

F. Becke (Wien): Systematik der 32 Symmetrieklassen der Kristalle.

Veranlassung zu dem Vortrag bot ein Bericht von L. J. SPENCER im Miner. Magazine Juni 1925. Hier beklagt der Autor mit Recht den Mangel an Übereinstimmung in der Benennung und Bezeichnung der 32 Symmetrieklassen der Kristalle. In der Tat herrscht nicht einmal in der deutschen Literatur Übereinstimmung. Eine systematische Tabelle geht auf FEDOROW zurück, wurde von P. GROTH in die dritte Auflage der Physikalischen Kristallographie 1895 aufgenommen und stark verbreitet. Eine zweite Tabelle erschien in SCHOENFLIES'

Buch: Kristallssysteme und Kristallstruktur 1891 p. 255 als eine dem Bedürfnis der Mineralogen entgegenkommende Systematik neben der streng mathematischen Ableitung. Diese Gruppierung (eine nicht viel abweichende findet sich schon bei B. MINNIGERODE, Beil.-Bd. V. N. Jahrb. f. Min. 1887 und bei TH. LIEBISCH, Grundriß der Phys. Krist. 1896) wurde u. a. von W. VOIGT im Lehrbuch der Kristallphysik 1910 benützt, auch HILTON und WYCKOFF sind ihr z. T. gefolgt. Die beiden Tabellen unterscheiden sich hauptsächlich in der Einstellung der beiden Klassen: Trigonal-bipyramidal (ohne Vertreter) und Ditrigonalbipyramidal (Benitoit), welche FEDOROW-GROTH ins trigonale, SCHOENFLIES-VOIGT ins hexagonale System einreihen.

Aus guten pädagogischen Gründen hat G. TSCHERMAK (Mineralogie, 6. Aufl. 1904) die letztere Systematik aufgenommen und in ansprechender Weise durchgebildet. Er stellt fünf einfachste Stufen der Symmetrie auf, die I. dem Mangel jeder Symmetrie, II. dem Symmetrie-Zentrum, III. der zweizähligen Deckachse, IV. der Spiegelebene, V. der Kombination von II, III, IV entsprechen. So erhält man fünf Klassen, I und II dem triklinen, III—V dem monoklinen Kristallsystem entsprechend. Durch Kombination dieser fünf einfachsten Fälle mit einer vertikalen 2-, 3-, 4-, 6-zähligen Deckachse erhält man drei Klassen des rhombischen, je fünf Klassen des trigonalen, tetragonalen, hexagonalen Systems. Legt man die 3-zähligen Achsen der fünf trigonalen Klassen viermal wiederholt in die Körperdiagonalen des Würfels, so entstehen die fünf Klassen des tesseraleen Systems.

Dann bleiben noch vier Klassen übrig: tetragonal-disphenoidisch und -skalenoedrisch und trigonal- und ditrigonal-bipyramidal, welche leicht mit den Stufen Tetragonal I und IV, Hexagonal I und IV in Beziehung gebracht werden können, indem man von den monopolar angeordneten gleichen Flächen der Stufen I und IV je die Hälfte durch die parallelen Gegenflächen ersetzt. Diese vier Klassen können aber auch unmittelbar charakterisiert werden durch eine 4- und 6-zählige Inversionsachse ohne weitere Symmetrie, und durch Kombination mit Spiegelebenen vertikaler Lage in der Zahl 2 und 3.

Die durchgreifende Gliederung in fünf, bzw. sieben Vertikalreihen, entsprechend den einfachsten Symmetriestufen einerseits, in sechs Horizontalreihen, entsprechend den sieben Kristallsystemen andererseits, liefert eine gut übersehbare, leicht einprägsame zweidimensionale Anordnung, welche die wichtigsten (wenn auch nicht alle) Beziehungen der 32 Kristallklassen zur Anschauung bringt, was der Vortragende des näheren ausführte.

Sie bringt auch die beiden trigonotypen Klassen in die richtige Position, ins hexagonale System, wohin sie gehören nach der allein möglichen Fundamentalform: hexagonales Prisma mit Endfläche, nach Spaltbarkeit, Elastizität, Symmetrie der LAUE'schen Inter-

ferenzmuster. Dagegen lassen die fünf Klassen des trigonalen, besser rhomboedrischen, Systems als Fundamentalform auch das Rhomboeder zu, zeigen in bezug auf Spaltbarkeit, Elastizität, Symmetrie der LAUE-Bilder untereinander die innigsten Beziehungen. Auch bezüglich der möglichen Kristallstrukturen zeigen die beiden trigonotypen Klassen ihre Zugehörigkeit zum hexagonalen System.

D i s k u s s i o n zum Vortrag BECKE.

F. Rinne: Nach meinen Erfahrungen ist keine Systematik der 32 Kristallklassen für die Einführung in die Kristallformenlehre so geeignet, wie die Gruppierung dieser Klassen nach steigender Symmetrie auf Grund ihrer Ableitung aus den 5 Urformen: Pedion, Pinakoid, Sphenoid, Doma, Prisma, mit anschließender 2-, 3-, 4-, 6zähliger, sowie oktantenweiser (naturgemäß 3zähliger) Wiederholung in gyrischem (einfachem) und gyroidischem (Drehspiegelungs-) Rhythmus. Bezeichnet man zwecks Abkürzung die 5 Urformen mit p, pi, s, d, m, und kennzeichnet man den Rhythmus durch die Zahlen 2, 3, 4, 6, bzw. (im Drehspiegelungsfall) durch $\underline{4}$ sowie $\underline{2 \cdot 3}$, so ergibt sich das folgende, besonders einfache Schema¹ (S. 371).

Bei Verwendung der beim kristallographischen Unterricht unentbehrlichen stereographischen Projektion stellt dieses Schema erfahrungsgemäß eine außerordentlich leicht faßliche Methode dar.

Was die Bezeichnung zunächst der Kristallsysteme anlangt, so erscheint mir die Durchführung des Gebrauches der ja fast völlig eingebürgerten Benennungen Triklin, Monoklin, Rhombisch, Trigonal, Tetragonal, Hexagonal, Regulär das Gegebene. Für die 32 Untergruppen sind nach meinem Dafürhalten folgende zwei Umstände hinsichtlich der zur Kennzeichnung zu verwendenden Ausdrücke gleich bedeutsam: a) die Charakterisierung der Herleitungsweise, b) das allgemeine Formenergebnis dieser Herleitung. In ersterer Hinsicht gibt das obige Schema bereits das Nötige in der gewählten Abkürzungsform, wie z. B. in der Reihe 3p, 3 pi, 3 s, 3 d, 3 m, in Worten

- 3 p = trigyrisch pediale Klasse
- 3 pi = trigyrisch pinakoidale Klasse
- 3 s = trigyrisch sphenoidische Klasse
- 3 d = trigyrisch domatische Klasse
- 3 m = trigyrisch prismatische Klasse.

Entsprechend wäre es bei den sonstigen, nicht regulären Klassen. Im regulären System wären die einschlägigen, einfachen Kennzeich-

¹ a) Leerstellen erklären sich durch bereits vollzogene Ergebnisse; so ist $2 p = s$ und $2 pi = m$. Entsprechendes gilt für die gyroidischen Rhythmen. — b) In der hexagonalen Reihe bedeutet $2 \cdot 3$, daß der gyroidische Rhythmus doppelten Umlauf mit sich bringt. Diese $2 \cdot 3 = 6$ -Fältigkeit spricht für Unterbringung von $\underline{2 \cdot 3} p$ und $\underline{2 \cdot 3} d$ im hexagonalen System.

Plan der 32 Kristallklassen.

Baustufen	I. Gyrische Herleitung					II. Gyroïdische Herleitung	
	1. Pediale Stufe	2. Pinakoidale Stufe	3. Sphenoidische Stufe	4. Domatische Stufe	5. Prismatische Stufe	1 a. Pediale Stufe	4 a. Domatische Stufe
Urformen							
Triklines und monoklines System .	p	pi	s	d	m	—	—
Zweizähliger Rhythmus der Urformen							
Rhombisches System	—	—	2s	2d	2m	—	—
Dreizähliger Rhythmus der Urformen							
Trigonales System	3p	3pi	3s	3d	3m	—	—
Vierzähliger Rhythmus der Urformen							
Tetragonales System	4p	4pi	4s	4d	4m	<u>4p</u>	<u>4d</u>
Sechszähliger Rhythmus der Urformen							
Hexagonales System	6p	6pi	6s	6d	6m	<u>2.3p</u>	<u>2.3d</u>
Oktantenweiser dreizähliger Rhythmus der Urformen							
Reguläres System	rp	rpi	rs	rd	rm	—	—

nungen der Herleitung folgende: rp = regulär pediale Klasse, rpi = regulär pinakoidale Klasse usw.

Die erzeugenden Symmetrieverhältnisse werden dabei unmittelbar klar; der gewonnene, volle Symmetriehalt — z. B. das Hinzutreten einer horizontalen Symmetrieebene bei der Klasse 6 pi zu der erzeugenden Symmetrie (Symmetriezentrum und Hexagyre) — wird (bei Betrachtung der zugehörigen stereographischen Projektion) auch ohne weiteres ersichtlich.

Hinsichtlich der Klassenkennzeichnung auf Grund des Formenergebnisses liefert der allgemeine Fall den zweckmäßigen Anhalt, wie z. B. im trigonalen System 3 p = trigonalpyramidale Klasse, 3 pi = rhomboedrische Klasse usw.

Ein Vorteil der Heraushebung des allgemeinen Falles liegt im übrigen darin, daß es auch für den Anfänger unter Benutzung der sieben charakteristischen Lagen im Urbauteil, also des entsprechenden sphärischen Dreiecks in der stereographischen Projektion, ein leichtes ist, aus dem siebenten, allgemeinen Fall durch Wandernlassen der figurativen Punkte in die sechs sonstigen Lagen (in die Ecken und auf die Seiten des sphärischen Dreiecks) die speziellen Formen der Kristallklasse gemäß der herrschenden vollen Symmetrie abzuleiten.

Ich gestatte mir den Antrag zu stellen, eine vom Vorstand unserer Gesellschaft einzusetzende Kommission damit zu beauftragen, die Angelegenheit der kristallographischen Bezeichnungen zu beraten, und über das Ergebnis auf der nächsten Versammlung der D.M.G. zu berichten. Das Ziel wäre dabei, zunächst in den deutsch geschriebenen Lehrbüchern und Abhandlungen eine Einheitlichkeit zu erzielen. (Der Antrag wurde einstimmig angenommen.)
