte“ Dispersion.

Die abgeleiteten Beziehungen gestatten die meisten der in Zusammenhang mit der Lage der Schwingungsrichtungen in der Petrographie auftretenden Fragen in einer sehr viel einfachere Weise, als gewöhnlich behandelt, zu beantworten. Nach 4) ist der Auslöschungswinkel auf einer beliebigen mittels ihrer Koordination (r, n_x) und $\bar{\varphi}$ definierten Fläche durch die einfache Beziehung

$$\text{gegeben:} \quad \cotg 2\varphi = \frac{\cotg 2\bar{\varphi} + P \sin^2(r, n_x)}{\cos(r, n_x)}$$

worin P nach 5 bis 5 b bzw. 6 bis 6 b mittels der Koordinate $\bar{\varphi}$ und mittels V einfach bestimmbar ist. Ist weder $\bar{\varphi}$ noch V bekannt, so kann man sowohl P wie $\bar{\varphi}$ aus den Auslösungswinkeln φ_1 und φ_2 auf zwei Flächen berechnen, deren Normalen r_1 und r_2 gegen eine optische Symmetrieachse n_x eine bekannte Neigung haben. In dem besonders einfachen Fall, wo die beiden Flächen mit der zu n_x senkrechten Symmetrieebene in einer Zone liegen, lauten diese Formeln:

$$P = \frac{\begin{vmatrix} \cos(r_1, n_x) \cotg 2\varphi_1 & 1 \\ \cos(r_2, n_x) \cotg 2\varphi_2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sin^2(r_1, n_x) & 1 \\ \sin^2(r_2, n_x) & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\cotg 2\bar{\varphi} = \frac{\begin{vmatrix} \cos(r_1, n_x) \cotg 2\varphi_1 & \sin^2(r_1, n_x) \\ \cos(r_2, n_x) \cotg 2\varphi_2 & \sin^2(r_2, n_x) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \sin^2(r_1, n_x) \\ 1 & \sin^2(r_2, n_x) \end{vmatrix}}$$

Betreffend allgemeiner Fälle muß auf die Originalarbeiten des Verf. verwiesen werden. Dort ist auf gleicher Grundlage auch die Dispersion der Polarisationsrichtungen im rhombischen und monoklinen System behandelt.

4. Bestimmung der Lichtbrechung

Wo auch (Fig. 54) der Punkt B auf AC liegend gewählt wird, stets ist:

$$AC:BC = (n' - n_s):(a' - a_s) = (n_M - n_s):(\bar{a} - a_s)$$

woraus folgt:

$$n_M = n_s + (n' - n_s) \frac{\bar{a} - a_s}{a' - a_s}$$

Der Fehler in der Bestimmung von n_M ergibt sich mittels der Variationsrechnung zu

$$\delta n_M = \frac{n' - n_s}{a' - a_s} \left\{ \delta \bar{a} - \frac{\bar{a} - a_s}{a' - a_s} \delta a' + \frac{\bar{a} - a'}{a' - a_s} \delta a_s \right\}$$

Betrachten wir den ungünstigsten Fall, in dem sich alle möglichen Fehler $\delta \bar{a}$, $\delta a'$, δa_s verstärken, so sind die Klammerglieder ohne Rücksicht auf ihre Vorzeichen mit ihren absoluten Werten zu addieren. In Fig. 42 waren die größtmöglichen Fehler:

$$\delta \bar{a} = 0,14; \delta a' = 0,18; \delta a_s = 0,13$$

Damit ergibt sich unter Berücksichtigung der übrigen benötigten Daten aus Fig. 42:

$$\delta n_M = 0,009$$

Der so berechnete Wert des Fehlers ist aber ganz sicher wesentlich zu hoch; denn einmal sind seiner Berechnung nicht mittlere oder wahrscheinliche Fehler, sondern die größtmöglichen Fehler der Koordinaten a zugrunde gelegt, und zweitens ist noch angenommen, daß diese Fehler sämtlich in einem Sinne wirken. Wenn man in größeren Meßreihen die Abweichungen der einzelnen

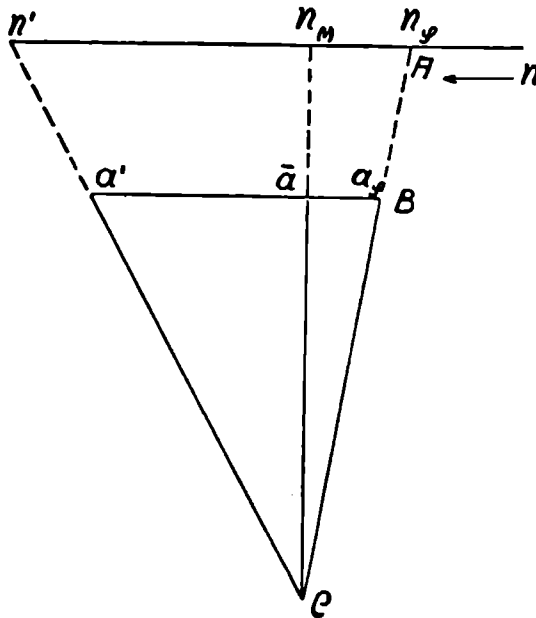


Fig. 54. Zur Bestimmung der mittleren Lichtbrechung.

a_s, \bar{a}, a' : charakteristische Koordinaten.

Meßdaten vom Mittelwert berechnet und auch den Fehler des Mittelwertes in bekannter Weise bestimmt, so ist zu erwarten, daß einzelne der Meßdaten vom Mittelwert bis zum dreifachen Betrage des Fehlers im Mittelwert abweichen. In unserem Falle (Fig. 42) stellen die Koordinaten \bar{a}, a' und a_s solche Mittelwerte aus je einer größeren Meßreihe dar, welche gewissermaßen durch die einzelnen Punkte veranschaulicht wird, die von dem zugehörigen Geradenpaar umschlossen werden. Bei einem wirklichen Ausgleich dieser Punkte wird weder die eine Gerade noch die andere als

ausgleichende angesehen werden, vielmehr wird eine innerhalb des Geradenpaares irgendwie verlaufende die ausgleichende sein. Die beiden gezeichneten parallelen Geraden stellen Extremlagen der ausgleichenden dar. Analog den oben ausgesprochenen Erfahrungen können wir erwarten, daß der Fehler dieser Extremlagen ca. dreimal größer sein wird als der Fehler der mittleren ausgleichenden Geraden; dementsprechend ist der zu erwartende Fehler in den Koordinatenwerten \bar{a} , a' und a_s dreimal kleiner als aus den Geradenpaaren bestimmt, und daher ist auch der zu erwartende Fehler in n_M , selbst wenn die Einzelfehler sämtlich im gleichen Sinne wirken sollten, nicht größer als

$$\frac{1}{3} \delta n_M$$

d. h. im vorliegenden Falle $\pm 0,003$.

Anmerkung: Erlaubt die graphische Darstellung (Fig. 42) die Ablesung der Koordinaten \bar{a} , a' und a_s nur auf $0,1^\circ$, legt man also der Berechnung von n_M die Werte $a_s = 15,4$; $\bar{a} = 14,3$; $a' = 10,7$ zugrunde, so ergibt sich $n_M = 1,684$ (anstatt 1,683).

5. Beziehungen zwischen der Doppelbrechung und den optischen Symmetrieverhältnissen

Es liegt nahe, zu fragen, ob analoge einfache und eindeutige Zusammenhänge, wie wir sie im Kapitel 3 dieses Teiles zwischen der Lage der Schwingungsrichtungen und den optischen Symmetrieelementen abgeleitet und tabellarisch dargestellt haben, nicht auch zwischen Doppelbrechung und Symmetrieeigenschaften bestehen. Diese Frage kann man so unmittelbar keineswegs bejahen; denn wie schon hervorgehoben, stellen jene früheren Deduktionen prinzipiell nichts anderes dar als eine erschöpfende mathematische Formulierung der FRESNELSchen Konstruktion. Nach dieser sind die zu einem der Lage nach gegebenen Flächenpol r gehörigen Schwingungsrichtungen der beiden in Richtung r fortschreitenden ebenen Wellen eindeutig und vollständig definiert durch die Richtungen der beiden optischen Achsen; dagegen sind zur Bestimmung der zu einem der Lage nach gegebenen Flächenpol r gehörigen Doppelbrechung außer den Richtungen zweier optischer Symmetrieachsen noch die Werte der drei Hauptbrechungsindizes und ihre Zuordnung zu den drei optischen Symmetrieachsen als bekannt erforderlich. Die Verhältnisse liegen also hier einerseits wesentlich komplizierter; andererseits bietet das Problem aber auch die

Möglichkeit von Vereinfachungen, und zwar in zweierlei Hinsicht: Während nämlich im Falle der Schwingungsrichtungen die Koordinaten $\bar{\varphi}$ und (r, n_x) der Versuchsrichtung r beide von 0° und 90° verschieden sein müssen, weil sie sonst auf Flächenpole führen, die in einer optischen Symmetrieebene liegen, für die ja die Lage der Schwingungsrichtungen von vornherein bekannt ist und kein nutzbares Charakteristikum bilden kann, braucht im Falle der Doppelbrechung diese einschränkende Voraussetzung nicht gemacht zu werden; denn bekanntlich variiert der Betrag der Doppelbrechung auch für die innerhalb einer optischen Symmetrieebene gelegenen Richtungen, und zwar nach einem wesentlich einfacheren Gesetz als bei beliebiger Lage der Versuchsrichtung. Zweitens besteht noch die Möglichkeit, das Problem durch gewisse Festsetzungen

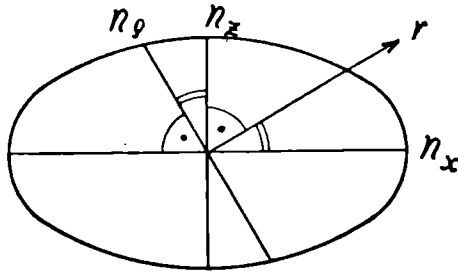


Fig. 55. Zur Ableitung einer verallgemeinerten MALLARDSchen Formel.

über die maximale Höhe der Lichtbrechung und Doppelbrechung, im Sinne der MALLARDSchen Annäherungen, faßbarer zu gestalten.

Wie oben die Untersuchungen über Schwingungsrichtung und optische Symmetrieelemente das FEDOROWSche, in diesem Buche nicht behandelte Tatonnement auf eine explizite Grundlage gestellt und zu der Methode der „charakteristischen Auslöschung“ geführt haben, so lassen die nachfolgenden Untersuchungen die NIKITINSche Methode der Verwertung von Doppelbrechungsmessungen auf eine breitere Basis stellen und zu der Methode des „charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisses“ ausgestalten.

Bedeutet r eine beliebige in einer optischen Symmetrieebene liegende Richtung, und sind die Halbachsen der Ellipse, welche den Durchschnitt dieser Symmetrieebene mit dem Indexellipsoid darstellt, n_x und n_z (Fig. 55), so ist der Brechungsindex der einen Welle, die sich in Richtung r fortpflanzt, durch die Länge n_φ des

Radiusvektors gegeben, der auf der Richtung r senkrecht steht. Es gilt dann die Ellipsengleichung

$$\frac{n_e^2}{n_x^2} \cos^2(n_e, n_x) + \frac{n_e^2}{n_z^2} \cos^2(n_e, n_z) = 1$$

Zufolge der aus der Figur ersichtlichen Winkelbeziehungen kann man hierfür schreiben:

$$\frac{n_e^2}{n_x^2} \sin^2(r, n_x) + \frac{n_e^2}{n_z^2} \cos^2(r, n_x) = 1$$

Durch leichte Umformung folgt hieraus:

$$\frac{n_z^2 - n_x^2}{n_x^2} = \frac{n_z^2 - n_e^2}{n_e^2 \sin^2(r, n_x)}$$

Da hierin die linke Seite einen konstanten Wert für die Schnittellipse darstellt, muß die rechte Seite in bezug auf die Richtung r eine Invariante sein; wenn wir also noch eine zweite beliebige in der gleichen Symmetrieebene gelegene Richtung r' betrachten, so gilt:

$$\frac{n_z^2 - n_e^2}{n_e^2 \sin^2(r, n_x)} = \frac{n_z^2 - n_e'^2}{n_e'^2 \sin^2(r', n_x)}$$

woraus folgt:

$$1) \quad \frac{\sin(r, n_x)}{\sin(r', n_x)} = \frac{n_e'}{n_e} \sqrt{\frac{n_e^2 - n_z^2}{n_e'^2 - n_z^2}}$$

Der aus der rechten Seite dieser Gleichung abzusondernde Faktor

$$\frac{n_e'}{n_e} \sqrt{\frac{n_e + n_z}{n_e' + n_z}}$$

ist auch für stark doppelbrechende Mineralien, soweit sie petrographisch in Frage kommen, so wenig von Eins verschieden, daß seine Vernachlässigung die mit den Universaldrehtischmethoden erreichbare Genauigkeitsgrenze in keiner Weise verschiebt. Es gilt also unter Berücksichtigung dieser durch die praktischen Verhältnisse gestatteten Vereinfachungen weitaus ausreichend die Beziehung:

$$1 a) \quad \frac{\sin(r, n_x)}{\sin(r', n_x)} = \sqrt{\frac{n_e - n_z}{n_e' - n_z}}$$

Durch Spezialisierungen erhält man aus dieser Gleichung einige bereits wohlbekannt Formeln:

Setzt man $(r', n_x) = \frac{\pi}{2}$ und demgemäß $n_e' = n_x$, so erhält man bei Auflösung der Gleichung nach n_e :

$$2) \quad n_e = n_z + (n_x - n_z) \sin^2(r, n_x)$$

Diese Beziehung hatte W. NIKITIN in seiner Methode der Verwertung der Gangunterschiedsmessungen zugrunde gelegt.

Ferner folgen aus 1a) auch die bekannten MALLARDSchen Formeln; ja, man kann 1a) direkt als eine verallgemeinerte MALLARDSche Formel ansehen. Legt man r in die Richtung einer optischen Achse, so daß also $(r, n_x) = V$ und $n_\rho = n_\beta$ wird, und setzt des weiteren wieder $(r', n_x) = \frac{\pi}{2}$ und demgemäß $n_{\rho'} = n_x$, so wird, wenn wir V von n_γ aus messen, d. h. $n_x = n_\gamma$ und $n_z = n_\alpha$ setzen:

$$\sin V = \sqrt{\frac{n_\beta - n_\alpha}{n_\gamma - n_\alpha}}$$

Durch Einführung anderer trigonometrischer Funktionen folgt hieraus die Reihe sämtlicher MALLARDSchen Formeln, von denen man im ganzen zwölf aufstellen kann (6 trigonometrische Funktionen und 2 Bezugsrichtungen für V).

Der Brechungsindex der zweiten Welle, welche sich in der beliebigen Richtung r in einer beliebigen Symmetrieebene (Fig. 55) fortpflanzt, wird durch den zur Symmetrieebene n_x, n_z senkrechten Radiusvektor n_y des Indexellipsoids gegeben. Demnach folgt für die Doppelbrechung $|n_\rho - n_y|$ in Richtung r nach Gleichung 2):

$$n_\rho - n_y = (n_z - n_y) + (n_x - n_z) \sin^2(r, n_x)$$

und hieraus:

$$3) \quad n_x - n_z = \frac{(n_\rho - n_y) - (n_z - n_y)}{\sin^2(r, n_x)}$$

Es sind nun sechs verschiedene Fälle möglich.

I. $n_x = n_\alpha; n_z = n_\beta; n_y = n_\gamma$

Dann liegt die Richtung r in der Symmetrieebene n_α, n_β . Aus 3) folgt:

$$3a) \quad n_\beta - n_\alpha = \frac{(n_\gamma - n_\rho) - (n_\gamma - n_\beta)}{\sin^2(r, n_\alpha)_{\alpha\beta}}$$

Bilden wir hieraus den Ausdruck:

$$\sqrt{\frac{n_\gamma - n_\beta}{n_\beta - n_\alpha}} = \frac{\sin(r, n_\alpha)_{\alpha\beta}}{\sqrt{\frac{n_\gamma - n_\rho}{n_\gamma - n_\beta} - 1}}$$

so hat die linke Seite die Form der in den MALLARDSchen Beziehungen auftretenden Ausdrücke, und zwar ist sie, wenn wir $2V$ stets spitz zählen, d. h. V immer $\leq 45^\circ$ rechnen, bei positivem

Charakter der Doppelbrechung gleich $\cotg V$, bei negativem Charakter der Doppelbrechung gleich $\tg V$. Ferner ist auf der rechten Seite $n_\gamma - n_\varrho$ die Doppelbrechung in Richtung r , die wir nunmehr mit Δ_r bezeichnen, und $n_\gamma - n_\beta$ die Doppelbrechung in Richtung n_α , die wir nunmehr mit Δ_α bezeichnen. Es ergibt sich also:

$$4) \quad \frac{\sin(r, n_\alpha)_{\alpha\beta}}{\sqrt{\frac{\Delta_r}{\Delta_\alpha} - 1}} = \begin{array}{l} \cotg V \text{ für } + \text{ Char. d. Dopp.} \\ \tg V \text{ für } - \text{ Char. d. Dopp.} \end{array}$$

II. $n_x = n_\alpha$; $n_z = n_\gamma$; $n_y = n_\beta$.

Dann liegt die Richtung r in der Symmetrieebene n_α, n_γ .

Aus 3) folgt:

$$3 \text{ b)} \quad n_\gamma - n_\alpha = \frac{(n_\gamma - n_\beta) - (n_\varrho - n_\beta)}{\sin^2(r, n_\alpha)_{\alpha\gamma}}$$

Wir bilden, analog dem früheren, hier den Ausdruck:

$$\sqrt{\frac{n_\gamma - n_\beta}{n_\gamma - n_\alpha}} = \frac{\sin(r, n_\alpha)_{\alpha\gamma}}{\sqrt{1 - \frac{n_\varrho - n_\beta}{n_\gamma - n_\beta}}}$$

Hierin kann nun $n_\varrho - n_\beta$ positiv oder negativ sein, je nachdem die Richtung einer optischen Achse außerhalb oder innerhalb des Winkels (r, n_α) verläuft. Wir messen nun die Doppelbrechung $(n_\varrho - n_\beta) = \Delta_r$ immer positiv. Beachten wir noch die Beziehungen der linken Seite obiger Gleichung zu den MALLARDSchen Formeln, so ergibt sich analog dem früheren:

$$5) \quad \frac{\sin(r, n_\alpha)_{\alpha\gamma}}{\sqrt{1 \mp \frac{\Delta_r}{\Delta_\alpha}}} = \begin{array}{l} \cos V \text{ für } + \text{ Char. d. Dopp.} \\ \sin V \text{ für } - \text{ Char. d. Dopp.} \end{array}$$

und es gilt das obere Vorzeichen unter der Wurzel, wenn innerhalb des Winkels (r, n_α) keine optische Achse liegt; dagegen das untere Vorzeichen, wenn sich innerhalb des Winkels (r, n_α) eine optische Achse befindet.

III. $n_x = n_\beta$; $n_z = n_\alpha$; $n_y = n_\gamma$.

Man erhält ganz analog:

$$3 \text{ c)} \quad n_\beta - n_\alpha = \frac{(n_\gamma - n_\alpha) - (n_\gamma - n_\varrho)}{\sin^2(r, n_\beta)_{\alpha\beta}}$$

$$6) \quad \frac{\sin(r, n_\beta)_{\alpha\beta}}{\sqrt{1 - \frac{\Delta_r}{\Delta_\beta}}} = \begin{array}{l} \operatorname{cosec} V \text{ für } + \text{ Char. d. Dopp.} \\ \operatorname{sec} V \text{ für } - \text{ Char. d. Dopp.} \end{array}$$

IV. $n_x = n_\beta$; $n_z = n_\gamma$; $n_y = n_\alpha$.

$$3d) \quad n_\gamma - n_\beta = \frac{(n_\gamma - n_\alpha) - (n_\rho - n_\alpha)}{\sin^2(r, n_\beta)_{\beta\gamma}}$$

$$7) \quad \frac{\sin(r, n_\beta)_{\beta\gamma}}{\sqrt{1 - \frac{\Delta_r}{\Delta_\beta}}} = \begin{array}{l} \sec V \text{ für } + \text{ Char. d. Dopp.} \\ \operatorname{cosec} V \text{ für } - \text{ Char. d. Dopp.} \end{array}$$

V. $n_x = n_\gamma$; $n_z = n_\alpha$; $n_y = n_\beta$.

$$3e) \quad n_\gamma - n_\alpha = \frac{(n_\rho - n_\beta) + (n_\beta - n_\alpha)}{\sin^2(r, n_\gamma)_{\alpha\gamma}}$$

$$8) \quad \frac{\sin(r, n_\gamma)_{\alpha\gamma}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta_r}{\Delta_\gamma}}} = \begin{array}{l} \sin V \text{ für } + \text{ Char. d. Dopp.} \\ \cos V \text{ für } - \text{ Char. d. Dopp.} \end{array}$$

wobei für die Wahl des Vorzeichens genau das analoge gilt wie unter Fall II.

VI. $n_x = n_\gamma$; $n_z = n_\beta$; $n_y = n_\alpha$.

$$3f) \quad n_\gamma - n_\beta = \frac{(n_\rho - n_\alpha) - (n_\beta - n_\alpha)}{\sin^2(r, n_\gamma)_{\beta\gamma}}$$

$$9) \quad \frac{\sin(r, n_\gamma)_{\beta\gamma}}{\sqrt{\frac{\Delta_r}{\Delta_\gamma} - 1}} = \begin{array}{l} \operatorname{tg} V \text{ für } + \text{ Char. d. Dopp.} \\ \operatorname{cotg} V \text{ für } - \text{ Char. d. Dopp.} \end{array}$$

Zunächst ist erkenntlich, das die Formeln 3a) bis f) identisch sind mit den in der Tabelle S. 104 stehenden Beziehungen, welche wir zur Darstellung der NIKITINSCHEN Methode bevorzugt haben. Jene Formeln gehen unmittelbar aus 3a) bis f) hervor, wenn wir in diese statt der Doppelbrechungen die reduzierten Gangunterschiede einführen.

Die Formeln 4) bis 9) des weiteren bilden die Grundlage für die von uns entwickelte Methode der charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisse. Betrachten wir nämlich den Ausdruck

$$10) \quad f(\Delta) = \frac{\sin^2(r, n_x)_{xz}}{1 \mp \frac{\Delta_r}{\Delta_x}}$$

worin n_x eine beliebige optische Symmetrieachse sein soll, $(r, n_x)_{xz}$ der Winkel zwischen n_x und einer beliebigen Richtung r in der beliebigen Symmetrieebene $n_x n_z$ ist, Δ_r die Doppelbrechung in

Richtung r und Δ_x die Doppelbrechung in Richtung n_x bedeutet, so zeigt der Vergleich dieses Ausdruckes 10) mit den Beziehungen 4) bis 9), daß stets

$$11) \quad \text{trig } V = V|f(\Delta)|$$

ist, wobei, um den spitzen Winkel $2V$ zu erhalten, für die trigonometrische Funktion von V einzusetzen ist:

cotg,	wenn $f(\Delta)$ zwischen	$-\infty$	und	-1	liegt,
tg,	"	"	"	-1	" 0 "
sin,	"	"	"	0	" 0,5 "
cos,	"	"	"	0,5	" 1 "
sec,	"	"	"	1	" 2 "
cosec	"	"	"	2	" ∞ "

und ferner in der Bestimmungsgleichung 10) im Nenner das obere (negative) Vorzeichen zu wählen ist, wenn sich innerhalb des Winkels (r, n_x) keine optische Achse befindet, dagegen das untere (positive) Vorzeichen, wenn der Winkel (r, n_x) eine optische Achse enthält.

Die Bestimmung des Winkels der optischen Achsen wird also auch hier, wie im Falle der Schwingungsrichtungen, eindeutig und gänzlich unabhängig davon, ob der Charakter der Symmetrieachse n_x , welche als Bezugsrichtung für die Richtung r dient, bekannt ist oder nicht. Die Funktion $f(\Delta)$ gibt ebenfalls, wie $f(\varphi)$ im Falle der Schwingungsrichtungen, des weiteren eindeutigen Aufschluß über den Symmetriecharakter und den Charakter der einzelnen Symmetrieachsen. Hierzu braucht man nur noch den relativen Charakter $n_y : n_z$ zu kennen; denn jede trigonometrische Funktion von V kommt in je zwei der Gleichungen 4) bis 9) vor, einmal für positiven und einmal für negativen Charakter der Doppelbrechung. In der umstehenden Tabelle sind diese Ergebnisse insgesamt in Schlüsselform dargestellt. $f(\Delta)$ kann man als „charakteristische Funktion der Doppelbrechung“ bezeichnen. Ersetzt man das Verhältnis der in der charakteristischen Funktion auftretenden Doppelbrechungen Δ_r und Δ_x durch das der reduzierten Gangunterschiede $\Gamma_r \cos(r, c)$ und $\Gamma_{n_x} \cos(n_x, c)$, so wird die S. 114 bis S. 127 entwickelte Methode der charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisse ohne weiteres verständlich.

Zusammenhang zwischen der charakteristischen Funktion $f(\Delta)$ und den optischen Symmetrieelementen

		Relativer Charakter $n_y : n_z$							
		$n_y = (n_\alpha)$				$n_y = (n_\gamma)$			
		Wahrer Charakter							
$f(\Delta)$	$V f(\Delta) =$	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z
$-\infty$ bis -1	$\cotg V$	—	n_γ	n_α	n_β	+	n_α	n_γ	n_β
-1 " 0	$tg V$	+	n_γ	n_α	n_β	—	n_α	n_γ	n_β
0 " $0,5$	$\sin V$	—	n_α	n_β	n_γ	+	n_γ	n_β	n_α
$0,5$ " 1	$\cos V$	+	n_α	n_β	n_γ	—	n_γ	n_β	n_α
1 " 2	$\sec V$	+	n_β	n_α	n_γ	—	n_β	n_γ	n_α
2 " ∞	$\operatorname{cosec} V$	—	n_β	n_α	n_γ	+	n_β	n_γ	n_α

n_x : Bezugsrichtung für die Richtung r ;

n_y : Symmetrieachse in der Ebene r, n_x ;

n_z : Symmetrieachse senkrecht zur Ebene r, n_x .

Diese einfachen Beziehungen zwischen charakteristischer Funktion und Symmetrieelementen gelten für die Doppelbrechung nur im Bereiche der MALLARDSchen Annäherungen, während die analogen Beziehungen für die Schwingungsrichtungen in aller Strenge bestehen.

Tabellen

Für logarithmisches Rechnen

Kompensatorfunktion $\log f(i)$

$i = \frac{a-b}{2}$. 0	. 1	. 2	. 3	. 4	. 5	. 6	. 7	. 8	. 9
0	—	4,484	5,086	5,438	5,688	5,882	6,040	6,174	6,290	6,392
1	6,484	6,566	6,642	6,712	6,776	6,836	6,892	6,945	6,994	7,041
2	7,086	7,128	7,169	7,207	7,244	7,280	7,314	7,346	7,378	7,408
3	7,438	7,466	7,494	7,521	7,547	7,572	7,596	7,620	7,643	7,666
4	7,688	7,709	7,730	7,750	7,770	7,790	7,809	7,828	7,846	7,864
5	7,881	7,898	7,915	7,932	7,948	7,964	7,980	7,995	8,010	8,025
6	8,039	8,054	8,068	8,082	8,095	8,109	8,122	8,135	8,148	8,161
7	8,173	8,185	8,198	8,210	8,221	8,233	8,244	8,256	8,267	8,278
8	8,289	8,300	8,310	8,321	8,331	8,341	8,352	8,361	8,371	8,381
9	8,391	8,400	8,410	8,419	8,429	8,438	8,447	8,456	8,465	8,473
10	8,482	8,491	8,499	8,508	8,516	8,524	8,532	8,541	8,549	8,557
11	8,564	8,572	8,580	8,588	8,595	8,603	8,610	8,618	8,625	8,632
12	8,640	8,647	8,654	8,661	8,668	8,675	8,682	8,689	8,695	8,702
13	8,709	8,715	8,722	8,728	8,735	8,741	8,748	8,754	8,760	8,766
14	8,773	8,779	8,785	8,791	8,797	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826
15	8,832	8,838	8,843	8,849	8,855	8,860	8,866	8,871	8,877	0,882
16	8,888	8,893	8,898	8,904	8,909	8,914	8,919	8,924	8,929	8,935
17	8,940	8,945	8,950	8,955	8,960	8,965	8,969	8,974	8,979	8,984
18	8,989	8,993	8,998	9,003	9,007	9,012	9,017	9,021	9,026	9,030
19	9,035	9,039	9,044	9,048	9,053	9,057	9,062	9,066	9,070	9,075
20	9,079	9,083	9,087	9,092	9,096	9,100	9,104	9,108	9,112	9,116
21	9,120	9,124	9,128	9,132	9,136	9,140	9,144	9,148	9,152	9,156
22	9,160	9,164	9,168	9,172	9,175	9,179	9,183	9,187	9,190	9,194
23	9,198	9,201	9,205	9,209	9,212	9,216	9,220	9,223	9,227	9,230
24	9,234	9,237	9,241	9,244	9,248	9,251	9,255	9,258	9,262	9,265
25	9,268	9,272	9,275	9,278	9,282	9,285	9,288	9,292	9,295	9,298
26	9,301	9,305	9,308	9,311	9,314	9,318	9,321	9,324	9,327	9,330
27	9,333	9,336	9,339	9,343	9,346	9,349	9,352	9,355	9,358	9,361
28	9,364	9,367	9,370	9,373	9,376	9,379	9,382	9,384	9,387	9,390
29	9,393	9,396	9,399	9,402	9,405	9,407	9,410	9,413	9,416	9,419
30	9,421	9,424	9,427	9,430	9,432	9,435	9,438	9,441	9,443	9,446

Für logarithmisches Rechnen

log sin

0		$+ \frac{1}{4}^{\circ}$	$+ \frac{1}{2}^{\circ}$	$+ \frac{3}{4}^{\circ}$	$+ 1^{\circ}$	
0	—	7,640	7,941	8,117	8,242	89
1	8,242	8,339	8,418	8,485	8,543	88
2	8,543	8,594	8,640	8,681	8,719	87
3	8,719	8,754	8,786	8,816	8,844	86
4	8,844	8,870	8,895	8,918	8,940	85
5	8,940	8,961	8,982	9,001	9,019	84
6	9,019	9,037	9,054	9,070	9,086	83
7	9,086	9,101	9,116	9,130	9,144	82
8	9,144	9,157	9,170	9,182	9,194	81
9	9,194	9,206	9,218	9,229	9,240	80
10	9,240	9,250	9,261	9,271	9,281	79
11	9,281	9,290	9,300	9,309	9,318	78
12	9,318	9,327	9,335	9,344	9,352	77
13	9,352	9,360	9,368	9,376	9,384	76
14	9,384	9,391	9,399	9,406	9,413	75
15	9,413	9,420	9,427	9,434	9,440	74
16	9,440	9,447	9,453	9,460	9,466	73
17	9,466	9,472	9,478	9,484	9,490	72
18	9,490	9,496	9,501	9,507	9,513	71
19	9,513	9,518	9,523	9,529	9,534	70
20	9,534	9,539	9,544	9,549	9,554	69
21	9,554	9,559	9,564	9,569	9,574	68
22	9,574	9,578	9,583	9,587	9,592	67
23	9,592	9,596	9,601	9,605	9,609	66
24	9,609	9,614	9,618	9,622	9,626	65
25	9,626	9,630	9,634	9,638	9,642	64
26	9,642	9,646	9,650	9,653	9,657	63
27	9,657	9,661	9,664	9,668	9,672	62
28	9,672	9,675	9,679	9,682	9,686	61
29	9,686	9,689	9,692	9,696	9,699	60
30	9,699	9,702	9,705	9,709	9,712	59
31	9,712	9,715	9,718	9,721	9,724	58
32	9,724	9,727	9,730	9,733	9,736	57
33	9,736	9,739	9,742	9,745	9,748	56
34	9,748	9,750	9,753	9,756	9,759	55
35	9,759	9,761	9,764	9,767	9,769	54
36	9,769	9,772	9,774	9,777	9,779	53
37	9,779	9,782	9,784	9,787	9,789	52
38	9,789	9,792	9,794	9,797	9,799	51
39	9,799	9,801	9,804	9,806	9,809	50
40	9,808	9,810	9,813	9,815	9,817	49
41	9,817	9,819	9,821	9,823	9,826	48
42	9,826	9,828	9,830	9,832	9,834	47
43	9,834	9,836	9,838	9,840	9,842	46
44	9,842	9,844	9,846	9,848	9,849	45
	$+ 1^{\circ}$	$+ \frac{3}{4}^{\circ}$	$+ \frac{1}{2}^{\circ}$	$+ \frac{1}{4}^{\circ}$		0

log cos

Für logarithmisches Rechnen

log sin

°		+ 1/4 °	+ 1/2 °	+ 3/4 °	+ 1 °	
45	9,849	9,851	9,853	9,855	9,857	44
46	9,857	9,859	9,861	9,862	9,864	43
47	9,864	9,866	9,868	9,869	9,871	42
48	9,871	9,873	9,874	9,876	9,878	41
49	9,878	9,879	9,881	9,883	9,884	40
50	9,884	9,886	9,887	9,889	9,890	39
51	9,890	9,892	9,894	9,895	9,897	38
52	9,897	9,898	9,899	9,901	9,902	37
53	9,902	9,904	9,905	9,907	9,908	36
54	9,908	9,909	9,911	9,912	9,913	35
55	9,913	9,915	9,916	9,917	9,919	34
56	9,919	9,920	9,921	9,922	9,924	33
57	9,924	9,925	9,926	9,927	9,928	32
58	9,928	9,930	9,931	9,932	9,933	31
59	9,933	9,934	9,935	9,936	9,938	30
60	9,938	9,939	9,940	9,941	9,942	29
61	9,942	9,943	9,944	9,945	9,946	28
62	9,946	9,947	9,948	9,949	9,950	27
63	9,950	9,951	9,952	9,953	9,954	26
64	9,954	9,955	9,955	9,956	9,957	25
65	9,957	9,958	9,959	9,960	9,961	24
66	9,961	9,962	9,962	9,963	9,964	23
67	9,964	9,965	9,966	9,966	9,967	22
68	9,967	9,968	9,969	9,969	9,970	21
69	9,970	9,971	9,972	9,972	9,973	20
70	9,973	9,974	9,974	9,975	9,976	19
71	9,976	9,976	9,977	9,978	9,978	18
72	9,978	9,979	9,979	9,980	9,981	17
73	9,981	9,981	9,982	9,982	9,983	16
74	9,983	9,983	9,984	9,984	9,985	15
75	9,985	9,985	9,986	9,986	9,987	14
76	9,987	9,987	9,988	9,988	9,989	13
77	9,989	9,989	9,990	9,990	9,990	12
78	9,990	9,991	9,991	9,992	9,992	11
79	9,992	9,992	9,993	9,993	9,993	10
80	9,993	9,994	9,994	9,994	9,995	9
81	9,995	9,995	9,995	9,995	9,996	8
82	9,996	9,996	9,996	9,997	9,997	7
83	9,997	9,997	9,997	9,997	9,998	6
84	9,998	9,998	9,998	9,998	9,998	5
85	9,998	9,999	9,999	9,999	9,999	4
86	9,999	9,999	9,999	9,999	9,999	3
87	9,999	9,999	0,000	0,000	0,000	2
88	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
89	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0
	+ 1 °	+ 3/4 °	+ 1/2 °	+ 1/4 °		0

log cos

Für logarithmisches Rechnen
Logarithmen der natürlichen Zahlen

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	000	004	009	013	017	021	025	029	033	037
11	041	045	049	053	057	061	064	068	072	076
12	079	083	086	090	093	097	100	104	107	111
13	114	117	121	124	127	130	134	137	140	143
14	146	149	152	155	158	161	164	167	170	173
15	176	179	181	185	188	190	193	196	199	201
16	204	207	210	212	215	217	220	223	225	228
17	230	233	236	238	241	243	246	248	250	253
18	255	258	260	262	265	267	270	272	274	276
19	279	281	283	286	288	290	292	294	297	299
20	301	303	305	307	310	312	314	316	318	320
21	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
22	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360
23	362	364	365	367	369	371	373	375	377	378
24	380	382	384	386	387	389	391	393	394	396
25	398	400	401	403	405	407	408	410	412	413
26	415	417	418	420	422	423	425	427	428	430
27	431	433	435	436	438	439	441	442	444	446
28	447	449	450	452	453	455	456	458	459	461
29	462	464	465	467	468	470	471	473	474	476
30	477	479	480	481	483	484	486	487	489	490
31	491	493	494	496	497	498	500	501	502	504
32	505	507	508	509	511	512	513	515	516	517
33	519	520	521	522	524	525	526	528	529	530
34	531	533	534	535	537	538	539	540	542	543
35	544	545	547	548	549	550	551	553	554	555
36	556	558	559	560	561	562	563	565	566	567
37	568	569	571	572	573	574	575	576	577	579
38	580	581	582	583	584	585	587	588	589	590
39	591	592	593	594	595	597	598	599	600	601
40	602	603	604	605	606	607	609	610	611	612
41	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622
42	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632
43	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642
44	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652
45	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662
46	663	664	665	666	667	667	668	669	670	671
47	672	673	674	675	676	677	678	679	679	680
48	681	682	683	684	685	686	687	688	688	689
49	690	691	692	693	694	695	695	696	697	698
50	699	700	701	702	702	703	704	705	706	707
51	708	708	709	710	711	712	713	713	714	715
52	716	717	718	718	719	720	721	722	723	723
53	724	725	726	727	728	728	729	730	731	732
54	732	733	734	735	736	736	737	738	739	740

Für logarithmisches Rechnen
Logarithmen der natürlichen Zahlen

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	740	741	742	743	744	744	745	746	747	747
56	748	749	750	751	751	752	753	754	754	755
57	756	757	757	758	759	760	760	761	762	763
58	763	764	765	766	766	767	768	769	769	770
59	771	772	772	773	774	775	775	776	777	777
60	778	779	780	780	781	782	782	783	784	785
61	785	786	787	787	788	789	790	790	791	792
62	792	793	794	794	795	796	797	797	798	799
63	799	800	801	801	802	803	803	804	805	805
64	806	807	808	808	809	810	810	811	812	812
65	813	814	814	815	816	816	817	818	818	819
66	820	820	821	822	822	823	823	824	825	825
67	826	827	827	828	829	829	830	831	831	832
68	833	833	834	834	835	836	836	837	838	838
69	839	839	840	841	841	842	843	843	844	844
70	845	846	846	847	848	848	849	849	850	851
71	851	852	852	853	854	854	855	856	856	857
72	857	858	859	859	860	860	861	862	862	863
73	863	864	865	865	866	866	867	867	868	869
74	869	870	870	871	872	872	873	873	874	874
75	875	876	876	877	877	878	879	879	880	880
76	881	881	882	883	883	884	884	885	885	886
77	886	887	888	888	889	889	890	890	891	892
78	892	893	893	894	894	895	895	896	897	897
79	898	898	899	899	900	900	901	901	902	903
80	903	904	904	905	905	906	906	907	907	908
81	908	909	910	910	911	911	912	912	913	913
82	914	914	915	915	916	916	917	918	918	919
83	919	920	920	921	921	922	922	923	923	924
84	924	925	925	926	926	927	927	928	928	929
85	929	930	930	931	931	932	932	933	933	934
86	934	935	936	936	937	937	938	938	939	939
87	940	940	941	941	942	942	942	943	943	944
88	944	945	945	946	946	947	947	948	948	949
89	949	950	950	951	951	952	952	953	953	954
90	954	955	955	956	956	957	957	958	958	959
91	959	960	960	960	961	961	962	962	963	963
92	964	964	965	965	966	966	967	967	968	968
93	968	969	969	970	970	971	971	972	972	973
94	973	974	974	975	975	975	976	976	977	977
95	978	978	979	979	980	980	980	981	981	982
96	982	983	983	984	984	985	985	985	986	986
97	987	987	988	988	989	989	989	990	990	991
98	991	992	992	993	993	993	994	994	995	995
99	996	996	997	997	997	998	998	999	999	000

Zum Gebrauch mit dem Rechenstab
Kompensatorfunktion 10000 f(i)

$i = \frac{a-b}{2}$. 0	. 1	. 2	. 3	. 4	. 5	. 6	. 7	. 8	. 9
0 ⁰	0,00	0,03	0,12	0,27	0,49	0,76	1,10	1,5	1,9	2,5
1	3,0	3,7	4,4	5,1	6,0	6,9	7,8	8,8	9,9	11,0
2	12,2	13,4	14,7	16,1	17,5	19,0	20,6	22,2	23,9	25,6
3	27,4	29,3	31,2	33,2	35,2	37,3	39,5	41,7	44,0	46,3
4	48,4	51,2	53,7	56,3	58,9	61,6	64,4	67,2	70,1	73,1
5	76,1	79,1	82,3	85,5	88,7	92,0	95,4	98,8	102,3	105,9
6	109,5	113,2	116,9	120,7	124,6	128,5	132,5	136,5	140,6	144,8
7	149,0	153,3	157,6	162,0	166,5	171,0	175,6	180,2	184,9	189,6
8	194,5	199,3	204,3	209,3	214,4	219,5	224,6	229,9	235,2	240,5
9	245,9	251,4	257,0	262,6	268,2	273,9	279,7	285,5	291,4	297,4
10	303,4	309,5	315,6	321,8	328,1	334,4	340,7	347,2	353,7	360,2
11	366,8	373,5	380,2	387,0	393,8	400,8	407,7	414,7	421,8	428,9
12	436,1	443,4	450,7	458,1	465,5	473,0	480,6	488,2	495,8	503,5
13	511	519	527	535	543	551	559	567	576	584
14	592	601	609	618	626	635	644	653	661	670
15	679	688	697	706	716	725	734	743	753	762
16	772	781	791	801	810	820	830	840	850	860
17	870	880	890	901	911	921	932	942	953	963
18	974	985	996	1006	1017	1028	1039	1050	1061	1072
19	1084	1095	1106	1118	1129	1141	1152	1164	1175	1187
20	1199	1211	1222	1234	1246	1258	1270	1283	1295	1307
21	1319	1332	1344	1357	1369	1382	1394	1407	1420	1432
22	1445	1458	1471	1484	1497	1510	1523	1537	1550	1563
23	1577	1590	1603	1617	1631	1644	1658	1672	1685	1699
24	1713	1727	1741	1755	1769	1783	1797	1812	1826	1840
25	1855	1869	1884	1898	1913	1927	1942	1957	1972	1987
26	2001	2016	2032	2046	2062	2077	2092	2107	2123	2138
27	2153	2169	2184	2200	2215	2231	2247	2262	2278	2294
28	2310	2326	2342	2358	2374	2390	2407	2422	2439	2455
29	2471	2488	2504	2521	2537	2554	2570	2587	2604	2620
30	2637	2654	2671	2688	2705	2722	2739	2756	2773	2791

Zum Gebrauch mit dem Rechenstab

sin

°		+ 1/4°	+ 1/2°	+ 3/4°	+ 1°	
0	0,000	004	009	013	017	89
1	0,017	022	026	031	035	88
2	0,035	039	044	048	052	87
3	0,052	057	061	065	070	86
4	0,070	074	078	083	087	85
5	0,087	092	096	100	104	84
6	0,104	109	113	118	122	83
7	0,122	126	130	135	139	82
8	0,139	144	148	152	156	81
9	0,156	161	165	169	174	80
10	0,174	178	182	187	191	79
11	0,191	195	199	204	208	78
12	0,208	212	216	221	225	77
13	0,225	229	233	238	242	76
14	0,242	246	250	255	259	75
15	0,259	263	267	271	276	74
16	0,276	280	284	288	292	73
17	0,292	297	301	305	309	72
18	0,309	313	317	321	326	71
19	0,326	330	334	338	342	70
20	0,342	346	350	354	358	69
21	0,358	362	366	371	375	68
22	0,375	379	383	387	391	67
23	0,391	395	399	403	407	66
24	0,407	411	415	419	423	65
25	0,423	427	430	434	438	64
26	0,438	442	446	450	454	63
27	0,454	458	462	466	469	62
28	0,469	473	477	481	485	61
29	0,485	489	492	496	500	60
30	0,500	504	507	511	515	59
31	0,515	519	522	526	530	58
32	0,530	534	537	541	545	57
33	0,545	548	552	556	559	56
34	0,559	563	566	570	574	55
35	0,574	577	581	584	588	54
36	0,588	591	595	598	602	53
37	0,602	605	609	612	616	52
38	0,616	619	622	626	629	51
39	0,629	633	636	639	643	50
40	0,643	646	649	653	656	49
41	0,656	659	663	666	669	48
42	0,669	672	676	679	682	47
43	0,682	685	688	692	695	46
44	0,695	698	701	704	707	45
	+ 10	+ 3/4°	+ 1/2°	+ 1/4°		0

cos

Zum Gebrauch mit dem Rechenstab

sin

°		+ 1/4 °	+ 1/3 °	+ 1/2 °	+ 1 °	
45	0,707	710	713	716	719	44
46	0,719	722	725	728	731	43
47	0,731	734	737	740	743	42
48	0,743	746	749	752	755	41
49	0,755	758	760	763	766	40
50	0,766	769	772	774	777	39
51	0,777	780	783	785	788	38
52	0,788	791	793	796	799	37
53	0,799	801	804	806	809	36
54	0,809	812	814	817	819	35
55	0,819	822	824	827	829	33
56	0,829	832	834	836	839	33
57	0,839	841	843	846	848	32
58	0,848	850	853	855	857	31
59	0,857	859	862	864	866	30
60	0,866	868	870	872	875	29
61	0,875	877	879	881	883	28
62	0,883	885	887	889	891	27
63	0,891	893	895	897	899	26
64	0,899	901	903	904	906	25
65	0,906	908	910	912	913	24
66	0,913	915	917	919	920	23
67	0,920	922	924	926	927	22
68	0,927	928	930	932	934	21
69	0,934	935	937	938	940	20
70	0,940	941	943	944	945	19
71	0,945	947	948	950	951	18
72	0,951	952	954	955	956	17
73	0,956	958	959	960	961	16
74	0,961	962	964	965	966	15
75	0,966	967	968	969	970	14
76	0,970	971	972	973	974	13
77	0,974	975	976	977	978	12
78	0,978	979	980	981	982	11
79	0,982	982	983	984	985	10
80	0,985	986	986	987	988	9
81	0,988	988	989	990	990	8
82	0,990	991	991	992	992	7
83	0,992	993	994	994	994	6
84	0,994	995	995	996	996	5
85	0,996	997	997	997	998	4
86	0,998	998	998	998	999	3
87	0,999	999	999	999	999	2
88	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1
89	1,000	0
	+ 1 °	+ 1/4 °	+ 1/2 °	+ 1/4 °		0

COS

Anschriften für die Diagramme

Diagramm 1

$n \sin i = \text{constans}$

Diagramm 2

- a) Werte der drei Hauptdoppelbrechungen;
- b) Verhältnis der beiden für den optischen Charakter maßgeblichen Hauptdoppelbrechungen;
- c) wahrer Winkel der optischen Achsen der Plagioklasse in Abhängigkeit vom Anorthitgehalt.

Diagramm 3

Flächenpole der Plagioklasse, bezogen auf n_α , n_β , n_γ als Koordinatenachsen.

Diagramm 4

Kantenrichtungen und Kantennormalen der Plagioklasse, bezogen auf n_α , n_β , n_γ als Koordinatenachsen.

Diagramm 5

Maximum des Auslöschungswinkels in der zu (010) senkrechten Zone der Plagioklasse.

Diagramm 6

Normaldiagramm zur Methode der charakteristischen Auslöschung

φ	Relativer Charakter $\parallel A_4$:							
	$n_y = (n_\alpha)$				$n_y = (n_\gamma)$			
	Wahrer Charakter							
	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z
0—15°	+	n_γ	n_α	n_β	—	n_α	n_γ	n_β
15—30°	—	n_γ	n_α	n_β	+	n_α	n_γ	n_β
30—45°	—	n_β	n_α	n_γ	+	n_β	n_γ	n_α
45—60°	+	n_β	n_α	n_γ	—	n_β	n_γ	n_α
60—75°	+	n_α	n_β	n_γ	—	n_γ	n_β	n_α
75—90°	—	n_α	n_β	n_γ	+	n_γ	n_β	n_α

n_x : Symmetrieachse, welche als Ausgangsrichtung diene.

n_y : Symmetrieachse $\parallel A_4$.

n_z : Symmetrieachse $\perp A_4$.

Diagramm 7

Diagramme zur Methode des charakteristischen Gangunterschiedsverhältnisses

Kurve	Relativer Charakter $\parallel A_4$:							
	$n_y = (n_\alpha)$				$n_y = (n_\gamma)$			
	Wahrer Charakter							
	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z	Doppelbrechung	n_x	n_y	n_z
cotg	—	n_γ	n_α	n_β	+	n_α	n_γ	n_β
tg	+	n_γ	n_α	n_β	—	n_α	n_γ	n_β
sin	—	n_α	n_β	n_γ	+	n_γ	n_β	n_α
cos	+	n_α	n_β	n_γ	—	n_γ	n_β	n_α
sec	+	n_β	n_α	n_γ	—	n_β	n_γ	n_α
cosec	—	n_β	n_α	n_γ	+	n_β	n_γ	n_α

n_x : Symmetrieachse für den Versuchswert 0.

n_y : Symmetrieachse $\parallel A_4$ (also senkrecht zur eingangs gefundenen Symmetrieebene).

n_z : Symmetrieachse für den Versuchswert 90.

