

### Die Raumprojektion der Gesteinsanalysen.

In einer Notiz über die Raumprojektion des Chemismus der Gesteine erörtert Herr B. G. Escher (Centralbl. f. Min. etc., 1911, Nr. 5) die sogenannte Sättigungsfläche. Die Vorstellung dieser Sättigungsfläche glaube ich eingeführt zu haben<sup>1)</sup>, obwohl der Begriff der Sättigung, der hier gemeint ist, von Osann herrührt.<sup>2)</sup> Man denke sich über den Analysenpunkten des bekannten Osannschen Dreiecks<sup>3)</sup> Ordinaten aufgetragen, die gerade jenen Kieselsäuregehalt darstellen, der hinreicht, um die dem Dreieckspunkt entsprechenden Oxydmengen A, C und F zu sättigen, d. h. aus der Menge A von  $R'_2O \cdot Al_2O_3$  Alkalifeldspat:  $R'_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6SiO_2$ , aus der Menge C von  $CaO \cdot Al_2O_3$  Anorthit:  $CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$ , aus der Menge F von  $R''O$  ein Metasilikat  $R''O \cdot SiO_2$  zu bilden.

Als Repräsentant des Kieselsäuregehaltes wählte ich die Si-Atomprozentzahl, indem ich an die von Rosenbusch in seiner bekannten Arbeit<sup>4)</sup> eingeführten Metallatomprocente anknüpfte. Zur Darstellung des Kieselsäuregehaltes werden also auf der Ordinate in einem willkürlichen Maßstabe so viel Einheiten aufgetragen, als die Atomprozentzahl des Si angibt. Natürlich könnte man ebensogut auch die Molekularprozentzahl von  $SiO_2$  (Osanns Zahl s) zur Darstellung des Kieselsäuregehaltes verwenden.

Für den Fall der Sättigung lassen sich die Si-Ordinaten (wir wollen vorläufig bei den Atomprozenten bleiben) voraus berechnen. In diesem Falle sind nur die Verbindungen:  $R'_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6SiO_2$ ,  $CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$ ,  $RO \cdot SiO_2$  im Verhältnis  $a : c : f$  vorhanden. Wir wollen der Einfachheit wegen annehmen, daß diese Zahlen (nicht wie bei Osann willkürlich auf die Summe 20 berechnet, sondern) so angegeben werden, daß  $a + c + f = 1$ .

Die Anzahl der Atome Si ist dann proportional  $6a + 2c + f$ , die Anzahl der Atome Al proportional  $2a + 2c$ , die Anzahl der Atome  $R'$  ist proportional  $f$ , die von Ca proportional  $c$ , die von  $R''$  proportional  $2a$ : somit die Gesamtzahl der Metallatome nach Rosenbusch, Si mitgerechnet, proportional zu  $10a + 5c + 2f$ . Hieraus ergibt sich für die Metallatomprozentzahl des Si der Ausdruck:

$$Si = 100 \cdot \frac{6a + 2c + f}{10a + 5c + 2f}$$

<sup>1)</sup> Diese Mitt., 22, 216, 1903.

<sup>2)</sup> Diese Mitt., 20, 406, 1901.

<sup>3)</sup> Diese Mitt., 19, 351, 1900.

<sup>4)</sup> Diese Mitt., 11, 159, 1890.

oder, da  $a + c + f = 1$  genommen wurde:

$$Si = 100 \cdot \frac{5a + c + 1}{8a + 3c + 2}$$

Diese Art der Berechnung habe ich tatsächlich bereits in der zitierten Abhandlung benützt, um die Sättigungskurve für atlantische und pazifische Gesteine zu zeichnen<sup>1)</sup>, allerdings ohne die allgemeine Formel abzuleiten und zu publizieren. Dies hat einige Jahre später F. E. S u e s s getan (Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt 58, 250, 1908). Am angeführten Orte sagte ich: „Die Sättigungsordinaten des Si erfüllen eine stetig gebogene Fläche, die sich nach oben konvex von ihrem Höhenpunkte in A nach F und C senkt.“

Herr Escher bezweifelt die Richtigkeit dieser Feststellung. Er geht von den Molekularprozenten  $SiO_2$  aus, errichtet aber Ordinaten, die nicht diesen Molekularprozenten  $SiO_2$ , Osanns Zahl  $s$ , proportional sind, sondern einer Funktion von  $s$ , die er mit  $s_2$  bezeichnet und die proportional ist dem Verhältnis von  $s$  zu der Summe der Größen  $A + C + F$ , die nach O s a n n aus den Molekularprozenten berechnet werden.

Seine Ordinaten sind:  $s_2 = \frac{20s}{A + C + F}$ . Diese  $s_2$  liefern, wie Herr Escher zeigt, in der Tat als Sättigungsfläche eine Ebene. Er zitiert dann meinen oben angeführten Satz und fährt fort:

„Becke spricht hier über die Fläche, die durch Si-Atomzahlen bestimmt wird. Es ist selbstverständlich, daß diese Fläche eine andere sein wird als diejenige, die durch die  $SiO_2$ -Molekularzahlen bedingt wird. Aber diese beiden Flächen werden einen gleichen Grad besitzen, beide werden Ebenen sein, nicht gebogene Flächen.“

Hierin irrt nun Herr Escher. Die Sättigungsordinaten erfüllen, wenn sie so aufgetragen werden, wie ich angegeben habe, in der Tat krumme Flächen, gleichgültig, ob man die Si-Atomzahlen oder die  $SiO_2$ -Molekularzahlen benützt. Meine Darstellung ist von der des Herrn Escher prinzipiell verschieden, wie sich u. a. daraus ergibt, daß ein hypothetisches reines Quarzmagma in meiner Darstellung durch ein horizontales Dreieck repräsentiert wird, das in der Entfernung von 100 der gewählten (willkürlichen) Einheiten über dem Osannschen Dreieck liegt, während es in der Darstellung des Herrn Escher ins Unendliche rückt.

Der oben gegebene Ausdruck:  $Si = \frac{5a + c + 1}{8a + 3c + 2}$  läßt erkennen, daß Si, als abhängige Variable betrachtet, von den zwei unabhängigen Variablen  $a$  und  $c$  abhängt. Da im Ausdruck für Si die unabhängigen Variablen im Zähler und Nenner auftreten, ist die Abhängigkeit keine lineare und die Fläche, welche den Sättigungswert für Si darstellt, keine Ebene, sondern ein hyperbolisches Paraboloid. Ein solches ist unter anderem dadurch ausgezeichnet, daß es durch Bewegung einer Geraden erzeugt werden kann. In der Tat setzt man  $Si = \text{konstant}$ , so wird die Beziehung zwischen den

<sup>1)</sup> In der Tafel II erscheinen zwei verschiedene Kurven. Die eine entspricht den Sättigungswerten von Si für die Linie AF des Osannschen Dreiecks, welcher die Analysenpunkte der atlantischen Gesteine stets nahe liegen. Die andere Kurve entspricht der gebrochenen Linie AOF, längs welcher die typischen Vertreter der pazifischen Gesteine sich anordnen. Hiermit erledigt sich der Zweifel des Herrn Escher l. c. S. 137.

unabhängigen Variablen eine lineare, d. h. die Orte gleicher Sättigungswerte mit Si liegen auf einer geraden Linie.

Es ergibt sich ferner, daß sich die Projektionen aller dieser geraden Linien auf eine Horizontalebene in einem Punkte schneiden. Dieser außerhalb des Osannschen Dreiecks liegende Punkt ist leicht zu finden; es muß a und c derart bestimmt werden, daß die Formel für Si für jeden beliebigen Wert von Si Geltung hat; d. h. die rechte Seite der Gleichung muß die Form  $\frac{a}{c}$  haben. Dieser Bedingung wird genügt durch die beiden Gleichungen:

$$5a + c + 1 = 0 \text{ und } 8a + 3c + 2 = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann a und c für jenen Punkt gefunden werden. Dabei sind a und c als Entfernungen von den Linien CF und AF des Osannschen Dreiecks anzusehen und negative Werte nach der entgegengesetzten Seite mit Bezug auf den Mittelpunkt des Dreiecks aufzutragen.

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich

$$a = -\frac{1}{7} \quad c = -\frac{2}{7}$$

wobei die Höhe des Osannschen Dreiecks der Einheit gleichgesetzt ist.

Dieser Punkt liegt also außerhalb des Osannschen Dreiecks links von F.

Die Sättigungsfläche läßt sich also auffassen als eine Schraubenfläche, die durch Bewegung einer horizontalen Linie beschrieben wird. Die Spindel der Schraube ist die in jenem Punkt errichtete Vertikale. Die Schraubenfläche hat keine gleichmäßige Steigung; sie ist vielmehr, wie sich gleich zeigen wird, in der Nähe der Linie FC steiler, in der Nähe von A flacher.

Eine gute Anschauung dieser Fläche bekommt man, wenn man ins Osannsche Dreieck jene geraden Linien einzeichnet, die den einzelnen zwischen Si = 60 und Si = 40 liegenden Sättigungswerten entsprechen. Ich will diese Linien Isosilicien nennen, speziell Atom-Isosilicien, wenn sie sich auf Atomprozent Si beziehen.

Ist der Spindelpunkt bestimmt, so ist, um die Isosilicien zu finden, nur noch notwendig, ihre Schnittpunkte mit der Dreiecksseite AC zu ermitteln.

Für die Linie AC gilt  $f = 0$ , somit  $a + c = 1$ ; hieraus ergibt sich aus dem Ausdruck für Si nach einigen Zwischenrechnungen

$$a = \frac{Si - 40}{80 - Si}$$

Werden hier für Si der Reihe nach die Werte 60—40 eingesetzt, so erhält man folgende Tabelle:

Si	a	c	Si	a	c	Si	a	c
60	1·000	0·000	53	0·481	0·519	46	0·176	0·824
59	0·905	0·095	52	0·429	0·571	45	0·143	0·857
58	0·818	0·182	51	0·379	0·621	44	0·111	0·889
57	0·739	0·261	50	0·333	0·667	43	0·081	0·919
56	0·667	0·333	49	0·290	0·710	42	0·053	0·947
55	0·600	0·400	48	0·250	0·750	41	0·026	0·974
54	0·538	0·462	47	0·212	0·788	40	0·000	1·000

Auf diese Weise entstand die Fig. 1, welche nun eine ausreichende Orientierung über die Sättigungswerte, ausgedrückt in Si-Atomprozentzahlen für jeden Punkt des Osannschen Dreiecks, darbietet.

Will man statt der Si-Atomzahl die Molekularprocente  $\text{SiO}_2$ , Osannus Wert  $s$ , einführen, so unterliegt das keiner Schwierigkeit.

Für den durch  $a$   $c$   $f$  gegebenen Punkt des Osannschen Dreiecks hat man:  $\text{SiO}_2 = 6a + 2c + f$ .

Die Zahlen für die basischen Molekel sind:  $\text{Al}_2\text{O}_3 = a + c$ ,  $\text{CaO} = c$ ,  $\text{R}'\text{O} = f$ ,  $\text{R}_2'\text{O} = a$ . Die Gesamtzahl der Molekel somit  $8a + 4c + 2f$  und die Zahl  $s$  bei der Sättigung

$$s = 100 \cdot \frac{6a + 2c + f}{8a + 4c + 2f}$$

oder für  $a + c + f = 1$

$$s = 100 \cdot \frac{5a + c + 1}{6a + 2c + 2}$$

Der Spindelpunkt ( $s = \frac{50}{6}$ ) liegt bei

$$a = 0 \qquad c = -1$$

Der Schnittpunkt der Mol-Isosilicien mit der Linie AC liegt jeweils bei dem Werte

$$a = \frac{s - 50}{100 - s}$$

Für  $s$  alle möglichen Werte zwischen  $s = 75$  in A und  $s = 50$  in C eingesetzt, führt das zu folgender Tabelle

s	a	c	s	a	c	s	a	c
75	1.000	0.000	66	0.471	0.529	57	0.163	0.837
74	0.923	0.077	65	0.428	0.572	56	0.136	0.864
73	0.853	0.147	64	0.389	0.611	55	0.111	0.889
72	0.787	0.213	63	0.352	0.648	54	0.087	0.913
71	0.725	0.275	62	0.316	0.684	53	0.064	0.936
70	0.667	0.333	61	0.282	0.718	52	0.042	0.958
69	0.613	0.387	60	0.250	0.750	51	0.020	0.980
68	0.563	0.437	59	0.220	0.780	50	0.000	1.000
67	0.516	0.484	58	0.190	0.810			

Die Linien gleicher Molekularprocente  $\text{SiO}_2$  (Mol-Isosilicien) sind in Fig. 2 dargestellt. Diese Schraubenfläche hat die besondere Eigenschaft, daß sie die Horizontalebene in der Höhe von 50 Einheiten parallel zur Dreiecksseite CF schneidet. Das rührt daher, daß im Anorthit  $\text{CaOAl}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$  und im Metasilicat  $\text{R}'\text{O} \cdot \text{SiO}_2$  die Molekularprozentzahl für  $\text{SiO}_2$  gleich, nämlich 50 ist.

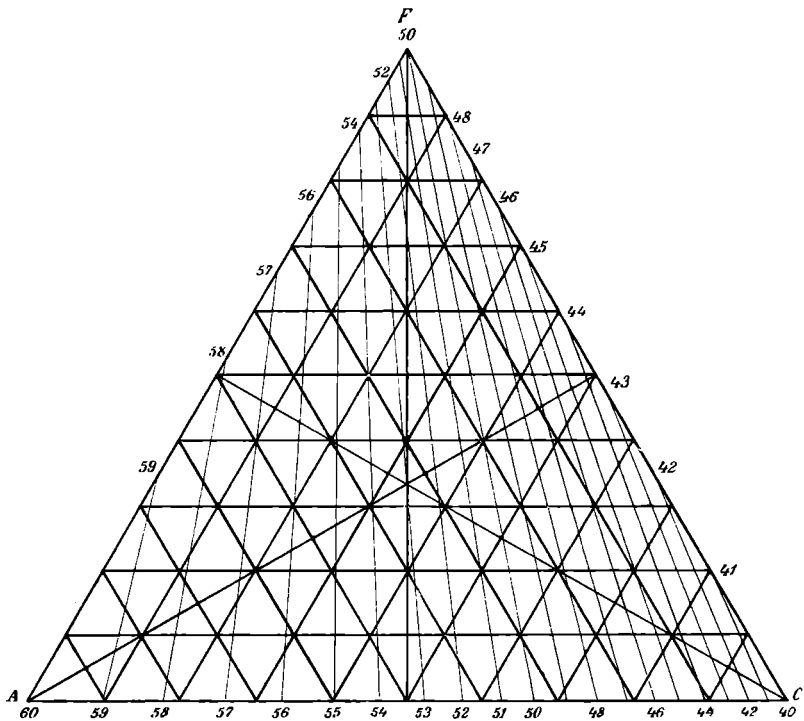
Mit Hilfe der Fig. 1 und 2 ist man imstande, für jede Gesteinsanalyse, für welche die Osannschen Größen  $a$   $c$   $f$ ,  $s$  ermittelt sind, anzugeben, ob sie unter-sättigt oder übersättigt ist, ferner im letzteren Falle, wie viel Gewichtsprocente überschüssiger  $\text{SiO}_2$  sich aus der Berechnung ergeben.

Ein Beispiel mag das klar machen. Ich wähle Granit von Bobritsch nach der Analyse von Rube (Rosenbusch, Über die chemische Natur der Eruptiv-gesteine. Diese Mitt., XI, pag. 176, Nr. III). Aus Tabelle III ergibt sich  $s = 78.1$ , ferner  $a = 3.8$ ,  $c = 1.2$ ,  $f = 5.0$ , ferner „Zahl“, d. h. Summe der mit 100 multiplizierten Molekularquotienten  $Z = 156.5$ . Den berechneten Größen  $a$   $c$   $f$  entspricht nach Fig. 2 ein Sättigungswert  $s_0 = 66.9$ . Die Differenz  $s - s_0 = 78.1 - 66.9 = 11.2$  läßt

SiO<sub>2</sub>-Überschuß erkennen. Um aus dieser Differenz den Überschuß, ausgedrückt in Gewichtsprozenten, zu erhalten, sind alle Rechnungen rückwärts zu verfolgen, die ausgeführt wurden, um ihn zu ermitteln.

Zunächst haben wir zu berücksichtigen, daß verglichen mit s<sub>0</sub> s zu klein gefunden wird. Bei der Sättigung sind die s<sub>0</sub> verbunden mit 100 - s<sub>0</sub>, d. i. mit 33·1 basischen Molekeln. In der Analyse sind nur 100 - s = 21·9 basische Molekel vorhanden. Um also die wirkliche Zahl überschüssiger SiO<sub>2</sub>-Molekel zu erfahren, muß

Fig. 1.



Atom-Isosilicium im Osannschen Dreieck. Linien gleicher Sättigungswerte Si.

in der Differenz  $s - s_0$  das  $s_0$  entsprechend verkleinert werden; man erhält für die richtige Zahl der überschüssigen SiO<sub>2</sub>-Molekel den Ausdruck:  $s - s_0 \frac{100 - s}{100 - s_0}$ . Einige

Umformungen bringen ihn auf die Form:  $\frac{s - s_0}{1 - \frac{s_0}{100}}$ .

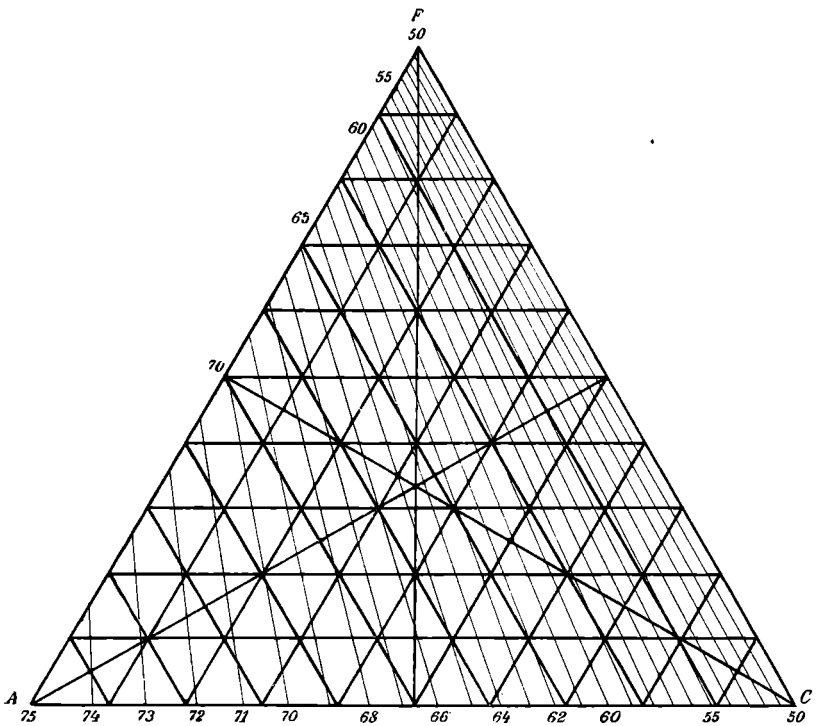
Dieser Ausdruck bedeutet nun die überzähligen SiO<sub>2</sub>-Molekel in der Reihe der auf 100 berechneten Molekularprocente. Man ist zu diesen Molekularprocenten

gelangt, indem man die mit 100 multiplizierten Gewichtsprocente  $p$  durch das Molekulargewicht  $m$  dividierte. Die Summe dieser mit 100 multiplizierten Molekularquotienten ist die Rosenbuschsche Zahl  $Z$ . Die Molekularprozentzahl ist:  $\frac{100p}{m \cdot Z} \cdot 100$ .

Daher ist die Gewichtsprozentzahl  $p = \frac{s - s_0}{1 - \frac{s_0}{100}} \times \frac{m \cdot Z}{100 \cdot 100}$  oder, indem man für

$m$  das Molekulargewicht der Kieselsäure einsetzt

Fig. 2.



Mol-Isosiliciden im Osanschen Dreieck. Linien gleicher Sättigungswerte von  $\text{SiO}_2$ .

$$p = \frac{60 \cdot 4 \cdot Z \cdot (s - s_0)}{100 (100 - s_0)}$$

In unserem Falle hat man:

$$p = \frac{60 \cdot 4 \times 156 \cdot 5 \times 11 \cdot 2}{100 \times 33 \cdot 1} = 32\%$$

Nun ist noch zu erörtern, warum die Auftragung der Si- oder  $\text{SiO}_2$ -Ordinaten nicht unmittelbar zu einer Ebene führt. Der Grund ist leicht einzusehen: In dem

Ausdruck für den Sättigungswert an Si oder  $\text{SiO}_2$  erscheinen die unabhängigen Variablen  $a$ ,  $c$  und  $f$  nicht nur im Zähler, sondern auch im Nenner. Sie würden im Nenner verschwinden, wenn die als Einheiten gezählten Atom- oder Molekelkomplexe mit den zur Sättigung erforderlichen Si- oder  $\text{SiO}_2$ -Mengen verbunden, eine gleiche Anzahl von Atomen oder Molekeln enthielten. Dann würden  $a$   $c$   $f$  aus dem Nenner fortfallen und die Beziehung zwischen Si oder  $\text{SiO}_2$  und dem im Osannschen Dreieck dargestellten Verhältnis würde linear werden.

Dieser Bedingung kann man durch eine Änderung der Zählung von  $A$   $C$   $F$  entsprechen. Wir wollen bezeichnen

$A_0$	die Anzahl der Molekelgruppen	$R'AlO_2$
$C_0$	" " " "	$CaAl_2O_4$
$F_0$	" " " "	$R''_2O_2$

Wir bezeichnen ferner:

$$a_0 = \frac{A_0}{A_0 + C_0 + F_0} \quad c_0 = \frac{C_0}{A_0 + C_0 + F_0} \quad f_0 = \frac{F_0}{A_0 + C_0 + F_0}$$

Die Anzahl der  $\text{SiO}_2$ -Molekel in den gesättigten Verbindungen ist: in  $R'AlSi_3O_8$  gleich  $3a_0$ , in  $CaAl_2Si_2O_8$  gleich  $2c_0$ , in  $R''_2Si_2O_8$  gleich  $2f_0$ . Die Anzahl der Molekel  $R'_2O$  gleich  $\frac{1}{2}a_0$ ,  $CaO$  gleich  $c_0$ ,  $R''O$  gleich  $2f_0$ ,  $Al_2O_3$  gleich  $\frac{1}{2}a_0 + c_0$ ; somit die Gesamtzahl der Molekel ( $\text{SiO}_2$  eingeschlossen) gleich  $4a_0 + 4c_0 + 4f_0$ . Der Ausdruck für die Molekularprocente  $\text{SiO}_2$  bei der Sättigung wird:

$$\text{SiO}_2 = 100 \cdot \frac{3a_0 + 2c_0 + 2f_0}{4a_0 + 4c_0 + 4f_0} = 100 \cdot \frac{a_0 + 2}{4} = 25a_0 + 50.$$

Man sieht, daß der Sättigungswert für  $\text{SiO}_2$  nunmehr eine lineare Funktion von  $a_0$  wird und daß er von dem Verhältnis  $c_0 : f_0$  unabhängig ist. Die Sättigungsfäche ist eine Ebene, welche der Seite  $F_0C_0$  des Dreiecks parallel ist. Über  $F_0C_0$  hat  $\text{SiO}_2$  bei der Sättigung den Wert 50 und steigt an zu 75 bei  $A_0$ .

Die zu einem bestimmten Sättigungswert von  $\text{SiO}_2$  gehörige Größe  $a_0$  ergibt sich zu

$$a_0 = \frac{\text{SiO}_2 - 50}{25}$$

Die Größen  $a_0$   $c_0$   $f_0$  stehen zu den von Osann eingeführten  $a$   $c$   $f$  in einer einfachen Beziehung:  $a_0 : c_0 : f_0 = 2a : c : \frac{1}{2}f$ . Die nach  $a_0$   $c_0$   $2f_0$  bestimmten Punkte im Dreieck bleiben in ähnlicher Lagebeziehung wie die durch  $a$   $c$   $f$  bestimmten; sie rücken von  $F$  ab und näher gegen  $A$ . Diese Verrückung ist klein in der Nähe der Eckpunkte  $A$  und  $F$ , am stärksten in der Mitte der Linie  $AF$ , sie nimmt ferner gegen  $C$  hin gleichfalls ab.

Von den Hauptgesteinsfamilien rücken die Analysenpunkte der Granite ganz in das Dreieck II, zum Teil in I; die Tonalite und Diorite fallen in die Nähe der Dreieckmitte, Gabbro erstrecken sich durch die Dreiecke III und IV, ohne die Mitte zu überschreiten. Die Pyroxenite und Peridotite dehnen sich etwas aus, bleiben aber an die Nähe von  $F$  gebunden. Syenite und Elaeolithsyenite fallen ganz nach II, Essexite in die Nähe der Mitte von  $A_0F_0$ , Theralithe in Dreieck III, nahe der Seite  $A_0F_0$ .

Vor kurzem zeigte ich in einer in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie veröffentlichten Studie<sup>1)</sup>, daß die Auftragung des spezifischen Gewichtes der Tiefengesteine als Ordinate über den Analysenpunkten des Osannschen Dreiecks zu einer hyperbolischen Kurve führt, die, von A gegen F fortschreitend, erst langsam, dann rascher ansteigt. Ich zeigte, daß das mit der Zählung der Stoffmengen im Osannschen Dreieck zusammenhängt, indem die in A gezählten Molekelgruppen ungefähr viermal so schwer sind als die in F gezählten, und ich konnte zeigen, daß bei Zählung, wie sie hier vorgeschlagen wird, die Kurve des spezifischen Gewichtes nahezu in eine Gerade übergeführt wird.

Die einfachen Beziehungen, die sich bei dieser Zählung herausstellen, könnten die vorgeschlagene Berechnungsart empfehlen. Ob man sie tatsächlich einführen soll, möchte ich nicht entscheiden, doch scheint mir eine Diskussion hierüber wünschenswert.

Bei der Darstellung des Sättigungsniveaus durch Atomprocente Silicium tritt die Vereinfachung nicht ein. Der Ausdruck für Si wird:

$$\text{Si} = 100 \cdot \frac{3a_0 + 2c_0 + 2f_0}{5a_0 + 5c_0 + 4f_0} = 100 \cdot \frac{a_0 + 2}{a_0 + c_0 + 4}$$

Man müßte einen sehr verwickelten Zählungsmodus wählen, um zu einer linearen Beziehung der Si-Atomzahl zu kommen.

F. Becke.

